



طراحی معکوس انتقال حرارت جابجایی مخلوط گازهای تابشی در داخل کانال

محمد امیدپناه¹، سید عبدالرضا گنجعلیخان^{2*}

1- دانشجوی دکتری، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران
2- استاد، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران
* صندوق پستی 7618868366، ganj110@uk.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 20 آذر 1395
پذیرش: 04 اسفند 1395
ارائه در سایت: 19 فروردین 1396
کلید واژگان:
انتقال حرارت معکوس
جابجایی
تشنع
روش جهات مجزا

چکیده

کار حاضر به مطالعه عددی انتقال حرارت ترکیبی تابش-جابجایی، داخل یک کانال مستطیلی دو بعدی می‌پردازد. محیط مورد مطالعه گاز تابشی فرض شده است که مخلوطی از هوا، دی اکسیدکربن و بخار آب می‌باشد. هدف بررسی اثرات تشعشی کسرهای مولی گازهای H_2O و CO_2 بر حل مسئله معکوس می‌باشد که در آن از روش گرادیان مزدوج برای پیدا کردن توزیع دما روی سطح گرمکن به منظور برقرار نمودن شار حرارتی و توزیع دمای مشخص روی سطح طراحی استفاده شده است. سیال عامل، گاز تشعشی خاکستری با خواص جذب، صدور و پخش همگن می‌باشد. از ضریب جذب متوسط پلانک در محاسبات تشعشی استفاده شده است. برای به دست آوردن توزیع دما، معادله انرژی به روش تفاضل محدود حل گردیده است و به منظور محاسبه ترم تابشی، معادله انتقال تابش از روش جهات مجزا بهره گرفته شده است. در این مطالعه، تلاش بر این بوده است که تأثیر کسر مولی گازهای تابشی و همچنین سایر پارامترهای مختلف تاثیرگذار از قبیل پارامتر تشعشع-هدایت بر مقدار انتقال حرارت از سطح گرمکن مورد مطالعه قرار گیرد. نتایج نشان می‌دهند که با زیاد شدن کسر مولی بخار آب و دی اکسیدکربن در مخلوط گازی به منظور برقراری دما و شار حرارتی یکنواخت روی سطح طراحی نیاز به هیتری با توان حرارتی بالاتر می‌باشد.

Combined radiative-convective inverse design problem in a 2-D channel filled with radiating gases

Mohammad Omidpanah, Seyed Abdolreza Gandjalikhan Nassab*

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran
* P.O.B. 7618868366, Kerman, Iran, ganj110@uk.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 10 December 2016
Accepted 22 February 2017
Available Online 08 April 2017

Keywords:
Inverse heat transfer
Convection
Radiation
DOM

ABSTRACT

In this paper, an inverse analysis of combined radiation and convection heat transfer in a 2-D rectangular duct is presented. The working fluid is a mixture of air including CO_2 and H_2O as two radiating gases. The purpose is to verify the effects of gas mole fractions on the solution of inverse design problem in which the conjugate gradient method is used to find the temperature distribution over the heater surface to satisfy the prescribed temperature and heat flux distributions over the design surface. The radiating gas is considered to be a gray participating medium with absorption, emission and isotropic scattering. The Planck mean absorption coefficient is calculated and used in radiative calculations. To obtain the temperature field, the energy equation for participating medium is solved by the finite difference method and the discrete ordinates method is used to solve the radiative transfer equation. An attempt is made to determine the temperature distributions over the heater surface while the enclosure is filled with different mole fractions of CO_2 and H_2O . The effects of other parameters such as radiation conduction parameter on the solution of inverse problem is examined. It is revealed that increase in mole fraction of gases mixture needs a heater surface with higher power input.

1- مقدمه

ویسکانتا [1] نشان داد زمانی که جریان سیال همانند یک محیط شرکت کننده در انتقال حرارت تشعشی رفتار می‌کند، خواص تشعشی آن که عبارتند از جذب، صدور و پخش تشعشع، پیچیدگی‌های بسیار زیادی را در شبیه‌سازی این نوع جریان‌ها اعمال می‌کند. تحلیل همزمان تشعشع با سایر مکانیزم‌های انتقال حرارت از پیچیدگی خاصی برخوردار است؛ به دلیل این که معادله انرژی علاوه بر ترم‌های هدایت و جابجایی، به معادله حاکم بر پدیده تابش نیز وابسته بوده و رفتار غیرخطی پیدا می‌کند. حل تحلیلی معادله تابش حتی با فرضیات ساده کننده نیز دشوار است،

ترکیب پدیده تابش با سایر مکانیزم‌های انتقال حرارت در بسیاری از وسایل و کاربردهای مهندسی از قبیل تجهیزات تولید توان، پره‌های توربین‌های گازی، مبدل‌های حرارتی و محفظه‌های احتراق نقش و اهمیت به‌سزایی دارد. در شبیه‌سازی اینگونه سیستم‌ها، برای دستیابی به نتایج دقیق، بایستی جریان گاز را مانند یک محیط شرکت‌کننده در انتقال حرارت تشعشی در نظر گرفت و تمام پدیده‌های انتقال حرارت شامل جابجایی، هدایت و تشعشع را به طور همزمان مورد بررسی و مطالعه قرار داد.

Please cite this article using:

M. Omidpanah, S. A. Gandjalikhan Nassab, Combined radiative-convective inverse design problem in a 2-D channel filled with radiating gases, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 117-124, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در آن هدف از طراحی ایجاد توزیع یکنواخت دما و شار حرارتی روی سطح محصول است.

حسینی سروری و همکاران [21]، مسئله معکوس مرزی انتقال حرارت تشعشع و هدایتی در هندسه‌های دوبعدی نامنظم را مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق از روش گرادیان مزدوج برای پیدا کردن قدرت گرمکن به‌منظور دستیابی به یک توزیع دما و شار معین روی سطح طراحی استفاده شد. مسئله معکوس مرزی تابش سطحی و جریان جابجایی آشفته اجباری بین دو صفحه تخت موازی توسط شکوهی و همکاران [22] برای ایجاد یکنواخت شار و دما روی سطح طراحی مورد بررسی قرار گرفت. در این مسئله فرض شد که پروفیل سرعت به صورت کاملاً توسعه یافته بوده و تابعی از عدد رینولدز و ارتفاع کانال می‌باشد.

