ماهنامه علمى پژوهشى



mme.modares.ac.ir



مطالعهی مشخصه های ویسکوالاستیک و منحنی هیسترزیس کامپوزیت زمینه پلیمری تقويتشده با نانولوله كربني

 4 مجتبی حقگو 1 ، رضا انصاری خلخالی 2* ، ابوالفضل درویزه 6 ، محمدکاظم حسنزاده اقدم

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

4- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

* رشت، صندوق پستى r_ansari@guilan.ac.ir ،3756

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این تحقیق یک مدل تحلیلی برای مطالعه رفتار دینامیکی و ویسکوالاستیک نانوکامپوزیت پلیمری استفاده شده است. مدل تحلیلی با استفاده از ادغام مدل میکرومکانیکی سلول واحد و مدل جامد خطی استاندارد به دست آمده است. اصل انطباق بولتزمن برای ایجاد روابط ساختاری استفاده شده است. ابتدا کرنش متناسب با فرایند آسایش به دست آمده است، سپس با استفاده از ایدهی خطیسازی اصل انطباق بولتزمن، پیشینه	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 04 دی 1396 پذیرش: 27 بهمن 1396 ارائه در سایت: 24 اسفند 1396
تنش به دست میآید. در پایان تابع خزش مرتبط با مدول آسایش به دست میآید و حلقه هیسترزیس برای مواد نانوکامپوزیت ترسیم میشود. پاسخ خزش با زمان به صورت سینوسی تغییر میکند و تابعی از پیشینه تنش است. مدولهای اتلاف و انباشتگی و رفتار ماده در فضای لاپلاس	کلید <i>واژگان:</i> میکرومکانیک
به ترتیب توسط مدل جامد خطی استاندارد و مدل میکرومکانیکی سلول واحد به دست امده است. مدل جامد خطی استاندارد با موازی کردن مدل کلوین و مدل مکسول به دست میآید. مدل با نتایج آزمایشگاهی اعتبارسنجی شده است. تأثیرات ضخامت فاز میانی، درصد حجمی نانولوله ی کر می با به ذانب سالت بی منابع می شد با می نتایج از مایشگاهی اعتبارسنجی شده است. تأثیرات ضخامت فاز میانی، درصد	سلول واحد ویسکوالاستیک هیسترزیس
دربنی و زاویه فازی بر حلفه هیسترزیس بررسی شده است. نتایج به دست امده نشان میدهند که با افزایش درصد حجمی نابولوله کربنی و زاویه فازی سطح حلقه هیسترزیس به ترتیب کاهش و افزایش مییابند، همچنین ضخامت فاز میانی تأثیرات قابل توجهی بر رفتار دینامیکی نابوکامپوزیت دارد.	جامد خطی استاندارد

Study of viscoelastic characteristics and hysteresis loop of carbon nanotube polymer matrix composites

Mojtaba Haghgoo¹, Reza Ansari Khalkhli^{1*}, Abolfazl Darvizeh¹, Mohammad Kazem Hassanzadeh-Aghdam¹

1- Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran * P.O.B. 3756 Guilan, Iran, r_ansari@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT
Original Research Paper leceived 25 December 2017 lccepted 16 February 2018 vailable Online 15 March 2018	In this research, an analytical method is presented for predicting the viscoelastic and dynamic behavior of polymer nanocomposite. The analytical model is achieved by coupling the SUC micromechanical model with standard linear solid model. Boltzmann superposition principle is used to develop the constitutive equations. First, the strain associated with a relaxation experiment is considered, and then
eywords: ficromechanics UC Viscoelastic lysteresis andard linear solid	by using the idea of linearity as embodied in the Boltzmann superposition principle, the resulting stress history is predicted. Eventually, the creep function corresponding to the relaxation modulus is obtained and the hysteresis loop for nanocomposite material is represented. Creep response is sinusoidal in time and a function of stress history. Loss and storage modulus and material behavior in Laplace domain are obtained using standard linear solid model and SUC micromechanical model, respectively. Standard linear solid model is achieved by paralleling the Kelvin model with Maxwell model. The model is validated with experimental results. Effects of different interphase thickness, CNT volume fraction and phase angle on hysteresis loop is studied. Obtained results reveal that increasing the CNT volume fraction and phase angle leads to decreasing and increasing the nanocomposite dynamic behavior.

دلیل ارائه یک مدل رفتاری برای شبیهسازی پاسخ کامپوزیت به بارگذاری مکانیکی اهمیت دارد. به طور کلی پلیمرهای مورد استفاده در صنایع مهندسی از خود رفتار ویسکوالاستیک (تغییر خواص الاستیک با نرخ

1- مقدمه

شناسایی رفتار مکانیکی کامپوزیتها و اعتبارسنجی رفتار آن با نتایج آزمایشگاهی به علت کاربرد وسیعشان اهمیت زیادی یافته است. به همین

Please cite this article using: M. Haghgoo, R. Ansari Khalkhli, A. Darvizeh, M. K. Hassanzadeh-Aghdam, Study of viscoelastic characteristics and hysteresis loop of carbon nanotube polymer matrix composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 04, pp. 90-98, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بارگذاری) نشان میدهند [1]. به طور کلی مواد ویسکوالاستیک از خود رفتار خزشی در پاسخ به بار ثابت نشان میدهند. از طرفی دیگر پلیمرهای تقویت با نانولولههای کربنی به دلیل ماهیت ویسکوالاستیک زمینه از خود رفتار وابسته به زمان نشان مىدهند. به همين دليل مطالعه مواد ويسكوالاستيك اهميت زیادی دارد. یانگ و همکاران [2] مقاومت خزشی نانوکامپوزیتهای پلیپروپیلن^۱ تقویتشده با %1 حجمی نانولولههای چندجداره را بررسی و گزارش کردهاند که بر اثر اضافه کردن نانولوله کربنی نرخ کرنش و تغییر شکل کاهش قابل ملاحظهای پیدا کرده است. جیا و همکاران [3] کرنشهای خزشی برای نانوکامپوزیت پلیپروپیلن تقویتشده با نانولوله کربنی را بررسی کردند. در ادامه تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده پاسخ ویسکوالاستیک كامپوزيتهاى اپوكسى تقويتشده با نانولوله كربنى توسط استاركووا [4] مطالعه شد. در کنار کارهای آزمایشگاهی انجام شده بر رفتار ویسکوالاستیک نانوكامپوزيتهاى پليمرى [6,5] مطالعات تحليلى فراوانى بر رفتار ویسکوالاستیک نانوکامپوزیتها انجام شده است. لی و همکاران [7] یک مدل میکرومکانیکی برای تأثیر بارگذاری نانولولههای کربنی بر نانوکامپوزیتها ارائه کردند. آنها مطالعاتی را بر تأثیرات جهت گیری نانولولههای کربنی و تغییرات درجه حرارت بر رفتار ويسكوالاستيك نانوكامپوزيتها انجام دادند. پن و همکاران [8] یک مطالعه میکرومکانیکی را بر تأثیرات صفحه میانی ً كامپوزيتهاى پليمرى تقويتشده با نانولوله كربنى انجام دادند. بررسى تأثيرات فاز ميانى ويسكوالاستيك بر خواص مكانيكي كامپوزيت مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. هاشمی [9] رفتار وابسته به زمان نانوکامپوزیتهای پلیمری تقویتشده با گرافین را مورد مطالعه قرار داد. تأثيرات شرايط اتصال صفحه مياني بر مشخصههاي ويسكوالاستيك كامپوزيت در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است. انصاری و حسنزاده [10] رفتار خزشی نانوکامپوزیتهای پلیمری تقویتشده با نانولولههای کربنی را توسط مدل میکرومکانیکی سلولی مطالعه کردند. المان حجمی نماینده این پژوهش از سه فاز مجزای پلیمر، نانولوله کربنی و فازمیانی نانولوله/ پلیمر تشکیل شده است. لی و ونگ [11] تأثیرات فاز میانی ویسکوالاستیک بر نرمی^۳ خزشی و روابط تنش- کرنش کامپوزیتهای زمینه پلیمری تقویت شده با فیبر که تحت یک تنش ثابت قرار دارند را بررسی کردند. فیبرها الاستیک و زمینه ویسکوالاستیک است. آنها گزارش کردند که برخلاف بارگذاری طولی که تحت تأثیر فیبر است در بارگذاری عرضی، خزش و نمودار تنش- کرنش به مقدار زیادی تحت تأثیر قرار گرفتهاند. انصاری و حسنزاده [12] با استفاده از ادغام مدل ويسكوالاستيك شيپري[†] با مدل ميكرومكانيكي سلول واحد پاسخ ويسكوالاستيك نانوكامپوزيتهاى زمينه پليمرى تقويت شده با نانولولههاى کربنی تحت بارگذاری تکجهته و دوجهته را بررسی کردند. آنها از این مدل برای مطالعهی تأثیرات فاز میانی (الاستیک یا ویسکوالاستیک) بر رفتار خزشی نانوکامپوزیت استفاده کردند. فیشر و برنسون [13] خواص مکانیکی یک کامپوزیت ویسکوالاستیک سه فاز را با استفاده از روش میکرومکانیکی مورى- تاناكا استخراج كردند. آنها يافتند كه حضور يك ناحيه فاز مياني با خواص ویسکوالاستیک متفاوت با زمینه تأثیری در نرخهای تعویضی مدولهای برشی ندارد.

