



# بررسی تحلیلی و شبیه‌سازی المان محدود متمرکز کننده نمایی با سطح مقطع مستطیل شکل: بکارگیری در فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک

محسن امامی<sup>۱</sup>، محمد حسین صادقی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک- ساخت و تولید، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- استاد مهندسی مکانیک- ساخت و تولید، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵ sadeghim@modares.ac.ir

**چکیده-** در یک سیستم آلتراسونیک، متمرکز کننده، انرژی ارتعاشی ترانسدیوسر آلتراسونیک را به محل مورد کاربرد انتقال داده و دامنه نوسانات را تقویت می‌کند. در این مقاله متمرکز کننده‌های با هندسه نمایی و با سطح مقطع مستطیل شکل، طراحی و آنالیز شده و یک نمونه کاربرد آنها در فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک مطرح می‌شود. سپس برای ارزیابی حل تحلیلی، چند نمونه متمرکز کننده مختلف به روش تحلیلی طراحی و سپس مدل‌سازی شده و در نرم‌افزار المان محدود انسیس آنالیز مودال می‌شوند و پارامترهای ارتعاشی آنها شامل فرکانس تشدید و ضریب بزرگ‌نمایی با مقادیر حاصل از شبیه‌سازی المان محدود مقایسه می‌گردد. نتایج بدست آمده، تطابق خوب بین مقادیر حل تحلیلی و شبیه‌سازی المان محدود را نشان می‌دهد. همچنین یک مجموعه متمرکز کننده-قطعه‌کار جهت بکارگیری در فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک شبیه‌سازی می‌شود.

**کلیدواژه‌گان:** متمرکز کننده نمایی با مقطع مستطیل شکل، حل تحلیلی، شبیه‌سازی المان محدود، سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک.

## Analytical modeling and finite element simulation of exponential horns with rectangular cross-section: Application on ultrasonic assisted grinding

M. Emami<sup>1</sup>, M.H. Sadeghi<sup>2\*</sup>

1- PhD Student, Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

2- Prof., Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

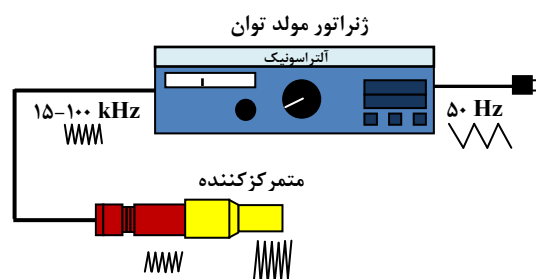
\* P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran. sadeghim@modares.ac.ir

**Abstract-** In an ultrasonic system, acoustic horn transmits the vibration energy of ultrasonic transducer to the application area and amplifies the oscillation amplitude. In the present study exponential horns with rectangular cross-section for application in ultrasonic assisted grinding process are designed and analyzed. An analytical approach is applied to model this type of horns. For evaluating the analytical model, some acoustic horns are designed using analytical method and then analyzed by the finite-element method (FEM) in ANSYS. Then, the design parameters such as resonance frequency and amplification factor are compared and verified. A very good agreement is obtained between the results of analytical modeling and those of FEM simulation. Moreover, a horn-workpiece assembly for applying in ultrasonic assisted grinding is simulated.

**Keywords:** Exponential Acoustic Horns with Rectangular Cross-Section, Analytical Modeling, FEM, Ultrasonic Assisted Grinding.

## ۱- مقدمه

ارتعاشات آلتراسونیک به طور رو به گسترشی در زمینه‌های کاربردی مختلفی از جمله صنعت، پزشکی، زیست‌شناسی و غیره بکار گرفته شده است [۱]. ماشین‌کاری، برش و جوش کاری آلتراسونیک نمونه‌هایی از کاربردهای آلتراسونیک در فرایندهای صنعتی هستند [۲،۳]. علاوه بر آن تکنولوژی آلتراسونیک کاربردهای جدیدی در فرایندهای ماشین‌کاری به همراه ارتعاشات آلتراسونیک<sup>۱</sup> مثل تراشکاری، فرزکاری، سوراخ‌کاری و سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک پیدا کرده است. در فرایند ماشین‌کاری به همراه آلتراسونیک، ارتعاشات آلتراسونیک بر سینماتیک براده‌برداری از قطعه‌کار، برهم نهد می‌شود. بسته به نوع ماشین‌کاری، ارتعاشات آلتراسونیک ممکن است به ابزار یا قطعه‌کار اعمال شود. در فرایندهایی چون تراشکاری و سوراخ‌کاری به همراه آلتراسونیک، ارتعاشات آلتراسونیک معمولاً به ابزار اعمال می‌شود. در حالی که در فرایندهایی مانند فرزکاری یا سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک، ارتعاشات آلتراسونیک معمولاً به قطعه‌کار اعمال می‌شود. تحقیقات گذشته نشان داده است که اعمال ارتعاشات فرکانس بالا در فرایندهای ماشین‌کاری به طور قابل ملاحظه‌ای فرایند تشکیل براده را تسهیل کرده و با کاهش نیروهای ماشین‌کاری و بهبود عمر ابزار و زبری سطح، راندمان برش را افزایش می‌دهد [۴-۶]. در فرایندهای صنعتی از جمله ماشین‌کاری، برش و جوش کاری آلتراسونیک، سیستم آلتراسونیک از یک ژنراتور مولد توان، ترانس‌دیوسر و متمرکزکننده تشکیل شده است (شکل ۱).



شکل ۱ شماتیک یک سیستم آلتراسونیک

ژنراتور مولد توان، ولتاژ فرکانس پایین برق شهری (50 Hz) را

به ولتاژ فرکانس بالا (15-100 kHz) تبدیل می‌کند. ولتاژ فرکانس بالا جهت تحریک مکانیکی ترانس‌دیوسر استفاده می‌شود. ترانس‌دیوسر آلتراسونیک انرژی الکتریکی دریافت شده از ژنراتور را به نوسانات مکانیکی تبدیل می‌کند. سپس ارتعاشات مکانیکی انتهای ترانس‌دیوسر توسط متمرکزکننده به ناحیه هدف انتقال می‌یابد. ناحیه هدف ممکن است منطقه ماشین‌کاری، برش یا جوش‌کاری باشد. علاوه بر آن متمرکزکننده، دامنه نوسانات ورودی را بزرگ‌نمایی کرده تا دامنه نوسان در خروجی متمرکزکننده، برای انجام عملیات مورد نظر در حد کافی تقویت شده باشد. در کاربردهای مختلف بسته به شرایط عملکردی، لازم است متمرکزکننده‌های متفاوت و با هندسه‌ها و بزرگ‌نمایی‌های مختلفی طراحی و ساخته شوند. از طرف دیگر، متمرکزکننده آلتراسونیک باید به صورتی طراحی شود که تشدید (رزنانس) در مجموعه ترانس‌دیوسر-متمرکزکننده ایجاد شود، به عبارتی دیگر ترانس‌دیوسر و متمرکزکننده آلتراسونیک باید در فرکانس یکسانی به حالت تشدید برسند [۳]. از این رو طراحی و آنالیز متمرکزکننده‌های آلتراسونیک فرایندی بسیار مهم بوده و پیش از مرحله ساخت امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. شکل هندسی، فرکانس عملکردی و خواص ماده متمرکزکننده، پارامترهای تعیین‌کننده‌ای هستند که بر طراحی متمرکزکننده تأثیر می‌گذارند. شکل‌های متداولی که در صنعت برای متمرکزکننده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد عبارتند از: استوانه‌ای، پله‌ای، مخروطی، نمایی و غیره. امین و همکاران [۷] طراحی متمرکزکننده‌های ارتعاشی برای ماشین‌کاری آلتراسونیک را با استفاده از طراحی به کمک کامپیوتر<sup>۲</sup> و آنالیز المان محدود<sup>۳</sup> بررسی کردند. آنها شکلی از متمرکزکننده با قسمت مخروطی در بالا و استوانه‌ای در پایین را برای ماشین‌کاری آلتراسونیک پیشنهاد نمودند. همچنین آنها برای رسیدن به بیشینه بزرگ‌نمایی و نرخ براده‌برداری بیشتر و با در نظر گرفتن تنش تسلیم ایمن ماده، متمرکزکننده پیشنهادی خود را بهینه کردند. ژاوو و همکاران [۸] روش شبکه<sup>۴</sup> را برای طراحی متمرکزکننده بکار گرفتند. بانگستون و همکاران [۹] از آنالیز المان محدود جهت بهینه‌سازی شکل متمرکزکننده ارتعاشی و ایجاد تطابق امپدانس با هوای محیط

2. CAD

3. FEM

4. Four-End network method

تحلیلی کامل برای محاسبه پارامترهای ارتعاشی متمرکزکننده-های با پروفیل نمایی و سطح مقطع مستطیل شکل ارائه شده است. قابل ذکر است که معادلات تحلیلی استخراج شده می‌توانند در کاربردهای دیگر این نوع متمرکزکننده نیز مورد استفاده قرار گیرند. علاوه بر آن در این تحقیق جهت ارزیابی حل تحلیلی، چند نمونه متمرکزکننده مختلف به روش تحلیلی طراحی و سپس مدل‌سازی شده و در نرم‌افزار المان محدود انسیس شبیه‌سازی مودال می‌شوند و پارامترهای ارتعاشی آنها در طراحی شامل فرکانس تشدید و ضریب بزرگ‌نمایی، با مقادیر حاصل از شبیه‌سازی المان محدود مقایسه می‌شود.