حسینی سروری و همکاران [24,23] حل مسئله‌ی طراحی معکوس محفظه‌های تابشی در محیط‌های جذب کننده و صادر کننده با هندسه‌ی نامنظم را با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مورد مطالعه قرار داده‌اند. مهربان و همکاران [25] حل مسئله‌ی معکوس مرزی در یک کوره‌ی تابشی با سطح متحرک را مورد مطالعه قرار داده‌اند. دان و همکاران [26] بهینه‌سازی هندسه یک کوره تابشی با محیط شفاف را برای ایجاد شرایط مرزی مطلوب روی دیواره‌ها مورد مطالعه قرار داده‌اند.

بررسی کارهای قبلی نشان می‌دهد که تا به حال حل مسئله معکوس در پدیده انتقال حرارت ترکیبی جابجایی تابش به نحوی که اثرات جنس محیط تابشی بر جواب مسئله موردنظر باشد انجام نگرفته است. لذا در کار حاضر سعی بر این بوده که تاثیر کسر مولی مخلوط گازهای تابشی بر جواب مسئله که همان مقدار انتقال حرارت از سطح گرمکن می‌باشد مورد مطالعه قرار گیرد. انجام این کار نیازمند حل همزمان معادله انرژی و انتقال تابش و استفاده از یک تکنیک مناسب در مسئله معکوس که همانا روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج است، می‌باشد.

2- بیان مسئله

هندسه مورد مطالعه، یک کانال مستطیلی شکل دوبعدی به طول L و ارتفاع H با $L/H = 6$ می‌باشد و جریان داخل کانال به صورت توسعه یافته فرض می‌شود. شماتیکی از هندسه مورد مطالعه در "شکل 1" نشان داده شده است. دمای سیال ورودی $T_{in} = 380$ K بوده و سطح طراحی در دمای $T_D = 380$ K قرار دارد و شار حرارتی یکنواخت 200 W/m² بر روی آن اعمال می‌شود. سطح گرمکن نیز روی دیوار بالا قرار گرفته و دمای آن نامعلوم است. سیال عامل داخل کانال، گاز تابشی است که مخلوطی از هوا، دی‌اکسیدکربن و بخار آب فرض می‌شود. هدف از حل مسئله معکوس پیدا کردن توزیع دما روی سطح گرمکن بوده، به گونه‌ای که دما و شار حرارتی یکنواخت روی سطح طراحی برقرار شود.

3- معادلات حاکم

جریان داخل کانال آرام، توسعه یافته با توزیع سرعت سهموی $(u/U_m) = 6(y/L)(1 - (y/L)^2)$ فرض می‌شود. معادله انرژی به صورت معادله (1) قابل بیان است:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho c_p} \nabla \cdot q_r \quad (1)$$

معادله انرژی به روش تفاضل محدود گسسته‌سازی شده و ترم دیورژانس شار تابشی از حل معادله انتقال تشعشع قابل محاسبه است که به صورت رابطه

بنابراین تجزیه و تحلیل پدیده تابش از طریق روش‌های عددی صورت می‌پذیرد. خلاصه‌ای از مدل‌های تابشی موجود در متون علمی، در مودست [2] و سیگل و هاول [3] جمع‌آوری شده است.

از جمله مطالعاتی که پدیده تابش را به صورت عددی مورد بررسی قرار داده است می‌توان به مطالعه انتقال حرارت تابشی بین دو صفحه عمودی با استفاده از روش P_1 اشاره کرد که توسط لاریت [4] انجام شده است. چای و پاتانکار [5]، میشرای و رای [6] و کیم و همکاران [7] از روش حجم محدود (FVM) برای محاسبه ترم تابشی معادله انرژی استفاده کردند. از جمله مطالعاتی که روش انتقال مجزا (DTM) را برای حل معادله انتقال تابشی به کار گرفته‌اند می‌توان مطالعه لاکوود و شاه [8] و اناند و میشرای [9] را نام برد. روش مونت کارلو، روشی است که برای حل معادله انتقال تشعشع توسط ویسکانتا [10] و منحوس و ویسکانتا [11] به کار گرفته شده است. یکی از شناخته‌ترین و قوی‌ترین روش‌ها برای حل معادله انتگرالی-دیفرانسیلی انتقال تشعشع روش جهات مجزا (DOM) می‌باشد. از ویژگی‌های روش جهات مجزا قابلیت سازگاری با روش‌های عددی موجود برای تحلیل انتقال حرارت جابجایی و جریان سیال، انعطاف پذیری در هندسه‌های مختلف و قابلیت اتصال ساده آن به معادله انرژی برای حل مسائل کاربردی مهندسی است.

از جمله مطالعاتی که این روش را برای حل ترم تابشی معادله انرژی به کار گرفتند می‌توان به مطالعه خلیل و ترولاو [12]، مزهاب و همکاران [13]، فایولند [14]، یوسل و همکاران [15,16]، میشرای و همکاران [17] و موفکر و همکاران [18] در هندسه‌های مختلف اشاره کرد. چو و همکاران تاثیر انتقال حرارت تشعشعی بر انتقال حرارت جابجایی ترکیبی را در کانالهای افقی [19] و معین‌الدینی و گنجعلیخان نسب در محفظه دو بعدی شیبدار [20] بررسی کردند.