پژوهشهای زیادی بر رفتار دینامیکی کامپوزیتهای پلیمری انجام شده است. ژانگ و همکاران [14] مشخصههای دینامیکی و روابط ساختاری مواد

تقویت شده با فیبر پلی پروپیلن را تحت بارگذاری ضربهای فشاری بررسی کردند. در کنار کارهای تجربی انجام شده بر مشخصههای دینامیک [6] و حلقه هيسترزيس⁶ [15] كامپوزيتها مطالعات تحليلي زيادي هم توسط محققان انجام شده است. ژو و همکاران [16] مشخصههای دینامیکی یک کامپوزیت لایهای که از مواد مستهلککننده⁸ ویسکوالاستیک ساخته شده است را بررسی کردند. این تحقیق در مورد اتلاف و جذب انرژی در فرکانس های متوسط و بلند کاربرد دارد. معادلات تعادل با استفاده از اصل هميلتون^۷ پايەريزى شدەاند. لنگبياوو [18,17] حلقه هيسترزيس زمينه سرامیکی تقویت شده با سیلیکون کار باید را مورد مطالعه قرار دادند. براساس مكانيزم لغزش فيبرها شرايط مختلفى براى اتصال فازهاى ساختارى کامپوزیت در نظر گرفته شده است. لازمه شناخت یک سامانه دینامیکی به دست آوردن خواص دینامیکی و بررسی کلیه عوامل تأثیرگذار بر رفتار آن است [19]. ماهیت دوفازی کامپوزیتها علاوهبر کارکردهای مکانیکی و استحکامی گسترده ای که دارد، با افزایش ضرایب ارتعاشی بر اثر لغزش بین فاز تقویت و زمینه همراه بوده و پدیدهی اتلاف انرژی در آنها شایع است [20]. باید اشاره شود که رفتار دینامیکی کامپوزیت به مقدار زیادی وابسته به اتلاف انرژی کامپوزیت در بارگذاری نوسانی است، به همین دلیل ترسیم حلقه هیسترزیس اهمیت دارد. تاکنون مطالعهای در خصوص منحنیهای هیسترزیس نانوکامپوزیتهای پلیمری تقویت شده با نانولولههای کربنی با در نظر گرفتن اثرات فازمانی انجام نشده است؛ بنابراین در این مقاله با ارائه یک مدل تحلیلی بر پایه میکرومکانیک به ترسیم حلقه هیسترزیس پرداخته مے شود.

در پژوهش حاضر یک روش تحلیلی برای پیشبینی خواص دینامیکی نانوکامپوزیتهای پلیمری تحت بارگذاری دورهای ارائه میشود. در این روش با ادغام مدل جامد ویسکوالاستیک خطی با تئوری میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده، مدول ذخیره، مدول اتلاف و حلقه هیسترزیس نانوکامپوزیتهای پلیمری استخراج میشود. المان حجمی نماینده نانوکامپوزیت دارای سه فاز شامل زمینه، فاز میانی و نانولوله است. نانولولههای کربنی دارای مدول پلیمری به صورت یک ماده ویسکوالاستیک مدل میشود. ابتدا نتایج به دست آمده از مدل حاضر با نتایج تجربی جهت اعتبارسنجی مقایسه میگردد. در نخرشی و حلقه اتلاف انرژی نانوکامپوزیت بررسی میشود. ابتدا نتایج به دست مدل جامد و تلاف انرژی نانوکامپوزیت بررسی میشود. ابتدا نتایج به دست نخرشی و حلقه اتلاف انرژی نانوکامپوزیت بررسی میشود. نوآوری این پژوهش نمسبت به کارهای انجام شده مشابه ادغام روش میکرومکانیک سلول واحد و مدل جامد ویسکوالاستیک خطی برای بررسی رفتار ویسکوالاستیک و استفاده از مدولهای اتلاف و انباشتگی برای رسم حلقه هیسترزیس نانوکامپوزیت زمینه پلیمری تحت بارگذاری نوسانی بههمراه وارد کردن فاز میانی است.

2- المان حجمي نماينده و روابط سلول واحد

مدل المان حجمی نماینده نانوکامپوزیت سهفاز در شکل 1 نشان داده شده است [12]. المان حجمی نماینده از *ت*ا*ت م*المان مربعی تشکیل شده است. در بسیاری از مدلهای میکرومکانیکی از چیدمان الیاف به صورت مربعی و به صورت تکرارشونده منظم استفاده میشود [21]. کوچکترین بخش تکرارشونده به عنوان المان حجمی نماینده در نظر گرفته میشود، در این مدل فیبر و زمینه ایزوتروپ و کاملاً متصل به هم است و المان حجمی

Polypropylene

² Interface

³ Compliance ⁴Schapery

⁵ Hysteresis

⁶ Damping

⁷ Hamilton principle

نماینده متناسب با کامپوزیت را به وجود میآورند. المان حجمی نماینده دارای ابعاد L_c و L_r در جهتهای x و y است، طول در جهت z واحد در نظر گرفته میشود. با در نظر گرفتن شمارندههای i و j در جهتهای x و y هر سلول را میتوان با نماد ji مشخص کرد.

