



## مطالعه‌ی مشخصه‌های ویسکوالاستیک و منحنی هیستریزس کامپوزیت زمینه پلیمری تقویت‌شده با نانولوله کربنی

مجتبی حقگو<sup>1</sup>، رضا انصاری خلخالی<sup>2\*</sup>، ابوالفضل درویزه<sup>3</sup>، محمدکاظم حسن‌زاده اقدام<sup>4</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

4- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

\* رشت، صندوق پستی 3756، r\_ansari@guilan.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 04 دی 1396

پذیرش: 27 بهمن 1396

ارائه در سایت: 24 اسفند 1396

کلید واژگان:

میکرومکانیک

سلول واحد

ویسکوالاستیک

هیستریزس

جامد خطی استاندارد

### چکیده

در این تحقیق یک مدل تحلیلی برای مطالعه رفتار دینامیکی و ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت پلیمری استفاده شده است. مدل تحلیلی با استفاده از ادغام مدل میکرومکانیکی سلول واحد و مدل جامد خطی استاندارد به دست آمده است. اصل انطباق بولتزمن برای ایجاد روابط ساختاری استفاده شده است. ابتدا کرنش متناسب با فرایند آسایش به دست آمده است، سپس با استفاده از ایده‌ی خطی‌سازی اصل انطباق بولتزمن، پیشینه تنش به دست می‌آید. در پایان تابع خزش مرتبط با مدول آسایش به دست می‌آید و حلقه هیستریزس برای مواد نانوکامپوزیت ترسیم می‌شود. پاسخ خزش با زمان به صورت سینوسی تغییر می‌کند و تابعی از پیشینه تنش است. مدول‌های اتلاف و انباشتگی و رفتار ماده در فضای لاپلاس به ترتیب توسط مدل جامد خطی استاندارد و مدل میکرومکانیکی سلول واحد به دست آمده است. مدل جامد خطی استاندارد با موازی کردن مدل کلوین و مدل مکسول به دست می‌آید. مدل با نتایج آزمایشگاهی اعتبارسنجی شده است. تأثیرات ضخامت فاز میانی، درصد حجمی نانولوله‌ی کربنی و زاویه فازی بر حلقه هیستریزس بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که با افزایش درصد حجمی نانولوله کربنی و زاویه فازی سطح حلقه هیستریزس به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند، همچنین ضخامت فاز میانی تأثیرات قابل توجهی بر رفتار دینامیکی نانوکامپوزیت دارد.

## Study of viscoelastic characteristics and hysteresis loop of carbon nanotube polymer matrix composites

Mojtaba Haghgoo<sup>1</sup>, Reza Ansari Khalkhli<sup>2\*</sup>, Abolfazl Darvizeh<sup>1</sup>, Mohammad Kazem Hassanzadeh-Aghdam<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran

\* P.O.B. 3756 Guilan, Iran, r\_ansari@guilan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 25 December 2017

Accepted 16 February 2018

Available Online 15 March 2018

Keywords:

Micromechanics

SUC

Viscoelastic

Hysteresis

standard linear solid

### ABSTRACT

In this research, an analytical method is presented for predicting the viscoelastic and dynamic behavior of polymer nanocomposite. The analytical model is achieved by coupling the SUC micromechanical model with standard linear solid model. Boltzmann superposition principle is used to develop the constitutive equations. First, the strain associated with a relaxation experiment is considered, and then by using the idea of linearity as embodied in the Boltzmann superposition principle, the resulting stress history is predicted. Eventually, the creep function corresponding to the relaxation modulus is obtained and the hysteresis loop for nanocomposite material is represented. Creep response is sinusoidal in time and a function of stress history. Loss and storage modulus and material behavior in Laplace domain are obtained using standard linear solid model and SUC micromechanical model, respectively. Standard linear solid model is achieved by paralleling the Kelvin model with Maxwell model. The model is validated with experimental results. Effects of different interphase thickness, CNT volume fraction and phase angle on hysteresis loop is studied. Obtained results reveal that increasing the CNT volume fraction and phase angle leads to decreasing and increasing the nanocomposite hysteresis loop area, respectively. Also, Interphase thickness contains considerable effects on the nanocomposite dynamic behavior.

### 1- مقدمه

دلیل ارائه یک مدل رفتاری برای شبیه‌سازی پاسخ کامپوزیت به بارگذاری مکانیکی اهمیت دارد. به طور کلی پلیمرهای مورد استفاده در صنایع مهندسی از خود رفتار ویسکوالاستیک (تغییر خواص الاستیک با نرخ

شناسایی رفتار مکانیکی کامپوزیت‌ها و اعتبارسنجی رفتار آن با نتایج آزمایشگاهی به علت کاربرد وسیع‌شان اهمیت زیادی یافته است. به همین

Please cite this article using:

M. Haghgoo, R. Ansari Khalkhli, A. Darvizeh, M. K. Hassanzadeh-Aghdam, Study of viscoelastic characteristics and hysteresis loop of carbon nanotube polymer matrix composites, Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 04, pp. 90-98, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بارگذاری) نشان می‌دهند [1]. به طور کلی مواد ویسکوالاستیک از خود رفتار خزشی در پاسخ به بار ثابت نشان می‌دهند. از طرفی دیگر پلیمرهای تقویت با نانولوله‌های کربنی به دلیل ماهیت ویسکوالاستیک زمینه از خود رفتار وابسته به زمان نشان می‌دهند. به همین دلیل مطالعه مواد ویسکوالاستیک اهمیت زیادی دارد. یانگ و همکاران [2] مقاومت خزشی نانوکامپوزیت‌های پلی‌پروپیلن<sup>1</sup> تقویت‌شده با 1% حجمی نانولوله‌های چندجداره را بررسی و گزارش کرده‌اند که بر اثر اضافه کردن نانولوله کربنی نرخ کرنش و تغییر شکل کاهش قابل ملاحظه‌ای پیدا کرده است. جیا و همکاران [3] کرنش‌های خزشی برای نانوکامپوزیت پلی‌پروپیلن تقویت‌شده با نانولوله کربنی را بررسی کردند. در ادامه تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده پاسخ ویسکوالاستیک کامپوزیت‌های اپوکسی تقویت‌شده با نانولوله کربنی توسط استارکووا [4] مطالعه شد. در کنار کارهای آزمایشگاهی انجام شده بر رفتار ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت‌های پلیمری [6,5] مطالعات تحلیلی فراوانی بر رفتار ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت‌ها انجام شده است. لی و همکاران [7] یک مدل میکرومکانیکی برای تأثیر بارگذاری نانولوله‌های کربنی بر نانوکامپوزیت‌ها ارائه کردند. آن‌ها مطالعاتی را بر تأثیرات جهت‌گیری نانولوله‌های کربنی و تغییرات درجه حرارت بر رفتار ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت‌ها انجام دادند. پن و همکاران [8] یک مطالعه میکرومکانیکی را بر تأثیرات صفحه میانی<sup>2</sup> کامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده با نانولوله کربنی انجام دادند. بررسی تأثیرات فاز میانی ویسکوالاستیک بر خواص مکانیکی کامپوزیت مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. هاشمی [9] رفتار وابسته به زمان نانوکامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده با گرافین را مورد مطالعه قرار داد. تأثیرات شرایط اتصال صفحه میانی بر مشخصه‌های ویسکوالاستیک کامپوزیت در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است. انصاری و حسن‌زاده [10] رفتار خزشی نانوکامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی را توسط مدل میکرومکانیکی سلولی مطالعه کردند. المان حجمی نماینده این پژوهش از سه فاز مجزای پلیمر، نانولوله کربنی و فازمیانی نانولوله/ پلیمر تشکیل شده است. لی و ونگ [11] تأثیرات فاز میانی ویسکوالاستیک بر نرمی<sup>3</sup> خزشی و روابط تنش- کرنش کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با فیبر که تحت یک تنش ثابت قرار دارند را بررسی کردند. فیبرها الاستیک و زمینه ویسکوالاستیک است. آن‌ها گزارش کردند که برخلاف بارگذاری طولی که تحت تأثیر فیبر است در بارگذاری عرضی، خزش و نمودار تنش- کرنش به مقدار زیادی تحت تأثیر قرار گرفته‌اند. انصاری و حسن‌زاده [12] با استفاده از ادغام مدل ویسکوالاستیک شیپری<sup>4</sup> با مدل میکرومکانیکی سلول واحد پاسخ ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت بارگذاری تک‌جهته و دوجته را بررسی کردند. آن‌ها از این مدل برای مطالعه تأثیرات فاز میانی (الاستیک یا ویسکوالاستیک) بر رفتار خزشی نانوکامپوزیت استفاده کردند. فیشر و برنسون [13] خواص مکانیکی یک کامپوزیت ویسکوالاستیک سه فاز را با استفاده از روش میکرومکانیکی موری- تاناکا استخراج کردند. آن‌ها یافتند که حضور یک ناحیه فاز میانی با خواص ویسکوالاستیک متفاوت با زمینه تأثیری در نرخ‌های تعویضی مدول‌های برشی ندارد.