انتقال حرارت معکوس یکی از مسائل پر کاربرد در صنعت است. در سال‌های اخیر روش‌های بهینه‌سازی برای حل معکوس مسائل انتقال حرارت مورد استفاده قرار گرفته‌اند. امروزه استفاده از روش‌های طراحی معکوس کاربرد گسترده‌ای در طراحی سیستم‌های حرارتی پیدا کرده است. به عنوان مثال در طراحی یک کوره ذوب، طراح ممکن است علاقمند به یافتن مکان مناسب برای نصب مشعل‌ها و نرخ مصرف سوخت لازم برای ایجاد یک نرخ ذوب مطلوب برای خوراک کوره باشد. در صنایع تولید نیمه هادی‌ها، به‌منظور بالا بردن کیفیت یک دیسک نیمه هادی در مرحله فرآوری درون یک کوره تابشی لازم است که توزیع شار حرارتی و نیز توزیع دما روی سطح دیسک به‌طور همزمان دارای پروفیل یکنواخت باشد. در چنین حالتی شیوه قرار گرفتن مناسب گرمکن‌ها و توان گرمایی هریک از آن‌ها در طراحی کوره تابشی می‌تواند این هدف را تأمین کند. این نوع طراحی، طراحی حرارتی معکوس مرزی نامیده می‌شود. برای ایجاد کیفیت یکنواخت روی قطعه‌ای که در یک کوره تابشی مورد عملیات حرارتی قرار گرفته است، بایستی همزمان بتوان توزیع یکنواخت دما و شار حرارتی را روی سطح قطعه برقرار نمود. از آن‌جا که برقرار نمودن این دو شرط مرزی یکنواخت روی سطح طراحی پیچیده است، از روش معکوس به‌عنوان راهی برای اجتناب از روش‌های مبتنی بر سعی و خطا برای رسیدن به هدف استفاده می‌شود. به عبارت دیگر طراحی معکوس مرزی به طراحی یک سیستم گفته می‌شود که برای آن هدف طراحی، هندسه و خواص مواد مشخص است و شرایط مرزی موردنیاز برای ارضاء شرایط حرارتی مطلوب باید ارزیابی شوند. هندسه مورد مطالعه در کار حاضر می‌تواند به صورت یک خشک کن دمای بالا در نظر گرفته شود که

طراحی به‌عنوان اطلاعات اضافی برای تخمین توزیع دما به‌کار برده شده است که می‌تواند توسط سنسورهایی که روی سطح طراحی نصب گردیده اندازه‌گیری شود. روش گرادیان مزدوج یک تکنیک قدرتمند براساس به حداقل رساندن یک تابع هدف بوده که به‌صورت مجموع مربعات خطای شار حرارتی واقعی و تخمین زده شده روی سطح طراحی به‌صورت زیر می‌باشد [28].

$$G = \sum_{n=1}^N (Q_{D,n} - Q_{e,n})^2 \quad (10)$$

در این معادله، Q_D و Q_e به ترتیب شارحرارتی مطلوب و تخمین زده شده روی سطح طراحی هستند. روند تکراری روش گرادیان مزدوج به‌صورت زیر قابل بیان است. در پی یک فرآیند تکراری توزیع دمای هیتر در تکرار $k+1$ به‌صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$T_{h,m}^{k+1} = T_{h,m}^k - \psi^k d_{h,m}^k \quad (11)$$

که بالانویس k شماره تکرار می‌باشد. ψ^k مقدار گام جستجو بوده و بردار جهت فرود است که به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$d_m^k = \nabla G_m^k - \gamma^k d_m^{k-1} \quad (12)$$

که به‌صورت مزدوج بردار گرادیان جهتی G و جهت فرود در تکرار قبل می‌باشد. در معادله (12)، γ ضریب مزدوج است که به‌صورت زیر بیان می‌شود (براساس نسخه پولاک - ریبری):

$$\gamma^k = \frac{\sum_{m=1}^M [(\nabla G_m^k)(\nabla G_m^k - \nabla G_m^{k-1})]}{\sum_{m=1}^M [(\nabla G_m^{k-1})]^2} \quad (13)$$

برای به‌دست آوردن G بایستی از معادله (10) نسبت به پارامتر مجهول $T_{h,m}$ مشتق‌گیری کرد.

$$\nabla G_m^k = -2 \sum_{n=1}^m J_{nm}^k (q_{D,n} - q_{e,n}^k) \quad (14)$$

در این‌جا J_{nm} ضریب حساسیت است که از طریق مسئله حساسیت به‌دست می‌آید. در نهایت با تعیین ضرایب حساسیت و جهت فرود، مقدار گام جستجو به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\psi^k = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{nm}^k d_m^k (Q_{e,n}^k - Q_{D,n})}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (J_{nm}^k d_m^k)(J_{nm}^k d_m^k)} \quad (15)$$

5- مسئله حساسیت

ضریب حساسیت در معادله (14) نشان‌دهنده میزان حساسیت شار حرارتی تخمین زده شده $Q_{e,n}$ روی سطح طراحی نسبت به تغییرات دمای گره m روی سطح گرمکن می‌باشد. ضرایب حساسیت با مشتق‌گیری از معادلات مربوطه و شرایط مرزی نسبت به دمای گره‌های مجهول روی سطح گرمکن به‌دست می‌آید. معادلات مشتق گرفته شده به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial \xi^m}{\partial X} + v \frac{\partial \xi^m}{\partial Y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 \xi^m}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \xi^m}{\partial Y^2} \right) - \kappa_p [16\sigma T^3 \xi^m - \sum_{i=1}^n (\eta_i^m \omega_i)] \quad (16)$$

$$\xi_h^m(X) = \delta(X - X_m) \quad (17.a)$$

$$\xi^m(X) = 0 \quad (17.b)$$

$$(\vec{s} \cdot \nabla) \eta^m(\vec{r}, \vec{s}) = -\beta \eta^m(\vec{r}, \vec{s}) + 4\kappa_p \sigma \frac{T^3}{\pi} \xi^m + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} \eta^m(\vec{r}, \vec{s}') \phi(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega' \quad (18)$$

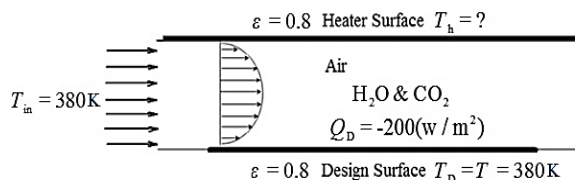


Fig.1 Geometry of the problem

شکل 1 شماتیک هندسه مورد مطالعه

(2) بیان می‌شود.

$$\nabla \cdot q_r = \kappa_p (4\pi I_b(\vec{r}) - G(\vec{r})) \quad (2)$$

که در معادله (2)، $G(\vec{r})$ تشعشع برخوردی است که از معادله (3) محاسبه می‌شود:

$$G(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega \quad (3)$$

برای دستیابی به میدان شدت تابش و در نتیجه به‌دست آوردن $\nabla \cdot q_r$ لازم است معادله انتقال تشعشع حل شود.

