ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدرس



mme.modares.ac.ir

## ر. دهی لمب و استفاده از

## بازسازی شکل عیب در ورق آلومینیومی توسط امواج هدایت شدهی لمب و استفاده از روش بازسازی چند ضلعی در تومو گرافی

امير اشكان مختارى<sup>1</sup>، عبدالرضا اوحدى<sup>2\*</sup>، حميدرضا امين داور<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

3- استاد، مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

\* تهران، صندوق پستی: a\_r\_ohadi@aut.ac.ir ،15875-4413

چکیدہ	اطلاعات مقاله
یکی از مهمترین مسائل در زمینه ی پایش سلامت سازه و آزمون غیرمخرب، به دست آوردن ویژگیهایی از عیبهای موجود در سازه از جمله شکل ناحیه ی معیوب است. برای دستیابی به شکل عیب، از روشهای موجود در توموگرافی استفاده میشود. پیش از این، از دو روش کلی بازسازی جبری و روش مبتنی بر تبدیل استفاده شده است که در آنها معایبی از جمله حساسیت به ناقص بودن اطلاعات، عدم قابلیت نصب سیستم پایشگر بر روی سازه و یا دقت پایین تصویر مشاهده میشود. در پژوهش حاضر، روش نوینی برای به دست آوردن شکل ناحیه ی معیوب در ورق با استفاده از مبانی بازسازی چند ضلمی در توموگرافی از طریق تبدیل رادن معرفی شده است. در این روش ناحیه ی معیوب با یک چند خر ورق با استفاده از مبانی بازسازی چند ضلمی در توموگرافی از طریق تبدیل رادن معرفی شده است. در این روش ناحیه ی معیوب با یک چند ضلعی که تعداد ضلعهای آن به دلخواه انتخاب میشود تقریب زده میشود و هدف یافتن رئوس این چند ضلعی است. برای سنجش درستی و توانایی روش، ورقی آلومینیومی همراه با سوراخی به شکل مثلث به عنوان عیب در نرمافزار مدل شد. سپس با استفاده از آرایههایی متشکل از مبدلهای پیزوالکتریک که روی ورق نصب میشوند اقدام به فرستادن پرتوهایی از موج هدایت شده کست. آمد و متاد محدودی زاویه به سمت ناحیه ی معیوب را این میشاده از آرایه هایی می دستورانی به شکل مثلث به می به در نرمافزار مدل شد. سپس با استفاده از آرایه هایی متشکل از مبدلهای پیزوالکتریک که روی ورق نصب میشوند اقدام به فرستادن پرتوهایی از موج هدایت شده ی لمب در تعداد محدودی زاویه به سمت ناحیه ی معیوب گردید و در نهایت با پردازش سیگنالهای بازتابی، رئوس چند ضلعی موردنظر به دست آمد و نتایچ به دست آمده کارآمدی این روش را تایید نمود.	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 30 آبان 1393 پذیرش: 44 بهمن 1393 ارائه در سایت: 11 اسفند 1393 <i>کلید واژگان:</i> پایش سلامت سازه تومو گرافی بازسازی شکل عیب بازسازی چندضلعی

# Reconstructing the damage shape in aluminum plate using guided Lamb wave and polygon reconstruction technique in tomography

Amir Ashkan Mokhtari<sup>1</sup>, Abdolreza Ohadi<sup>1\*</sup>, Hamidreza Amindavar<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University, Tehran, Iran

2- Department of Electrical Engineering, Amirkabir University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 15875-4413 Tehran, Iran, a\_r\_ohadi@aut.ac.ir

#### ARTICLE INFORMATION

#### Abstract

Original Research Paper Received 21 November 2014 Accepted 24 January 2015 Available Online 02 March 2015 *Keywords:* Structural Health Monitoring Tomography Damage Shape Reconstruction Polygon Reconstruction One of the most important challenges in the field of structural health monitoring and nondestructive testing is assessment of some features of damages in structures, like the shape of damaged region. To reconstruct the shape of damage, various methods in tomography. Already, researchers have used two general types of shape reconstruction techniques: transform based methods and algebraic reconstruction methods. Both methods suffer from some disadvantages like high sensitivity to incomplete data sets, bulky and expensive scanning hardware or low image resolution. In this work, a novel method to find the shape of damage via polygon reconstruction technique in tomography using the Radon transform is introduced. In this technique, damaged region is approximated by a polygon, the number of sides of which is chosen arbitrarily, the aim is to find this polygon's vertices. To achieve this goal, an aluminum plate with a triangular hole as the damaged region using arrays of piezoelectric transducers in just a few numbers of angles. Finally the polygon's vertices were determined by processing the reflected signals from the damaged region. The results confirmed the efficiency of the proposed method.

#### 1– مقدمه

سالهای اخیر بودهاند. هدف پایش سلامت سازه دادن اطلاعات در مورد وضعیت مواد، اتصالات و قسمتهای مختلف سازه از نظر سلامتی در هرلحظه از عمر آن است. وضعیت سازه باید در دامنهای که هنگام طراحی مدنظر بوده باقی بماند، گرچه با گذر زمان دچار تغییر شود [1]. در بین روشهای موجود،

بدون شک نگهداری از سازههای مهندسی برای اطمینان از یکپارچگی و ایمنی آنها از اهمیت بالایی برخوردار است. به همین دلیل موضوع پایش سلامت سازه و آزمون غیرمخرب زمینههای مورد توجهی برای تحقیقات در

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. A. Mokhtari, A. Ohadi, H. Amindavar, Reconstructing the damage shape in aluminum plate using guided Lamb wave and polygon reconstruction technique in tomography, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 4, pp. 239-246, 2015 (In Persian)

بهرهگیری از امواج هدایت شدهی لمب به دلیل خصوصیات ویژهی آن از جمله قابلیت انتشار در فواصل طولانی و حساسیت نسبت به عیوب [2] مورد توجه ویژهای قرار گرفته است. همچنین روشهای متعددی برای پردازش اطلاعات دریافتی از حسگرها معرفی شده است، یکی از روشهایی که اطلاعات بسیار مفیدی از وضعیت عیب موجود سازه میدهد توموگرافی است.

