



## انتخاب نقاط مرجع به کمک روش موقعیت مستقل مؤثر در آزمایش مودال محیطی سازه‌ها

محمد مهدی خطیبی<sup>۱</sup>، محمدرضا آشوری<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان  
 ۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان  
 ۳- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران  
 \* سمنان، صندوق پستی ۳۵۱۹۵۳۶۳، m\_ashoori@semnan.ac.ir

### چکیده

آزمایش مودال کلاسیک سازه‌های بزرگ به دلیل عدم امکان تحریک یا اندازه‌گیری نیروهای وارد به آن‌ها دشوار یا غیرممکن می‌باشد. بنابراین برای شناسایی خصوصیات دینامیکی چنین سازه‌هایی باید از روش‌های آنالیز مودال محیطی استفاده کرد. یکی از مشکلات مهم در آزمایش مودال محیطی سازه‌های بزرگ، عدم امکان اندازه‌گیری همزمان پاسخ سازه در تمام نقاط اندازه‌گیری می‌باشد که به دلیل محدودیت در تعداد شتاب‌سنج‌ها و یا تعداد کانال‌های اندازه‌گیری است. بنابراین این سازه‌ها باید در چندین مرحله تحت آزمایش قرار بگیرند. برای ارتباط بین مراحل مختلف آزمایش، نقاطی از سازه باید به عنوان نقاط مرجع انتخاب شوند. در این مقاله یک شاخص جدید برای انتخاب نقاط مرجع ارائه شده است که براساس مدل المان محدود سازه، نقاط مرجع را انتخاب می‌کند. به منظور بررسی عددی روش، از مدل المان محدود یک تیر کمک گرفته شده و به کمک روش پیشنهادی، نقاط مرجع انتخاب و پارامترهای مودال تیر محاسبه شده‌اند. همچنین با استفاده از آزمایش یک تیر فلزی، روش بصورت تجربی ارزیابی شده است. نتایج عددی و تجربی حاصل، نشان دهنده کارایی مناسب شاخص پیشنهادی برای انتخاب نقاط مرجع و محاسبه پارامترهای مودال سازه می‌باشد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: ۰۸ اردیبهشت ۱۳۹۲  
 پذیرش: ۱۷ شهریور ۱۳۹۲  
 ارائه در سایت: ۱۷ خرداد ۱۳۹۳  
 کلید واژگان:  
 نقاط مرجع  
 آنالیز مودال محیطی  
 پارامترهای مودال

## Selection of reference coordinates using effective independence technique in operational modal testing of structures

Mohammad Mahdi Khatibi, Mohammad Reza Ashory\*

School of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran  
 \*P.O.B. 35195363 Semnan, Iran, m\_ashoori@semnan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 28 April 2013  
 Accepted 08 September 2013  
 Available Online 07 June 2014

#### Keywords:

Reference Coordinates  
 Operational Modal Analysis  
 Modal Parameters

### ABSTRACT

Conventional modal testing of large structures is always associated with difficulties in artificial excitation of the structure. Operational Modal Analysis (OMA) is one approach to overcome the excitation problem. In OMA only the responses are measured and the structure is excited by ambient forces. For large structures the simultaneous measurement of responses in all selected points is usually impossible due to not having enough available accelerometers or measurement channels. Therefore, the structure is tested in several steps. As a result, some reference points should be selected to correlate all of the measurements. In this article a new criterion is introduced for selection of reference points based on finite element model of structure. A beam is used for numerical validation of the method. A steel beam is also used for experimental case study. Both numerical and experimental results demonstrate the effectiveness of this criterion.

### ۱- مقدمه

بسیاری از سازه‌های موجود در محیط پیرامون ما سازه‌های بزرگ و پیچیده‌ای می‌باشند که طراحی، تعمیر و نگهداری آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین تحلیل دینامیکی این سازه‌ها به منظور محاسبه خصوصیات دینامیکی آن‌ها از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی، روش اجزای محدود است. اما این روش به دلیل ساده‌سازی در شرایط مرزی، نوع بارگذاری‌ها و جزئیات سازه‌های پیچیده و نیز عدم اطلاع دقیق از خواص مواد، معمولاً در موارد عملی با خطا همراه است. آنالیز مودال یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی است که این خطاها را تا حد زیادی

کاهش می‌دهد.

آنالیز مودال فرایند تعیین خواص ذاتی یک سیستم در قالب فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی و شکل مودها می‌باشد که از آن‌ها برای ایجاد یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سیستم استفاده می‌شود. این مدل ریاضی، مدل مودال سیستم و اطلاعات مربوط به مشخصات آن، داده‌های مودال نامیده می‌شوند [۱].

روش‌های آنالیز مودال کلاسیک، بر اندازه‌گیری ورودی-خروجی مبتنی بوده و با بکارگیری روش‌های شناسایی مدل؛ نظیر انتخاب قله<sup>۱</sup>، کمترین

1- Peak Picking

#### Please cite this article using:

M.M. Khatibi, M.R. Ashory, Selection of reference coordinates using effective independence technique in operational modal testing of structures, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 167-176, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مربعات<sup>۱</sup> و غیره به استخراج داده‌های مودال سازه می‌پردازند [۲]. در سازه‌های بزرگ و پیچیده، آنالیز مودال کلاسیک با مشکلات اساسی مواجه است. از یک سو برای تحریک سازه‌های بزرگ، نیروی زیادی باید بکار گرفته شود تا تمامی شکل مودهای سازه در محدوده فرکانسی مد نظر تحریک گردد و از سوی دیگر بکارگیری چنین نیروی بزرگی، موجب خرابی محلی سازه و نیز بروز رفتار غیرخطی می‌شود. همچنین در محیط واقعی، مسائلی مانند باد، تردد خودرو و امواج صوتی، نویز زیادی را در آزمایش ایجاد می‌کنند [۳]. وجود چنین مشکلاتی محققان را بر آن داشت تا به ارائه روش‌های نوین آنالیز مودال، بر مبنای اندازه‌گیری فقط پاسخ بردارند. این روش‌ها، آنالیز مودال محیطی<sup>۲</sup> نامیده می‌شوند. در این روش‌ها، سازه توسط بارهای محیطی تحریک می‌شود [۴].

یکی از مشکلات مهم در آزمایش مودال محیطی سازه‌های بزرگ، عدم امکان اندازه‌گیری همزمان پاسخ سازه در تمام نقاط اندازه‌گیری است [۵]. که به دلیل محدودیت در تعداد شتاب‌سنج‌ها و یا تعداد کانال‌های اندازه‌گیری است. بنابراین چنین سازه‌هایی باید در چندین مرحله تحت آزمایش قرار بگیرند. برای ارتباط بین مراحل مختلف آزمایش، کاهش ابعاد ماتریس‌های فرایند محاسبه داده‌های مودال و کاهش حجم محاسباتی، نقاطی از سازه باید به عنوان نقاط مرجع انتخاب شوند [۶]. تاکنون روش‌های مختلفی برای شناسایی پارامترهای مودال سازه بر مبنای نقاط مرجع ارائه شده‌اند که می‌توان به روش‌های مبتنی بر مرجع زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای داده [۶]، زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کوواریانس<sup>۳</sup> [۷] و روش ترکیبی زیرفضاهای اتفاقی-معین بر مبنای مرجع<sup>۵</sup> [۸] اشاره کرد. همچنین برای انتخاب نقاط مرجع نیز روش‌های مختلفی ارائه شده است.

پیتزر در مرجع [۷] اشاره کرده است که نقاط مرجع باید طوری انتخاب شوند که همه مودهای مد نظر را شامل شوند. همچنین کواپرگدر مرجع [۵] بیان می‌کند که در صورتی که شتاب‌سنج‌های مرجع در گره‌ها واقع نشوند، پارامترهای مودال با دقت مناسبی محاسبه می‌شوند. علاوه بر این روش دیگری نیز بر مبنای محاسبه همبستگی<sup>۶</sup> بین کانال‌ها برای انتخاب نقاط مرجع ارائه و توسط محققان به کار گرفته شده است [۸، ۹]. در این روش از نسبت سیگنال به نویز<sup>۷</sup> کمک گرفته شده و نقاط مرجع انتخاب می‌شوند. در روش‌های حوزه فرکانس نظیر روش تجزیه فرکانسی<sup>۸</sup> [۱۰]، کانال‌های مرجع بر اساس همبستگی بین کانال‌ها بدست می‌آیند، که کانال‌های مرجع در این روش‌ها تحت عنوان کانال‌های تصویر<sup>۹</sup> شناخته می‌شوند [۱۱، ۱۲]. مشکل انتخاب کانال‌های مرجع بر اساس همبستگی بین کانال‌های اندازه‌گیری شده، این است که؛ در صورتی که محیط اندازه‌گیری نویزی باشد، سطح همبستگی بین کانال‌ها کاهش می‌یابد و نقاط مناسبی به عنوان مرجع انتخاب نخواهند شد، همچنین از آنجا که پیتزر در مرجع [۷] اشاره کرده است که نقاط مرجع باید همه مودهای مد نظر را شامل شوند، بنابراین به نظر می‌رسد استفاده از شکل مودهای المان محدود برای تعیین نقاط مرجع نتایج بهتری را به دنبال داشته باشد. بنابراین در این مقاله روشی جدید برای انتخاب نقاط مرجع ارائه می‌شود. این روش بر مبنای شکل مودهای المان محدود نقاطی را که سهم

