



## کنترل مد لغزشی مقاوم تطبیقی کوادرورتور در حضور اغتشاش باد

علی متھدی<sup>۱</sup>، علی اکبرزاده کلات<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی شهرورد، شهرورد  
۲- استادیار، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی شهرورد، شهرورد  
\* شاهرورد، سندوق پستی ۳۶۱۹۹-۹۵۱۶۱

### چکیده

در این مقاله، یک سیستم کنترل ردگیری مقاوم تطبیقی برای یک کوادرورتور بدون سرنشین طراحی شده است. کوادرورتور در دسته هواپیماهای بال چرخان قرار می‌گیرد و یک سیستم کم عملگر و ذاتاً ناپایدار است، همچنین مدل دینامیکی سیستم غیرخطی و همراه با عدم قطعیت می‌باشد، پس به منظور پایدارسازی و ردگیری مسیر نیازمند طراحی یک سیستم کنترل مقاوم است. این سیستم باید توانایی حفظ تعادل کوادرورتور در حضور اغتشاش باد، نیروهای آبرودینامیکی نامطلوب و خطأ در اندازه‌گیری پارامترهای ثابت را داشته باشد. مدل دینامیکی کوادرورتور با استفاده از روش نیوتون اویلر استخراج شده است. کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله شامل دو حلقه کنترل داخلی و خارجی است. حلقه داخلی حرکت چرخشی و زوایای اویلر کوادرورتور را کنترل می‌کند و حلقه خارجی مربوط به کنترل موقعیت و حرکت انتقالی کوادرورتور و محاسبه زوایای مطلوب برای ردگیری مسیر مرجع است. در این مقاله با بکارگیری روش مد لغزشی تطبیقی، کنترل کننده‌ای طراحی شده است که در آن نیاز به معلوم بودن محدوده عدم قطعیت نبوده و حد بالای اندازه آن به صورت یک عدد اسکالار تخمین زده می‌شود. برای جلوگیری از واگرانی پارامترها در قوانین تطبیق از روش اصلاحی سیگما استفاده شده است و بعلاوه بهمنظور عملکرد مناسب سیستم در بار محموله‌های متفاوت، جرم کل مجموعه نیز به صورت تطبیقی تخمین زده می‌شود. طراحی کنترل بر اساس تئوری پایداری لیاپانوف انجام شده و پایداری مقاوم سیستم در حضور اغتشاش نشان داده شده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دربافت: ۰۶ شهریور ۱۳۹۵  
پذیرش: ۰۲ آبان ۱۳۹۵  
ارائه در سایت: ۰۶ اذر ۱۳۹۵

کلید واژگان:  
کنترل لغزشی  
قانون تطبیق  
کوادرورتور

## Adaptive robust sliding mode control of quadrotor in the presence of wind/disturbance

Ali Mottahedi, Ali Akbarzadeh Kalat<sup>\*</sup>

Department of Control Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran  
\* P.O.B. 36199-95161, Shahrood, Iran, akbarzadeh@shahroodut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 27 August 2016  
Accepted 23 October 2016  
Available Online 26 November 2016

**Keywords:**  
Sliding mode control  
Adaption law  
Quadrotor

### ABSTRACT

In this paper, an adaptive robust tracking control system for an unmanned quadrotor is designed. Quadrotor is placed in category of rotary wing aerial vehicle, and is an under-actuated and inherently unstable system. Also, the dynamic model of system is nonlinear and uncertain, is required to design a robust control system for stabilization and tracking the desired path. This system must be able to retain the quadrotor balance in the presence of the disturbance, undesired aerodynamical forces and Measurement error of constant parameters. The suggested controller in this paper consists of two inner and outer control loops. Inner loop controls the Euler angles and outer loop is for controlling the quadrotor position and translational motion, and calculating the desired angles for trajectory tracking. In this paper by utilizing the adaptive sliding mode, a controller has been designed in which there is no need for the uncertainty range to be given and its upper bound is estimated as a scalar number. In order to prevent diverging adaptive parameters, the sigma-modification is used in adaption laws and also, to achieve suitable performance in various load, the total mass is estimated adaptively. The control design is based on the Lyapunov theory and the robust stability of system in the presence of the disturbance have been shown.

قابلیت شناور ماندن در هوا و همچنین قابلیت مانور دهنی بالا دارای محبوبیت بیشتری هستند. عمود پروازها خود به چند دسته تقسیم می‌شوند: از جمله هلیکوپترهای معمولی، هلیکوپترهای هم محور و نیز انواع چند گردنده‌ها با پیکربندی مختلف می‌باشند، در این بین کوادرورتورها به دلیل ساختار ساده و عدم نیاز به اتصالات مکانیکی پیچیده از اهمیت بیشتری برخوردار هستند و می‌توان تنها از طریق تغییر دور گردنددها هر گونه حرکت دلخواهی را در آنها

### ۱- مقدمه

امروزه پرنده‌های بدون سرنشین به دلیل عدم استفاده مستقیم از نیروی انسانی در کاربردهایی چون جستجو و نجات در مناطق خطرناک و دور از دسترس، نقشه‌برداری، کاربردهای نظامی و مرزبانی مورد توجه بسیار قرار گرفته‌اند. به طور عمده پرنده‌های بدون سرنشین را می‌توان به دو دسته بال ثابت و عمود پروازها تقسیم بندی کرد، در این بین عمود پروازها به دلیل

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Mottahedi, A. Akbarzadeh Kalat, Adaptive robust sliding mode control of quadrotor in the presence of wind/ disturbance, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 95-102, 2016 (in Persian)

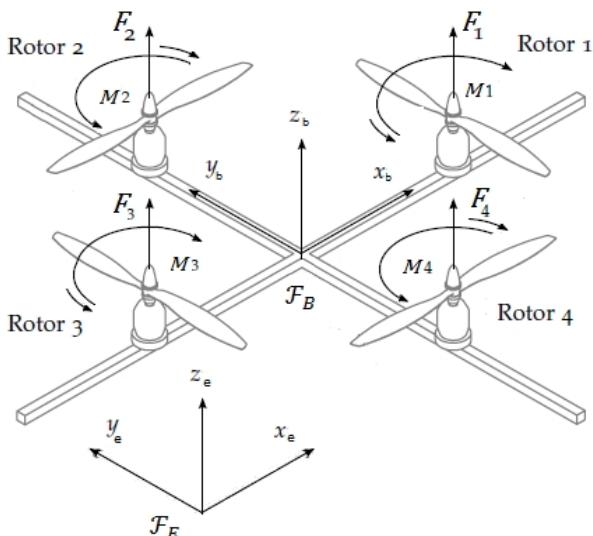


Fig. 1 The simple structure of a quadrotor

شکل ۱ ساختار ساده یک کوادراتور

$$F_i = b\Omega_i^2 \quad (1)$$

$$M_i = d\Omega_i^2 \quad (2)$$

## 2- استخراج معادلات

برای مدل سازی کوادراتور فرضیات زیر مطرح می شود:

فرض 1: کوادراتور یک جسم صلب است.