مدل سلول واحد ساده شده ^۱ یک مدل تحلیلی برای محاسبه خواص نانوکامپوزیت ها با روابط ساده و دقت بالاست. با فرض جابه جایی خطی مؤلفه های جابه جایی که به کرنش و تنش ثابت در زیر سلول ها دلالت دارد و به وجود نیامدن تنش های برشی در زیر سلول ها بر اثر اعمال تنش قائم، روابط تعادل بین تنش های قائم اعمالی و تنش های درونی زیر سلول ها به صورت رابطه (1) نوشته می شود [22].

$$\sum_{i=1}^{c} \sigma_y^{1i} a_i = S_y L_c$$

$$\sum_{j=1}^{r} \sigma_x^{1j} b_j = S_x L_r$$

$$\sum_{j=1}^{r} \sum_{l=1}^{c} b_j a_l \sigma_z^{lj} = S_z L_r L_c$$

تعادل تنشهای نرمال محلی بین سطوح زیرسلولها المان نماینده با رابطه (2) بیان میشود.

$$\begin{cases} \sigma_x^{1j} = \sigma_x^{lj} \\ \sigma_y^{i1} = \sigma_y^{lj} \end{cases}$$
(2)

پیوستگی کرنشها برای زیرسلولها در راستای سطوح اتصال با رابطه (3) بیان می شود.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{c} a_{i} \varepsilon_{x}^{i1} = \sum_{i=1}^{c} a_{i} \varepsilon_{x}^{ij} = L_{c} \bar{\varepsilon}_{x} \ (j > 1) \\ \sum_{j=1}^{r} b_{j} \varepsilon_{y}^{1j} = \sum_{j=1}^{r} b_{j} \varepsilon_{y}^{ij} = L_{r} \bar{\varepsilon}_{y} \ (j > 1) \\ \varepsilon_{z}^{ij} = \bar{\varepsilon}_{z} \ (i > 1, j > 1) \end{cases}$$

رابطه عمومی تنش-کرنش بین تنشهای قائم و کرنشها برای زیرسلول ji به صورت رابطه (4) نوشته میشود.

$$\varepsilon^{ij} = S^{ij}\sigma^{ij}$$

که ${}^{ij}\sigma e^{ij}$ بردارهای تنشهای قائم و کرنشهای قائم و ij ماتریس نرمی cr است. با قرار دادن رابطه (4) در رابطه (3) و استفاده از روابط (2.1) یک + cr سری از معادلات با همین تعداد مجهولات به صورت رابطه (5) به دست میآید [23].

[A]_{$$m \times m$$}{ σ } _{$m \times 1$} = {F} _{$m \times 1$} ($m = c + r + cr$) (5)
(5) بردار تنش و {F} بردار نیروی خارجی است. همچنین [A] تنسور ضرایب
است که به خواص مواد و هندسه زیرسلولها بستگی دارد.

3- روابط ويسكوالاستيك و مدل خطي استاندارد

1-3- ماده ويسكوالاستيك

ماده ویسکوالاستیک به مادهای گفته میشود که رابطه بین تنش و کرنش به زمان وابسته است [24]. سفتی مواد ویسکوالاستیک با زمان تغییر میکند. زاویه حلقه تنش- کرنش ماده ویسکوالاستیک خطی با زمان کاهش مییابد حلقه تنش- کرنش غیرخطی است درحالی که ماده ویسکوالاستیک خطی فرض میشود. دلیل این مطلب این است که نرخ کرنش ثابت شامل تغییر همزمان کرنش و زمان است [25]. به این دلیل مدلسازی خواص



شکل 1 هندسه المان حجمی نماینده در مدل سلول واحد

ویسکوالاستیک کامپوزیتها به وسیله روش شبیهسازی اتمی^۲ امکانپذیر نیست و روشهای میکرومکانیکی سودمندتر است [26]. بارگذاری روی مواد ویسکوالاستیک به صورت پلهای است. این نوع بارگذاری به دلیل جداکردن زمان از تمام پارامترهای غیرخطی است [27]. روابط ریاضی تئوری ویسکوالاستیک در جهت پیشبینی پاسخ یک ماده ویسکوالاستیک به یک بارگذاری خاص ارائه شده است.

2-3-تئوري ويسكوالاستيك

خزش تغییر شکل پیوسته یک ماده تحت تنش ثابت است. با در نظر گرفتن این که کرنش تابعی از پیشینه زمان است $(t) = \varepsilon_0 H(t)$ و با فرض این که خواص ماده با زمان تغییر نمی کند کرنش را می توان به صورت رابطه (6) بیان کرد. (6)

 $\mathcal{E}(t) = \varepsilon_0 [H(t) - H(t - t_1)] \tag{6}$ در رابطه بالا (H(t) تابع پلهای هویساید⁷ است. این تابع در صفر برابر 1/2 و در مقادیر بزرگتر از صفر، یک است. از اصل انطباق بولتزمن[†] تنش به وسیله رابطه (7) بیان میشود. اصل انطباق بولتزمن بر این که یک اثر مرکب⁶ را میتوان مجموع چند اثر دانست دلالت دارد.

 $\sigma(t) = \varepsilon_0[E(t) - E(t - t_1)]$ (7) $\sigma(t) = \varepsilon_0[E(t) - E(t - t_1)]$ مدول آسایش ² و فقط تابعی از زمان است و با کاهش تنش و بر اثر ثابت نگهداشتن ماده در کرنش ثابت σ_3 به صورت $\sigma(t)/\varepsilon_0$ = T = [82] و با در می آید. با در نظر گرفتن یک بازه زمانی از $\tau - t$ تا $\tau + \Delta + \tau - t$ [82] و با در نظر داشتن $d\sigma(t) = -\varepsilon(\tau) dE(t - \tau) d\tau/d\tau$ و تمام اثرات وارده به ماده تا زمان t [29] پس از انتگرال گیری، فرم نهایی انتگرال انطباقی بولتزمن به وسیله رابطه (8) به دست می آید [30].

$$\sigma(t) = \int_{0}^{t} E(t-\tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau$$
(8)

رابطه (9) با تعویض نقشهای تنش و کرنش تغییرات کرنش در فرایند خزش را نشان میدهد.

$$\varepsilon(t) = \int_{0}^{t} J(t-\tau) \frac{d\sigma(t)}{d\tau} d\tau$$
⁽⁹⁾

(1)

(3)

(4)

¹ Simplified unit cell method

² Atomic simulation

³ Heaviside

⁴ Boltzmann superposition principle

⁵ Compound effect

⁶ Relaxation modulus

یک رابطه بین تابع خزش (*J*(t) و تابع آسایش (*E*(t) مدنظر است. با استفاده از تبديل لاپلاس اين ارتباط ايجاد مي شود. با استفاده از قضيه مشتق و پيچ تبديل لاپلاس معكوس^٣ و استفاده از انتگرال بولتزمن رابطه (10) به دست مي آيد.

$$\sigma(t) = \int_{0}^{t} E(t-\tau) \frac{d\varepsilon}{d\tau} d\tau = -\dot{\varepsilon} \int_{0}^{t} E(T) dT$$
(10)

که T متغیر انتگرالگیری است. برای شرح نتیجه به دست آمده از تبدیل لایلاس ابتدا کرنش ناشی از تنش ثابت به صورت توابع یلهای هویساید نوشته می شود که ناشی از اثرات $\mathcal{E}(t) = (0)H(t) + \sum_{i=0}^N \Delta \varepsilon_i H(t-t_i)$ این لحظه و لحظات ماقبل است. کرنش هر گام منجر به مؤلفه آسایش تنش می شود. مدول آسایش برای یک ماده خطی مستقل از کرنش است. تنش ناشی از این پیشینه کرنش توسط جمع مؤلفههای آسایش هر گام به دست میآید ($\sigma_c = \varepsilon(0)E(t) + \sum_{i=0}^N \Delta \varepsilon_i E(t-t_i)$ میآید ($\sigma_c = \varepsilon(0)E(t) + \sum_{i=0}^N \Delta \varepsilon_i E(t-t_i)$ نرمی خزشی و استفاده از مفهوم بارگذاری پلهای محاسبه می شود. شکل 2 نشان دهنده سه مدل مختلف جامد خطی استاندارد، مکسول و کلوین است. مدل جامد خطی استاندارد دارای سه عضو، بخش سمت چپ شامل فنر و دمپر سری و بخش سمت راست شامل یک فنر است [31].

