



تحلیل پسا فلاتر بالک دوبعدی مافوق صوت با ضخامت متغیر با اثرات لقی، سفتی و میرایی چرخشی و انتقالی غیرخطی

حمید موسی‌زاده¹، بهزاد قدیری دهکردی^{2*}، پوریا ظریفیان³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه امیرکبیر، تهران

* تهران، صندوق پستی 14115-143، ghadirib@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 دی 1393

پذیرش: 06 اسفند 1393

ارائه در سایت: 05 اردیبهشت 1394

کلید واژگان:

سفتی غیرخطی

میرایی غیرخطی

لقی

نوسانات سیکل محدود

ایر فویل لوزی شکل

چکیده

با توجه به اهمیت بال و بالک در سیستم‌های هوافضایی مافوق و کاربرد آن‌ها در پایداری و کنترل و پرواز، بررسی پایداری آیرولاستیک آن‌ها در جریان مافوق صوت دارای اهمیت و کاربرد فراوان است. در تحقیق حاضر مدل بالک مافوق صوت دوبعدی به صورت کاملاً غیرخطی در بخش سازه و آیرودینامیک فرض شده است. سازه بالک با سفتی و میرایی غیرخطی پیچشی و انتقالی به ترتیب از مرتبه 3 و 2 و لقی حرکت پیچشی و انتقالی، به صورت ترکیبی فرض شده است. یک ترکیب سازه‌ای کاملاً غیرخطی با اثر میرایی غیرخطی که برای اولین مرتبه مورد تحلیل قرار گرفته و نتایج حاصل دارای نکات مهم و قابل توجهی است که مورد مطالعه قرار گرفته است. همین‌طور، مدل آیرودینامیک پیستون مرتبه 3 غیرخطی برای شبیه‌سازی جریان مافوق صوت اطراف بالک فرض شده است. معادلات غیرخطی حاکم بر اساس اصل همپلتون و با استفاده از انرژی جنبشی و پتانسیل و کار مجازی مربوط به بالک دوبعدی تعیین شده است. بعد از انتقال معادلات در فضای حالت، با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه 4 برای تعیین رفتار آشوبناک و سیکل محدود بالک، حل شده‌اند. بالک با سفتی غیرخطی پیچشی، با افزایش سرعت، کاملاً رفتار نرم شونده نشان داده است. اما، با حضور سفتی انتقالی، رفتار سازه برای سرعت‌های پایین‌تر سخت شونده است. اثر لقی پیچشی و انتقالی در رفتار پسا فلاتر بالک بسیار پیچیده است و بطور کلی در سرعت‌های کم باعث افزایش ناپایداری شده است. همین‌طور، افزایش سرعت باعث کاهش اثر میرایی در رفتار پسا فلاتر بالک شده است.

Variable Thickness Supersonic Airfoil Post flutter with plunging and pitching free play and Non-linear Damping and Stiffness

Hamid Moosazadeh¹, Behzad Ghadiri Dehkordi^{1*}, Puria Zarifian²

1- Department of Aerospace Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran, ghadirib@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 29 December 2014

Accepted 25 February 2015

Available Online 25 April 2015

Keywords:

Non-linear stiffness

Non-linear damping

Freeplay

Limit cycle

double-wedge airfoil

ABSTRACT

The application of wing and stabilizer in aerospace vehicle is vitally important to stability and flight motion. In this study nonlinear 2D wind is estimated. Nonlinear damping and stiffness with freeplay in plunging and pitching motion is assumed. 2nd order Damping nonlinearity and 3rd order stiffness nonlinearity in pitching and plunging motion is assumed. Fully nonlinear structure with nonlinear 3rd order piston theory aerodynamic is assumed for the first time and result evaluated with different references. The equations are defined with Hamilton principle with the use of kinetic and potential energy and virtual work. They are solved in the state space via the ruge-kuta numerical method to determine chaotic and limit cycle oscillation motion of supersonic airfoil. The result show that as the speed increases, the behavior of 2D wing is softening type with the use of nonlinear rotational stiffness. But, It shows hardening type with the use of transversal nonlinear stiffness. The effect of transversal and rotational freeplay is more complicated than other parameters and increases instability in low speed. In other hand the stability increases with freeplay in high speed. As shown, increased velocity decrease damping effect in post flutter behavior.

1- مقدمه

سیستم غیرقابل چشم پوشی است. پدیده‌های پیچیده‌ای در سیستم سازه غیرخطی قابل مشاهده است. فلاتر ناپایداری دینامیکی سیستم است که از تقابل بین سازه الاستیک و جریان سیال اطراف آن حاصل می‌شود. با توجه به این‌که مدل بالک در رژیم جریان مافوق صوت عمل می‌کند و با توجه به

در تحلیل آیرولاستیک یک وسیله پرنده مطالعه‌ی رفتار دینامیک آن حائز اهمیت است چرا که چنین مطالعه‌ای اطلاعات خوبی در ارتباط با طراحی ایمن و بهینه وسیله‌ی پرنده فراهم می‌کند. وجود اثرات غیرخطی در سازه

Please cite this article using:

H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, P. Zarifian, Variable Thickness Supersonic Airfoil Post flutter with plunging and pitching free play and Non-linear Damping and Stiffness, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 179-189, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

رابطه (7) برای زوایای حمله میانه $\alpha \in \pm 30 \text{deg}$ معتبر است. ضریب تصحیح $\eta = \frac{M_\infty}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$ این امکان را فراهم می‌کند که درستی و صحت الگوی آیرودینامیک پیستون به کل رژیم پروازی فراصوت و ماورای صوت بسط داده شود. در رابطه (7) سرعت فروریزش (W)، عمود بر سطح ایرفویل برای سطوح بالایی و پایینی آن به صورت رابطه‌ی (8) بیان شده است [26, 27].

$$W = \pm \left(\frac{\partial z(x,t)}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial z(x,t)}{\partial x} \right) \quad (8)$$

رابطه فوق سرعت فروریزش است. $P_\infty, U_\infty, C_\infty$ فشار، سرعت هوا و سرعت صوت جریان غیر مغشوش است. K ضریب ایزوتروپیک گاز و Z جابجایی سطح الاستیک است که در رابطه‌ی (9) تعریف شده است.

$$\begin{aligned} z_u(x,t) &= -[h(t) + (x-ab)\alpha(t)] + f_u(x) \\ z_l(x,t) &= -[h(t) + (x-ab)\alpha(t)] + f_l(x) \end{aligned} \quad (9)$$

$f(x)$ تغییر شکل هندسی سطح ایرفویل به طرف بالا یا پایین است. با جاگذاری رابطه‌ی (9) در رابطه‌ی (8) مشتقات مربوطه به شکل رابطه‌ی (10) و (11) تعیین شده است [28].

$$\frac{\partial z(x,t)}{\partial t} = \mp \frac{\partial}{\partial t} (h(t) + (x-ab)\alpha(t)) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_u(x,t)}{\partial x} &= -\left(\alpha(t) - \frac{\partial f_u(x)}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial z_l(x,t)}{\partial x} &= +\left(\alpha(t) - \frac{\partial f_l(x)}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن؛

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_u(x)}{\partial x} &= \begin{cases} \hat{\tau} & -b < x < 0 \\ -\hat{\tau} & 0 < x < b \end{cases} \\ \frac{\partial f_l(x)}{\partial x} &= \begin{cases} -\hat{\tau} & -b < x < 0 \\ \hat{\tau} & 0 < x < b \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

با جاگذاری رابطه‌ی (12) در (11) و رابطه‌ی (10) و (11) در (9) و رابطه‌ی (9) در (8) و رابطه‌ی (8) در (7)، رابطه‌ی فشار اعمالی بر سطح بالا و پایین ایرفویل در جریان مافوق صوت و ماوراء صوت تعیین شده است. نیروی آیرودینامیکی L و گشتاور آن M از انتگرال اختلاف فشار بین سطح بالایی و پایینی ایرفویل ($\Delta p = p_u - p_l$) تعیین شده است.

$$L(t) = \int_{-b}^b \Delta p(x,t) dx \quad (13)$$

$$M_{EA}(t) = -\int_{-b}^b \Delta p(x,t) (x-ab) dx \quad (14)$$

2-2- ضرایب و معادلات ترکیبی بی‌بعد

ضرایب بی‌بعد را به صورت رابطه‌ی (15) تعریف نموده‌ایم.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{h}{b}, \xi_s = \frac{h_s}{b}, \tau = \frac{U_\infty t}{b}, \hat{\tau} = \frac{t}{b}, \bar{\omega} = \frac{\omega_h}{\omega_\alpha} \\ \zeta_h &= \frac{c_h}{m\omega_h}, \zeta_\alpha = \frac{1}{2} \frac{c_\alpha}{I_\alpha \omega_\alpha}, \omega_h = \sqrt{\frac{K_h}{m}} \\ \omega_\alpha &= \sqrt{\frac{K_\alpha}{I_\alpha}}, \mu = \frac{1}{4} \frac{m}{\rho_\infty b^2}, U^* = \frac{U_\infty}{b\omega_\alpha}, \chi_\alpha = \frac{S_\alpha}{mb} \\ \hat{\eta}_h &= \frac{\hat{K}_h}{K_h}, \hat{\eta}_\alpha = \frac{\hat{K}_\alpha}{K_\alpha}, V = \frac{U^*}{U_{LF}} \end{aligned} \quad (15)$$

ω_h فرکانس انتقالی، ω_α فرکانس پیچشی و $\bar{\omega}$ نسبت فرکانسی است. U_{LF}

علاوه بر این، نیرو و گشتاور بازگرداننده‌ی غیرخطی بدلیل وجود لقی غیرخطی در درجات آزادی انتقالی و پیچشی در نظر گرفته شده است. همین‌طور، میرایی سازه برای شبیه‌سازی دقیق‌تر و کامل‌تر، به صورت غیرخطی و براساس معادله ون‌درپل فرض شده است. این نوع میرایی غیرخطی برای سازه تیغه‌ها و تیرهای هموزن و مواد مرکب در مراجع مختلفی استفاده شده و در این تحقیق اثر آن در تحلیل ناپایداری آیروالاستیک بالک مافوق صوت موردنظر است که در نوع خود کاملاً جدید و منحصر به فرد است [22, 23]. معادلات حاکم آیروالاستیک غیرخطی به صورت رابطه (1) و (2) نمایش داده شده است [24].

$$m\ddot{h} + S_\alpha \ddot{\alpha} + (c_{h1} + c_{h2} h^2) \dot{h} + F(h) = -L(t) \quad (1)$$

$$S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + (c_{\alpha 1} + c_{\alpha 2} \alpha^2) \dot{\alpha} + G(\alpha) = M_{EA}(t) \quad (2)$$

توابع سفتی مرتبه‌ی 3 مربوط به نیرو و گشتاور بازگرداننده در مرکز الاستیک به صورت رابطه‌ی (3) نشان داده شده است [25].

$$\begin{aligned} F(h) &= F_a(h) + F_b(h) + F_c(h) \\ G(\alpha) &= G_a(\alpha) + G_b(\alpha) + G_c(\alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

این روابط به صورت رابطه‌ی (4) تشریح شده است.

$$F_a(h) = \begin{cases} K_h h \\ 0 \\ K_h h \end{cases}, F_b(h) = \begin{cases} -K_h h_s \\ 0 \\ K_h h_s \end{cases}$$

$$F_c(h) = \begin{cases} \hat{K}_h (h-h_s)^3 & h > h_s \\ 0 & -h_s \leq h \leq h_s \\ \hat{K}_h (h+h_s)^3 & h < -h_s \end{cases}$$

$$G_a(\alpha) = \begin{cases} K_\alpha \alpha \\ 0 \\ K_\alpha \alpha \end{cases}, G_b(\alpha) = \begin{cases} -K_\alpha \alpha_s \\ 0 \\ K_\alpha \alpha_s \end{cases}$$

$$G_c(\alpha) = \begin{cases} \hat{K}_\alpha (\alpha-\alpha_s)^3 & \alpha > \alpha_s \\ 0 & -\alpha_s \leq \alpha \leq \alpha_s \\ \hat{K}_\alpha (\alpha+\alpha_s)^3 & \alpha < -\alpha_s \end{cases} \quad (4)$$

گشتاور اینرسی مقطع و گشتاور غیرتعدالی استاتیکی حول مرکز الاستیک به صورت رابطه‌ی (5) تعریف شده است.

$$\begin{aligned} S_\alpha &= mx_\alpha b \\ I_\alpha &= m(r_\alpha b)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

2-1- معادلات آیرودینامیک غیرخطی

برای جریان مافوق صوت و ماوراء صوت، تئوری پیستون به‌طور گسترده در محاسبه آیرودینامیک موثر بر روی سطح برازا استفاده می‌شود. در تئوری آیرودینامیک پیستون فشار یک نقطه تنها به سرعت پایین رفت جریان در آن نقطه مرتبط است. فشار روی سطح بالا و پایین سطح برازا به صورت رابطه‌ی (6) بیان شده است [29].

$$p = p_\infty \left(1 + \frac{k-1}{2} \frac{W}{c_\infty} \right)^{\frac{2k}{k-1}} \quad (6)$$

بسط تابع فشار تا توان سوم سرعت به صورت رابطه‌ی (7) خواهد بود.