## ۲- تئوری

### ۲-۱- روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس

در این روش، کواریانس بین پاسخ‌های زمانی در ماتریسی به نام ماتریس بلوکی تئوپلیتزر<sup>۱۰</sup> (رابطه (۱)) جمع‌آوری می‌شود [۶].

$$T_{11} = \begin{bmatrix} R_1 & R_{1-1} & \dots & R_1 \\ R_{1+1} & R_1 & \dots & R_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{2i-1} & R_{2i-2} & \dots & R_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

که  $R_i$  کواریانس بین پاسخ‌ها می‌باشد و از رابطه (۲) محاسبه می‌شود [۶].

$$R_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_{k+i} y_k^T \quad (2)$$

که  $N$  تعداد نمونه برداری،  $y_k$  بردار خروجی سیستم در زمان  $k$  ام، بالاتویس<sup>۱۱</sup> نماد ترانهاده<sup>۱۱</sup> و  $i$  تأخیر زمانی ایجاد شده می‌باشد.

تجزیه مقادیر تکین یک ابزار معتبر عددی برای تخمین مرتبه یک ماتریس می‌باشد این ابزار برای ماتریس بلوکی تئوپلیتزر به صورت زیر به کار گرفته می‌شود [۶].

$$T_{11} = USV^T \quad (3)$$

ماتریس‌های  $U$  و  $V$  در رابطه (۳) ماتریس‌های متعامد هستند و  $S$  یک ماتریس قطری است که شامل مقادیر ویژه مثبت می‌باشد.

با استفاده از تجزیه مقادیر تکین<sup>۱۲</sup> ماتریس تئوپلیتزر، ماتریس مشاهده‌پذیری مسبوت<sup>۱۳</sup> و ماتریس کنترل‌پذیری اتفاقی مسبوت برگردان<sup>۱۴</sup> به ترتیب از روابط (۴) و (۵) محاسبه می‌شوند.

$$O = US^{1/2}T \quad (4)$$

10- Toeplitz

11- Transpose

12- Singular Value Decomposition (SVD)

13- Extended Observability Matrix

14- Reversed Extended Stochastic Controllability Matrix

1- Least Square Method

2- Operational Modal Analysis (OMA)

3- Reference-based Stochastic Subspace Identification (SSI/Ref)

4- Reference-based Stochastic Subspace Identification-Covariance Driven (SSI-COV/Ref)

5- Reference-based Combined Deterministic-Stochastic Subspace Identification (CSI-Ref)

6- Correlation

7- Signal to Noise Ratio (SNR)

8- Frequency Domain Decomposition (FDD)

9- Projection Channels

۳- با فرض یکسان بودن شرایط تحریک آزمایش اولیه با آزمایش‌های اصلی، اگر میزان نویز محیط افزایش یابد، میزان همبستگی بین کانال‌ها تغییر خواهد کرد.

علاوه بر این، همان‌طور که در مقدمه اشاره شد پیترز در مرجع [۷] اشاره کرده است که نقاط مرجع باید همه مودهای مد نظر را شامل شوند و یا کابوگر در مرجع [۵] بیان می‌کند که در صورتی که شتاب‌سنج‌های مرجع در گره‌ها واقع نشوند، پارامترهای مودال با دقت مناسبی محاسبه می‌شوند. البته باید توجه داشت که نمی‌توان مستقیماً از بیان کابوگر استفاده نمود، زیرا ممکن است نقطه‌ای در مود اول گره نباشد ولی در مود دوم بر روی گره واقع شده باشد. اگر چنین نقطه‌ای به عنوان مرجع انتخاب شود، احتمال عدم شناسایی مود دوم بسیار زیاد خواهد بود. علاوه بر این باید توجه داشت که، نقطه‌ای که بر روی هیچ یک از گره‌های مودهای مختلف قرار نگرفته باشد ولی مقدار قابل توجهی نیز در برخی از مودها نداشته باشد، برای مرجع بودن مناسب نیست. زیرا پایین بودن میزان جابجایی سازه در یک نقطه، موجب تأثیر بیشتر نویز در آن نقطه خواهد شد و اصطلاحاً نسبت سیگنال به نویز در آن نقطه کاهش خواهد یافت. در نتیجه براساس آنچه پیترز و کابوگر بیان نموده‌اند، می‌توان چنین نتیجه گرفت که نقاط مرجع باید دارای هر دو شرط ذیل باشند؛

۱. نقاط مرجع نباید بر روی گره‌ها واقع شوند.

۲. نقاط مرجع باید تمامی مودهای مدنظر را شامل شوند و از مقدار قابل توجهی در همه مودها برخوردار باشند.

در نتیجه با توجه به مشکلات موجود در روش‌های مبتنی بر همبستگی و با توجه به دو خصوصیت اصلی نقاط مرجع، به نظر می‌رسد که امکان ارائه شاخصی برای انتخاب نقاط مرجع به کمک مدل المان محدود وجود داشته باشد. بدین منظور تمامی روش‌هایی که به بررسی نقاط بهینه برای اندازه‌گیری می‌پردازند [۱۳، ۱۶]، مورد مطالعه و بررسی قرار گرفتند. اگرچه تمامی این روش‌ها نقاط بهینه‌ای را برای آزمایش پیشنهاد می‌کنند ولی عمدتاً نقاط پیشنهاد شده یا شرط دوم نقاط مرجع را ارضا نمی‌کنند و یا نسبت به نویز حساس می‌باشند. بررسی و مطالعه تئوری روش‌های فوق نشان داد که روشی که از لحاظ تئوری هر دو شرط لازم برای نقاط مرجع را ارضا می‌نماید روش موقعیت مستقل مؤثر است.

بنابراین در این مقاله شاخص جدیدی به نام معیار انتخاب نقاط مرجع<sup>۲</sup> پیشنهاد می‌شود که درجات آزادی دارای سهم بیشتر در پاسخ سازه را، به عنوان نقاط مرجع انتخاب می‌کند. در روش پیشنهادی، شاخصی برای هر درجه آزادی محاسبه می‌شود که بصورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود.

$$RCSC = \text{diag}([E]) \quad (12)$$

$$[E] = [\phi]_{N \times m} [F]^{-1} [\phi]_{N \times m}^T$$

که  $[\phi]_{N \times m}$  ماتریس شکل مود المان محدود،  $N$  تعداد درجات آزادی مدنظر برای اندازه‌گیری،  $m$  تعداد مودهای مدنظر و  $[F]$  بصورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود.

$$[F] = [\phi]_{N \times m}^T [\phi]_{N \times m} \quad (13)$$

نکته قابل توجه در رابطه (۱۲)، وارون ماتریس  $[F]$  است که ممکن است به دلیل بد-رفتاری<sup>۳</sup> ماتریس، وارون آن با دقت مناسب محاسبه نشود. براساس روابط ارائه شده در مرجع [۱۶]، ماتریس  $[F]$  یک ماتریس مثبت معین و متقارن می‌باشد و درمیان آن بیانگر میزان مشارکت درجات آزادی ماتریس

$$C = O(1:l,:); \quad (5)$$

که ماتریس  $C$  معادل با  $l$  سطر ابتدایی ماتریس  $O$  است و  $l$  تعداد کانال‌های اندازه‌گیری می‌باشد. با استفاده از ماتریس مشاهده‌پذیری مبسوط می‌توان ماتریس سیستم را محاسبه نمود (رابطه (۶)).

$$A = O(1:l(i-1),:)^+ O(l+1:li,:); \quad (6)$$

ماتریس  $A$  بیانگر ماتریس سیستم و بالا نویس<sup>+</sup> نشان دهنده شبه معکوس می‌باشد. در رابطه (۶) عبارت  $O(1:l(i-1),:)$ ،  $l$  سطر انتهایی و عبارت  $O(l+1:li,:)$ ،  $l$  سطر ابتدایی ماتریس مشاهده‌پذیری را حذف می‌کند.

