



## بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر صفحات همسانگرد حاوی گشودگی‌های چندضلعی منتظم با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات

سید احمد محمودزاده حسینی<sup>1</sup>، محمد جعفری<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

\* شاهرود، کدپستی 3619995161، m\_jafari821@shahroodut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 مرداد 1394

پذیرش: 23 مهر 1394

ارائه در سایت: 09 آذر 1394

کلید واژگان:

صفحات همسانگرد

الگوریتم اجتماع ذرات

گشودگی چند ضلعی

حل تحلیلی

### چکیده

یکی از نگرانی‌های طراحان، شکست سازه‌ها در نتیجه‌ی تمرکز تنش در ناپیوستگی‌های هندسی است. ضریب تمرکز تنش در اثر وجود گشودگی، پارامتری کلیدی در کاهش ظرفیت تحمل بار سازه است. در تحلیل صفحات همسانگرد حاوی گشودگی، هندسه‌ی گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، جهت‌گیری (زاویه‌ی چرخش) گشودگی و زاویه‌ی بار از جمله پارامترهای تأثیرگذار بر میزان تمرکز تنش در اطراف گشودگی می‌باشند. لذا در این تحقیق سعی شده است تا با استفاده از روش الگوریتم اجتماع ذرات، پارامترهای بهینه جهت دستیابی به کمترین مقدار تنش در اطراف گشودگی‌های چندضلعی در صفحات همسانگرد تحت کشش تک محوره معرفی شود. در مطالعه‌ی حاضر، از روشی تحلیلی برای محاسبه‌ی تنش در اطراف گشودگی‌های مختلف استفاده شده است. مطابق این روش با استفاده از نگاشت هم‌نوا، روش متغیر مختلط موسخلیشیولی که فقط برای گشودگی‌های دایروی و بیضوی بود، به سایر گشودگی‌ها تعمیم داده شده است. نتایج ارائه شده در این باره نشان می‌دهد که با انتخاب شکل مناسب گشودگی و انتخاب پارامترهای بهینه‌ی آن می‌توان ضریب تمرکز تنش صفحات دارای گشودگی را به میزان قابل توجهی کاهش داد و حتی در مواردی به ضریب تمرکز تنشی کمتر از تمرکز تنش ناشی از گشودگی دایره‌ای دست یافت.

## Optimization of Influence Parameter on isotropic plates with Regular polygonal cutouts using particle swarm Algorithm

Seyed Ahmad Mahmodzade hoseyni, Mohammad Jafari\*

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

\*P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, m\_jafari821@shahroodut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 August 2015

Accepted 15 October 2015

Available Online 30 November 2015

### Keywords:

Isotropic plates

Particle swarm algorithm

Polygonal cutout

Analytical solution

### ABSTRACT

One of the designers concerns is structural failure as a result of stress concentration in the geometrical discontinuities. Stress concentration factor in the presence of cutout, is a key parameter in reducing the structural load-bearing capacity. In the analysis of perforated isotropic plates, the effective parameters on stress distribution around cutouts are the cutout geometry, curvature radius of cutout corner, rotation angle of cutout and load angle. In this study, using PSO method an attempt has been made to introduce the optimum parameters to achieve the minimum amount of stress around the n-sided cutouts in isotropic plates under uniaxial tension. In this paper, an analytical method has been used to calculate the stress around cutouts with different shapes. According to this method, by using the conformal mapping, Muskhelishvili's complex variable method which is only for circular and elliptical cutouts, has been developed for the other cutouts. The results presented in this case show that by choosing the appropriate shape of cutout and the optimal effective parameters, stress concentration factor can be significantly reduced and lowest stress concentration factor rather than amount of stress concentration corresponding to circular hole can be achieved.

### 1- مقدمه

همسانگرد حاوی گشودگی به دلیل کاربرد وسیع در صنایع مختلف از اهمیت بسیاری برخوردار هستند. از جمله کاربردهای این صفحات، می‌توان به طراحی وسایل نقلیه با هدف کاهش وزن که منجر به کاهش مصرف سوخت و استفاده از موتورهایی با توان کمتر خواهد شد، گشودگی درها و پنجره‌ها در بدنه‌ی هواپیماها و زیردریایی‌ها، محل اتصال فشارسنج‌ها و دماسنج‌ها در بدنه‌ی کوره‌ها، که باعث ایجاد تنش‌های موضعی شدیدی در نزدیکی

شدت توزیع تنش در نواحی از صفحه که دچار تغییرات ناگهانی هندسه هستند به تمرکز تنش معروف است. تمرکز تنش اهمیت ویژه‌ای در ارزیابی قابلیت اطمینان سازه‌های مهندسی دارد. دیده شده است که 80 درصد شکست‌های انجام شده در سازه‌های هوایی از محل بست‌ها و اتصالات که تمرکز تنش در آن‌ها اتفاق افتاده روی داده است [1]. امروزه طراحی صفحات

Please cite this article using:

S. A. Mahmodzade hoseyni, M. Jafari, Optimization of Influence Parameter on isotropic plates with Regular polygonal cutouts using particle swarm Algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 243-253, 2015 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

سال 1995 این روش به صورت گسترده‌ای مورد توجه محققان قرار گرفته و تلاش‌های بسیاری برای بهبود عملکرد آن از جهات مختلف شده است. از تحقیقات صورت گرفته در بهینه‌سازی سازه‌ها با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات می‌توان به کار آقای کاتیراوان و همکارش [12] اشاره داشت که به تحلیل و طراحی بهینه‌ی یک تیر کامپوزیتی قیددار که به عنوان عضو اصلی در یک تیغه‌ی روتور بالگرد مورد استفاده قرار گرفته، پرداختند. همچنین نتایج این روش با روش الگوریتم گرادیان مورد بررسی قرار گرفت؛ این مقایسه در حالت کلی حکایت از دست‌یابی به نتایجی بهتر با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات دارد. سورش و همکاران [13] در یک کار مشابه همان کار را با مقایسه الگوریتم ژنتیک و اجتماع ذرات در یک مسأله‌ی بهینه‌سازی چند هدفه مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که نه تنها نتایج با استفاده از این روش بهتر شده، بلکه استفاده از این روش نسبت به الگوریتم ژنتیک زمان محاسبات را هم به شدت کاهش داده است. یانفا و همکارانش [14] توسعه‌ی یک روش برای طراحی بهینه‌ی (بر پایه یک قابلیت اعتماد) سازه‌های کامپوزیتی بر مبنای ترکیب روش PSO و FEA ارائه دادند. همتیان و همکاران [15] نیز به بهینه‌سازی وزن پانل با در نظر گرفتن قیود تسلیم و کماتش با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات پرداختند. در تحلیل صفحات همسانگرد حاوی گشودگی، هندسه‌ی گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، جهت‌گیری (زاویه‌ی چرخش) گشودگی و زاویه‌ی بار از جمله پارامترهای تأثیرگذار بر میزان تمرکز تنش در اطراف گشودگی می‌باشند؛ به گونه‌ای که با انتخاب صحیح آن‌ها می‌توان تمرکز تنش را به مقدار قابل توجهی کاهش داد. در این تحقیق سعی می‌شود تا به کمک روش PSO مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مؤثر معرفی شود. تابع هزینه<sup>2</sup> ( $C.F.$ ) به صورت بیشترین تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی (نسبت مقدار تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی به تنش وارده به صفحه بدون گشودگی) تعریف می‌شود.