پژوهش‌های زیادی بر رفتار دینامیکی کامپوزیت‌های پلیمری انجام شده است. ژانگ و همکاران [14] مشخصه‌های دینامیکی و روابط ساختاری مواد

در پژوهش حاضر یک روش تحلیلی برای پیش‌بینی خواص دینامیکی نانوکامپوزیت‌های پلیمری تحت بارگذاری دوره‌ای ارائه می‌شود. در این روش با ادغام مدل جامد ویسکوالاستیک خطی با تئوری میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده، مدول ذخیره، مدول اتلاف و حلقه هیستریزس نانوکامپوزیت‌های پلیمری استخراج می‌شود. المان حجمی نماینده نانوکامپوزیت دارای سه فاز شامل زمینه، فاز میانی و نانولوله است. نانولوله‌های کربنی دارای مدول الاستیک بالا بوده و پاسخ مکانیکی‌شان کاملاً الاستیک فرض می‌شود. زمینه پلیمری به صورت یک ماده ویسکوالاستیک مدل می‌شود. ابتدا نتایج به دست آمده از مدل حاضر با نتایج تجربی جهت اعتبارسنجی مقایسه می‌گردد. در ادامه تأثیر درصد حجمی نانولوله‌های کربنی و ضخامت فاز میانی بر رفتار خزشی و حلقه اتلاف انرژی نانوکامپوزیت بررسی می‌شود. نوآوری این پژوهش نسبت به کارهای انجام شده مشابه ادغام روش میکرومکانیک سلول واحد و مدل جامد ویسکوالاستیک خطی برای بررسی رفتار ویسکوالاستیک و استفاده از مدول‌های اتلاف و انباشتگی برای رسم حلقه هیستریزس نانوکامپوزیت زمینه پلیمری تحت بارگذاری نوسانی به‌همراه وارد کردن فاز میانی است.

## 2- المان حجمی نماینده و روابط سلول واحد

مدل المان حجمی نماینده نانوکامپوزیت سه‌فاز در شکل 1 نشان داده شده است [12]. المان حجمی نماینده از  $c \otimes r$  المان مربعی تشکیل شده است. در بسیاری از مدل‌های میکرومکانیکی از چیدمان الیاف به صورت مربعی و به صورت تکرار شونده منظم استفاده می‌شود [21]. کوچک‌ترین بخش تکرار شونده به عنوان المان حجمی نماینده در نظر گرفته می‌شود، در این مدل فیبر و زمینه ایزوتروپ و کاملاً متصل به هم است و المان حجمی

<sup>1</sup> Polypropylene

<sup>2</sup> Interface

<sup>3</sup> Compliance

<sup>4</sup> Schapery

<sup>5</sup> Hysteresis

<sup>6</sup> Damping

<sup>7</sup> Hamilton principle

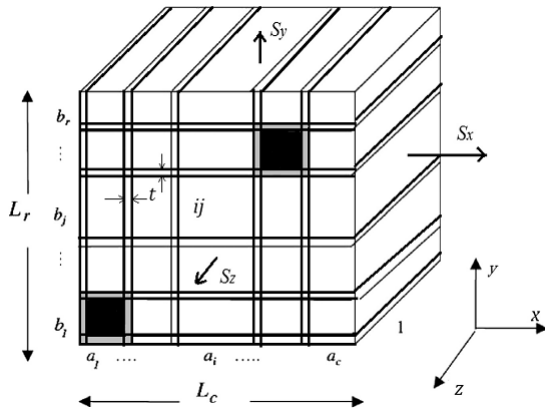


Fig. 1 Geometry of the RVE in SUC model

شکل 1 هندسه المان حجمی نماینده در مدل سلول واحد

ویسکوالاستیک کامپوزیت‌ها به وسیله روش شبیه‌سازی اتمی<sup>2</sup> امکان‌پذیر نیست و روش‌های میکرومکانیکی سودمندتر است [26]. بارگذاری روی مواد ویسکوالاستیک به صورت پله‌ای است. این نوع بارگذاری به دلیل جدا کردن زمان از تمام پارامترهای غیرخطی است [27]. روابط ریاضی تئوری ویسکوالاستیک در جهت پیش‌بینی پاسخ یک ماده ویسکوالاستیک به یک بارگذاری خاص ارائه شده است.

### 3-2- تئوری ویسکوالاستیک

خزش تغییر شکل پیوسته یک ماده تحت تنش ثابت است. با در نظر گرفتن این‌که کرنش تابعی از پیشینه زمان است  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 H(t)$  و با فرض این‌که خواص ماده با زمان تغییر نمی‌کند کرنش را می‌توان به صورت رابطه (6) بیان کرد.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 [H(t) - H(t - t_1)] \quad (6)$$

در رابطه بالا  $H(t)$  تابع پله‌ای هوی‌ساید<sup>3</sup> است. این تابع در صفر برابر 1/2 و در مقادیر بزرگ‌تر از صفر، یک است. از اصل انطباق بولتزمن<sup>4</sup> تنش به وسیله رابطه (7) بیان می‌شود. اصل انطباق بولتزمن بر این‌که یک اثر مرکب<sup>5</sup> را می‌توان مجموع چند اثر دانست دلالت دارد.

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 [E(t) - E(t - t_1)] \quad (7)$$

$E(t)$  مدول آسایش<sup>6</sup> و فقط تابعی از زمان است و با کاهش تنش و بر اثر ثابت نگاه‌داشتن ماده در کرنش ثابت  $\varepsilon_0$  به صورت  $E(t) = \sigma(t)/\varepsilon_0$  به دست می‌آید. با در نظر گرفتن یک بازه زمانی از  $t - \tau$  تا  $t - \tau + \Delta\tau$  [28] و با در نظر داشتن  $d\sigma(t) = -\varepsilon(\tau) dE(t - \tau) d\tau/dt$  و تمام اثرات وارده به ماده تا زمان  $t$  [29] پس از انتگرال‌گیری، فرم نهایی انتگرال انطباقی بولتزمن به وسیله رابطه (8) به دست می‌آید [30].

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t - \tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (8)$$

رابطه (9) با تعویض نقش‌های تنش و کرنش تغییرات کرنش در فرایند خزش را نشان می‌دهد.

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t - \tau) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (9)$$

نماینده متناسب با کامپوزیت را به وجود می‌آورند. المان حجمی نماینده دارای ابعاد  $L_c$  و  $L_r$  در جهت‌های  $x$  و  $y$  است، طول در جهت  $z$  واحد در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن شماره‌های  $i$  و  $j$  در جهت‌های  $x$  و  $y$  هر سلول را می‌توان با نماد  $ij$  مشخص کرد.

مدل سلول واحد ساده‌شده<sup>1</sup> یک مدل تحلیلی برای محاسبه خواص نانوکامپوزیت‌ها با روابط ساده و دقت بالاست. با فرض جابه‌جایی خطی مؤلفه‌های جابه‌جایی که به کرنش و تنش ثابت در زیرسلول‌ها دلالت دارد و به وجود نیامدن تنش‌های برشی در زیرسلول‌ها بر اثر اعمال تنش قائم، روابط تعادل بین تنش‌های قائم اعمالی و تنش‌های درونی زیرسلول‌ها به صورت رابطه (1) نوشته می‌شود [22].