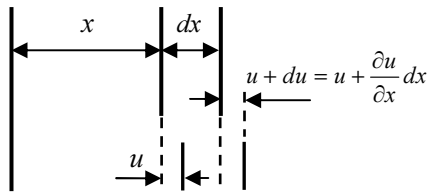
## ۲- طراحی متمرکزکننده ارتعاشی

عملکرد مهم یک متمرکزکننده ارتعاشی در یک سیستم آلتراسونیک تقویت دامنه نوسانات به سطحی است که مناسب برای کاربرد باشد. برای مثال در ماشین‌کاری آلتراسونیک یا ماشین‌کاری به همراه آلتراسونیک لازم است برای رسیدن به نرخ براده‌برداری بالاتر دامنه جابه‌جایی را تقویت نمود. متمرکزکننده همچنین به عنوان وسیله‌ای جهت انتقال انرژی ارتعاشی از ترانسدیوسر به ناحیه هدف عمل می‌کند. از آنجا که نوسانات مکانیکی از انتهای متمرکزکننده به ناحیه هدف منتقل می‌شود از این رو هندسه سطح انتهای متمرکزکننده در انتقال ارتعاشات بسیار تأثیرگذار می‌باشد. برای مثال در فرایند جوش‌کاری پلاستیک آلتراسونیک، متمرکزکننده ارتعاشی در انتقال انرژی ارتعاشی مورد نیاز برای حرارت دهی موضعی به ناحیه فصل مشترک اتصال جوش‌کاری نقش کلیدی را ایفا می‌کند. از این رو در فرایند جوش‌کاری آلتراسونیک سطح انتهایی متمرکزکننده به گونه‌ای طراحی می‌شود که هندسه آن منطبق بر سطح قطعه جوش‌کاری باشد. علاوه بر آن، متمرکزکننده آلتراسونیک باید در فرکانس کاری سیستم آلتراسونیک به حالت تشدید (رزنانس) رسیده تا بیشینه دامنه نوسان حاصل شود. از این رو محاسبه طول رزنانس صحیح متمرکزکننده در طراحی بسیار مهم است. ضریب بزرگ‌نمایی به عنوان نسبت دامنه نوسان خروجی به دامنه نوسان ورودی متمرکزکننده تعریف می‌شود. اصولاً ضریب بزرگ‌نمایی به تغییرات سطح مقطع متمرکزکننده در طول آن، وابسته است. برای یک متمرکزکننده استوانه‌ای، ضریب بزرگ‌نمایی برابر با ۱ است زیرا سطح مقطع آن یکنواخت می‌باشد. در حالی که با

استفاده کردند. لی و هونگ [۱۰] مدلی جهت آنالیز دینامیکی متمرکزکننده ارائه نمودند. یاداوا [۱۱] پروسه آنالیز المان محدود یک متمرکزکننده ارتعاشی برای فرایند ماشین‌کاری چرخشی به همراه آلتراسونیک<sup>۱</sup> را ارائه نمود. امینی و همکاران [۵] چندین طرح مختلف متمرکزکننده-ابزار را برای فرایند تراشکاری به همراه آلتراسونیک بررسی و آنالیز نمودند. شکل متمرکزکننده مورد استفاده آنها استوانه‌ای-مخروطی-استوانه‌ای و با سطح مقطع دایروی بود. آنها به این نتیجه رسیدند که پیکره‌بندی مجموعه متمرکزکننده-ابزار و یا به عبارتی محل اتصال ابزار به متمرکزکننده نقش بسیار مهمی در عملکرد ارتعاشی سیستم ایفا می‌کند. همچنین یک پیکره بندی نامناسب متمرکزکننده -ابزار ممکن است باعث برهم‌نهی یک مد خمشی بر مد ارتعاشی طولی اصلی شده و سبب از بین رفتن مزایای فرایند تراشکاری به همراه آلتراسونیک شود.

از مروری بر مقالات مشاهده می‌شود که طراحی و آنالیز متمرکزکننده ارتعاشی برای زمینه‌های مختلف کاربرد آلتراسونیک امری لازم است. همچنین طراحی صحیح و بهینه متمرکزکننده می‌تواند سبب بهبود عملکرد فرایند هدف شود. فرایند سنگ زنی به همراه آلتراسونیک، فرایند نوپایی است که به منظور صنعتی شدن آن لازم است اجزای مرتبط با آن بیشتر تست و بررسی شوند. یکی از اجزای بسیار مهم این فرایند طراحی متمرکزکننده و چگونگی طرح اتصال قطعه‌کار به متمرکزکننده در آن می‌باشد. تاکنون تحقیقات چندانی در زمینه طراحی متمرکزکننده برای این فرایند انجام نشده است. از طرفی دیگر در میان اشکال هندسی مختلف متمرکزکننده‌ها، هندسه نمایی به دلیل ایجاد تمرکز تنش کم و توزیع تنش یکنواخت در طول متمرکزکننده، هندسه‌ای شناخته شده است [۱۲]. همچنین بسته به کاربرد، سطح مقطع این نوع متمرکزکننده می‌تواند دایروی، مربعی، مستطیلی و یا از اشکال دیگری باشد. در این پژوهش متمرکزکننده با پروفیل نمایی و مقطع مستطیل شکل به دلیل داشتن هندسه مناسب برای بکارگیری در فرایند سنگ زنی به همراه آلتراسونیک مطرح، طراحی و آنالیز می‌شود. از آنجا که در منابع برای این هندسه متمرکزکننده، روابط پارامتریک تعیین کننده ویژگی‌های هندسی- ارتعاشی آن استخراج نشده است، لذا ابتدا حل

### 1. Rotary Ultrasonic Machining (RUM)



شکل ۳ جابه‌جایی المان  $d(x)$  در قطعه ارتعاشی

$$\varepsilon = \frac{(u + du) - u}{dx} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1)$$

از قانون دوم نیوتن  $\sum F = m \cdot a$  و رابطه تنش-نیرو  $F = \sigma \cdot A$ ، معادله حرکت برای المان  $dx$  به صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود

$$\left( \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) \left( A + \frac{\partial A}{\partial x} dx \right) - \sigma \cdot A = m \cdot a \quad (2)$$

در رابطه (۲)  $m$  و  $a$  به ترتیب جرم و شتاب المان هستند. علاوه بر آن،  $m \cdot a$  می‌تواند به شکل رابطه (۳) نیز محاسبه شود

$$m \cdot a = \left( \frac{A + A + \frac{\partial A}{\partial x} dx}{2} \right) dx \cdot \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

از آنجا که  $A = A(x)$  بنابراین می‌توان رابطه (۴) را نوشت.

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{dA}{dx} \quad (4)$$

از ترکیب معادلات ۲-۴ رابطه (۵) بدست می‌آید

$$\begin{aligned} A \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \frac{dA}{dx} (dx)^2 + \sigma \frac{dA}{dx} dx &= \\ = A dx \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{dA}{dx} (dx)^2 \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (5)$$

با فرض اینکه  $(dx)^2 \approx 0$  معادله (۵) به شکل رابطه (۶) ساده می‌شود.

$$A \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \sigma \frac{dA}{dx} dx = A dx \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6)$$

وابستگی تنش  $\sigma$  به کرنش نسبی  $\varepsilon$  بوسیله قانون هوک بیان می‌شود و در رابطه (۷) نشان داده شده است.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (7)$$

کاهش سطح مقطع متمرکزکننده در راستای طول آن، ضریب بزرگ‌نمایی افزایش می‌یابد. بنابراین نسبت بزرگ‌نمایی به هندسه متمرکزکننده بستگی دارد. استخراج روابط و معادلات تحلیلی مربوط به هرگونه متمرکزکننده، نیازمندی‌های مربوط به طراحی و محاسبه پارامترهای هندسی آن نوع متمرکزکننده را برطرف می‌سازد. در بخش بعد، حل تحلیلی یک متمرکزکننده نمایی با سطح مقطع مستطیل شکل ارائه می‌شود.

## ۲-۱- حل تحلیلی برای ارتعاش طولی یک متمرکزکننده

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر ارتعاشات طولی در یک متمرکزکننده، فرضیه‌های زیر انجام می‌شود [۱۳،۱]

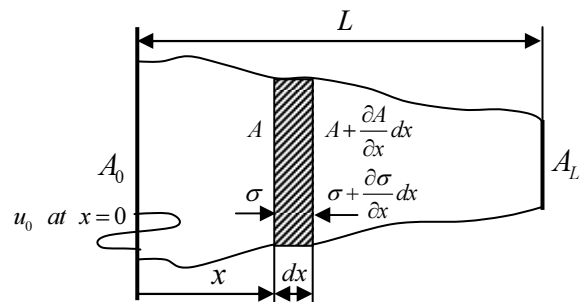
- ارتعاشات متمرکزکننده ایستا و سینوسی است. قابل ذکر است که برای تشکیل امواج ایستا باید طول متمرکزکننده مضرب صحیحی از  $\lambda/2$  باشد.
- امواج در طول متمرکزکننده و به صورت مسطح منتشر می‌شوند.

- از اتلاف انرژی در ماده متمرکزکننده صرف‌نظر می‌شود.