فرض 2: کوادراتور دارای تقارن در محورهای خود می باشد.

فرض 3: دینامیک موتورها نسبتاً سریع می باشد، پس قابل صرف نظر کردن می باشند [16].

برای بدست آوردن معادلات دینامیکی و سینماتیکی ابتدا دو چارچوب مرجع معروفی می شود، چارچوب مرجع متصل به زمین  $\mathcal{F}_E = \{x_e, y_e, z_e\}$  و چارچوب مرجع متصل به بدن  $\mathcal{F}_B = \{x_b, y_b, z_b\}$  که مرکز این چارچوب بر مرکز جرم کوادراتور منطبق می باشد.

موقعیت خطی کوادراتور در چارچوب زمین به وسیله  $\xi$   $y$   $z$   $[x \ y \ z]^T$  و موقعیت زاویهای آن را با زوایای سه گانه اویلر  $\eta$   $\psi$   $\theta$   $\varphi$   $[\varphi \ \theta \ \psi]^T$  نمایش داده شده است. همچنین سرعت خطی و زاویهای در دستگاه متصل به جرم را به ترتیب با  $\omega = [p \ q \ r]^T$ ,  $V = [v \ w]^T$  نمایش داده می شود:

معادلات سینماتیکی که ارتباط بین دو چارچوب مرجع را نشان می دهند به وسیله روابط (3) و (4) تعریف می شوند:

$$\dot{\xi} = RV \quad (3)$$

$$\dot{\eta} = T\omega \quad (4)$$

ماتریس چرخشی تبدیل چارچوب بدن نسبت به چارچوب مرجع ثابت زمین می باشد که به وسیله سه دوران متواالی بر حسب زوایای اویلر حول محورهای چارچوب متصل به بدن و  $T$  ماتریس انتقال سرعت زاویهای از دستگاه مرجع ثابت زمین به دستگاه متصل به بدن می باشد، به صورت رابطه (5) به دست می آیند. ماتریس چرخشی  $R$  دارای خاصیت متعامد بودن می باشد [16] به گونه ای که:

$$R = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\psi S_\theta S_\varphi - S_\psi C_\theta & S_\psi S_\varphi + C_\psi S_\theta C_\varphi \\ S_\psi C_\theta & C_\psi C_\varphi + S_\psi S_\theta S_\varphi & S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi \\ -S_\theta & C_\theta S_\varphi & C_\theta C_\varphi \end{bmatrix}$$

ایجاد کرد. در زمینه مدل سازی و کنترل کوادراتور کارهای متنوعی صورت گرفته است. در مرجع [1] برای اولین بار مدل کوادراتور به وسیله روش لآگرانژ استخراج شده است. در مرجع [2] با استفاده از فیدبک بینایی سعی در کنترل کوادراتور شده است. از تئوری لیپانوف به دلیل حصول اطمینان از پایداری مجانبی سیستم در [3] با استفاده شده است. در مرجع [4] کنترل یک کوادراتور با ساختار جدید، شامل یک ملح اضافه در مرکز کوادراتور، بررسی شده است. مرجع [5] از روش کنترل مقاوم  $H_\infty$  غیرخطی جهت پایدارسازی و کنترل کوادراتور در برابر عدم قطعیت بهره برده است. در [6] کنترل سیستم با روش خطی سازی پسخورد و در [7] با روش تطبیقی به جهت کارایی خوب در تقابل با عدم قطعیت پارامتری مورد استفاده قرار گرفته است. در [8] با ترکیب روش های فازی، تطبیقی و لغزشی سعی در کنترل کوادراتور شده است. روش LQR به دلیل ارائه قانون کنترل بهینه مورد توجه برخی از محققین قرار گرفته است [9]. با توجه به توانایی روش مد لغزشی در مقابله با عدم قطعیت و ترکیب آن با روش پسگام در کارهای زیادی مورد استفاده قرار گرفته است [11,10]. مرجع [12] از روش تطبیقی جهت تخمین بعضی از پارامترهای ثابت سیستم و از روش کنترل لغزشی برای دفع اثر اغتشاش با محدوده معلوم استفاده کرده است. مرجع [13] ترکیب روش های پسگام تطبیقی و مد لغزشی جهت کنترل کوادراتور و غلبه بر عدم قطعیت را بکار گرفته است. اگر چه در تحقیق اخیر از روش مد لغزشی نهایی برای رسیدن زمان محدود خطا به صفر در سیستم استفاده شده است ولی باید علاوه بر خود اغتشاش، مشتق آن نیز محدود با مقدار معلوم باشد و علاوه قانون تطبیق به صورت غیر کاهشی بوده و تضمینی برای محدوده معرفی شده است. در روش پیشنهادی جرم کل مجموعه و حد بالای نرم بردار عدم قطعیت تخمین زده می شود و جهت تضمین محدود ماندن پارامترها در قوانین تطبیق از روش اصلاحی سیگما استفاده شده است.

در این مقاله یک روش کنترل لغزشی مقاوم تطبیقی برای کنترل وضعیت و موقعیت یک کوادراتور در حضور اغتشاش ارائه می شود. در روش پیشنهادی جرم کل مجموعه و حد بالای نرم بردار عدم قطعیت تخمین زده می شود و جهت تضمین محدود ماندن پارامترها در قوانین تطبیق از روش اصلاحی سیگما استفاده شده است.

## 2- مدل سازی سیستم کوادراتور

### 2-1- توصیف کوادراتور

کوادراتور وسیله ای پرنده با شش درجه آزادی حرکت دارای ساختاری شبه صلیبی یا به صورت علامت ضربدر می باشد، که چهار گردنده در انتهای هر گوشه آن نصب شده است، نحوه حرکت این وسیله به گونه ای است که گردنده های رو بروی یکدیگر به صورت دو به دو در یک جهت و مخالف جهت جفت ملح دیگر می چرخدن، هر ملح نیرو و گشتاوری متناسب با محدود سرعتش تولید می کند که جهت نیرو به سمت بالا و جهت گشتاور خلاف چرخش ملح می باشد. با تعییر دور ملح ها اندازه نیروی بالابر تعییر می کند که این عمل باعث حرکت پرنده می شود. از آنجا که کوادراتور وسیله ای با شش درجه آزادی و چهار عملگر می باشد، در نتیجه کوادراتور جزو پرنده های کم عملگر محسوب می شود، به طوریکه کنترل چهار متغیر به صورت مستقیم و کنترل دو متغیر باقی مانده ( $x, y$ ) به صورت غیر مستقیم انجام می شود. شکل 1 ساختار ساده یک کوادراتور را نمایش می دهد. نیروی رانش و گشتاور پسای تولید شده توسط هر ملح به صورت روابطه (1) و (2) می باشد.  $b$  ضریب نیروی رانش و  $d$  ضریب گشتاور پسای می باشد [15].