## 2- تعریف مسأله

صفحه‌ای با یک گشودگی در مرکز آن مفروض است. ابعاد صفحه در مقایسه با ابعاد گشودگی بسیار بزرگ است (صفحه بی‌نهایت). صفحه در فاصله‌ای دور از گشودگی تحت بار کشش تک محوره قرار گرفته است. گشودگی می‌تواند نسبت به محور  $x$  بچرخد. رابطه‌ی تنش- کرنش رابطه‌ای خطی است. با اعمال شرایط مرزی ( $\tau_{r\theta} = \sigma_r = 0$ ) تنها تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی  $\sigma_\theta$  است. مطابق شکل 1، گشودگی به اندازه‌ی زاویه  $\beta$  نسبت به محور  $x$  چرخیده است. و گشودگی مرکزی عاری از بار می‌باشد. روش تحلیلی استفاده شده در این مقاله، برگرفته از گسترش روش حل تحلیلی ارائه شده توسط ساوین می‌باشد. در این روش، تابع تنش به عبارتی تحلیلی با ضرایب نامعین تبدیل می‌شود و با مشخص شدن تابع تنش می‌توان تغییر مکان‌ها و تنش‌ها را محاسبه نمود. معادله‌ی تعادل مطابق رابطه‌ی (1) با معرفی  $F(x,y)$  به عنوان تابع تنش ارضا خواهد شد.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\end{aligned}\quad (1)$$

ناپیوستگی‌ها شده اشاره کرد. گشودگی‌های ایجاد شده در ساختارها باعث کاهش مقاومت سازه و حتی منجر به شکست سازه از این نواحی می‌شوند. لذا به منظور پیش‌بینی رفتار سازه در حضور گشودگی‌ها و ایجاد اطمینان در طراحی، بهینه‌سازی این صفحات به منظور کاهش تمرکز تنش امری ضروری به نظر می‌رسد. اخیراً در بسیاری از تحقیقات از الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند مانند اجتماع ذرات، کلونی مورچگان و... به دلیل عملکرد مطلوب در فضاهای جستجوی نامعین و استفاده مستقیم از مقادیر تابع و عدم نیاز به مشتق آن، که غالباً الهام گرفته از طبیعت می‌باشند برای طراحی سازه‌های مهندسی استفاده شده است. در واقع این گونه روش‌ها نقاط جدیدی را در فضای جستجو با به‌کارگیری عملگرهایی بر روی نقاط فعلی و حرکت به سمت فضاهای بهینه ایجاد می‌کنند. در این مقاله با توجه به استفاده‌ی وسیع از انواع گشودگی‌های مختلف و کاربرد آن در صنایع مختلف صنعتی، همچنین مراحل طولانی آزمون و خطا برای یافتن طرح بهینه‌ی آن‌ها، از الگوریتم اجتماع ذرات<sup>1</sup> (PSO) برای انسجام دادن به فرآیند جستجو در رسیدن به طرح بهینه و اقتصادی مورد استفاده قرار گرفته است. استفاده از روش متغیر مختلط در حل مسائل مقدار مرزی در الاستیستیه‌ی دوبعدی اولین بار توسط موشخلیشویلی [2] برای مواد الاستیک همسانگرد ارائه شد. سپس ساوین [3] با استفاده از این روش، مطالعاتی در زمینه‌ی صفحات همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف و صفحات ناهمسانگرد فقط برای گشودگی بیضی‌شکل و دایره‌ای انجام داد. صفحات غیرهمسانگرد حاوی گشودگی دایره‌ای و بیضی‌شکل توسط لختینسکی [4] مورد بررسی قرار گرفت. راجیه و نایک [5] با استفاده از روش لختینسکی و استفاده از یک نگاشت هم‌نوا، ضریب تمرکز تنش را برای چندین گشودگی مستطیلی در صفحات همسانگرد و ناهمسانگرد اورتوتروپیک بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که بهینه‌سازی گشودگی‌ها، ضریب تمرکز تنش را به مقدار چشم‌گیری کاهش می‌دهد. رضایی پزند و جعفری [6] از روش متغیر مختلط ساوین برای مطالعه‌ی تمرکز تنش حول گشودگی‌های مختلف در ورق نامحدود فلزی استفاده کردند و یک حل تحلیلی برای صفحات حاوی گشودگی‌های مختلف ارائه دادند. جعفری و اردلانی [7] توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی، در ورق همسانگرد محدود تحت بارگذاری درون صفحه‌ای را مطالعه کردند. آن‌ها روش خود را بر پایه‌ی حل تحلیلی متغیر مختلط موشخلیشویلی و نگاشت هم‌نوا با فرض تنش صفحه‌ای ارائه دادند. پارامترهای مورد بررسی در این تحقیق شامل انحنای گوشه‌های گشودگی، نسبت اضلاع ورق، نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق، زاویه چرخش گشودگی و نوع بارگذاری می‌باشد. یوکاجونکر و رائو [8] صفحه‌ی حاوی گشودگی مثلثی که تحت بارگذاری کشش تک‌محوره، دومحوره با نسبت تنش مختلف و تنش برشی قرار داشت؛ را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها تحلیل خود را برای مواد همسانگرد، اورتوتروپیک و چندلایه‌های متقارن ارائه کردند. از پارامترهای مورد بررسی توسط آن‌ها انحنای گشودگی و زاویه‌ی الیاف بود. جعفری و مشیری اول [9] با توسعه روش حل لختینسکی، از روش متغیر مختلط توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در چند لایه‌های متقارن کامپوزیتی تحت کشش را مورد بررسی قرار دادند. باتیستا [10] تمرکز تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی با هندسه‌های نسبتاً پیچیده را مورد بررسی قرار داد. او از بسط روش متغیر مختلط موشخلیشویلی و تابع نگاشت شوارتز- کریستفل استفاده کرد. از زمان معرفی الگوریتم اجتماع ذرات توسط ابرهات و کندی [11] در