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^c \sigma_y^{1i} a_i = S_y L_c \\ \sum_{j=1}^r \sigma_x^{1j} b_j = S_x L_r \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c b_j a_i \sigma_z^{ij} = S_z L_r L_c \end{cases} \quad (1)$$

تعادل تنش‌های نرمال محلی بین سطوح زیرسلول‌ها المان نماینده با رابطه (2) بیان می‌شود.

$$\begin{cases} \sigma_x^{1j} = \sigma_x^{ij} \\ \sigma_y^{i1} = \sigma_y^{ij} \end{cases} \quad (2)$$

پیوستگی کرنش‌ها برای زیرسلول‌ها در راستای اتصال با رابطه (3) بیان می‌شود.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{i1} = \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{ij} = L_c \bar{\varepsilon}_x \quad (j > 1) \\ \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{1j} = \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{ij} = L_r \bar{\varepsilon}_y \quad (j > 1) \\ \varepsilon_z^{ij} = \bar{\varepsilon}_z \quad (i > 1, j > 1) \end{cases} \quad (3)$$

رابطه عمومی تنش-کرنش بین تنش‌های قائم و کرنش‌ها برای زیرسلول  $ij$  به صورت رابطه (4) نوشته می‌شود.

$$\varepsilon^{ij} = S^{ij} \sigma^{ij} \quad (4)$$

که  $\sigma^{ij}$  و  $\varepsilon^{ij}$  بردارهای تنش‌های قائم و کرنش‌های قائم و  $S^{ij}$  ماتریس نرمی است. با قرار دادن رابطه (4) در رابطه (3) و استفاده از روابط (2,1) یک  $c + r$  سری از معادلات با همین تعداد مجهولات به صورت رابطه (5) به دست می‌آید [23].

$$[A]_{m \times m} \{\sigma\}_{m \times 1} = \{F\}_{m \times 1} \quad (m = c + r + cr) \quad (5)$$

$\{\sigma\}$  بردار تنش و  $\{F\}$  بردار نیروی خارجی است. همچنین  $[A]$  تنسور ضرایب است که به خواص مواد و هندسه زیرسلول‌ها بستگی دارد.

### 3- روابط ویسکوالاستیک و مدل خطی استاندارد

#### 1-1- ماده ویسکوالاستیک

ماده ویسکوالاستیک به ماده‌ای گفته می‌شود که رابطه بین تنش و کرنش به زمان وابسته است [24]. سفتی مواد ویسکوالاستیک با زمان تغییر می‌کند. زاویه حلقه تنش-کرنش ماده ویسکوالاستیک خطی با زمان کاهش می‌یابد حلقه تنش-کرنش غیرخطی است درحالی‌که ماده ویسکوالاستیک خطی فرض می‌شود. دلیل این مطلب این است که نرخ کرنش ثابت شامل تغییر هم‌زمان کرنش و زمان است [25]. به این دلیل مدل‌سازی خواص

<sup>1</sup> Simplified unit cell method

<sup>2</sup> Atomic simulation

<sup>3</sup> Heaviside

<sup>4</sup> Boltzmann superposition principle

<sup>5</sup> Compound effect

<sup>6</sup> Relaxation modulus

داشتن رابطه کرنش- تنش بین تنش‌ها و کرنش‌های قائم ویسکو الاستیک که در رابطه (16) آورده شده و تنش‌ها و کرنش‌های قائم الاستیک که در رابطه (17) به دست آمده است پیوستگی جابه‌جایی‌ها در المان حجمی نماینده در ناحیه تبدیل به رابطه (18) می‌انجامد [12].

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_x(s) \\ \hat{\varepsilon}_y(s) \\ \hat{\varepsilon}_z(s) \end{cases} = \begin{bmatrix} \hat{J}_0(s) & -v\hat{J}_0(s) & -v\hat{J}_0(s) \\ -v\hat{J}_0(s) & \hat{J}_0(s) & -v\hat{J}_0(s) \\ -v\hat{J}_0(s) & -v\hat{J}_0(s) & \hat{J}_0(s) \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{\sigma}_x(s) \\ \hat{\sigma}_y(s) \\ \hat{\sigma}_z(s) \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_x(s) \\ \hat{\varepsilon}_y(s) \\ \hat{\varepsilon}_z(s) \end{cases} = \begin{bmatrix} 1/E_T & -v_T/E_T & -v_L/E_L \\ -v_T/E_T & 1/E_T & -v_L/E_L \\ -v_L/E_L & -v_L/E_L & 1/E_L \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{\sigma}_x(s) \\ \hat{\sigma}_y(s) \\ \hat{\sigma}_z(s) \end{cases} \quad (17)$$

که  $E$  و  $v$  به ترتیب مدول الاستیک و نسبت پواسون‌اند. زیروندهای  $L$  و  $T$  معرف جهت‌های طولی و عرضی هستند. سازگاری بین جابه‌جایی‌ها در المان حجمی نماینده در ناحیه تبدیل به رابطه (18) می‌انجامد.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{ij}(s) = \sum_{i=1}^c a_i \bar{\varepsilon}_x^{ij}(s) = L_c \bar{\varepsilon}_x(s) \quad (j > 1) \\ \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{1j}(s) = \sum_{j=1}^r b_j \bar{\varepsilon}_y^{1j}(s) = L_r \bar{\varepsilon}_y(s) \quad (j > 1) \\ \varepsilon_z^{ij}(s) = \bar{\varepsilon}_z(s) \quad (i > 1, j > 1) \end{cases} \quad (18)$$

با جای‌گذاری روابط (17,16) در رابطه (18) و بهره از رابطه (1) و تعادل تنش‌های زیرسلول‌ها یک  $cr + c + r$  سری از معادلات با همین تعداد مجهولات به صورت رابطه (19) به دست می‌آید.

$$[A(s)]\{\sigma(s)\} = \{F(s)\} \quad (19)$$

برای هر مقدار  $s$  در ناحیه لاپلاس، خواص الاستیک نانولوله کربنی، زمینه پلیمری و فاز میانی نانولوله کربنی/ پلیمر به هر یک از زیرسلول‌ها در المان حجمی نماینده مربوط می‌شود. حال با استفاده از روابط کرنش- تنش بین تنش‌ها و کرنش‌های قائم (روابط (17,16))، درایه‌های کرنش هر زیرسلول در ناحیه تبدیل محاسبه می‌شوند. با استفاده از رابطه (18) کرنش کلی المان حجمی نماینده در ناحیه تبدیل استخراج می‌شود؛ بنابراین نمودار  $\varepsilon - s$  در فضای لاپلاس استخراج می‌شود. با در نظرگیری تابع خزش برای نانوکامپوزیت تقویت‌شده با نانولوله کربنی مشابه تابع نرمی پلیمر خالص و اعمال بسرفرت توانی<sup>5</sup> منحنی به دست آمده در فضای لاپلاس با توابع نرمی خزشی در فضای زمان مرتبط می‌شود. این کار با استفاده از ابزار تطبیق نمودار<sup>6</sup> در نرم‌افزار متلب انجام می‌شود. تابع نرمی نانوکامپوزیت زمینه پلیمری توسط رابطه (20) بیان می‌شود.

$$J_{NC}(t) = \frac{1}{E_{2,NC}} - \frac{E_{1,NC}}{E_{2,NC}(E_{1,NC} + E_{2,NC})} e^{-t/\tau_c} \quad (20)$$

توجه شود که نانولوله کربنی به صورت الاستیک در نظر گرفته می‌شود و زمینه پلیمری به صورت یک ماده ویسکو الاستیک رفتار می‌کند، همچنین تابع نرمی خزشی برای زمینه پلیمری توسط رابطه (15) بیان می‌شود.

### 3-3- رفتار دینامیکی ماده جامد ویسکو الاستیک خطی

کرنش دارای پیشینه سینوسی به فرم  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$  است.  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای است. با بهره از انتگرال انطباقی بولتزمن در رابطه (8) و قراردادن  $-\infty$  به عنوان حد پایین، تابع آسایش را به صورت  $E(t) = \hat{E}(t) + E_e$  می‌نویسیم،  $E_e$  مدول تعادل<sup>7</sup> است که برای مایعات صفر و برای جامدات غیرصفر است. با در نظر گرفتن این فرضیات انتگرال انطباقی بولتزمن در رابطه (21) نوشته شده است.

یک رابطه بین تابع خزش  $J(t)$  و تابع آسایش  $E(t)$  مدنظر است. با استفاده از تبدیل لاپلاس این ارتباط ایجاد می‌شود. با استفاده از قضیه مشتق<sup>1</sup> و پیچ<sup>2</sup> تبدیل لاپلاس معکوس<sup>3</sup> و استفاده از انتگرال بولتزمن رابطه (10) به دست می‌آید.