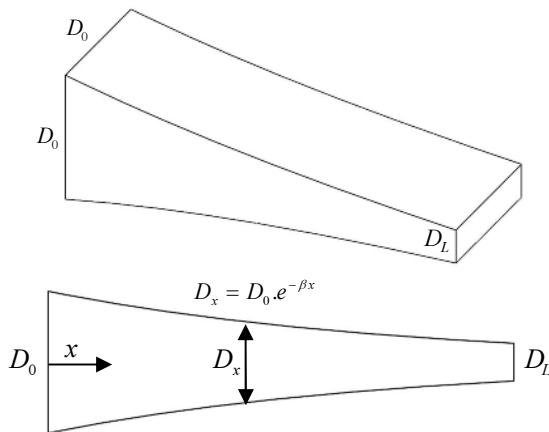
- ماده متمرکزکننده همسانگرد و هموزن است.

- از تغییرات ناگهانی در سطح مقطع متمرکزکننده و تمرکز تنش اجتناب می‌شود.

ابتدا شماتیک یک قطعه با مساحت مقطع متغیر  $A = A(x)$  ترسیم شده (شکل ۲) و یک المان از آن با ضخامت اولیه  $d(x)$  به فاصله  $x$  از مبنا در نظر گرفته می‌شود (قسمت هاشورخورده شکل ۲). جابه‌جایی ارتعاشی در متمرکزکننده باعث تغییر شکل، جابه‌جایی و کرنش در المان می‌شود. اگر  $u = f(x, t)$  جابه‌جایی المان  $dx$  از موقعیت خود در قطعه باشد، با توجه به شکل ۳، کرنش المان از رابطه (۱) بدست می‌آید.



شکل ۲ شماتیک یک قطعه ارتعاشی با مساحت مقطع متغیر



شکل ۴ شماتیک متمرکزکننده نمایی با سطح مقطع مستطیل شکل

منحنی پروفیل طولی متمرکزکننده نمایی از رابطه (۱۴) بدست می‌آید.

$$D(x) = D_0 e^{-\beta x} \quad (14)$$

در این رابطه  $D_0$  ضخامت ابتدای متمرکزکننده و  $\beta$  ضریب شکل متمرکزکننده است. همچنین پهنای متمرکزکننده ثابت و برابر با  $D_0$  می‌باشد، بنابراین سطح مقطع آن از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود.

$$A(x) = D(x) \cdot D_0 = D_0^2 e^{-\beta x} \quad (15)$$

و رابطه (۱۶) شکل ساده شده آن می‌باشد.

$$A(x) = A_0 e^{-\beta x} \quad (16)$$

با جایگذاری کردن رابطه (۱۶) در معادله دیفرانسیل رابطه (۱۳)، معادله دیفرانسیل (۱۷) بدست می‌آید.

$$\frac{d^2 \xi_0}{dx^2} + (-\beta) \frac{d \xi_0}{dx} + k^2 \xi_0 = 0 \quad (17)$$

رابطه (۱۸) حل عمومی این معادله دیفرانسیل را نشان می‌دهد.

$$\xi_0 = A e^{\frac{\beta}{2} x} (C \cos Dx + E \sin Dx) \quad (18)$$

ثوابت  $(A, C, D, E)$  با استفاده از شرایط مرزی تعیین می‌شوند. روابط (۱۹-۲۲) مربوط به شرایط مرزی مسأله هستند. همچنین روابط (۲۱) و (۲۲) از آنجا بدست می‌آیند که دامنه  $(\xi_0)$  در ابتدا و انتهای متمرکزکننده دارای ماکزیمم موضعی است.

$$\xi_0(0) = u_0 \quad (19)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۷) نسبت به  $x$  رابطه (۸) بدست می‌آید.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (8)$$

با جایگذاری کردن روابط (۷) و (۸) در رابطه (۶)، معادله دیفرانسیل رابطه (۹) بدست می‌آید.

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{E}{A} \frac{dA}{dx} \frac{\partial u}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (9)$$

از طرف دیگر سرعت عبور موج الاستیک طولی از معادله نیوتن-لاپلاس از رابطه (۱۰) بدست می‌آید.

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (10)$$

از این رو رابطه (۱۱) از روابط (۹) و (۱۰) بدست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (11)$$

بر اساس فرضیاتی که قبلاً ذکر شدند، ارتعاش متمرکزکننده سینوسی است، بنابراین می‌توان جابه‌جایی هر نقطه در فاصله  $x$  و زمان  $t$  در متمرکزکننده  $(u = f(x, t))$  را به صورت رابطه (۱۲) تعریف کرد.

$$u = \xi_0 \sin \omega t \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)،  $\xi_0$  دامنه ارتعاش می‌باشد. از آنجا که طول متمرکزکننده به اندازه‌ایست که شکل موج ایستا بوجود آید، بنابراین  $\xi_0$  تنها تابعی از مکان  $x$  می‌باشد و یا به عبارتی دیگر  $(\xi_0 = f(x))$ . با جایگذاری کردن معادله (۱۲) در معادله (۱۱) و انجام ساده‌سازی معادله دیفرانسیل (۱۳) بدست می‌آید.

$$\frac{d^2 \xi_0}{dx^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{d \xi_0}{dx} + k^2 \xi_0 = 0 \quad (13)$$

در این رابطه  $k = \omega/C$  شماره موج الاستیک طولی می‌باشد. معادله (۱۳) معادله دیفرانسیلی است که از حل آن دامنه ارتعاشات هر نقطه در طول متمرکزکننده بدست می‌آید.

## ۲-۱-۱- استخراج معادلات حاکم بر ارتعاش طولی یک

### متمرکزکننده نمایی با سطح مقطع مستطیل شکل

در این بخش معادله دیفرانسیل ارتعاش طولی متمرکزکننده برای یک متمرکزکننده نمایی با سطح مقطع مستطیل شکل حل می‌شود. شماتیک این نوع متمرکزکننده در شکل ۴ نشان داده شده است.

متمرکزکننده ( $\lambda$ ) را می‌توان به شکل رابطه (۲۷) بدست آورد.

$$\lambda = \frac{2\pi}{\left(\frac{4\pi^2 f^2}{C^2} - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2}} \quad (27)$$

معادله (۲۷) نشان می‌دهد که طول موج ( $\lambda$ ) در یک متمرکزکننده ارتعاشی به سرعت عبور موج الاستیک طولی ( $C$ )، فرکانس رزنانس ( $f$ ) و فاکتور شکل متمرکزکننده ( $\beta$ ) بستگی دارد. همچنین ضریب بزرگ‌نمایی متمرکزکننده نیز از رابطه (۲۸) محاسبه می‌شود.

$$N = \frac{u_L}{u_0} = \frac{u_0 e^{\frac{\beta}{2} L} (-1)}{u_0} = -e^{\frac{\beta}{2} L} \quad (28)$$

علاوه بر آن، از معادله (۱۴) می‌توان رابطه (۲۹) را نوشت.

$$\frac{D_L}{D_0} = e^{-\beta L} \quad (29)$$

از ترکیب معادلات (۲۸) و (۲۹) ضریب بزرگ‌نمایی متمرکزکننده ( $N$ ) بدست می‌آید.

$$N = -\sqrt{\frac{D_0}{D_L}} \quad (30)$$

علامت منفی در معادله (۳۰) نشان می‌دهد که جابه‌جایی ابتدا و انتهای متمرکزکننده در جهت مخالف یکدیگر است. با ترکیب معادلات (۲۵) و (۲۸) فاکتور شکل متمرکزکننده ( $\beta$ ) از رابطه (۳۱) محاسبه می‌شود.

$$\beta = \frac{2k \ln(-N)}{\left[\pi^2 + (\ln(-N))^2\right]^{1/2}} = \frac{4\pi f \ln(-N)}{C(\pi^2 + (\ln(-N))^2)^{1/2}} \quad (31)$$

### ۲-۱-۲- تأثیر پارامترهای طراحی بر هندسه متمرکزکننده

#### ۲-۱-۲-۱- جنس ماده متمرکزکننده

بر اساس معادله (۱۰) پارامترهای ماده متمرکزکننده شامل مدول الاستیسیته ( $E$ ) و چگالی ( $\rho$ ) هستند که بر سرعت عبور موج الاستیک طولی ( $C$ ) تأثیر می‌گذارند. همچنین معادله (۲۶)، رابطه بین سرعت عبور موج الاستیک طولی و طول متمرکزکننده را نشان می‌دهد. از معادلات (۱۰) و (۲۶) این نتیجه حاصل می‌شود که با افزایش نسبت  $E/\rho$ ، مقادیر سرعت عبور موج الاستیک طولی در متمرکزکننده ( $C$ ) و طول متمرکزکننده ( $L$ ) هر دو افزایش می‌یابند. همچنین از معادلات (۱۰) و (۳۱) واضح است که با افزایش نسبت  $E/\rho$ ، سرعت عبور موج الاستیک طولی در متمرکزکننده ( $C$ ) افزایش یافته و فاکتور شکل ( $\beta$ ) کاهش می‌یابد.

$$\xi_0(L) = u_{0L} \quad (20)$$

$$\left. \frac{d\xi_0}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (21)$$

$$\left. \frac{d\xi_0}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (22)$$

با جایگذاری کردن رابطه (۱۸) در معادله دیفرانسیل رابطه (۱۷) و استفاده از شرایط مرزی (۱۹) و (۲۱)،  $\xi_0$  بدست می‌آید.