توموگرافی روشی برای تصویرسازی از سطح مقطع یک جسم توسط امواج بازتایی یا عبوری از جسم در جهتهای گوناگون است. به دست آوردن تصویر از عیب موجود در ورق اطلاعات بسیار مفیدی از وضعیت سلامت آن و پیشبینی نحوهی انتشار عیب در ورق ارائه میدهد. استفاده از امواج هدایت شدهی لمب و روش توموگرافی قابلیت به کارگیری مزیتهای هر دو را در اختیار ما قرار میدهد. تاکنون تحقیقات گوناگونی در این زمینه انجام شده است، در سال 1991 جانسن و هوچینز [3] توسط امواج ریلی برای عیبیابی در سازههای قطور و همچنین امواج لمب برای ورقهای نازک توسط روش پروژکسیون فیلتر شده<sup>1</sup> اقدام به بازسازی شکل ناحیهی معیوب کردند. در این روش فرستنده و گیرنده بالاتر از سطح ورق قرار داشتند و یک سیستم مکانیکی مجموعه را برای هر بار اسکن می چرخاند، این روش مستلزم کامل بودن اطلاعات اسکنها بود و همچنین سیستم پایشگر قابلیت نصب بر روی سازه را نداشت. در سال 1994 جانسن و هوچینز [4] نتایج کار پیشین خود را به ورقهای کامپوزیت تعمیم دادند. در سال 2001 مالیارنکو و هیندرز [5] توسط روش بازسازی جبری تصویر و با فرض پرتوهای خمیده اقدام به بازسازی ناحیهی عیب در ورق آلومینیومی کردند. از مزایای این روش حساسیت کمتر به نویز و ناقص بودن اطلاعات است ولی دقت تصاویر بازسازی شده پایین بود و همچنین سیستم پایشگر بزرگ و پرهزینه بود و حس گرها باید در هر بار به صورت مناسبی با صفحه تماس پیدا می کردند، در سال 2002 لئوناردو و ماليارنكو [6] با استفاده از روش بازسازي جبري اصلاح شدهای اقدام به بازسازی تصویر عیب در ورق آلومینیومی و کامپوزیت کردند، آنها توسط دو مبدل که روی دو لغزنده قرار داشتند و توسط موتوری جابجا میشدند، اقدام به اسکن کردن ورق نمودند، در این روش نیز قابلیت نصب حس گرها روی سازه وجود نداشت و تجهیزات سنگین و پرهزینه بود. در سال 2004 پراساد و بالاسوبرامانیان [7] با به کار گیری مبدل های پیزوالکتریک و استفاده از روش بازسازی جبری اقدام به بازسازی تصویر ناحیهی معیوب در ورقهای کامپوزیت کردند، مزیت روش آنها استفاده از تعداد کمتری حس گر، قابلیت نصب حس گر روی سازه بهمنظور پایش به هنگام سازه و همچنین استفاده از انرژی کمتر برای این کار بود و از معایب آن میتوان به تفکیک پذیری پایین تصویر تشکیل شده اشاره کرد.

در تحقیقات بیان شده مشکلاتی نظیر عدم امکان نصب تجهیزات بهصورت دائمی بر روی سازه به منظور پایش بلادرنگ سازه، نیاز به تابش موج از تعداد زیادی زاویه به منطقهی معیوب و تفکیک پذیری پایین وجود دارد، بدین منظور در این مقاله اقدام به معرفی روشی جدید بر پایهی مفهوم بازسازی چند ضلعی با استفاده از تبدیل رادن<sup>2</sup> میشود، با استفاده از این روش می توان منطقهی معیوب را به صورت یک چند ضلعی در نظر گرفت (تعداد ضلعهای چند ضلعی با توجه به دقت مورد نیاز انتخاب می شود) و با تاباندن موج از تعداد محدودی زاویه اقدام به بازسازی تصویر ناحیهی معیوب نمود. هدف اصلی در این تحقیق پایهریزی این روش نوین به صورت مفهومی و بررسی امکانسنجی آن با استفاده از شبیهسازی است، واضح است که به

نحوهی تنظیم این مقاله بدین صورت است: ابتدا مروری بر مبانی انتشار امواج لمب آورده می شود، در بخش بعدی مفاهیم مربوط به شکل دهی پرتو بیان میشود، سپس مبانی بازسازی چندضلعی توسط تبدیل رادن معرفی می شود و پس از آن مدل سازی و تحلیل نتایج آورده می شود.

#### 2- مباني امواج لمب

این امواج به نام مکتشف آن هوریس لمب [8] که تئوری انتشار آنها را در 1917 ایجاد کرد نامگذاری شده است. لمب قادر نبود که این امواج را به صورت فیزیکی ایجاد کند. این امر توسط محققان پس از او، که به فایدهی این امواج برای تشخیص عیب هم اشاره کردند، به دست آمد. امواج لمب در یک مادهی نامحدود که توسط دو سطح محدود شده به عنوان نتیجهی جمع انعکاسهای چندگانه امواج طولی و امواج برشی از سطوح محدود کننده، منتشر می شود. در مورد این موجها نوسانات ذرات ماده بسیار پیچیده هستند. بسته به توزيع جابجايىها در سطوح محدود كنندهى بالايى و پايينى، دو شکل از امواج لمب ظاهر می شود: مودهای متقارن So,S1,.. و مودهای نامتقارن..., *A*0, *A*1. قابل توجه است که تعداد این مودها بینهایت است [9].

