مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1396، دوره 17، شماره 9، ص‌ص 261-272

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# مدل‌سازی میکرومکانیکی خواص موثر الاستیک نانوکامپوزیت‌های هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی حاوی نانولوله‌ی کربن

محمدکاظم حسن‌زاده اقدم[1]، محمدجواد محمودی[2*]، هوشنگ برخورداری[3]

1- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
3- فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء (ص) ، تهران
* تهران، صندوق پستی 167651719، mj_mahmoudi@sbu.ac.

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 19 تیر 1396
پذیرش: 20 مرداد 1396
ارائه در سایت: 17 شهریور 1396

*کلید واژگان:*
نانوکامپوزیت
فیبر فازی
نانولوله کربنی
میکرومکانیک
خواص موثر الاستیک

**چکیده**

در این پژوهش با استفاده از مدل میکرومکانیکی بر مبنای سلول واحد اثرات اندازه‌ی نانولوله کربنی بر خواص موثر الاستیک نانوکامپوزیت‌های هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی بررسی می‌شود. این نوع نانوکامپوزیت هیبریدی از نانولوله کربنی، فیبر کربن، زمینه پلیمری و فاز میانی ناشی از برهمکنش غیرپیوندی واندروالس بین زمینه و نانولوله کربنی تشکیل می‌شود. ویژگی ساختاری جدید نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی به‌گونه‌ای است که نانولوله‌های کربنی همراستا به‌صورت شعاعی بر سطح فیبر کربن رشد داده شده‌اند. نانولوله‌ی کربنی و فیبر کربن به‌عنوان یک ماده ایزوتروپیک عرضی مدل می‌شوند در حالی که زمینه پلیمری و فاز میانی ایزوتروپ فرض می‌شوند. اثرات اندازه‌ی نانولوله کربنی بر رفتار کلی نانوکامپوزیت زمینه پلیمری، فیبر فازی کامپوزیتی و کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که اندازه‌ی نانولوله کربنی بر خواص موثر عرضی نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی دارای اهمیت بیشتری می‌باشد. فهمیده شد که خواص موثر عرضی نانوکامپوزیت هیبریدی با افزایش اندازه‌ی شعاع نانولوله کربنی بهبود می‌یابد. همچنین این مدل میکرومکانیکی به‌منظور بررسی اثرات فاز میانی بر رفتار کلی نانوکامپوزیت زمینه پلیمری، فیبر فازی کامپوزیتی و کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی به‌کار گرفته می‌شود. نتایج خواص موثر الاستیک به‌دست آمده با مدل میکرومکانیکی حاضر برای کامپوزیت هیبریدی تطابق بسیار خوبی با دیگر تحقیقات نشان می‌دهد.

# Micromechanical modeling of effective elastic properties of hybrid nanocomposites reinforced by fuzzy fiber containing carbon nanotubes

**Mohammad Kazem Hassanzadeh-Aghdam[1], Mohammad Javad Mahmoodi[1*], Hoshang Barkhordari[2]**

1- Faculty of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University,Tehran, Iran
2- Faculty of Mechanical Engineering, Khatam al-Anbia Air Defense University, Tehran, Iran
* P.O.B. 167651719, Tehran, Iran, mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

**ARTICLE INFORMATION**

Original Research Paper
Received 10 July 2017
Accepted 11 August 2017
Available Online 08 September 2017

*Keywords:*
Nanocomposite
Fuzzy Fiber
Carbon Nanotube
Micromechanics
Effective Elastic Properties

**ABSTRACT**

In this work, the effect of carbon nanotube (CNT) size on the effective elastic properties of a hybrid composite reinforced by fuzzy fiber is investigated using a unit cell-based micromechanical approach. This hybrid nanocomposite is composed of the CNT, carbon fiber, polymer matrix and interphase created due to the non-bonded van der Waals interactions between the CNTs and polymer. The novel constructional feature of this hybrid nanocomposite is that the uniformly aligned CNTs are radially grown on the surface of the horizontal carbon fibers. The CNT and carbon fiber are modeled as a transverse isotropic solid, while the interphase and polymer matrix are assumed to be isotropic. The influence of CNT size on the overall behavior of polymer matrix nanocomposite (PMNC), composite fuzzy fiber (CFF) and hybrid composite reinforced with fuzzy fiber is examined. Results show that size of CNT is more significant for the transverse effective properties of the hybrid nanocomposites reinforced with fuzzy fiber. It has been found that the transverse effective properties of hybrid nanocomposite are improved with increasing the CNT size. The micromechanical model is also used to examine the influence of interphase on the overall behavior of the PMNC, CFF and fuzzy fiber-reinforced composite (FFRC). The effective elastic properties of the hybrid composite obtained by the present micromechanical model demonstrate very good agreement with those predicted by the other researches.

**برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:**

**Please cite this article using:**

M. K. Hassanzadeh-Aghdam, M. J. Mahmoodi, H. Barkhordari, Micromechanical modeling of effective elastic properties of hybrid nanocomposites reinforced by fuzzy fiber containing carbon nanotubes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 261-272, 2017 (in Persian)

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

## 1- مقدمه

کشف نانولوله‌های کربنی [1] موجب شده است که تحقیقات بسیار وسیعی جهت پیش‌بینی خواص الاستیک آن‌ها انجام بگیرد. شبیه‌سازی دینامیک مولکولی به‌منظور پیش‌بینی مدول الاستیک نانولوله‌های کربنی توسط یاکوبسن و همکاران [2] انجام شده است. سالوتات و همکاران [3] خواص مکانیکی نانولوله‌های کربنی را با روش آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. شن و لی [4] گزارش کردند که می‌توان نانولوله‌های کربنی را به‌عنوان یک ماده ایزوتروپ عرضی درنظر گرفت. مدول الاستیک و نسبت پوآسون نانولوله کربنی با استفاده از مدل مکانیک مولکولی در [5] استخراج شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که خواص الاستیک نانولوله کربنی به قطر لوله بستگی دارد. تسای و همکاران [6] نیز نانولوله‌ی کربنی را به‌عنوان یک ماده ایزوتروپ عرضی در نظر گرفتند. آن‌ها با استفاده از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی، پنج ثابت الاستیک را برای نانولوله‌ی کربنی با شعاع‌های مختلف به‌دست آوردند. سرپ و پاپانیکوس [7] مدل‌های المان محدود سه‌بعدی را برای نانولوله‌های کربنی تک جداره آرمچیر، زیگزاگ و کایرال به‌منظور بررسی اثرات قطر و ضخامت دیواره بر مدول الاستیک نانولوله‌های کربنی ارایه کردند. رسی و مئو [8] با به‌کارگیری تئوری مکانیک مولکولی مدلی المان محدود برای ارزیابی خواص مکانیکی نانولوله‌های کربنی ارایه کردند. انصاری و همکاران [9] با استفاده از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی خواص مکانیکی و رفتار کمانش نانولوله‌های کربنی را مطالعه کردند.

بدلیل خواص مکانیکی خارق‌العاده نانولوله‌های کربنی [10,11]، از آن‌ها بطور گسترده به‌عنوان فاز تقویت در مواد کامپوزیتی استفاده می‌شود. در مطالعات قبلی محققین خواص مکانیکی نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را با مدل‌های میکرومکانیکی تحلیلی و المان محدود، شبیه‌سازی دینامیک مولکولی و مدل‌سازی چندمقیاسه مورد بررسی قرار داده‌اند. خواص الاستیک کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی با استفاده از تحلیل میکرومکانیکی توسط توسدنسون و چو [12] پیش‌بینی شد. هان و الیوت [13] اثرات کسر حجمی نانولوله‌های تک‌جداره را بر خواص مکانیکی نانوکامپوزیت زمینه پلیمری مطالعه کردند. آن‌ها نشان دادند که اگر برهم‌کنش بین نانولوله‌های کربنی و زمینه پلیمری قوی باشد، بایستی اثرات فاز میانی را در مدل‌سازی این مواد درنظر گرفت. شکریه و همکاران [14] با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی المان محدود، رفتار مکانیکی پلیمرهای تقویت شده با نانولوله کربنی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها اثرات ابعاد المان حجمی نماینده را بر مدول الاستیک نانوکامپوزیت بررسی کردند. چن و لیو [15] یک مدل المان محدود را براساس المان حجمی نماینده مربعی برای استخراج خواص مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی ارایه کردند. گریبل و هاماکرز [16] با استفاده از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی مدول الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلی‌اتیلن که با نانولوله‌های کربنی تک‌جداره تقویت شده، پیش‌بینی کردند. نتایج این تحقیق نشان داد که برای نانولوله‌های کربنی پیوسته، مدول الاستیک طولی نانوکامپوزیت در تطابق با نتایج به‌دست آمده براساس مدل میکرومکانیکی قانون اختلاط می‌باشد. فریدون و همکاران [17] با استفاده از المان تیر به عنوان نانولوله‌های کربنی و ایجاد المان حجمی نمونه از نانوکامپوزیت در مقیاس میکرو، چیدمان‌های مختلفی از نانولوله‌های کربنی را بر بستر اپوکسی ارائه کردند. آن‌ها با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی اثر پارامترهای کسر حجمی، نسبت منظری و اثرات موجی بودن نانولوله‌های کربنی را بر مدول الاستیک موثر نانوکامپوزیت بررسی کردند. گو و همکاران [18] با ترکیبی از روش‌های محاسباتی و تجربی اتصال لایه میانی را در کامپوزیت زمینه اپوکسی که با نانولوله‌های کربنی تک‌جداره تقویت شده، بررسی کردند. ژو و همکاران [19] با روش دینامیک مولکولی نشان دادند که تقویت پلمیر با نانولوله‌های کربنی بلند می‌تواند مدول الاستیک آن‌ها را بسیار بهبود ببخشد. ذاکری و همکاران [20] با روش شبیه‌سازی چندمقیاسه به بررسی اثرات ضخامت فاز میانی بر خواص مکانیکی نانوکامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند. خواص موثر الاستیک کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌ی کربنی با استفاده از مدل‌های میکرومکانیکی خودسازگار و موری-تاناکا توسط سایدل و لاگوداس [21] استخراج شد. لئو و همکاران [22] با روش المان محدود اثرات توزیع و هندسه نانولوله‌های کربنی را بر مدول الاستیک نانوکامپوزیت بررسی کردند. اثرات لایه میانی ضعیف بین نانولوله کربنی و زمینه پلیمری بر خواص موثر کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با نانولوله کربنی توسط استوا و اسپانوس [23] مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها گزارش کردند که اتصال ناقص در لایه میانی تاثیر چندانی بر مدول یانگ طولی کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با نانولوله کربنی ندارد بلکه تاثیر عمده‌ی آن روی خواص عرضی می‌باشد. به‌منظور مدل‌سازی اتصال ناقص نانولوله کربنی/زمینه پلیمری، هامراند و همکاران [24] تحلیل میکرومکانیکی را بر نانوکامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی با اضافه کردن فاز میانی انجام دادند. شکریه و رافعی [25] یک تحلیل المان محدود چند مقیاسه را به‌منظور بررسی اثرات طول نانولوله کربنی بر بازدهی انتقال بار در کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی انجام دادند. آیت‌اللهی و همکاران [26] تحلیل چندمقیاسه را جهت بررسی رفتار مکانیکی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی تحت بارگذاری کششی، خمشی و پیچشی انجام دادند. جوشی و همکاران [27] با استفاده از مدل‌سازی المان محدود در مقیاس میکرو اثرات جهت نانولوله کربنی را بر مدول الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری بررسی کردند.