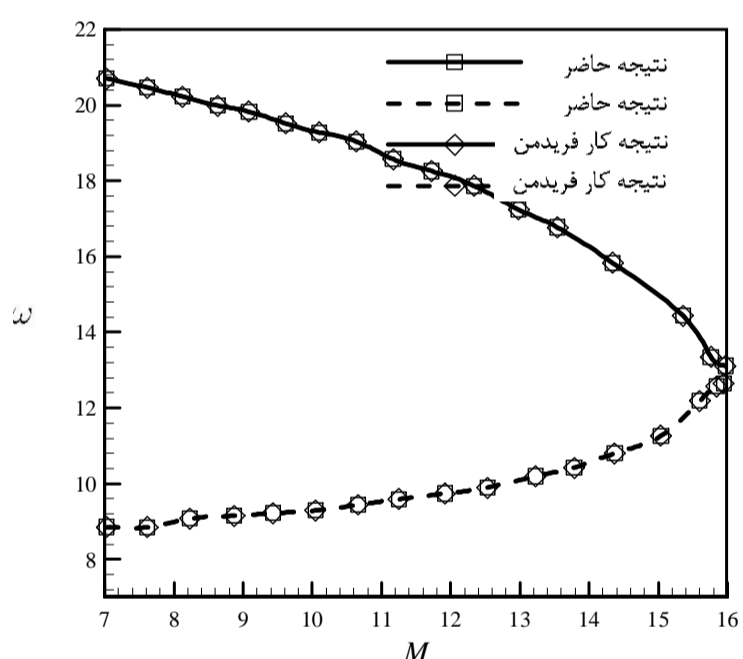
$$\begin{aligned} p &= p_\infty + \frac{p_\infty k}{c_\infty} \eta W + \frac{1}{4} \frac{p_\infty k \left(\frac{2k}{k-1} - 1 \right) (k-1)}{c_\infty^2} (\eta W)^2 + \\ &+ \frac{1}{24} \frac{p_\infty k \left(\frac{2k}{k-1} - 1 \right) (k-1)^2 \left(\frac{2k}{k-1} - 2 \right)}{c_\infty^3} (\eta W)^3 \end{aligned} \quad (7)$$

2-3- حل معادلات غیرخطی حاکم در حوزه زمان

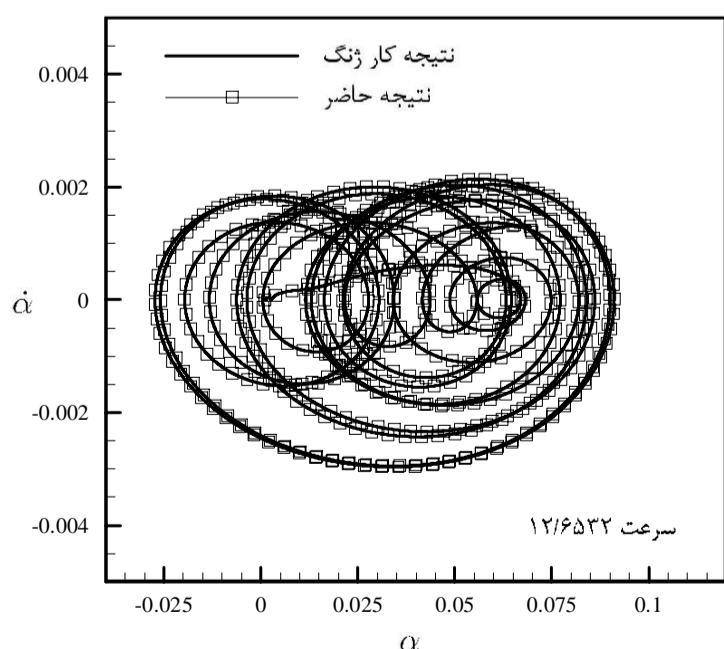
بعد از تبدیل معادلات دیفرانسیل معمولی به فضای حالت روش عددی حل معادلات غیرخطی، رانگ کوتای مرتبه 4 است [24,29]. مقادیر اولیه برای حل معادلات به صورت مقابل استفاده شده است $(\xi, \alpha, \dot{\xi}, \dot{\alpha}) = (0, \alpha_0, 0, 0)$. حل به صورت افزایش تدریجی سرعت جریان انجام شده است. برای یک سرعت خاص حل انجام شده و در طول زمان پایداری یا ناپایداری سیستم و نوع ناپایداری در صورت وقوع تعیین شده است.

3- راستی آزمایی

راستی آزمایی انجام شده از جهات گوناگون مورد بحث در تحقیق حاضر توسط مقالات مختلف انجام شده است. ابتدا اثر ضخامت بالک دوبعدی مافوق صوت را در مقایسه با کار فریدمن با حل معادلات در حوزه فرکانسی مورد بررسی قرار داده ایم که نتایج در شکل 2 همخوانی کاملی را نشان داده است. شرایط پروازی 21 کیلومتری و ضخامت بالک 0/025 فرض شده است [28]. در شکل 3 حل معادلات غیرخطی در حوزه زمان برای بالک نازک تخت با اثر سفتی پیچشی غیرخطی، با کار ژنگ مقایسه شده است. برای سرعت بی بعد 12/6532، رفتار آشوبناک حاصل در تحلیل حاضر و نتیجه کار ژنگ کاملاً همخوانی دارند [24]. در شکل 4 اثر لقی پیچشی و سفتی غیرخطی پیچشی با کار عباس مقایسه شده است. نمودار فازی حرکت پیچشی برای سرعت بی بعد 1 کاملاً همخوانی دارند [25].



شکل 2 مقایسه نتایج تحلیل فرکانسی بالک دوبعدی در ارتفاع 21000 متری از سطح دریا و ضخامت (0.025) $\hat{\tau}$



شکل 3 مقایسه رفتار آشوبناک بالک نازک تخت با سفتی پیچشی غیرخطی

سرعت فلاتر سیستم خطی و ζ_h, ζ_α ضریب میرایی خطی هستند. $\hat{\tau}$ ضریب بی بعد ضخامت بالک از صفحه متقارن میانی و τ زمان بی بعد است. توابع سفتی مربوط به ذخیره نیرو و گشتاور ایرفویل با اثر لقی به صورت رابطه ی (16) بی بعد شده اند.

$$\bar{F}_a(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi < \xi_s \\ 0 & \xi = \xi_s \\ 1 & \xi > \xi_s \end{cases}, \quad \bar{F}_b(\xi) = \begin{cases} 0 & \xi < \xi_s \\ 0 & \xi = \xi_s \\ 0 & \xi > \xi_s \end{cases}, \quad \bar{F}_c(\xi) = \begin{cases} \hat{\eta}_\xi & \xi(\tau) > \xi_s, n=1 \\ 0 & -\xi_s \leq \xi(\tau) \leq \xi_s \\ \hat{\eta}_\xi & \xi(\tau) < -\xi_s, n=2 \end{cases},$$

$$\bar{G}_a(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha < -\alpha_s \\ 0 & -\alpha_s \leq \alpha \leq \alpha_s \\ 1 & \alpha > \alpha_s \end{cases}, \quad \bar{G}_b(\alpha) = \begin{cases} -\alpha_s & \alpha < -\alpha_s \\ 0 & -\alpha_s \leq \alpha \leq \alpha_s \\ \alpha_s & \alpha > \alpha_s \end{cases},$$

$$G_c(\alpha) = \begin{cases} \hat{\eta}_\alpha & \alpha(\tau) > \alpha_s, n=1 \\ 0 & -\alpha_s \leq \alpha(\tau) \leq \alpha_s \\ \hat{\eta}_\alpha & \alpha(\tau) < -\alpha_s, n=2 \end{cases}, \quad (16)$$

با بکارگیری ضرایب بی بعد تعریف شده در رابطه ی (16)، معادلات حاکم (1) و (2)، برای ایرفویل لوزی شکل نازک و ضخیم دارای حرکات انتقالی و پیچشی که به طور الاستیک توسط فنرهای پیچشی و انتقالی خطی-غیرخطی مقید شده است و در معرض میدان جریان مافوق صوت/ماورای صوت قرار دارد به صورت رابطه ی (17) و (18) بیان شده است.

$$\ddot{\xi} + \chi_\alpha \ddot{\alpha} + 2\zeta_h \left(\frac{\bar{\omega}}{U^*}\right) \dot{\xi} + 2e_h \zeta_h \left(\frac{\bar{\omega}}{U^*}\right) \xi^2 \dot{\xi} + \pi \left(\frac{\bar{\omega}}{U^*}\right)^2 \bar{F}_a(\xi) \xi + \left(\frac{\bar{\omega}}{U^*}\right)^2 \bar{F}_b(\xi_s) + \left(\frac{\bar{\omega}}{U^*}\right)^2 \bar{F}_c(\xi) \times [\xi^3 + 3(-1)^n \xi_s \xi^2 + 3\xi_s^2 \xi + (-1)^n \xi_s^3] = \bar{L}$$

$$\left(\frac{\chi_\alpha}{r_\alpha^2}\right) \ddot{\xi} + \ddot{\alpha} + \left(\frac{2\zeta_\alpha}{U^*}\right) \dot{\alpha} + \left(\frac{2\zeta_\alpha}{U^*}\right) e_\alpha \alpha^2 \dot{\alpha} + \left(\frac{1}{U^*}\right)^2 \bar{G}_a(\alpha) \alpha + \left(\frac{1}{U^*}\right)^2 \bar{G}_b(\alpha_s) + \left(\frac{1}{U^*}\right)^2 \bar{G}_c(\xi) \times [\alpha^3 + 3(-1)^n \alpha_s \alpha^2 + 3\alpha_s^2 \alpha + (-1)^n \alpha_s^3] = \bar{M}_{EA}$$

اثر میرایی غیرخطی انتقالی و پیچشی سازه بالک هستند. رابطه ی e_h, e_α مربوط به \bar{L} و \bar{M}_{EA} به صورت رابطه ی (19) و (20) بسط داده شده است.