در این رابطه، پارامترهای مختلفی چون  $\lambda$ ،  $w$  و  $n$  وجود دارد که برای تعیین نوع گشودگی حائز اهمیت است. همان‌طور که در شکل 2 دیده می‌شود، با انتخاب مناسب و تغییر این پارامترها، می‌توان گشودگی‌های مختلف را ایجاد کرد. پارامتر  $w$ ، معیاری برای نشان دادن انحنای گشودگی یا میزان نرمی و تیزی گوشه‌های گشودگی می‌باشد.  $\lambda$  پارامتری است که نشان دهنده‌ی اندازه و بزرگی گشودگی می‌باشد. در نهایت، پارامتر  $n$  نوع هندسه‌ی گشودگی را مشخص می‌کند. به طوری که تعداد اضلاع گشودگی برابر  $n+1$  است. برای هر نوع گشودگی وقتی  $w$  کاهش می‌یابد، انحنای گوشه‌های گشودگی افزایش می‌یابد تا اینکه  $w$  به کمترین مقدار خود، یعنی  $w=0$  می‌رسد. در این حالت گشودگی به دایره تبدیل می‌شود.

#### 4- الگوریتم اجتماع ذرات

الگوریتم اجتماع ذرات با یک ماتریس جمعیت تصادفی اولیه، شروع می‌شود. همانند الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی دیگر نظیر الگوریتم شبیه‌سازی تبرید [16] و یا کلونی مورچه‌ها [17-19] جستجو بر مبنای یک فرآیند تکراری صورت می‌گیرد. هر عنصر جمعیت، یک ذره نامیده می‌شود. برای هر ذره دو مقدار موقعیت و سرعت، تعریف می‌شود که به ترتیب با یک بردار مکان و یک بردار سرعت، مدل می‌شوند. بعد فضای مسأله، برابر تعداد پارامترهای موجود در تابع مورد نظر برای بهینه‌سازی می‌باشد. در هر بار تکرار، همه‌ی ذرات در فضای  $n$  بعدی مسأله حرکت می‌کنند تا بالاخره نقطه‌ی بهینه‌ی عام، پیدا شود. در واقع در یک مسأله‌ی  $N_{var}$  بعدی، یک ذره یک آرایه‌ی سطری با  $N_{var}$  درایه است. این آرایه به صورت رابطه‌ی (9) قابل تعریف می‌باشد.

$$particle = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{var}}] \quad (9)$$

معیاری که طرح نسبت به آن بهینه می‌شود را به صورت تابعی از متغیرهای طراحی بیان می‌کنند و آن را تابع هزینه ( $C.F.$ ) می‌نامند. هزینه‌ی یک ذره با ارزیابی تابع هزینه به ازای متغیرهای  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{var}}$  مطابق رابطه‌ی (10) به دست می‌آید.

$$C.F._i = f(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{var}}) \quad (10)$$

لازم به ذکر است که سرعت هر ذره در تکرار اول به صورت تصادفی تشکیل می‌گردد. در این الگوریتم، ذرات سرعت‌هایشان و موقعیت‌شان را برحسب بهترین جواب‌های مطلق و محلی به صورت روابط (11) و (12) به روز می‌کنند [20].

$$V_i(t+1) = \omega V_i(t) + r_1 c_1 (p_i - X_i(t)) + r_2 c_2 (p_g - X_i(t)) \quad (11)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + v_i(t+1) \quad (12)$$

شکل 3 نحوه‌ی به روز شدن موقعیت ذره را در تکرار جدید نشان می‌دهد؛  $V_i(t+1)$  و  $X_i(t+1)$  به ترتیب سرعت و موقعیت ذره در تکرار جدید می‌باشد.  $V_i(t)$  و  $X_i(t)$  به ترتیب سرعت و موقعیت کنونی ذره،  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی بین بازه‌ی صفر و یک می‌باشند.  $p_i$  بهترین عملکرد خود ذره و  $p_g$  بهترین موقعیت پیش آمده در میان همه‌ی ذرات می‌باشند.  $\omega$ ،  $c_1$  و  $c_2$  به ترتیب ضریب اینرسی، ضریب یادگیری شخصی (پارامتر ادراکی) و ضریب یادگیری جمعی (پارامتر اجتماعی) می‌باشند. در واقع این ضرایب مربوط به پارامترهای ساختاری الگوریتم PSO می‌باشند که نقش مهمی را در همگرایی این الگوریتم ایفا می‌کند [21]. هر ذره براساس بهترین عملکرد خودش با شرط رابطه‌ی (13) به روز می‌شود. علاوه بر این، به روز کردن سرعت و موقعیت براساس بهترین موقعیت پیش آمده در بین ذرات، با شرط رابطه‌ی (14) به روز می‌شود [22].

با جای‌گذاری روابط تنش - کرنش در روابط سازگاری و نوشتن معادله‌ی حاصل برحسب توابع تنش و با کمک گرفتن از رابطه‌ی (1) در غیاب نیروهای حجمی مطابق رابطه‌ی (2) خواهیم داشت:

$$R_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + (2R_{12} + R_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + R_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = 0 \quad (2)$$

معادله‌ی (2)، معادله‌ی سازگاری برای ماده‌ی همسانگرد برحسب تابع تنش می‌باشد که  $R_{ij}$  اعضای ماتریس نرمی کاهش یافته می‌باشند. بنابراین حل مسائل الاستیسیته‌ی صفحه‌ای در حالت دو بعدی، منجر به معرفی و حل معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی 4 خواهد شد. برای حل این معادله از روش معادله‌ی مشخصه استفاده می‌شود. معادله مشخصه‌ی مربوطه به صورت رابطه‌ی (3) بیان می‌شود [6].