در روند عیبیابی با استفاده از امواج هدایت شدهی لمب انتخاب دو پارامتر بسیار مهم و تعیین کننده است. مود مناسب تحریک (متقارن یا نامتقارن) و فرکانس مناسب. در کاربردهای متفاوت عیبیابی با توجه به ویژگیهای مخصوص هر مود میتوان تحریک را به شکلی را انجام داد که مود متقارن  $S_0$  یا مود نامتقارن  $A_0$  ایجاد شود [10]. امواج هدایت شدهی لمب امواجى پراكنده شونده هستند، به اين معنا كه سرعت انتشار آنها وابسته به فرکانس موج است. برای کاربرد عیبیابی بسیار مهم است که فرکانس در ناحیه ای انتخاب شود که دو خصوصیت تا حد امکان ارضا شود: اولا این که تنها یک مود تحریک شود، دوم این که سرعت موج در بازهی محدودی اطراف فرکانس تحریک ثابت باشد. ابزاری که برای انتخاب فرکانس از آن استفاده میکنیم نمودارهای پراکنش<sup>3</sup> هستند. در این نمودارها سرعت موج برحسب حاصل ضرب فرکانس و ضخامت برای مودهای مختلف ترسیم شده [11]. برای به دست آوردن نمودارهای پراکنش باید معادلات ریلی -لمب را برای مودهای متقارن و نامتقارن حل کنیم، این معادلات برای حالت متقارن به صورت معادلهی (1) است [2]:

$$\frac{\tan(qd)}{\tan(pd)} = -\frac{4k^2pq}{(k^2 - q^2)^2}$$
(1)

و برای حالت نامتقارن به صورت معادلهی (2) است:

$$\frac{\tan(qd)}{\tan(pd)} = -\frac{(k^2 - q^2)^2}{4k^2 pq}$$
(2)

$$p^2 = \frac{\omega^2}{2} - k^2 \tag{3}$$

$$q^{2} = \frac{\omega^{2}}{c_{s}^{2}} - k^{2}$$
(4)

دلیل نوپا بودن روش پیشنهادی ادامهی تحقیقات میتواند منجر به بهینهسازی آن شود. پس از بیان مبانی علمی روش، با استفاده از نرمافزار آباکوس اقدام به شبیهسازی یک ورق آلومینیومی که دارای عیب سوراخ است می شود و سپس با پردازش سیگنال های دریافتی از تحلیل المان محدودی اقدام به بازسازی تصویر عیب می گردد.

<sup>3-</sup> Dispersion Curve

<sup>1-</sup> Filtered-Back Projection 2- Radon Transform

Ν

لازم به ذکر است که k عدد موج، w فرکانس موج، L سرعت موج طولی و  $C_L$  سرعت موج برشی هستند که با ثابتهای مدول یانگ E ، نسبت پواسان v و مدول برشی G قابل محاسبه میباشند. بنابراین، فرکانس و سرعت فاز موج تنها متغیرهای این معادلات هستند. نمودارهای پراکنش برای یک ورق آلومینیومی در شکلهای  $\mathbf{1}$  و  $\mathbf{2}$  نشان داده شده است.

#### 3- تشكيل پرتو

تشکیل پرتو یک روش پردازش سیگنال در آرایههای حسگری برای ارسال موج در یک جهت خاص یا دریافت آن از جهتی خاص است [13]. با فعال کردن هر کدام از حسگرهای آرایه با تاخیری محاسبه شده، امواج منتشر شده در جهت موردنظر تداخل سازنده خواهند داشت و در جهتهای دیگر تداخل مخرب، بنابراین در جهت موردنظر یک پرتوی تقویتشده داریم. تشکیل پرتو در هر دو حالت ارسال و دریافت موج برای در اختیار داشتن جهت ارسال یا دریافت استفاده میشود. این روش کاربردهای متعددی در رادار، سونار، تصویر برداریهای پزشکی، ارتباطات و مهندسی پزشکی دارد.

#### 3-1- شکلدهی پرتو به روش تاخیر و جمع

مبنای این روش اعمال تاخیر مناسب روی سیگنال خروجی از هر المان آرایه است. در این صورت خروجی آرایه که مجموع خروجیهای هر المان است، در جهت مطلوبی تقویت میشود. معادلهی (5) بیان ریاضی این موضوع است. همچنین شماتیکی از این روش در شکل 3 نشان داده شده است.



شكل 2 نمودار سرعت فازى براى ورق آلومينيومي [12]

 $f_{1}(t) \longrightarrow f_{1}(t - \delta_{1}(\theta)) \longrightarrow W_{1}$   $f_{2}(t) \longrightarrow f_{2}(t - \delta_{2}(\theta)) \longrightarrow W_{2}$   $f_{N}(t) \longrightarrow f_{N}(t - \delta_{N}(\theta)) \longrightarrow W_{N}$   $W_{N}$   $W_{N}$  W

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n f_n(t - \delta_n(\theta))$$
(5)

بطوریکه  $f_n(t)$  سیگنال خروجی از المان n ام آرایه، W ضریب وزن مربوط به هر المان،  $\delta(t)$  تاخیر زمانی به عنوان تابعی از جهت هدایت سیگنال و F(t) سیگنال خروجی آرایه که در جهت هدایت شده است، می باشند.

مقادیر تاخیر از معادلهی (6) به دست میآید.

$$\delta_n(\theta) = \frac{s_n \cos(\theta)}{c_p} \tag{6}$$

که در آن  $c_p$  سرعت موج و  $s_n$  فاصلهی بین سنسورها میباشد.

یکی از نمودارهای مهم در تشکیل پرتو، نمودار الگوی آرایه میباشد. این نمودار قدرت پرتوی تشکیل شده را در جهتهای مختلف نشان میدهد، برای یک آرایهی 25 تایی از سنسورهای دایرهای الگوی آرایهای به صورت شکل میباشد.

### 4- بازسازی چندضلعی توسط تبدیل رادن

در این بخش نشان داده میشود که میتوان مختصات رئوس یک چند ضلعی را توسط داشتن تعداد محدودی از ممانهای مختلط آن به دست آورد [14]. این نتیجه را میتوان در زمینههای مختلفی از جمله توموگرافی به کار برد که در آن مایلیم شکل یک جسم را توسط تعداد محدودی از تصویر کردنهای آن تخمین بزنیم. در ادامه به بیان مبانی آن پرداخته میشود.