$$(\Omega \cdot \nabla) I(r, \Omega) = -\beta I(r, \Omega) + \kappa_p I_b(r) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(r, \Omega') \Phi(\Omega, \Omega') d\Omega' \quad (4)$$

که $I(\vec{r}, \vec{s})$ شدت تشعشع در مکان r و جهت \vec{s} ، $I_b(\vec{r})$ شدت تشعشعی جسم سیاه در مکان r و در دمای محیط می‌باشد. κ_p و σ_s به ترتیب ضرایب جذب و پخش محیط خاکستری بوده، و $\beta = \sigma_s + \kappa_p$ ضریب میرایی نام دارد. تابع پخش فازی است که بیان‌کننده میزان انحراف شدت تشعشع از جهت ورودی \vec{s} به جهت خروجی \vec{s}' است که در مطالعه حاضر معادل با یک، براساس فرض انحراف همگن در نظر گرفته شده است.

برای سطوح انعکاسی پخشی شرط مرزی تشعشعی برای معادله (4) به‌صورت زیر است:

$$I_w(\vec{r}_w, \vec{s}) = \varepsilon I_b(r) + \frac{\rho}{\pi} \int_{n \cdot \Omega' < 0} I(r, \Omega') |n \cdot \Omega'| d\Omega' \quad (5)$$

در این رابطه $I_w(\vec{r}_w, \vec{s})$ شدت تشعشعی است که دیواره را ترک می‌کند، ε_w ضریب صدور دیواره و n بردار یکه نرمال دیواره می‌باشد. شار حرارتی تشعشعی روی دیواره از معادله (6) قابل محاسبه است:

$$Q_R = \varepsilon_w \left[\pi I_{b,w} - \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}' < 0} I |\vec{n} \cdot \vec{s}'| d\Omega \right] \quad (6)$$

شار حرارتی جابجایی و کل در دیواره مرزی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

$$Q_C = -k \frac{\partial T_w}{\partial y} \quad (7)$$

$$Q_T = Q_C + Q_R \quad (8)$$

در مطالعه حاضر، ضریب جذب پلانک، که به‌عنوان ضریب جذب متوسط در محاسبات استفاده می‌شود، توسط روش خط به خط محاسبه می‌شود. این ضریب در دمای T_{avg} با استفاده از داده‌های پایگاه هایتین 2008 در بازه $150 < \eta < 9300 \text{ cm}^{-1}$ و با استفاده از 457500 خط ضریب جذب به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\kappa_p = \frac{\int_0^\infty I_{b\eta} \kappa_\eta d\eta}{\int_0^\infty I_{b\eta} d\eta} \quad (9)$$

4- مسئله معکوس

در مسئله معکوس حاضر، از روش گرادیان مزدوج برای تخمین توزیع دمای نامعلوم روی سطح گرمکن استفاده شده است. توزیع شار حرارتی روی سطح

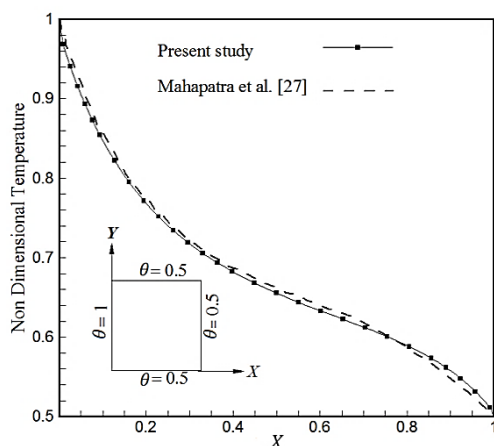


Fig. 2 Comparison of the computed mid-plane temperature with theoretical result by Mahapatra et al. [27]

شکل 2 مقایسه دمای محاسبه شده در وسط محفظه با حل عددی ماهاپاترا و

همکاران [27] ($\omega = 0.5, \varepsilon_w = 0.5, \tau = 1$)

8- استقلال نتایج از شبکه محاسباتی

برای دستیابی به نتایج عددی دقیق‌تر و عدم وابستگی نتایج به شبکه محاسباتی و همچنین کاهش زمان انجام محاسبات، تلاش می‌شود شبکه بهینه برای انجام محاسبات انتخاب شود. در این راستا شارحرارتی کل بر روی دیواره پایین کانال برای حالتی که در "شکل 3" نشان داده شده است به ازاء پنج شبکه محاسباتی به دست آمده است.

براساس نتایج "شکل 3"، شبکه 60×20 به‌عنوان شبکه بهینه برای انجام محاسبات انتخاب شده است.

9- نتایج

با روش عددی ذکر شده در قسمت‌های قبلی مقاله حاضر، مسئله طراحی معکوس در مورد سیستم نشان داده شده در "شکل 1" حل شده است. در ابتدا بمنظور نمایش چگونگی میل به جواب نهایی همگرا شده در "شکل 4" مقدار خطای سطح طراحی در برحسب تعداد تکرار تا رسیدن به جواب همگرا شده نشان داده شده است.

به‌منظور تعیین رفتار حرارتی جریان جابجایی گازهای تابشی در "شکل 5" میدان دما در کل ناحیه محاسباتی به تصویر کشیده شده است. قابل ذکر است که در مسئله مورد مطالعه جریان گاز آرام با عدد رینولدز برابر 400 بوده و دمای گاز ورودی و سطح طراحی معادل با هم و برابر با 380 K در نظر

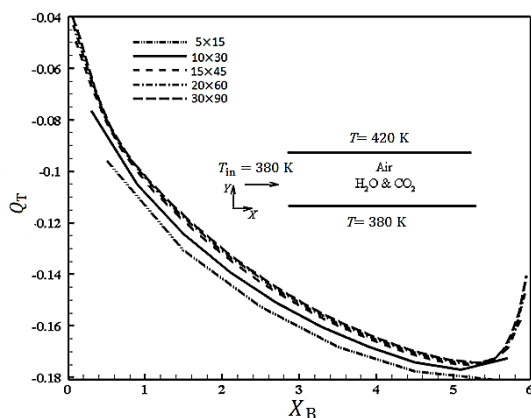


Fig. 3 Grid independence study

شکل 3 بررسی وابستگی نتایج عددی به شبکه محاسباتی

که در این معادلات $\eta^m(X) = \partial I / \partial T_{h,m}$ و $\xi^m(X) = \partial T / \partial T_{h,m}$ می‌باشد. این معادلات به روش مشابهی که در مسئله مستقیم استفاده شد حل می‌شوند. با حل این معادلات ضرایب حساسیت به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$J_{h,m} = \frac{\partial Q_{e,n}}{\partial T_{h,m}} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

برای کامل کردن ماتریس حساسیت، مسئله حساسیت بایستی M مرتبه (به تعداد گره‌های روی سطح گرمکن) حل شود.