همان‌طور که گفته شد مطالعات بسیاری در خصوص توسعه کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی انجام شده است. اما ساخت کامپوزیت‌هایی با نانولوله‌های پیوسته‌ی تک‌جهته در مقیاس بزرگ سختی‌های چالش برانگیزی را بدنبال دارد. از جمله این مشکلات می‌توان به تجمع نانولوله‌ها، ناهمراستایی و سختی در ساخت نانولوله‌های بسیار بلند اشاره نمود. تحقیقات بیشتر در خصوص استفاده عملی از نانولوله‌ها و بهبود خواص موثر کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده‌ی فیبری منجر به رشد نانولوله بر سطح فیبر پیشرفته شده است. باور و همکاران [28] نشان دادند که با به‌کارگیری فرآیند رسوبدهی بخار شیمیایی لایه نازک یکنواختی از نانولوله‌های کربنی همراستا بر سطح خارجی فیبر نوری می‌تواند رشد کند. متور و همکاران [29] بطور تجربی مشاهده کردند که استحکام خمشی و مدول کامپوزیت‌های تقویت شده با فیبر کربن می‌تواند با رشد نانولوله‌های کربنی بر سطح فیبر کربن بهبود یابد. گارسیا و همکاران [30] یک لایه هیبریدی که در آن فاز تقویت از پارچه بافته شده با فیبر آلومینا که نانولوله-های کربنی بر سطح فیبر رشد داده شده بود، ساختند. آن‌ها نشان دادند که خواص مکانیکی و الکتریکی چنین لایه‌ای به‌دلیل رشد نانولوله کربنی بر سطح فیبر آلومینا بهبود می‌یابد. ژائو و همکاران [31] اثرات مورفولوژی سطح فیبر کربن و کاتالیست‌ها را بر رشد نانولوله‌های کربنی بر سطح فیبر کربن بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که خواص مکانیکی و ضریب هدایت حرارتی



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

کامپوزیت تقویت شده فیبر کربنی که نانولوله‌های کربنی بر سطح فیبر کربن رشد داده شده است، به مقدار زیادی بهبود می‌یابد. ری و همکاران [32] تحلیل انتقال بار را بر کامپوزیت تقویت شده با فیبر کوتاه کربن که در آن نانولوله‌های کربنی همراستا به‌صورت شعاعی بر سطح فیبر کربن رشد داده شده‌اند، انجام دادند. نتایج تحلیل آن‌ها نشان داد که اگر نانولوله‌های کربنی همراستا بر سطح فیبر کربن به‌صورت شعاعی قرار بگیرند، بار محوری انتقال یافته به فیبر کاهش می‌یابد. در [33] یک کامپوزیت هوشمند هیبریدی جدید پیشنهاد شد که خواص مکانیکی و الکتریکی آن به‌دلیل رشد شعاعی نانولوله‌های کربنی بر سطح فیبر پیزوالکتریک، بهبود یافته است. کامپوزیت‌های تقویت شده با فیبر کربنی پیوسته تک جهته را می‌توان با رشد شعاعی نانولوله‌های کربنی بر سطح خارجی فیبر کربن تقویت نمود. این نوع فیبر می‌تواند بر خواص موثر عرضی کامپوزیت اثر بگذارد. چنین فیبری که سطح آن‌ها به‌صورت شعاعی نانولوله‌های کربنی رشد داده شده‌اند را اصطلاحاً فیبر فازی می‌نامند. کانداوال و ری [34] با استفاده از مدل میکرومکانیکی المان محدود خواص موثر کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی را مورد بررسی قرار دادند. اثرات موجی بودن نانولوله‌های کربنی بر خواص موثر الاستیک کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در [35] مورد مطالعه قرار گرفته است. کانداوال و ری [36] با استفاده از روش سلولی اثرات موجی بودن نانولوله‌های کربنی را بر خواص ترمو-الاستیک کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی بررسی کردند. همان‌طور که تحقیقات قبلی [5-7] نشان می‌دهد اندازه نانولوله‌های کربنی می‌تواند تاثیر زیادی بر خواص کامپوزیت بگذارد. با توجه به مطالعات انجام شده تحقیقی در خصوص تاثیر شعاع نانولوله کربنی بر خواص موثر الاستیک کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی انجام نشده است.

در این پژوهش با استفاده از مدل میکرومکانیکی تحلیلی سلول واحد ساده شده [38,37] اثرات اندازه‌ی نانولوله کربنی بر خواص موثر الاستیک نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش 2 المان حجمی نماینده کامپوزیت موردنظر معرفی می‌شود. در بخش 3 معادلات میکرومکانیکی مدل سلول واحد ساده شده تحت بارگذاری عمودی و برشی ارائه می‌گردد. در بخش 4 روند مدل‌سازی نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی تشریح می‌گردد. در بخش 5 مواد سازنده‌ی نانوکامپوزیت هیبریدی معرفی می‌شود. در بخش 6 نتایج پیش‌بینی شده با مدل میکرومکانیکی حاضر با نتایج روش‌های دیگر مقایسه شده و اثرات شعاع نانولوله‌های کربنی بر خواص موثر الاستیک نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی بیان می‌شود. در بخش 7 نیز نتیجه‌گیری پژوهش حاضر ارائه می‌گردد.

## 2- المان حجمی نماینده

در اکثر مطالعات تحلیلی و عددی [6-14,15,20,34,36] فرض می‌شود که فاز تقویت در نانوکامپوزیت دارای یک چیدمان با آرایه‌ی تکراری باشد (شکل 1). در مدل‌های سلول واحد مانند روش سلولی [34,36] و مدل سلول واحد ساده شده [37,38] سطح مقطع فاز تقویت به‌صورت چهارگوش مدل می‌شود (شکل 2).

در این‌جا مطابق "شکل 3" المان حجمی نمایندهٔ کامپوزیت به $r \times c$ سلول مستطیلی تقسیم می‌شود. المان حجمی نماینده دارای طول $L_c$ و $L_r$ به ترتیب در جهات $x$ و $y$ و طول واحد در جهت $z$ می‌باشد. اگر $i$ متغیر شمارنده در جهت $x$ و $j$ در جهت $y$ باشد، هر سلول با نام $ij$ شناخته می‌شود و طول هر سلول در جهت $x$ با $a_i$ و در جهت $y$ با $b_j$ مشخص می‌شود.

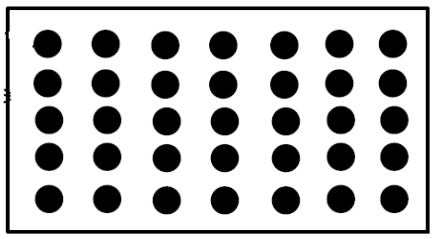

**Fig. 1** Arrangement of reinforcement with repeating array

**شکل 1** چیدمان فاز تقویت با آرایه تکراری

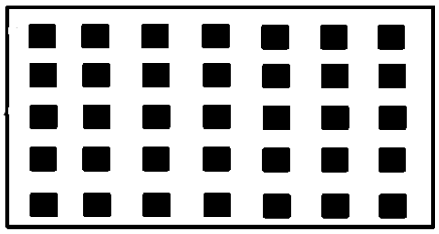

**Fig. 2** Arrangement of reinforcement with repeating array in unit cell model

**شکل 2** چیدمان فاز تقویت با آرایه تکراری در مدل سلول واحد

## 3- معادلات میکرومکانیکی

### 3-1- بارگذاری عمودی

به‌منظور استخراج معادلات میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده، مشابه مدل‌های سلول واحد [34-36,39]، فرض می‌شود که مولفه‌های جابجایی داخل هر سلول المان حجمی به‌صورت خطی تغییر کند. به‌علاوه فرض می‌شود که تنش عمودی وارده بر المان حجمی هیچ‌گونه تنش برشی درون زیرسلول ایجاد نمی‌کند و بالعکس. با فرض $\sigma_l^{ij}$ به‌عنوان مولفه‌های تنش میکرو داخل زیرسلول $ij$ و $S_l$ به‌عنوان تنش ماکرو وارده در جهت $l$ که $l$ می‌تواند در جهت $x$ ، $y$ یا $z$ باشد، می‌توان معادلات تعادل را به‌صورت زیر نوشت

$$\sum_{i=1}^{c} \sigma_y^{i1} a_i = S_y L_c$$
$$\sum_{j=1}^{r} \sigma_x^{1j} b_j = S_x L_r$$
$$\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{c} b_j a_i \sigma_z^{ij} = S_z L_r L_c \quad (1)$$

رابطه زیر از تعادل تنش‌های عمودی در سطوح مشترک هر دو سلول مجاور به‌دست می‌آید:

$$\sigma_x^{1j} = \sigma_x^{ij} \quad (i > 1)$$
$$\sigma_y^{i1} = \sigma_y^{ij} \quad (j > 1) \quad (2)$$

با فرض اتصال کامل لایه میانی، سازگاری جابجایی داخل المان حجمی منجر به رابطه زیر می‌شود.

$$\sum_{i=1}^{c} a_i \varepsilon_x^{i1} = \sum_{i=1}^{c} a_i \varepsilon_x^{ij} = L_c \bar{\varepsilon}_x \quad (j > 1)$$
$$\sum_{j=1}^{r} b_j \varepsilon_y^{1j} = \sum_{j=1}^{r} b_j \varepsilon_y^{ij} = L_r \bar{\varepsilon}_y \quad (i > 1)$$
$$\varepsilon_z^{11} = \varepsilon_z^{ij} \ (i > 1 , j > 1) \quad (3)$$

که $\varepsilon_l^{ij}$ کرنش میکرو در سلول $ij$ و $\bar{\varepsilon}_l$ کرنش ماکرو را نشان می‌دهد.