شامل ضرایب ثابت اصطکاک و نیروی مقاوم آبودینامیکی می‌باشد  
.[18]

$$F_f = \begin{bmatrix} S_\psi S_\varphi + C_\psi S_\theta C_\varphi \\ S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi \\ C_\theta C_\varphi \end{bmatrix} \left( \sum_{i=1}^4 F_i \right)$$

$$F_a = -K_t \dot{\xi}$$

$$F_g = [0 \ 0 \ -mg]^T, \ g = 9.81$$

$$M_m = \begin{bmatrix} l(F_2 - F_4) \\ l(F_3 - F_1) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{bmatrix}$$

$$M_g = I_r (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \begin{bmatrix} -\dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_a = -K_r \dot{\eta} \quad (15)$$

### 3-2 محاسبه سرعت ملخها

بردار ورودی کنترل را به صورت رابطه (16) تعریف می‌شود:  
[16]

$$U_t = [U \ \tau_\varphi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$$

با ترکیب روابط (1)، (2)، (15) ورودی‌های کنترل بدست می‌آیند:

$$U = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2)$$

$$\tau_\varphi = lb(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2)$$

$$\tau_\theta = lb(\Omega_1^2 - \Omega_3^2)$$

$$\tau_\psi = d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (17)$$

فرم ماتریسی روابط بالا به صورت رابطه (18) می‌باشد:

$$U_t = K \Omega^2 \quad (18)$$

ماتریس  $K$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ lb & 0 & -lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \quad (19)$$

اکنون سرعت مرجع جهت اعمال به موتورها به صورت رابطه (20)

$$\text{بدست می‌آید} [18].$$

$$\Omega^2 = K^{-1} U_t \quad (20)$$

### 3- طراحی سیستم کنترل

همان‌طور که قبلاً اشاره شد حرکت در راستای محورهای افقی وابسته به زوایای اویلر و همچنین شناور ماندن در هوا از وظیف کوادراتور می‌باشد، بدین منظور طراحی کنترل‌کننده‌ای که پایداری سیستم را تضمین و به خوبی مسیر مطلوب را ردگیری کند یک اصل مهم است. در عمل به علت وجود عدم قطعیت نیاز به یک روش کنترلی مقاوم ضروری است. در این مقاله اثرات آبودینامیکی نامطلوب مانند اصطکاک و اثر جایرسکوپی را به عنوان دینامیک مدل نشده در نظر گرفته و فرض بر این است که سیستم دارای خطای اندازه‌گیری و محاسبه و تحت اغتشاش باد می‌باشد. با استفاده از کنترل مد لغزشی و به همراه داشتن حد بالای عدم قطعیت مجتمع می‌توان یک سیستم کنترل مقاوم مناسب طراحی کرد.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & S_\varphi t_\theta & -S_\theta \\ 0 & C_\varphi & C_\theta S_\varphi \\ 0 & -S_\varphi & C_\theta C_\varphi \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$R^{-1} = R^T \quad (6)$$

در ماتریس‌های (5) و (6) ساده‌سازی نمادی زیر انجام شده است:

$C_\alpha = \cos \alpha, \ S_\alpha = \sin \alpha, \ t_\alpha = \tan \alpha$  معادلات دینامیکی یک جسم صلب با شش درجه آزادی با روش نیوتون اویلر بر اساس قانون دوم نیوتون به صورت روابط (7) و (8) می‌باشد. رابطه مربوط به حرکت انتقالی کوادراتور و معادله (8) مربوط به حرکت چرخشی کوادراتور می‌باشد [17].

$$m \ddot{V} + \omega \times m V = F_b \quad (7)$$

$$I \ddot{\omega} + \omega \times I \omega = M_b \quad (8)$$

$M_b, F_b$  نیرو و گشتاور کلی اعمال شده به کوادراتور از دیدگاه چارچوب متصل به بدن می‌باشند،  $m [kg]$  جرم کوادراتور و  $I$  ماتریس لختی در دستگاه بدن جسم می‌باشد و به دلیل متقارن بودن کوادراتور به صورت قطری بدست می‌آید.

$$I = \begin{bmatrix} I_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & I_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix} \quad (9)$$

برای ساده شدن طراحی قوانین کنترل زوایای اویلر و موقعیت کوادراتور، معادلات فوق با استفاده از روابط (3)، (4) و (10) به دستگاه مرجع ثابت زمین منتقل می‌شود [17].

$$\dot{R} = R \cdot S(\omega) \quad (10)$$

در رابطه (10)  $S(\omega)$  به صورت رابطه (11) تعریف می‌شود:

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

در نتیجه معادلات حرکت انتقالی به صورت رابطه (12) بدست می‌آید:

$$m \ddot{\xi} = F_g + F_a + F_f \quad (12)$$

در معادلات حرکت چرخشی اگر زوایای اویلر تقریباً کوچک فرض شود، ماتریس انتقال  $T$  تقریباً با ماتریس واحد برابر می‌شود و نرخ تغییرات زوایای در دستگاه مرجع بدن با مشتق زوایای اویلر برابر خواهد شد [12]، این تقریب با دقت خوبی نیاز به استفاده از مدل کامل در طراحی قوانین کنترل را برطرف می‌سازد:

$$\dot{\eta} \cong \omega \implies \ddot{\eta} \cong \dot{\omega} \quad (13)$$

در نتیجه معادله دینامیکی سیستم چرخشی به صورت رابطه (13) بدست می‌آید:

$$I \ddot{\eta} + \dot{\eta} \times I \dot{\eta} = M_g + M_a + M_m \quad (14)$$

به طوریکه در روابط (12) و (14):

$F_g$  بردار نیروی رانش تولید شده توسط گردنده‌ها از دید دستگاه مرجع

متصل به زمین و  $F_a$  بردار نیروی مقاوم آبودینامیکی می‌باشد. این نیرو وابسته به جهت سرعت و شکل هندسی کوادراتور می‌باشد و خلاف جهت

حرکت به کوادراتور اعمال می‌شود و  $F_g$  بردار نیروی گرانشی زمین ناشی از شتاب جاذبه زمین می‌باشد.  $M_m$  بردار گشتاور تولید شده توسط ملخها است

به طوری که  $l$  طول هر بازوی کوادراتور می‌باشد.  $M_g$  معرف بردار گشتاور

$I_r$  ممان اینرسی حول محور هر ملخ می‌باشد و در نهایت  $M_a$  بردار گشتاور

اصطکاک آبودینامیکی هوا می‌باشد. در مجموعه روابط (15) ماتریس‌های

$$k_1 > \|F_1\|$$

اما در صورتی که دسترسی به حد بالای عدم قطعیت به سادگی امکان پذیر نباشد، می‌توان با استفاده از روش کنترل تطبیقی مقدار مطلوب  $k_1$  جهت داشتن عملکرد مطلوب سیستم کنترل را بدست آورد، بدین منظور تابع لیاپانوفی به صورت رابطه (31) تعریف می‌شود:

$$V_1(s_1, \tilde{k}_1) = 0.5s_1^T I s_1 + 0.5\gamma_1^{-1} \tilde{k}_1^2 \quad (31)$$

که در آن  $\tilde{k}_1$  تخمین  $k_1$  می‌باشد.