واضح است که به‌دلیل وجود شدت تابش جسم سیاه در ترم تابشی معادله انرژی، که به‌عنوان معادله حاکم در طراحی معکوس مورد حل قرار می‌گیرد به‌دلیل رفتار غیرخطی انتظار می‌رود که تخمین به‌عمل آمده در مسئله معکوس، تخمین غیرخطی باشد.

6- روند حل محاسبات عددی

روش حل مسئله معکوس به روش گرادیان مزدوج را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد. با حدس توزیع دمای نامعلوم روی سطح هیتر $T_h(x)$ ، حل مسئله شروع شده، $k=0$ و مراحل زیر انجام می‌گیرد:

گام 1: مسئله مستقیم برای به‌دست آوردن توزیع دمای درون محیط حل می‌شود.

گام 2: تابع هدف G توسط معادله (10) محاسبه شده و چک می‌شود که از یک مقدار کوچک از پیش تعیین شده کوچکتر باشد. این مقدار کوچک به نحوی انتخاب می‌گردد که جواب با دقت کافی به‌دست آید. اگر این شرط برقرار شد روند محاسبات قطع شده در غیر این صورت مرحله 3 در پیش روست.

گام 3: با داشتن توزیع دمای محیط در مرحله اول مسئله حساسیت حل می‌شود.

گام 4: گرادیان جهتی G و ضریب مزدوج توسط معادلات (13) و (14) محاسبه می‌گردد.

گام 5: جهت فرود d_m^k و مقدار گام جهتی به ترتیب توسط معادلات (12) و (15) تعیین می‌گردند.

گام 6: تخمین جدید برای توزیع دمای T_h تعیین گردیده و با جایگزینی مرحله k با $k+1$ به گام شماره 1 برگشت می‌شود.

قابل ذکر است که به‌منظور نمایش نتایج عددی از پارامترهای بدون بعد زیر در کار حاضر استفاده شده است.

$$\theta = \frac{T}{T_D} \quad (X, Y) = \left(\frac{x}{H}, \frac{y}{H} \right) \quad Q = \frac{q}{\sigma T_D^4} \quad RC = \frac{\sigma T_D^3 H}{k}$$

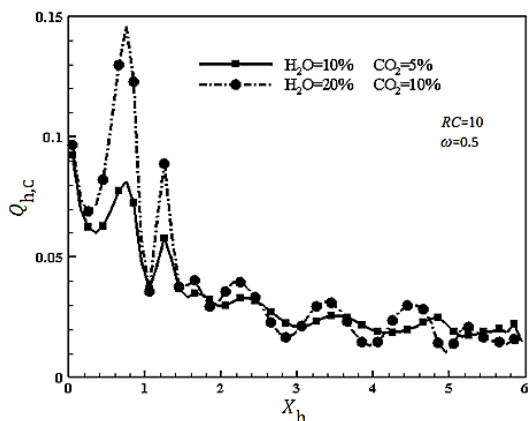
7- اعتبارسنجی نتایج

برای بررسی درستی و کارآمدی برنامه رایانه‌ای نوشته شده به زبان فرترن، نتایج حاصل از مطالعه کنونی با نتایج مطالعات پیشین مقایسه می‌شود. بدین منظور نتایج کار حاضر با مساله مستقیم انتقال حرارت مرکب تشعشعی و هدایت انجام شده توسط ماهاپاترا [27] مقایسه شده است. مساله مورد مطالعه یک محفظه مربعی با طول L و دیوارهای سیاه و دما ثابت است و دمای دیوار سمت چپ از دمای سایر دیوارها بیشتر است.

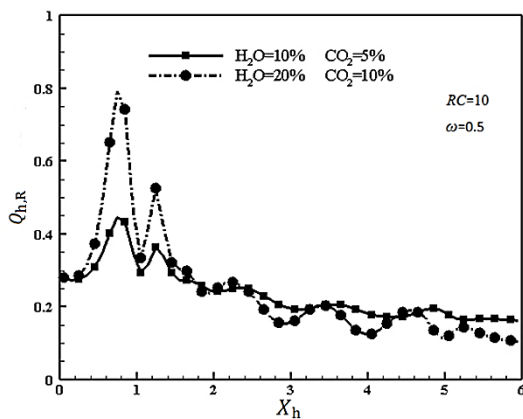
چگونگی تغییرات دما در صفحه میانی محفظه $(y=L/2)$ ، در طول محور افقی (x) در "شکل 2" نشان داده شده است. همان‌طور که در "شکل 2" دیده می‌شود، سازگاری خوبی بین نتایج عددی حاضر و نتایج گزارش شده در مرجع [27] وجود دارد.

مقدار مختلف کسر مولی بخار آب و دی اکسید کربن رسم شده است. که موید وقوع بیشترین دما در مقطع $X=1$ (ابتدای سطح طراحی) و کاهش دما در جهت پایین دست جریان به همراه نوسانات دمایی می‌باشد. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش کسر مولی گازهای تابشی در مخلوط گازی و در پی آن ازدیاد قدرت تابشی گاز، درجه حرارت سطح هیتر به منظور نگهداری سطح طراحی در دما و شارحرارتی دلخواه افزایش می‌یابد، به طوری که توان حرارتی بیشتری در هیتر نصب شده نیاز است.