با استفاده از تجزیه مقدار ویژه ماتریس سیستم (رابطه (۷)) قطب‌های سیستم ( $\mu$ ) و بردارهای ویژه متناظر با هر قطب ( $\psi$ ) بدست می‌آیند. این قطب‌ها در نموداری به نام نمودار پایداری<sup>۱</sup> ترسیم می‌شوند [۱۴].

$$A = [\psi] [\mu] [\psi]^{-1} \quad (7)$$

در هر مرتبه از مدل در نمودار پایداری، قطب‌های پایدار، ناپایدار و نویزی با توجه به معیارهای ذکر شده (برای تشخیص نوع قطب) در مرجع [۶] از یکدیگر متمایز می‌شوند. پس از تشکیل نمودار پایداری، مرتبه‌های مختلفی از سیستم مدل شده، بدست می‌آیند. تعداد مرتبه مدل سیستم برابر با بعد ماتریس تئوپلیتزی یعنی  $i \times l$  می‌باشد. با انتخاب مرتبه بهینه برای مدل [۱۵] و بر اساس قطب‌های پایدار؛ فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی و شکل مودهای سیستم طبق روابط (۸) تا (۱۱) محاسبه می‌شوند [۱۴].

$$\lambda = \frac{\ln(\mu)}{\Delta T} \quad (8)$$

$$\omega = |\lambda| \quad (9)$$

$$\zeta = \frac{\text{Re}(\lambda)}{|\lambda|} \quad (10)$$

$$[\phi] = C[\psi] \quad (11)$$

که  $\Delta T$  دوره نمونه‌برداری،  $\lambda$  فرکانس مختلط،  $\omega$  فرکانس طبیعی،  $\zeta$  نسبت میرایی و  $[\phi]$  ماتریس شکل مود می‌باشد.

## ۲-۲- روش پیشنهادی برای انتخاب نقاط مرجع

همان‌طور که در مقدمه مقاله بیان شد، روش‌هایی که هم‌اکنون برای انتخاب نقاط مرجع استفاده می‌شوند، بر مبنای همبستگی بین کانال‌های اندازه‌گیری شده، نقاط مرجع را انتخاب می‌کنند [۶-۱۲، ۱۹]. مشکلات اساسی انتخاب کانال‌های مرجع بر اساس همبستگی که توسط مراجع مذکور نیز به آن‌ها اشاره شده است، عبارتند از:

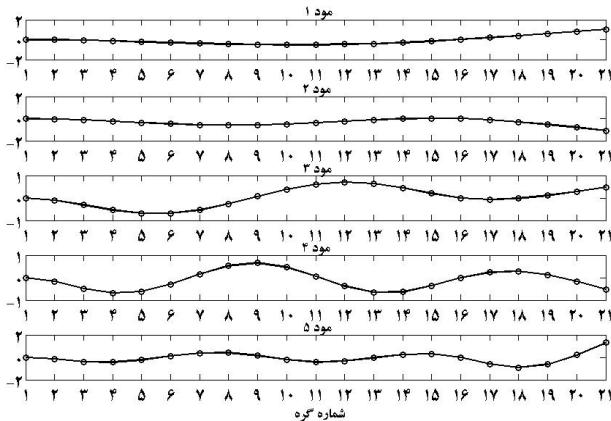
۱- نیازمند اجرای یک آزمایش اولیه بر روی سازه هستند. در این روش‌ها برای دستیابی به ماتریس همبستگی کانال‌ها، ابتدا باید سازه در تمام نقاط مدنظر تحت آزمایش قرار گیرد. سپس با محاسبه مقادیر همبستگی، کانال‌هایی که بیشترین میزان همبستگی را با سایر کانال‌ها دارند به عنوان مرجع انتخاب شوند. با تعیین نقاط مرجع، چیدمان آزمایش تعیین شده و باید سازه بر اساس چیدمان تعیین شده، آزمایش شود. زیرا در آزمایش اولیه فقط شتاب نقاط مختلف، در چندین مرحله اندازه‌گیری شده است و به دلیل عدم یکسان بودن شرایط تحریک محیط، امکان تطابق داده‌های تست‌های مختلف با یکدیگر و در نتیجه شناسایی پارامترهای مودال به کمک آن داده‌ها به شدت کاهش می‌یابد.

۲- با تغییر شرایط تحریک محیط-که معمولاً رخ می‌دهد-میزان همبستگی تغییر می‌کند. بنابراین احتمال تغییر کانال‌های مرجع وجود خواهد داشت.

2- Reference Coordinate Selection Criterion (RCSC)

3- Ill-conditioning

1- Stabilization Diagram



شکل ۲ شکل مودهای بدست آمده از روش اجزای محدود

جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از روش اجزای محدود و نسبت‌های میرایی در نظر گرفته شده

شماره مود	فرکانس طبیعی (رادیان بر ثانیه)	نسبت میرایی (%)
۱	۴۸/۲۱	۰/۱۰
۲	۱۰۰/۶۲	۰/۱۵
۳	۲۲۶/۶۳	۰/۳۰
۴	۴۳۵/۶۵	۰/۲۵
۵	۶۳۷/۷۵	۰/۳۰

که  $EI$  سختی خمشی،  $L$  طول هر المان،  $\rho$  جرم حجمی تیر و  $A$  سطح مقطع تیر می‌باشد.

با استفاده از ماتریس‌های فوق، فرکانس‌های طبیعی (جدول ۲) و شکل مودهای مربوط به پنج مود اول تیر محاسبه شده‌اند (شکل ۲). نسبت میرایی در نظر گرفته شده برای تیر بصورت ویسکوز متناسب می‌باشد که مقادیر آن در جدول ۲ آمده است.

### ۳-۲- انتخاب نقاط مرجع

به منظور محاسبه پارامترهای مودال تیر شکل ۱، باید پاسخ سازه در ۱۹ نقطه اندازه‌گیری شود. بدین منظور تعدادی از نقاط سازه به عنوان مرجع انتخاب شده‌اند و در چند مرحله پاسخ سازه اندازه‌گیری شده است. برای انتخاب نقاط مرجع از روش‌های همبستگی بین کانال‌ها و شاخص پیشنهادی  $RCSC$  استفاده شده است.

به منظور بکارگیری روش همبستگی، مدل تیر در محیط نرم‌افزار متلب تحت تحریک اتفاقی قرار گرفت. سازه در تمام درجات آزادی تحریک و پاسخ آن در درجات آزادی جابجایی اندازه‌گیری شد. با استفاده از رابطه (۱۶)، شاخص انتخاب نقاط مرجع بر اساس همبستگی محاسبه و در شکل ۳، به صورت نرمال شده، ارائه شده است [۹].

$$B_i = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} C_{ij} \quad i \neq j \quad (16)$$

که  $N$  تعداد کانال‌های اندازه‌گیری و  $C_{ij}$  ضریب همبستگی بین کانال‌های  $i, j$  از سازه است.

بر اساس شکل ۳، نقاطی که بیشترین مقدار را در نمودار به خود اختصاص داده‌اند، به عنوان مرجع انتخاب می‌شوند. در اینجا ۳ نقطه به عنوان مرجع انتخاب شده‌است. در نتیجه در آزمایش شبیه‌سازی شده، ۳ کانال دارای شتاب‌سنج ثابت (نقاط مرجع) و سایر کانال‌ها دارای شتاب‌سنج متحرک می‌باشند. شماره این کانال‌ها در جدول ۳ آمده است.

در ایجاد پاسخ سازه می‌باشد. هرچه مقدار دترمینان کمتر باشد، بیانگر عدم شرکت مؤثر درجات آزادی ماتریس  $[\phi]_{N \times m}$  در ایجاد پاسخ سازه است. درجات آزادی این ماتریس در واقع همان نقاط مد نظر برای اندازه‌گیری پاسخ سازه در آزمایش می‌باشند. بنابراین اگر نقاط مدنظر برای نصب شتاب‌سنج‌ها به درستی انتخاب شده باشند (برای این امر می‌توان از روش‌های ارائه شده در آنالیز مودال کلاسیک استفاده کرد [۱۳]) که البته موضوع تحقیق حاضر نمی‌باشد، دترمینان ماتریس مذکور از مقدار قابل توجهی برخوردار خواهد بود و شرایط بد-رفتاری ماتریس بوجود نخواهد آمد. در نتیجه ماتریس  $[E]$  قابل محاسبه خواهد بود. عناصر قطری این ماتریس، که همان شاخص انتخاب نقاط مرجع هستند، سهم هر درجه آزادی متناظر را در رنک کلی<sup>۱</sup> ماتریس شکل مود  $[\phi]_{N \times m}$  مشخص می‌کنند [۱۳]. بنابراین عناصر دارای مقادیر بیشتر، سهم بیشتری در ایجاد پاسخ سازه خواهند داشت و همه مودهای مد نظر را شامل می‌شوند. در نتیجه به نظر می‌رسد که درجات آزادی متناظر با این عناصر، برای انتخاب به عنوان نقاط مرجع مناسب باشند. شاخص  $RCSC$  در ادامه، تحت ارزیابی عددی و تجربی قرار خواهد گرفت و کارایی آن در انتخاب نقاط مرجع و در نتیجه تخمین پارامترهای مودال بررسی خواهد شد.