$$\tilde{k}_1 = k_1 - \hat{k}_1 \quad (32)$$

اگر از  $V_1(s_1, \tilde{k}_1)$  مشتق گرفته شود رابطه (33) بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1(s_1, \tilde{k}_1) = (s_1^T I s_1 - \gamma_1^{-1} \tilde{k}_1 \hat{k}_1) \quad (33)$$

رابطه (29) را در رابطه (33) قرار داده تا رابطه (34) بدست آید:

$$\dot{V}_1(s_1, \tilde{k}_1) = s_1^T \left( -k_{d1}s_1 + \Gamma_1 - \hat{k}_1 \frac{s_1}{\|s_1\|} \right) - \gamma_1^{-1} \tilde{k}_1 \hat{k}_1 \quad (34)$$

با ساده‌سازی رابطه (34)، رابطه (35) بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1(s_1, \tilde{k}_1) = -s_1^T k_{d1}s_1 + (s_1^T \Gamma_1 - \hat{k}_1 \|s_1\|) - \gamma^{-1} \tilde{k}_1 \hat{k}_1 \quad (35)$$

$s_1^T \Gamma_1$  به صورت رابطه (36) ساده می‌شود:

$$s_1^T \Gamma_1 \leq \|s_1\| \|\Gamma_1\| \leq \|s_1\| \|k_1\| \quad (36)$$

نتیجه بالا در رابطه (35) قرار داده می‌شود و با ساده‌سازی رابطه (37) بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1(s_1, \tilde{k}_1) = -s_1^T k_{d1}s_1 + \tilde{k}_1 (\|s_1\| - \gamma_1^{-1} \hat{k}_1) \quad (37)$$

قسمت دوم رابطه (37) را برابر صفر قرار داده تا قانون تطبیق بدست آید:

$$\hat{k}_1 = \gamma \|s_1\| \quad (38)$$

برای جلوگیری از واگرا شدن پارامتر از روش اصلاحی سیگما [20] به

صورت رابطه (39) استفاده می‌شود:

$$\hat{k}_1 = \gamma \|s_1\| - \sigma_1 k_1 \quad (39)$$

که در آن  $\sigma_1$  یک ثابت مثبت قابل تنظیم است.

### 2-3-کنترل لغزشی - تطبیقی حرکت انتقالی

روال کار در این قسمت کاملاً مشابه حالت قبل می‌باشد، با این تفاوت که در این بخش جرم کوادراتور به طور مستقیم با استفاده از قانون تطبیق محاسبه و در قانون کنترل قرار می‌گیرد. رابطه (12) به صورت رابطه (30) بدست می‌آید:

$$m\ddot{\xi} + mg_z + B_t(\dot{\xi}) + d_2(t) = RUE_z \quad (40)$$

به طوری که:

$$\|d_2(t)\| < D_2$$

$$B_t = -F_a$$

$$g_z = -F_g$$

$$e_z = [0 \ 0 \ 1]^T$$

مدل سیستم در دسترس به صورت رابطه (41) تعریف می‌شود. تخمین جرم کوادراتور می‌باشد:

$$\hat{m}(\ddot{\xi} + g_z) = R.U \quad (41)$$

ابتدا قبل از طراحی کنترل کننده چگونگی محاسبه زوایای چرخش

( $\varphi_d$ ) و فراز ( $\theta_d$ ) شرح داده می‌شود. ورودی مجازی  $U_v$  به صورت روابطه (42) تعریف می‌شوند:

$$U_v = RUE_z = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (42)$$

### 3-1-کنترل مد لغزشی - تطبیقی حرکت چرخشی

مدل سیستم را به صورت رابطه (21) در نظر گرفته می‌شود:

$$I\ddot{\eta} + F(\dot{\eta}) + G(\dot{\eta}, \Omega) + B_r(\dot{\eta}) + d_1(t) = \tau \quad (21)$$

که در آن:

$d_1(t)$  بردار اغتشاش خارجی و  $D_1$  حد بالای آن می‌باشد:

$$\|d_1(t)\| < D_1$$

$$F(\dot{\eta}) = \dot{\eta} \times I\dot{\eta} = \begin{bmatrix} (I_{ZZ} - I_{YY})\dot{\theta}\dot{\psi} \\ (I_{XX} - I_{ZZ})\dot{\phi}\dot{\psi} \\ (I_{YY} - I_{XX})\dot{\theta}\dot{\phi} \end{bmatrix}$$

$$G(\dot{\eta}, \Omega) = -M_g$$

$$B_r(\dot{\eta}) = -M_a$$

$$\tau = M_m$$

مدل در دسترس ما به صورت رابطه (22) می‌باشد:

$$\hat{I}\ddot{\eta} + \hat{F}(\dot{\eta}) = \tau \quad (22)$$

در رابطه (22)،  $\hat{I}$  و  $\hat{F}(\dot{\eta})$  تخمین  $I$  و  $F(\dot{\eta})$  می‌باشند، ابتدا بردار خطأ و سطح لغزش  $S_1, e_1$  به ترتیب با روابط (22) و (23) تعریف می‌شوند:

$$e_1 = \eta_d - \eta$$

$$S_1 = \dot{e}_1 + \Lambda_1 e_1$$

به طوری که:

$$\lambda^1_{ii} > 0, \quad \lambda^1_{ij} = 0, i \neq j$$

با توجه به اینکه ماتریس  $\Lambda_1$  مثبت معین می‌باشد، پس مؤلفه‌های بردار هرویتز می‌باشند و  $e_1$  و  $\dot{e}_1$  و  $\eta_d$  هر یک به صورت نمایی به سمت صفر همگرا می‌شوند، یعنی:

$$e_1, \dot{e}_1 \Rightarrow 0 \text{ as } t \Rightarrow \infty$$

از  $S_1$  تخمیق گرفته می‌شود:

$$\dot{S}_1 = \ddot{e}_1 + \Lambda_1 \dot{e}_1 \quad (24)$$

مسیر مرجع جدید  $\ddot{\eta}_r$  را به صورت رابطه (25) معرفی می‌شود و در

رابطه (24) قرار می‌گیرد:

$$\ddot{\eta}_r = \ddot{\eta}_d + \Lambda_1 \dot{e}_1 \quad (25)$$

در نتیجه:

$$\dot{S}_1 = \ddot{\eta}_r - \ddot{\eta} \implies \ddot{\eta} = \ddot{\eta}_r - \dot{S}_1 \quad (26)$$