معادله ساختاری الاستیسیته سه بعدی برای زیرسلول $ij$ به صورت زیر



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

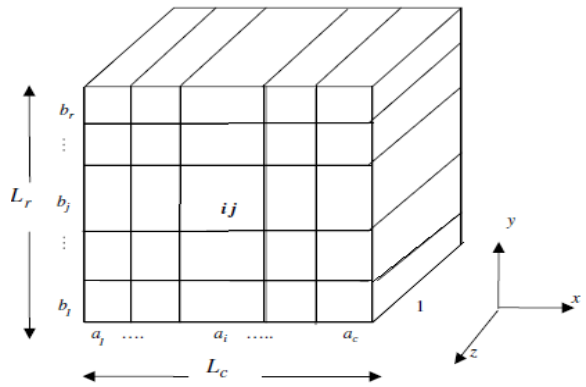


**Fig. 3** Geometry of volume element in simplifies unit cell model

**شکل 3** هندسه المان حجمی در مدل سلول واحد ساده شده

نوشته می‌شود:

$$\varepsilon^{ij} = S^{ij}\sigma^{ij} \quad (4)$$

که $S^{ij}$ ماتریس نرمی الاستیک است. با جایگزینی معادله (4) در معادله (3) و با استفاده از معادلات (1) و (2)، یک سیستم دستگاه معادلات خطی با $rc + r + c$ معادله با همین تعداد مجهول به‌دست می‌آید.

$$[A]_{m\times m}\{\sigma\}_{m\times 1} = \{F\}_{m\times 1} \quad (m = c + r + rc) \quad (5)$$

که [A] ماتریس ضرایب ناشی از هندسه و مواد تشکیل دهنده‌ی المان حجمی کامپوزیت، {σ} و {F} نیز به ترتیب بردار تنش و نیرو می‌باشند.

با اعمال تنش ماکرو بر المان حجمی نماینده و با حل معادله (5) تنش‌ها در هر سلول مشخص می‌شود. سپس با استفاده از معادله (4) کرنش‌های متناظر در هر زیرسلول به‌دست می‌آید. با استفاده از معادله (3) می‌توان کرنش ماکروی متناظر با تنش اعمالی را به‌دست آورد. با داشتن مقادیر تنش و کرنش ماکرو می‌توان مدول الاستیک و نسبت پوآسون را برای کامپوزیت محاسبه نمود.

### 3-2- بارگذاری برشی

مشابه رویه انجام شده در بارگذاری نرمال می‌تواند جهت حصول معادلات حاکم برای بارگذاری برشی انجام بگیرد. معادلات تعادل برای سه مولفه تنش برشی ماکروی وارده را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\sum_{i=1}^{c} \tau_{yz}^{ij} a_i = \bar{\tau}_{yz} L_c$$
$$\sum_{j=1}^{r} \tau_{xz}^{ij} b_j = \bar{\tau}_{xz} L_r$$
$$\tau_{xy}^{ij} = \bar{\tau}_{xy} \quad (6)$$

در این معادله به‌طور مثال، $\tau_{xy}^{ij}$ و $\bar{\tau}_{xy}$ بترتیب تنش برشی میکرو در سلول $ij$ و تنش برشی ماکروی وارده در صفحه $x$-$y$ می‌باشد. سازگاری کرنش‌های برشی در هر سلول منجر به رابطه زیر می‌شود.

$$\varepsilon_{xz}^{i1} = \varepsilon_{xz}^{ij} \quad (j > 1)$$
$$\varepsilon_{yz}^{1j} = \varepsilon_{yz}^{ij} \quad (i > 1) \quad (7)$$

رابطه‌ی سازگاری بین کرنش‌های برشی ماکرو و کرنش‌های برشی در هر سلول را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\sum_{i=1}^{c} a_i \varepsilon_{xz}^{i1} = L_c \bar{\varepsilon}_{xz}$$
$$\sum_{j=1}^{r} b_j \varepsilon_{yz}^{1j} = L_r \bar{\varepsilon}_{yz}$$

$$\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{c} b_j\, a_i \varepsilon_{xy}^{ij} = \bar{\varepsilon}_{xy} L_r L_c \quad (8)$$

همچنین مدول‌های برشی در سه صفحه $x$-$y$، $x$-$z$ و $y$-$z$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$G_{yz} = \frac{\bar{\tau}_{yz}}{2\bar{\varepsilon}_{yz}}, \qquad G_{xz} = \frac{\bar{\tau}_{xz}}{2\bar{\varepsilon}_{xz}}, \qquad G_{xy} = \frac{\bar{\tau}_{xy}}{2\bar{\varepsilon}_{xy}} \quad (9)$$

جایگذاری معادلات (9) در معادلات (7) و جایگذاری نتایج در معادلات (6) با در نظر گرفتن معادلات (8) منجر به حل‌های فرم بسته برای سه مدول برشی به صورت زیر می‌شود.

$$\frac{L_r}{\bar{G}_{yz}} = \sum_{j=1}^{r} \frac{b_j}{\sum_{i=1}^{c} a_i G^{ij}}$$
$$\frac{L_c}{\bar{G}_{xz}} = \sum_{i=1}^{c} \frac{a_i}{\sum_{j=1}^{r} b_j G^{ij}}$$
$$\frac{L_r L_c}{\bar{G}_{xy}} = \sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{c} \frac{a_i b_j}{G^{ij}} \quad (10)$$

که در این رابطه $\bar{G}_{xy}$ مدول برشی عرضی و $\bar{G}_{yz}$، $\bar{G}_{xz}$ مدول برشی طولی می‌باشند.

با داشتن مدول الاستیک، نسبت پوآسون و مدول برشی در جهات طولی و عرضی، می‌توان ماتریس سختی الاستیک (C) را برای کامپوزیت به‌عنوان یک ماده ایزوتروپ عرضی، محاسبه نمود. ماتریس سختی الاستیک (C) معکوس ماتریس نرمی الاستیک (S) می‌باشد. بایستی توجه کرد که ماتریس نرمی (یا ماتریس سختی) الاستیک دارای پنج ثابت مستقل می‌باشد.

$$\{\varepsilon\}_{6\times 1} = [S]_{6\times 1}\{\sigma\}_{6\times 1} \quad (11\text{-الف})$$
$$\{\sigma\}_{6\times 1} = [C]_{6\times 1}\{\varepsilon\}_{6\times 1} \quad (11\text{-ب})$$

## 4- مدل‌سازی نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

"شکل 4" یک لایه از نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی را نشان می‌دهد. ویژگی ساختاری این نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر کربنی پیوسته و تک‌جهته اینست که نانولوله‌های کربنی دارای طول مساوی به‌صورت همراستا و شعاعی بر سطح فیبر کربن رشد داده شده‌اند. نانولوله‌های کربنی به‌صورت ایزوتروپ عرضی درنظر گرفته می‌شوند. محور ایزوتروپی عرضی نانولوله‌های کربنی عمود بر سطح فیبر می‌باشند. "شکل 5" یک فیبر فازی را نشان می‌دهد. با قرار دادن این فیبر فازی در زمینه پلیمری فضای خالی بین نانولوله‌های کربنی توسط پلیمر پر می‌شود. نانولوله‌های کربنی هم‌راستای شعاعی، زمینه‌ی پلیمری احاطه کننده‌ی فیبر کربن را در جهت عرضی فیبر کربن تقویت می‌کند. در یک فیبر فازی که بین نانولوله‌های کربنی را زمینه پلیمری پر کرده باشد، فیبر فازی کامپوزیتی می‌نامند [34] و می‌توان آن را این‌گونه مدل کرد که فیبر کربنی درون کامپوزیت زمینه پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی قرار گرفته است. "شکل 6" مقطع عرضی یک فیبر فازی کامپوزیتی را نشان می‌دهد.

"شکل 7" نحوه‌ی مدل‌سازی کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی را نشان می‌دهد. فرآیند تحلیل جهت استخراج خواص موثر الاستیک کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی با پیش‌بینی خواص الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری آغاز می‌شود. در این مرحله اثرات فاز میانی بین نانولوله‌ی کربنی و زمینه‌ی پلیمری منظور می‌شود. با درنظر گرفتن نانوکامپوزیت زمینه پلیمری به‌عنوان فاز زمینه و فیبر کربن به‌عنوان فاز تقویت، خواص الاستیک فیبر فازی کامپوزیتی به‌دست می‌آید. سرانجام با در نظر گرفتن فیبر فازی



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

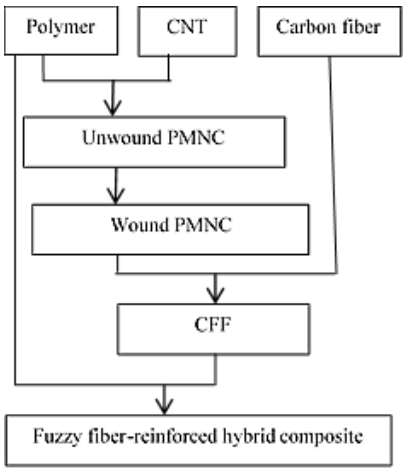


**Fig. 7** Modeling of hybrid composite reinforced with fuzzy fiber

**شکل 7** مدل‌سازی کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

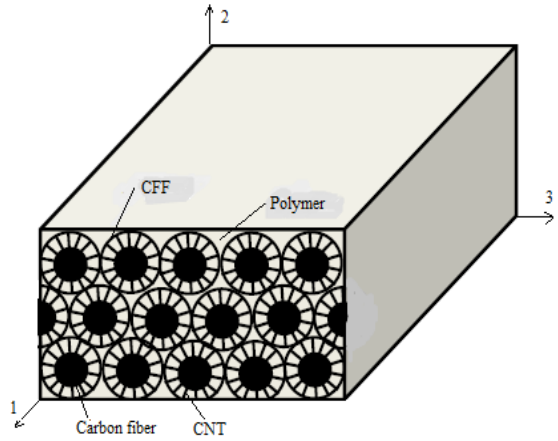


**Fig. 4** A lamina of hybrid composite reinforced with fuzzy fiber

**شکل 4** یک لایه از نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

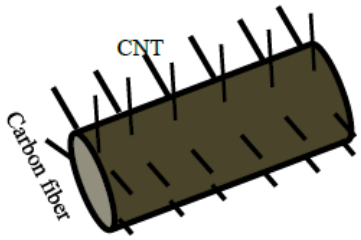


**Fig. 5** Fuzzy fiber containing carbon nanotubes radially grown on carbon fiber surface

**شکل 5** فیبر فازی شامل نانولوله‌های کربنی رشد یافته به‌صورت شعاعی بر سطح فیبر کربن

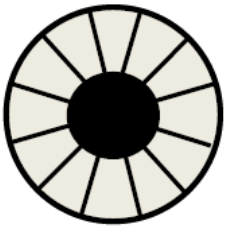

**Fig. 6** Transverse cross-sections of the composite fuzzy fiber

**شکل 6** مقطع عرضی فیبرفازی کامپوزیتی

کامپوزیتی به‌عنوان فاز تقویت و ماده پلیمری به‌عنوان زمینه می‌توان خواص موثر الاستیک کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی را استخراج نمود.

همان‌طور که "شکل 6" نشان می‌دهد در کامپوزیت فیبرفازی، فیبر کربن با مواد نانوکامپوزیت زمینه پلیمری پیچیده می‌شود. در واقع مدل میکرومکانیکی خواص الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری غیررول شده را به‌دست می‌دهد که نانولوله‌های کربنی همراستا با محور 3 می‌باشد (شکل 8-الف). "شکل 8 الف و ب" به‌ترتیب مقطع عرضی فیبر فازی کامپوزیتی که شامل نانوکامپوزیت غیر رول شده و رول شده می‌باشد، را نشان می‌دهد.