$$\xi_0 = u_0 e^{\frac{\beta}{2} x} \left[ \cos\left(k^2 - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2} x + \sin\left(k^2 - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2} x \right] \frac{(-\beta/2)}{\left(k^2 - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2}} \quad (23)$$

$$\left(k > \frac{\beta}{2}\right) \quad (23)$$

اکنون با جایگذاری کردن رابطه (۲۳) در رابطه (۱۲)، جابه‌جایی هر نقطه در فاصله  $x$  و لحظه زمانی  $t$  در متمرکزکننده از رابطه (۲۴) بدست می‌آید.

$$u = u_0 e^{\frac{\beta}{2} x} \left[ \cos\left(k^2 - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2} x + \frac{(-\beta/2)}{\left(k^2 - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2}} \sin\left(k^2 - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2} x \right] \sin \omega t \quad (24)$$

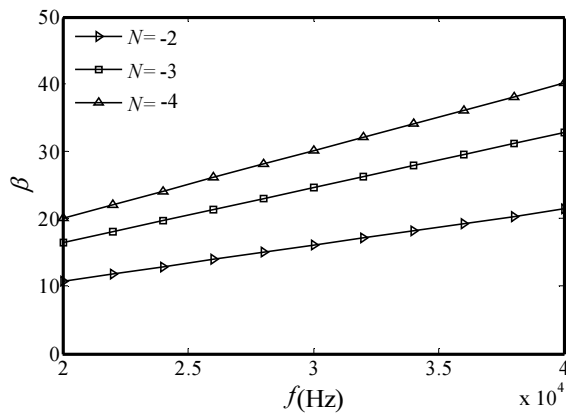
با مشتق‌گیری از معادله (۲۳) نسبت به  $x$  و استفاده از شرط مرزی معادله (۲۲)، طول متمرکزکننده ( $L$ ) از رابطه (۲۵) بدست می‌آید.

$$L = \frac{\pi}{\left(k^2 - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2}} \quad (25)$$

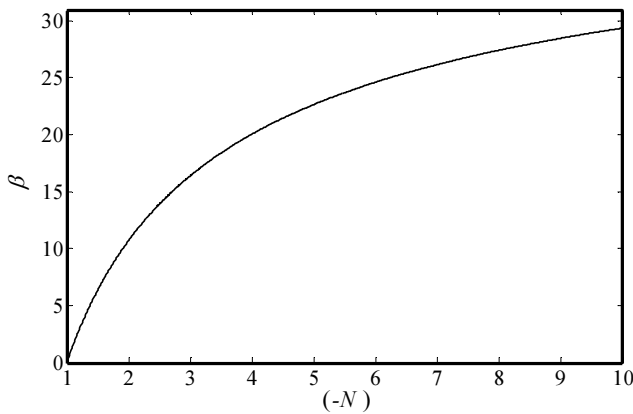
همچنین از ترکیب معادله (۲۵) و  $k = \omega/C = 2\pi f/C$  می‌توان  $L$  را به شکل رابطه (۲۶) نیز نوشت.

$$L = \frac{\pi}{\left(\frac{4\pi^2 f^2}{C^2} - \frac{\beta^2}{4}\right)^{1/2}} \quad (26)$$

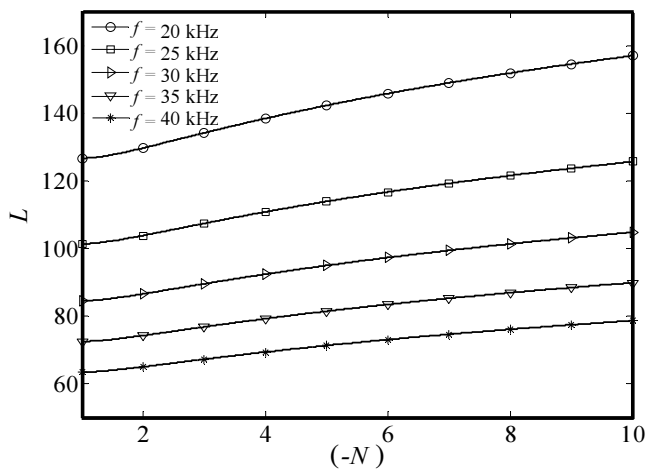
از آنجا که طول هورن برابر با نصف طول موج الاستیک طولی است ( $L = \lambda/2$ )، از این رو طول موج الاستیک طولی در



شکل ۶ تأثیر فرکانس تشدید بر فاکتور شکل  
( $\rho=2810 \text{ kg/m}^3$ ,  $E=72 \text{ GPa}$ )



شکل ۷ تأثیر ضریب بزرگ‌نمایی بر فاکتور شکل



شکل ۸ تأثیر ضریب بزرگ‌نمایی بر طول متمرکزکننده  
( $\rho=2810 \text{ kg/m}^3$ ,  $E=72 \text{ GPa}$ )

مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب بزرگ‌نمایی، فاکتور شکل افزایش پیدا می‌کند.

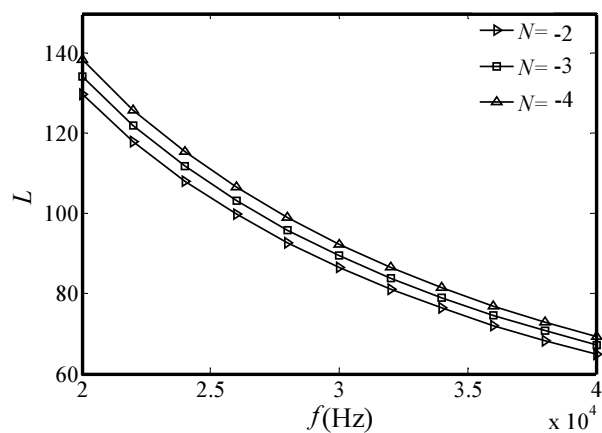
### ۲-۲-۱-۲- فرکانس تشدید (رزنانس)

فرکانس تشدید ( $f$ ) پارامتر مهمی در طراحی متمرکزکننده محسوب شده و بر هندسه متمرکزکننده تأثیر می‌گذارد. معادله (۲۶)، رابطه بین فرکانس تشدید ( $f$ ) و طول هورن ( $L$ ) را نشان می‌دهد. در شکل ۵ منحنی تأثیر فرکانس تشدید بر طول متمرکزکننده برای سه بزرگ‌نمایی مختلف نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با یک ضریب بزرگ‌نمایی ثابت، اگر فرکانس تشدید افزایش یابد، طول متمرکزکننده کاهش پیدا می‌کند.

همچنین معادله (۳۱)، رابطه بین فرکانس تشدید ( $f$ ) و فاکتور شکل ( $\beta$ ) را نشان می‌دهد. منحنی‌های فاکتور شکل-فرکانس تشدید برای سه بزرگ‌نمایی مختلف در شکل ۶ نشان داده شده است. واضح است که با افزایش فرکانس تشدید، ضریب شکل افزایش پیدا می‌کند.

### ۲-۲-۱-۳- ضریب بزرگ‌نمایی

ضریب بزرگ‌نمایی نیز از دیگر پارامترهایی است که بر هندسه متمرکزکننده تأثیر می‌گذارد. با توجه به رابطه (۳۰)، ضخامت‌های ابتدا و انتهای متمرکزکننده ( $D_L, D_0$ )، ضریب بزرگ‌نمایی را تعیین می‌کنند. همچنین رابطه ضریب بزرگ‌نمایی ( $N$ ) و فاکتور شکل ( $\beta$ ) از معادله (۳۱) بدست می‌آید. منحنی تغییرات فاکتور شکل نسبت به ضریب بزرگ‌نمایی برای ( $f=20 \text{ kHz}$ ,  $\rho=2810 \text{ kg/m}^3$ ,  $E=72 \text{ GPa}$ ) در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۵ تأثیر فرکانس تشدید بر طول متمرکزکننده  
( $\rho=2810 \text{ kg/m}^3$ ,  $E=72 \text{ GPa}$ )

به مشخصات مواد در نرم‌افزار وارد می‌شود.

جدول ۱ پارامترهای طراحی سه متمرکزکننده مورد بررسی

متمرکزکننده	۱	۲	۳
جنس ماده	آلومینیوم	تیتانیوم	فولاد
چگالی ماده ( $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ))	۲۸۱۰	۴۴۳۰	۷۸۵۰
مدول الاستیسیته ( $E$ (GPa))	۷۲	۱۱۳	۲۰۰
فرکانس تشدید ( $f$ (kHz))	۲۰	۳۰	۴۰
ضخامت ابتدا ( $D_0$ (mm))	۵۰	۳۶	۲۲/۵
ضخامت انتها ( $D_L$ (mm))	۸	۹	۱۰
* ضریب بزرگ‌نمایی ( $-N$ )	۲/۵	۲	۱/۵
* طول ( $L$ (mm))	۱۳۱/۸۲	۸۶/۲۰	۶۳/۶۲
* فاکتور شکل ( $\beta$ )	۱۳/۹۰۲	۱۶/۰۸۲	۱۲/۷۴۷

\* مقادیر این پارامترها با استفاده از روابط تحلیلی بدست آمده محاسبه شده‌اند.