#### 4-1- تبديل رادن

تبدیل رادن تابع  $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  که آن را با  $(t, \theta)$  نشان میدهیم تبدیلی انتگرالی است که مطابق معادلهی (7) مقدار آن برابر با انتگرال تابع بر روی یک خط است که شیب آن برابر  $\frac{\pi}{2} + \theta$  و فاصلهی آن از مبدا برابر t است (شکل 5).

$$g(t,\theta) \equiv \Re f = \iint f(x,y)\delta(t - X^{\mathrm{T}}\omega)dxdy$$

$$(7)$$

که 🗶 و 🛛 به صورت معادلههای (8) و (9) تعریف میشوند.





$$X = [x, y]^{\mathrm{T}}$$
(8)  
$$\omega = [\cos(\theta), \sin(\theta)]^{\mathrm{T}}$$
(9)

#### 4-2- مبانی ریاضی بازسازی چندضلعی

در این بخش بیان میشود که روئوس یک n ضلعی که به صورت ساده به هم متصل شدهاند را می توان با معلوم بودن تعداد مشخصی از ممانهای مختلط آن به دست آورد.

#### 4-2-1- به دست آوردن ممانهای یک تابع توسط تبدیل رادن

سوالی که میخواهیم به آن پاسخ بدهیم این است: تا چه اندازه میتوان با داشتن تعداد محدودی از تبدیلهای رادن یک تابع (f(x,y)، آن تابع را مشخص کرد؟ فرض کنید [(o),  $\sin(\theta)$  مشخص کرد؟ فرض کنید ( $\omega = [\cos(\theta), \sin(\theta)]$ باشد و X = [x, y] یک بردار در فضای  $\mathbb{R}^2$  باشد. فرض کنید که تکیه گاه تابع در یک دایره با شعاع واحد قرار داشته با استفاده از تعریف تبدیل f(x, y)رادن رابطهی (10) را داریم.

$$H^{(k)}(\theta) \equiv \int_{-1}^{1} g(t,\theta) t^{k} dt = \sum_{j=0}^{k} {k \choose j} \cos(\theta)^{k-j} \sin(\theta)^{j} \mu_{k-j,j}$$
(10)

 $(\omega \cdot x)^k = (\cos(\theta) x + \pi)$  با گسترش (10) سمت راست معادله ( براساس قضیهی دو جملهای بهدست میآید، و از آنجایی که sin( $\theta$ ) y)<sup>k</sup> هستند که به صورت معادلهی f(x, y) هستند که به صورت معادلهی  $\mu_{k-j,j}$ (11) تعريف مي شوند،

$$\mu_{p,q} = \iint f(x,y) x^p y^q dx dy \tag{11}$$

$$H^{(k)}(\theta) = D^{(k)}(\theta)\mu^{(k)}$$
(13)  
$$D^{(k)} =$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{k,0} \cos(\theta)^k, \gamma_{k-1,1} \cos(\theta)^{k-1} \sin(\theta), \dots, \gamma_{0,k} \sin(\theta)^k \end{bmatrix}$$
(14)  
$$\gamma_{k,j} = \binom{k}{j}$$
(15)

حال مسالهای را در نظر بگیرید که در آن به تعداد p پروژکسیون g(t,  $\theta_i$ ), i = 1,2,..., p داریم و میخواهیم تا جای ممکن تابع f(x, y) را به صورت منحصربه فرد تعیین کنیم. ما به این مساله به صورت زیر نگاه می کنیم:

فرض کنید H<sup>(k)</sup>(G<sub>i</sub>), ∀k, i = 1,..., p ها را داریم و میخواهیم هرچه ممکن است  $\mu^{(j)}$  ها را پیدا کنیم.

- قضيه 1: (مشخص شدن p ممان توسط p پروژكسيون): فرض كنيد تعداد p عدد پروژکسیون (مجموعهای از انتگرالهای خط) از f(x, y) در p زاویهی متفاوت  $\theta_i$  در بازهی ( $(0,\pi)$  را داریم. میتوان به طور منحصربه فرد p ممان هندسی اول  $j \leq p \leq j \leq p$  از f(x, y) از  $\mu^{(j)}, 0 \leq j \leq p$  $H^{(k)}(\theta), \mathbf{0} \leq p$  ممان هندسی p = pیروژکسیون ها انجام داد [15]. k < p
- قضیه 2: فرض کنید  $z_1, z_2, \dots, z_n$  رئوس چندضلعی P باشند. میتوان ثابتهای  $a_1, a_2, \dots, a_n$  را برحسب  $z_n, \dots, z_n$  (و طریقهی اتصال آنها) پیدا کرد به شکلی که برای تابع تحلیلی h در ناحیهی P معادلهی (16) را داشته باشیم [15].

$$\iint h''(\mathbf{z}) dx dy \sum_{j=1}^{n} a_j h(\mathbf{z}_j)$$
(16)

ممان مختلط سادهي تابع f را به صورت معادلهي (17) تعريف مي كنيم. (17)  $c_k = \prod f(x, y) z^k dx dy$ 

به صورت معادلهی (18) به دست میآید.

$$c_k = u_k^{\mathsf{T}} \mu^{(k)} \tag{18}$$

که در آن 
$$u_k$$
 و  $u^*$  طبق معادلات (19) و (20) تعریف می شوند.

$$u_k = \mathbf{I} \begin{pmatrix} n \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} i^0, \dots, \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} i^k \mathbf{J}^{\mathrm{T}}$$
<sup>(19)</sup>

$$h(z) = z^k \quad (1)$$

$$= \begin{cases} 1 & x, y \in \mathcal{O} \\ 1 & x, y \in \mathcal{O} \end{cases}$$

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & x, y \in O \\ 0 & x, y \notin O \end{cases}$$

آنگاه این قضیه بیان می کند که برای هر n ضلعی سادهی P در صفحه معادلهی (21) را داریم:

$$\iint (z^k)^{\prime\prime} dx dy = \sum_{j=1}^n a_j z^k$$
(21)

$$\iint (z^k)'' \, dx dy = k(k-1) \iint z^{k-2} \, dx dy = k(k-1) \int z^{k-2} \, dx dy = k(k-1) \int z^{k-2} \, dx dy = k(k-1)c_{k-2}$$
(22)