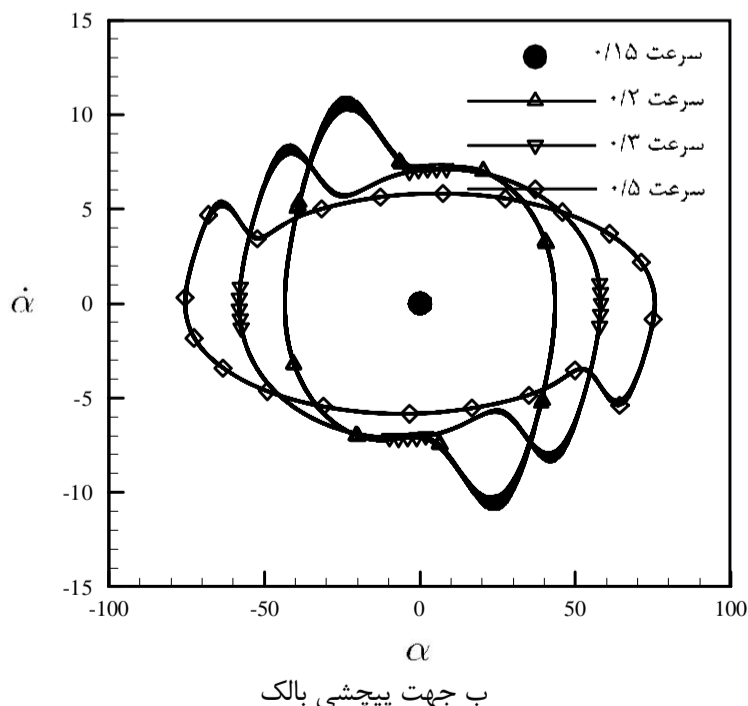
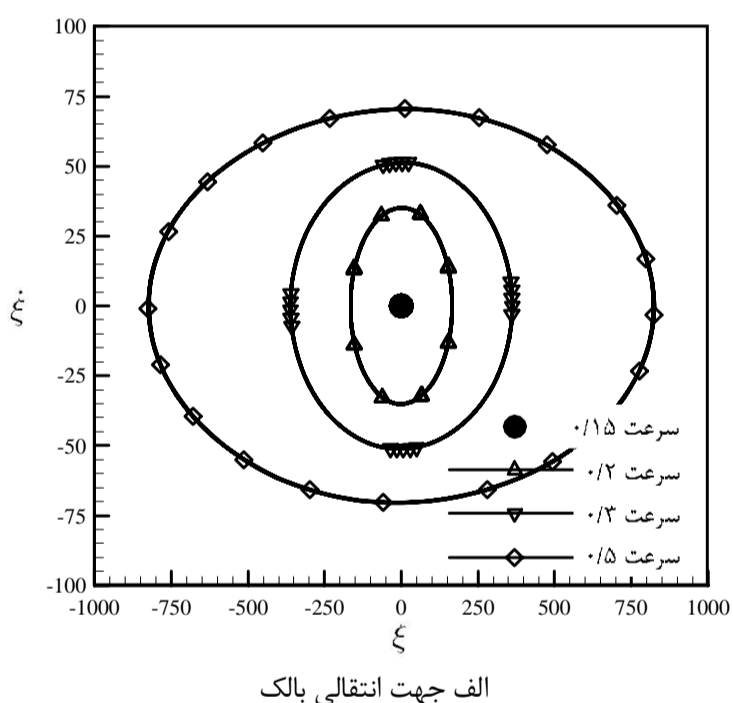
$$\bar{L} = -\frac{\eta}{12M_\infty \mu} [12(\dot{\xi} - a\dot{\alpha} + \alpha) - 3(\gamma + 1)\hat{\tau}\eta M_\infty \dot{\alpha} + M_\infty^2 (\gamma + 1)\eta^2 \{(\dot{\xi} - a\dot{\alpha} + \alpha)[(\dot{\xi} - a\dot{\alpha} + \alpha)^2 + 3\hat{\tau}^2 + \dot{\alpha}^2]\}] \quad (19)$$

$$\bar{M}_{EA} = \frac{\eta}{12M_\infty \mu r_\alpha^2} \left[12 \left[a\dot{\xi} - \left(\frac{1}{3} + a^2\right) \dot{\alpha} + a\alpha \right] + 3(\gamma + 1)\hat{\tau}\eta M_\infty (\dot{\xi} - 2a\dot{\alpha} + \alpha) - M_\infty^2 (\gamma + 1)\eta^2 \times \left\{ \frac{1}{5} \dot{\alpha}^3 - a(\dot{\xi} - a\dot{\alpha} + \alpha) [(\dot{\xi} - a\dot{\alpha} + \alpha)^2 + 3\hat{\tau}^2] + \dot{\alpha} [(\dot{\xi} - a\dot{\alpha} + \alpha)^2 + \hat{\tau}^2 - a\dot{\alpha}(\dot{\xi} - a\dot{\alpha} + \alpha)] \right\} \right] \quad (20)$$

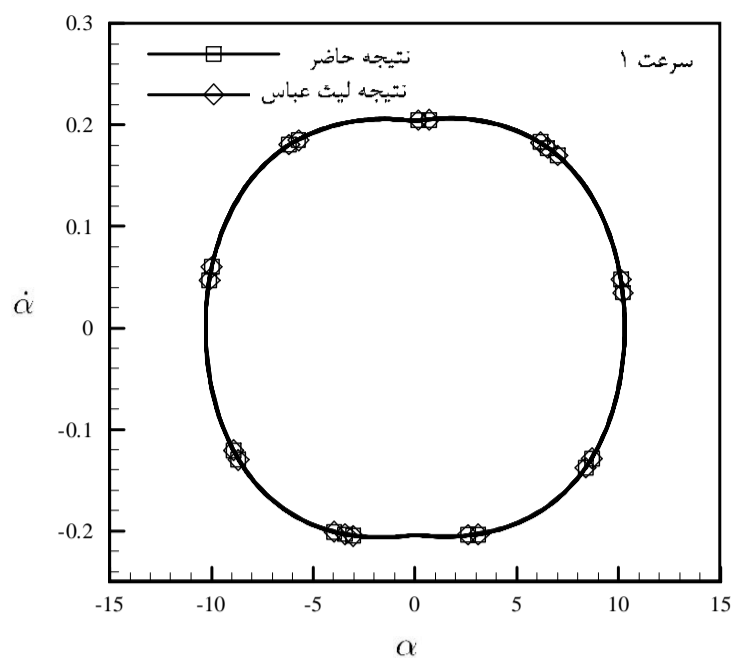
با قرار دادن روابط (19) و (20) در روابط (17) و (18)، شکل کلی معادلات آیرولاستیک بی بعد نهایی ایرفویل در جریان مافوق صوت کامل شده است.

شونده یا سخت شونده از خود دارد. شبیه‌سازی دقیق‌تر رفتار سازه مرتبط با تعیین هرچه دقیق‌تر مدل سفتی سازه است. یک مدل سفتی پیچشی و انتقالی غیرخطی با قابلیت نمایش رفتار سخت شونده یا نرم شونده، بهترین امکان را برای بررسی هرچه دقیق‌تر رفتار آیروالاستیک بالک بوجود می‌آورد. با استفاده از این مدل‌سازی، سازه به شرایط واقعی و فیزیکی نزدیک شده است. شکل 5 الف و ب به بررسی رفتار سیستم بالک مافوق صوت بدون اثرات لقی و میرایی، با سفتی الاستیک خطی برای سرعت‌های بی‌بعد 0/15، 0/2، 0/3 و 0/5 پرداخته است. در تصویر الف نمودار فازی حرکت انتقالی بالک نشان داده شده است. برای سرعت 0/15 سیستم پایدار است و با افزایش سرعت رفتار سیکل محدود با دوره‌های بزرگتر مشاهده شده است. تصویر ب نمودار فازی حرکت پیچشی بالک را نشان داده است. با افزایش سرعت دوره نوسان، سیستم در جهت افزایش زاویه ارتعاشی و کاهش سرعت زاویه‌ای ارتعاشی بالک حرکت کرده است. باید توجه داشت، مقادیر هر دو نمودار بسیار زیاد و غیر واقعی است که بدلیل خطی فرض کردن سیستم است.

شکل 6 الف و ب نمودار فازی بالک در دو جهت حرکت انتقالی و پیچشی، با فرض سفتی غیرخطی در جهت انتقالی به مقدار 10، بدون اثرات لقی و میرایی، فرض شده است. بنابراین با فرض سفتی غیرخطی در جهت انتقالی، تصویر الف حرکت انتقالی بالک را به شکل باند سیکل محدود مستطیلی نشان داده است. با افزایش سرعت جریان (از 0/1 تا 1/5) دوره نوسانی بزرگ‌تر شده است.



شکل 5 نمودار فازی بالک الاستیک خطی ($\dot{\eta}_h = 0, \dot{\eta}_\alpha = 0$)، بدون اثر لقی و میرایی



شکل 4 مقایسه نمودار فازی حرکت پیچشی با ضخامت ($\dot{\tau} = 0.095$)، اثر لقی ($\dot{\eta}_h = 0, \dot{\eta}_\alpha = 10$) و سفتی پیچشی ($\xi_s = 0, \alpha_s = 0.5^\circ$)

جدول 1 مقادیر ورودی مسئله

مقدار	نام متغیر
0/25	χ_α
0/5	r_α
0 تا 0/1	ξ_h, ξ_α
1	η
1/4	γ
0 تا 5 درجه	$\xi(\tau=0), \alpha(\tau=0)$
0	$\dot{\xi}(\tau=0), \dot{\alpha}(\tau=0)$
0 تا 1 درجه	ξ_s, α_s

جدول 2 مقادیر ورودی مسئله

مقدار	واحد	نام متغیر
1/225	kgm^{-3}	ρ_∞
340	ms^{-1}	c_∞
0 تا 0/1		$\dot{\tau}$
0/5	m	b
-0/5		a
1/2, 60, 72	rads^{-1}	$\omega_\xi, \omega_\alpha, \bar{\omega}$
متغیر		$\dot{\eta}_\xi, \dot{\eta}_\alpha$
125		μ

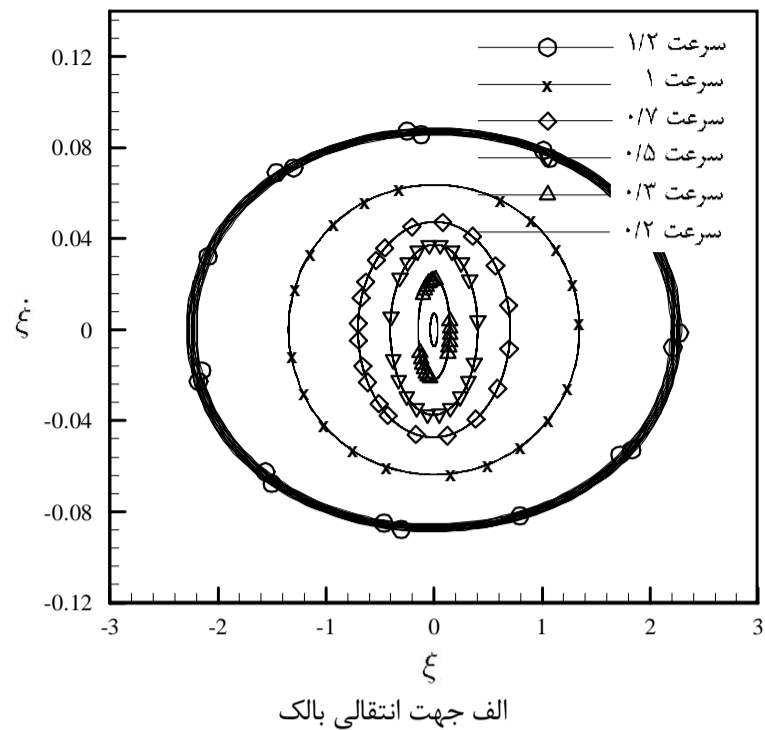
4- نتایج

4-1- ورودی معادلات

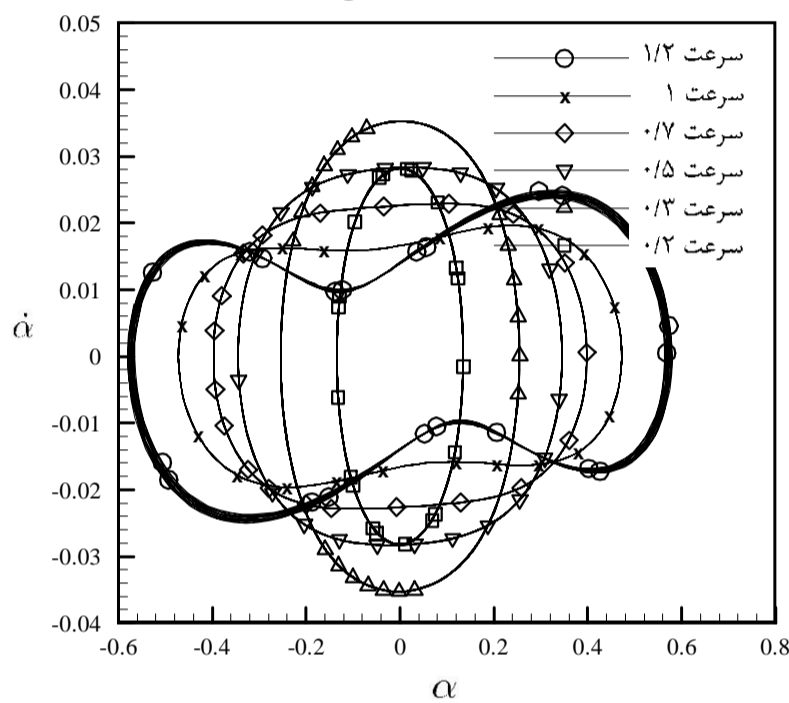
دو حالت مختلف برای استخراج شرایط ناپایداری ایرفویل مافوق صوت فرض شده است. حالت اول بدون اثرات لقی برای ایرفویل با ضخامت متغیر و حالت دوم با حضور اثرات لقی غیرخطی در سفتی مدل سازه ایرفویل فرض شده است. جدول (1) و (2) ورودی‌های متغیرهای مختلف سیستم آیروالاستیک را نشان داده است. جنس سازه با پیش فرض اولیه، آلیاژ تیتانیوم و آلومینیوم است که کاربردهای فراوان در بالک‌های مافوق صوت در سازه‌های هوافضایی مانند بالک کنترلی در جریان آیرودینامیکی، بالک کنترلی در برابر جریان دما بالای خروجی از نازل و ... دارد.