معادله دیفرانسیلی مدل جامد خطی استاندارد با جمع کردن تنشهای وارده به مدل $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ و ساده کردن رابطه در رابطه (11) به دست آمده است.

$$\frac{d\varepsilon}{dt}(E_1 + E_2) + \frac{\varepsilon E_2}{\tau} = \frac{\sigma}{\tau} + \frac{d\sigma}{dt}$$
(11)

در رابطه (11) معرف زمان بعد از بارگذاری، $\tau\equiv\eta/E_{1}$ زمان تأخیری که tو E_2 و η به ترتیب مدول و ویسکوزیته مدل فنر - دمپر مکسول و E_2 مدول μ مدل كلوين است. پارامتر E₁ مرتبط با مدل مكسول بر كرنش خزشي آني دلالت می کند که پس از برداشتن تنش قابل بازیافت است. η پارامتر مربوط به کرنش خزشی غیرقابل بازگشت در مدل مکسول است. E_2 هم بر سفتی زنجیره های پلیمری نامنظم دلالت می کند [3]. با گرفتن لاپلاس از معادله ديفرانسيل و ساده كردن رابطه تابع تنش به صورت رابطه (12) به دست مي آيد.

$$\sigma(s) = \frac{\left[s(E_1 + E_2) + \frac{E_2}{\tau}\right]\varepsilon(s)}{\left(s + \frac{1}{\tau}\right)}$$
(12)

 $\sigma(s) = sE(s)\varepsilon(s)$ با در نظر گرفتن انتگرال بولتزمن در صفحه لاپلاس مدول آسایش توسط رابطه (13) به دست میآید.

$$E(s) = \frac{E_2}{s} + \frac{E_1}{\left(s + \frac{1}{\tau}\right)}$$
(13)

با در نظر گرفتن $E(s)J(s) = 1/s^2$ تابع خزش[†] در فضای لایلاس توسط رابطه (14) به دست میآید.

$$J(s) = \frac{s + \frac{1}{\tau}}{s^2(E_2 + E_1) + E_2 \frac{s}{\tau}}$$
(14)

با گرفتن لاپلاس معکوس از رابطه (14) تابع خزش مرتبط با تابع آسایش توسط رابطه (15) به دست مىآيد [32].

$$I(t) = \frac{1}{E_2} - \frac{E_1}{E_2(E_1 + E_2)} e^{-t/\tau_c}$$
(15)

که $\tau_c = \tau (E_1 + E_2)/E_2$ است. با استفاده از روابط (14,4) و با در اختیار

داشتن رابطه کرنش- تنش بین تنشها و کرنشهای قائم ویسکوالاستیک که در رابطه (16) آورده شده و تنشها و کرنشهای قائم الاستیک که در رابطه (17) به دست آمده است پیوستگی جابه جایی ها در المان حجمی نماینده در ناحيه تبديل به رابطه (18) مى انجامد [12].

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{x}(s) \\ \hat{\varepsilon}_{y}(s) \\ \hat{\varepsilon}_{z}(s) \end{cases} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{0}(s) & -\nu \hat{f}_{0}(s) & -\nu \hat{f}_{0}(s) \\ -\nu \hat{f}_{0}(s) & \hat{f}_{0}(s) & -\nu \hat{f}_{0}(s) \\ -\nu \hat{f}_{0}(s) & -\nu \hat{f}_{0}(s) & \hat{f}_{0}(s) \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{\sigma}_{x}(s) \\ \hat{\sigma}_{y}(s) \\ \hat{\sigma}_{z}(s) \end{cases}$$
(16)

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{y}(s) \\ \hat{\varepsilon}_{z}(s) \end{cases} = \begin{bmatrix} -\nu_{T}/E_{T} & 1/E_{T} & -\nu_{L}/E_{L} \\ -\nu_{L}/E_{L} & -\nu_{L}/E_{L} & 1/E_{L} \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{\sigma}_{y}(s) \\ \hat{\sigma}_{z}(s) \end{cases}$$
(17)

T و L به ترتيب مدول الاستيک و نسبت پواسوناند. زيروندهاى L و Vمعرف جهتهای طولی و عرضی هستند. سازگاری بین جابهجاییها در المان حجمی نماینده در ناحیه تبدیل به رابطه (18) میانجامد.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{c} a_{i} \varepsilon_{x}^{i1}(s) = \sum_{i=1}^{c} a_{i} \varepsilon_{x}^{ij}(s) = L_{c} \bar{\varepsilon}_{x}(s) \quad (j > 1) \\ \sum_{i=1}^{r} b_{j} \varepsilon_{y}^{1j}(s) = \sum_{j=1}^{r} b_{j} \varepsilon_{y}^{ij}(s) = L_{r} \bar{\varepsilon}_{y}(s) \quad (j > 1) \\ \varepsilon_{z}^{ij}(s) = \bar{\varepsilon}_{z}(s) \quad (i > 1, j > 1) \quad (18) \\ \mu \mid \exists_{z} \exists_{z}(s) \in [1, j] \in \mathbb{R}, \quad (j \in [1, j] \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

تنشهای زیرسلولها یک cr + c + r سری از معادلات با همین تعداد مجهولات به صورت رابطه (19) به دست میآید. (19)

$$[A(s)]{\sigma(s)} = {F(s)}$$

برای هر مقدار s در ناحیه لاپلاس، خواص الاستیک نانولوله کربنی، زمینه پلیمری و فاز میانی نانولوله کربنی/ پلیمر به هر یک از زیرسلولها در المان حجمی نماینده مربوط می شود. حال با استفاده از روابط کرنش- تنش بین تنشها و کرنشهای قائم (روابط (17,16))، درایههای کرنش هر زیرسلول در ناحیه تبدیل محاسبه می شوند. با استفاده از رابطه (18) کرنش کلی المان حجمی نماینده در ناحیه تبدیل استخراج می شود؛ بنابراین نمودار s - s در فضای لاپلاس استخراج می شود. با در نظر گیری تابع خزش برای نانوكامپوزيت تقويتشده با نانولوله كربنى مشابه تابع نرمى پليمر خالص و اعمال بسرفت توانی^۵ منحنی به دست آمده در فضای لاپلاس با توابع نرمی خزشی در فضای زمان مرتبط می شود. این کار با استفاده از ابزار تطبیق نمودار⁶ در نرمافزار متلب انجام می شود. تابع نرمی نانو کامپوزیت زمینه پليمري توسط رابطه (20) بيان ميشود.

1 $E_{1,NC}$ $\frac{E_{1,NC}}{E_{2,NC}} - \frac{E_{1,NC}}{E_{2,NC}(E_{1,NC} + E_{2,NC})} e^{-t/\tau_c}$ $J_{NC}(t) =$ (20) توجه شود که نانولوله کربنی به صورت الاستیک در نظر گرفته می شود و زمینه پلیمری به صورت یک ماده ویسکوالاستیک رفتار میکند، همچنین تابع نرمی خزشی برای زمینه پلیمری توسط رابطه (15) بیان میشود.