عبارت  $\tau_k = k(k-1)c_{k-2}$  عبارت عنوان ممان مختلط وزندار تعريف ، معادلهی (23) را به صورت زیر داریم:  $au_0 = au_1 = \mathbf{0}$  میکنیم که  $au_0 = au_1$ 

$$\tau_k = \sum_{j=1}^n a_j \, z^k \tag{23}$$

4-2-2- يافتن رئوس چندضلعى با دانستن ممانهاى مختلط توسط روش يرونى

برای یک n ضلعی ساده معادلهی **(23)** را به فرم ماتریسی که در رابطهی (24) یا (25) آمدہ است میتوان نوشت.

$$\begin{bmatrix} \tau_0 \\ \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_{2n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{1} \\ z_1 & z_2 & \dots & z_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{2n-1} & z_2^{2n-1} & \dots & z_n^{2n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$
(24)

<sup>1-</sup> Prony



**شکل 6** تعبیر فیزیکی تبدیل رادن

رادن استفاده میکنند. اما در کاربرد کنونی (پایش سلامت سازه) ابزار ما امواج هدایتشدهی لمب است که توسط مبدلهای پیزوالکتریک تولید و دریافت میشوند. در این پژوهش از روش تشکیل پرتو برای ایجاد یک پرتوی باریک از موج که میتوان جهت انتشار آن را مشخص کرد استفاده شده است. از آنجایی که امواج لمب برای انتشار نیاز به محیط مادی محصور بین دو مرز بالایی و پایینی سازه دارند، نمیتوان از روشی که برای اشعهی X استفاده میشود بهره گرفت، زیرا موج از درون سوراخ عبور نمیکند و از قضیهی کاهش شدت موج نمیتوان استفاده کرد. روش پیشنهادی در این مقاله استفاده از بازتاب پرتو است که در ادامه به شرح آن پرداخته میشود.

#### 4-3-1- روش بازتاب پرتو برای به دست آوردن تبدیل رادن

همان طور که در بخش تشکیل پرتو شرح داده شد، اگر موج تختی در حال انتشار باشد و ما آرایهای خطی از حس گرها داشته باشیم، میتوان با در نظر گرفتن تاخیرهای زمانی مشخص برای حس گرها و اعمال آنها روی سیگنالهای خروجی از حس گرها، زاویهی دریافت موج را به دست آورد. برای ارسال موج نیز چنین قضیهای برقرار است، به بیان دیگر در هنگام ارسال موج توسط مبدلهای دایرهای پیزوالکتریک، اگر این مبدلها با تاخیرهای زمانی محاسبهشده (برحسب فاصلهی بین مبدلها، سرعت انتشار موج و زاویهی انتشار موردنظر) فعال شوند، براساس قضیهی تداخل امواج، در زاویهی موردنظر برآیند این امواج تقویت شده و بهاصطلاح پرتو تشکیل میشود. هر چه این پرتو باریکتر باشد دقت آن برای به دست آوردن تبدیل رادن بیشتر خواهد بود. از مهمترین عوامل تعیین کنندهی پهنای پرتو تعداد مبدلهای موجود در آرایه است. در شکل 7 نمودار بی بعد پهنای لُب اصلی<sup>1</sup> برحسب تعداد حس گرها ترسیم شده است.

همان طور که پیش از این بیان شد، تبدیل رادن (t, 0) در واقع انتگرال خط تابع f(x, y) روی خطی با زاویهی  $\frac{\pi}{2} + \theta$  و فاصلهی t از مبدا مختصات است. حال فرض کنید مطابق شکل 8 سوراخی در ورق وجود داشته باشد و آرایههای خطی از حس گرها با فاصلهی یکسان از یکدیگر اطراف ورق را در بر گرفته باشند. پس از انتخاب تعداد مناسبی از حس گرها برای هر بار تحریک سیگنال تحریک را با اعمال تاخیرهای محاسبه شده به ترتیب به مبدلهای پیزوالکتریک موجود در آرایه اعمال می کنیم. همان طور که پیش تر شرح داده شد پرتویی در سازه منتشر می شود که کنترل جهت انتشار آن در اختیار ما است.

$$\tau_{2n} = \vartheta_{2n} a_n \tag{25}$$

با استفاده از روش پرونی [**16**] نشان میدهیم که رئوس {z<sub>/</sub>} را میتوان از ممانهای مختلط وزندار محاسبه کرد.

چند جملهای (*P*(*z*) را به صورت رابطهی (26) تعریف می کنیم.  

$$P(z) = \prod_{j=1}^{n} (z - z_j) = z^n + \sum_{j=1}^{n} p_j z^{n-j}$$
(26)

و ضرایب آن را به صورت بردار  $[p_n, p_{n-1}, ..., p_n] = n^{n}$  در نظر می گیریم. نشان می دهیم که ضرایب P(z) به صورت منحصربه فرد از  $\tau_{2n}$  به دست می آیند. رابطه ی (27) را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$K_{2n} = \begin{bmatrix} p_n & \cdots & p_1 & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & p_n & \cdots & p_1 & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
(27)  
Hurbick (28) of all of the set of the se

 $K_{2n}\tau_{2n} = K_{2n}\vartheta_{2n}a_n = \mathbf{0}$ (28)

عبارت **0 = K\_{2n} \tau\_{2n}** را می توان به صورت معادله ی (29) و معادل آن در رابطهی (30) نوشت.

$$\begin{bmatrix} \tau_{0} & \tau_{1} & \cdots & \tau_{n-1} \\ \tau_{1} & \tau_{2} & \cdots & \tau_{n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n-1} & \tau_{n} & \cdots & \tau_{2n-2} \end{bmatrix} p^{(n)} = \begin{bmatrix} \tau_{n} \\ \tau_{n+1} \\ \vdots \\ \tau_{2n-1} \end{bmatrix}$$
(29)

$$H_n p^{(n)} = -h_n \tag{30}$$

می توان اثبات کرد که ماتریس H<sub>n</sub> معکوس پذیر است اگر و تنها اگر چند ضلعی P هیچ یک از سه راس دلخواه آن روی یک خط قرار نداشته باشند [15]. پس معادلهی (31) را به صورت زیر داریم:

$$p^{(n)} = -H_n^{-1}h_n$$
 (31)  
 $P$  پس از به دست آوردن این ضرایب، با حل معادلهی  $P(z) = 0$  رئوس

پس از به دست اوردن این ضرایب، با حل معادلهی **0 = (**۲ رئوس <sup>P</sup> را میتوان به دست آورد. به طور خلاصه نتیجهی زیر را نشان داده شد: نتیجه: فرض کنید P یک n ضلعی در صفحه باشد. رئوس P را میتوان

توسط ممانهای مختلط  $(\tau_k)$  تا مرتبهی 1 - 2n مشخص کرد. نتیجهی فوق در واقع مزیت این روش را برای پیدا کردن شکل نشان میدهد، در واقع برای پیدا کردن رئوس یک n ضلعی تنها لازم است در 2 - 2 زاویه ناحیهی معیوب را اسکن کنیم که نسبت به روشهای پیشین تعداد بسیار کمتری است.