4-2- اثر سفتی پیچشی و انتقالی غیرخطی در رفتار بالک مافوق صوت

یک سازه بالک، باتوجه به مواد، شکل هندسی و ابعاد آن، قابلیت ایجاد رفتار نرم



الف جهت انتقالی بالک



ب جهت پیچشی بالک

شکل 7 نمودار فازی بالک الاستیک با سفتی غیرخطی پیچشی ($\dot{\eta}_h = 0, \dot{\eta}_\alpha = 10$)، بدون اثر لقی ($\xi_s = \alpha_s = 0$) و میرایی ($\zeta_h = \zeta_\alpha = 0$)

شکل 8 الف و ب نمودار فازی حرکت پیچشی و دامنه نوسان حرکت انتقالی بالک بر حسب سرعت بی بعد، برای سفتی انتقالی غیرخطی متغیر (به مقدار 5، 10 و 15)، با فرض سفتی پیچشی خطی، بدون اثر میرایی و لقی، ترسیم شده است. تصویر الف برای سرعت بی بعد 0/7، با افزایش اثر سفتی انتقالی غیرخطی دامنه نوسان حرکت پیچشی کاهش یافته و از باند سیکل محدود به نوسان تک دوره‌ای ساده تبدیل شده است. بنابراین با افزایش اثر ارتعاشی غیرخطی در سفتی انتقالی حرکت نوسانی محدود شده و رفتار ارتعاشی سیکل محدود نیز تغییر کرده است. در تصویر ب با افزایش سرعت دامنه نوسان افزایش یافته و با افزایش اثر سفتی غیرخطی دامنه نوسان کاهش یافته است. افزایش دامنه نوسان با افزایش سرعت ابتدا کوچک و برای سرعت‌های بالاتر از 0/5 افزایش چشم‌گیری داشته است که دلالت بر تغییر رفتار سازه بالک در سرعت‌های کوچک و بزرگ است.

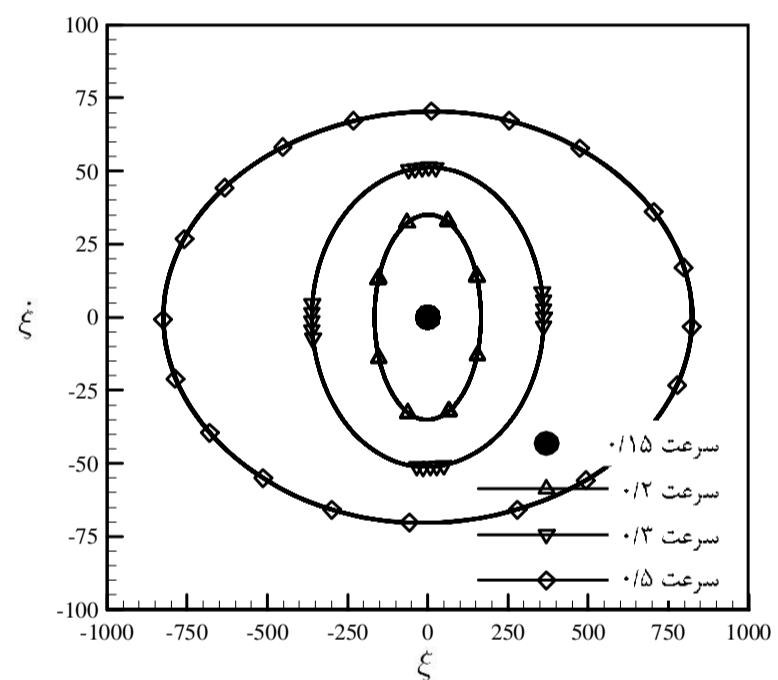
شکل 9 الف و ب نمودار فازی حرکت پیچشی و دامنه نوسان حرکت انتقالی بالک بر حسب سرعت بی بعد، برای سفتی پیچشی غیرخطی متغیر (به مقدار 5، 10 و 15)، با فرض سفتی انتقالی خطی، بدون اثر میرایی و لقی، ترسیم شده است. تصویر الف برای سرعت بی بعد 1، با افزایش اثر سفتی پیچشی غیرخطی دامنه نوسان حرکت پیچشی کاهش یافته و از باند سیکل محدود به نوسان تک دوره‌ای ساده مستطیلی تبدیل شده است. همین‌طور

تصویر ب نمودار فازی حرکت پیچشی بالک را برای سرعت‌های مختلف نشان داده است. با افزایش سرعت رفتار سیکل محدود از حالت باند بیضوی به لوزی گون تغییر شکل داده و دامنه نوسان بزرگتر شده است. با اثر سفتی غیرخطی انتقالی نسبت به حالت سیستم با سفتی خطی، دامنه نوسان سیستم بسیار کوچک‌تر و منطقی شده است.

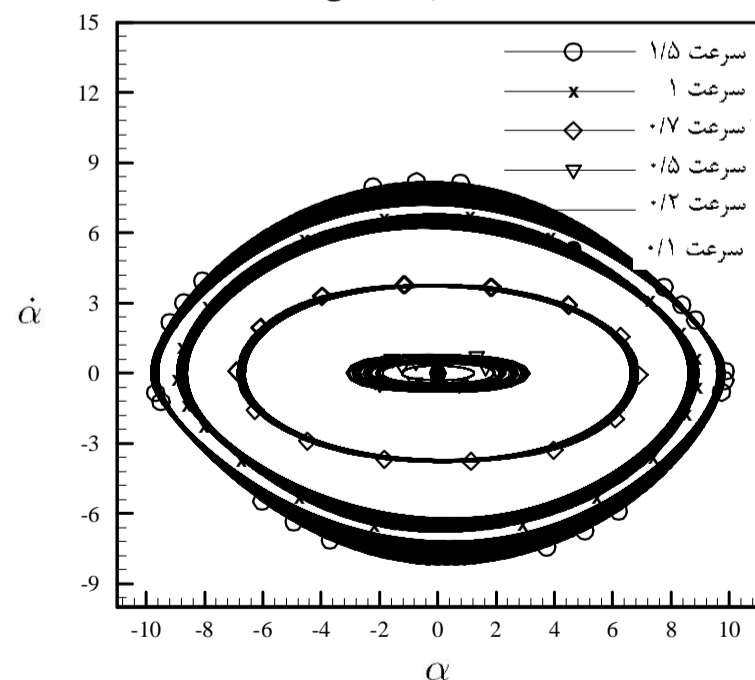
بنابراین اثر سفتی غیرخطی در شبیه‌سازی صحیح رفتار بالک مافوق صوت بسیار اهمیت دارد.

شکل 7 الف و ب نمودار فازی بالک در دو جهت حرکت انتقالی و پیچشی، با فرض سفتی الاستیک غیرخطی در جهت پیچشی به مقدار 10، بدون اثرات لقی و میرایی، فرض شده است. بنابراین با فرض سفتی غیرخطی در جهت پیچشی، تصویر الف حرکت انتقالی بالک را به شکل سیکل محدود دایروی و بیضوی نشان داده است. با افزایش سرعت جریان (از 0/2 تا 1/2) دوره نوسانی بزرگتر شده است. تصویر ب نمودار فازی حرکت پیچشی بالک را برای سرعت‌های مختلف نشان داده است.

با افزایش سرعت، دامنه نوسان افزایش یافته و سرعت نوسان کاهش یافته و سیستم رفتار پیچیده‌تری از خود نشان داده است. اثر سفتی غیرخطی پیچشی نسبت به انتقالی باعث کاهش مشخص محدوده‌ی نوسان بالک شده است.

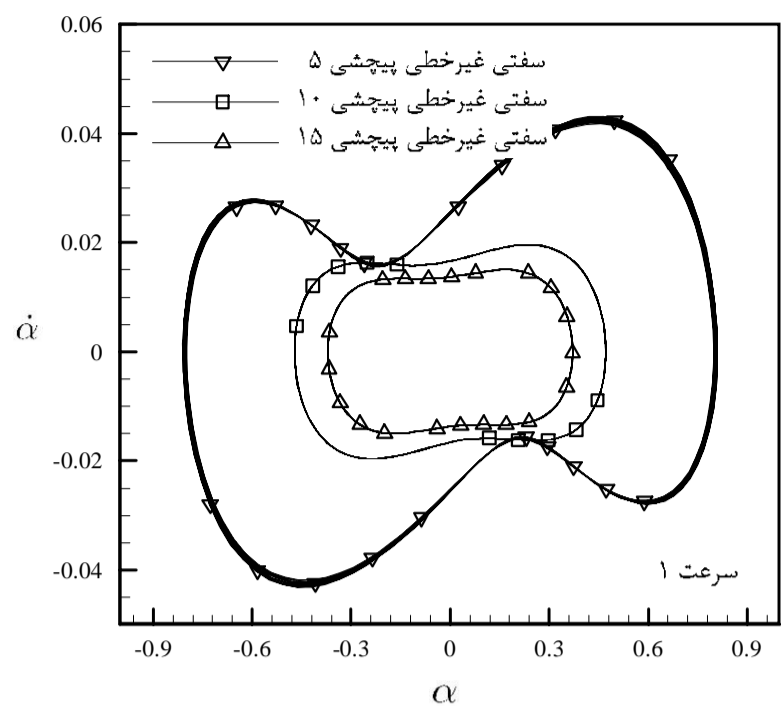


الف جهت انتقالی بالک

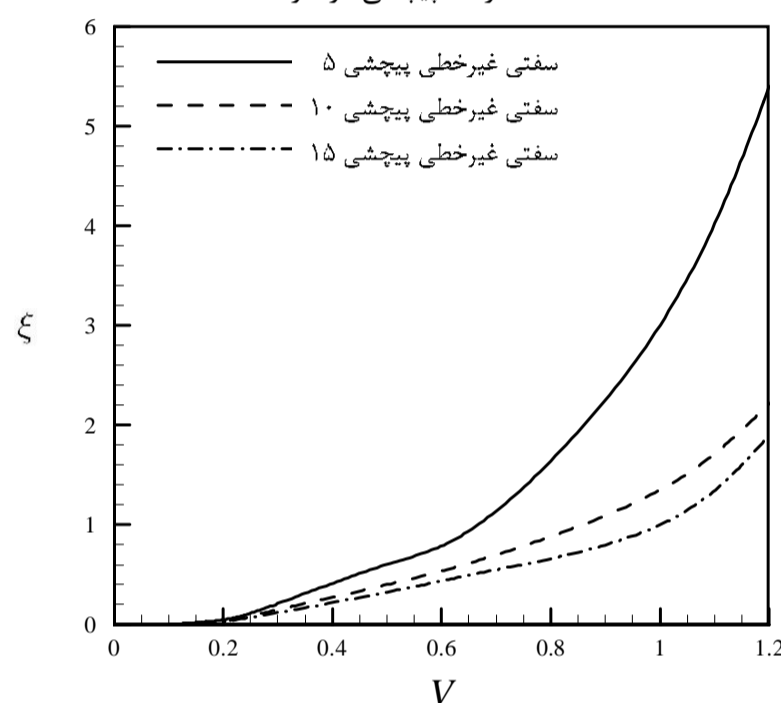


ب جهت پیچشی بالک

شکل 6 نمودار فازی بالک الاستیک با سفتی غیرخطی انتقالی ($\dot{\eta}_h = 10, \dot{\eta}_\alpha = 0$)، بدون اثر لقی ($\xi_s = \alpha_s = 0$) و میرایی ($\zeta_h = \zeta_\alpha = 0$)



الف حرکت پیچشی در سرعت 1



ب دامنه نوسان

شکل 9 نمودار فازی الف) حرکت پیچشی و ب) دامنه نوسان حرکت انتقالی بالک برای سفتی پیچشی غیرخطی ($\eta_\alpha = 5, 10, 15$)

بنابراین، برای سرعت‌های کمتر از 0/7 سیستم رفتار سخت شونده و برای سرعت بالای 0/7، رفتار نرم شونده نشان داده است.