با استفاده از خواص موثر الاستیک به‌دست آمده برای نانوکامپوزیت زمینه پلیمری غیررول شده و ماتریس انتقال می‌توان خواص موثر الاستیک نانوکامپوزیت رول شده در اطراف فیبر کربنی را تحت زاویه $\theta$ به‌دست آورد.

$$\mathrm{C}^{\mathrm{PMNC}} = \frac{1}{\pi(R^2-a^2)}\int_0^{2\pi}\int_a^R \bar{\mathrm{C}}^{\mathrm{PMNC}}\, r dr d\theta \qquad (12)$$

در این رابطه $\mathrm{C}^{\mathrm{PMNC}}$ ماتریس سختی الاستیک نانوکامپوزیت رول شده،

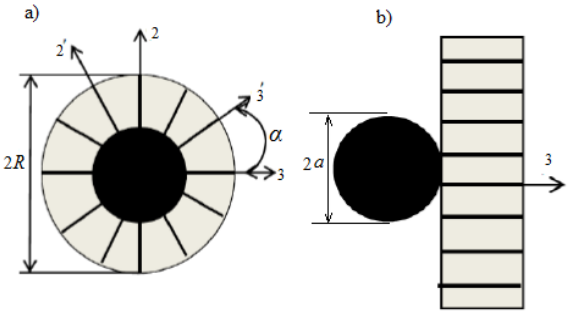


**Fig. 8** Transverse cross-sections of the composite fuzzy fiber with a) unwound and b) wound polymer matrix nanocomposite

**شکل 8** مقطع عرضی فیبر فازی کامپوزیتی شامل نانوکامپوزیت زمینه پلیمری الف) غیر رول شده و ب) رول شده

$a$ شعاع فیبر کربن و $R$ مجموع شعاع فیبر کربن و طول نانولوله‌ی کربنی می‌باشد. ماتریس $\bar{\mathrm{C}}^{\mathrm{PMNC}}$ نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\bar{\mathrm{C}}^{\mathrm{PMNC}} = [\mathrm{T}]^{-\mathrm{T}}[\bar{C}^{NC}][\mathrm{T}]^{-1} \qquad (13)$$

که در این رابطه $\bar{C}^{NC}$ ماتریس سختی الاستیک نانوکامپوزیت رول نشده و T ماتریس انتقال می‌باشد [35].

## 5- نوع مواد تشکیل دهنده‌ی کامپوزیت هیبریدی

کامپوزیت تقویت شده با الیاف فازی از نانولوله‌ی کربنی، فیبر کربن و زمینه پلی‌آمیدی تشکیل می‌شود. همچنین، فاز میانی نانولوله/زمینه به‌عنوان یک فاز جداگانه درنظر گرفته می‌شود. خواص مکانیکی فیبر کربن، زمینه پلی‌آمیدی در جدول 1 آمده است. خواص مکانیکی نانولوله‌ی کربنی با شعاع-های مختلف و نیز خواص موثر فاز میانی بین نانولوله و زمینه پلی‌آمیدی بترتیب در جداول 2 و 3 آمده است. فیبر کربن و نانولوله کربنی به‌عنوان یک ماده ایزوتروپ عرضی مدل می‌شوند. قطر فیبر کربن 10 میکرومتر درنظر گرفته می‌شود.

در مدل‌سازی نانوکامپوزیت تقویت شده با الیاف فازی کسر حجمی اشغال شده توسط نانولوله ($\mathrm{V_{CNT}}$) به قطر نانولوله، قطر فیبر کربن و فاصله‌ی سطوح بین دو نانولوله بستگی دارد. بیشترین کسر حجمی نانولوله کربنی در این نوع کامپوزیت می‌تواند طبق رابطه زیر بیان شود [40].

$$(\mathrm{V_{CNT}})_{\max} = \frac{\pi d_n^2}{2(d_n+1.7)^2}\left(\sqrt{\frac{\pi v_f}{2\sqrt{3}}} - v_f\right) \qquad (14)$$

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

که در این رابطه $v_f$ کسر حجمی فیبر کربن در کامپوزیت تقویت شده با الیاف فازی و $d_n$ قطر نانولوله می‌باشد. در "شکل 9" تغییرات مقدار ماکزیمم کسر حجمی نانولوله کربنی در کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن نشان داده شده است. اثرات شعاع نانولوله در "شکل 9" بر ماکزیمم کسر حجمی نانولوله کربنی مشاهده می‌شود. همان‌طور که "شکل 9" نشان می‌دهد با افزایش شعاع نانولوله کربنی مقدار ماکزیمم کسر حجمی نانولوله کربنی افزایش می‌یابد. بایستی توجه شود که نتایج پیش‌بینی شده در این پژوهش براساس مقدار ماکزیمم کسر حجمی نانولوله کربنی می‌باشد.

## 6- نتایج و بحث

### 6-1- خواص موثر الاستیک نانوکامپوزیت

ابتدا مقایسه‌ای بین نتایج پیش‌بینی شده برای خواص الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری با مدل حاضر و نتایج روش المان محدود [34] انجام می‌گیرد. "شکل‌های 10 و 11" به‌ترتیب ضرایب سختی الاستیک $C_{11}$ و $C_{22}$ را نشان می‌دهند. همچنین، اثرات فاز میانی در "شکل‌های 10 و 11" مشاهده می‌شود. تطابق بسیار خوبی بین نتایج مدل حاضر و روش المان محدود با درنظر گرفتن اثرات فاز میانی و بدون آن وجود دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود اثرات فاز میانی بر ضریب سختی الاستیک در جهت عرضی ($C_{11}$) بیشتر می‌باشد. اثرات شعاع نانولوله کربنی بر ضرایب ماتریس سختی الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری ($C^{PMNC}$) در مقابل کسر حجمی فیبر کربن در "شکل‌های 12 تا 16" نشان داده شده است. بایستی توجه شود که

**جدول 1** خواص مکانیکی فیبر کربن و پلی‌آمید [34]

**Table 1** mechanical properties of fiber carbon and polyimide [34]

| نوع ماده | فیبر کربن | پلی‌آمید |
|---|---|---|
| مدول یانگ طولی (گیگاپاسکال) | 230 | 4.2 |
| مدول یانگ عرضی (گیگاپاسکال) | 20 | 4.2 |
| نسبت پوآسون طولی | 0.3 | 0.4 |
| نسبت پوآسون عرضی | 0.42 | 0.4 |
| مدول برشی طولی (گیگاپاسکال) | 25 | 1.5 |

**جدول 2** خواص مکانیکی نانولوله کربن [6]

**Table 2** mechanical properties of carbon nanotube [6]

| شعاع نانولوله (نانومتر) | 0.55 | 0.39 | 0.71 |
|---|---|---|---|
| مدول یانگ طولی (گیگاپاسکال) | 981.5 | 1382.5 | 759.9 |
| مدول یانگ عرضی (گیگاپاسکال) | 504 | 645 | 425 |
| نسبت پوآسون طولی | 0.27 | 0.272 | 0.27 |
| نسبت پوآسون عرضی | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| مدول برشی طولی (گیگاپاسکال) | 779.2 | 1120 | 596.3 |

**جدول 3** خواص مکانیکی و اندازه فازمیانی برای شعاع‌های مختلف نانولوله کربن [6]

**Table 3** Mechanical properties and interphase size for different carbon nanotube radiuses [6]

| شعاع نانولوله (نانومتر) | 0.55 | 0.39 | 0.71 |
|---|---|---|---|
| مدول یانگ طولی (گیگاپاسکال) | 18.18 | 19.29 | 17.91 |
| مدول یانگ عرضی (گیگاپاسکال) | 18.18 | 19.29 | 17.91 |
| نسبت پوآسون طولی | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| نسبت پوآسون عرضی | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| مدول برشی طولی (گیگاپاسکال) | 6.8 | 7.2 | 6.68 |
| ضخامت فاز میانی (نانومتر) | 0.324 | 0.34 | 0.314 |

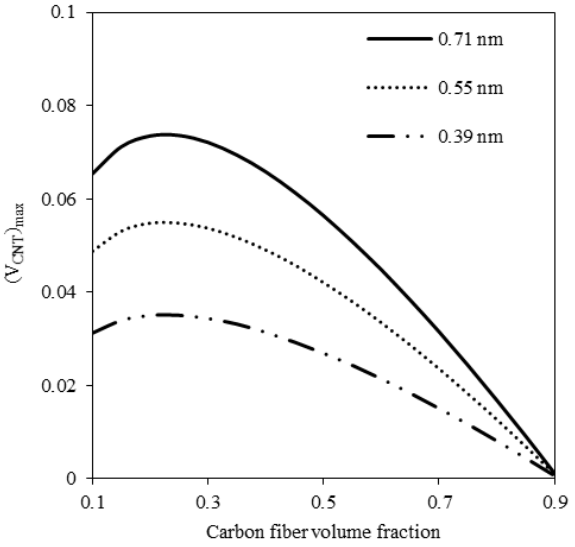


**Fig. 9** Effect of carbon nanotube radius on the maximum carbon nanotube volume fraction versus carbon fiber volume fraction

**شکل 9** اثرات شعاع نانولوله کربنی بر ماکزیمم کسر حجمی نانولوله کربنی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن

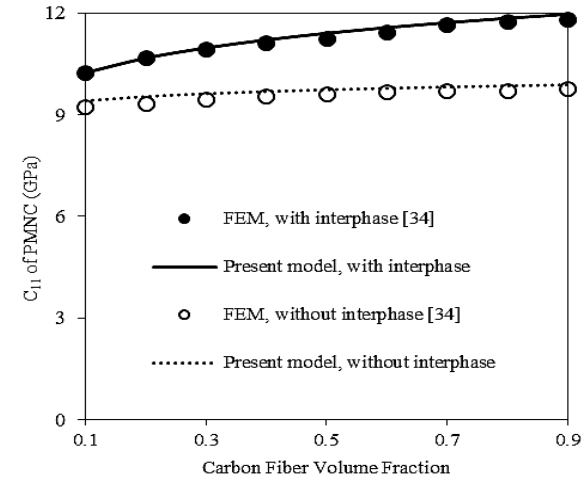


**Fig. 10** Variation of $C_{11}$ (transverse direction) nanocomposite versus carbon fiber volume fraction

**شکل 10** تغییرات $C_{11}$ (جهت عرضی) نانوکامپوزیت در مقابل کسر حجمی فیبر کربن

اثرات فاز میانی در این اشکال در نظر گرفته شده‌اند.

با توجه به "شکل‌های 12 تا 16" با افزایش شعاع نانولوله کربنی مقدار ضرایب ماتریس سختی الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری ($C^{PMNC}$) افزایش می‌یابد. "شکل 12" اثرات شعاع نانولوله را بر ضریب سختی $C_{11}$ نانوکامپوزیت نشان می‌دهد. با توجه به "شکل 12"، با افزایش کسر حجمی فیبر کربن اثرات شعاع نانولوله کربنی بر ضریب سختی $C_{11}$ نانوکامپوزیت بیشتر می‌باشد.