#### 4-3- به دست آوردن تبدیل رادن توسط روش تشکیل پرتو

اگر ناحیهی عیب را به صورت تابع f(x, y) در نظر بگیریم که مقدار این تابع در نواحی معیوب برابر 1 و در بقیهی قسمتهای ورق برابر 0 است، روشی که برای به دست آوردن تبدیل رادن استفاده می کنیم با استفاده از تئوری تشکیل پرتو است. از آنجایی که مطابق تعریف بیان شده، تبدیل رادن درواقع انتگرال خط در امتداد خطی با زاویهی مشخص است میتوان آن را به صورت فاصلهی بین نقاط تقاطع خط موردنظر و شکل مفروض تفسیر کرد، این موضوع در شکل 6 نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشخص است فاصلهی بین دو نقطهی برخورد خط و شکل با L نشان داده شده است و ما این مقدار را برابر با مقدار تبدیل رادن در زاویهی  $\theta$  و فاصلهی t از مبدا در نظر می گیریم.

در تصویرسازیهای پزشکی توسط اشعهی X هنگامی که اشعه از بافت موردنظر عبور میکند شدت آن کم میشود و این کاهش شدت متناسب با طول مسیر طی شده درون بافت است، از این موضوع برای محاسبهی تبدیل

<sup>1-</sup> Main Lobe





شكل 8 به دست آوردن تبديل رادن توسط روش تشكيل پرتو

طبق قانون تابش و بازتابش موج، پرتو پس از برخورد به مرز سوراخ با همان زاویهی تابش نسبت به خط عمود بر مرز در آن نقطه بازتاب میکند. پس از دریافت سیگنال بازتابی توسط حس گرها می توان نقطه ی برخورد پرتوی فرستاده شده با مرز عیب را مشخص نمود. از آنجایی که پرتو امکان عبور از درون عیب را ندارد راهکاری که برای به دست آوردن طول پارهخطی که به صورت نقطهچین در ناحیهی سوراخ در شکل 8 مشخص شده ارائه میدهیم به این صورت است که در امتداد پرتوی تابانده شده از یک سمت ورق، پرتوی دیگری از سمت مقابل به سمت عیب تابانده شود. پس از تعیین نقاط برخورد پرتوها با مرز عيب، طول پارهخط نقطه چين كه درواقع همان انتگرال خط در امتداد پرتو است قابل محاسبه خواهد بود. در نقطهی برخورد بازتاب پرتو با حس گرها، دامنهی سیگنال دریافتی توسط حس گری که روی قلهی پرتو قرار دارد ماکزیمم خواهد بود. همچنین با استفاده از روش تشکیل پرتو برای حالت دریافت سیگنال، زاویهی دریافت پرتو نیز قابل محاسبه است. با معلوم بودن زاویهی دریافت پرتو، نقطهی دریافت پرتو و زمان دریافت پرتو می توان نقطهی بازتاب آن از روی مرز عیب را مشخص کرد.

#### 5- شېيەسازى

بهمنظور ارزیابی درستی روش پیشنهاد شده و روابط بیان شده در بخشهای

قبل، اقدام به حل یک مسالهی بازسازی شکل عیب با در نظر گرفتن مبانی پذیرفته شده و صحیح برای شبیهسازی میکنیم. نرمافزار مورد استفاده برای شبیهسازی نسخهی 6.12 آباکوس است، همچنین به دلیل نیاز به توان پردازشی بالا برای شبیهسازی چنین مدلی، از ابررایانهای با مشخصات رَم 32 گیگابایت و پردازشگر 16 هستهای استفاده شد. سازهی موردنظر یک ورق آلومینیومی همسانگرد با ابعاد 0/5×1200×1200 میلیمتر مکعب است که یک سوراخ (عیب) به شکل مثلث در وسط آن وجود دارد. مختصات رئوس مثلث فرض شده در جدول 1 آمده است. همچنین مبدا مختصات گوشهی سمت چپ پایین ورق در نظر گرفته شده است. تصویر ورق موردنظر را می توان در شکل 9 مشاهده کرد.

مود تحریک در این مساله مود نامتقارن 🔥 است، یکی از دلایل انتخاب این مود با توجه به شکل 1 این است که در بازهی فرکانسی مشخصی سرعت انتشار این موج در ورق نسبت به تغییرات فرکانس وابستگی ناچیزی دارد و این موضوع باعث عدم مواجههی جدی با مسالهی پراکنش موج میشود. با توجه به شکل 1 که برای ورق آلومینیومی ترسیم شده است، حاصلضرب فرکانس در ضخامت 1/2 مگاهرتز میلیمتر برای انتخاب سیگنال تحریک مناسب است زیرا مودهای بالاتر در این فرکانس وجود ندارد و همچنین سرعت گروهی موج در این فرکانس وابستگی ناچیزی به تغییرات فرکانس دارد. مشخصات سیگنال تحریک در جدول 2 آمده است، همچنین نمودار سیگنال تحریک بدون اعمال تاخیر در شکل 10 آمده است. نکتهی بسیار مهمی که باید مورد توجه قرار گیرد این است که برای اینکه تنها مود 🗛 را ایجاد کنیم، باید حس گرهای پیزوالکتریک به صورت متقارن در هر دو طرف ورق نصب شده باشند و سیگنال تحریک با علامت مخالف به آنها اعمال شود (تحريك نامتقارن) [18].