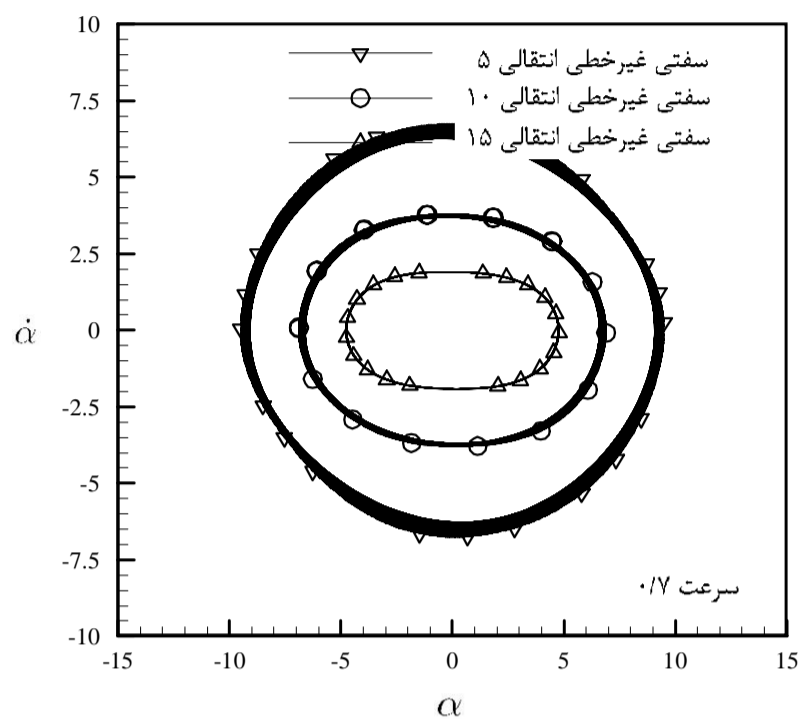
اما برای حالت سفتی غیرخطی پیچشی 5 که با خط پر نشان داده شده، با افزایش سرعت، دامنه نوسان مطابق آنچه بیان شد (شکل 9)، در حال افزایش دائمی و فرکانس غیرخطی انتقالی، مطابق شکل در حال کاهش دائمی است.

بنابراین سیستم کاملاً رفتار نرم شونده از خود نشان داده است. در این مرحله هدف بررسی اثر سفتی غیرخطی پیچشی و انتقالی و تعیین رفتار سازه بالک در جریان مافوق است.

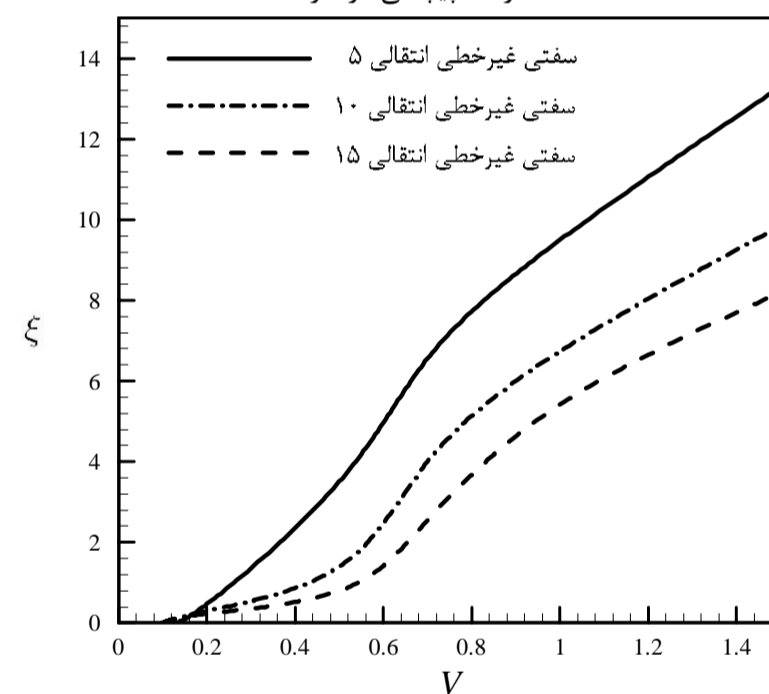
3-4- اثر میرایی پیچشی و انتقالی غیرخطی در رفتار بالک مافوق صوت

هر مدل سازه صنعتی با کاربرد هوافضایی دارای یک مقدار اندک میرایی است. اثر میرایی در پایداری سازه در حوزه تحلیل ارتعاشی، بسیار مهم است. با توجه به اندک بودن مقدار میرایی، در بسیاری از تحقیقات اثر آن حذف شده است، اما در تحلیل فلاتر و آیروالاستیک بالک، با توجه به حساسیت رفتار بالک به اثرات میرایی، امکان تغییر رفتار و مرز فلاتر با اعمال میرایی سازه‌ای، وجود دارد. بنابراین این بخش را به بررسی اثر میرایی در رفتار پسا فلاتر بالک اختصاص داده‌ایم.

دامنه سیکل محدود، با در نظر گرفتن اثر سفتی غیرخطی پیچشی نسبت به انتقالی، در معادله سازه بالک، کاهش قابل توجهی در دامنه نوسان نشان داده است. در تصویر ب با افزایش سرعت، دامنه نوسان افزایش یافته و با افزایش اثر سفتی غیرخطی، دامنه نوسان کاهش یافته است. افزایش دامنه نوسان با افزایش سرعت تقریباً به صورت یکنواخت در حال افزایش است، برخلاف شکل 8 ب که دامنه نوسان برحسب سرعت جریان رفتار متفاوتی نشان داده است.



الف حرکت پیچشی در سرعت 0/7

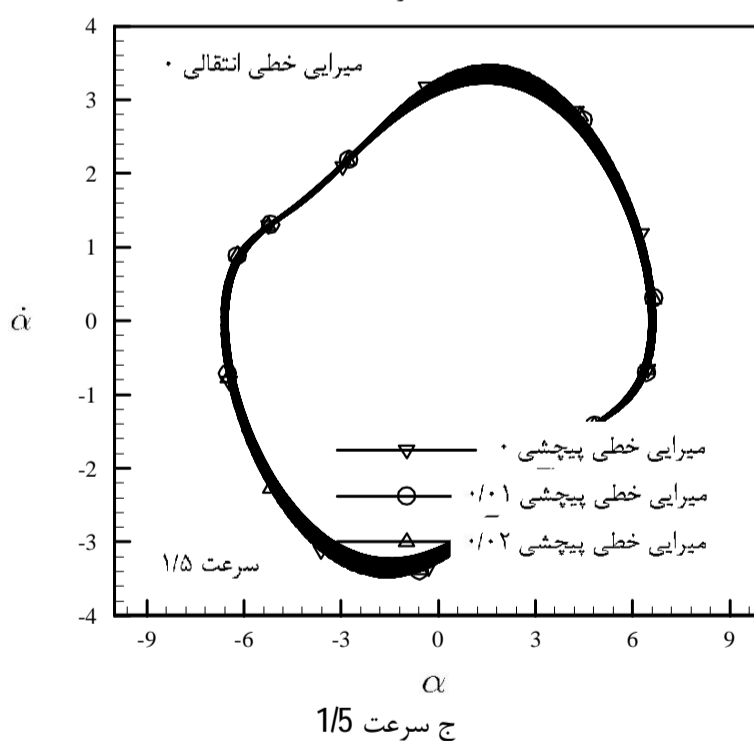
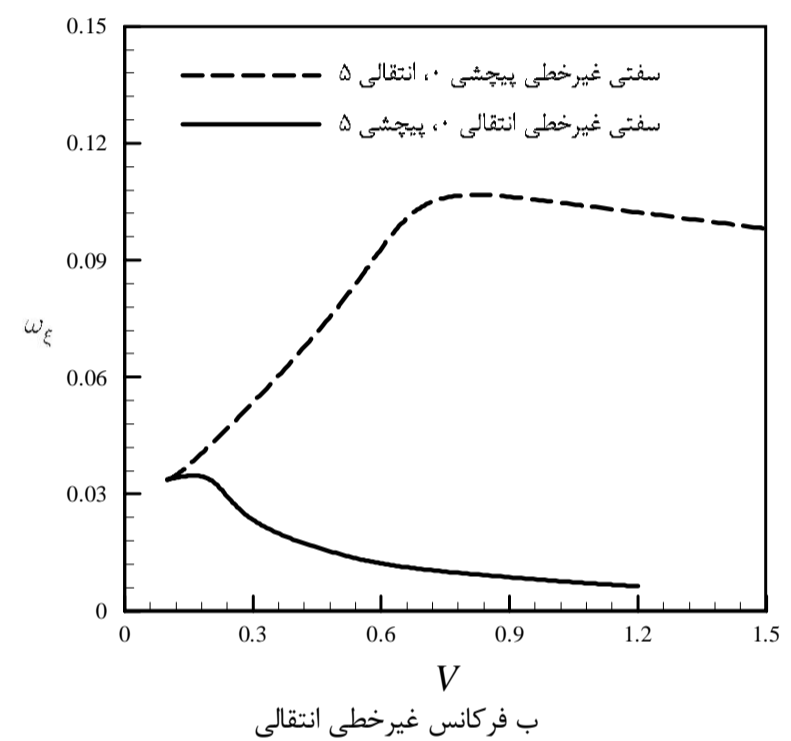
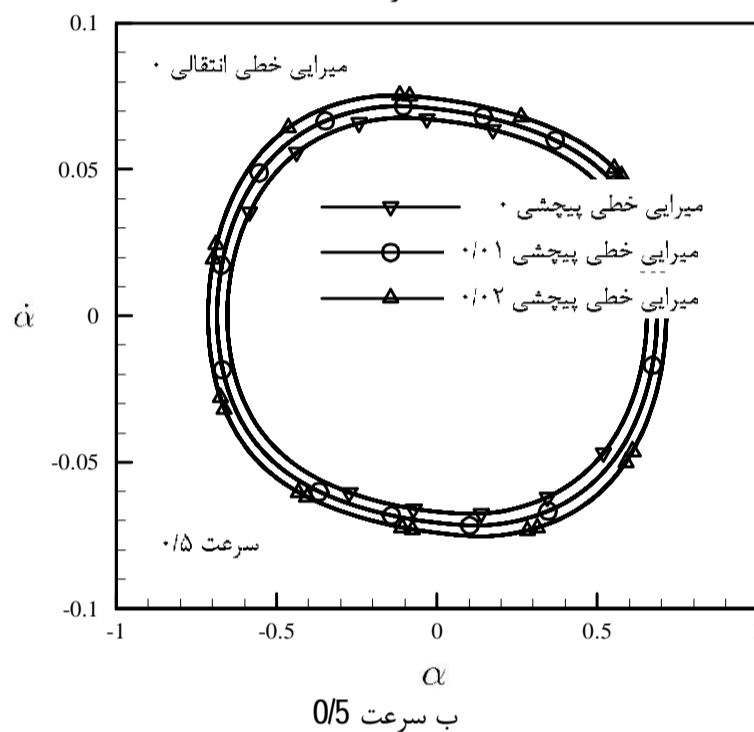
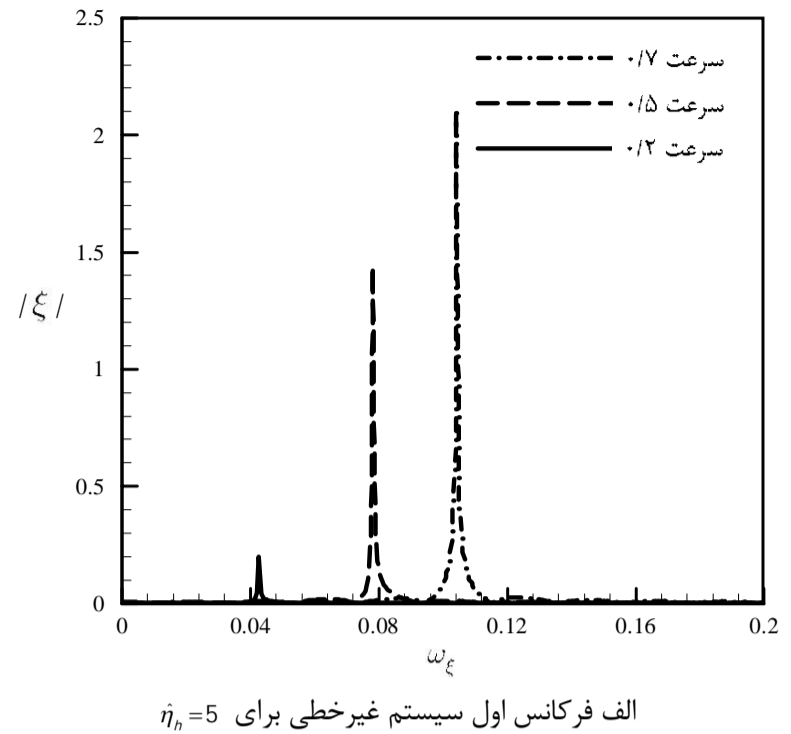
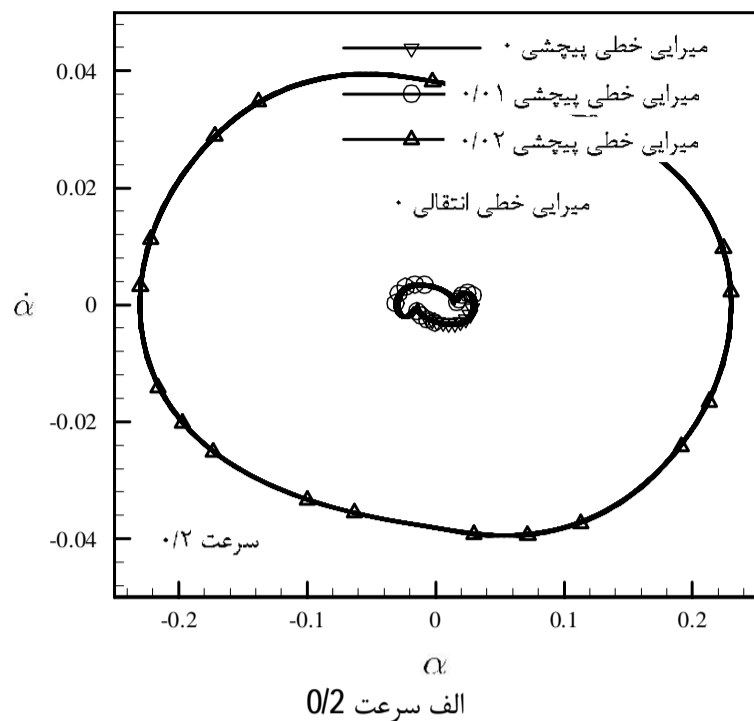