$$R_{11} \mu^4 + (2R_{12} + R_{66}) \mu^2 + R_{22} = 0 \quad (3)$$

با مشخص شدن تابع تنش و این نکته که تنش‌ها مقادیری حقیقی می‌باشند، می‌توان تنش‌ها را محاسبه نمود. در نهایت با استفاده از جمع آثار با یک صفحه‌ی بی‌نهایت بدون گشودگی که تحت اثر نیروی کششی  $P$  در واحد سطح در دوردست و تحت زاویه‌ی  $\alpha$  نسبت به محور  $x$  قرار دارد، مؤلفه‌های تنش به صورت روابط (4) تا (6) قابل محاسبه هستند [6].

$$\sigma_x = P \cos^2 \alpha - 2 \operatorname{Re}[\mu_1^2 \Phi''(Z_1) + \mu_2^2 \psi''(Z_2)] \quad (4)$$

$$\sigma_y = P \sin^2 \alpha + 2 \operatorname{Re}[\Phi''(Z_1) + \psi''(Z_2)] \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = P \sin \alpha \cos \alpha - 2 \operatorname{Re}[\mu_1 \Phi''(Z_1) - \mu_2 \psi''(Z_2)] \quad (6)$$

در رابطه‌ی فوق منظور از  $\operatorname{Re}[\ ]$  قسمت حقیقی عبارت داخل کروشه است. همچنین  $z_k = x + \mu_k y$  و  $Z_k = \Phi(Z_1)$  و  $\psi(Z_2)$  توابع دلخواهی می‌باشند که با تعریف شکل گشودگی و اعمال شرایط مرزی تنش در اطراف گشودگی بدست می‌آیند. و  $\Phi''(Z_1)$  و  $\psi''(Z_2)$  به ترتیب مشتق دوم توابع  $\Phi(Z_1)$  و  $\psi(Z_2)$  نسبت به  $z_1$  و  $z_2$  می‌باشد. در نهایت با انتقال دستگاه مختصات کارتزین به مختصات قطبی، می‌توان تنش‌های  $\sigma_r$ ،  $\sigma_\theta$  و  $\tau_{r\theta}$  را به دست آورد.

#### 3- نگاهت هم‌نوا

همان‌طور که در قسمت قبل اشاره شد، باید روابط ارائه شده برای گشودگی‌های دایره‌ای و بیضوی را به سایر گشودگی‌ها تعمیم داد. برای بسط روش تحلیلی مربوط به گشودگی دایره‌ای به گشودگی‌های مختلف، ابتدا باید با استفاده از یک تابع نگاهت ساده گشودگی‌های مختلف را به یک دایره با شعاع واحد تبدیل کرد.  $x$  و  $y$  در تابع نگاهت مذکور مطابق روابط (7) و (8) تعیین می‌شود [6].

$$x = \lambda (\cos \theta + w \cos(n\theta)) \quad (7)$$

$$y = -\lambda (\sin \theta - w \sin(n\theta)) \quad (8)$$

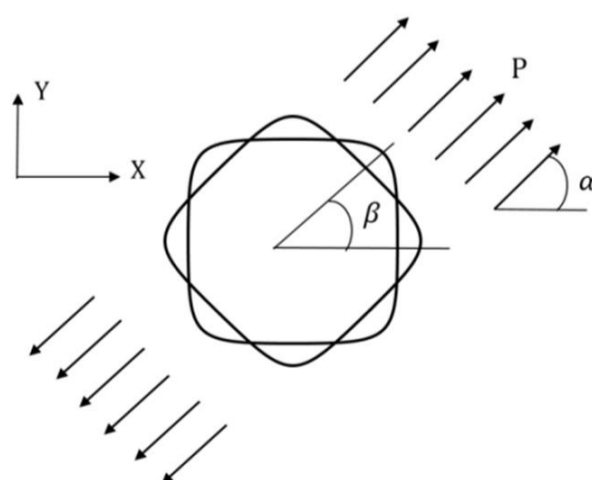


Fig. 1 cutout geometry and loading

شکل 1 هندسه‌ی گشودگی و بارگذاری

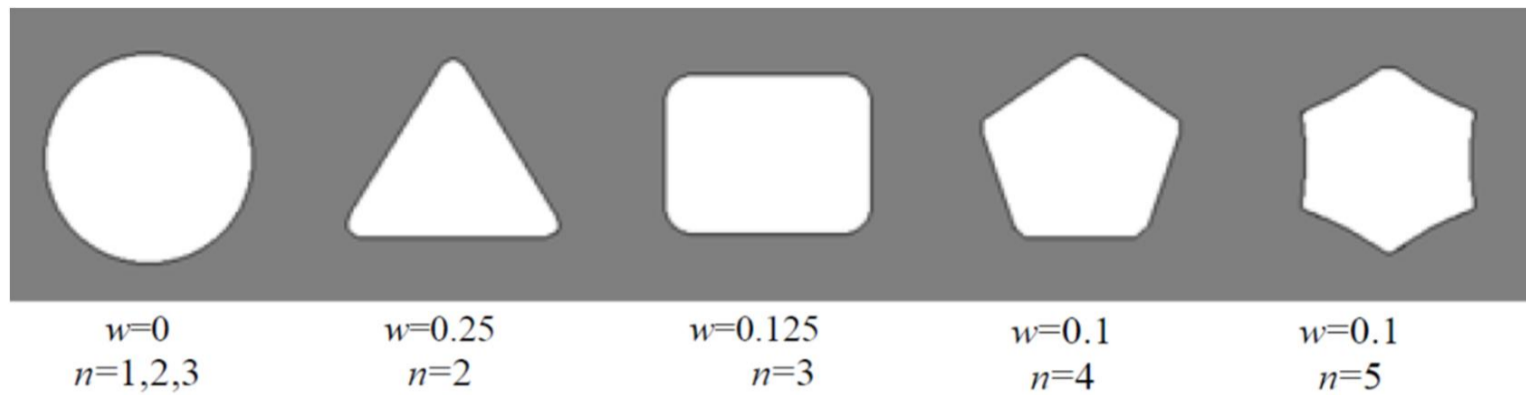


Fig. 2 The effect of various parameters on cutout shape

حالت بهینه‌ی بدست آمده ( $|\alpha - \beta| = 135^\circ$ ) نشان می‌دهد. همپوشانی این دو روش، نشان دهنده اعتبار و درستی جواب‌های ارائه شده در این مقاله می‌باشد. علاوه بر این همان‌طور که می‌دانیم تمرکز تنش در مواد همسان‌گرد مستقل از جنس ماده بوده و برای گشودگی دایره‌ای این مقدار برابر 3 می‌باشد. که مطابق شکل 5 در حالتی که  $w = 0$  می‌باشد، درستی این مطلب را نشان می‌دهد.