از رابطه (26)،  $\ddot{\eta}$  را در رابطه (21) قرار داده و رابطه (27) بدست می‌آید:

$$I(\ddot{\eta}_r - \dot{S}_1) + F + G + B_r + d_1(t) = \tau \quad (27)$$

$$I\dot{S}_1 = I\ddot{\eta}_r + F + G + B_r + d_1(t) - \tau \quad (27)$$

قانون کنترلی بر اساس روش مد لغزشی [19] به صورت رابطه (28) معرفی می‌گردد:

$$\tau = \hat{t} + \tau_d \quad (28)$$

که در آن:

$$\hat{t} = \hat{I}\ddot{\eta}_r + \hat{F} + k_{d1}s_1$$

$$\tau_d = k_1 \frac{s_1}{\|s_1\|}$$

قانون کنترل پیشنهادی در رابطه (28) به رابطه (27) اعمال می‌شود، تا

رابطه (29) بدست آید:

$$I\dot{S}_1 = \Gamma_1 - k_1 \frac{s_1}{\|s_1\|} - k_{d1}s_1 \quad (29)$$

که در آن  $\Gamma_1$  بردار عدم قطعیت مجتمع شامل عدم قطعیت پارامتری،

دینامیک مدل نشده و اغتشاش به صورت رابطه (30) می‌باشد:

$$\Gamma_1 = (I - \hat{I})\ddot{\eta}_r + (F - \hat{F}) + G + B_r + d_2(t) \quad (30)$$

همچنین  $k_1$  حد بالای بردار عدم قطعیت می‌باشد.

$$\tilde{m}, \tilde{k}_2 \text{ خطای تخمن حد بالای عدم قطعیت و جرم کوادراتور}$$

می‌باشد:

$$\tilde{m} = m - \hat{m}, \quad \tilde{k}_2 = k_2 - \hat{k}_2 \quad (56)$$

از رابطه (55) مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}_2(s_2, \tilde{k}_2, \tilde{m}) = s_2^T m \dot{s}_2 - \gamma_m^{-1} \tilde{m} \dot{\tilde{m}} - \gamma_2^{-1} \tilde{k}_2 \dot{\tilde{k}}_2 \quad (57)$$

رابطه (53) را در رابطه (57) قرار داده و با ساده‌سازی رابطه (58) بدست می‌آید:

$$\dot{V}_2(s_2, \tilde{k}_2, \tilde{m}) = -s_2^T k_{d2} s_2 + \tilde{m} [s_2^T (\ddot{\xi}_r + g_z) + \gamma_m^{-1} \dot{\tilde{m}}] + \tilde{k}_2 (\|s_2\| - \gamma_2^{-1} \dot{\tilde{k}}_2) \quad (58)$$

قوانين تطبیق به صورت روابط (59) بدست می‌آید:

$$\dot{\tilde{m}} = \gamma_1 s_2^T (\ddot{\xi}_r + g_z), \quad \dot{\tilde{k}}_2 = \gamma_2 \|s_2\| \quad (59)$$

برای جلوگیری از واگرا شدن پارامترهای تطبیق به صورت زیر عمل می‌شود:

$$\dot{\tilde{m}} = \gamma_m s_2^T (\ddot{\xi}_r + g_z) - \sigma_m \tilde{m} \quad (60)$$

$$\dot{\tilde{k}}_2 = \gamma_2 \|s_2\| - \sigma_2 \tilde{k}_2 \quad (60)$$

لازم به توضیح است که همگرایی پارامترهای تطبیق (از جمله تخمین جرم) به مقدار واقعی، نیازمند آن است که سیگنال اعمالی به فرآیند که در اینجا همان سیگنال کنترل است از نوع تحریک کامل (PE) باشد. اما با توجه به اینکه در سیستم کنترل حلقه بسته انتخاب سیگنال کنترل با تحریک کامل میسر نیست بعبارتی سیگنال کنترل در حلقه با توجه به طرح کنترلی تولید می‌شود، بنابراین تضمینی برای همگرایی پارامترهای تطبیق به مقدار واقعی وجود ندارد. آنچه مسلم است پایداری سیستم با توجه به قوانین تطبیق تضمین شده و عملکرد مناسب سیستم نیز با انتخاب بهره‌های تطبیق قابل حصول است.

قوانين کنترل (28) و (52) دارای لرزش در سیگنال کنترل می‌باشد، که موجب ناپایداری سیستم می‌شود. برای حل این مشکل در حالت کلی برای هر دو قانون کنترل می‌توان قسمت  $U_{vd}$  و  $\tau_d$  را به صورت زیر تغییر داد. به طوری که  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  عددی کوچک و مثبت می‌باشد.

$$U_{vd} = k_1 \frac{s_1}{\|s_1\| + \epsilon_1} \quad \epsilon_1 > 0 \quad (61\text{-الف})$$

$$\tau_d = k_2 \frac{s_2}{\|s_2\| + \epsilon_2} \quad \epsilon_2 > 0 \quad (61\text{-ب})$$

#### 4- اثبات پایداری

با توجه به اینکه  $\dot{V}_1(s_1, \tilde{k}_1) \leq 0$  و  $\dot{V}_2(s_2, \tilde{k}_2) \leq 0$  است می‌توان گفت که در تمام زمان‌ها:

$$V_1(s_1, \tilde{k}_1) \leq V_1(s_1(0), \tilde{k}_1(0)) \quad (62\text{-الف})$$

$$V_2(s_2, \tilde{k}_2, \tilde{m}) \leq V_2(s_2(0), \tilde{k}_2(0), \tilde{m}(0)) \quad (62\text{-ب})$$

در نتیجه می‌توان گفت که  $s_1, \tilde{k}_1, s_2, \tilde{k}_2, \tilde{m}$  محدود می‌باشند. لذا می‌توان ادعا کرد که  $e_1, \dot{e}_1, e_2, \dot{e}_2$  و  $\dot{m}$  محدود بوده و با فرض اینکه  $\xi_d$  و  $\eta_d$  محدود و مشتق مرتبه اول و دوم آنها موجود می‌باشد، در نتیجه تمام متغیرهای سیستم محدود می‌باشند و سیستم پایدار می‌باشد.

#### 5- شبیه سازی

برای اعتبارسنجی قوانین کنترلی ارائه شده سیستم یک کوادراتور به همراه کنترل کننده لغزشی تطبیقی مقاوم طراحی شده در نرم افزار متلب با موارد زیر شبیه‌سازی شده است. پارامترهای به کار رفته در طراحی کنترل کننده پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده‌اند:

$$k_{d1} = \text{Diag}(0.8, 0.8, 0.4)$$

به طوری که:

$$u_x = f_1 U = (S_{\psi_d} S_{\varphi_d} + C_{\psi_d} S_{\theta_d} C_{\varphi_d}) U$$

$$u_y = f_2 U = (S_{\psi_d} S_{\theta_d} C_{\varphi_d} - C_{\psi_d} S_{\varphi_d}) U$$

$$u_z = f_3 U = (C_{\theta_d} C_{\varphi_d}) U \quad (43)$$

از رابطه (43)،  $U$  به صورت رابطه (44) به دست می‌آید:

$$U = \frac{u_z}{f_3} \quad (44)$$

با جایگذاری رابطه (44) در (43) بدست می‌آید:

$$u_x = \frac{f_1}{f_3} u_z = \left( \frac{S_{\psi_d} S_{\varphi_d} + C_{\psi_d} S_{\theta_d} C_{\varphi_d}}{C_{\theta_d} C_{\varphi_d}} \right) u_z \quad (45)$$