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t - \tau) \frac{d\varepsilon}{d\tau} d\tau = -\varepsilon \int_0^t E(T) dT \quad (10)$$

که  $T$  متغیر انتگرال‌گیری است. برای شرح نتیجه به دست آمده از تبدیل لاپلاس ابتدا کرنش ناشی از تنش ثابت به صورت توابع پله‌ای هوی‌ساید این لحظه و لحظات ماقبل است. کرنش هر گام منجر به مؤلفه آسایش تنش می‌شود. مدول آسایش برای یک ماده خطی مستقل از کرنش است. تنش ناشی از این پیشینه کرنش توسط جمع مؤلفه‌های آسایش هر گام به دست می‌آید  $\sigma_c = \varepsilon(0)E(t) + \sum_{i=0}^N \Delta\varepsilon_i E(t - t_i)$ . انتگرال با استفاده از تعریف نرمی خزشی و استفاده از مفهوم بارگذاری پله‌ای محاسبه می‌شود. شکل 2 نشان‌دهنده سه مدل مختلف جامد خطی استاندارد، مکسول و کلونین است. مدل جامد خطی استاندارد دارای سه عضو، بخش سمت چپ شامل فنر و دمپر سری و بخش سمت راست شامل یک فنر است [31].

معادله دیفرانسیلی مدل جامد خطی استاندارد با جمع کردن تنش‌های وارده به مدل  $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$  و ساده کردن رابطه در رابطه (11) به دست آمده است.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} (E_1 + E_2) + \frac{\varepsilon E_2}{\tau} = \frac{\sigma}{\tau} + \frac{d\sigma}{dt} \quad (11)$$

در رابطه (11) معرف زمان بعد از بارگذاری،  $\tau \equiv \eta/E_1$  زمان تأخیری که  $E_1$  و  $\eta$  به ترتیب مدول و ویسکوزیته مدل فنر- دمپر مکسول و  $E_2$  مدول مدل کلونین است. پارامتر  $E_1$  مرتبط با مدل مکسول بر کرنش خزشی آنی دلالت می‌کند که پس از برداشتن تنش قابل بازیافت است.  $\eta$  پارامتر مربوط به کرنش خزشی غیرقابل بازگشت در مدل مکسول است.  $E_2$  هم بر سفتی زنجیره‌های پلیمری نامنظم دلالت می‌کند [3]. با گرفتن لاپلاس از معادله دیفرانسیل و ساده کردن رابطه تابع تنش به صورت رابطه (12) به دست می‌آید.

$$\sigma(s) = \frac{\left[ s(E_1 + E_2) + \frac{E_2}{\tau} \right] \varepsilon(s)}{\left( s + \frac{1}{\tau} \right)} \quad (12)$$

با در نظر گرفتن انتگرال بولتزمن در صفحه لاپلاس  $\sigma(s) = sE(s)\varepsilon(s)$  مدول آسایش توسط رابطه (13) به دست می‌آید.

$$E(s) = \frac{E_2}{s} + \frac{E_1}{\left( s + \frac{1}{\tau} \right)} \quad (13)$$

با در نظر گرفتن  $J(s) = 1/s^2$  تابع خزش<sup>4</sup> در فضای لاپلاس توسط رابطه (14) به دست می‌آید.

$$J(s) = \frac{s + \frac{1}{\tau}}{s^2(E_2 + E_1) + E_2 \frac{s}{\tau}} \quad (14)$$

با گرفتن لاپلاس معکوس از رابطه (14) تابع خزش مرتبط با تابع آسایش توسط رابطه (15) به دست می‌آید [32].

$$J(t) = \frac{1}{E_2} - \frac{E_1}{E_2(E_1 + E_2)} e^{-t/\tau_c} \quad (15)$$

که  $\tau_c = \tau(E_1 + E_2)/E_2$  است. با استفاده از روابط (14,4) و با در اختیار

<sup>1</sup> Derivative theorem

<sup>2</sup> Convolution theorem

<sup>3</sup> Inverse Laplace transform

<sup>4</sup> Creep function

<sup>5</sup> Power law regression

<sup>6</sup> Curve fit tool

<sup>7</sup> Equilibrium modulus

برقرار است [36].

$$J'(\omega) = J_e - \omega \int_0^\infty [J_e - J(t')] \sin(\omega t') dt' \quad (30)$$

$$J''(\omega) = \omega \int_0^\infty [J_e - J(t')] \cos(\omega t') dt' \quad (31)$$

### 4-3- ترسیم منحنی بیضی شکل هیستریزیس

برای یک ماده جامد ویسکوالاستیک خطی تنش و کرنش وابسته به زمان است. کرنش و تنش متغیر با زمان توسط رابطه‌های (32,32) بیان می‌شوند.

$$\varepsilon = B \sin(\omega t) \quad (32)$$

$$\sigma = D \sin(\omega t + \delta) \quad (33)$$

شکل 3 نشان‌دهنده سیکل هیستریزیس یا سیکل اتلاف انرژی است.

هیستریزیس به تأخیر<sup>2</sup> بین ضربه و اثر اتلاف می‌شود [37]. برای رسم منحنی بیضی شکل، ابتدا محل برخورد آن را با محور کرنش  $A$  می‌نامیم. در زمان  $t = t_1$  با توجه به  $A = B \sin(\omega t_1)$  و  $0 = D \sin(\omega t_1 + \delta)$  رابطه (34) به دست می‌آید [38].

$$0 = D \frac{A}{B} \cos(\delta) + \frac{D}{B} (\sqrt{B^2 - A^2}) \sin(\delta) \quad (34)$$

با مربع کردن رابطه و ساده کردن آن رابطه (35) به دست می‌آید.

$$\sin(\delta) = \frac{A}{B} \quad (35)$$

پس از به دست آمدن نقطه  $B$  با هدف به دست آوردن رابطه‌ای بین  $\delta$  و پارامترهای بیضی، نقطه تنش بیشینه را به صورت  $\sin(\omega t + \delta) = 1$  در نظر می‌گیریم، سپس  $\omega t + \delta = \pi/2$  و نقطه  $C$  توسط رابطه (36) به دست می‌آید.

$$C = \varepsilon(\sigma_{\max}) = B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = B \cos(\delta) \quad (36)$$

برای به دست آوردن رابطه‌ای برای مدول انباشتگی فرض می‌کنیم رابطه  $\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega t)$  بین کرنش و کرنش بیشینه برقرار است. تنش در کرنش بیشینه  $\sigma = \varepsilon_{\max} (E' \sin(\omega t) + E'' \cos(\omega t))$  می‌شود. با توجه به این که در کرنش بیشینه  $\omega t = \pi/2$  است؛ بنابراین زاویه خط از مبدا به نقطه کرنش بیشینه مدول انباشتگی<sup>3</sup> است. برای به دست آوردن مدول اتلاف<sup>4</sup> می‌دانیم کرنش در زمان صفر برابر صفر؛ بنابراین  $\sigma(t) = \varepsilon_{\max} [E' \sin(\omega t) + E'' \cos(\omega t)]$  از طرف دیگر است. محور تنش است.

### 4- نتیجه‌گیری و بحث

در این قسمت با ادغام مدل جامد ویسکوالاستیک خطی با تئوری میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده مدول ذخیره، مدول اتلاف و حلقه هیستریزیس نانوکامپوزیت‌های پلیمری استخراج می‌شود. مدل جامد ویسکوالاستیک خطی برای تفسیر تغییرات مدول‌های فنری و دمپری مدل و مدول میکرومکانیکی سلول واحد برای ارائه کردن منحنی خزش استفاده می‌شود. در نهایت با در نظرگیری روابط تنش و کرنش که با زمان تغییر می‌کند مدول‌های اتلاف و انباشتگی و تانژانت اتلافی برای به دست آوردن نقاط تلاقی منحنی با محورهای تنش و کرنش به دست می‌آیند. کامپوزیت سه فاز از پلی‌پروپیلن ویسکوالاستیک به عنوان زمینه، نانولوله کربنی

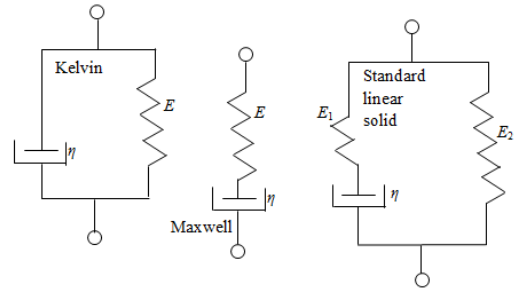


Fig. 2 Spring-dashpot model to visualize how viscoelastic behavior can arise

شکل 2 مدل فنر- دمپر نشان‌دهنده رفتار ویسکوالاستیک

$$\sigma(t) = E_e \varepsilon_0 e^{i\omega t} + i\omega \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \hat{E}(t - \tau) e^{i\omega \tau} d\tau \quad (21)$$

با در نظر گرفتن  $t' = t - \tau$  رابطه (22) به دست می‌آید.