### 6- اصول حل مسأله‌ی بهینه‌سازی

متغیرهای طراحی در یک مسأله‌ی بهینه‌سازی ممکن است مقادیر پیوسته یا گسسته داشته باشند. متغیرهای طراحی پیوسته، یک محدوده تغییرات دارند و می‌توانند هر مقدار از آن محدوده را بگیرند؛ در مقابل متغیرهای طراحی گسسته تنها می‌توانند مقادیر خاصی داشته باشند که معمولاً از بین یک سری مقادیر مجاز خواهد بود. آن دسته از متغیرهای طراحی که عموماً گسسته در نظر گرفته می‌شوند، اغلب به عنوان ملاحظات تولید، پیوسته می‌شوند. به همین خاطر در بیشتر مسائل طراحی سازه‌ها، در حل مسأله‌ی بهینه‌سازی، از طبیعت گسسته‌ی متغیرهای طراحی چشم‌پوشی می‌شود. وقتی متغیر بهینه بدست آمد، آن‌گاه متغیر طراحی را به نزدیک‌ترین مقدار گسسته‌ی در دسترس تغییر می‌دهیم.

این برخورد به این خاطر است که حل یک مسأله‌ی بهینه‌سازی با متغیرهای طراحی گسسته، معمولاً بسیار دشوارتر از حل مسأله‌ی مشابه ولی با متغیرهای طراحی پیوسته است. گرد کردن طراحی به نزدیک‌ترین جواب صحیح، وقتی مقادیر متغیرهای طراحی با فاصله‌های نزدیک به هم در