$u_x, u_y, u_z$  را به توان 2 رسانده و با هم جمع می‌شوند:

$$(f_1^2 + f_2^2 + f_3^2) U^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$$

$$(f_1^2 + f_2^2 + f_3^2) = 1 \quad (46)$$

اگر  $\psi_d$  برابر صفر در نظر گرفته شود، در نتیجه  $u_x$  و  $u_y$  به صورت روابط (48,47) ساده می‌شوند:

$$u_x = \tan(\theta_d) u_z \quad (47)$$

$$u_y = -\sin(\varphi_d) U \quad (48)$$

در نهایت ورودی کنترلی  $U$  و زوایای مطلوب جهت ردگیری مسیر مرجع

به صورت مجموعه روابط (49) بدست می‌آید:

$$U = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{u_x}{u_z}\right)$$

$$\varphi_d = \arcsin\left(\frac{-u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}}\right)$$

$$\psi_d = 0 \quad (49)$$

اگر نون به طراحی کنترل کننده موقعیت با ورودی مجازی  $U_v$  پرداخته می‌شود. کلیه مراحل مشابه طراحی کنترل کننده حرکت چرخشی می‌باشد. خطای ردگیری  $e_2$ ، سطح لغزشی  $S_2$  مسیر مرجع  $\xi_r$  و  $\xi_d$  به صورت مجموعه روابط (50) بدست می‌آیند:

$$e_2 = \xi_d - \xi$$

$$s_2 = \dot{e}_2 + \Lambda_2 e_2$$

$$\ddot{\xi}_r = \ddot{\xi}_d + \Lambda_2 \dot{e}_2$$

$$\dot{s}_2 = \dot{\xi}_r - \dot{\xi} \quad (50)$$

با استفاده از روابط فوق رابطه (51) حاصل می‌شود:

$$m \dot{s}_2 = (\ddot{\xi}_r + g_z - \dot{s}_2) = U_v \quad (51)$$

قانون کنترل  $U_v$  بر اساس مد لغزشی به صورت رابطه (52) معروفی می‌شود:

$$U_v = \widehat{U}_v + U_{vd} \quad (52)$$

به طوری که:

$$\widehat{U}_v = \tilde{m} (\ddot{\xi}_r + g_z) + k_{d2} s_2$$

$$U_{vd} = k_2 \frac{s_2}{\|s_2\|}$$

با اعمال رابطه (52) به رابطه (51) نتیجه می‌شود:

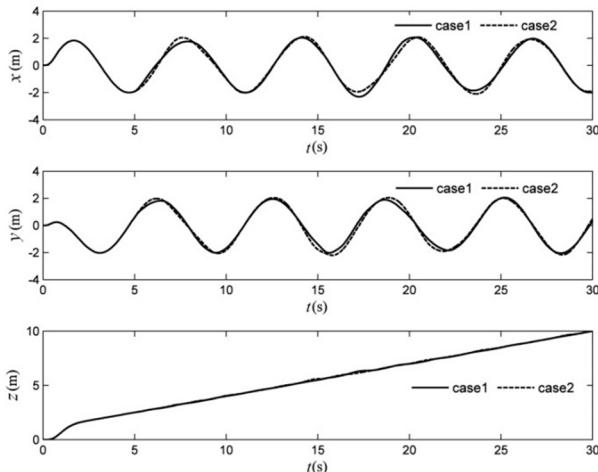
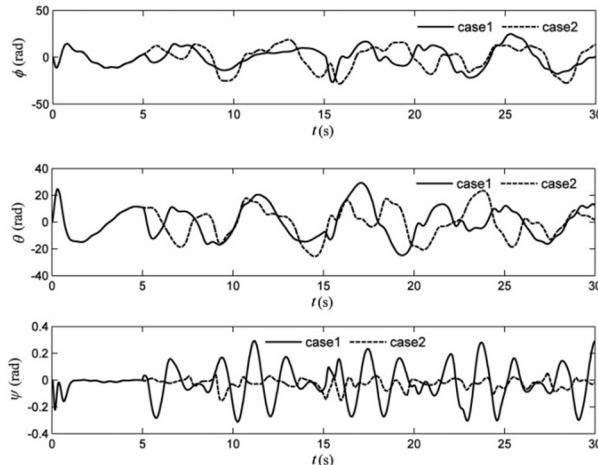
$$m \dot{s}_2 = \tilde{m} (\ddot{\xi}_r + g_z) - k_{d2} s_2 + \Gamma_2 - k_2 \frac{s_2}{\|s_2\|} \quad (53)$$

به طوری که  $\Gamma_2$  عدم قطعیت مجتمع و  $k_2$  حد بالای  $\Gamma_2$  می‌باشد:

$$\Gamma_2 = B_t (\dot{\xi}) + d_2(t), \quad k_2 > \|\Gamma_2\| \quad (54)$$

اگر نون با معروفی تابع لیبانوفی به صورت (55) جرم جسم  $\tilde{m}$  و همین طور حد بالای عدم قطعیت  $\tilde{k}_2$  تخمین زده می‌شود.

$$V_2(s_2, \tilde{k}_2, \tilde{m}) = 0.5(m s_2^T s_2 + \gamma_m^{-1} \tilde{m}^2 + \gamma_2^{-1} \tilde{k}_2) \quad (55)$$

Fig. 2 Position ( $x, y, z$ ) and trajectory trackingشکل 2 موقعیت ( $x, y, z$ ) و ردگیری مسیر مرجعFig. 3 Tracking of orientation ( $\varphi, \theta, \psi$ )

شکل 3 جهت گیری زوایای اویلر

مشاهده می‌شود، به دلیل تقریب استفاده شده جهت جلوگیری از لرزش سیگنال کنترل در رابطه (61) و همچنین قرار گرفتن کوادراتور در معرض باد در بازه زمانی اعمال اختشاش مقادیر خطا در ردگیری مسیر مرجع مشاهده می‌شود که در برابر حفظ تعادل کوادراتور قابل چشم پوشی می‌باشد.

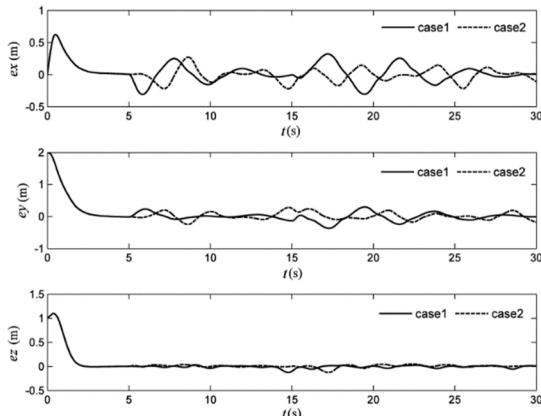


Fig. 4 Error of trajectory tracking

شکل 4 خطای ردگیری مسیر مرجع کوادراتور

$$k_{d2} = \text{Diag}(0.3, 0.3, 0.3)$$

$$\Lambda_1 = \text{Diag}(2.5, 2.5, 2.5)$$

$$\Lambda_2 = \text{Diag}(5, 5, 5)$$

$$\gamma_1 = 0.5, \quad \gamma_2 = 0.5, \quad \gamma_m = 0.1$$

$$\sigma_1 = 0.1, \quad \sigma_2 = 0.08, \quad \sigma_m = 0.05$$

پارامترهای شبیه‌سازی مربوط به کوادراتور در جدول 1 ذکر شده‌اند.