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) \left[ E_e + \omega \hat{E}(t') \left( \int_0^\infty (\sin(\omega t') + i \cos(\omega t')) dt' \right) \right] \quad (22)$$

پس از ساده‌سازی، تنش به صورت رابطه (23) نوشته می‌شود [33].

$$\sigma(t) = E^*(\omega) \varepsilon(t) = (E' + iE'') \varepsilon(t) \quad (23)$$

با در نظر داشتن  $\hat{E} = E(t) - E(\infty)$  مدول انباشتگی به صورت رابطه (24) نوشته می‌شود [34].

$$E'(\omega) = E_e + \omega \int_0^\infty \hat{E}(t') \sin(\omega t') dt' \quad (24)$$

مدول اتلافی و تانژانت اتلافی هم به ترتیب توسط روابط (25,25) بیان می‌شوند [35].

$$E''(\omega) = \omega \int_0^\infty \hat{E}(t') \cos(\omega t') dt' \quad (25)$$

$$\tan(\omega) = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} \quad (26)$$

باید توجه کرد که  $E'$  در همان فازی قرار دارد که کرنش وارد شده است، در حالی که  $E''$  با 90 درجه اختلاف فاز نسبت به  $E'$  قرار دارد. به این اختلاف فاز زاویه فازی گویند و آن را با  $\delta$  نشان می‌دهیم. زاویه فازی برای ماده الاستیک صفر و برای ماده ویسکوالاستیک بیشتر از صفر است. روابط (25,24) تبدیلات سینوسی و کسینوسی فوریه‌اند<sup>1</sup> با معکوس گرفتن از این روابط به رابطه‌های (27,27) می‌رسیم.

$$E(t) = E_e + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{(E' - E_e)}{\omega} \sin(\omega t) d\omega \quad (27)$$

$$E(t) = E_e + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{E''}{\omega} \cos(\omega t) d\omega \quad (28)$$

رابطه تنش-کرنش دینامیکی به وسیله رابطه (29) بیان می‌شود.

$$\sigma(t) = E^*(\omega) \varepsilon_0 e^{i(\omega t + \delta)} \quad (29)$$

$E^* = E' + iE''$  مدول دینامیکی است.

با توجه به این که رابطه  $J^*(\omega) = 1/E^*(\omega)$  بین نرمی دینامیکی و مدول دینامیکی برقرار است و با فرض نرمی معادل که به صورت  $J_e = \lim_{t \rightarrow \infty} J(t) = J(\infty)$  است، روابط (30,31) بین توابع دینامیکی و خزش

<sup>2</sup> Lag

<sup>3</sup> Storage modulus

<sup>4</sup> Loss modulus

<sup>1</sup> Fourier transform

خواص فاز میانی به عنوان یک ماده الاستیک متفاوت از دو جز دیگر است و به صورت تابعی برحسب فاصله از مرکز فاز تقویت‌کننده به صورت رابطه (37) تغییر می‌کند [35].

$$E_i(r_f) = \frac{R}{r} E'_m + \left(\frac{R-r}{\zeta}\right)^\beta \left(E'_f - \frac{R}{r_f} E'_m\right) \quad (37)$$

در رابطه بالا  $r$  فاصله از مرکز نانولوله کربنی،  $r_f$  شعاع نانولوله‌ی کربنی،  $R$  مجموع شعاع نانولوله کربنی و ضخامت فاز میانی،  $E'_m$  مدول ذخیره فاز تقویت‌کننده،  $E'_f$  مدول ذخیره زمینه،  $\zeta$  ضخامت فاز میانی و  $\beta$  پارامتری وابسته به قدرت پیوند بین دو فاز زمینه و نانولوله کربنی است. مقادیر کوچک  $\beta$  نشان‌دهنده پیوند قوی بین زمینه و نانولوله کربنی است.

با میانگین‌گیری از رابطه (37) می‌توان مدول الاستیک را توسط رابطه (38) به دست آورد [39].

$$E_i = \frac{1}{\zeta} \int_{r_f}^{r_f+\zeta} E_i(r_f) dr \quad (38)$$

نسبت پواسون فاز میانی برابر با نسبت پواسون زمینه در نظر گرفته می‌شود [40].

پاسخ ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی برای بارگذاری طولی به ازای درصدهای حجمی مختلف در شکل 5 نشان داده شده است. ضخامت فاز میانی  $\zeta = 0.283$  nm است. همان‌طور که از این شکل دیده می‌شود با افزایش درصد حجمی نانولوله‌های کربنی در یک زمان ثابت، نانوکامپوزیت کرنش کمتری را تجربه می‌کند، با توجه به اثرات تقویت‌کنندگی نانولوله‌های کربنی که موجب بهبود بازیافت الاستیک<sup>1</sup> و کاهش تنش بازیافت شده می‌شود این اثر قابل توجه است. با افزایش درصد حجمی نانولوله‌ی کربنی،  $E_2$  افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده افزایش سفتی بخشی از مدل است. در ادامه این تغییر  $\eta$  هم افزایش می‌یابد که بر کاهش جابه‌جایی بخشی از مدل حاوی دمپر و کاهش تغییر شکل پایدار دلالت دارد. از شکل می‌توان دید که با افزایش درصد حجمی از 1% به 2% کرنش نانوکامپوزیت حدود 35% کاهش پیدا کرده است. این میزان کاهش برای افزودن تنها 1% نانولوله کربنی قابل توجه است.

شکل 6 نشان‌دهنده نمودار تغییرات کرنش خزشی به ازای زمان در ضخامت‌های مختلف فاز میانی است. ضخامت فاز میانی سه مقدار مختلف 0.141 nm، 0.283 nm و 0.424 nm را اختیار می‌کند. درصد حجمی نانولوله کربنی 2% است. شعاع نانولوله کربنی 1.41 nm است. همان‌طور که از شکل دیده می‌شود ضخامت فاز میانی تأثیرات زیادی بر نمودار کرنش خزشی دارد. کرنش خزشی با افزایش ضخامت فاز میانی کاهش یافته است. با توجه به رفتار الاستیک فاز میانی این تغییرات قابل توجه است که موجب استحکام بخشی به کامپوزیت می‌شود.

شکل 7 نشان‌دهنده حلقه هیستریزس ماده ویسکوالاستیک خطی است، سطح بیضی‌شکل از رسم منحنی تنش نسبت به کرنش در بارگذاری دینامیکی یک ماده خطی به دست می‌آید. سطح درون بیضی معرف انرژی اتلافی بر واحد حجم در یک سیکل بارگذاری از ماده است. اتلاف انرژی به دلیل اصطکاک درونی زنجیره‌های مولکولی زمینه و لغزش درون صفحه‌های بین اجزای تقویت‌کننده و زمینه است [15]. با توجه به پخش‌شدگی و جهت‌گیری در نظر گرفته شده برای نانولوله کربنی و فاز میانی، منحنی شکل بیضی می‌گیرد [41]. همان‌طور که از این شکل می‌توان دید با افزایش درصد

الاستیک به عنوان فاز تقویت‌کننده و فاز میانی الاستیک تشکیل شده که خواصش تابعی از خواص هندسی و مکانیکی فازهای تشکیل‌دهنده کامپوزیت است. ابتدا برای اعتبارسنجی مدل نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی جیا و همکاران [3] مقایسه شده است. این مقایسه برای نانوکامپوزیت دوفاز (بدون فاز میانی) و برای درصدهای حجمی 0.6%، 2.8% و 0% انجام شده است. همان‌طور که در شکل 4 دیده می‌شود تطابق قابل قبولی بین نتایج داده‌های تجربی با نتایج این پژوهش وجود دارد. خواص مربوط به فازهای ساختاری در جدول 1 موجود است.

برای مطالعه رفتار خزشی و ترسیم حلقه هیستریزس خواص فازهای تشکیل‌دهنده کامپوزیت در جدول 1 آمده است [3].