3-3-رفتار ديناميكي ماده جامد ويسكوالاستيك خطى

کرنش دارای پیشینه سینوسی به فرم $arepsilon(t) = arepsilon_0 e^{i\omega t}$ است. ω فرکانس زاویهای است. با بهره از انتگرال انطباقی بولتزمن در رابطه (8) و قراردادن ∞- $E(t) = \hat{E}(t) + E_e$ به عنوان حد پایین، تابع آسایش را به صورت مینویسیم، E_e مدول تعادل $^{
m v}$ است که برای مایعات صفر و برای جامدات غیرصفر است. با در نظر گرفتن این فرضیات انتگرال انطباقی بولتزمن در رابطه (21) نوشته شده است.

Derivative theorem

² Convolution theorem

Inverse Laplace transform

⁴ Creep function

⁵ Power law regression

Curve fit tool 7 Equilibrium modulus



$$J'(\omega) = J_e - \omega \int_0^\infty [J_e - J(t')]\sin(\omega t')dt'$$
(30)

$$J''(\omega) = \omega \int_{0}^{\infty} [J_e - J(t')] \cos(\omega t') dt'$$
(31)

4-3- ترسيم منحنى بيضى شكل هيسترزيس

برای یک ماده جامد ویسکوالاستیک خطی تنش و کرنش وابسته به زمان است. کرنش و تنش متغیر با زمان توسط رابطههای (323,32) بیان میشوند. (32) $\varepsilon = B sin(\omega t)$ $\sigma = D sin(\omega t + \delta)$

شكل 3 نشاندهنده سيكل هيسترزيس يا سيكل اتلاف انرژى است. هيسترزيس به تأخير⁷ بين ضربه و اثر اتلاق مىشود [37]. براى رسم منحنى بيضى شكل، ابتدا محل برخورد آن را با محور كرنش A مىناميم. در زمان = tبيضى شكل، ابتدا محل برخورد آن را با محور كرنش A مىناميم. در زمان = t_1 مى آيد [38].

$$0 = D \frac{A}{B} \cos(\delta) + \frac{D}{B} \left(\sqrt{B^2 - A^2} \right) \sin(\delta)$$
(34)
H or every sin(δ) (35)
H or every sin(δ) (35)
H or every sin(δ) (35)

پس از به دست آمدن نقطه B با هدف به دست آوردن رابطهای بین δ و پارامترهای بیضی، نقطه تنش بیشینه را به صورت $1 = (\delta + \delta)$ در نظر می گیریم، سپس $\delta = \pi/2$ و نقطه C توسط رابطه (36) به دست می آید. (36)

$$C = \varepsilon(\sigma_{\max}) = B\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = B\cos(\delta)$$

 $\mathcal{E} = 4$ برای به دست آوردن رابطهای برای مدول انباشتگی فرض می کنیم رابطه $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{max} \sin(\omega t)$ بین کرنش و کرنش بیشینه برقرار است. تنش در کرنش بیشینه (ωt) بیشینه $\mathcal{E}_{max} \sin(\omega t)$ می شود. با توجه به این که در کرنش بیشینه (ωt) بیشینه $(\omega t) + E'' \cos(\omega t)$ می شود. با توجه به این که در کرنش بیشینه میشد و $\sigma = \mathcal{E} \cdot \varepsilon_{max}$ و $\omega t = \pi/2$ ست؛ بنابراین زاویه خط از مبدا به نقطه کرنش بیشینه معرف مدول انباشتگی⁷ است. برای به دست مبدا به نقطه کرنش بیشینه می در زمان صفر برابر صفر؛ بنابراین $\sigma(t) = \varepsilon_{max} [E' \sin(\omega t) + c_{max} (\omega t)]$ اوردن مدول اتلاف⁷ می دانیم کرنش در زمان صفر برابر صفر؛ بنابراین $\sigma(t) = \varepsilon_{max} [E' \sin(\omega t) + c_{max} (\omega t)]$ معرور منحنی بیضی شکل با معرور تنش است.

4- نتیجه گیری و بحث

در این قسمت با ادغام مدل جامد ویسکوالاستیک خطی با تئوری میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده مدول ذخیره، مدول اتلاف و حلقه هیسترزیس نانوکامپوزیتهای پلیمری استخراج میشود. مدل جامد ویسکوالاستیک خطی برای تفسیر تغییرات مدولهای فنری و دمپری مدل و مدل میکرومکانیکی سلول واحد برای ارائه کردن منحنی خزش استفاده میشود. در نهایت با در نظرگیری روابط تنش و کرنش که با زمان تغییر میکند مدولهای اتلاف و انباشتگی و تانژانت اتلافی برای به دست آوردن نقاط تلاقی منحنی با محورهای تنش و کرنش به دست میآیند. کامپوزیت سه فاز از پلیپروپیلن ویسکوالاستیک به عنوان زمینه، نانولوله کربنی



Fig. 2 Spring-dashpot model to visualize how viscoelastic behavior can arise

شکل 2 مدل فنر – دمپر نشاندهده رفتار ویسکوالاستیک

$$\sigma(t) = E_e \varepsilon_0 e^{i\omega t} + i\omega \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{t} \hat{E}(t-\tau) e^{i\omega t} d\tau$$
(21)

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) \left[E_e + \omega \hat{E}(t') \left(\int_{0}^{\infty} (\sin(\omega t') + i \cos(\omega t')) \right) dt' \right]$$
(22)

$$(22)$$

$$(22)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

$$(23)$$

 $\sigma(t) = E^*(\omega)\varepsilon(t) = (E' + iE'')\varepsilon(t)$ (23) با در نظر داشتن (∞) $\hat{E} = E(t) - E(\infty)$ مدول انباشتگی به صورت رابطه (24) نوشته میشود [34].

$$E'(\omega) = E_e + \omega \int_0^\infty \hat{E}(t') \sin(\omega t') dt'$$
(24)

مدول اتلافی و تانژانت اتلافی هم به ترتیب توسط روابط (26,25) بیان میشوند [35].

$$E''(\omega) = \omega \int \hat{E}(t') \cos(\omega t') dt'$$
(25)
$$E''(\omega)$$
(26)

$$\tan(\omega) = \frac{E'(\omega)}{E'(\omega)} \tag{26}$$

باید توجه کرد که 'I در همان فازی قرار دارد که کرنش وارد شده است، در حالی که 'I با 90 درجه اختلاف فاز نسبت به 'I قرار دارد. به این اختلاف فاز زاویه فازی گویند و آن را با δ نشان میدهیم. زاویه فازی برای ماده الاستیک صفر و برای ماده ویسکوالاستیک بیشتر از صفر است. روابط (25,24) تبدیلات سینوسی و کسینوسی فوریهاند^۱ با معکوس گرفتن از این روابط به رابطههای (28,27) میرسیم.

$$E(t) = E_e + \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{(E' - E_e)}{\omega} \sin(\omega t) d\omega$$
(27)

$$E(t) = E_e + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{E''}{\omega} \cos(\omega t) d\omega$$
(28)

رابطه تنش-کرنش دینامیکی به وسیله رابطه (29) بیان میشود.
(29)
$$\sigma(t) = E^*(\omega)\varepsilon_0 e^{i(\omega t+\delta)}$$

(29) مدول دینامیکی است.
 $E^* = E' + iE''$

با توجه بهاینکه رابطه $(w) = 1/E^*(w)$ بین نرمی دینامیکی و مدول دینامیکی برقرار است و با فرض نرمی معادل که به صورت = J_e $\lim_{t\to\infty} J(t) = J(\infty)$ است، روابط (31,30) بین توابع دینامیکی و خزش

² Lag ³ Storage modulus

⁴ Loss modulus

¹ Fourier transform

الاستیک به عنوان فاز تقویت کننده و فاز میانی الاستیک تشکیل شده که خواصش تابعی از خواص هندسی و مکانیکی فازهای تشکیل دهنده کامپوزیت است. ابتدا برای اعتبارسنجی مدل نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی جیا و همکاران [3] مقایسه شده است. این مقایسه برای نانوکامپوزیت دوفاز (بدون فاز میانی) و برای درصدهای حجمی %0، %0.0 و %2.8 انجام شده است. همان طور که در شکل 4 دیده می شود تطابق قابل قبولی بین نتایج دادههای تجربی با نتایج این پژوهش وجود دارد. خواص مربوط به فازهای ساختاری در جدول 1 موجود است.