### ۳- شبیه‌سازی

#### ۳-۱- مدل اجزای محدود تیر

به منظور بررسی عددی شاخص پیشنهادی، تیر نشان داده شده در شکل ۱، به کمک روش المان محدود در نرم‌افزار متلب مدل شده است. مشخصات تیر شبیه‌سازی شده بر اساس شکل شماتیک آن (شکل ۱) در جدول ۱ آمده است.

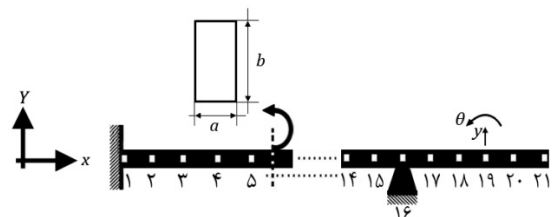
مدل تیر نشان داده شده در شکل ۱، به ۲۰ المان تقسیم شده و با استفاده از برهم نهی ماتریس‌های جرم و سختی هر المان (روابط (۱۴) و (۱۵))، ماتریس‌های جرم و سختی کل تیر بدست آمده‌اند [۱۷].

$$K = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$M = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

جدول ۱ مشخصات تیر شبیه‌سازی شده

مدول یانگ (GPa)	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	(mm) $b$	(mm) $a$	طول (mm)
۲۱۰	۷۸۵۰	۶۰	۶	۲۰۰



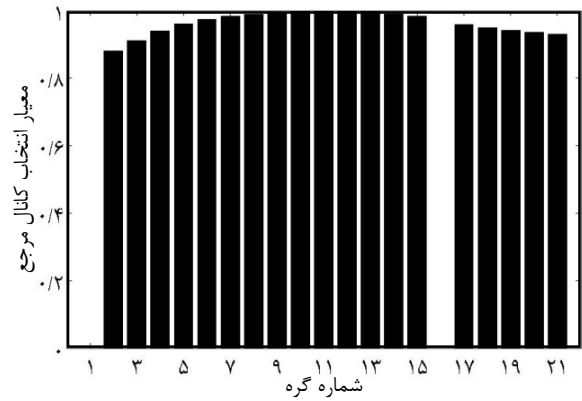
شکل ۱ شکل شماتیک تیر مدل شده

جدول ۳ نحوه قرارگیری شتاب‌سنج‌ها بر روی تیر تحت بررسی در آزمایش

شبیه‌سازی شده-معیار همبستگی		
شماره مرحله	کانال‌های مرجع	کانال‌های دارای شتاب‌سنج متحرک
۱	۱۱، ۱۲، ۱۳	۲، ۳، ۴، ۵، ۶
۲	۱۱، ۱۲، ۱۳	۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۴
۳	۱۱، ۱۲، ۱۳	۱۵، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱

جدول ۴ نحوه قرارگیری شتاب‌سنج‌ها بر روی تیر تحت بررسی در آزمایش

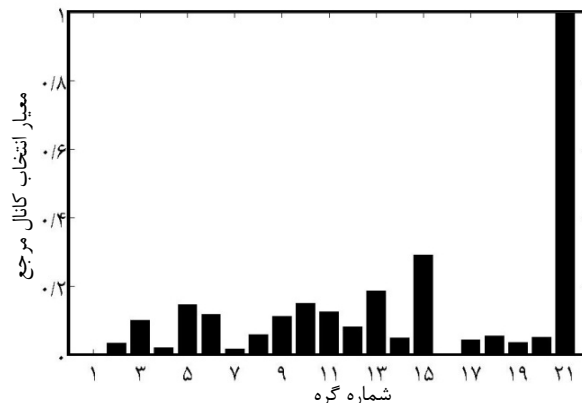
شبیه‌سازی شده-معیار پیشنهادی		
شماره مرحله	کانال‌های مرجع	کانال‌های دارای شتاب‌سنج متحرک
۱	۱۳، ۱۵، ۲۱	۲، ۳، ۴، ۵، ۶
۲	۱۳، ۱۵، ۲۱	۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱
۳	۱۳، ۱۵، ۲۱	۱۲، ۱۴، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰



شکل ۳ نمودار شاخص انتخاب کانال مرجع-معیار همبستگی

پس از انتخاب نقاط مرجع و تعیین نحوه قرارگیری شتاب‌سنج‌ها بر روی سازه بر اساس روش همبستگی، باید به کمک شاخص پیشنهادی *RCSC* نیز نقاط مرجع و نحوه چیدمان آزمایش شبیه‌سازی شده تعیین شود. بدین منظور به کمک رابطه (۱۲) مقدار شاخص پیشنهادی برای هر درجه آزادی محاسبه شده است. نمودار این ضرایب برای درجات آزادی جایابی، به صورت نرمال شده، در شکل ۴ ارائه شده است.

بر اساس شکل ۴، نقاطی که بیشترین مقدار را در نمودار به خود اختصاص داده اند، به عنوان مرجع انتخاب می‌شوند. مشابه معیار همبستگی، ۳ نقطه به عنوان مرجع انتخاب شده و نحوه چیدمان آزمایش شبیه‌سازی شده تعیین و در جدول ۴ ارائه شده است.



شکل ۴ نمودار شاخص انتخاب کانال مرجع-معیار پیشنهادی

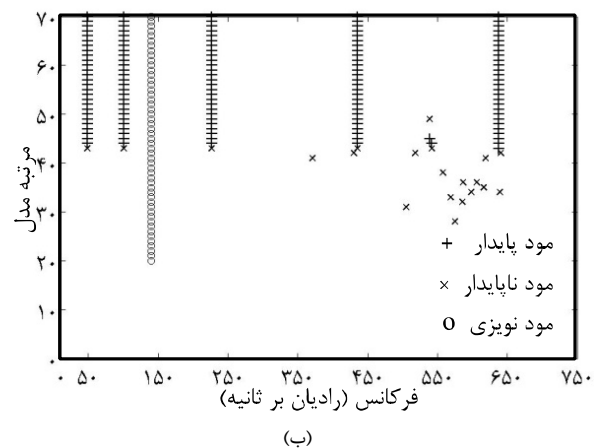
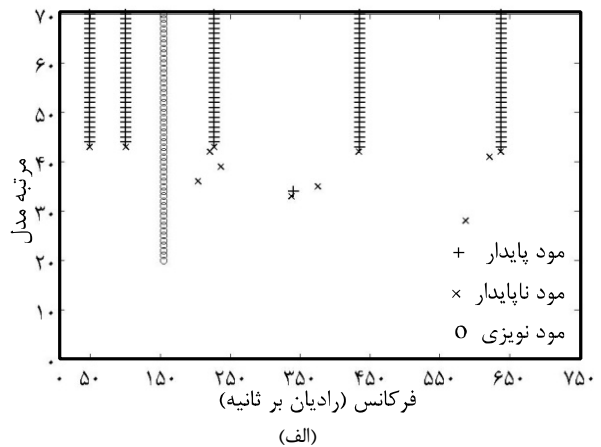
### ۳-۳- تخمین پارامترهای مودال تیر از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس

در این بخش پارامترهای مودال تیر در دو آزمایش شبیه‌سازی شده متفاوت محاسبه می‌شوند. آزمایش اول بر اساس چیدمان ارائه شده در جدول ۳ و آزمایش دوم بر اساس چیدمان جدول ۴ صورت می‌گیرد. در هر دو آزمایش پارامترهای مودال به کمک روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس محاسبه می‌شوند.

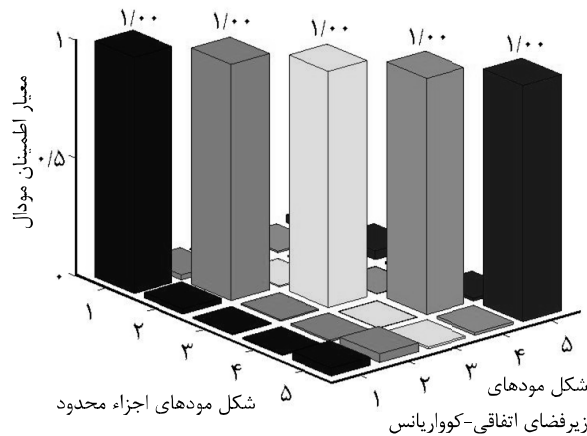
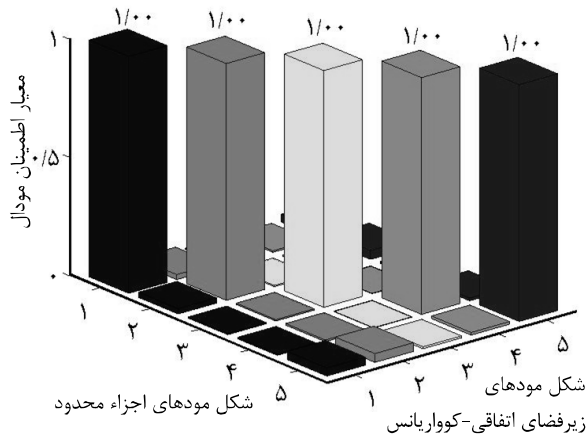
به منظور اجرای هر یک از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده، مدل تیر در محیط نرم‌افزار متلب تحت تحریک اتفاقی قرار گرفته است و سازه در تمام درجات آزادی تحریک شده است. اندازه‌گیری پاسخ سازه در سه مرحله و مطابق جداول ۳ و ۴ صورت گرفته و در هر مرحله پاسخ تیر فقط در درجات آزادی جایابی اندازه‌گیری شده است. در فرایند اندازه‌گیری پاسخ، دوره نمونه برداری  $0.0038$  ثانیه و تعداد نمونه‌ها در هر اندازه‌گیری  $10^{14}$  در نظر گرفته شده‌اند. پس از اندازه‌گیری پاسخ در هر یک از آزمایش‌ها، با استفاده از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، ماتریس سیستم برای هر آزمایش محاسبه شده است و از نتایج حاصل از تجزیه مقادیر ویژه ماتریس سیستم، قطب‌های سیستم بدست آمده‌اند.