ب دامنه نوسان

شکل 8 نمودار فازی حرکت پیچشی و دامنه نوسان حرکت انتقالی بالک برای سفتی انتقالی غیرخطی ($\eta_\alpha = 5, 10, 15$)

در واقع با حضور سفتی غیرخطی پیچشی، شیب تغییرات دامنه نوسان با افزایش سرعت همواره مثبت (شکل 9الف) اما، با حضور سفتی غیرخطی انتقالی، شیب تغییرات دامنه نوسان ابتدا مثبت و سپس منفی است (شکل 8ب).

شکل 10 الف فرکانس اول سیستم غیرخطی با اثر سفتی غیرخطی انتقالی به مقدار 5 برای سرعت بی‌بعد 0/2، 0/5 و 0/7 ترسیم شده است. با افزایش سرعت، فرکانس اول افزایش یافته و ارزش این فرکانس در مقایسه، افزایش یافته است. تصویر ب تغییر فرکانس غیرخطی انتقالی بالک برحسب افزایش سرعت نشان داده شده است. برای حالت سفتی غیرخطی انتقالی 5 که با خط چین نشان داده شده، با افزایش سرعت همانطور که مشاهده شد، دامنه نوسان افزایش دائمی دارد اما تا سرعت حدود 0/7، فرکانس انتقالی افزایش و سپس کاهش یافته است.



شکل 10 الف فرکانس غیرخطی انتقالی برای سرعت‌های مختلف، ب تغییر فرکانس غیرخطی بر حسب سرعت جریان برای حالت $(\hat{\eta}_h=0, \hat{\eta}_\alpha=5)$ و $(\hat{\eta}_h=5, \hat{\eta}_\alpha=0)$

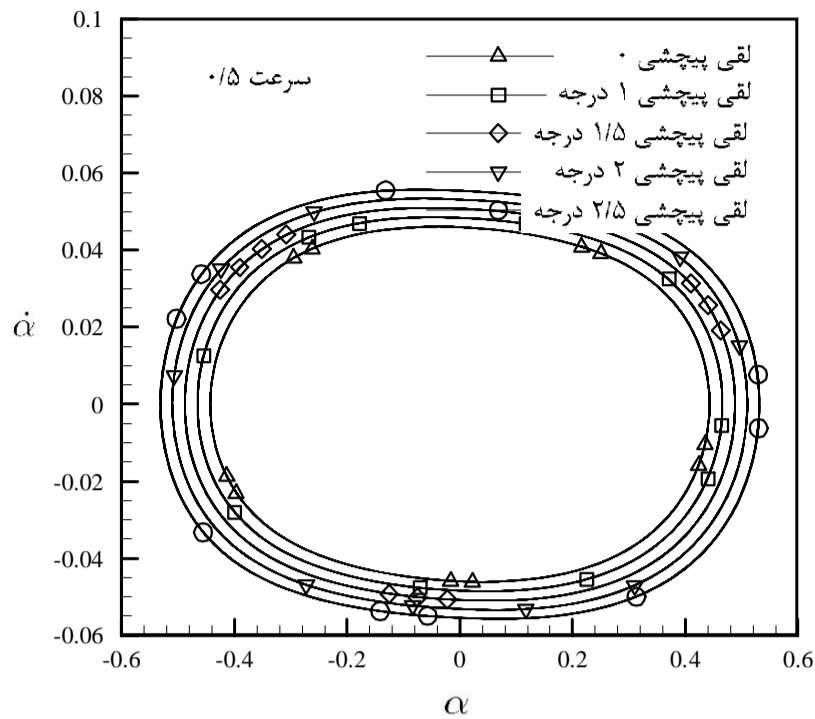
شکل 11 الف، ب و ج به بررسی اثر میرایی پیچشی خطی سازه در رفتار آیرودلاستیک بالک در سرعت بی بعد $0/2$ ، $0/5$ و $1/5$ ، پرداخته است. میرایی انتقالی سیستم سازه صفر فرض شده و ضریب سفتی غیرخطی پیچشی و انتقالی برابر 5 و اثر لقی بالک در حرکت انتقالی $0/05$ و در حرکت پیچشی 1 درجه فرض شده است. در تصویر الف برای سرعت بی بعد $0/2$ ، رفتار بالک سیکل محدود است که برای میرایی پیچشی خطی سازه 0 و $0/01$ ، سیکل محدود سیستم برهم منطبق است و با افزایش مقدار میرایی به $0/02$ ، دامنه نوسان افزایش قابل توجهی نشان داده است. بنابراین، با افزایش میرایی خطی پیچشی، پایداری سیستم کاهش یافته و دامنه نوسان افزایش یافته است.

تصویر ب نمودار فازی برای سرعت بی بعد $0/5$ است. با افزایش میرایی پیچشی سازه، دامنه نوسان سیکل محدود ساده سیستم، افزایش یکنواختی نشان داده و تغییرات خیلی کم شده است.

در واقع با افزایش سرعت، اثر میرایی پیچشی در تغییر رفتار سیستم سازه کاهش یافته است. تصویر ج باند سیکل محدود سازه غیرخطی در اثر تغییر میرایی پیچشی را برای سرعت بی بعد $1/5$ نشان داده است. در این سرعت اثر تغییر میرایی پیچشی کاملاً حذف شده و تغییر میرایی تأثیری در رفتار سیکل محدود ندارد و تنها یک رفتار مشخص شده است. بنابراین با افزایش سرعت جریان، اثر میرایی پیچشی سازه در تعیین رفتار سازه کاهش یافته است.

شکل 11 نمودار فازی بالک غیرخطی براساس تغییر میرایی خطی پیچشی $(\zeta_\alpha=0, 0.01, 0.02)$ ، برای میرایی انتقالی $(\zeta_h=0)$ و سفتی پیچشی و انتقالی $(\hat{\eta}_h=5, \hat{\eta}_\alpha=5)$ و اثر لقی $(\zeta_s=0.05, \alpha_s=1^\circ)$

شکل 12 الف و ب نمودار فازی مربوط به اثر میرایی غیرخطی پیچشی برای میرایی خطی پیچشی $0/01$ و $0/02$ ، برای میرایی خطی انتقالی 0 است. سرعت جریان $0/5$ و ضریب میرایی غیرخطی انتقالی 0 فرض شده است. سفتی انتقالی و پیچشی غیرخطی 5، لقی انتقالی $0/05$ و لقی پیچشی 1



شکل 13 نمودار فازی برای سرعت 0/5، سفتی پیچشی و انتقالی ($\eta_h = 10, \eta_\alpha = 10$) و اثر لقی ($\xi_s = 0, \alpha_s = 0, 1^\circ, 1.5^\circ, 2^\circ, 2.5^\circ$)

شکل 13 نمودار فازی سیستم بالک در سرعت 0/5 با ضریب سفتی پیچشی و انتقالی 10، بدون اثر میرایی و لقی انتقالی، برای لقی‌های پیچشی متفاوت ترسیم شده است. همانطور که مشاهده شده است، با افزایش لقی پیچشی، دامنه نوسان سیکل محدود سیستم افزایش یافته است. بنابراین اثر لقی پیچشی اثر ناپایدار کننده دارد.

شکل 14 الف و ب مربوط به بررسی اثر لقی انتقالی و پیچشی در رفتار بالک با سفتی غیرخطی پیچشی 10 و انتقالی 0 و 10، بدون اثر میرایی است. تصویر الف نمودار فازی حرکت انتقالی در سرعت 0/2 است. اثر لقی بطور کلی باعث افزایش دامنه نوسان از نوع سیکل محدود شده است. ترکیب اثر لقی انتقالی و پیچشی باعث رفتار سیکل محدود پیچیده‌تری با افزایش دامنه نوسان و کاهش سرعت نوسان شده است. اثر سفتی غیرخطی پیچشی مهمتر از انتقالی است و سفتی پیچشی تعیین کننده رفتار سیستم است.

تصویر ب نمودار فازی حرکت انتقالی در سرعت 0/5 است. با افزایش سرعت از 0/2 به 0/5 اثر سفتی انتقالی نیز اهمیت بیشتری یافته و در تعیین رفتار نوسانی سیستم تاثیرگذار شده است. با افزایش اثر لقی دامنه نوسان افزایش یافته و با افزایش سفتی غیرخطی انتقالی دامنه کاهش یافته است. برعکس نمودار الف، با اعمال اثر لقی پیچشی و انتقالی، کاهش زیاد دامنه نوسان و محدود شدن رفتار سیکل محدود سیستم مشاهده شده است. بنابراین با افزایش سرعت، اثر ترکیبی لقی در دو جهت در تعیین رفتار پسا فلاتر سیستم بسیار موثر است.

4-5- اثر ضخامت در رفتار بالک مافوق صوت

تعیین ضخامت بالک در طراحی یک سیستم هوایی یا فضایی، با توجه به نوع ماموریت سامانه، سرعت حرکت در مسیر، مکان پرتاب و میزان مانورپذیری آن متغیر است و باید مورد مطالعه دقیق قرار گرفته و سپس تعیین شود. بنابراین یکی از جنبه‌های بررسی رفتار آیروداستیک بالک در اثر تغییر ضخامت وجود این مهم است.