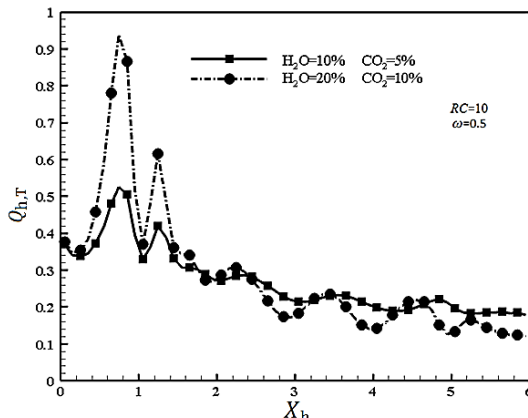
به منظور نمایش بیشتری از رفتار حرارتی سیستم، در "شکل 7" توزیع شارحرارتی جابجایی، تابشی و کل در روی سطح هیتر رسم شده است. این



الف) شار حرارتی جابجایی



ب) شار حرارتی تابشی



ج) شار حرارتی کل

Fig. 7 Total heat flux distribution over the heater surface at different CO_2 and H_2O mole fractions

شکل 7 توزیع شار حرارتی روی سطح هیتر

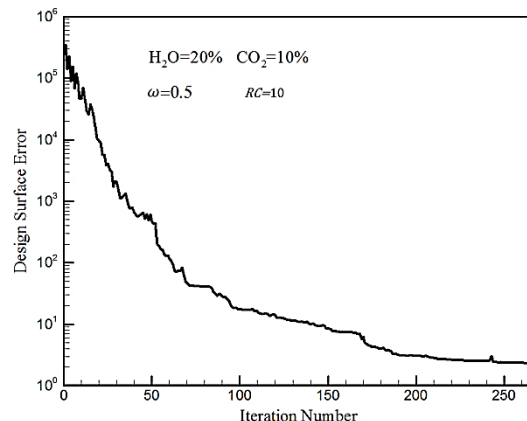


Fig. 4 Design surface error with iteration level

شکل 4 مقدار خطای سطح طراحی در روند تکراری محاسبات

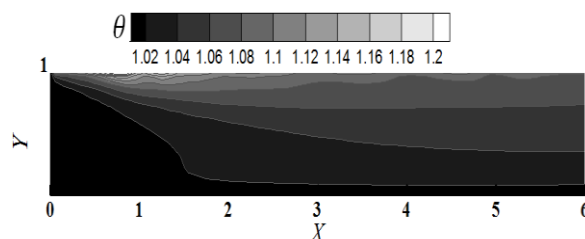


Fig. 5 Temperature distribution in the air flow cavity for air mixture with 10% CO_2 and 20% H_2O , $RC=10$

شکل 5 میدان دما در جریان داخل کانال

گرفته شده است.

شکل مذکور نشان می‌دهد که برای اعمال شار حرارتی یکنواخت و معادل 200 W/m^2 به سطح طراحی، نیاز به افزایش ناگهانی دما روی سطح هیتر بوده به نحوی که بیشترین مقدار دما دقیقاً در مقطعی که سطح طراحی شروع می‌شود اتفاق می‌افتد، به طوری که بعد از آن، با داشتن نقاط ماکزیمم و مینیمم محلی، دما کاهش چشمگیری پیدا می‌کند. چگونگی فرآیند گرمایش گاز در طول کانال نیز به وضوح در "شکل 5" قابل مشاهده است. به نحوی که در پایین دست جریان، دمای گاز افزایش یافته و گرادبان دمایی قابل ملاحظه‌ای در جریان گاز در جهت Y به ویژه در نزدیکی مقطع خروجی کانال به وجود می‌آید.

در "شکل 6" نحوه تغییرات درجه حرارت روی سطح هیتر بازای دو

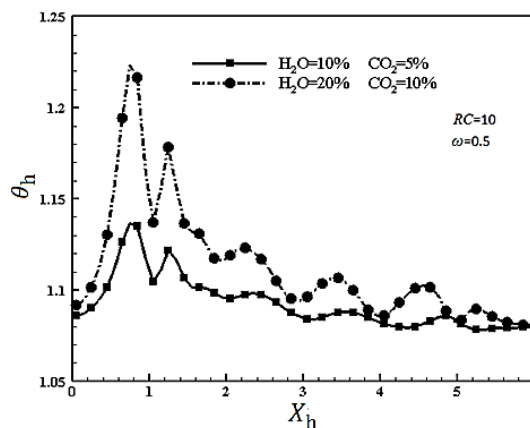


Fig. 6 Temperature distribution over the heater surface at different H_2O and CO_2 mole fractions

شکل 6 توزیع دما روی سطح هیتر بازای کسرهای مولی مختلف برای CO_2 و H_2O

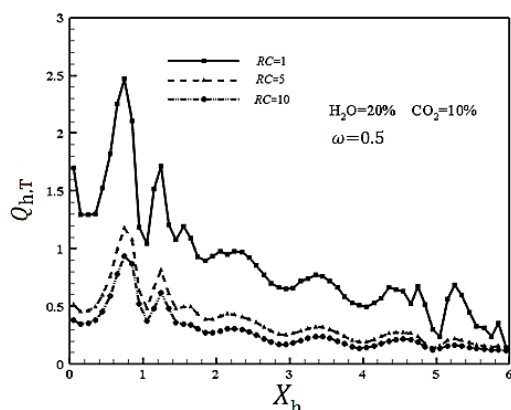


Fig. 9 Total heat flux distribution over the heater surface at different values of the RC parameter

شکل 9 توزیع شار حرارتی روی سطح هیتر برای مقادیر مختلف پارامتر تابشی هدایتی

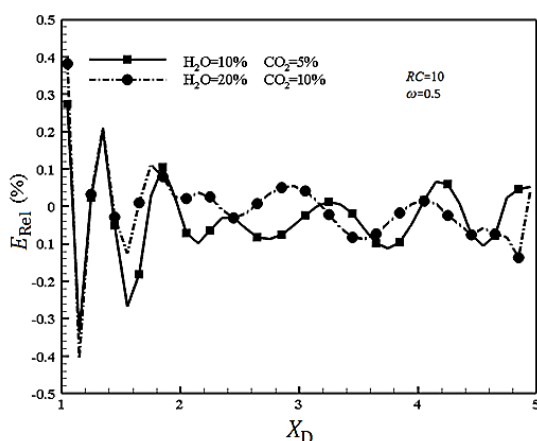


Fig. 10 Relative error distribution over the design surface for different values of gas mole fractions