جدول 1 خواص فازهای ساختاری نانوکامپوزیت [3]

ماده	نانولوله کربنی	پلی پروپیلن
$E_{11}$ (GPa)	800	1.83
$\nu_{12}$	0.162	0.45
$E_i$ (MPa)	-	550
$E_2$ (MPa)	-	700
$\eta_1$ (MPa)	-	565

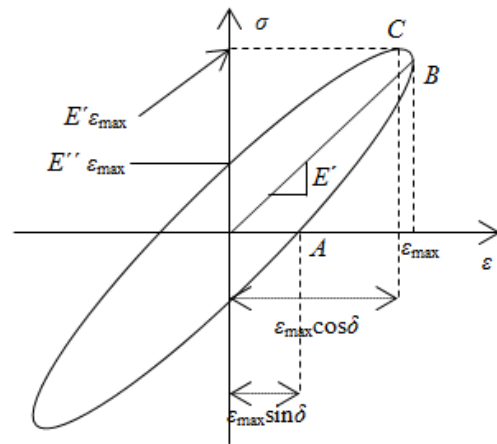


Fig. 3 hysteresis loop for a linearly viscoelastic material under oscillatory loading

شکل 3 حلقه هیستریزس برای ماده ویسکوالاستیک خطی تحت بارگذاری نوسانی

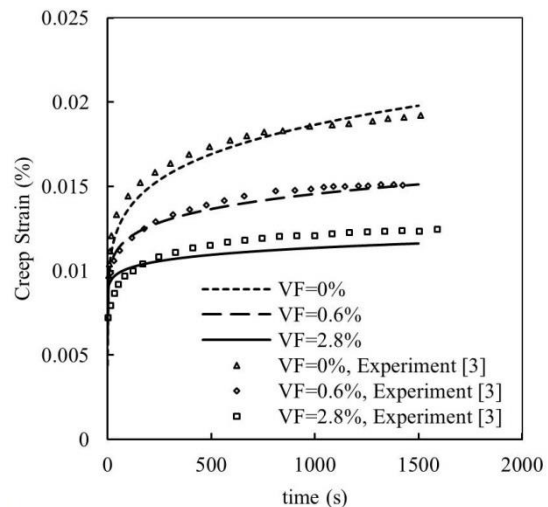
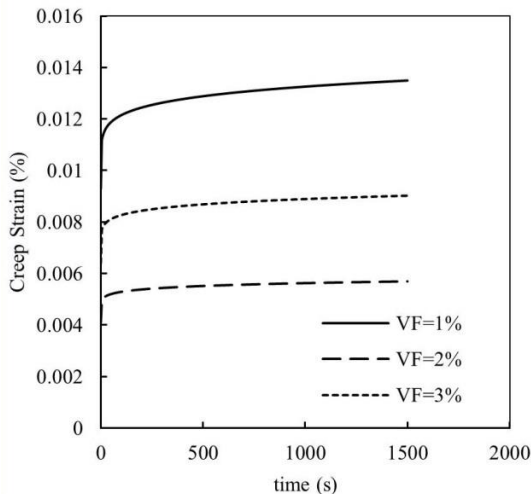


Fig. 4 Viscoelastic response of the CNT-reinforced polypropylene nanocomposite

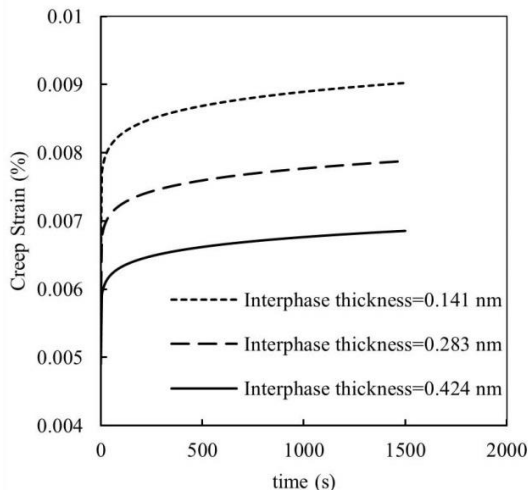
شکل 4 پاسخ ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت پلی پروپیلن تقویت‌شده با نانولوله کربنی

<sup>1</sup> Elastic recovery

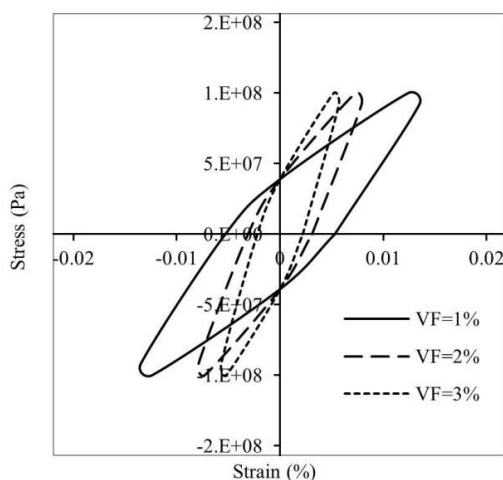
مدول انباشتگی افزایش می‌یابد که باعث می‌شوند که سطح حلقه اتلاف انرژی افزایش یابد.



**Fig. 5** Effects of CNT VF on the creep strains of the nanocomposite  
شکل 5 تأثیرات درصد حجمی نانولوله کربنی بر نمودار خزش نانوکامپوزیت



**Fig. 6** Effects of interphase thickness on the creep strain of the nanocomposite  
شکل 6 تأثیرات ضخامت فاز میانی بر نمودار کرنش خزشی نانوکامپوزیت



**Fig. 7** Effects of CNT VF on the hysteresis loop of the nanocomposite  
شکل 7 تأثیرات درصد حجمی نانولوله کربنی بر حلقه هیستریزس نانوکامپوزیت

حجمی نانولوله‌های کربنی، کرنش ویسکوالاستیک بیشینه کاهش می‌یابد. در نتیجه‌ی این تغییر محل تقاطع منحنی با محور کرنش در مقادیر کمتر رخ می‌دهد. افزایش  $\eta$  را می‌توان به افزایش ویسکوزیته در بخشی از مدل در نتیجه افزودن نانولوله کربنی مرتبط دانست. افزایش ویسکوزیته در بخشی از مدل موجب کاهش کرنش پایدار می‌شود. به صورتی که نانولوله کربنی از لغزش زنجیره‌های مولکولی زمینه پلیمری ممانعت می‌کند. مدول انباشتگی و مدول اتلاف به دلیل محدود شدن حرکت مولکولی افزایش می‌یابند و با توجه به این که اثر محدودکنندگی جابه‌جایی زنجیره‌های مولکولی موجب ضعیف شدن اتلاف انرژی زمینه پلیمری می‌شود سطح حلقه هیستریزس کاهش یافته است. اگر سیکل را به دو بخش اول (افزایشی) و دوم (کاهشی) تقسیم کنیم. در بخش اول سیکل افزایش کرنش در مقدار مدول انباشتگی با افزایش تنش متوقف می‌شود، در بخش دوم سیکل کرنش با کاهش تنش با سرعت بیشتری کاهش می‌یابد و حلقه هیستریزس محور تنش را در مقدار مدول اتلاف قطع می‌کند.

شکل 8 نشان‌دهنده حلقه هیستریزس به ازای ضخامت‌های مختلف فاز میانی است. سطح ایجاد شده توسط خط  $AB$  با محور کرنش در شکل 3 مشخص کننده انرژی ذخیره شده است. با توجه به این که ماده پس از یک سیکل کامل به حالت اولیه خود بازمی‌گردد انرژی ذخیره شده یک چهارم سیکل محاسبه می‌شود. با توجه به نمودار افزایش ضخامت فاز میانی باعث کاهش کرنش خزشی و کاهش اندازه محل تلاقی منحنی با محور کرنش می‌شود، همچنین با توجه به افزایش سطح مرتبط با انرژی ذخیره شده و سطح داخل بیضی می‌توان به افزایش هم‌زمان انرژی ذخیره شده و انرژی اتلافی اشاره کرد. با توجه به این که تغییر مکان زمینه پلیمری توسط زنجیره‌های اتصال اجزای تقویت‌کننده کاهش می‌یابد این تغییرات بدیهی است. در بخش اول سیکل (افزایشی) با افزایش مداوم تنش، افزایش کرنش در مقدار مدول انباشتگی متوقف می‌شود. در بخش دوم سیکل (کاهشی) با کاهش تنش، شیب کاهش کرنش بیشتر می‌شود. حلقه هیستریزس محور تنش را در مقدار مدول اتلاف قطع می‌کند.