با توجه به معیارهای تشخیص قطب‌های پایدار، نویزی و ناپایدار، نمودار پایداری هر یک از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده ترسیم شده است (شکل ۵). جهت تشخیص قطب‌های نویزی از نسبت میرایی استفاده می‌شود. قطب با نسبت میرایی بیش از  $5/5$ ، به عنوان قطب نویزی شناسایی و در نمودار پایداری با علامت  $\circ$  نشان داده می‌شود.

سپس قطب‌های هر مرتبه با قطب مرتبه پیش از خود مقایسه می‌شود.



شکل ۵ الف- نمودار پایداری- معیار همبستگی ب- نمودار پایداری- معیار پیشنهادی



شکل ۶ الف- مقایسه شکل موده‌های حاصل از آزمایش شبیه‌سازی شده و روش اجزای محدود- معیار همبستگی ب- مقایسه شکل موده‌های حاصل از آزمایش شبیه‌سازی شده و روش اجزای محدود- معیار پیشنهادی

جدول ۵ فرکانس‌های طبیعی (رادیان بر ثانیه) و نسبت‌های میرایی (٪) پنج مود اول حاصل از روش SSI-COV و FEM- معیار همبستگی

شماره مود	فرکانس طبیعی FEM	فرکانس طبیعی SSI-COV	نسبت میرایی FEM	نسبت میرایی SSI-COV
۱	۴۸/۲۱	۴۸/۱۸	۰/۱۰	۰/۰۸۹
۲	۱۰۰/۶۲	۱۰۰/۵۷	۰/۱۵	۰/۱۴۶
۳	۲۲۶/۶۳	۲۲۶/۴۶	۰/۲۰	۰/۲۱۹
۴	۴۳۵/۶۵	۴۳۵/۶۰	۰/۲۵	۰/۲۵۴
۵	۶۳۷/۷۵	۶۳۸/۱۵	۰/۳۰	۰/۳۱۲

جدول ۶ فرکانس‌های طبیعی (رادیان بر ثانیه) و نسبت‌های میرایی (٪) پنج مود اول حاصل از روش SSI-COV و FEM- معیار پیشنهادی

شماره مود	فرکانس طبیعی FEM	فرکانس طبیعی SSI-COV	نسبت میرایی FEM	نسبت میرایی SSI-COV
۱	۴۸/۲۱	۴۸/۲۲	۰/۱۰	۰/۰۹۳
۲	۱۰۰/۶۲	۱۰۰/۵۴	۰/۱۵	۰/۱۵۴
۳	۲۲۶/۶۳	۲۲۶/۶۷	۰/۲۰	۰/۲۱۰
۴	۴۳۵/۶۵	۴۳۵/۴۱	۰/۲۵	۰/۲۴۸
۵	۶۳۷/۷۵	۶۳۷/۶۸	۰/۳۰	۰/۳۰۲

شکل ۷ نشان می‌دهد که شکل موده‌های حاصل با دقت قابل قبولی محاسبه شده‌اند. با افزایش درصد نویز به ۲۱٪ (  $C=0.21$  ) نتایج مناسبی بدست نمی‌آید. شکل ۸ که معیار اطمینان مودال را برای حالت ۲۱٪ نویز نشان می‌دهد، مؤید آن است که شکل مودها با دقت مناسبی محاسبه نشده‌اند.

قطب‌هایی که اختلاف آن‌ها کمتر از ۱٪ باشد، به عنوان قطب پایدار سیستم شناسایی و در نمودار پایداری با علامت + نشان داده می‌شود. سایر قطب‌ها نیز به عنوان قطب‌های ناپایدار شناسایی و با علامت × نشان داده می‌شوند [۶].

با استفاده از نمودارهای پایداری هر یک از آزمایش‌های صورت گرفته (شکل ۵)؛ فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی (جدول‌های ۵ و ۶) و شکل مودها محاسبه و با نتایج روش اجزای محدود مقایسه شده‌اند. نتایج حاصل در جداول ۵ و ۶، نشان می‌دهد که شاخص پیشنهادی RCSC می‌تواند همانند روش متداول همبستگی با انتخاب مناسب نقاط مرجع، فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی سیستم را با دقت مناسبی محاسبه نماید.

به منظور مقایسه دقیق شکل موده‌های بدست آمده از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس با روش اجزای محدود، از معیار اطمینان مودال استفاده شده است که طبق رابطه (۱۷) تعریف می‌شود [۲].

$$MAC(i, j) = \frac{\left| \left\{ \phi \right\}_{SSI-COV_i}^T \left\{ \phi \right\}_{FEM_j} \right|^2}{\left| \left\{ \phi \right\}_{SSI-COV_i}^T \left\{ \phi \right\}_{SSI-COV_i} \right| \times \left| \left\{ \phi \right\}_{FEM_j}^T \left\{ \phi \right\}_{FEM_j} \right|} \quad (17)$$

که  $\left\{ \phi \right\}_{SSI-COV}$ ،  $i$  امین شکل مود روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و  $\left\{ \phi \right\}_{FEM}$ ،  $j$  امین شکل مود روش اجزای محدود است.

مقدار معیار اطمینان مودال برای همه موده‌های حاصل از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده و روش اجزای محدود، محاسبه شده است. نمودار این معیار برای آزمایش‌های شبیه‌سازی شده در شکل ۶ ارائه شده است. این شکل‌ها نشان می‌دهند که شاخص پیشنهادی می‌تواند با انتخاب مناسب نقاط مرجع، با دقتی مشابه روش متداول همبستگی، شکل موده‌های سازه را محاسبه نماید.

### ۳-۴- بررسی اثر نویز

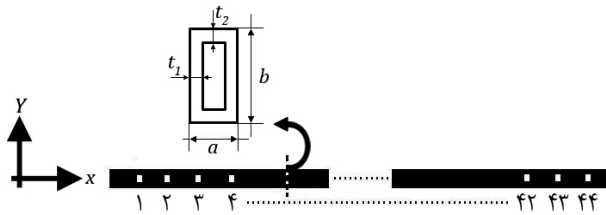
در کاربردهای عملی، داده‌های مورد بررسی از نوع داده‌های تجربی می‌باشند و حضور نویز در چنین داده‌هایی غیر قابل اجتناب است. بنابراین برای ارزیابی شاخص RCSC و مقایسه آن با روش مرسوم همبستگی، رفتار هر دو روش در حضور نویز تحت بررسی قرار گرفته است. بدین منظور سیگنال نویز در محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب به صورت یک سیگنال اتفاقی تولید شده است و با استفاده از رابطه (۱۸) به سیگنال پاسخ سازه اضافه شده است.

$$NS(t) = S(t) \times (1 + C \times N(t)) \quad (18)$$

که  $NS(t)$  سیگنال پاسخ به همراه نویز در زمان  $t$ ،  $S(t)$  سیگنال پاسخ بدون نویز در زمان  $t$ ،  $C$  ضریب نویز و  $N(t)$  سیگنال نویز در زمان  $t$  می‌باشد.

سیگنال‌های پاسخ نویزی که برای هر یک از آزمایش‌های صورت گرفته ایجاد شده‌اند، به روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس آنالیز شده و پارامترهای مودال محاسبه شده‌اند.

نتایج این بررسی نشان می‌دهد، هنگامی که نقاط مرجع با استفاده از روش پیشنهادی RCSC انتخاب می‌شوند و پارامترهای مودال از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس بدست می‌آیند، سیگنال پاسخ می‌تواند حداکثر دارای ۲۰٪ نویز باشد (  $C=0.2$  ). شکل ۷ معیار اطمینان مودال را برای حالت ۲۰٪ نویز نشان می‌دهد.