برای مطالعه رفتار خزشی و ترسیم حلقه هیسترزیس خواص فازهای تشکیلدهنده کامپوزیت در جدول 1 آمده است [3].

جدول 1 خواص فازهای ساختاری نانوکامپوزیت [3]

able 1 Material properties of constituents of nanocomposite [5]

پلىپروپيلن	نانولوله كربنى	مادہ
1.83	800	<i>E</i> ₁₁ (GPa)
0.45	0.162	V12
550	-	E_1 (MPa)
700	-	$E_2(MPa)$
565	-	η_1 (MPa)



Fig. 3 hysteresis loop for a linearly viscoelastic material under oscillatory loading



Fig. 4 Viscoelastic response of the CNT-reinforced polypropylene nanocomposite

شكل 4 پاسخ ويسكوالاستيك نانوكامپوزيت پلىپروپيلن تقويتشده با نانولوله كربنى

خواص فاز میانی به عنوان یک ماده الاستیک متفاوت از دو جز دیگر است و به صورت تابعی برحسب فاصله از مرکز فاز تقویت کننده به صورت رابطه (37) تغییر می کند [35].

$$E_i(r_f) = \frac{R}{r} E'_m + \left(\frac{R-r}{\varsigma}\right)^\beta \left(E'_f - \frac{R}{r_f} E'_m\right)$$
(37)

در رابطه بالا r فاصله از مرکز نانولوله کربنی، r_f شعاع نانولولهی کربنی، Rمجموع شعاع نانولوله کربنی و ضخامت فاز میانی، E'_f مدول ذخیره فاز تقویت کننده، E'_m مدول ذخیره زمینه، r ضخامت فاز میانی و β پارامتری وابسته به قدرت پیوند بین دو فاز زمینه و نانولوله کربنی است. مقادیر کوچک β نشان دهنده پیوند قوی بین زمینه و نانولوله کربنی است.

با میانگین گیری از رابطه (37) می توان مدول الاستیک را توسط رابطه (38) به دست آورد [39].

$$E_i = \frac{1}{\varsigma} \int_{r_f}^{r_f + \varsigma} E_i(r_f) dr \tag{38}$$

نسبت پواسون فاز میانی برابر با نسبت پواسون زمینه در نظر گرفته می شود [40].

شکل 6 نشاندهنده نمودار تغییرات کرنش خزشی به ازای زمان در ضخامتهای مختلف فاز میانی است. ضخامت فاز میانی سه مقدار مختلف 0.283 nm 0.141 nm و 0.283 nm 0.141 nm. همانطور که از شکل کربنی %2 است. شعاع نانولوله کربنی 1.41 nm است. همانطور که از شکل دیده میشود ضخامت فاز میانی تأثیرات زیادی بر نمودار کرنش خزشی دارد. کرنش خزشی با افزایش ضخامت فاز میانی کاهش یافته است. با توجه به رفتار الاستیک فاز میانی این تغییرات قابل توجیه است که موجب استحکام،خشی به کامپوزیت میشود.

شکل 7 نشاندهنده حلقه هیسترزیس ماده ویسکوالاستیک خطی است، سطح بیضی شکل از رسم منحنی تنش نسبت به کرنش در بارگذاری دینامیکی یک ماده خطی به دست میآید. سطح درون بیضی معرف انرژی به اتلافی بر واحد حجم در یک سیکل بارگذاری از ماده است. اتلاف انرژی به دلیل اصطحکاک درونی زنجیرههای مولکولی زمینه و لغزش درون صفحهای بین اجزای تقویت کننده و زمینه است [15]. با توجه به پخش شدگی و جهت گیری در نظر گرفته شده برای نانولوله کربنی و فاز میانی، منحنی شکل بیضی می گیرد [41]. همان طور که از این شکل می توان دید با افزایش درصد

¹ Elastic recovery

حجمی نانولولههای کربنی، کرنش ویسکوالاستیک بیشینه کاهش مییابد. در نتیجهی این تغییر محل تقاطع منحنی با محور کرنش در مقادیر کمتر رخ می دهد. افزایش η را می توان به افزایش ویسکوزیته در بخشی از مدل در نتیجه افزودن نانولوله کربنی مرتبط دانست. افزایش ویسکوزیته در بخشی از مدل موجب کاهش کرنش پایدار می شود. به صورتی که نانولوله کربنی از لغزش زنجیرههای مولکولی زمینه پلیمری ممانعت می کند. مدول انباشتگی و مدول اتلاف به دلیل محدود شدن حرکت مولکولی افزایش می یابند و با توجه به این که اثر محدودکنندگی جابهجایی زنجیرههای مولکولی موجب ضعیف شدن اتلاف انرژی زمینه پلیمری می شود سطح حلقه هیسترزیس کاهش شدن اتلاف انرژی زمینه پلیمری می شود سطح حلقه هیسترزیس کاهش یافته است. اگر سیکل را به دو بخش اول (افزایشی) و دوم (کاهشی) تقسیم کنیم. در بخش اول سیکل افزایش کرنش در مقدار مدول انباشتگی با افزایش بیشتری کاهش می یابد و حلقه هیسترزیس محور تنش را در مقدار مدول اتلاف قطع می کند.

شکل 8 نشاندهنده حلقه هیسترزیس به ازای ضخامتهای مختلف فاز میانی است. سطح ایجاد شده توسط خط *AB* با محور کرنش در شکل 3 مشخص کننده انرژی ذخیره شده است. با توجه به این که ماده پس از یک سیکل کامل به حالت اولیه خود بازمی گردد انرژی ذخیرهشده یک چهارم سیکل محاسبه میشود. با توجه به نمودار افزایش ضخامت فاز میانی باعث کاهش کرنش خزشی و کاهش اندازه محل تلاقی منحنی با محور کرنش میشود، همچنین با توجه به افزایش سطح مرتبط با انرژی ذخیره شده و اتلافی اشاره کرد. با توجه به این که محان انرژی ذخیره شده و اتلافی اشاره کرد. با توجه به این که تغییر مکان زمینه پلیمری توسط اتلافی اشاره کرد. با توجه به این که تغییر مکان زمینه پلیمری توسط مقدار مدول انباشتگی متوقف میشود. در بخش دوم سیکل (کاهشی) با کاهش تنش، شیب کاهش کرنش بیشتر میشود. حلقه هیسترزیس محور تنش را در مقدار مدول اتلاف قطع می کند.