شکل 10 نحوه تغییرات خطای نسبی روی سطح طراحی

مخلوطی از هوا، دی‌اکسیدکربن و بخار آب فرض شده است. هدف بررسی اثرات نوع محیط تابشی بر حل مسئله معکوس می‌باشد به گونه‌ای که در آن از روش گرادیان مزدوج برای پیدا کردن توزیع دما روی سطح گرمکن به‌منظور برقرار نمودن شار حرارتی و توزیع دمایی مشخص روی سطح طراحی استفاده شده است. در این کار با تغییر دادن کسرهای مولی گازهای CO_2 و H_2O در مخلوط تابشی، جنس محیط تابشی عوض شده و سعی شده است اثر این پارامتر به‌خصوص در توزیع دمایی سطح هیتر و مقدار شار حرارتی تابشی و جابجایی آن مورد مطالعه قرار گیرد. نتایج نشان می‌دهند که با زیاد شدن کسر مولی بخار آب و دی‌اکسید کربن در مخلوط گازی به‌منظور برقراری دما و شار حرارتی یکنواخت روی سطح طراحی نیاز به هیتری با توان حرارتی بالاتر می‌باشد.

11- فهرست علائم

d	جهت فرود
E	خطا
G	تابع هدف (خطای سطح طراحی)
H	ارتفاع کانال
I	شدت تشعشع

شکل نشان‌دهنده رفتار مشابهی در نحوه تغییرات شار جابجایی و تابشی روی سطح هیتر است، همان‌گونه که در "شکل 5" دیده شد، به‌طوری‌که بیشترین توان محلی مصرفی در مقطع ابتدایی سطح طراحی اتفاق افتاده و بعد از آن روند نزولی شار جابجایی و تابشی در راستای سطح هیتر با وجود نوساناتی در این متغیرها ایجاد می‌شود. شکل (ج-7) نیز گواه بر این واقعیت است که با تابشی تر شدن محیط از طریق ازدیاد کسر مولی بخار آب و دی‌اکسیدکربن توان مصرفی هیتر در نواحی بالا دست جریان افزایش یافته اما در نواحی پایین دست تأثیر چندانی مشاهده نمی‌شود.

یکی از عوامل مؤثر در پدیده انتقال حرارت تابشی پارامتر تابشی هدایتی است که مقدار بزرگ آن مویید غالب بودن انتقال حرارت تابشی به هدایت است. به‌منظور مطالعه اثر این پارامتر در "شکل 8" توزیع دمایی هیتر و در "شکل 9"، شار حرارتی کل در روی سطح هیتر به تصویر کشیده شده است. این اشکال گواه بر این واقعیت هستند که با زیاد شدن قدرت صدور انرژی تابشی گاز نیاز به هیتری با درجه حرارت پایین تر و به تبع آن با قدرت مصرفی کمتر می‌باشد.

یکی از پارامترهایی که میزان دقت محاسبات را در مسئله طراحی معکوس نشان می‌دهد خطای نسبی است که به‌صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد

$$E_{\text{rel}} = \frac{(Q_{D,n} - Q_{e,n})}{Q_{D,n}} \quad (20)$$

که مقدار آن در هر نقطه محاسباتی روی سطح طراحی میزان انحراف شارحرارتی دلخواه از مقدار محاسبه شده در طی حل مسئله معکوس را به‌صورت درصد بیان می‌کند. در "شکل 10" توزیع این پارامتر در راستای سطح طراحی رسم شده است. ضمن این‌که می‌توان به این واقعیت پی برد که با کوچک بودن مقدار این خطا $E_{\text{rel}} \leq 0.4\%$ برای تمامی نقاط محاسباتی انتظار دقت بالایی در محاسبات طراحی می‌رود. بیشترین مقدار خطا برای نقاط ابتدایی اتفاق افتاده جایی که گرادیانهای بزرگ دمایی به‌وقوع می‌پیوندد. به‌علاوه "شکل 10" مویید این واقعیت است که تغییر در کسر مولی گازهای تابشی موجود در هوا تأثیر چندانی بر خطای نسبی ندارد.

10- نتیجه‌گیری

مطالعه حاضر به تحلیل انتقال حرارت معکوس ترکیبی تابش-جابجایی، داخل یک کانال مستطیلی شکل می‌پردازد. محیط مورد مطالعه گاز تابشی با

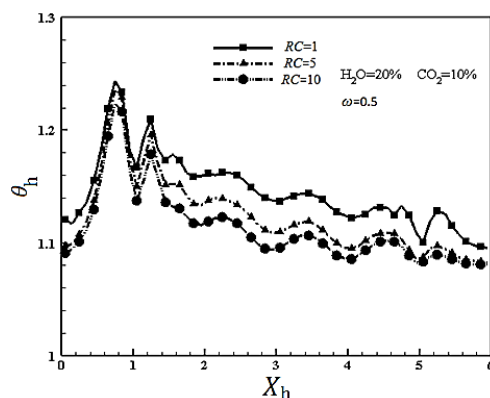


Fig. 8 Temperature distribution over the heater surface at different values of the RC parameter