شکل 9 نشان‌دهنده منحنی اتلاف انرژی به ازای مقادیر مختلف زاویه فازی است، ضریب  $\delta$  تأثیر بسزایی در اندازه منحنی بیضی شکل می‌گذارد. این تأثیرات در بعضی از مقادیر تنش چشم‌گیرتر است. با توجه به این که تانژانت اتلافی متناسب با نسبت انرژی تلف شده در یک سیکل به انرژی ذخیره شده در سیکل است با افزایش  $\delta$  عرض منحنی بیضی شکل افزایش می‌یابد و اتلاف انرژی در سیکل بیشتر می‌شود. درحالی که انرژی ذخیره شده در حلقه تغییر چندانی نمی‌کند. از بین بردن اصطکاک زنجیره‌های مولکولی بین صفحه اتصال نانولوله کربنی و زمینه عامل این اتلاف انرژی است، همچنین منحنی محور کرنش را در مقادیر بزرگتری قطع می‌کند. تأثیر دیگر تغییرات زاویه فازی بر مدول‌های انباشتگی و اتلاف است. با افزایش زاویه فازی مدول‌های انباشتگی و اتلاف به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند و بر اثر این تغییرات، شکل بیضی به دایره نزدیک می‌شود.

در جدول 2 تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات درصد حجمی دیده می‌شود، نتایج به دست آمده پس از 1500 ثانیه به دست آمده است. با افزایش درصد حجمی مدول اتلاف و مدول انباشتگی افزایش می‌یابند و سطح حلقه اتلاف انرژی کاهش می‌یابد.

جدول 3 نشان‌دهنده تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات زاویه فازی است. با افزایش زاویه فازی مدول اتلاف کاهش می‌یابد و

شدند. انتقال نتایج به فضای زمان با استفاده از ابزار تطبیق منحنی انجام شد. حلقه هیستریزس با استفاده از پارامترهای مدول اتلاف، مدول انباشتگی و تانژانت اتلافی ترسیم شد. پس از تأیید اعتبار مدل ارائه شده با نتایج تجربی، اثر پارامترهایی نظیر کسر حجمی الیاف و ضخامت فاز میانی بر خواص دینامیکی نانوکامپوزیت‌ها بررسی شد. براساس نتایج، اضافه کردن درصد کمی نانولوله کربنی تأثیر زیادی بر رفتار نهایی نانوکامپوزیت دارد، همان‌طور که از نتایج مربوط به منحنی ویسکوالاستیک مشخص است، افزایش هر 1% نانولوله کربنی حدود 35% کرنش بیشینه را کاهش می‌دهد. افزایش درصد حجمی نانولوله‌های کربنی موجب زیاد شده مدول‌های انباشتگی و اتلاف می‌شود، همچنین با کمتر شدن سطح مرتبط با انرژی ذخیره شده و سطح داخل بیضی، انرژی‌های ذخیره‌شده و اتلافی کاهش می‌یابند. افزایش ضخامت فاز میانی موجب زیاد شدن انرژی اتلافی و ذخیره شده در یک سیکل می‌شود. تغییرات زاویه فازی تأثیرات قابل توجهی بر مدول انباشتگی و اتلاف نانوکامپوزیت و در ادامه آن بر سیکل هیستریزس نانوکامپوزیت دارد. مدول انباشتگی با افزایش زاویه فازی افزایش می‌یابد و مدول اتلاف کاهش می‌یابد، و در مقادیر زیاد زاویه فازی مدول‌های انباشتگی و اتلاف به هم نزدیک شده و منحنی از شکل بیضی فاصله می‌گیرد.

### 6- مراجع

- [1] A. Darvizeh, R. Ansari, M. J. Mahmoudi, M. K. Hassanzadeh, Investigation of interphase effect on the non-linear viscoelastic behavior of multiphase polymer composites, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 181-191, 2016. (in Persian)
- [2] B.J. Yang, B. R. Kim, H. K. Lee, Predictions of viscoelastic strain rate dependent behavior of fiber-reinforced polymeric composites, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 4, pp. 1420-1429, 2012.
- [3] Y. Jia, K. Peng, X. L. Gong, Z. Zhang, Creep and recovery of polypropylene/carbon nanotube composites, *Plasticity*, Vol. 27, No. 8, pp. 1239-1251, 2011.
- [4] O. Starkova, S. T. Buschhorn, E. Mannov, K. Schulte, et al., Creep and recovery of epoxy/MWCNT nanocomposites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 43, No. 8, pp. 1212-1218, 2012.
- [5] S. Kashi, R. K. Gupta, N. Kao, S. N. Bhattacharya, Viscoelastic properties and physical gelation of poly (butylene adipate-co-terephthalate)/graphene nanoplatelet nanocomposites at elevated temperatures, *Polymer*, Vol. 101, No. 1, pp. 347-357, 2016.
- [6] J. Kong, Z. Ye, W. Chen, X. Shao, et al., Dynamic mechanical behavior of a Zr-based bulk metallic glass composite, *Materials & Design*, Vol. 88, No. 1, pp. 69-74, 2015.
- [7] K. Li, X. L. Gao, A. Roy, Micromechanical modeling of viscoelastic properties of carbon nanotube-reinforced polymer composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 13, No. 4, pp. 317-328, 2006.
- [8] Y. Pan, G. J. Weng, S. A. Meguid, W. S. Bao, et al., Interface effects on the viscoelastic characteristics of carbon nanotube polymer matrix composites, *Mechanics of Materials*, Vol. 58, No. 1, pp. 1-11, 2013.
- [9] R. Hashemi, On the overall viscoelastic behavior of graphene/polymer nanocomposites with imperfect interface, *Engineering Science*, Vol. 105, No. 1, pp. 38-55, 2016.
- [10] R. Ansari, M. Hassanzadeh-Aghdam, Micromechanical investigation of creep-recovery behavior of carbon nanotube-reinforced polymer nanocomposites, *Mechanical Sciences*, Vol. 115, No. 1, pp. 45-55, 2016.
- [11] J. Li, G. Weng, Effect of a viscoelastic interphase on the creep and stress/strain behavior of fiber-reinforced polymer matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 27, No. 6, pp. 589-598, 1996.
- [12] R. Ansari, M. H. Aghdam, Micromechanics-based viscoelastic analysis of carbon nanotube-reinforced composites subjected to uniaxial and biaxial loading, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 90, No. 1, pp. 512-522, 2016.
- [13] F. Fisher, L. Brinson, Viscoelastic interphases in polymer-matrix composites: Theoretical models and finite-element analysis, *Composites Science and Technology*, Vol. 61, No. 5, pp. 731-748, 2001.
- [14] H. Zhang, Y. Liu, H. Sun, S. Wu, Transient dynamic behavior of polypropylene fiber reinforced mortar under compressive impact loading, *Construction and Building Materials*, Vol. 111, No. 1, pp. 30-42, 2016.
- [15] Y. Xu, T. Liu, Q. Wan, X. Gong, et al., The energy dissipation behaviors of magneto-sensitive polymer gel under cyclic shear loading, *Materials Letters*, Vol. 158, No. 1, pp. 406-408, 2015.
- [16] X. Zhou, D. Y. Yu, X. Y. Shao, S. Q. Zhang, et al., Asymptotic analysis on flexural dynamic characteristics for a laminated composite plate with embedded and perforated periodically viscoelastic damping material core, *Composite Structures*, Vol. 154, No. 1, pp. 616-633, 2016.