در آنالیز مودال انجام شده در این بخش، نسبت پواسون برای آلومینیوم، تیتانیوم و فولاد به ترتیب ۰/۳۳، ۰/۳۴۲ و ۰/۲۹ وارد شد. برای شبکه‌بندی مدل از المان سالیید ۹۵ استفاده گردید. قابل ذکر است که این نوع المان می‌تواند برای شبیه‌سازی تغییر شکل‌های الاستیک در آنالیز مودال سازه‌های سه بعدی استفاده شود و در مقایسه با سایر المان‌ها از جمله سالیید ۴۵ باعث ایجاد حجم محاسبات بیشتر و نتایج دقیق‌تری می‌گردد. در شبیه‌سازی المان محدود متمرکزکننده‌های ۲، ۱ و ۳ از روش شبکه‌بندی دستی<sup>۱</sup> برای المان‌بندی قطعات استفاده گشت و تعداد ۵۰۰۰ المان برای هر قطعه ایجاد شد. همچنین برای آنالیز مودال، روش استخراج مود لانگزوس به کار گرفته شد. نتایج آنالیز مودال شامل گراف‌های مربوط به فرکانس تشدید و دامنه جابه‌جایی هستند که به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده‌اند. شکل ۹ فرکانس طبیعی ارتعاشات طولی و نسبت جابه‌جایی نواحی مختلف هر کدام از متمرکزکننده‌ها را نشان می‌دهد. شکل‌های ۹a، ۹b و ۹c به ترتیب مربوط به متمرکزکننده‌های ۱، ۲ و ۳ هستند. فرکانس طبیعی متمرکزکننده‌های ۲، ۱ و ۳ در آنالیز مودال به ترتیب ۱۹۶۷۲، ۲۹۴۱۳ و ۳۹۶۰۹ بدست آمده است. در شکل ۱۰ نمودارهای دوبعدی مربوط به جابه‌جایی نسبی هر نقطه از متمرکزکننده در راستای طول آن در آنالیز مودال نشان داده شده است.

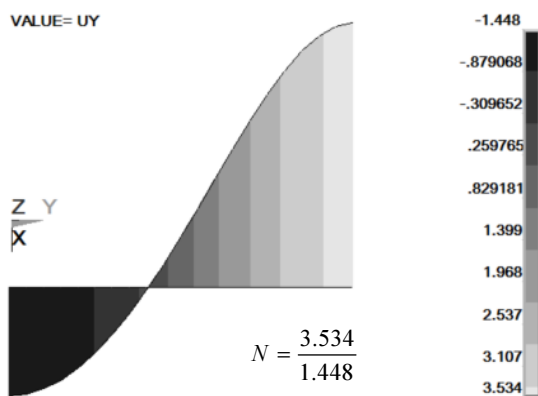
از ترکیب معادلات (۲۶) و (۳۱) می‌توان رابطه ضریب بزرگ‌نمایی ( $N$ ) و طول متمرکزکننده ( $L$ ) را بدست آورد. با رسم منحنی طول متمرکزکننده- ضریب بزرگ‌نمایی در فرکانس‌های مختلف مشاهده می‌شود که در یک فرکانس تشدید ثابت، با افزایش ضریب بزرگ‌نمایی، طول متمرکزکننده نیز افزایش می‌یابد (شکل ۸).

## ۲-۲- مقایسه نتایج روابط تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی المان محدود متمرکزکننده در نرم‌افزار انسیس

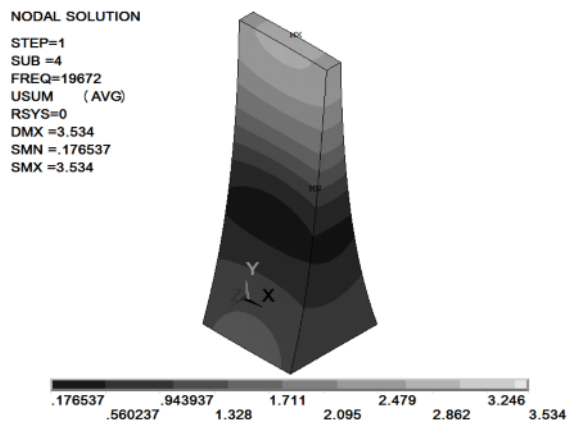
برای ارزیابی حل تحلیلی، سه نمونه متمرکزکننده مختلف به روش تحلیلی طراحی و مدل‌سازی شده و در نرم‌افزار المان محدود انسیس آنالیز مودال می‌شوند و پارامترهای ارتعاشی آنها شامل فرکانس تشدید و ضریب بزرگ‌نمایی با مقادیر حاصل از شبیه‌سازی المان محدود مقایسه می‌شود. پارامترهای طراحی مربوط به سه متمرکزکننده مورد بررسی در جدول ۱ نشان داده شده است. متمرکزکننده‌ها به ترتیب از جنس آلومینیوم، تیتانیوم و فولاد در نظر گرفته شده‌اند. چگالی ماده ( $\rho$ )، مدول الاستیسیته ( $E$ )، فرکانس تشدید ( $f$ ) و ضخامت ابتدا و انتهای متمرکزکننده ( $D_L, D_0$ ) پارامترهای ورودی محسوب می‌شوند. ضریب بزرگ‌نمایی ( $N$ )، طول متمرکزکننده ( $L$ ) و فاکتور شکل ( $\beta$ ) در جدول ۱ پارامترهای خروجی هستند که با استفاده از روابط تحلیلی بدست آمده در بخش ۱-۱-۲ محاسبه شده‌اند. پارامترهای هندسی متمرکزکننده‌ها شامل ضخامت ابتدا و انتها، طول و فاکتور شکل می‌باشد. اکنون با داشتن مقادیر این پارامترها می‌توان مدل هندسی متمرکزکننده را ترسیم کرد. علاوه بر آن پارامترهای ارتعاشی متمرکزکننده‌ها عبارتند از: ۱- فرکانس تشدید و ۲- ضریب بزرگ‌نمایی، که در کارکرد آنها نقش بسیار مهمی دارند. شبیه‌سازی المان محدود نیز شامل مدل‌سازی متمرکزکننده‌ها و انجام آنالیز المان محدود مودال آنها در نرم‌افزار انسیس است. ابتدا مدل هندسی سه بعدی متمرکزکننده‌ها در نرم‌افزار ترسیم و سپس خواص مواد، شبکه‌بندی و نوع آنالیز تعریف می‌شوند. در شبیه‌سازی المان محدود متمرکزکننده‌ها، مدل ماده سازه-ای-خطی-الاستیک-ایزوتروپیک تعریف می‌شود. مدول الاستیسیته ( $E$ )، چگالی ( $\rho$ ) و نسبت پواسون ( $\nu$ ) پارامترهای خواص ماده هستند و مقادیر آنها در بخش مربوط

### 1. Mapped mesh

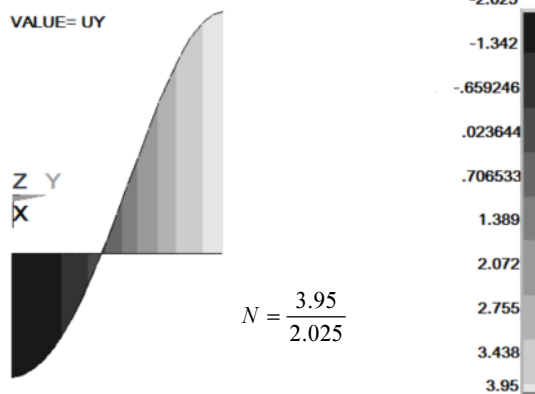




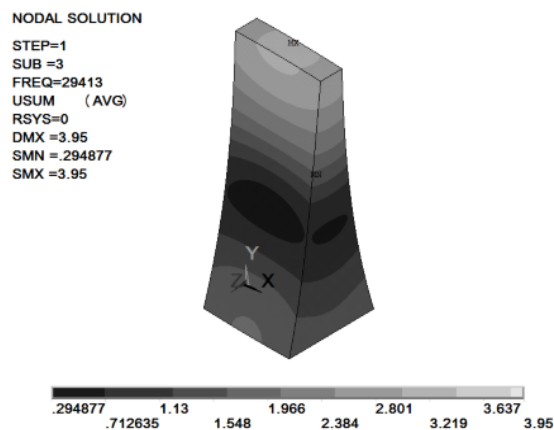
(a) متمرکزکننده ۱



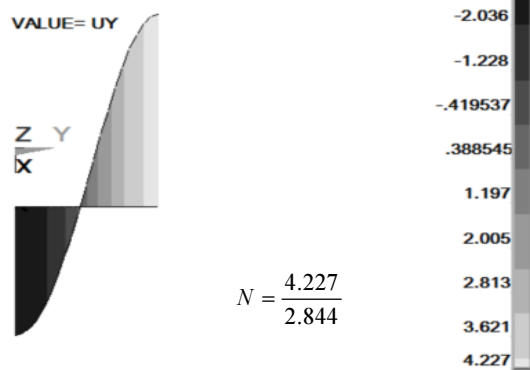
(a) متمرکزکننده ۱



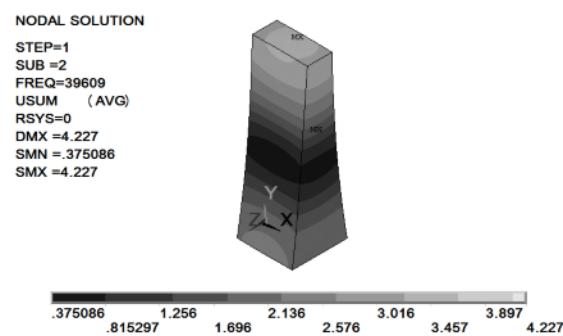
(b) متمرکزکننده ۲



(b) متمرکزکننده ۲



(c) متمرکزکننده ۳



(c) متمرکزکننده ۳

شکل ۱۰ نمودارهای دوبعدی جابه‌جایی نسبی متمرکزکننده‌ها در راستای طول آنها

با توجه به گراف‌های شکل ۱۰ واضح است که بیشینه جابه‌جایی نسبی، در انتهای متمرکزکننده و کمینه آن تقریباً در میانه متمرکزکننده واقع می‌شود. از آنجا که طول متمرکزکننده‌های طراحی شده در این مقاله

شکل ۹ فرکانس طبیعی ارتعاشات طولی و نسبت جابه‌جایی نواحی مختلف هر کدام از متمرکزکننده‌ها

شکل‌های ۱۰a، ۱۰b و ۱۰c به ترتیب مربوط به متمرکزکننده‌های ۱، ۲ و ۳ هستند. در این شکل‌ها، محور Y راستای طول متمرکزکننده و محور X دامنه جابه‌جایی طولی نسبی هر نقطه از متمرکزکننده را نشان می‌دهد.