با توجه به شکل 7 تعداد حس گرها برای هر تحریک 25 عدد انتخاب می شود، هر چه تعداد حس گرها برای هر تحریک بیش تر انتخاب شود، برای حفظ شرایط دوردست بودن عیب نسبت به آرایه [19] مجبور به بزرگتر در نظر گرفتن ابعاد ورق هستیم، به همین دلیل با تعداد 25 عدد حس گر هم پرتوی ایجاد شده به اندازهی کافی باریک و هم ابعاد ورق برای شبیهسازی مناسب خواهد بود. حس گرها به صورت دایرهای می باشند و قطر هر حس گر و فاصلهی میان حس گرها با توجه به طول موج به ترتیب برابر 0/5 میلیمتر و 0/75 میلیمتر در نظر گرفته شده است [17].

<b>جدول آ</b> محتصات راسهای عیب مفروض و عیب بارسازی سده در سبیه سازی				
	مختصات عیب بازسازیشده (mm)	مختصات عیب مفروض (mm)	راس	
	(602,647)	(600,637)	راس اول	
	(658,544)	(650,550)	راس دوم	
	(537,553)	(550,550)	راس سوم	
<b>جدول 2</b> مشخصات سيگنال تحريک				
	واحد	اندازه	پارامتر	
_	مگاهرتز	2/4	فركانس	
	متر بر ثانیه	3200	سرعت گروهی	

#### 2500 متر بر ثانیه سرعت فازى 1 ميلىمتر طول موج تنبرست با 5 سيكل نوع سيگنال تحريک



**شکل 9** ورق مدل شده به همراه سوراخ مثلثی بهعنوان عیب



همچنين سايز المانها برابر 0/125 ميلىمتر (يک هشتم طول موج) و در نواحی غیر از حسگرها نوع المان نیز مکعبی سهبعدی C3D8R در نظر گرفته شده است و در نواحی حس گرها المان 6 گرهای C3D6R هم در نظر گرفته شده است [20]. تصویری از ناحیهی حسگرها در شکل 11 مشاهده میشود. برای تحریک توسط مبدلهای پیزوالکتریک که در شکل 10 تعدادی از آنها نشان داده شدهاند، سیگنال تحریک در مختصات استوانهای محلی در راستای شعاع حس گر به گرههای واقع بر محیط آن اعمال می شود. پس از ساختن مدل مساله با مشخصات بیانشده در نرمافزار آباکوس، در چهار زاویهی مختلف اقدام به دست آوردن تبدیل رادن می کنیم، به این صورت که heta با در نظر گرفتن پلههای مکانی مشخص برای پارامتر t در g(t, heta) در یک ثابت، مقادیر لازم برای  $g(t, \theta)$  را به دست می آوریم. لازم به ذکر است که طبق مبانی شکل دهی پرتو، برای این که موج لمب به صورت پرتویی باریک به سمت سوراخ منتشر شود، در هر بار اجرا یک دستهی 25 تایی از حس گرهای مجاور یکدیگر را برای تحریک انتخاب می کنیم و با اعمال تاخیرهای محاسبه شده توسط رابطهی 6 به ترتیب سیگنال تحریک را به آنها اعمال میکنیم پس از دریافت سیگنال بازتابی و انجام مجدد این فراند از سمت دیگر عیب مطابق شکل 8، دستهی جدیدی متشکل از 25 حس گر انتخاب می کنیم. به این صورت که دستهی حس گرهای قبلی را به اندازهی یک (یا چند) حس گر



**شکل 11** بخشی از ناحیهی حسگرها در لبهی ورق

به سمت راست انتقال میدهیم و با تکرار این کار ناحیهی معیوب را در یک زاویهی ثابت اسکن میکنیم. سپس زاویه را تغییر میدهیم و این کار را در کل برای تعداد 4 زاویه انجام میدهیم. در نهایت با استفاده از تئوری بیان شده برای بازسازی چند ضلعی توسط تبدیل رادن رئوس چند ضلعی که همان ناحیهی عیب است را به دست می آوریم.

#### 6- نتايج و بحث

در شکل 12 نمونهی سیگنالهای بازتابی حاصل از تابش پرتو با زاویهی 4 درجه نسبت به خط عمود به سمت سوراخ را می توان مشاهده کرد، همان طور که از شکل پیداست دامنهی سیگنال بالایی بیشتر از دامنهی سیگنالی است که توسط حس گر مجاور آن به دست آمده، پس می توان محل برخورد پر توی بازتابی با حس گرها را مشخص نمود. پس از انجام روند شرح داده شده برای شبیهسازی و استفاده از تئوری بیان شده برای بازسازی چند ضلعی، رئوس مثلث بازسازی شده در جدول 1 آمده است، همچنین نتیجه در شکل 13 نیز نمایش داده شده است. در شبیهسازیها، همانطور که از نتایج نهایی مشخص است، با پارامترهای انتخاب شده برای سیگنال تحریک و همچنین هندسه و مشخصات آرایهی حس گرها و سایز المانها پرتو بهخوبی تشکیل می شود و صحت قوانین تابش و بازتابش موج از لبه های عیب قابل مشاهده است، همچنین شکل عیب بازسازی شده مطابقت بسیار خوبی با عیب فرض شده در مساله دارد. برای دستیابی به نتایجی با دقت کافی در تشخیص شکل ناحیهی معیوب توسط روش بازسازی چند ضلعی باید به نکات مهمی از جمله: انتخاب مود و فرکانس مناسب برای تحریک، انتخاب تعدادی مناسبی مبدل پیزوالکتریک برای تحریک، طراحی پارامترهای مربوط به آرایهی فازی ازجمله شعاع مبدل های پیزوالکتریک و فاصلهی بین آن ها به صورت صحیح، توجه نمود.

در روش پروژکسیون فیلتر شده برای بازسازی عیب به تعداد بسیار زیادی تبدیل رادن نیاز است و در صورت ناقص بودن مجموعهی اطلاعات، تصویر بازسازی شده قابل قبول نخواهد بود. اما در روش بازسازی چندضلعی همان طور که مشاهده شد، برای بازسازی شکل عیب به تعداد محدودی تبدیل رادن نیاز است. در جدول 3 خطای رئوس بازسازی شده نسبت به رئوس اصلی آورده شده است. این خطا با در نظر گرفتن فاصلهی بین راس بازسازی شده و راس اصلی نسبت به فاصلهی راس اصلی از مبدا محاسبه شده است.