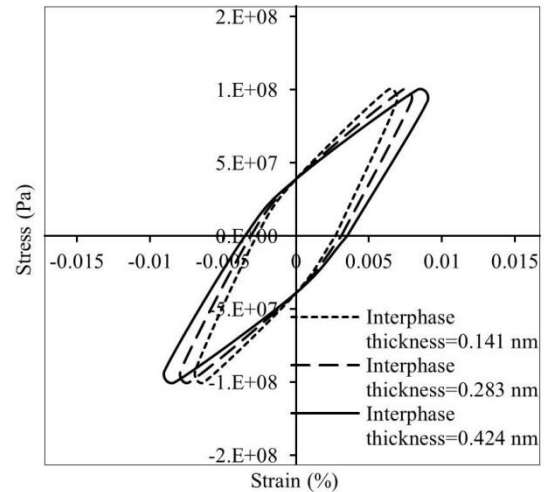


Fig. 8 Effects of interphase thickness on the hysteresis loop of the nanocomposite

شکل 8 تأثیرات ضخامت فاز میانی بر حلقه هیستریزس نانوکامپوزیت

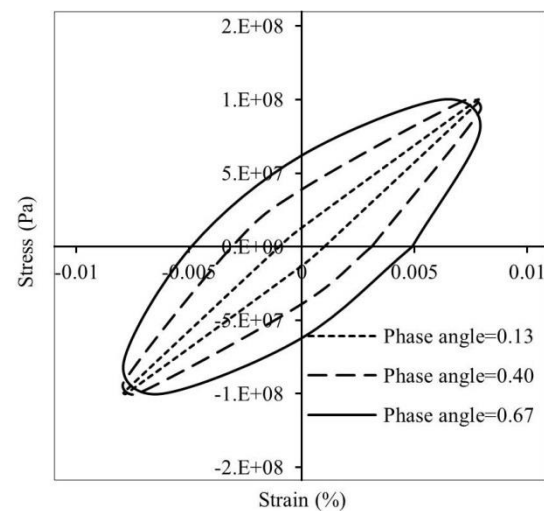


Fig. 9 Effects of phase angle on the hysteresis loop of the nanocomposite

شکل 9 تأثیرات زاویه فازی بر حلقه هیستریزس نانوکامپوزیت

جدول 2 تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات درصد حجمی

**Table 2** Variation of loss and storage modulus vs. CNT VF

درصد حجمی	3%	2%	1%
مدول اتلاف (MPa)	68.3	49.3	28.8
مدول انباشتگی (MPa)	162	117	68.2

جدول 3 تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات زاویه فازی

**Table 3** Variation of loss and storage modulus vs. phase angle

زاویه فازی	0.6	0.4	0.2
مدول اتلاف (MPa)	99.2	117	126
مدول انباشتگی (MPa)	78.6	49.3	16.4

### 5- نتیجه گیری

با استفاده از ادغام مدل سلول واحد و مدل جامد خطی استاندارد رفتار ویسکوالاستیک و سیکل اتلاف انرژی ماده‌ی ویسکوالاستیک خطی به دست آمد. مدل جامد ویسکوالاستیک خطی برای تعیین مدول‌های فنری و دمپری و مدل میکرومکانیکی برای محاسبه کرنش خزشی در فضای لاپلاس استفاده



- [29] B. Werner, I. Daniel, Characterization and modeling of polymeric matrix under multi-axial static and dynamic loading, *Composites Science and Technology*, Vol. 102, No.1, pp. 113-119, 2014.
- [30] S. E. Zeltmann, K. A. Prakash, M. Doddamani, N. Gupta, Prediction of modulus at various strain rates from dynamic mechanical analysis data for polymer matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 120, No. 1, pp. 27-34, 2017.
- [31] N. Reynolds, J. McGarry, Single cell active force generation under dynamic loading—Part II: Active modelling insights, *Acta Biomaterialia*, Vol. 27, No. 1, pp. 251-263, 2015.
- [32] J. Liu, H. Qi, Hysteresis and precondition of the standard viscoelastic solid model, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 11, No. 4, pp. 3066-3076, 2010.
- [33] A. Meera, S. Said, Y. Grohens, S. Thomas, Nonlinear viscoelastic behavior of silica-filled natural rubber nanocomposites, *Physical Chemistry C*, Vol. 113, No. 42, pp. 17997-18002, 2009.
- [34] C. Wang, S. Chen, Viscoelastic properties of randomly entangled carbon nanotube networks under cyclic tension loading, *Computational Materials Science*, Vol. 119, No. 1, pp. 46-51, 2016.
- [35] M. Vakiliifard, M. Mahmoodi, Three dimensional micromechanical modeling of damping capacity of nano fiber reinforced polymer nanocomposites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 257-266, 2016. (in Persian فارسی)
- [36] J. Greenwood, K. Johnson, Oscillatory loading of a viscoelastic adhesive contact, *Colloid and Interface Science*, Vol. 296, No. 1, pp. 284-291, 2006.
- [37] A. Steckmeyer, M. Sauzay, A. Weidner, E. Hieckmann, Micromechanical modelling of the cyclic stress-strain behaviour of nickel polycrystals, *Fatigue*, Vol. 40, No.1, pp. 154-167, 2012.
- [38] A. Ras, N. Boumechra, Seismic energy dissipation study of linear fluid viscous dampers in steel structure design, *Alexandria Engineering*, Vol. 55, No. 3, pp. 2821-2832, 2016.
- [39] M. Hassanzadeh-Aghdam, R. Ansari, A. Darvizeh, A new micromechanics approach for predicting the elastic response of polymer nanocomposites reinforced with randomly oriented and distributed wavy carbon nanotubes, *Composite Materials*, Vol. 51, No. 20, pp. 2899-2912, 2017.
- [40] J. L. Tsai, S. H. Tzeng, Y. T. Chiu, Characterizing elastic properties of carbon nanotubes/polyimide nanocomposites using multi-scale simulation, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 41, No. 1, pp. 106-115, 2010.
- [41] A. Krasnobrizha, P. Rozycki, L. Gornet, P. Cosson, Hysteresis behaviour modelling of woven composite using a collaborative elastoplastic damage model with fractional derivatives, *Composite Structures*, Vol. 158, No. 1, pp. 101-111, 2016.
- [17] L. Longbiao, Modeling hysteresis behavior of cross-ply C/SiC ceramic matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 53, No. 1, pp. 36-45, 2013.
- [18] L. Longbiao, Modeling for cyclic loading/unloading hysteresis loops of carbon fiber-reinforced ceramic-matrix composites at room and elevated temperatures. Part I: Theoretical analysis, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 164, No. 1, pp. 117-136, 2016.
- [19] S. E. Koranian, S. Esmaealzadeh Khadem, M. Kokabi, Nonlinear free vibration analysis of the polymeric nanocomposite viscoelastic plates containing carbon nanotubes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 429-438, 2016. (in Persian فارسی)
- [20] V. Zal, N. H. Moslemi, A. R. Bahramian, H. Abdollahi, et al., Investigation of the effect of processing temperature on the elastic and viscoelastic properties of PVC/fiberglass composite laminates, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 9-16, 2015. (in Persian فارسی)
- [21] U. A. Joshi, S. C. Sharma, S. Harsha, Effect of carbon nanotube orientation on the mechanical properties of nanocomposites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 4, pp. 2063-2071, 2012.
- [22] M. K. Hassanzadeh-Aghdam, M. J. Mahmoodi, R. Ansari, Interphase effects on the thermo-mechanical properties of three-phase composites, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Mechanical Engineering Science*, Vol. 230, No. 19, pp. 3361-3371, 2016.
- [23] R. Ansari, M. K. Hassanzadeh-Aghdam, M. J. Mahmoodi, Three-dimensional micromechanical analysis of the CNT waviness influence on the mechanical properties of polymer nanocomposites, *Acta Mechanica*, Vol. 227, No. 12, pp. 3475-3495, 2016.
- [24] M. Megnis, J. Varna, Micromechanics based modeling of nonlinear viscoplastic response of unidirectional composite, *Composites Science and Technology*, Vol. 63, No. 1, pp. 19-31, 2003.
- [25] Y. Gao, F. Hu, Y. Wu, J. Liu, et al., Understanding the structural evolution under the oscillatory shear field to determine the viscoelastic behavior of nanorod filled polymer nanocomposites, *Computational Materials Science*, Vol. 142, No. 1, pp. 192-199, 2018.
- [26] M. M. Shokrieh, R. Ghajar, A. R. Shajari, The effect of time-dependent slightly weakened interface on the viscoelastic properties of CNT/polymer nanocomposites, *Composite Structures*, Vol. 146, No. 1, pp. 122-131, 2016.
- [27] R. Ansari, M. K. Hassanzadeh, Effects of regular and random distribution of silica nanoparticles on the thermo-elastic and viscoelastic properties of polymer nanocomposites- Micromechanics-based analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 99-107, 2014. (in Persian فارسی)
- [28] A. R. Shajari, R. Ghajar, M. M. Shokrieh, Multiscale modeling of the viscoelastic properties of CNT/polymer nanocomposites, using complex and time-dependent homogenizations, *Computational Materials Science*, Vol. 142, No. 1, pp. 395-409, 2018.