شکل ۱۰ مدل تیر فلزی تحت آزمایش

جدول ۷ مشخصات تیر فلزی تحت آزمایش

طول (mm)	a (mm)	b (mm)	t <sub>1</sub> (mm)	t <sub>2</sub> (mm)
۴۵۲۰	۵۹/۸	۴	۲/۴۶	۲/۸۳

بررسی مشابهی، برای حالتی که نقاط مرجع به کمک معیار مرسوم همبستگی بدست آمده‌اند صورت گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در این حالت سیگنال پاسخ می‌تواند حداکثر دارای ۱۲٪ نویز باشد ( $C=0.12$ ) و با افزایش درصد نویز به ۱۳٪ ( $C=0.13$ ) نتایج مناسبی بدست نخواهد آمد (شکل ۹). نتایج حاصل نشان می‌دهند، که انتخاب نقاط مرجع به کمک شاخص پیشنهادی موجب می‌شود که میزان تحمل نویز نسبت به روش همبستگی افزایش یابد. این موضوع به این دلیل است که در روش همبستگی با افزایش میزان نویز، همبستگی بین کانال‌ها تغییر می‌کند و در نتیجه ممکن است نقاط مرجع انتخابی که بر مبنای یک آزمایش اولیه بدست آمده‌اند، برای حالت جدید که محیطی نویزی است، مناسب نباشد. این در حالی است که روش پیشنهادی براساس مدل المان محدود عمل می‌کند و نقاطی را به عنوان مرجع پیشنهاد می‌کند که بیشترین سهم را در ایجاد پاسخ سازه دارند و افزایش میزان نویز تأثیر کمتری در نتایج حاصل از آن خواهد داشت.

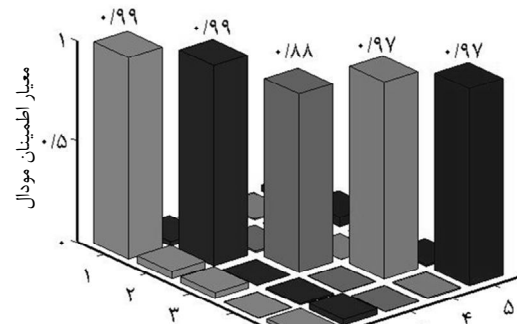
#### ۴- آزمایش

به منظور ارزیابی تجربی شاخص پیشنهادی RCSC و بررسی تجربی توانایی آن در انتخاب نقاط مرجع و در نتیجه محاسبه پارامترهای مودال سازه، یک تیر فلزی در شرایط آزاد-آزاد، تحت آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی قرار گرفته است. مدل تیر مدنظر در شکل ۱۰ و خصوصیات آن در جدول ۷ ارائه شده است. شرایط آزمایش‌ها و نتایج حاصل از آن‌ها در ادامه به تفصیل آمده است.

#### ۴-۱- آزمایش مودال کلاسیک

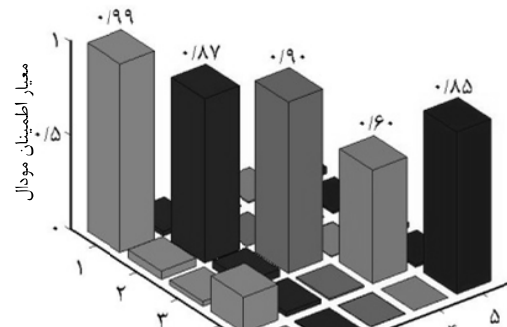
در آزمایش مودال کلاسیک، به منظور ایجاد شرایط آزاد-آزاد، تیر فلزی مد نظر توسط کش‌های نرمی آویزان شده است (شکل ۱۱). از آنجا که کش‌های استفاده شده نرم می‌باشند و سختی آن‌ها در مقابل سختی تیر ناچیز است، بنابراین فرض شرایط آزاد-آزاد فرض درستی به نظر می‌رسد. اگرچه احتمال اندازه‌گیری شدن و مشاهده فرکانس‌های متناظر با مودهای صلب سازه در نتایج آزمایش وجود خواهد داشت ولی از آنجا که کش‌های استفاده شده نرم می‌باشند، فرکانس‌های صلب سازه اختلاف قابل توجهی با مودهای الاستیک تیر خواهند داشت و دخالتی در آن مودها نمی‌کنند.

به منظور انجام آزمایش مودال کلاسیک، از یک چکش نوع BK8202 با آمپلی فایر ۲۶۴۷۸ استفاده و تیر در همه ۴۴ نقطه (شکل ۱۰) تحریک شده است. نیروی وارد به تیر در حین اعمال ضربه توسط یک نیروسنج نوع BK8200 که در نوک چکش نصب شده است اندازه‌گیری می‌شود. همچنین پاسخ توسط یک شتابسنج نوع DJB/A120V اندازه‌گیری شده است. نیرو و شتاب‌های اندازه‌گیری شده از نیروسنج و شتابسنج توسط نرم افزار پالس تحلیل شده‌اند [۱۸].



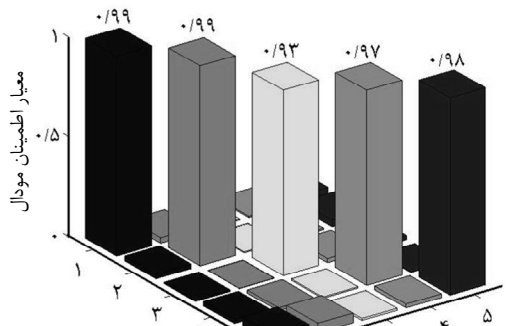
شکل مودهای زیرفضای اتفاقی-کوواریانس

شکل ۷ مقایسه شکل مودهای محاسبه شده به کمک معیار پیشنهادی در حضور ۲۰٪ نویز در سیگنال پاسخ

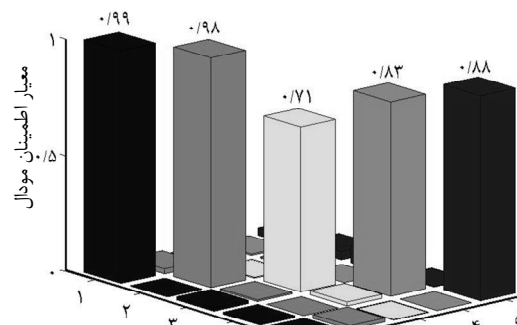


شکل مودهای زیرفضای اتفاقی-کوواریانس

شکل ۸ مقایسه شکل مودهای محاسبه شده به کمک معیار پیشنهادی در حضور ۲۰٪ نویز در سیگنال پاسخ

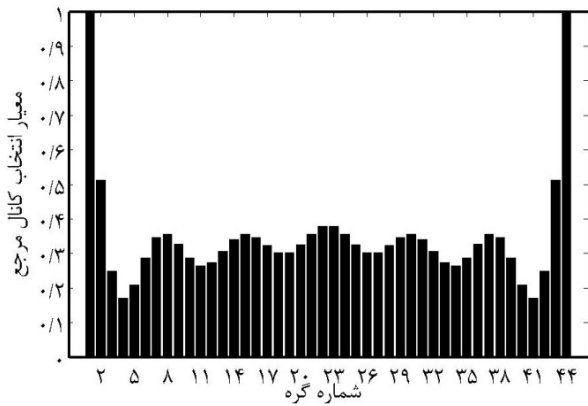


شکل مودهای زیرفضای اتفاقی-کوواریانس



شکل مودهای زیرفضای اتفاقی-کوواریانس

شکل ۹ الف- مقایسه شکل مودهای محاسبه شده به کمک معیار همبستگی در حضور ۱۲٪ نویز در سیگنال پاسخ ب- مقایسه شکل مودهای محاسبه شده به کمک معیار همبستگی در حضور ۱۳٪ نویز در سیگنال پاسخ



شکل ۱۳ نمودار شاخص انتخاب کانال مرجع-معیار پیشنهادی

جدول ۸ نحوه قرارگیری شتابسنج‌ها بر روی تیر در آزمایش مودال محیطی

شماره مرحله	کانال‌های مرجع	کانال‌های دارای شتابسنج متحرک
۱	۱، ۲، ۴۳، ۴۴	۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲
۲	۱، ۲، ۴۳، ۴۴	۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲
۳	۱، ۲، ۴۳، ۴۴	۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲
۴	۱، ۲، ۴۳، ۴۴	۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲

#### ۴-۲- آزمایش مودال محیطی

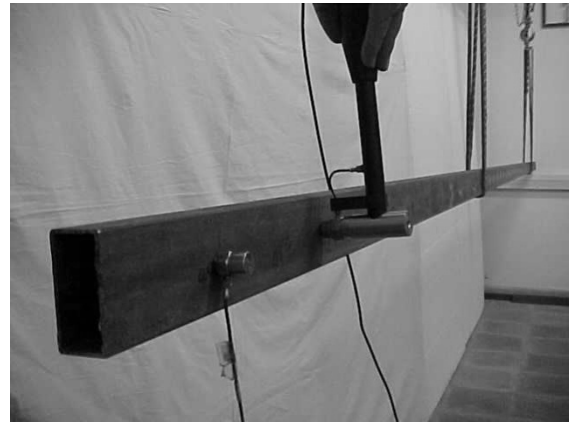
به منظور آزمایش مودال محیطی، به دلیل تعداد زیاد نقاط اندازه‌گیری و عدم امکان اندازه‌گیری پاسخ همه نقاط به طور همزمان و نیز محدودیت تعداد کانال‌های اندازه‌گیری، ابتدا باید به کمک معیار پیشنهادی RCSC انتخاب نقاط مرجع<sup>۱</sup>، نقاطی از سازه را به عنوان مرجع انتخاب نمود. بدین منظور به کمک روش المان محدود، تیر فلزی تحت آزمایش، به صورت عددی مدل شده است. خصوصیات تیر در مدل المان محدود مطابق با شکل ۱۰ و جدول ۷ می‌باشد. همچنین در این مدل چگالی تیر ۷۸۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب و مدول الاستیسیته ۲۱۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته شده است.