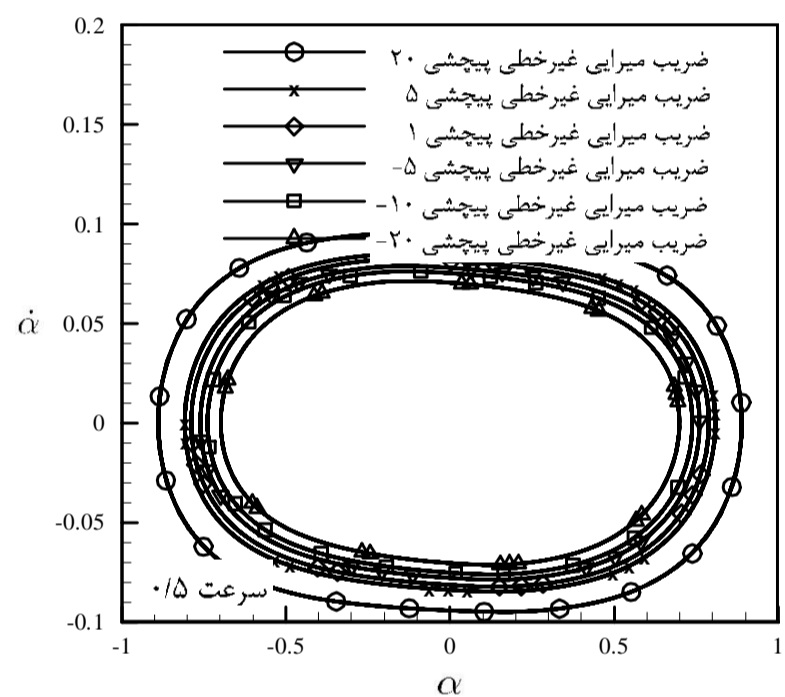
شکل 15 الف و ب نمودار فازی حرکت پیچشی سیستم برای سرعت 1، به ترتیب برای سفتی پیچشی 5 و سفتی انتقالی 5، بدون اثرات لقی برای ضخامت‌های متفاوت بالک ترسیم شده است. ضخامت صفر مربوط به بالک تخت و یکنواخت است و ضخامت غیر صفر مربوط به بیشینه تغییر ضخامت بالک لوزی شکل در وسط آن می‌باشد.

درجه فرض شده است. در تصویر الف برای میرایی پیچشی 0/01، با کاهش ضریب میرایی پیچشی غیرخطی از 20 تا -20، دامنه نمودار فازی سیکل محدود سیستم کاهش یافته است. این کاهش یکنواخت، محدود و رفتار سیستم سیکل محدود تک حلقه‌ای است. تصویر ب برای ضریب میرایی 0/02 ترسیم شده است. با کاهش ضریب میرایی غیرخطی پیچشی از 20 تا -20، دامنه نوسان سیکل محدود کاهش یافته و در -20 رفتار چند دوره‌ای پیدا نموده است. بنابراین، اثر میرایی پیچشی غیرخطی منفی، باعث افزایش پایداری سیستم و کاهش دامنه نوسان شده است.

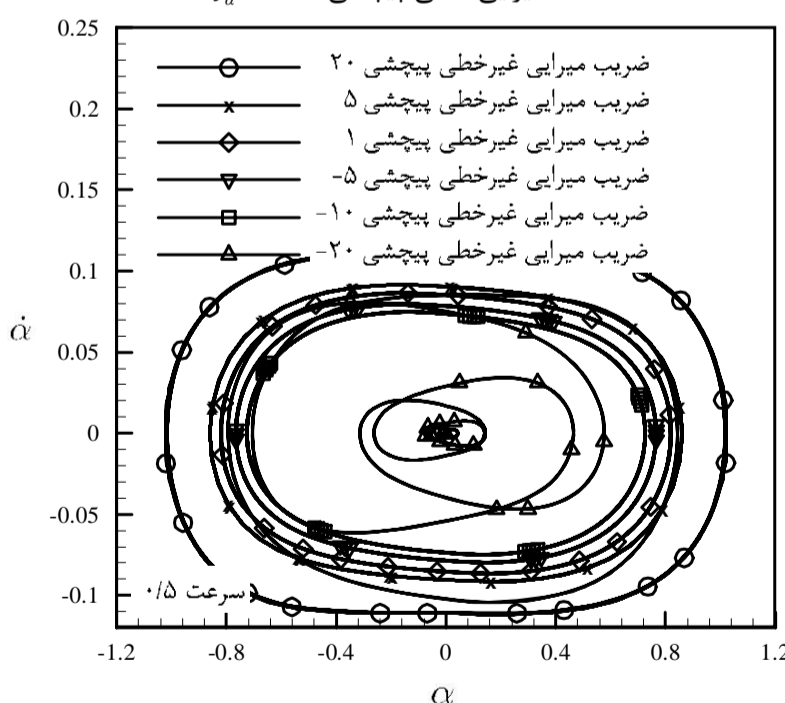
4-4- اثر لقی پیچشی و انتقالی در رفتار بالک مافوق صوت

با توجه به اینکه هر سامانه هوایی (یا فضایی) یک طول عمر مشخص و محدودی دارد، در زمان کاربری از بالک امکان تغییر محدوده و میزان لقی بالک وجود دارد، همین‌طور اشتباهات یا نقص‌های تولید می‌تواند در میزان لقی بالک موثر باشد.

بنابراین تغییر این پارامترها کاملاً علمی و براساس تجربیات و گلوگاه‌های طراحی در نظر گرفته شده است.

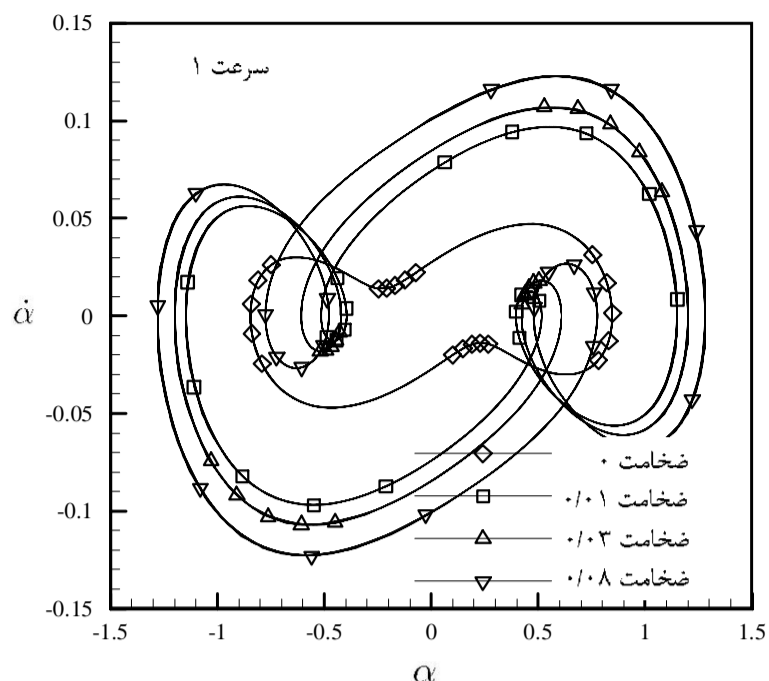


الف میرایی خطی پیچشی $\zeta_\alpha = 0.01$

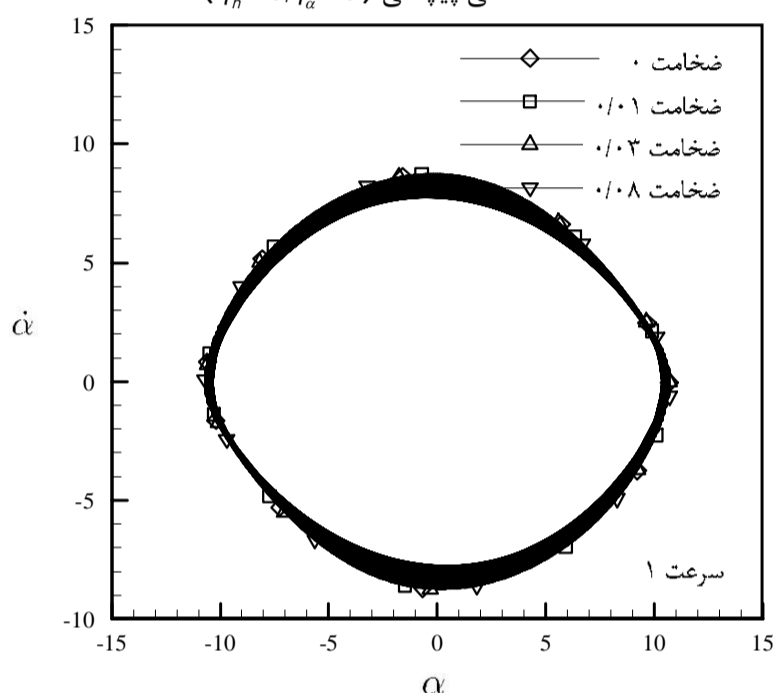


ب میرایی خطی پیچشی $\zeta_\alpha = 0.02$

شکل 12 نمودار فازی حرکت پیچشی برای سرعت 0/5، میرایی انتقالی ($\zeta_h = 0$)، ضریب میرایی غیرخطی انتقالی ($e_h = 0$)، ضریب میرایی غیرخطی پیچشی ($e_\alpha = 20, 5, 1, -5, -10, -20$)، سفتی پیچشی و انتقالی ($\eta_h = 5, \eta_\alpha = 5$) و اثر لقی ($\xi_s = 0.05, \alpha_s = 1^\circ$)



الف سفتی پیچشی ($\dot{\eta}_h=0, \dot{\eta}_\alpha=5$)



ب سفتی انتقالی ($\dot{\eta}_h=5, \dot{\eta}_\alpha=0$)

شکل 15 نمودار فازی حرکت پیچشی، برای سرعت 1، ضخامت (0.01, 0.03, 0.08) ($\dot{\tau}$)

مدل جریان مافوق صوت با تئوری پیستون غیرخطی مرتبه 3 مدل شده که با توجه به تحلیل‌ها و نتایج مقالات مختلف بسیار قابل قبول و مورد اطمینان است. بنابراین، ترکیب مدل سازه غیرخطی با اثرات میرایی غیرخطی کاملاً جدید و نتایج بدست آمده با راستی آزمایشی کامل نکات قابل توجه و مهمی را نشان داده است که تاکنون مورد بحث و بررسی قرار نگرفته است. در تحلیل حاضر نتایج کلی زیر قابل استخراج است.

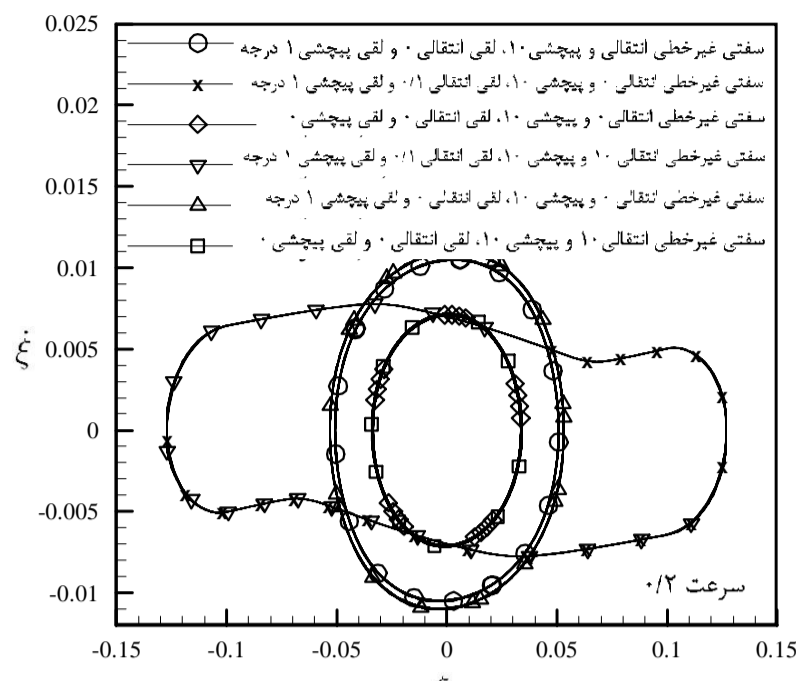
- سفتی پیچشی یا انتقالی سازه باید حتماً غیرخطی فرض شود، در غیر این صورت برای سفتی خطی سازه، نتایج غیر واقعی خواهند بود.

- اثر سفتی غیرخطی پیچشی سازه دارای اهمیت بیشتری است و نقش کنترل‌کنندگی بیشتری از خود نشان داده است.