شکل 9 نشاندهنده منحنی اتلاف انرژی به ازای مقادیر مختلف زاویه فازی است، ضریب δ تأثیر بسزایی در اندازه منحنی بیضی شکل می گذارد. این تأثیرات در بعضی از مقادیر تنش چشم گیرتر است. با توجه به این که تانژانت در سیکل است با افزایش δ عرض منحنی بیضی شکل افزایش می یابد و اتلاف انرژی در سیکل است با افزایش δ عرض منحنی بیضی شکل افزایش می یابد و اتلاف انرژی در سیکل بیشتر می شود. در حالی که انرژی ذخیره شده در حلقه تغییر چندانی نمی کند. از بین بردن اصطکاک زنجیره های مولکولی بین صفحه اتصالی نانولوله کربنی و زمینه عامل این اتلاف انرژی است، همچنین منحنی محور کرنش را در مقادیر بزرگتری قطع می کند. تأثیر دیگر تغییرات زاویه فازی بر مدول های انباشتگی و اتلاف است. با افزایش زاویه فازی مدول های انباشتگی و اتلاف به ترتیب کاهش و افزایش می یابند و بر اثر این تغییرات، شکل بیضی به دایره نزدیک می شود.

در جدول 2 تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات درصد حجمی دیده میشود، نتایج به دست آمده پس از 1500 ثانیه به دست آمده است. با افزایش درصد حجمی مدول اتلاف و مدول انباشتگی افزایش مییابند و سطح حلقه اتلاف انرژی کاهش مییابد.

جدول 3 نشاندهنده تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات زاویه فازی است. با افزایش زاویه فازی مدول اتلاف کاهش مییابد و

مدول انباشتگی افزایش مییابد که باعث میشوند که سطح حلقه اتلاف انرژی افزایش یابد.







Fig. 6 Effects of interphase thickness on the creep strain of the nanocomposite $% \left({{{\mathbf{F}}_{{\mathbf{F}}}} \right)$

شکل 6 تأثیرات ضخامت فاز میانی بر نمودار کرنش خزشی نانوکامپوزیت





شدند. انتقال نتایج به فضای زمان با استفاده از ابزار تطبیق منحنی انجام شد. حلقه هیسترزیس با استفاده از پارامترهای مدول اتلاف، مدول انباشتگی و تانژانت اتلافی ترسیم شد. پس از تأیید اعتبار مدل ارائه شده با نتایج تجربی، اثر پارامترهایی نظیر کسر حجمی الیاف و ضخامت فاز میانی بر خواص دینامیکی نانوکامپوزیتها بررسی شد. براساس نتایج، اضافه کردن درصد کمی نانولوله کربنی تأثیر زیادی بر رفتار نهایی نانوکامپوزیت دارد، همانطور که از نتايج مربوط به منحنى ويسكوالاستيك مشخص است، افزايش هر 1% نانولوله کربنی حدود %35 کرنش بیشینه را کاهش میدهد. افزایش درصد حجمی نانولولههای کربنی موجب زیاد شده مدولهای انباشتگی و اتلاف می شود، همچنین با کمتر شدن سطح مرتبط با انرژی ذخیره شده و سطح داخل بیضی، انرژیهای ذخیرهشده و اتلافی کاهش می یابند. افزایش ضخامت فاز میانی موجب زیاد شدن انرژی اتلافی و ذخیره شده در یک سیکل میشود. تغییرات زاویه فازی تأثیرات قابل توجهای بر مدول انباشتگی و اتلاف نانوکامپوزیت و در ادامه آن بر سیکل هیسترزیس نانوکامپوزیت دارد. مدول انباشتگی با افزایش زاویه فازی افزایش مییابد و مدول اتلاف کاهش مییابد، و در مقادیر زیاد زاویه فازی مدولهای انباشتگی و اتلاف به هم نزدیک شده و منحنی از شکل بیضی فاصله می گیرد.

6- مراجع

- A. Darvizeh, R. Ansari, M. J. Mahmoudi, M. K. Hassanzadeh, Investigation of interphase effect on the non-linear viscoelastic behavior of multiphase polymer composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 181-191, 2016. (in Persian فارسی)
- [2] B.J. Yang, B. R. Kim, H. K. Lee, Predictions of viscoelastic strain rate dependent behavior of fiber-reinforced polymeric composites, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 4, pp. 1420-1429, 2012.
- [3] Y. Jia, K. Peng, X. L. Gong, Z. Zhang, Creep and recovery of polypropylene/carbon nanotube composites, *Plasticity*, Vol. 27, No. 8, pp. 1239-1251, 2011.
- [4] O. Starkova, S. T. Buschhorn, E. Mannov, K. Schulte, et al., Creep and recovery of epoxy/MWCNT nanocomposites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 43, No. 8, pp. 1212-1218, 2012.
- [5] S. Kashi, R. K. Gupta, N. Kao, S. N. Bhattacharya, Viscoelastic properties and physical gelation of poly (butylene adipate-co-terephthalate)/graphene nanoplatelet nanocomposites at elevated temperatures, *Polymer*, Vol. 101, No. 1, pp. 347-357, 2016.
- [6] J. Kong, Z. Ye, W. Chen, X. Shao, et al., Dynamic mechanical behavior of a Zr-based bulk metallic glass composite, *Materials & Design*, Vol. 88, No. 1, pp. 69-74, 2015.
- [7] K. Li, X. L. Gao, A. Roy, Micromechanical modeling of viscoelastic properties of carbon nanotube-reinforced polymer composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vo. 13, No. 4, pp. 317-328, 2006.
- [8] Y. Pan, G. J. Weng, S. A. Meguid, W. S. Bao, et al., Interface effects on the viscoelastic characteristics of carbon nanotube polymer matrix composites, *Mechanics of Materials*, Vol. 58, No. 1, pp. 1-11, 2013.
- [9] R. Hashemi, On the overall viscoelastic behavior of graphene/polymer nanocomposites with imperfect interface, *Engineering Science*, Vol. 105, No. 1, pp. 38-55, 2016.
- [10] R. Ansari, M. Hassanzadeh-Aghdam, Micromechanical investigation of creep-recovery behavior of carbon nanotube-reinforced polymer nanocomposites, *Mechanical Sciences*, Vol. 115, No. 1, pp. 45-55, 2016.
- [11] J. Li, G. Weng, Effect of a viscoelastic interphase on the creep and stress/strain behavior of fiber-reinforced polymer matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 27, No. 6, pp. 589-598, 1996.
- [12] R. Ansari, M. H. Aghdam, Micromechanics-based viscoelastic analysis of carbon nanotube-reinforced composites subjected to uniaxial and biaxial loading, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 90, No. 1, pp. 512-522, 2016.
- [13] F. Fisher, L. Brinson, Viscoelastic interphases in polymer-matrix composites: Theoretical models and finite-element analysis, *Composites Science and Technology*, Vol. 61, No. 5, pp. 731-748, 2001.
- [14] H. Zhang, Y. Liu, H. Sun, S. Wu, Transient dynamic behavior of polypropylene fiber reinforced mortar under compressive impact loading, *Construction and Building Materials*, Vol. 111, No. 1, pp. 30-42, 2016.
- [15] Y. Xu, T. Liu, Q. Wan, X. Gong, et al., The energy dissipation behaviors of magneto-sensitive polymer gel under cyclic shear loading, *Materials Letters*, Vol. 158, No. 1, pp. 406-408, 2015.
- [16] X. Zhou, D. Y. Yu, X. Y. Shao, S. Q. Zhang, et al., Asymptotic analysis on flexural dynamic characteristics for a laminated composite plate with embedded and perforated periodically viscoelastic damping material core, *Composite Structures*, Vol. 154, No. 1, pp. 616-633, 2016.