با توجه به "شکل 13" اثرات شعاع نانولوله کربنی برضریب سختی $C_{22}$ بسیار بیشتر از سایر ضرایب سختی الاستیک می‌باشد. "شکل 13" نشان می‌دهد که با افزایش شعاع نانولوله کربنی، نتایج پیش‌بینی شده با مدل میکرومکانیکی حاضر بهم نزدیک می‌شوند. "شکل 14" اثرات شعاع نانولوله کربنی را بر ضریب سختی $C_{12}$ نشان می‌دهد. با افزایش کسر حجمی فیبر



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

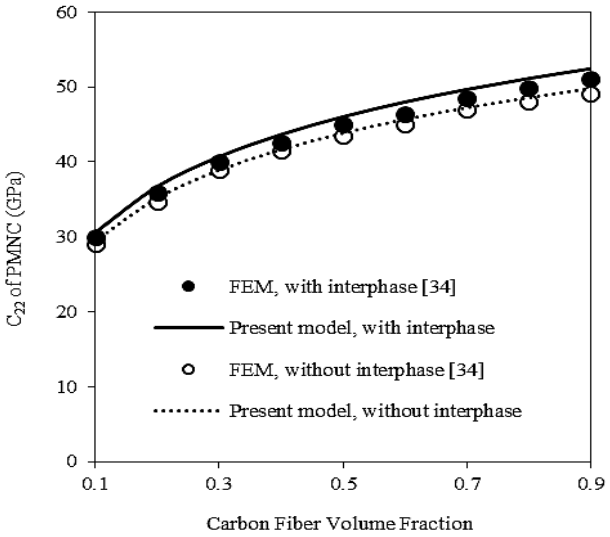


**Fig. 11** Variation of $C_{22}$ (longitudinal direction) nanocomposite versus carbon fiber volume fraction

**شکل 11** تغییرات $C_{22}$ (جهت طولی) نانوکامپوزیت در مقابل کسر حجمی فیبر کربن

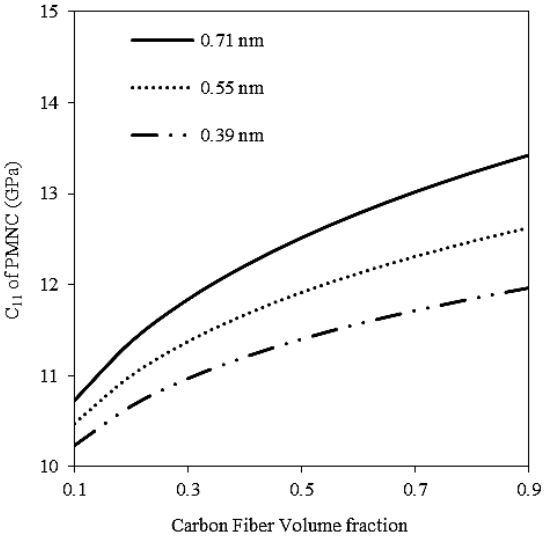


**Fig. 12** Effect of carbon nanotube radius on $C_{11}$ of nanocomposite

**شکل 12** اثر شعاع نانولوله بر $C_{11}$ نانوکامپوزیت

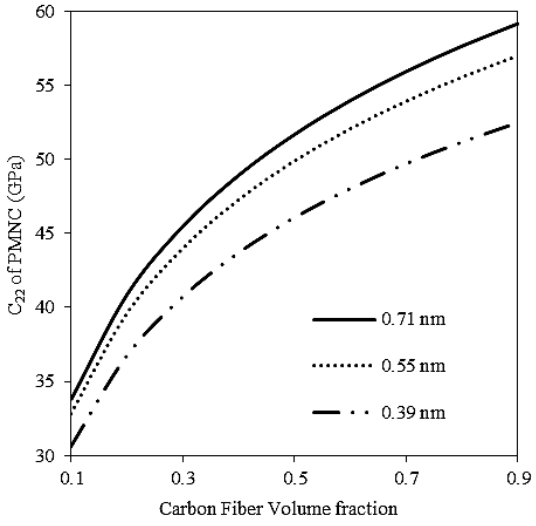


Fig. **13** Effect of carbon nanotube radius on $C_{22}$ of nanocomposite

**شکل 13** اثر شعاع نانولوله بر $C_{22}$ نانوکامپوزیت

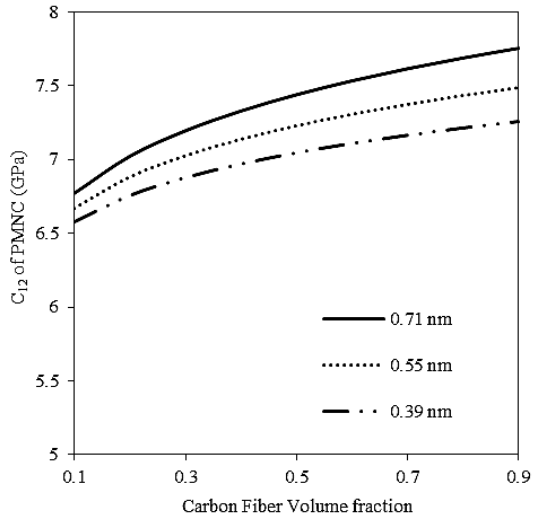


**Fig. 14** Effect of carbon nanotube radius on $C_{12}$ of nanocomposite

**شکل 14** اثر شعاع نانولوله بر $C_{12}$ نانوکامپوزیت

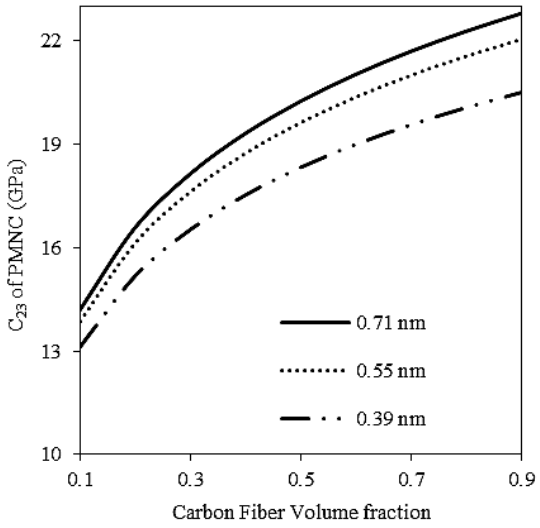


**Fig. 15** Effect of carbon nanotube radius on $C_{23}$ of nanocomposite

**شکل 15** اثر شعاع نانولوله بر $C_{23}$ نانوکامپوزیت

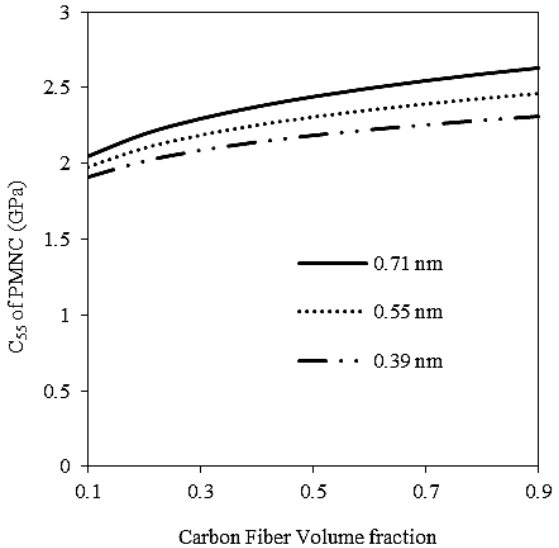


**Fig. 16** Effect of carbon nanotube radius on $C_{55}$ of nanocomposite

**شکل 16** اثر شعاع نانولوله بر $C_{55}$ نانوکامپوزیت

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

کربن اثرات شعاع نانولوله کربنی بر ضریب سختی $C_{12}$ نانوکامپوزیت بیشتر می‌باشد. در "شکل 15" اثرات شعاع نانولوله کربنی بر ضریب سختی $C_{23}$ نشان داده شده است. با توجه به "شکل 15"، اثرات نانولوله کربنی با افزایش شعاع آن بر ضریب سختی $C_{23}$ کاهش می‌یابد. همان‌طور که "شکل 16" نشان می‌دهد، شعاع نانولوله کربنی کمترین اثر را بر ضریب سختی $C_{55}$ دارد.

### 6-2- خواص موثر الاستیک فیبر فازی کامپوزیت

با استفاده از مقادیر محاسبه شده در بخش قبل، خواص موثر الاستیک فیبر فازی کامپوزیتی استخراج می‌شود. جهت مدل‌سازی کامپوزیت فیبر فازی، نانوکامپوزیت زمینه پلیمری به‌عنوان فاز زمینه و فیبر کربن به‌عنوان فاز تقویت در نظر گرفته می‌شود. ابتدا مقایسه‌ای بین نتایج پیش‌بینی شده برای خواص موثر الاستیک فیبر فازی کامپوزیتی با مدل حاضر و نتایج روش المان محدود [34] انجام می‌گیرد. "شکل‌های 17 و 18" به‌ترتیب ضرایب سختی الاستیک $C_{11}$ و $C_{22}$ را نشان می‌دهند. اثرات فاز میانی نیز در "شکل‌های 17 و 18"مشاهده می‌شود. تطابق خوبی بین نتایج مدل حاضر و روش المان محدود وجود دارد.

اثرات شعاع نانولوله کربنی بر ضرایب $C_{11}$ و $C_{22}$ فیبر فازی کامپوزیتی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن به‌ترتیب در "شکل‌های 19 و 20" نشان داده شده است. بایستی توجه شود که اثرات فاز میانی در این اشکال درنظر گرفته شده‌اند. با توجه به "شکل 19" اثرات شعاع نانولوله کربنی بر ضریب سختی $C_{11}$ فیبر فازی کامپوزیتی قابل صرفه نظر کردن می‌باشد. در "شکل 20" اثرات شعاع نانولوله بر ضریب سختی $C_{22}$ فیبر فازی کامپوزیتی نشان داده شده است. مطابق "شکل 20"، با افزایش شعاع نانولوله کربنی ضریب سختی $C_{22}$ فیبر فازی کامپوزیتی نیز افزایش می‌یابد. به ازای کسر حجمی فیبر کربن برابر 0.24 و 0.9 شعاع نانولوله کربنی بترتیب بیشترین و کمترین