با استفاده از مدل المان محدود تیر، شکل مودهای الاستیک آن بدست آمده‌اند. از آنجا که هدف آزمایش محاسبه ۵ مود اول الاستیک تیر است، بنابراین با در نظر گرفتن ۵ مود اول الاستیک و به کمک رابطه (۱۲)، مقدار شاخص RCSC محاسبه و نمودار آن در شکل ۱۳ ترسیم شده است.

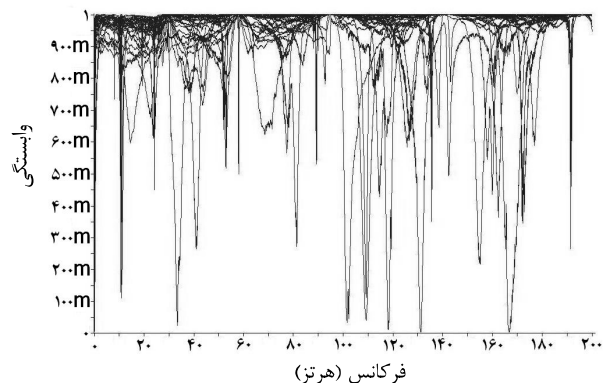
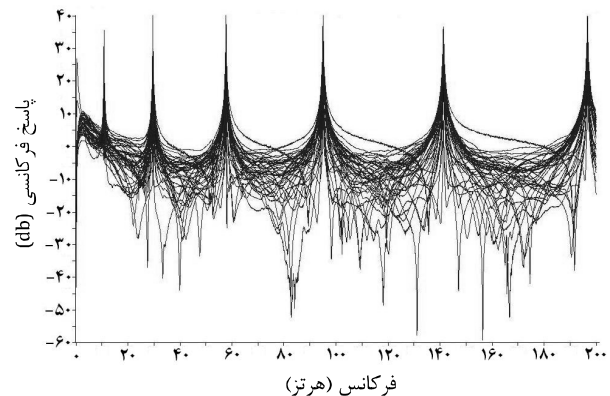
بر اساس شکل ۱۳، نقاطی که بیشترین مقدار را در نمودار به خود اختصاص داده‌اند، به عنوان مرجع انتخاب می‌شوند. در اینجا ۴ کانال به عنوان مرجع انتخاب شده‌اند. در نتیجه در آزمایش مودال محیطی، ۴ کانال، دارای شتابسنج ثابت (کانال‌های مرجع) و سایر کانال‌ها دارای شتابسنج متحرک می‌باشند. شماره این کانال‌ها در جدول ۸ آمده است.

با توجه به جدول ۸، آزمایش مودال محیطی تیر در ۴ مرحله صورت گرفته است. در هر مرحله ۱۴ شتابسنج بر روی تیر نصب شده‌اند که چهار شتابسنج، مرجع می‌باشند و در تمامی آزمایش‌ها ثابت هستند و سایر شتابسنج‌ها جابجا می‌شوند. در هر مرحله، تحریک سازه توسط یک چکش و به صورت دلخواه و در نقاط مختلف انجام شده است (شکل ۱۴).

بعد از پایان همه مراحل آزمایش، سیگنال‌های شتاب اندازه‌گیری شده توسط شتابسنج‌ها با استفاده از نرم‌افزار پالس آنالیز شده‌اند [۱۸]. به منظور آنالیز سیگنال پاسخ، از روش زیرفضاهای اتفاقی استفاده شده است [۶]. در این روش با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس سیستم، قطب‌های سیستم بدست آمده‌اند و با توجه به معیارهای مطرح شده در مرجع [۶] قطب‌های پایدار،



شکل ۱۱ تیر فلزی تحت آزمایش مودال کلاسیک



شکل ۱۲ الف- توابع پاسخ فرکانسی (H1) آزمایش مودال کلاسیک ب- توابع وابستگی آزمایش مودال کلاسیک

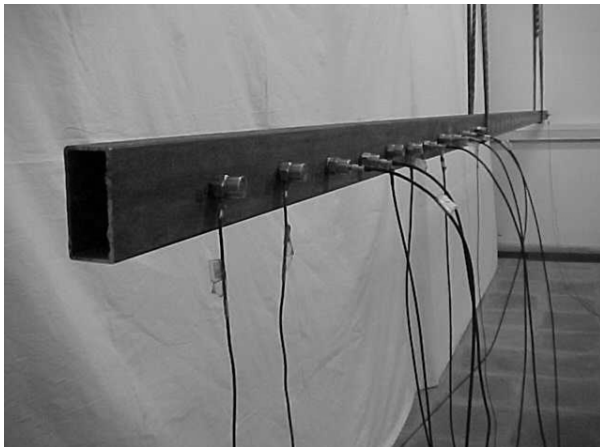
در این تحلیل تعداد خطوط فرکانسی ۳۲۰۰ و بازه فرکانسی ۲۰۰ هرتز می‌باشد. همچنین با استفاده از نرم‌افزار پالس، توابع پاسخ فرکانسی<sup>۱</sup> و توابع وابستگی<sup>۲</sup> بدست آمده‌اند و در شکل ۱۲-الف و ب به ترتیب ارائه شده‌اند.

همان‌طور که توابع وابستگی بدست آمده از آزمایش (شکل ۱۲-ب) نشان می‌دهند، آزمایش از دقت مناسبی برخوردار است. بنابراین، به منظور تخمین پارامترهای مودال سازه، توابع پاسخ فرکانسی به بخش مودنت نرم‌افزار آیکتس [۱۸] منتقل شده‌اند. در این بخش به منظور آنالیز توابع پاسخ فرکانسی بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک، از روش یکپارچه استفاده شده است [۲۰]. پس از انجام آنالیز با روش یکپارچه، فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی (جداول ۹ و ۱۰) و شکل مودهای پنج مود اول الاستیک تیر بدست آمده‌اند.

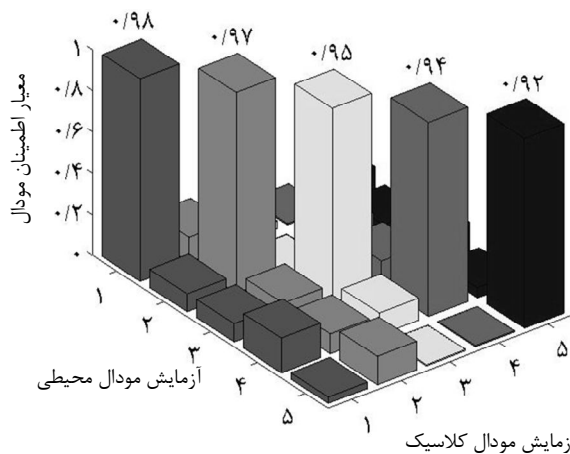
1- Frequency Response Functions (FRFs)  
2- Coherence Functions

3- Reference Coordinate Selection Criterion (RCSC)





شکل ۱۴ تیر فلزی تحت آزمایش مودال محیطی - مرحله ۱



شکل ۱۵ مقایسه شکل مودهای حاصل از آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی به کمک معیار اطمینان مودال

جدول ۱۰ نسبت‌های میرایی (%) بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی

شماره مود	آزمایش مودال کلاسیک	آزمایش مودال محیطی
۱	۰/۴۲	۰/۴۸
۲	۰/۲۸	۰/۳۵
۳	۰/۱۷	۰/۱۵
۴	۰/۱۴	۰/۱۳
۵	۰/۱۹	۰/۱۶

مقدار متوسط خطا = ۱۵/۵٪

علاوه بر این شاخص پیشنهادی تحت ارزیابی تجربی قرار گرفت و آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی بر روی یک تیر فلزی انجام شد. نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی صورت گرفته، دقت مناسب معیار پیشنهادی را در انتخاب نقاط مرجع و در نتیجه محاسبه دقیق مشخصات دینامیکی سازه را نشان می‌دهند.