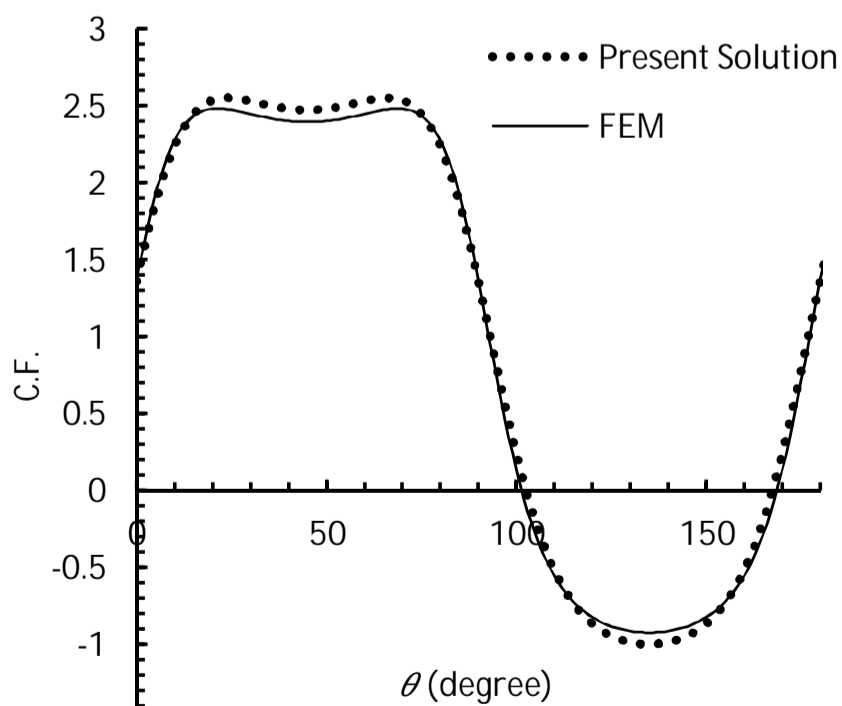


Fig. 4 Comparison of finite element solution with present solutions

شکل 4 مقایسه‌ی حل المان محدود و حل حاضر

شکل 2 تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی

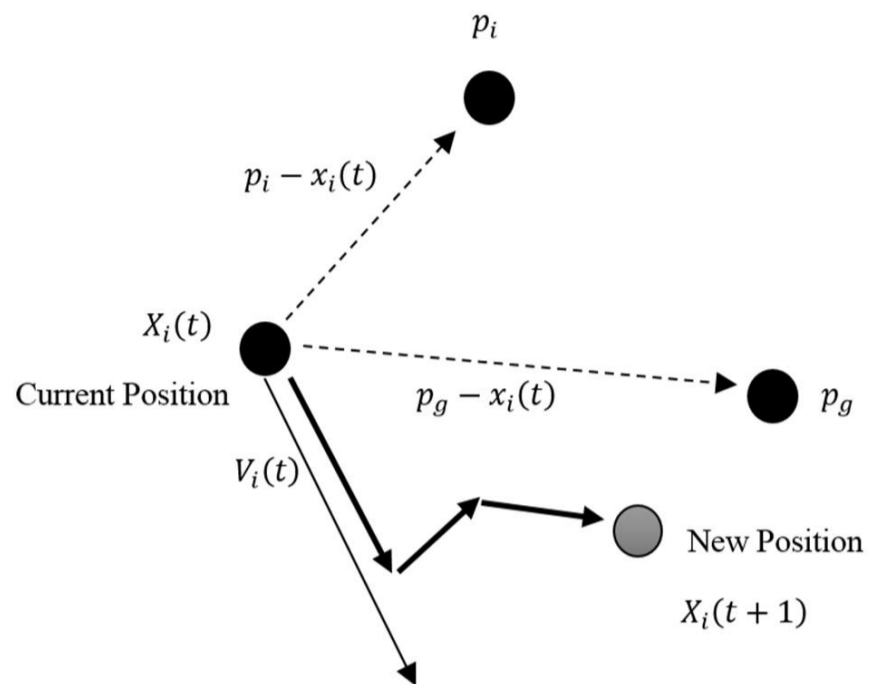


Fig. 3 Pattern of particle motion

شکل 3 چگونگی حرکت ذره

$$\text{if } f(X_i) < f(p_i) \text{ then } p_i = X_i \quad (13)$$

$$\text{if } f(X_i) < f(p_g) \text{ then } p_g = X_i \quad (14)$$

### 5- بررسی درستی نتایج

برای بررسی نتایج حاصل از روش بهینه‌سازی حاضر، از روش اجزای محدود (نرم‌افزار آباکوس) کمک گرفته شده است. بدین منظور ابتدا یک خروجی از برنامه‌ی بهینه‌سازی، نوشته شده در متلب برای تعیین مقادیر بهینه‌ی یک گشودگی خاص گرفته شده است، سپس پارامترها و مختصات بهینه شده‌ی به‌دست آمده عیناً وارد نرم‌افزار آباکوس گردید تا هندسه‌ی گشودگی کاملاً مطابق با مسأله‌ی حاضر باشد. به منظور اطمینان از صحت حل نرم‌افزار و تعیین تعداد شبکه‌ی بهینه، ناحیه‌ی دور گشودگی با اندازه‌های مختلف شبکه‌بندی مطالعه شد. در این ناحیه تعداد المان‌ها از 40 تا 180 عدد افزایش داده شد و مشاهده گردید از این عدد به بعد با افزایش تعداد المان‌ها نتایج ثابت می‌ماند. بنابراین این تعداد المان‌ها به‌عنوان تعداد المان شبکه‌ی بهینه در نظر گرفته شد و نتایج در این حالت به‌دست آمد. بر این اساس شکل 4 نتایج تابع هزینه حول گشودگی چهارضلعی با در نظر گرفتن همزمان سه متغیر طراحی انحنای گشودگی، زاویه‌ی بار و زاویه‌ی چرخش (در حالت بهینه شده) حاصل از روش بهینه‌سازی و مقایسه‌ی آن با حل عددی را نشان می‌دهد. زاویه‌ی  $\theta$ ، زاویه‌ی نقاط روی مرز گشودگی را نسبت به محور افقی مشخص می‌کند، که به علت تقارن موجود در توزیع تنش حول گشودگی در همه‌ی نتایج مورد بحث برای گشودگی‌های مختلف نتایج تا  $\theta = 180^\circ$  ارائه شده است. همچنین شکل 5 نتایج حاصل از روش بهینه‌سازی و مقایسه‌ی آن با حل عددی را برای گشودگی چهارضلعی در انحنای مختلف برای یک

یافتن بهینه‌ی مطلق و جلوگیری از همگرایی زودرس در بهینه‌های محلی می‌شود.  $C_1$  و  $C_2$  با ضرایب  $r_1$  و  $r_2$  در مؤلفه‌های اجتماعی و شناختی سرعت ذره نقش بسیار زیادی را در راندمان ذره دارند. شکل 6 روند همگرایی را برای گشودگی چهارضلعی در  $w=0.15$  با توجه به ضرایب  $C_1$  و  $C_2$  نشان می‌دهد؛ به طور کامل می‌توان مشاهده کرد که وقتی فقط  $C_2$  در نظر گرفته شود و  $C_1 = 0$  باشد، الگوریتم به بهینه‌ی محلی در 200 تکرار همگرا شده است. همچنین می‌توان این قضیه را فهمید که با تأکید بر روی افزایش پارامتر شخصی  $C_1$  و کاهش پارامتر عمومی  $C_2$  حل‌های بهتری در تکرارهای مشخص شده بدست خواهد آمد. این نتایج به این دلیل می‌تواند باشد که ذرات بیشتر بر روی جستجوی خودشان متمرکز شده، بنابراین از جهش اضافه و دور شدن از مناطق فضای دارای طراحی بهتر جلوگیری می‌کند. با این حال میزان افزایش اکتشاف محلی باید در محدوده‌ی کافی باشد، همان‌طور که در شکل نشان داده شده، با در نظر گرفتن  $C_1 = 3$  و  $C_2 = 0$  الگوریتم دوباره در بهینه‌ی محلی به دام افتاده؛ به عبارتی هر ذره در جمعیت نیازمند تکرارهای نسبتاً بزرگ برای کشف حل بهینه‌ی کلی خواهد بود.

به روش مشابهی مطابق تحلیل بالا برای ضرایب  $C_1$  و  $C_2$ ، شکل 7 تأثیر تغییرات ضریب وزنی ثابت را در محدوده‌ی بدست آمده، برای حالت در نظر گرفته شده از تابع نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشخص می‌باشد که با کنترل ضریب وزنی ثابت در بازه‌ی 0.6 تا 0.7 نرخ همگرایی سریع‌تری ترویج خواهد یافت. به عبارتی انتخاب این نرخ برای ضریب وزنی، جنبش هر ذره را از متمایل شدن به جهت‌های خاص در فضای جستجو کنترل می‌کند. به طور کلی مقادیر بزرگ ضریب وزنی باعث به‌روز شدن سرعت‌های بزرگتر شده و اجازه می‌دهد تا الگوریتم به کشف فضای طراحی سراسری بپردازد. در مقابل مقادیر کوچک ضریب وزنی باعث می‌شود تا به روز شدن سرعت در مناطق نزدیک فضای طراحی متمرکز شود [21]. الگوریتم بهینه‌سازی خوب است که تعادلی را بین این دو گونه‌ی جستجو برقرار نماید. بنابراین ما باید اثر این ضریب را طوری وارد معادلات کنیم که در تکرارهای آخر، ذره بیشتر تمایل حرکت به سمت بهترین عملکرد خود و بهترین موقعیت پیش آمده در میان همه‌ی ذرات را داشته باشد.

در بعضی از مراجع دیده شده که این ضریب را به صورت کاهش‌ی (خطی) در هر تکرار به صورت رابطه‌ی (18) در نظر می‌گیرند [23، 24]. که در آن  $\omega_i$  و  $\omega_f$  به ترتیب مقادیر اولیه و نهایی ضریب وزنی می‌باشند.  $iter$  برابر شماره‌ی تکرار فعلی ذره و  $maxiter$  شماره‌ی بیشترین تکرار می‌باشد. شی و ابرهات [24] مشاهده کردند که پاسخ بهینه می‌تواند با تغییر دادن مقدار ضریب وزنی از 0.4 تا 0.9 بهبود یابد.

$$\omega = (\omega_i - \omega_f) \times \left( \frac{maxiter - iter}{maxiter} \right) + \omega_f \quad (18)$$

در رهیافتی دیگر در این الگوریتم، می‌توان ضریب وزنی را به طور دینامیکی کاهش داد؛ این امر باعث می‌شود که ذره در فضای طراحی، بیشتر جستجوی عمومی داشته باشد.