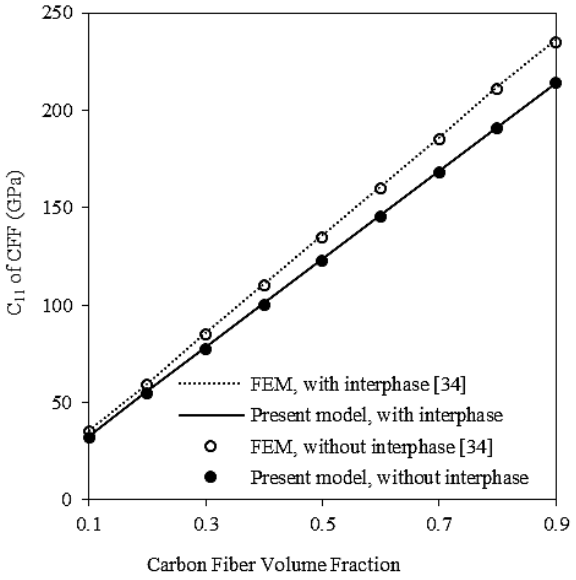


**Fig. 17** Variation of $C_{11}$ composite fuzzy fiber versus carbon fiber volume fraction

**شکل 17** تغییرات $C_{11}$ فیبر فازی کامپوزیتی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن

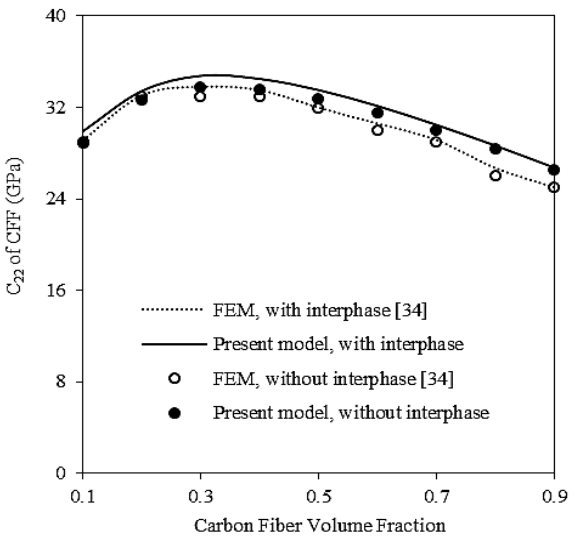


**Fig. 18** Variation of $C_{22}$ composite fuzzy fiber versus carbon fiber volume fraction

**شکل 18** تغییرات $C_{22}$ فیبر فازی کامپوزیتی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن

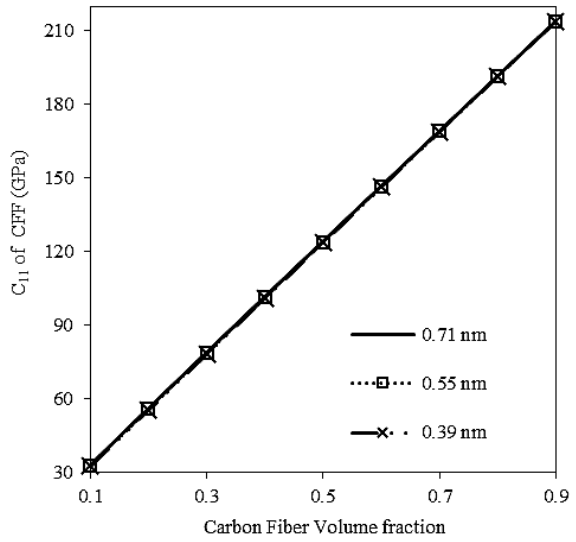


**Fig. 19** Effect of carbon nanotube radius on $C_{11}$ of composite fuzzy fiber

**شکل 19** اثر شعاع نانولوله بر $C_{11}$ فیبر فازی کامپوزیتی

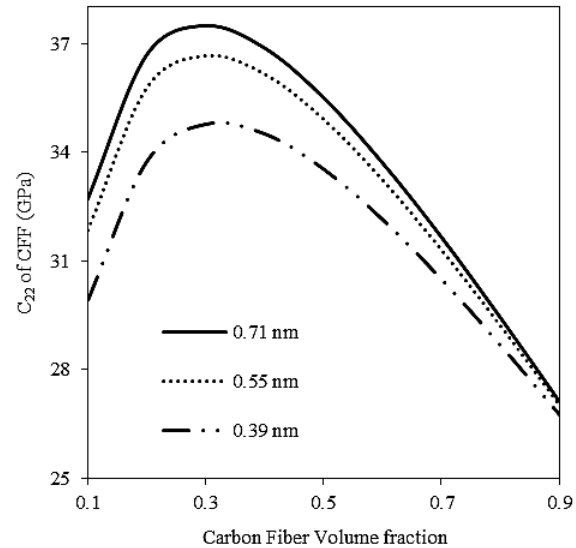


**Fig. 20** Effect of carbon nanotube radius on $C_{22}$ of composite fuzzy fiber

**شکل 20** اثر شعاع نانولوله بر $C_{22}$ فیبر فازی کامپوزیتی



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

تاثیر را بر ضریب سختی $C_{22}$ فیبر فازی کامپوزیتی دارد.

### 6-3- خواص موثر الاستیک کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

با استفاده از مقادیر محاسبه شده در بخش 6-2، خواص موثر الاستیک کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی (FFRC) استخراج می‌شود. جهت مدل‌سازی این کامپوزیت، پلی‌آمید به‌عنوان فاز زمینه و کامپوزیت فیبر فازی به‌عنوان فاز تقویت درنظر گرفته می‌شود.

در "شکل‌های 21 تا 26" مقایسه‌ای بین نتایج پیش‌بینی شده برای خواص موثر الاستیک کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی با مدل حاضر و نتایج روش المان محدود [34] انجام می‌گیرد. اثرات فاز میانی و نانولوله کربنی نیز در "شکل‌های 21 تا 26"مشاهده می‌شود. تطابق خوبی بین نتایج مدل حاضر و روش المان محدود وجود دارد. "شکل 21" تغییرات ضریب سختی $C_{11}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی را در مقابل کسر حجمی فیبر کربن نشان می‌دهد. با توجه به "شکل 21" رشد شعاعی نانولوله‌های کربنی هم‌راستا بر سطح فیبر کربن تاثیری بر مقدار ضریب سختی $C_{11}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی ندارد. همچنین نتایج ضریب سختی $C_{11}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی با درنظر گرفتن فاز میانی و بدون آن یکسان می‌باشد. در "شکل 22" تغییرات ضریب سختی $C_{22}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن نشان داده شده است. همان‌طور که "شکل 22" نشان می‌دهد برای کسر حجمی فیبر کربن که به‌صورت کاربردی استفاده می‌شود، نتایج پیش‌بینی شده برای ضریب سختی $C_{22}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی بسیار بیشتر از ضریب سختی $C_{22}$ آن کامپوزیت بدون نانولوله کربنی می‌باشد. بنابراین رشد شعاعی نانولوله‌های کربنی سختی خارج از صفحه‌ای زمینه‌ی احاطه کننده فیبر کربن را افزایش می‌دهد. با توجه به "شکل 23"، چنین رفتاری برای ضریب سختی $C_{23}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی نیز مشاهده می‌شود. در "شکل 24" تغییرات ضریب سختی $C_{12}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن نشان داده شده است. همان‌طور که از "شکل 24" مشخص است رشد شعاعی نانولوله‌ی کربنی باعث بهبود ضریب سختی $C_{12}$