### 7- نتيجەگىرى

نتایج بهدست آمده از این پژوهش توانمندی استفاده از روش بازسازی چند

245

#### **جدول 3** درصد خطا در بازسازی شکل ناحیهی معیوب درصد خطا فاصلهی راس بازسازی فاصله راس اصلی كمىت شدہ از راس اصلی از مبدا (mm) (mm) 1/16 10/19 875/08 ر اس اول 1/17 10 851/46 راس دوم 1/71 13/34 777/81 راس سوم



**شکل 12** سیگنال دریافتی توسط دو حس گر مجاور یکدیگر در ناحیه یدریافت پرتو



**شکل 1**3 بازسازی ناحیهی معیوب، مثلث پررنگ ناحیهی معیوب واقعی، مثلث کمرنگ ناحیهی معیوب بازسازی شده

ضلعی در توموگرافی با در اختیار داشتن تعداد محدودی تبدیل رادن، برای تشخیص شکل ناحیهی معیوب در ورق را تایید کرد، این روش حجم محاسبات را کاهش میدهد و نیاز به در اختیار داشتن مجموعهی کاملی از اسکنهای ناحیهی معیوب نیست. از آنجایی که حس گرهای پیزوالکتریک قابلیت نصب بر روی سازه را دارند، استفاده از این روش برای کاربردهای پایش بلادرنگ سلامت سازه دارای اهمیت ویژهای است.

همچنین استفاده از آرایهی مبدلهای پیزوالکتریک به همراه مبانی تشکیل پرتو برای انتشار و دریافت موج در ورق توانمندی و دقت خوبی از خود نشان داد و با استفاده از این موضوع در پژوهش حاضر، روش نوینی برای به دست آوردن تبدیل رادن ناحیهی معیوب در زوایای مختلف معرفی شد.

#### 8- تقدير و تشكر

نویسندگان این مقاله بر خود لازم میدانند، از مرکز پردازشهای فوق سریع دانشگاه صنعتی امیرکبیر به خاطر در اختیار گذاشتن سیستم ابررایانه برای اجرای شبیهسازیها، کمال تقدیر و تشکر را به عمل آورند.

#### 9- مراجع

- D. Balageas, C. P. Fritzen, A. Güemes, *Structural Health Monitoring*, (Vol. 90). Newport Beach: John Wiley & Sons, 2010.
- [2] J. L. Rose, Ultrasonic Waves in Solid Media, Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [3] D. P. Jansen, D.A. Hutchins, Lamb wave immersion tomography Proceedings, *Ultrasonics*, Vol. 30, No. 4, 1991.
- [4] D. P. Jansen, D. A. Hutchins, J. T. Mottrarn, Lamb wave tomography of advanced composite laminates containing damage, *Ultrasonics*, Vol. 32, No. 2, 1994.
- [5] E. V. Malyarenko, M. K. Hinders, Ultrasonic Lamb wave diffraction tomography, *Ultrasonics*, Vol. 39, Issue 4, 2001.
- [6] K. R. Leonard, E. V. Malyarenko, M. K. Hinders, Ultrasonic Lamb wave tomography, *Inverse Problems*, Vol. 18, pp. 1795–1808, 2002.
- [7] S. M. Prasad, K. Balasubramaniam, C. V. Krishnamurthy, Structural health monitoring of composite structures using Lamb wave tomography, *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, N73–N79, 2004.
- [8] H. Lamb, On waves in an elastic plate, *Proceedings of the Royal Society of London*, No. 93, pp. 293–312, 1917.
  [9] W. Ostachowicz, P. Kudela, M. Krawczuk, A. Zak, *Guided Waves in*
- [9] W. Ostachowicz, P. Kudela, M. Krawczuk, A. Zak, Guided Waves in Structures for SHM: The Time - domain Spectral Element Method, Wiley, 2012.
- [10] Z. Su, L. Ye, Selective generation of Lamb wave modes and their propagation characteristics in defective composite laminates, *Journal* of Materials: Design and Applications, 218, pp. 95–110, 2004.
- [11] P. Daryabor, M. Farzin, F. Honarvar, Calculation of Lamb wave modes in an aluminum sheet bonded to a composite layer with FEM and experiment, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 1, pp. 95-106, 2013. (In Persian)
- [12] S. Sorohan, N. Constantin, M. Găvan, V. Anghel, numerical extraction of dispersion curves used in lamb wave inspections, *SISOM*, 2006.
- [13] H. L. Van Trees, Optimum Array Processing Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory, New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [14] P. Milanfar, G. C. Verghese, W. C. Karl, S. Willsky, Reconstructing polygons from moments with connections to array processing, *IEEE Transactions on signal processing*, VOL. 43, NO. 2, 1995.
- [15] P.Milanfar, Geometric Estimation and Reconstruction From Tomographic Data, PhD Thesis, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institutes of Technology, Massachusetts, 1992.
- [16] F. B. Hildebrand, Introduction to Numerical Analysis, Second Edition, New York: Dover Publication, 1987.
- [17] S. C. Wooh, Y. Shi, Optimum beam steering of linear phased arrays, Wave Motion, Vol. 29, pp. 245-265, 1999.
- [18] Z. Su, L. Ye, Selective generation of Lamb wave modes and their propagation characteristics in defective composite laminates, *Journal* of Materials: Design and Applications 218, 95–110, 2004.
- [19] L. Yu, V. Giurgiutiu, In-situ optimized PWAS phased arrays for Lamb wave structural health monitoring, *Journal of mechanics of materials and structures*, Vol. 2, No. 3, pp. 459–487, 2007.
- [20] C. Yanga, L. Yea, Z. Sua, M. Banniste, Some aspects of numerical simulation for Lamb wave propagation in composite laminates, *Composite Structures*, Vol. 75, Issues 1–4, 2006.