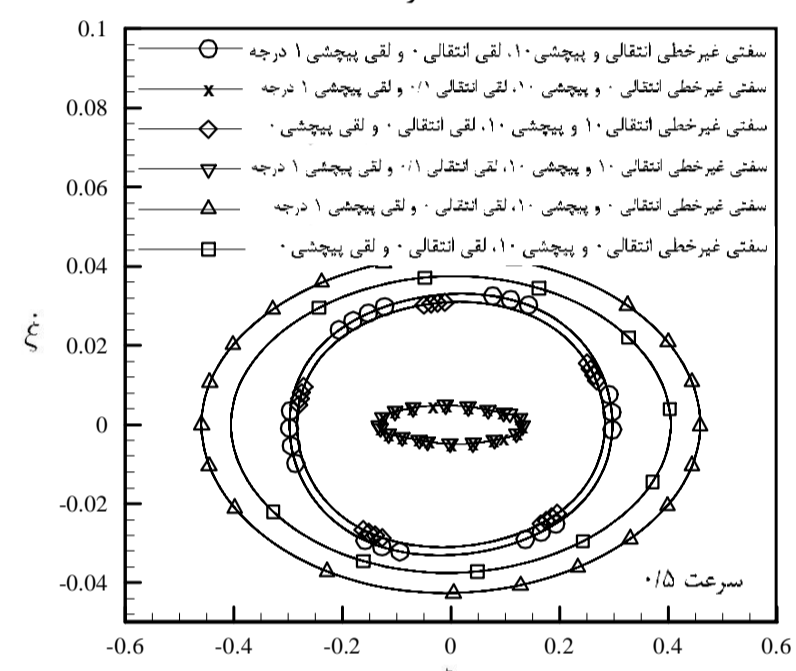
- در حضور فقط سفتی غیرخطی پیچشی، سازه بالک در جریان مافوق صوت، با افزایش سرعت، کاملاً رفتار نرم شونده نشان داده است. اما، برای حضور سفتی انتقالی تنها، رفتار سازه برای سرعت‌های پایین‌تر سخت شونده و برای سرعت‌های بالاتر نرم شونده است.

- میرایی انتقالی بسیار اثر پایدار کننده برای بالک دارد و مقادیر کم آن نیز پایدار کننده است.

- افزایش سرعت باعث کاهش اثر میرایی در رفتار پسا فلاتر بالک شده است. میرایی مثبت پیچشی اثر ناپایدار کننده و میرایی منفی اثر پایدار کننده دارند و با تغییر میرایی رفتار پسا فلاتر تغییر خواهد کرد.



الف سرعت 0/2



ب سرعت 0/5

شکل 14 نمودار فازی در سرعت 0/2 و 0/5 برای اثرات سفتی و لقی متفاوت

در تصویر الف برای سفتی انتقالی صفر و سفتی پیچشی 5، بالک بدون ضخامت رفتار سیکل محدود تک حلقه از خود نشان داده است و با افزایش ضخامت رفتار سیکل محدود دو حلقه به همراه افزایش دامنه نوسان مشاهده شده است. بنابراین افزایش ضخامت اثر ناپایدار کننده در حرکت پیچشی بالک دارد.

تصویر ب برای سفتی انتقالی 5 بدون سفتی پیچشی، برای سرعت 1، باند سیکل محدود تک حلقه‌ای مشابهی را برای ضخامت‌های گوناگون نشان داده است. بنابراین در این سرعت، تغییر ضخامت تاثیری بر حرکت پیچشی سیستم ندارد.

5- نتیجه گیری نهایی

تحلیل آیرودلاستیک رفتار بالک دوبعدی مافوق صوت از جنبه‌های مختلف بسیار قابل توجه و پیچیده است. همواره سعی در تحلیل دقیق‌تر و شبیه‌سازی کامل‌تری از مدل سازه و جریان آیرودینامیک اطراف بالک شده است.

در تحقیق حاضر سعی شده یک تحلیل کامل از رفتار آیرودلاستیک بالک کاملاً غیرخطی برای تعیین مرز ناپایداری و رفتار پسا فلاتر انجام شود. برای این منظور بالک با مدل سفتی سازه‌ای پیچشی و انتقالی غیرخطی مرتبه 3 و میرایی سازه‌ای پیچشی و انتقالی غیرخطی مرتبه 2 و اثرات پیچیده لقی پیچشی و انتقالی که باعث افزایش قابل توجه زمان حل مسئله شده، در نظر گرفته شده است.

- [7] L. Librescu, Aeroelastic stability of orthotropic heterogeneous thin panels in the vicinity of the flutter critical boundary, part one: Simply supported panels, *Journal of Mecanique*, Vol. 4, No. 1, pp. 51-76, 1965.
- [8] D.S. Woolston, H.L. Ruayan, R.E. Andrews, An investigation of effects of certain types of structural nonlinearities on wing and control surface flutter, *Journal of Aeronautic Sciences*, Vol. 24, No. 1, pp. 57-63, 1957.
- [9] D. Tang, E.H. Dowell, Comparison of theory and experiment for non-linear flutter and stall response of a helicopter blade. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 165, No. 2, pp. 251-276, 1993.
- [10] T. O'Neil, T.W. Strganac, Aeroelastic response of a rigid wing supported by nonlinear springs, *Journal of Aircraft*, Vol. 35, No. 3, pp. 205-334, 1999.
- [11] B.H.K. Lee, S.J. Price, Y.S. Wong, Non-linear aeroelastic analysis of airfoils bifurcation and chaos, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 35, No. 3, 1999.
- [12] Y.R. Yang, KBM method of analyzing limit cycle flutter of a wing with an external store and comparison with a wind-tunnel test. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 187, pp. 271-280, 1995.
- [13] Y.R. Yang, L.C. Zhao, Sub-harmonic bifurcation analysis of wing with store flutter. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 157, pp. 477-484, 1992.
- [14] D. Dessi, F. Mastroddi, Limit-cycle stability reversal via perturbation and wing-flap flutter. *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 19, pp. 765-783, 2004.
- [15] D. Dessi, F. Mastroddi, L. Morino, Limit-cycle stability reversal near a Hopf bifurcation with aeroelastic applications, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 256, pp. 347-365, 2002.
- [16] S.L. Lau, W.S. Zhang, Nonlinear vibration of piecewise linear systems by incremental harmonic balance method. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 59, pp. 153-160, 1992.
- [17] C. DengQing, N. Zhao, Active control of supersonic/hypersonic aeroelastic flutter for a two-dimensional airfoil with flap, *Science china Technological Sciences*, Vol. 54, No. 8, pp. 1943-1953, 2011.
- [18] N. Yaobin, W. Zhongwei, Z. Weihua, Flutter analysis of a supersonic composite airfoil skin by using the differential quadrature method, *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 48, No. 5, 2012.
- [19] A. Algaba, F. Fernandez-Sanchez, M. Merino, A. Rodriguez-Luis, Comments on the paper "Chaotic motions of two-dimensional airfoil with cubic nonlinearity in supersonic flow", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 28, pp. 431-434, 2013.
- [20] M. Ghorevshi, R. Cummings, Challenges in the aerodynamics modeling of an oscillating and translating airfoil at large incidence angles, *Journal of Aerospace Science and Technology*, Vol. 28, pp. 176-190, 2013.
- [21] Y.C. Fung, The theory of aeroelasticity, *John Wiley & Sons, Inc*, New York, 1955.
- [22] G.R. Abdollahzade, M. Bayat, M. Shahidi, G. Domairry, M. Rostamian, Analysis of Dynamic Model of a Structure with Nonlinear Damped Behavior, *Journal of Engineering and Technology*, Vol. 2, No. 2, pp. 160-168, 2010.
- [23] S.L. Han, T. Kinoshita, Nonlinear Damping Identification in Nonlinear Dynamic System Based on Stochastic Inverse Approach, *Mathematical Problems in Engineering*, 2012.
- [24] G. Zheng, Y. Yang, Chaotic Motions And Limit Cycle Flutter Of Two-Dimensional Wing In Supersonic Flow, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 21, No. 5, pp. 441-448, 2008.
- [25] L. Abbas, Q. Chen, K. O'Donnell, D. Valentine, P. Marzocca, Numerical studies of a non-linear aeroelastic system with plunging and pitching freeplays in supersonic/hypersonic regimes, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 11, pp. 405-418, 2007.
- [26] H. Ashley, G. Zartarian, Piston theory a new aerodynamic tool for the aeroelastician, *Journal of the Aerospace Science*, Vol. 23, No. 10, pp. 1109-1118, 1956.
- [27] B.J. Thuruthimattam, P.P. Friedmann, J.J. McNamara, K.G. Powell, Modeling approaches to hypersonic aeroelasticity, *ASME*, 2002.
- [28] P.P. Friedmann, J.J. McNamara, B.J. Thuruthimattam, I. Nydick, Aeroelastic analysis of Hypersonic vehicles, *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 19, pp. 681-712, 2004.
- [29] H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, 2D Curved plate Non-linear vibration and Aeroelastic analysis with in-plane and Supersonic Aerodynamic load in Time domain, *Mechanics Journal of Tarbiat modares*, Vol. 14, No. 15, pp. 405-413, 2014. (In Persian)

- اثر لقی پیچشی و انتقالی در رفتار پسا فلاتر بالک بسیار پیچیده است و بطور کلی در سرعت‌های کم باعث افزایش ناپایداری و ایجاد رفتار پیچیده در بالک شده‌اند. اما در سرعت‌های بالاتر امکان پایدار کنندگی و کاهش دامنه نوسانات را دارند.

- با اعمال سفتی پیچشی در بالک، اثر ضخامت باعث افزایش ناپایداری و افزایش دامنه ارتعاشات سازه شده است. درحالی که با حذف سفتی پیچشی و اعمال اثر سفتی انتقالی، تغییر ضخامت تاثیری در رفتار پایداری ندارد.

6- فهرست علائم

a	اثر فاصله مرکز الاستیک از میانه بالک
b	نیمه وتر بالک
c_∞	سرعت صوت
C_α, C_h	میرایی انتقالی و پیچشی
e_h, e_α	اثر میرایی غیرخطی انتقالی و پیچشی سازه
$F(h)$	نیروی الاستیک سازه
$G(a)$	گشتاور الاستیک سازه
h, α	جابجایی انتقالی و پیچشی
I_α	ممان اینرسی بالک
K_α, K_h	ضرایب سفتی انتقالی و پیچشی سازه
M, L	نیرو و گشتاور آیرودینامیکی
m	جرم بالک
r_α	شعاع ژیراسیون
S_α	ممان استاتیکی جرم حول مرکز الاستیک
U_∞	سرعت جریان آزاد (ms^{-1})
V	سرعت بی‌بعد جریان

علائم یونانی

ξ, α	حرکت انتقالی و پیچشی
ξ_s, α_s	لقی در حرکت انتقالی و پیچشی
$\hat{\eta}_h, \hat{\eta}_\alpha$	ضرایب بی‌بعد سفتی انتقالی و پیچشی
ρ_∞	چگالی جریان
ζ_h, ζ_α	میرایی انتقالی و پیچشی
μ	نسبت جرمی سازه به سیال
χ_α	فاصله مرکز جرم و مرکز الاستیک

7- مراجع

- [1] P. Marzocca, L. Librescu, W.A. Silva, Flutter, post-flutter and control of a supersonic 2-D lifting surface, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 5, pp. 962-970, 2002.
- [2] J.K. Liu, L.C. Zhao, Bifurcation analysis of airfoils in incompressible flow. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 154, pp. 117-124, 1992.
- [3] S.A. Morton, P. S. Beran, Effects of structural nonlinearity in the bifurcation analysis of transonic airfoil flutter, *AIAA Fluid Dynamic Conference*, New Orleans, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [4] H.C. Gilliatt, T.W. Straganac, A.J. Kurdila, Nonlinear aeroelastic response of an airfoil, *In Proceedings of the 35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, 1997.
- [5] Z.C. Yang, L.C. Zhao, Analysis of limit cycle flutter of an airfoil in incompressible flow, *Journal of sound and vibration*, Vol. 123, pp. 1-13, 1988.
- [6] L. Librescu, P. Marzocca, W.A. Silva, Supersonic/Hypersonic flutter and postflutter of geometrically imperfect circular cylindrical panels, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 39, No. 5, pp. 802-812, 2002.