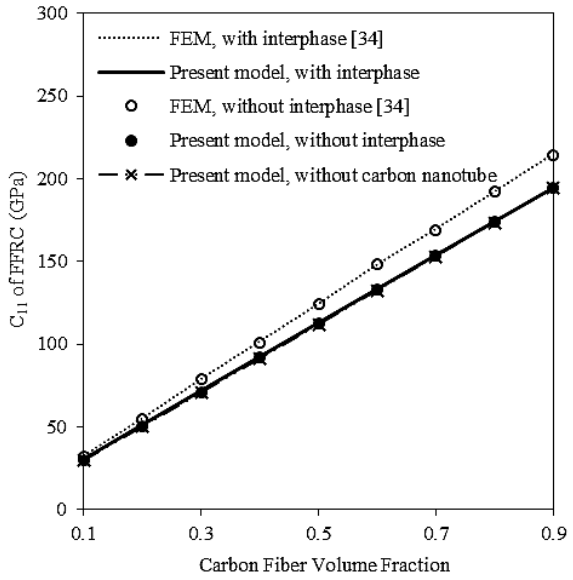


**Fig. 21** Variation of $C_{11}$ of FFRC versus carbon fiber volume fraction

**شکل 21** تغییرات $C_{11}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر فیبر کربن

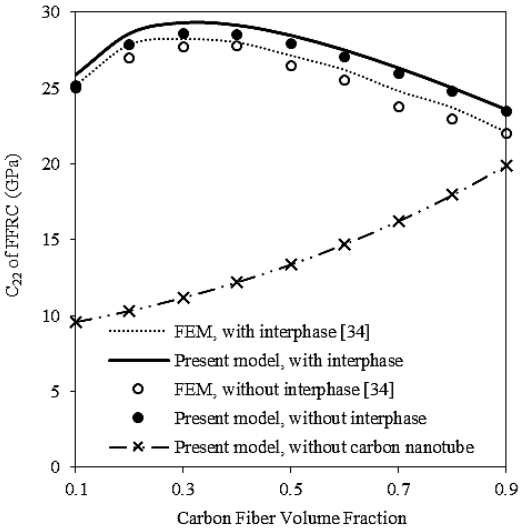


**Fig. 22** Variation of $C_{22}$ of FFRC versus carbon fiber volume fraction

**شکل 22** تغییرات $C_{22}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر فیبر کربن

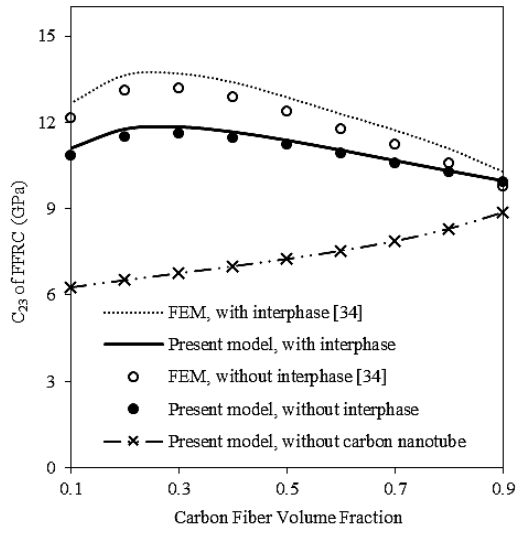


**Fig. 23** Variation of $C_{23}$ of FFRC versus carbon fiber volume fraction

**شکل 23** تغییرات $C_{23}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر فیبر کربن

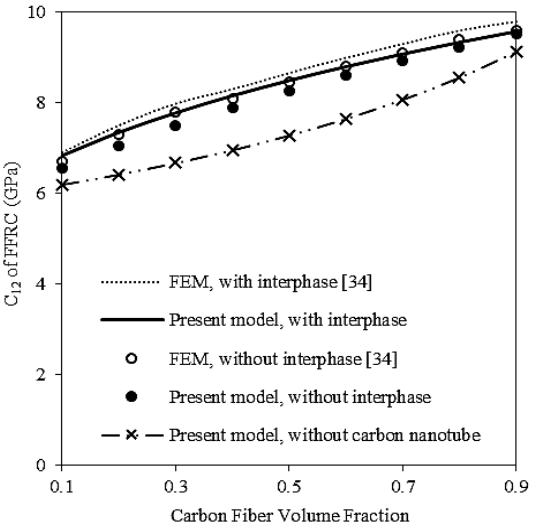


**Fig. 24** Variation of $C_{12}$ of FFRC versus carbon fiber volume fraction

**شکل 24** تغییرات $C_{12}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر فیبر کربن

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

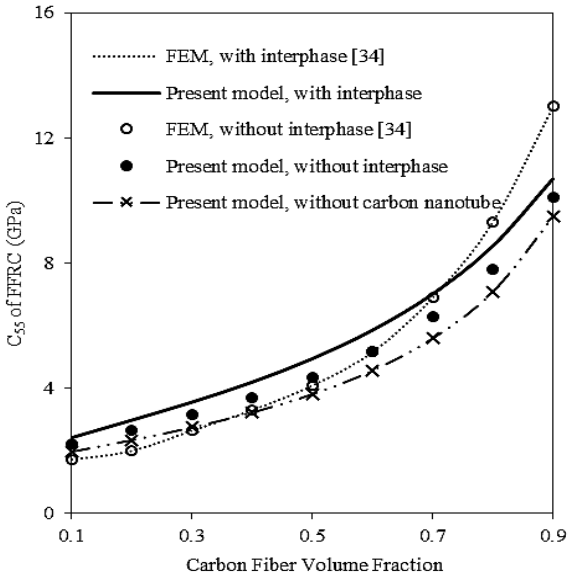


**Fig. 25** Variation of $C_{55}$ of FFRC with fuzzy fiber versus carbon fiber volume fraction

**شکل 25** تغییرات $C_{55}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر فیبر کربن

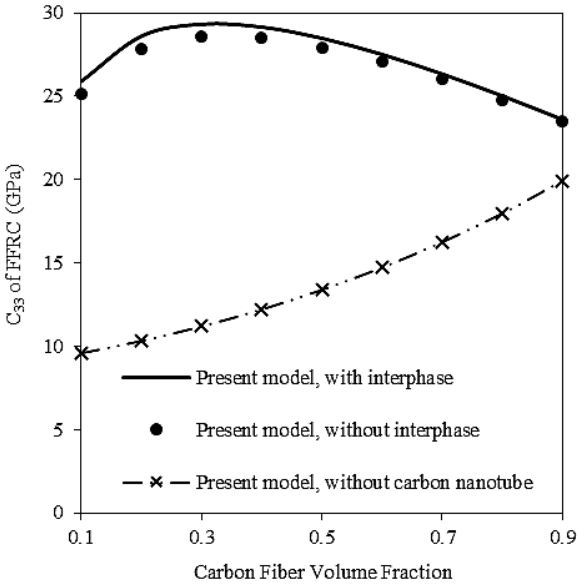


**Fig. 26** Variation of $C_{33}$ of FFRC versus carbon fiber volume fraction

**شکل 26** تغییرات $C_{33}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر فیبر کربن

می‌شود.

مطابق "شکل 25"، رشد نانولوله‌های کربنی بر سطح فیبر کربن تاثیر بسیار جزیی (قابل صرفه نظر کردن) بر ضریب سختی C55 کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی دارد. با توجه به "اشکال 22 تا 26" بایستی به این نکته توجه شود که نتایج یکسانی برای ضریب سختی الاستیک $C_{33}$ و $C_{22}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی به‌دست می‌آید. این موضوع نشان می‌دهد که کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی یک ماده ایزوتروپ عرضی می‌باشد. با توجه به این نکته ضریب سختی الاستیک $C_{12}$ و $C_{13}$ نیز با هم برابر می‌باشند.

اثرات تغییر شعاع نانولوله کربنی بر ضرایب سختی الاستیک کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن در "شکل‌های 27 تا 31"نشان داده شده است. بایستی توجه شود که اثرات فاز میانی در این اشکال درنظر گرفته شده‌اند. اثرات شعاع نانولوله‌ی کربنی بر ضریب سختی $C_{11}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در "شکل 27" نشان داده شده است. شعاع نانولوله کربنی تاثیری بر مقدار ضریب سختی $C_{11}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی ندارد. "شکل 28" تاثیر شعاع نانولوله کربنی را بر ضریب سختی $C_{22}$ (یا $C_{33}$) کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی در مقابل کسر حجمی فیبر کربن نشان می‌دهد. با توجه به "شکل 28" با افزایش شعاع نانولوله کربنی ضریب سختی الاستیک $C_{22}$ (یا $C_{33}$) کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی افزایش می‌یابد. با توجه به "شکل 29" رفتار مشابهی برای ضریب سختی الاستیک $C_{23}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی مشاهده می‌شود. با توجه به "اشکال 30 و 31" اثرات تغییر شعاع نانولوله‌ی کربنی بر ضرایب سختی الاستیک $C_{12}$ و $C_{55}$ کامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی بسیار کم می‌باشد.

## 7- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، اثرات اندازه‌ی نانولوله کربنی بر خواص موثر الاستیک

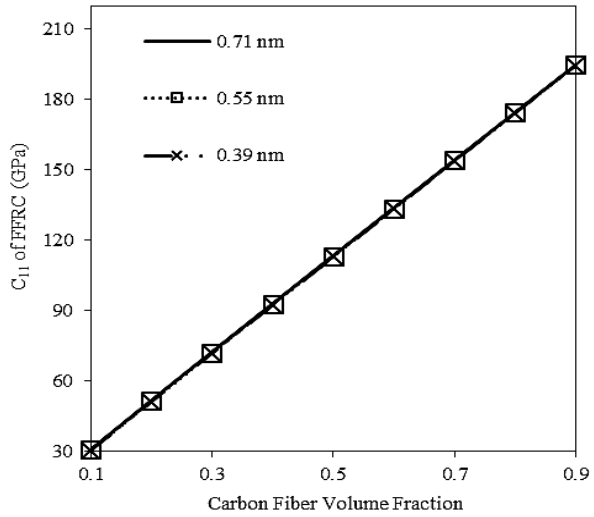


**Fig. 27** Effect of carbon nanotube radius on $C_{11}$ of FFRC

**شکل 27** اثر شعاع نانولوله بر $C_{11}$ کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

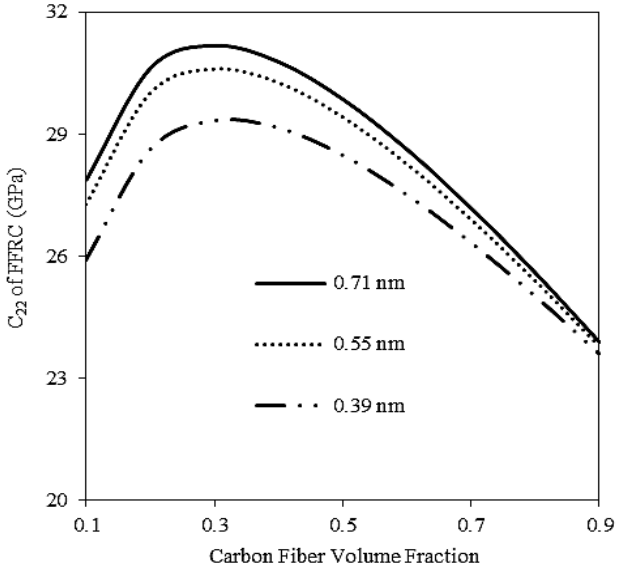


**Fig. 28** Effect of carbon nanotube radius on $C_{22}$ of FFRC

**شکل 28** اثر شعاع نانولوله بر $C_{22}$ کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

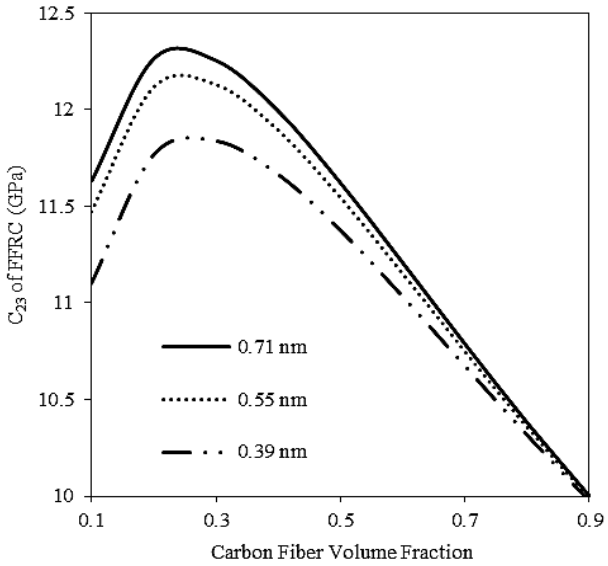


**Fig. 29** Effect of carbon nanotube radius on $C_{23}$ of FFRC

**شکل 29** اثر شعاع نانولوله بر $C_{23}$ کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

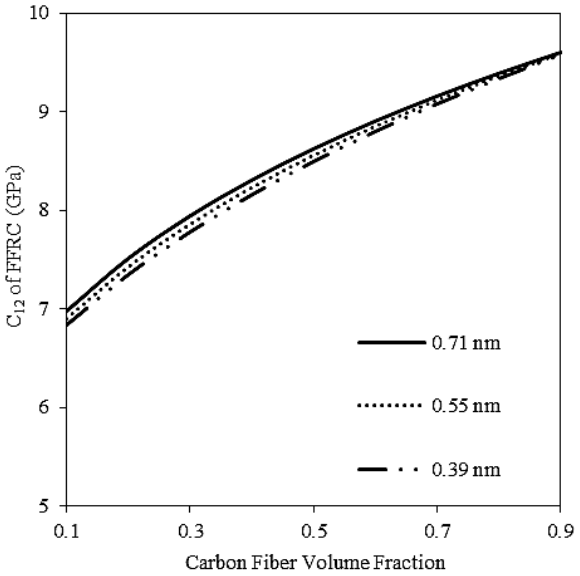


**Fig. 30** Effect of carbon nanotube radius on $C_{12}$ of FFRC

**شکل 30** اثر شعاع نانولوله بر $C_{12}$ کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی بررسی شد. این کامپوزیت جدید از فیبر کربن، نانولوله‌ی کربنی تک‌جداره و زمینه پلیمری تشکیل شد. رشد شعاعی نانولوله‌های کربنی هم‌راستا بر سطح خارجی فیبر کربن ویژگی ساختاری این کامپوزیت جدید است. به‌دلیل ویژگی ساختاری این نانوکامپوزیت جدید، به ازای شعاع‌های مختلف نانولوله، مقدار ماکزیممی از کسر حجمی نانولوله کربنی برای یک مقدار معینی از کسر حجمی فیبر کربن وجود دارد. مدل میکرومکانیکی تحلیلی براساس روش سلول واحد جهت استخراج خواص موثر الاستیک کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی به‌کار گرفته شد. فاز میانی ناشی از واکنش بین اتم‌های نانولوله‌ی کربنی و زمینه پلیمری به‌عنوان یک فاز جداگانه با ضخامت و خواص الاستیک معین در مدل‌سازی درنظر گرفته شد. اثرات فاز میانی نانولوله کربنی/زمینه پلیمری و همچنین وجود نانولوله‌ی کربن بر خواص موثر الاستیک این نانوکامپوزیت هیبریدی جدید مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج مدل‌سازی با مدل ارائه شده با