نتایج عددی و تجربی حاصل کارایی شاخص پیشنهادی را در انتخاب نقاط مرجع نشان می‌دهد. باینحال امکان ایجاد یک مدل المان محدود دقیق از سازه‌های بزرگ - مانند یک پل - وجود ندارد. البته می‌توان با استفاده از نرم‌افزارهای مهندسی یک مدل المان محدود تقریبی از سازه ایجاد نمود. چنین مدلی نتایج یک مدل دقیق را بدست نخواهد داد ولی مقالات، تحقیقات و آزمایش‌های سایر محققان بر روی سازه‌های بزرگ نشان می‌دهد که شکل مودهای المان محدود ارائه شده در تحقیقات آن‌ها، از لحاظ شکل کلی

ناپایدار و نویزی از یکدیگر متمایز شده‌اند. سپس مرتبه مناسب مدل، با توجه به روابط موجود در مرجع [۱۵] انتخاب شده است و فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی (جدول ۹ و ۱۰) و شکل مودهای آزمایش مودال محیطی تخمین زده شده‌اند.

نتایج بدست آمده در جدول‌های ۹ و ۱۰ نشان می‌دهند که فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی بدست آمده از آزمایش مودال محیطی با دقت مناسبی محاسبه شده‌اند. همچنین به منظور مقایسه شکل مودهای بدست آمده از آزمایش مودال محیطی با مودال کلاسیک، از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل ۱۵).

همان‌طور که شکل ۱۵ نشان می‌دهد، مقادیر قطر اصلی نمودار معیار اطمینان مودال، نزدیک یک می‌باشند، که نشان دهنده ارتباط مناسب بین شکل مودهای آزمایش مودال محیطی با آزمایش مودال کلاسیک است.

## ۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک شاخص جدید برای انتخاب نقاط مرجع برای آزمایش مودال محیطی سازه‌ها ارائه شد. شاخص ارائه شده بر اساس شکل مودهای المان محدود سازه به انتخاب نقاط مرجع می‌پردازد و نقاطی را انتخاب می‌کند که بیشترین سهم را در ایجاد پاسخ سازه دارند و همه مودهای مد نظر را شامل می‌شوند. به منظور بررسی عددی این شاخص، از مدل المان محدود یک تیر استفاده شد. به کمک شکل مودهای المان محدود تیر و با استفاده از شاخص پیشنهادی، نقاط مرجع انتخاب شده‌اند. همچنین به منظور مقایسه، نقاط مرجع به کمک روش متداول همبستگی نیز انتخاب شده‌اند. بر اساس هر دو گروه نقاط مرجع انتخاب شده، چیدمان آزمایش شبیه‌سازی شده تعیین شده است. سپس آزمایش‌های شبیه‌سازی شده در محیط نرم‌افزار متلب انجام شده‌اند. پارامترهای مودال تیر از نتایج هر یک از شبیه‌سازی‌ها محاسبه و با مقادیر بدست آمده از روش اجزای محدود مقایسه شده‌اند. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که شاخص پیشنهادی *RCSC* با دقت مناسب و مشابه روش مرسوم همبستگی، پارامترهای مودال را محاسبه می‌نماید. از آنجا که در کاربردهای عملی، داده‌های مورد بررسی از نوع داده‌های تجربی می‌باشند و حضور نویز در چنین داده‌هایی غیر قابل اجتناب است. بنابراین برای ارزیابی شاخص *RCSC* و مقایسه آن با روش همبستگی، رفتار هر دو روش در حضور نویز تحت بررسی قرار گرفته است. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که روش *RCSC* می‌تواند حداکثر با وجود ۲۰٪ نویز در سیگنال پاسخ، پارامترهای مودال را با دقت مناسبی محاسبه نماید. این درحالی است که روش همبستگی حداکثر ۱۲٪ نویز را تحمل می‌کند. این موضوع به این دلیل است که در روش همبستگی با افزایش میزان نویز، همبستگی بین کانال‌ها تغییر می‌کند و در نتیجه ممکن است نقاط مرجع انتخابی که بر مبنای آزمایش اولیه بدست آمده‌اند، برای حالت جدید که محیطی نویزی است، مناسب نباشد.

جدول ۹ فرکانس‌های طبیعی (هرتز) بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی

شماره مود	آزمایش مودال کلاسیک	آزمایش مودال محیطی
۱	۱۰/۷۰	۱۰/۶۵
۲	۲۹/۴۷	۲۹/۰۵
۳	۵۷/۵۷	۵۶/۹۹
۴	۹۴/۹۰	۹۳/۹۷
۵	۱۴۱/۲۰	۱۳۹/۸۰

مقدار متوسط خطا = ۰/۹۶٪

- حرکت سازه در هر مود تقریب مناسبی از شکل مود واقعی سازه بدست می‌دهد، اگرچه از لحاظ مقداری و کمی با نتایج آزمایش متفاوت می‌باشند. از آنجا که شاخص پیشنهادی این مقاله یک شاخص نسبی است و نقاط را نسبت به یکدیگر ارزیابی می‌کند، بنابراین اگر مدل المان محدود بتواند شکل کلی حرکت سازه در هر مود را با تقریب مناسبی محاسبه نماید، نقاط مرجع با تقریب قابل قبولی محاسبه خواهند شد. علاوه بر این استفاده از مدل‌های المان محدود برای طراحی چیدمان آزمایش مودال، امری متداول در آنالیز مودال می‌باشد و روش‌های مختلفی نیز توسط محققان در این زمینه ارائه شده است، البته تمامی این روش‌ها با چنین مشکلاتی مواجه هستند.
- ۶- مراجع**
- [1] J. He, Z.F. Fu, *Modal Analysis*, Butterworth-Heinemann, United Kingdom, 2001.
  - [2] D.J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, Research studies press LTD, United Kingdom, 2000.
  - [3] D. Hanson, *Operational Modal Analysis and Model Updating with a Cyclostationary Input*, PhD. Thesis, University of New South Wales Australia, 2006.
  - [4] Y. Zhang, Z. Zhang, X. Xu, H. Hua, Modal parameter identification using response data only, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, Issues 1-2, 2005, pp. 367-380.
  - [5] B. Cauberghe, *Applied Frequency-Domain System Identification in the Field of Experimental and Operational Modal Analysis*, PhD Thesis, Vrije University Belgium, Belgium, 2004.
  - [6] B. Peeters, *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*, PhD Thesis, Katholieke University Leuven, Belgium, 2000.
  - [7] B. Peeters, G. De Roeck, Stochastic Subspace Identification for Operational Modal Analysis: A Review, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 021104JDS, 2001.
  - [8] E. Reynders, G. De Roeck, Reference-based Combined Deterministic-Stochastic Subspace Identification for Experimental and Operational Modal Analysis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, Issue. 3, 2008, pp. 617-637.
  - [9] J. Fan, Z. Zhang, H. Hua, Data Processing in Subspace Identification and Modal Parameter Identification of an Arch Bridge, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, Issue. 4, 2007, pp. 1674-1689.
  - [10] R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen, Modal Identification of Output Only Systems using Frequency Domain Decomposition, *Journal of Smart Materials and Structures*, No. 10, 2001, pp. 441- 445.
  - [11] P. Andersen, R. Brincker, C. Ventura, R. Cantieni, "Modal Estimation of Civil Structures Subject to Ambient and Harmonic Excitation", *Proc. of International Modal Analysis Conference (IMAC)*, 2008.
  - [12] P. Andersen, R. Brincker, M. Goursat, L. Mevel, Automated Modal Parameter Estimation For Operational Modal Analysis of Large Systems, *Proc. of International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC)*, 2007.
  - [13] N. Imamovic, *Validation of Large Structural Dynamics Models using Modal Test Data*, PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology & Medicine London, 1998.
  - [14] R. Brincker, P. Andersen, Understanding Stochastic Subspace Identification, *Proc. of International Modal Analysis Conference (IMAC)*, 2006.
  - [15] A.M. Aibinu, N.A. Rahman, M.J.E. Salami, A.A. Shafie, Optimal Model Order Selection for Transient Error Autoregressive Moving Average (TERA) MRI Reconstruction Method, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Volume 32, 2008, pp. 2070-3740.
  - [16] D.C. Kammer, Sensor Placement for On-Orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 14, Issues 2, 1991, pp. 251-259.
  - [17] G.R. Liu, S.S. Quek, *The Finite Element Method: A Practical Course*, Butterworth-Heinemann, Oxford, England, 2003.
  - [18] Brüel&Kjær, PULSE, Version 8.0, Sound & Vibration Measurement, 1996-2003.
  - [19] Modent, Integrated Software for Structural Dynamics, ICATS, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, UK, 1988-2000.
  - [20] N.M.M. Maia, *Extraction of valid modal properties from measured data in structural vibrations*, PhD Thesis, Dept. of Mech. Eng., Imperial College of Science & Technology, London, U. K, 1988.