در مرجع [25] از رابطه‌ی (19) جهت کاهش دینامیکی ضریب وزنی استفاده شده است.

$$\omega(t+1) = \xi \omega(t) \quad \xi \in [0,1] \quad (19)$$

شکل 8 روش‌های به روز کردن ضریب وزنی با استفاده از روش‌های ذکر شده در مقابل ضریب وزنی ثابت را برای گشودگی چهارضلعی در  $w=0.15$  نشان می‌دهد. در حالت ضریب ثابت مقدار ضریب وزنی  $w=0.65$  و برای حالت کاهش دینامیکی  $\xi=0.975$  استفاده شده است. همچنین در تمام حالات

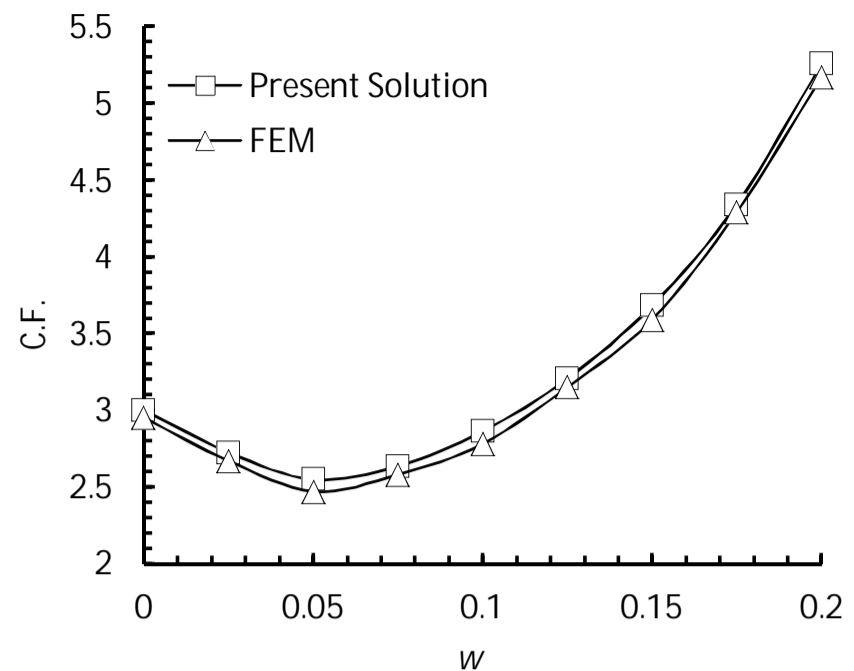


Fig. 5 Comparison of finite element solution and present solution for  $|\alpha - \beta| = 135^\circ$

شکل 5 مقایسه‌ی حل المان محدود و حل بهینه‌سازی حاضر در حالت  $|\alpha - \beta| = 135^\circ$

دسترس باشند، خوب کار می‌کند و تغییر متغیرهای طراحی به نزدیک‌ترین مقادیر صحیح، پاسخ سازه را زیاد دستخوش تغییر نخواهد کرد. اما در بعضی از حالت‌ها، فاصله‌ی مقادیر گسسته‌ی متغیرهای طراحی از همدیگر بسیار زیاد است و باید مسأله را با متغیرهای طراحی گسسته حل کنیم. در این مسأله قیود دارای دو مرز پایین و بالا می‌باشند که براساس شکل گشودگی قابل تغییر نیز می‌باشند ولی کلی‌ترین محدوده‌ی قیود در این مقاله به صورت رابطه‌ی (15) می‌باشد؛ که در آن (1-تعداد اضلاع گشودگی  $n$ ) است.

$$0 < \alpha < 90 ; 0 < \beta < 180 ; 0 < w < \frac{1}{n} \quad (15)$$

### 7- معیار همگرایی الگوریتم

در این بخش نتایج بدست آمده از اجرای برنامه، مورد ارزیابی قرار گرفته و میزان تأثیر سه عملگر مهم در این الگوریتم مورد بررسی قرار می‌گیرد. بر این اساس بهترین ساختارهای ایجاد شده برای مینیمم کردن تابع هزینه به ازای متغیرهای طراحی ارائه می‌شود. باید توجه داشت که هر آن‌چه ثبت می‌شود و در بررسی الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرد، از جواب‌های مجاز الگوریتم است (از لحاظ قید استحکامی مسأله) و جواب‌های غیرمجاز در این مسأله مورد استفاده قرار نمی‌گیرند. همچنین باید این نکته را یادآور شویم که در این‌جا همگرایی به این معناست که ذرات تمایل به حرکت به سمت موقعیتی پایدار دارند (تمایل سرعت به صفر شدن)؛ و هیچ تضمینی هم وجود ندارد که این موقعیت همان موقعیت بهینه‌ی مطلوب است. در واقع این فقط بستگی به تعاملات (روابط) بین ذرات دارد، که به‌طور قابل توجهی امکان دارد افزایش شانس را در یک مورد بالا ببرد. در این‌جا رابطه‌ی همگرایی برای الگوریتم طوری در نظر گرفته شده است که مجموعه‌ی رابطه‌ی (16) را برای شرایط پایداری داشته باشیم [21].

$$r_1 c_1 + r_2 c_2 > 0, \frac{r_1 c_1 + r_2 c_2}{2} - \omega < 1, \omega < 1 \quad (16)$$

می‌دانیم که  $r_1, r_2 \in [0,1]$  بر این اساس روابط بالا که در آن پارامترهای ابتکاری تضمین همگرایی را برای الگوریتم PSO دارند به صورت رابطه‌ی (17) خواهد شد.