آنالیز المان محدود مودال می‌شود. سپس اصلاح پارامترهای هندسی متمرکزکننده جهت رساندن مقادیر فرکانس طبیعی و ضریب بزرگ‌نمایی آن به مقادیر مطلوب در طراحی، انجام خواهد شد. در جدول ۴ مقادیر پارامترهای ورودی و مقادیر پارامترهای هندسی محاسبه شده برای یک متمرکزکننده آلومینیومی با فرکانس طبیعی ۲۰ kHz و ضریب بزرگ‌نمایی ۲ نشان داده شده است.

همچنین در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نتایج شبیه‌سازی المان محدود آن شامل فرکانس طبیعی و جابه‌جایی نسبی متمرکزکننده نشان داده شده است. بر اساس شکل‌های ۱۱ و ۱۲، مقادیر فرکانس طبیعی و ضریب بزرگ‌نمایی متمرکزکننده در آنالیز مودال به ترتیب برابر است با ۱۹۸۲۴ و ۱/۹۷۵. روشن است که اندکی تفاوت بین این مقادیر با مقادیر مطلوب طراحی ( $f=20000$  Hz،  $N=2$ ) وجود دارد.

جدول ۲ مقایسه فرکانس طبیعی در حل تحلیلی و آنالیز المان محدود

متمرکزکننده	فرکانس طبیعی (تحلیلی)	فرکانس طبیعی (المان محدود)	خطای نسبی
۱	۲۰۰۰۰	۱۹۶۷۲	۱/۶۷
۲	۳۰۰۰۰	۲۹۴۱۳	۲
۳	۴۰۰۰۰	۳۹۶۰۹	۰/۹۹

جدول ۳ مقایسه ضریب بزرگ‌نمایی در حل تحلیلی و آنالیز المان محدود

متمرکزکننده	ضریب بزرگ‌نمایی (تحلیلی)	ضریب بزرگ‌نمایی (المان محدود)	خطای نسبی
۱	۲/۵	۲/۴۴۱	۲/۴۲
۲	۲	۱/۹۵۱	۲/۵۱
۳	۱/۵	۱/۴۸۶	۰/۹۴

جدول ۴ مشخصات متمرکزکننده

جنس ماده	آلومینیوم ۶۰۶۱-T۶
چگالی ( $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ))	۲۸۱۰
مدول الاستیسیته E (GPa)	۷۲
فرکانس تشدید f (kHz)	۲۰
ضخامت ابتدا $D_0$ (mm)	۳۸
ضخامت انتها $D_L$ (mm)	۹/۵
* ضریب بزرگ‌نمایی (-N)	۲
* طول متمرکزکننده L (mm)	۱۲۹/۵۹
* فاکتور شکل ( $\beta$ )	۱۰/۶۹۷

\* مقادیر این پارامترها با استفاده از روابط تحلیلی بدست آمده محاسبه شده‌اند.

۱/۲ است. نقاط شکم ارتعاشی در ابتدا و انتهای هر متمرکزکننده واقع می‌شوند. نقطه گره نیز تقریباً در میانه متمرکزکننده واقع شده و دارای جابه‌جایی نسبی صفر می‌باشد. همچنین از تقسیم جابه‌جایی نسبی انتهای متمرکزکننده به ابتدای آن، ضریب بزرگ‌نمایی بدست می‌آید. مقادیر ضریب بزرگ‌نمایی برای متمرکزکننده های ۱، ۲ و ۳ در آنالیز مودال به ترتیب ۲/۴۴۱، ۱/۹۵۱ و ۱/۴۸۶ بدست آمده است. برای مشخص کردن اختلاف نتایج حل تحلیلی و نتایج آنالیز المان محدود، در جدول ۲ میزان خطای نسبی مقادیر فرکانس طبیعی و در جدول ۳ میزان خطای نسبی ضریب بزرگ‌نمایی برای هر کدام از متمرکزکننده‌ها محاسبه شده است.

مشاهده می‌شود که مقادیر خطای نسبی در حد قابل قبولی پایین است. اختلاف موجود بین مقادیر تحلیلی و المان محدود به دلیل فرضیات و ساده‌سازی‌هایی است که در حل تحلیلی در نظر گرفته می‌شود. از جمله این که فرض شد امواج در طول متمرکزکننده به صورت مسطح (صفحه‌ای) منتشر می‌شوند. به عبارتی دیگر کرنش یک بعدی فرض شد در حالی که عملاً کرنش در هر سه جهت مختصات وجود دارد. قابل توجه است که آنالیز المان محدود ساده‌سازی های حل تحلیلی را نداشته و از این رو نتایج آن از دقت بالاتری برخوردار است. با این وجود آنالیز تحلیلی از جنبه‌های ذیل حائز اهمیت است:

۱- روابط بین پارامترهای مؤثر در طراحی متمرکزکننده را نشان داده و به طراح دید روشن‌تری نسبت به چگونگی طراحی متمرکزکننده می‌دهد.

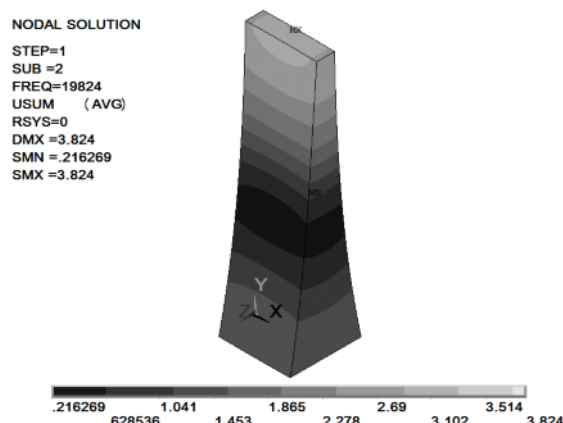
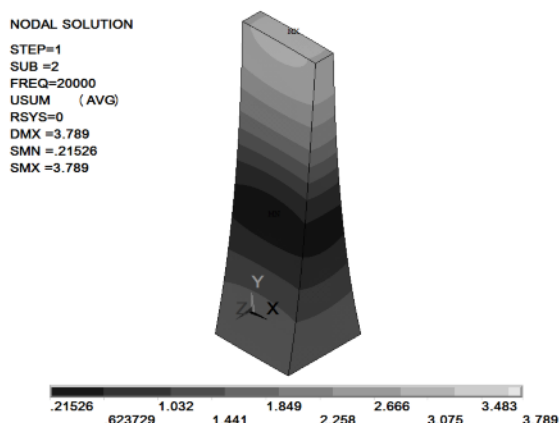
۲- با استفاده از روابط تحلیلی می‌توان میزان تأثیر پارامترهای ورودی بر پارامترهای خروجی را مشخص کرد.

۳- با تقریب بسیار خوبی مقادیر پارامترهای هندسی متمرکزکننده را تعیین می‌کند.

با این وجود برای اصلاح جزئی پارامترهای هندسی متمرکزکننده جهت رساندن مقادیر فرکانس طبیعی و ضریب بزرگ‌نمایی آن به مقادیر دقیق مورد نظر در طراحی، لازم است از آنالیز المان محدود مودال بهره جست.

### ۳- اصلاح متمرکزکننده

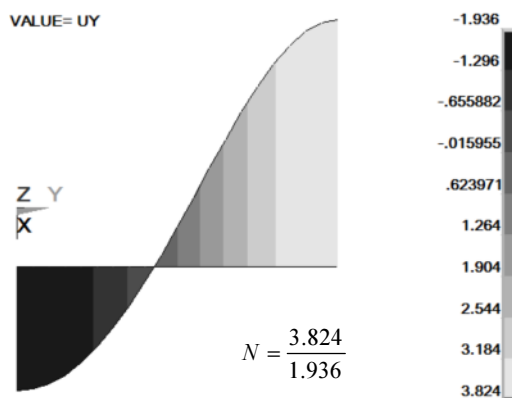
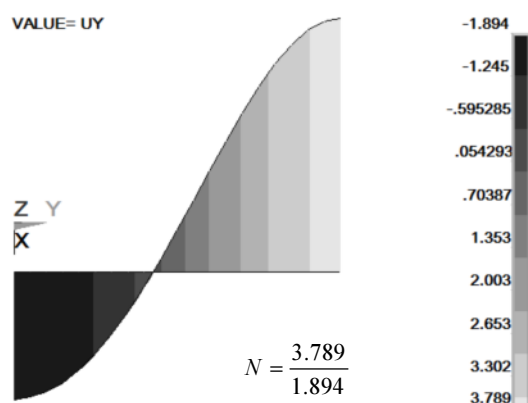
در این بخش یک متمرکزکننده با استفاده از روابط تحلیلی بخش ۱-۲ طراحی شده و در نرم‌افزار انسیس مدل‌سازی و