شکل 8 توزیع درجه حرارت روی سطح هیتر برای مقادیر مختلف پارامتر تابشی هدایتی

12- مراجع

- [1] R. Viskanta, Overview of convection and radiation in high temperature, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1677-1699, 1998.
- [2] M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, Chapter 16, Academic Press, San Diego, 2003.
- [3] R. Siegel, J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, Fourth Edition, pp. 44-46, Published by Taylor & Francis, New York, USA, 2002.
- [4] G. Lauriat, Combined Radiation-Convection in Gray Fluids Enclosed in Vertical Cavities, *ASME Journal of heat transfer*, Vol. 104, No. 4, pp. 609-615, 1982.
- [5] J. C. Chai, H. S. Lee, S. V. Patankar, Finite volume method for radiation heat transfer, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.8, No.3, pp. 419-425, 1994.
- [6] S. C. Mishra, H. K. Roy, Solving transient conduction-radiation problems using the lattice Boltzmann method and the finite volume method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 223, pp.89-107, 2007.
- [7] M. Y. Kim, S. W. Baek, C. Y. Lee, Prediction of radiative heat transfer between two concentric spherical enclosures with the finite volume method, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 4820-4828, 2008.
- [8] F. C. Lockwood, N. G. Shah, A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures, *Symposium (International) on Combustion*, Vol. 18, pp. 1405-1414, 1981.
- [9] N. Anand, S. C. Mishra, The discrete transfer method applied to the radiative heat transfer in a variable refractive index semitransparent medium, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 102, pp. 432-440, 2006.
- [10] R. Viskanta, R. J. Grosh, Heat Transfer in a Thermal Radiation Absorbing and Scattering Medium, *International Heat Transfer conference*, pp. 820-828, New York, 1961.
- [11] M. P. Menguc, R. Viskanta, Radiation heat transfer in combustion systems, *Energy Combustion Science*, Vol. 13, pp.97-160, 1987.
- [12] E. E. Khalil, J. S. Truelove, Calculation of radiative heat transfer in a large gas fired furnace, *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 4, pp. 353-365, 1977.
- [13] A. Mezrhab, D. Lemonnier, S. Meftah, A. Benbrik, Numerical study of double diffusion convection coupled to radiation in a square cavity filled with a participating grey gas, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol.41, pp. 195501-195517, 2008.
- [14] W. A. Fiveland, Discrete ordinates solution of the radiative transport equation for rectangular enclosures, *Journal Heat Transfer*, Vol. 106, No. 4, pp. 699-706, 1984.
- [15] A. Yucel, S. Acharya, M. L. Williams, Natural convection and radiation in a square enclosure, *Numerical Heat Transfer, part A: Application*, Vol. 15, pp. 261-278, 1989.
- [16] A. Yucel, S. Acharya, M. L. Williams, Natural convection of a radiating fluid in square enclosure with perfectly conducting walls, *Sadhana*, Vol. 19, pp.751-764, 1994.
- [17] S. C. Mishra, H. K. Roy, N. Misra, Discrete ordinate method with a new and a simple quadrature scheme, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 101, pp. 249-262, 2006.
- [18] F. Moufekkik, M. A. Moussaoui, A. Mezrhab, H. Naji, D. Lemonnier, Numerical prediction of heat transfer by natural convection and radiation in an enclosure filled with an isotropic scattering medium, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 113, pp. 1689-1704, 2012.
- [19] H. Chiu, J. Jang, W. Yan, Mixed convection heat transfer in horizontal rectangular ducts with radiation effects, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 15, pp. 2874-2882, 2007.
- [20] M. Moein addini, S. A. Gandjalikhan, Investigation of lid-driven speed on mixed convection heat transfer in two dimensional cavities containing radiating gases by numerical method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 239-250, 2016. (in Persian)
- [21] S. M. Hosseini Sarvari, J. R. Howell, S. H. Mansouri, Inverse boundary design conduction-radiation problem in irregular two-dimensional domains, *Numerical Heat Transfer: Part B: Fundamentals*, Vol. 44, No. 3, pp. 209-224, 2003.
- [22] A. A. Shokouhi, S. Payan, S. M. Sarvari, Inverse Boundary Design Problem of Turbulent Forced Convection Between Parallel Plates With Surface Radiation Exchange, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 36, No. 5, pp. 488-497, 2015.
- [23] S. M. Hosseini Sarvari, S. H. Mansouri, J. R. Howell, Inverse boundary design radiation problem in absorbing-emitting media with irregular Geometry, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 43, pp. 565-584, 2003.
- [24] S. M. Hosseini Sarvari, Inverse determination of heat source distribution in conductive-radiative media with irregular geometry, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 93, pp. 383-395, 2005.
- [25] S. Mehraban, S. M. H. Sarvari, A. Farahat, Quasi-Steady Method for Inverse Design and Control of a Two-Dimensional Radiant Oven in Transient State, *Proceeding ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer*, Marrakesh, Morocco, pp. 114, 2008.
- [26] K. J. Daun, J. R. Howell, D. P. Morton, Geometric Optimization of Radiative Enclosures Through Non-Linear Programming, *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 43, pp. 203-219, 2003.

J	ماتریس حساسیت
\bar{r}	بردار مکان
k	ضریب هدایت حرارتی
C_p	ظرفیت حرارتی ویژه
L	مشخصه طول کانال
M	شمارنده گره روی گرمکن
N	شمارنده گره روی سطح طراحی
q	شارحرارتی
Q	شارحرارتی بدون بعد
RC	پارامتر تشعشع - هدایت
T	دما
U_0	سرعت متوسط در ورودی کانال
U	مولفه سرعت بدون بعد در راستای افقی
u	مولفه سرعت در راستای افقی
x, y	مختصات ابعادی
X, Y	مختصات بدون بعد

علائم یونانی

β	ضریب میرایی
ε	ضریب صدور
δ	تابع دیراک
φ	تابع پخش فازی
γ	ثابت وزنی
η	مشتق شدت تشعشع به المان هیتر
θ	دمای بدون بعد
ρ	چگالی
ξ	مشتق دما نسبت به المان هیتر
λ	طول موج
σ	ضریب استفن بولتزمن
σ_a	ضریب جذب
σ_s	ضریب پخش
ω	ضریب البدو
K_p	ضریب جذب متوسط
Ω	زاویه فضایی

زیر نویس ها

b	جسم سیاه
D	سطح طراحی
B	پایین
e	تخمینی
ave	مقدار متوسط
in	ورودی
C	جابجایی
R, r	تشعشعی
T	کل
W	دیوار
Rel	نسبی
rms	میانگین مربع ریشه‌ها

& *Radiative Transfer*, Vol. 102, No. 2, pp. 277–292, 2006.
[28] M. N. Ozisik, H. R. B. Orlande, *Inverse Heat Transfer*, pp. 58-66, Published by Taylor & Francis, New York, USA, 2000.

[27] S. K. Mahapatra, B. K. Dandapat, A. Sarkar, Analysis of combined conduction and radiation heat transfer in presence of participating medium by the development of hybrid method, *Journal of Quantitative Spectroscopy*