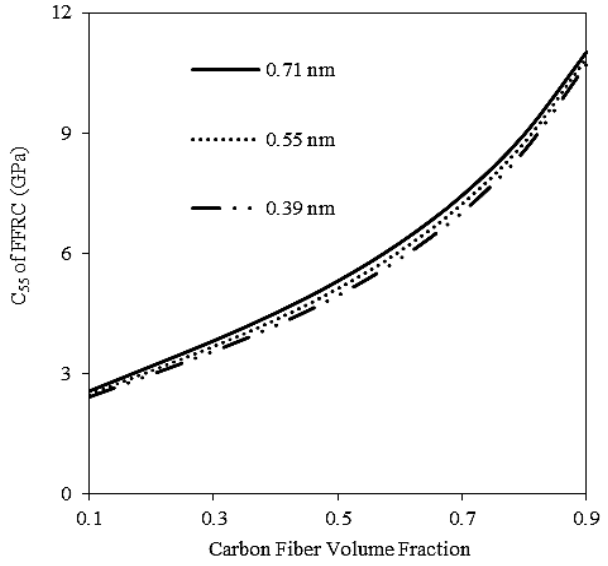


**Fig. 31** Effect of carbon nanotube radius on $C_{55}$ of FFRC

**شکل 31** اثر شعاع نانولوله بر $C_{55}$ کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی

درنظر گرفتن اثرات فاز میانی و بدون آن بسیار نزدیک به نتایج روش المان محدود شد. نتایج نشان داد که شعاع نانولوله‌های کربنی تاثیری بر ضریب سختی $C_{11}$ (1 جهت طولی) نانوکامپوزیت تقویت شده با فیبر فازی ندارند. در حالی که با افزایش شعاع نانولوله‌های کربنی خواص موثر الاستیک عرضی شامل ضریب سختی $C_{22}$، $C_{33}$ و $C_{23}$ بهبود می‌یابند. همچنین، اثرات تغییر شعاع نانولوله‌ی کربنی بر ضرایب سختی الاستیک $C_{12}$ و $C_{55}$ نانوکامپوزیت هیبریدی تقویت شده با فیبر فازی بسیار کم می‌باشد. از نتایج به‌دست آمده می‌توان جهت طراحی و تولید بهینه کامپوزیت‌ها بهره برد.

## 8- مراجع


[1] S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature*, Vol. 354, pp. 56-58, 1991.

[2] B. I. Yakobson, C. J. Brabec, J. Bernholc, Nanomechanics of carbon tubes: Instabilities beyond linear response, *Physical Review Letters*, Vol. 76, No. 14, pp. 2511-2514, 1996.

[3] J. P. Salvetat, J. M. Bonard, N. H. Thomson, A. J. Kulik, L. For´ro, W. Benoit, L. Zuppiroli, Mechanical properties of carbon nanotubes, *Applied Physics A*, Vol. 69, No. 3, pp. 255-260, 1999.

[4] L. Shen, J. Li, Transversely isotropic elastic properties of single-walled carbon nanotubes, *Physics Review B*, Vol. 69, No. 4, pp. 1-10, 2004.

[5] J. R. Xiao, B. A. Gama, J. W. Gillespie, An analytical molecular structural mechanics model for the mechanical properties of carbon nanotubes, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 11, pp. 3075-3092, 2005.

[6] J. L. Tsai, S. H. Tzeng, Y. T. Chiu, Characterizing elastic properties of carbon nanotubes/polyimide nanocomposites using multi-scale simulation, *Composites Part B*, Vol. 41, No. 1, pp. 106–115, 2010.

[7] K. I. Tserpes, P. Papanikos, Finite element modeling of single-walled carbon nanotubes, *Composites Part B*, Vol. 36, No. 5, pp. 468-477, 2005.

[8] M. Rossi, M. Meo, On the estimation of mechanical properties of single-walled carbon nanotubes by using a molecular-mechanics based fe approach, *Composites Science and Technology*, Vol. 69, No. 9, pp. 1394-1398, 2009.

[9] R. Ansari, S. Ajori, A. Ameri, Elastic and structural properties and buckling behavior of single-walled carbon nanotubes under chemical adsorption of atomic oxygen and hydroxyl, *Chemical Physics Letters*, Vol. 616-617, No. 6, pp. 120-125, 2014.

[10] M. Mondali, M. R. Yousefi, Prediction a range for elastic modulus of cnt reinforced polymer composites using analytical method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 52-60, 2014. (in Persian فارسی)

[11] A. Nikfarjam, R. Rafiee, M. H. Sabour, M. Taheri, Characterization of the electrical and electromagnetic properties of CNT-based composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 88-100, 2014. (in Persian فارسی)

[12] E. T. Thostenson, T. W. Chow, On the elastic properties of carbon nanotube based composites: Modelling and characterization, *Journal of Physics D*, Vol. 36, No. 5, pp. 573-582, 2003.


[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]

[13] Y. Han, J. Elliott, Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites, *Computational Materials Science*, Vol. 39, No. 2, pp. 315–323, 2007.
[14] M. M. Shokrieh, R. Mosalmani, S. Soveity, An investigation on effects of aspect ratio of representative volume element on elastic modulus of a carbon nanotubes reinforced polymer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 107-116, 2014. (in Persian فارسی)
[15] X. L. Chen, Y. J. Liu, Square representative volume elements for evaluating the effective material properties of carbon nanotube-based composites, *Computational Materials Science*, Vol. 29, No. 1, pp. 1-11, 2004.
[16] M. Griebel, J. Hamaekers, Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer–carbon nanotube composites, *Computational Methods in Applied Mechanics Engineering*, Vol. 193, No. 17, pp. 1773–1788, 2004.
[17] A. Fereidoon, E. Saeedi, H. Hemmatian, Prediction of nanocomposite effective elastic moduli by finite element modeling in micro scale, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 91-101, 2013. (in Persian فارسی)
[18] J. Gou, B. Minaie, B. Wang, Z. Liang, C. Zhang, Computational and experimental study of interfacial bonding of single-walled nanotube reinforced composites, *Computational Materials Science*, Vol. 31, No. 3, pp. 225-236, 2004.
[19] R. Zhu, E. Pan, A. K. Roy, Molecular dynamics study of the stress–strain behavior of carbon-nanotube reinforced Epon 862 composites, *Materials Science Engineering A*, Vol. 447, No. 1, pp. 51–57, 2007.
[20] M. Zakeri, M. Shayanfar, M. M. Shokrieh, Interface modeling of nanotube reinforced nanocomposites by using multi-scale modeling method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 5, pp. 1-11, 2013. (in Persian فارسی)
[21] G. D. Seidel, D. C. Lagoudas, Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, No. 8, pp. 884-907, 2006.
[22] D. Luo, W. X. Wang, Y. Takao, Effects of the distribution and geometry of carbon nanotubes on the macroscopic stiffness and microscopic stresses of nanocomposites, *Composites Science and Technology*, Vol. 67, No. 14, pp. 2947–2958, 2007.
[23] M. Esteva, P. D. Spanos, Effective elastic properties of nanotube reinforced composites with slightly weakened interfaces, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 4, No. 5, pp. 887-900, 2009.
[24] D. C. Hammerand, G. D. Seidel, D. C. Lagoudas, Computational micromechanics of clustering and interphase effects in carbon nanotube composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 14, No. 4, pp. 277–294, 2004.
[25] M. M. Shokrieh, R. Rafiee, On the tensile behavior of an embedded carbon nanotube in polymer matrix, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 3, pp. 647-652, 2010.
[26] M. R. Ayatollahi, S. Shadlou, M. M. Shokrieh, Multiscale modeling for mechanical properties of carbon nanotube reinforced nanocomposites subjected to different types of loading, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 9, pp. 2250-2259, 2011.
[27] U. A. Joshi, S. C. Sharma, S. P. Harsha, Effect of carbon nanotube orientation on the mechanical properties of nanocomposites, *Composites B*, Vol. 43, No. 4, pp. 2063–2071, 2012.
[28] C. Bower, W. Zhu, S. Jin, O. Zhou, Plasma-Induced alignment of carbon nanotubes, *Applied Physics Letters*, Vol. 77, No. 6, pp. 830-832, 2000.
[29] R. B. Mathur, S. Chatterjee, B. P. Singh, Growth of carbon nanotubes on carbon fiber substrates to produce hybrid/phenolic composites with improved mechanical properties, *Composites Science and Technology*, Vol. 68, No. 7, pp. 1608-1615, 2008.
[30] E. J. Garcia, B. L. Wardle, A. J. Hart, N. Yamamoto, Fabrication and multifunc- tional properties of a hybrid laminate with aligned carbon nanotubes grown in situ, *Composites Science and Technology*, Vol. 68, No. 9, pp. 2034-2041, 2008.
[31] J. Zhao, L. Liu, Q. Guo, J. Shi, G. Zhai, J. Song, Z. Liu, Growth of carbon nanotubes on the surface of carbon fibers, *Carbon*, Vol. 46, No. 2, pp. 380-383, 2008.
[32] M. C. Ray, R. Guzman de Villoria, B. L. Wardle, Load transfer analysis in short carbon fibers with radially-aligned carbon nanotubes embedded in a polymer matrix, *Journal of Advanced Materials*, Vol. 41, No. 4, pp. 82-94, 2009.
[33] M. C. Ray, Concept for a novel hybrid smart composite reinforced with radially aligned zigzag carbon nanotubes on piezoelectric fibers, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 3, pp. 1-8, 2010.
[34] S. I. Kundalwal, M. C. Ray, Effective properties of a novel continuous fuzzy-fiber reinforced composite using the method of cells and the finite element method, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 36, pp. 191-203, 2012.
[35] S. I. Kundalwal, M. C. Ray, Effect of carbon nanotube waviness on the elastic properties of the fuzzy fiber reinforced composites, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 80, No. 2, pp. 101-113 , 2013.
[36] S. I. Kundalwal, M. C. Ray, Effect of carbon nanotube waviness on the effective thermoelastic properties of a novel continuous fuzzy fiber reinforced composite, *Composites Part B*, Vol. 57, pp. 199-209, 2014.
[37] M. K. Hassanzadeh Aghdam, M. J. Mahmoodi, Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 86-97, 2013. (in Persian فارسی)
[38] M. J. Mahmoodi, M. K. Hassanzadeh Aghdam, R. Ansari, Effects of interphase damage on the elastoviscoplastic behavior of general unidirectional metal matrix composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 95-105, 2015. (in Persian فارسی)
[39] J. S. Snipes, C. T. Robinson, S. C. Baxter, Effects of scale and interface on the three-dimensional micromechanics of polymer nanocomposites, *Journal of Composite Materials*, Vol. 45, No. 24, pp. 2537-2546, 2011.
[40] S. I. Kundalwal, M. C. Ray, Estimation of thermal conductivities of a novel fuzzy fiber reinforced composite, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 76, pp. 90-100, 2014.

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-24 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.9.25.1 ]