مقادیر اولیه زوایای اویلر ( $\psi, \theta, \varphi$ ) و موقعیت مکانی ( $x, y, z$ ) کوادراتور به صورت  $\eta(0) = 0$  و  $\xi(0) = 0$  در نظر گرفته شده است.

مأموریت کوادراتور ردگیری یک مسیر مریج به صورت است:

$$x_d = 2\sin(t), \quad y_d = 2\cos(t), \quad z_d = 1 + 0.3t, \quad \psi_d = 0$$

برای راستی آزمایی کنترل کننده طراحی شده، دو اختشاش با مقاطع

متفاوت زمانی به سیستم اعمال می‌شود و 25 % نامعینی برای مقادیر

ماتریس اینرسی  $I$  در نظر گرفته شده است.

$$t < 5$$

$$\begin{cases} W_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ W_1 = [w_{x1} \ w_{y1} \ 0 \ 0 \ w_{\theta 1} \ w_{\psi 1}] \end{cases} \quad 5 \leq t < 15$$

$$\begin{cases} W_1 = [w_{x2} \ w_{y2} \ 0 \ w_{\varphi 1} \ 0 \ w_{\psi 2}] \end{cases} \quad 15 \leq t \leq 30$$

$$t < 5$$

$$\begin{cases} W_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ W_1 = [w_{x3} \ w_{y3} \ 0 \ w_{\varphi 2} \ w_{\theta 2} \ 0] \end{cases} \quad 5 \leq t < 20$$

$$\begin{cases} W_1 = [w_{x4} \ w_{y4} \ 0 \ w_{\varphi 3} \ 0 \ w_{\psi 3}] \end{cases} \quad 20 \leq t \leq 30$$

به طوری که:

$$w_{x1} = 2.5[\sin(0.4\pi t) + \cos(0.5\pi t)]$$

$$w_{y1} = -2.5[\sin(0.5\pi t) + \cos(0.4\pi t)]$$

$$w_{x2} = [\sin(0.6\pi t) + \cos(0.5\pi t)]$$

$$w_{y2} = -[\sin(0.5\pi t) + \cos(0.6\pi t)]$$

$$w_{x3} = 1.2[\sin(0.4\pi t) + \cos(0.3\pi t)]$$

$$w_{y3} = -1.2[\sin(0.3\pi t) + \cos(0.4\pi t)]$$

$$w_{x4} = 1.6[\sin(0.5\pi t) + \cos(0.4\pi t)]$$

$$w_{y4} = 1.6[\sin(0.4\pi t) + \cos(0.5\pi t)]$$

$$w_{\varphi 1} = 5[\sin(5\pi t) + \cos(3.5\pi t)]$$

$$w_{\theta 1} = -5[\sin(6\pi t) + \cos(4.5\pi t)]$$

$$w_{\psi 1} = 2.5[\sin(3.5\pi t) + \cos(2.5\pi t)]$$

$$w_{\varphi 2} = 4[\sin(6\pi t) + \cos(5\pi t)]$$

$$w_{\theta 2} = 4[\sin(4\pi t) + \cos(5\pi t)]$$

$$w_{\psi 2} = 1.5[\sin(5\pi t) + \cos(6\pi t)]$$

$$w_{\varphi 3} = 5[\sin(5\pi t) + \cos(3\pi t)]$$

$$w_{\theta 3} = 1.5[\sin(3\pi t) + \cos(4\pi t)]$$

در شکل 2 مسیر ردگیری شده توسط کوادراتور برای هردو عدم قطعیت

نشان داده شده است. جهت گیری زوایای اویلر محاسبه شده برای ردگیری

مسیر توسط کوادراتور در شکل 3 نشان داده شده است.

در شکل 4 خطای ردگیری مربوط به موقعیت مکانی کوادراتور و در

شکل 5 خطای ردگیری زوایای سه گانه اویلر تحت تأثیر هر دو اختشاش باد

جدول 1 پارامترهای شبیه‌سازی کوادراتور

Table 1 Parameters for simulation of quadrotor

پارامتر	واحد	مقدار
جرم	kg	0.65
طول هر بازو	m	0.24
اینرسی حول محور x	Kg.m <sup>2</sup>	$8.1 \times 10^{-3}$
اینرسی حول محور y	Kg.m <sup>2</sup>	$8.1 \times 10^{-3}$
اینرسی حول محور z	Kg.m <sup>2</sup>	$14.2 \times 10^{-3}$
اینرسی حول محور گردندۀ ضرایب گشتاور اصلکاک (K <sub>r</sub> )	Kg.n <sup>2</sup>	$104 \times 10^{-6}$
ضرایب نیروی اصلکاک (K <sub>t</sub> )	N.rad/s	Diag(0.045, 0.052, 0.075)
ضرایب نیروی رانش (b)	N/m	Diag(0.035, 0.057, 0.046)
ضرایب گشتاور پسا (d)	N.m/rad/s	$54.2 \times 10^{-6}$
ضرایب گشتاور پسا (d)	N.m/rad/s	$1.1 \times 10^{-6}$

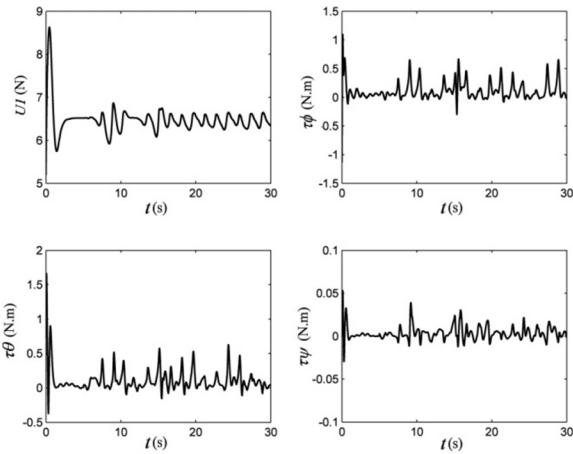
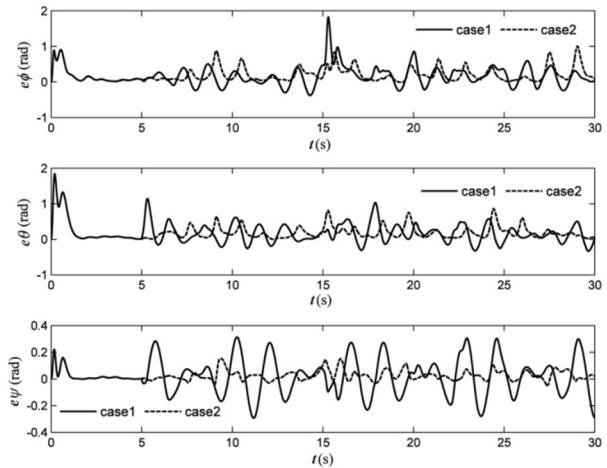