شکل ۱۳ فرکانس طبیعی ارتعاشات طولی و نسبت جابه‌جایی نواحی مختلف متمرکزکننده اصلاح شده

شکل ۱۱ فرکانس طبیعی ارتعاشات طولی و نسبت جابه‌جایی نواحی مختلف برای متمرکزکننده اصلاح نشده

$$(D_0 = 39\text{mm}, L = 128/475\text{mm}, \beta = 11)$$



شکل ۱۴ جابه‌جایی نسبی متمرکزکننده در راستای طول آن برای متمرکزکننده اصلاح شده

شکل ۱۲ جابه‌جایی نسبی متمرکزکننده در راستای طول آن برای متمرکزکننده اصلاح نشده

$$(D_0 = 39\text{mm}, L = 128/475\text{mm}, \beta = 11)$$

#### ۴- بکارگیری متمرکزکننده در فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک

در این قسمت با استفاده از نتایج بخش‌های قبلی، یک متمرکزکننده نمایی با مقطع مستطیل شکل برای فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک طراحی می‌شود. در فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک، قطعه‌کار در حین سنگ‌زنی توسط سیستم آلتراسونیک مرتعش می‌شود. در اینجا متمرکزکننده، ارتعاشات آلتراسونیک را به قطعه‌کار منتقل کرده و همچنین با یک ضریب بزرگ‌نمایی مشخص، دامنه ارتعاشات آن را نیز تقویت می‌کند. از آنجا که از نتایج تحقیق در ساخت ست‌آپ

از این رو لازم است به مقدار جزئی، پارامترهای هندسی متمرکزکننده اصلاح شوند تا مقادیر مطلوب فرکانس طبیعی و ضریب بزرگ‌نمایی حاصل شوند. برای افزایش فرکانس می‌توان با توجه به رابطه (۲۶) طول متمرکزکننده ( $L$ ) را کاهش داد و یا بر اساس رابطه (۳۱) ضریب شکل ( $\beta$ ) را افزایش داد. همچنین لازم است با توجه به رابطه (۳۰) برای افزایش ضریب بزرگ‌نمایی، نسبت  $D_0/D_L$  افزایش یابد. در اینجا با اصلاح مقادیر پارامترهای هندسی  $\beta$ ،  $L$  و  $D_0$  به  $\beta=11$ ،  $D_0=39\text{mm}$  و  $L=128/475\text{mm}$ ، متمرکزکننده اصلاح شده با مقادیر مطلوب  $f=20000\text{ Hz}$  و  $N=2$  بدست می‌آید. در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ به ترتیب فرکانس طبیعی ارتعاشات طولی و جابه‌جایی نسبی متمرکزکننده اصلاح شده در شبیه‌سازی المان محدود نشان داده شده است.

در ابتدا طراحی اولیه متمرکزکننده با استفاده از معادلات تحلیلی بدست آمده در بخش ۲-۱-۱ انجام می‌شود. همچنین با توجه به امکانات موجود برای آزمایشهای تجربی، طراحی متمرکزکننده-قطعه‌کار برای یک ترانسدیوسر ۲۰kHz صورت می‌پذیرد. در جدول ۵ مشخصات قطعه‌کار سنگ‌زنی آورده شده است. همچنین از مشخصات متمرکزکننده محاسبه شده در جدول ۴ برای طراحی اولیه استفاده شده است. اما از آنجا که اتصال قطعه‌کار به متمرکزکننده سبب افزایش طول کل و در نتیجه تغییر فرکانس تشدید متمرکزکننده-قطعه‌کار می‌شود از این رو لازم است طول متمرکزکننده اصلاح شده تا فرکانس تشدید مطلوب حاصل شود.

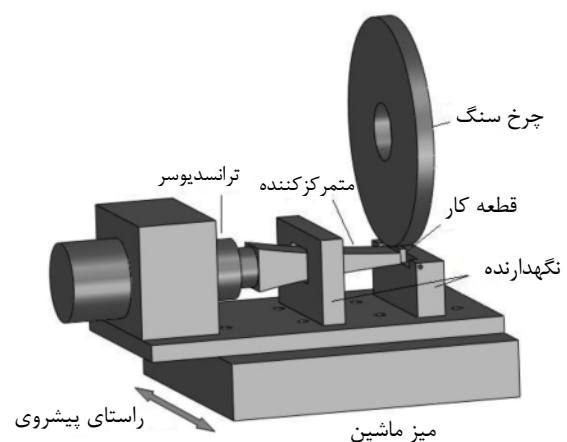
شکل ۱۶ المان‌بندی مجموعه متمرکزکننده-قطعه‌کار را نشان می‌دهد. المان‌بندی مدل با استفاده از روش شبکه‌بندی دستی انجام شده است و تعداد المان‌ها ۵۷۲۰ عدد می‌باشد. مشخصات نهایی متمرکزکننده و نتایج آنالیز مودال شامل شکل مود طولی و فرکانس تشدید نیز در شکل ۱۷ نشان داده شده است. قابل توجه است که در فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک باید ارتعاشات قطعه‌کار در مود ارتعاشی طولی و همچنین میزان جابه‌جایی نواحی مختلف آن حتی‌الامکان یکنواخت باشد. اما مشاهده شکل ۱۷ نشان می‌دهد که با توجه به تفاوت رنگ در سطح قطعه‌کار متصل به متمرکزکننده، جابه‌جایی نسبی در نواحی مختلف آن یکسان نیست. به عبارت دیگر کرنش در مرکز قطعه بیشتر از دو ناحیه جانبی آن است. این رو بهتر است هنوز تغییراتی در هندسه متمرکزکننده صورت پذیرد تا جابه‌جایی نسبی نقاط مختلف قطعه‌کار حتی-الامکان برابر شود. این موضوع با ایجاد دو شیار متقارن در دو طرف متمرکزکننده امکان‌پذیر می‌شود. ایجاد دو شیار جانبی در قسمت انتهایی متمرکزکننده می‌تواند سبب افزایش کرنش طولی در لبه‌ها و یکنواخت‌تر شدن کرنش طولی در کل سطح قطعه‌کار متصل شده به متمرکزکننده شود.

جدول ۵ مشخصات قطعه‌کار سنگ‌زنی

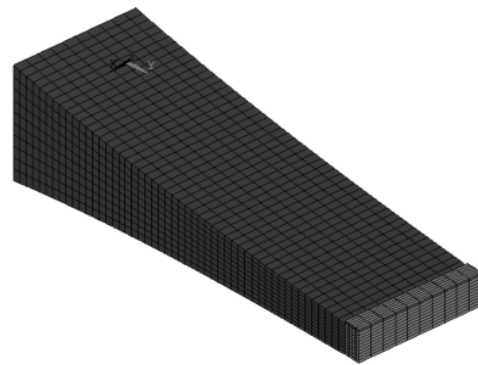
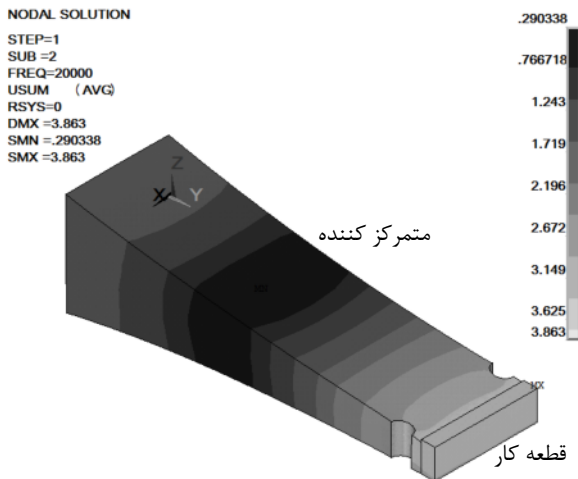
جنس ماده	سرامیک اکسید آلومینیوم
ابعاد هندسی	۳۸×۱۱×۵ mm
چگالی $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	۳۶۲۵
مدول الاستیسیته $E$ (GPa)	۳۳۰
ضریب پواسون $\nu$	۰/۲۲

آزمایشگاهی و انجام آزمایش‌های سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک استفاده خواهد شد، از این رو قطعه‌کار سنگ‌زنی متناسب با آزمایشهای تجربی انتخاب شد. در اینجا قطعه‌کار مورد بررسی به شکل مکعب مستطیل و از جنس سرامیک اکسید آلومینیوم می‌باشد. شماتیک فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک در شکل ۱۵ نشان داده شده است. در این مجموعه، ارتعاشات آلتراسونیک عمود بر راستای پیش‌روی سنگ‌زنی به قطعه‌کار اعمال می‌شود. تحقیقات پیشین [۶] نشان داده است که اعمال ارتعاشات آلتراسونیک به قطعه‌کار در فرایند سنگ‌زنی سبب کاهش نیرو و زبری سطح و افزایش نرخ براده‌برداری می‌شود.

در فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک لازم است متمرکزکننده ارتعاشات آلتراسونیک را از ترانسدیوسر به قطعه‌کار منتقل نموده و دامنه ارتعاشات را نیز تقویت نماید. از نظر فنی لازم است متمرکزکننده و قطعه‌کار با هم در فرکانس کاری تعریف شده در مود طولی به حالت تشدید برسند. همچنین ضروری است اتصال متمرکزکننده-قطعه‌کار به خوبی صورت پذیرد تا انتقال موج آلتراسونیک با کمترین اتلاف انجام شود. برای این منظور لازم است سطح قطعه با سطح انتهایی متمرکزکننده به خوبی و بدون وجود فاصله هوا، اتصال داشته باشد. همچنین در شبیه‌سازی نیز باید اتصال متمرکزکننده - قطعه‌کار تعرف شود. در شبیه‌سازی از المان سالیید ۹۵ برای شبکه‌بندی قطعه‌کار و از المان لینک ۱۱ برای اتصال قطعه‌کار به متمرکزکننده استفاده می‌شود و آنالیز مودال نیز برای ترکیب متمرکزکننده-قطعه‌کار صورت می‌پذیرد.

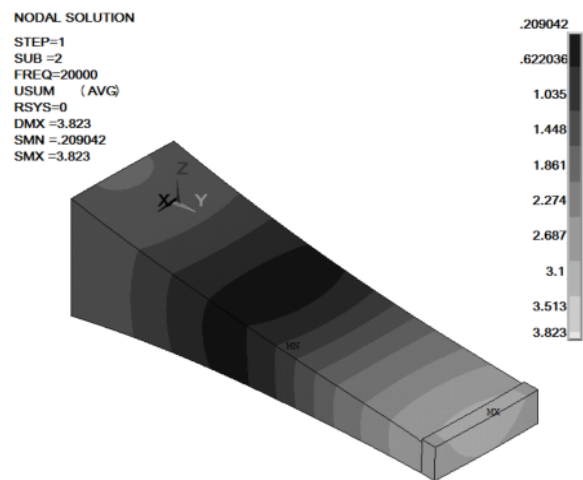


شکل ۱۵ شماتیک فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک



شکل ۱۶ المان‌بندی مجموعه متمرکزکننده - قطعه کار

شکل ۱۸ شکل مود طولی و فرکانس تشدید مجموعه متمرکزکننده - قطعه کار پس از اصلاح طول متمرکزکننده و ایجاد دو شیار جانبی ( $\beta=10/697$  و  $L_1+L_2=121/925+5$  mm)



شکل ۱۷ شکل مود طولی و فرکانس تشدید مجموعه متمرکزکننده - قطعه کار پس از اصلاح طول متمرکزکننده ( $\beta=10/697$  و  $L_1+L_2=121/355+5$  mm)

البته اختلاف این فرکانس با مقدار طراحی شده ( $2000$  Hz) بسیار ناچیز است و دستگاه آلتراسونیک قادر به تطابق اتوماتیک با آن است. همچنین افت فرکانس بوجود آمده می‌تواند ناشی از اثرات دمپینگ داخلی مواد و دمپینگ حاصل از اتصال قطعات باشد. زیرا در شبیه‌سازی المان محدود مودال از اثر دمپینگ صرف نظر شده است.

## ۵- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از این پژوهش به صورت زیر خلاصه می‌شود:

- ۱- معادلات حاکم بر ارتعاشات طولی یک متمرکزکننده نمایی با سطح مقطع مستطیل شکل با استفاده از حل کامل تحلیلی بدست آمد.
- ۲- با استفاده از روابط تحلیلی بدست آمده، تأثیر پارامترهای موثر بر هندسه متمرکزکننده به صورت ذیل می‌باشد:

- با افزایش نسبت  $E/\rho$ ، طول متمرکزکننده ( $L$ ) افزایش و ضریب شکل ( $\beta$ ) کاهش می‌یابد.

- با افزایش فرکانس تشدید ( $f$ )، طول متمرکزکننده ( $L$ ) کاهش و ضریب شکل ( $\beta$ ) افزایش می‌یابد.

- با افزایش ضریب بزرگ‌نمایی ( $N$ )، طول متمرکزکننده ( $L$ ) و فاکتور شکل ( $\beta$ ) هر دو افزایش می‌یابند.

بدیهی است مدل‌سازی تحلیلی روابط بین پارامترهای موثر

در شکل ۱۸ نتایج آنالیز مودال مجموعه متمرکزکننده - قطعه کار پس از ایجاد دو شیار نشان داده شده است. شیارها به قطر  $d=6/5$  mm و مرکز آنها در فاصله  $x=115$  mm از ابتدای متمرکزکننده واقع شده است. واضح است که در این حالت جابه‌جایی نسبی در کل سطح قطعه کار متصل شده به متمرکزکننده یکنواخت شده است.

با این شرایط می‌توان اطمینان داشت که قطعه کار در فرکانس تشدید تعیین شده با شکل مود ارتعاشی طولی و جابه‌جایی نسبی یکنواخت حرکت ارتعاشی داشته و عملیات براده برداری (سنگ‌زنی) از سطح آن همراه با برهم‌نهی ارتعاشات آلتراسونیک می‌باشد. این مجموعه متمرکزکننده - قطعه کار طراحی شده، برای یک ست‌آپ آزمایشگاهی ساخته شد و همچنین فرکانس تشدید آن با اندازه‌گیری، مقدار  $19970$  Hz بدست آمد.

- [2] Singh R., Khamba J.S., "Ultrasonic machining of titanium and its alloys: A review", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 173, No. 2, 2006, pp. 125-35.
- [3] Rani R., Rudramoorthy R., "Computational modeling and experimental studies of the dynamic performance of ultrasonic horn profiles used in plastic welding", *Ultrasonics*, Vol. 53, 2013, pp. 763-772.
- [4] Brehl D.E., Dow T.A., "Review of vibration-assisted machining", *Precision Engineering*, Vol. 32, No. 3, 2008, pp. 153-172.
- [5] Amini S., Soleimanimehr H., Nategh M.J., Abudollah A., Sadeghi M.H., "FEM analysis of ultrasonic-vibration-assisted turning and the vibratory tool", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 201, 2008, pp. 43-47.
- [6] Tawakoli T., Azarhoushang B., "Ultrasonic assisted dry grinding of 42CrMo4", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 42, No. 9-10, 2009, pp. 883-891.
- [7] Amin, S.G., Ahmed, M.H.M., Youssef, H.A., "Computer-aided design of acoustic horns for ultrasonic machining using finite-element analysis", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 55, 1995, pp. 254-260.
- [8] Zhao, F.L., Feng, D.J., Guo, D.M., "Design of horn using four-end network method", *Acta Acoustic.*, Vol 27, No.6, 2002, pp.554-558. (In Chinese).
- [9] Bångtsson, E., Noreland, D., Berggren, M., "Shape optimization of an acoustic horn", *Computational Methods Applied Mechanical Engineering.*, Vol. 192, 2003, pp. 1533-1571.
- [10] Lee, S., Hong, S.H., "Nonlinear vibration analysis of ultrasonic horn model for flip-chip bonding", *In: International Conference on Control, Automation and Systems*, 2007, pp.17-20, Seoul, Korea.
- [11] Yadava V., Deoghare A., "Design of horn for rotary ultrasonic machining using the finite element method", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology.*, Vol. 39, 2008, pp. 9-20.
- [12] Wang D.A., Chuang WY, Hsu K, Pham HT., "Design of a Bézier-profile horn for high displacement amplification", *Ultrasonics*, Vol. 51, 2011, pp. 148-156.
- [13] Mahdavinezhad R.A., *Non Conventional Manufacturing Processes*, Second Ed., Tehran, University of Tehran press, 2010. (In Persian)

در طراحی متمرکزکننده را به خوبی نشان داده و به طراح دید روشن‌تری نسبت به چگونگی طراحی متمرکزکننده می‌دهد.

۳- اختلاف کمی (کمتر از ۰.۳٪) بین مقادیر حل تحلیلی و نتایج شبیه‌سازی المان محدود وجود دارد. این اختلاف به دلیل وجود فرضیات ساده‌کننده‌ای است که در حل تحلیلی بکار رفته است. به عبارت دیگر آنالیز المان محدود از دقت بالاتری برخوردار است. با این وجود استفاده از روابط تحلیلی برای طراحی مدل اولیه متمرکزکننده لازم است. همچنین اصلاح جزئی مدل اولیه متمرکزکننده، به منظور تطبیق مقادیر فرکانس طبیعی و ضریب بزرگ‌نمایی با مقادیر مطلوب طراحی سبب افزایش دقت طراحی می‌شود.

۴- یکی از موارد کاربرد طراحی این نوع متمرکزکننده برای فرایند سنگ‌زنی به همراه آلتراسونیک مطرح شد. در این فرایند قطعه‌کار باید در حین انجام براده‌برداری، دارای حرکت نوسانی فرکانس بالا باشد. آنالیز المان محدود مجموعه متمرکزکننده-قطعه‌کار نشان می‌دهد که می‌توان با اتصال قطعه‌کار به متمرکزکننده و اصلاح جزئی هندسه متمرکزکننده به فرکانس تشدید مطلوب در سطح قطعه‌کار رسید.

۵- حتی‌الامکان بهتر است جابه‌جایی نوسانی قطعه‌کار در مود طولی به صورت صفحه‌ای انجام شده و نسبت جابه‌جایی طولی برای نقاط مختلف قطعه‌کار یکسان باشد. این موضوع در طراحی مجموعه متمرکزکننده-قطعه‌کار با اصلاح هندسی متمرکزکننده (ایجاد دو شیار متقارن در دو طرف متمرکزکننده) رعایت شد.

## ۶- مراجع

- [1] Ensminger D., Bond Leonard J., *Ultrasonics Fundamentals, Technologies, and Applications*, Third Ed., CRC press, 2012.