Fig. 8 Effects of interphase thickness on the hysteresis loop of the nanocomposite

شکل 8 تأثیرات ضخامت فاز میانی بر حلقه هیسترزیس نانوکامیوزیت



Fig. 9 Effects of phase angle on the hysteresis loop of the nanocomposite

شكل 9 تأثيرات زاويه فازى بر حلقه هيسترزيس نانوكامپوزيت

جدول 2 تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات درصد حجمی Table 2 Variation of loss and storage modulus vs. CNT VF

درصد حجمی	1%	2%	3%
مدول اتلاف (MPa)	28.8	49.3	68.3
مدول انباشتگی (MPa)	68.2	117	162

جدول 3 تغییرات مدول اتلاف و مدول انباشتگی بر اثر تغییرات زاویه فازی Table 3 Variation of loss and storage modulus vs. phase angle

8	0		
زاویه فازی	0.2	0.4	0.6
مدول اتلاف (MPa)	126	117	99.2
مدول انباشتگی (MPa)	16.4	49.3	78.6

5- نتیجه گیری

با استفاده از ادغام مدل سلول واحد و مدل جامد خطی استاندارد رفتار ویسکوالاستیک و سیکل اتلاف انرژی مادهی ویسکوالاستیک خطی به دست آمد. مدل جامد ویسکوالاستیک خطی برای تعیین مدول های فنری و دمپری و مدل میکرومکانیکی برای محاسبه کرنش خزشی در فضای لاپلاس استفاده

- [29] B. Werner, I. Daniel, Characterization and modeling of polymeric matrix under multi-axial static and dynamic loading, *Composites Science and Technology*, Vol. 102, No.1, pp. 113-119, 2014.
- [30] S. E. Zeltmann, K. A. Prakash, M. Doddamani, N. Gupta, Prediction of modulus at various strain rates from dynamic mechanical analysis data for polymer matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 120, No. 1, pp. 27-34, 2017.
- [31] N. Reynolds, J. McGarry, Single cell active force generation under dynamic loading–Part II: Active modelling insights, *Acta Biomaterialia*, Vol. 27, No. 1, pp. 251-263, 2015.
- [32] J. Liu, H. Qi, Hysteresis and precondition of the standard viscoelastic solid model, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 11, No. 4, pp. 3066-3076, 2010.
- [33] A. Meera, S. Said, Y. Grohens, S. Thomas, Nonlinear viscoelastic behavior of silica-filled natural rubber nanocomposites, *Physical Chemistry C*, Vol. 113, No. 42, pp. 17997-18002, 2009.
- [34] C. Wang, S. Chen, Viscoelastic properties of randomly entangled carbon nanotube networks under cyclic tension loading, *Computational Materials Science*, Vol. 119, No. 1, pp. 46-51, 2016.
- [35] M. Vakilifard, M. Mahmoodi, Three dimensional micromechanical modeling of damping capacity of nano fiber reinforced polymer nanocomposites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 257-266, 2016. (in Persian فارسی)
- [36] J. Greenwood, K. Johnson, Oscillatory loading of a viscoelastic adhesive contact, *Colloid and Interface Science*, Vol. 296, No. 1, pp. 284-291, 2006.
- [37] A. Steckmeyer, M. Sauzay, A. Weidner, E. Hieckmann, Micromechanical modelling of the cyclic stress-strain behaviour of nickel polycrystals, *Fatigue*, Vol. 40, No.1, pp. 154-167, 2012.
- [38] A. Ras, N. Boumechra, Seismic energy dissipation study of linear fluid viscous dampers in steel structure design, *Alexandria Engineering*, Vol. 55, No. 3, pp. 2821-2832, 2016.
- [39] M. Hassanzadeh-Aghdam, R. Ansari, A. Darvizeh, A new micromechanics approach for predicting the elastic response of polymer nanocomposites reinforced with randomly oriented and distributed wavy carbon nanotubes, *Composite Materials*, Vol. 51, No. 20, pp. 2899-2912, 2017.
 [40] J. L. Tsai, S. H. Tzeng, Y. T. Chiu, Characterizing elastic properties of
- [40] J. L. Tsai, S. H. Tzeng, Y. T. Chiu, Characterizing elastic properties of carbon nanotubes/polyimide nanocomposites using multi-scale simulation, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 41, No. 1, pp. 106-115, 2010.
- [41] A. Krasnobrizha, P. Rozycki, L. Gornet, P. Cosson, Hysteresis behaviour modelling of woven composite using a collaborative elastoplastic damage model with fractional derivatives, *Composite Structures*, Vol. 158, No. 1, pp. 101-111, 2016.

- [17] L. Longbiao, Modeling hysteresis behavior of cross-ply C/SiC ceramic matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 53, No. 1, pp. 36-45, 2013.
- [18] L. Longbiao, Modeling for cyclic loading/unloading hysteresis loops of carbon fiber-reinforced ceramic-matrix composites at room and elevated temperatures. Part I: Theoretical analysis, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 164, No. 1, pp. 117-136, 2016.
- [19] S. E. Koranian, S. Esmaeelzadeh Khadem, M. Kokabi, Nonlinear free vibration analysis of the polymeric nanocomposite viscoelastic plates containing carbon nanotubes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 429-438, 2016. (in Persian نفرسی)
- [20] V. Zal, N. H. Moslemi, A. R. Bahramian, H. Abdollahi, et al., Investigation of the effect of processing temperature on the elastic and viscoelastic properties of PVC/fiberglass composite laminates, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 9-16, 2015. (in Persian (فارسی)
- [21] U. A. Joshi, S. C. Sharma, S. Harsha, Effect of carbon nanotube orientation on the mechanical properties of nanocomposites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 4, pp. 2063-2071, 2012.
- [22] M. K. Hassanzadeh-Aghdam, M. J. Mahmoodi, R. Ansari, Interphase effects on the thermo-mechanical properties of three-phase composites, *Proceedings* of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Mechanical Engineering Science, Vol. 230, No. 19, pp. 3361-3371, 2016.
- [23] R. Ansari, M. K. Hassanzadeh-Aghdam, M. J. Mahmoodi, Threedimensional micromechanical analysis of the CNT waviness influence on the mechanical properties of polymer nanocomposites, *Acta Mechanica*, Vol. 227, No. 12, pp. 3475-3495, 2016.
 [24] M. Megnis, J. Varna, Micromechanics based modeling of nonlinear
- [24] M. Megnis, J. Varna, Micromechanics based modeling of nonlinear viscoplastic response of unidirectional composite, *Composites Science and Technology*, Vol. 63, No. 1, pp. 19-31, 2003.
- [25] Y. Gao, F. Hu, Y. Wu, J. Liu, et al., Understanding the structural evolution under the oscillatory shear field to determine the viscoelastic behavior of nanorod filled polymer nanocomposites, *Computational Materials Science*, Vol. 142, No. 1, pp. 192-199, 2018.
- [26] M. M. Shokrieh, R. Ghajar, A. R. Shajari, The effect of time-dependent slightly weakened interface on the viscoelastic properties of CNT/polymer nanocomposites, *Composite Structures*, Vol. 146, No. 1, pp. 122-131, 2016.
- [27] R. Ansari, M. K. Hassanzadeh, Effects of regular and random distribution of silica nanoparticles on the thermo-elastic and viscoelastic properties of polymer nanocomposites- Micromechanics-based analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 99-107, 2014. (in Persian (فارسی)) (فارسی)
- [28] A. R. Shajari, R. Ghajar, M. M. Shokrieh, Multiscale modeling of the viscoelastic properties of CNT/polymer nanocomposites, using complex and time-dependent homogenizations, *Computational Materials Science*, Vol. 142, No. 1, pp. 395-409, 2018.