Fig. 7 Control inputs for first disturbance

شکل 7 ورودی‌های کنترل تحت اغتشاش اول

Fig. 5 Error of orientation ( $\varphi, \theta, \psi$ )

شکل 5 خطای جهت گیری زوایای اویلر

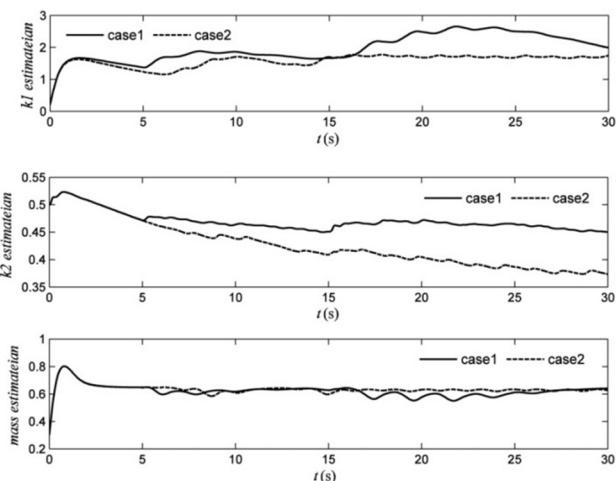


Fig. 8 Mass and uncertainty Estimation

شکل 8 تخمین جرم و عدم قطعیت مجمع

کامل از ساختار اثرات آبودینامیکی و سایر عدم قطعیت‌ها به خوبی مقدار مورد نیاز جهت غلبه بر تغییرات ناخواسته را تخمین زده و در قانون کنترل بکار می‌گیرد تا تعادل کوادروتور حفظ شده و از مسیر تعیین شده منحرف نشود . نتایج شبیه‌سازی عملکرد مقاوم سیستم را در حضور اغتشاش نشان می‌دهد.

## 7- مراجع

- [1] P. Castillo, R. Lozano, A. Dzul, Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft, *Journal of IEEE Transactions on Control systems Technology*, Vol. 12, No. 4, pp. 510-516, 2004.
- [2] E. Altug , J. P.Ostrowski, R. Mahony , Control of a quadrotor helicopter using visual feedback, *Proceedings of the IEEE, International Conference on Robotics and Automation*, United state, WashingtonDC, May, 10-17, 2002.
- [3] S. Bouabdallah, *Design and control of quadrotor with application to autonomous flying*, phD Thesis, Lausanne Polytechnic University, zürich, 2007.
- [4] M. A. Tofiq, M. Mahjoob, M. Ayati, Modeling and nonlinear tracking control of a novel multi-rotor UAV, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 281-290, 2015. (in persian)
- [5] S. Borji Monfared, A, Kalhor, M. Amiri Atashgah, Robust nonlinear  $H_\infty$  and MPC control for path tracking of a quadrotor through estimation of system parameters, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 32-42, 2016. (in persian)
- [6] A. A. Mian, D. Wang, Dynamic modeling and nonlinear control strategy for an under-actuated quadrotor rotorcraft, *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, Vol. 9, No. 4, pp. 539-545,2008.
- [7] M. Mohammadi, A. Mohammad Shari, Adaptive nonlinear stabilization control for a quadrotor UAV: Theory, Simulation and Experimentation,

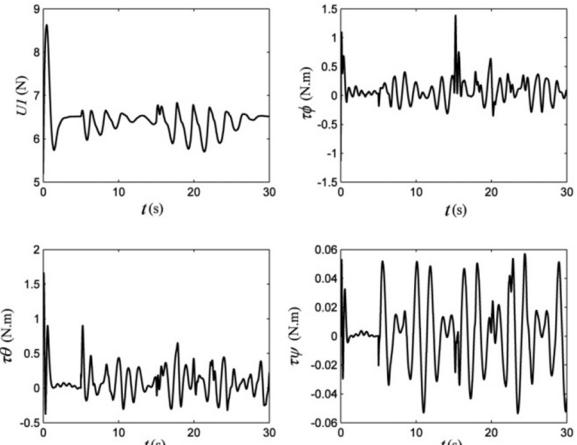


Fig. 6 Control inputs for first disturbance

شکل 6 ورودی‌های کنترل تحت اغتشاش اول

- 51-58, 2015.
- [14] Hakim Bouadi, S. Simoes Cunha, A. Drouin and F. Mora-Camino, Adaptive Sliding Mode Control for Quadrotor Attitude Stabilization and Altitude Tracking, *12<sup>th</sup> IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics*, Hungry, Budapest November, 21-22, 2011.
- [15] A. Ahmad Mian, D. Wang, Modeling and Backstepping-based Nonlinear Control Strategy for a 6 DOF Quadrotor Helicopter *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 21, No. 3, pp. 261-268, 2008.
- [16] S. Islam, P. X. Liu, A. saddik, Nonlinear Adaptive Control For Quadrotor flying Vehicle, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 78, No. 1, pp. 117-133, 2014.
- [17] E. Suicmez, Optimal path tracking control of a quadrotor UAV, *International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, United state, Orlando, May 27-30, 2014.
- [18] T. Madani, A. Menallegue, Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, China, Beijing, October, 9-15, 2006.
- [19] J.J.E. Slotine, and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, pp. 277-307 Prentice Hall, New Jersey, Englewood Cliffs, 1991.
- [20] Ioannou P. and J. Sun. *Robust Adaptive Control*, pp. 555-580, Prentice-Hall, New York, Dover Publication, 1996
- [8] M. Mirzaie, F. Shabani Nia, H. Mohammadi, Applying Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control to an Underactuated System, *2nd International Conference on control Control, Instrumentation and Automation (ICCIA)*, Iran, Shiraz , Desember, 27-29, 2011
- [9] E. Valeria, R. Caldera, S. Lara, J. Guichard, LQR control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation, *International Conference on Electronics, Communications and Computing*, March, 11-13, 2013.
- [10] M. Basri, A. Husain, K. A. Danapalsingam, Enhanced backstepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle, *Journal of Intelligent Robot Systems*, Vol. 79, No. 2, pp. 295-321, 2014.
- [11] S. LK. Runcharoorn, V.Srichatrapimuk, Sliding Mode Control of quadrotor, *International Conference on Electronics and Computer Engineering*, 9-11, 2013.
- [12] G. Yong, S. Zhao Qing, L. Xiao, A Robust adaptive sliding mode control method for attitude control of the quad-rotor, *Advanced Materials Research*,Vol. 852, pp. 391-395 ,2014.
- [13] Alireza Modirrousta, Mahdi Khodabandeh, Adaptive Second Order Terminal Backstepping Sliding Mode for Attitude Control of Quadrotor with External Disturbances, *Majlesi Journal of Electrical Engineering*, Vol. 9, No. 2, pp.