$$0 < c_1 + c_2 < 4, \frac{c_1 + c_2}{2} - 1 < \omega < 1 \quad (17)$$

انتخاب مقدار مناسب برای ضرایب  $C_1$  و  $C_2$  منجر به تسریع همگرایی و

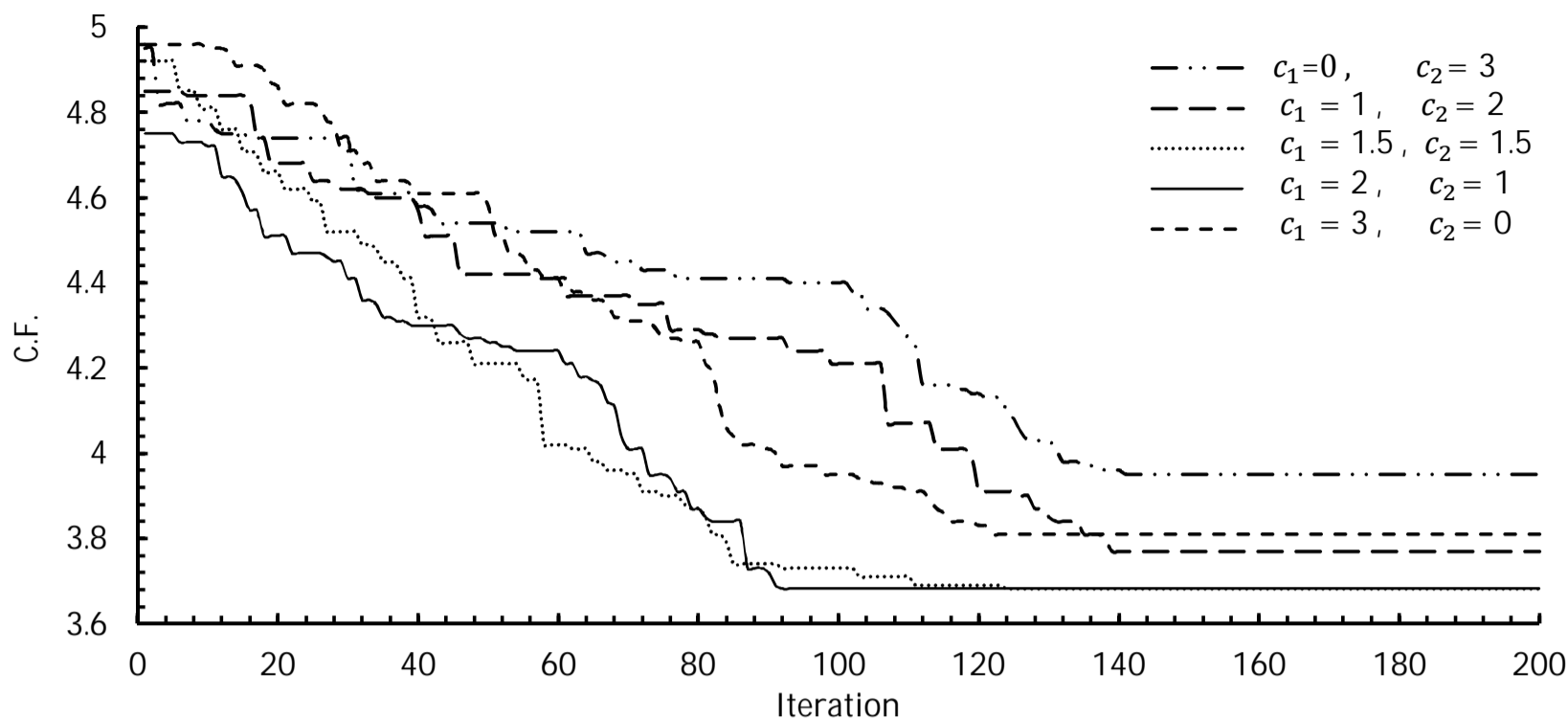


Fig. 6 The effect of change the coefficients of  $c_1$  and  $c_2$

شکل 6 تأثیر تغییرات ضرایب  $c_1$  و  $c_2$

گشودگی مرتب شده تا رابطه‌ی بین زاویه‌ی بار و زاویه‌ی چرخش برای این

با  $c_1 = 1.5$  و  $c_2 = 1.5$  ثابت و به ازای یک جمعیت ثابت بررسی شده‌اند. توجه به نمودار واضح است که تأثیر به‌روز کردن ضریب وزنی به روش کاهش خطی از دو روش دیگر در حالت کلی نرخ همگرایی سریع‌تری دارد.

#### 8- نتایج

همان‌طور که می‌دانیم تمرکز تنش در صفحات همسانگرد حاوی گشودگی مستقل از جنس و خواص مکانیکی ماده می‌باشد. بنابراین نتایج پژوهش فوق را می‌توان برای صفحات همسانگرد از سایر جنس‌ها نیز استفاده کرد. بر این اساس مشخصات ماده‌ی همسانگرد به کار رفته در این مقاله مطابق جدول 1 می‌باشد. در تمام گشودگی‌ها ( $c = 1$ ) در نظر گرفته شده است و حالت بهینه‌ی متغیرهای حاکم بر مسأله نظیر شعاع انحنای گشودگی، زاویه‌ی بار و زاویه‌ی چرخش گشودگی جهت دستیابی به کمترین مقدار تابع هزینه معرفی می‌گردد. شکل 9 تغییرات مقادیر تابع هزینه برحسب انحنای گشودگی را برای گشودگی‌های مختلف نشان می‌دهد. در واقع در این شکل به بررسی تغییرات تابع هزینه برحسب انحنای گشودگی در زاویه‌ی چرخش و زاویه‌ی بار بهینه، حاصل از الگوریتم PSO پرداخته شده است؛ مقادیر بهینه‌ی زاویه‌ی بار و زاویه‌ی چرخش مربوط به هر گشودگی در ادامه در جداول آورده شده است. به این ترتیب تأثیر پارامتر  $w$  بر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی سه‌ضلعی در شکل 10 نشان داده شده است. با کاهش  $w$ ، شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی مطابق آنچه در شکل می‌بینید، افزایش می‌یابد. مقادیر  $w$  برای این نوع گشودگی در بازه‌ی  $0 \leq w \leq 0.3$  نمایش داده شده‌اند. مقادیر بیشتر از  $w = 0.3$  باعث تیز شدن بیش از حد گوشه‌های گشودگی خواهد شد؛ تا جایی که گشودگی از حالت مثلثی شکل خارج می‌شود. جدول 2 نتایج بهینه‌ی مربوط به گشودگی سه‌ضلعی را نشان می‌دهد. برای هر گشودگی ابتدا فرآیند بهینه‌سازی به ازای سه متغیر طراحی یعنی انحنای گشودگی، زاویه‌ی بار و زاویه‌ی چرخش صورت می‌گیرد تا مقدار بهینه‌ی انحنای گشودگی در زوایای بار و چرخش بهینه مشخص شود؛ همان‌طور که قابل مشاهده می‌باشد برای گشودگی سه‌ضلعی در  $w = 0$  که بیان‌کننده‌ی گشودگی دایروی می‌باشد کمترین مقدار تابع هزینه را خواهیم داشت که این مقدار برابر 3 می‌باشد.

در حالت بعدی نتایج ارائه شده برحسب دو انحنای خاص از همان

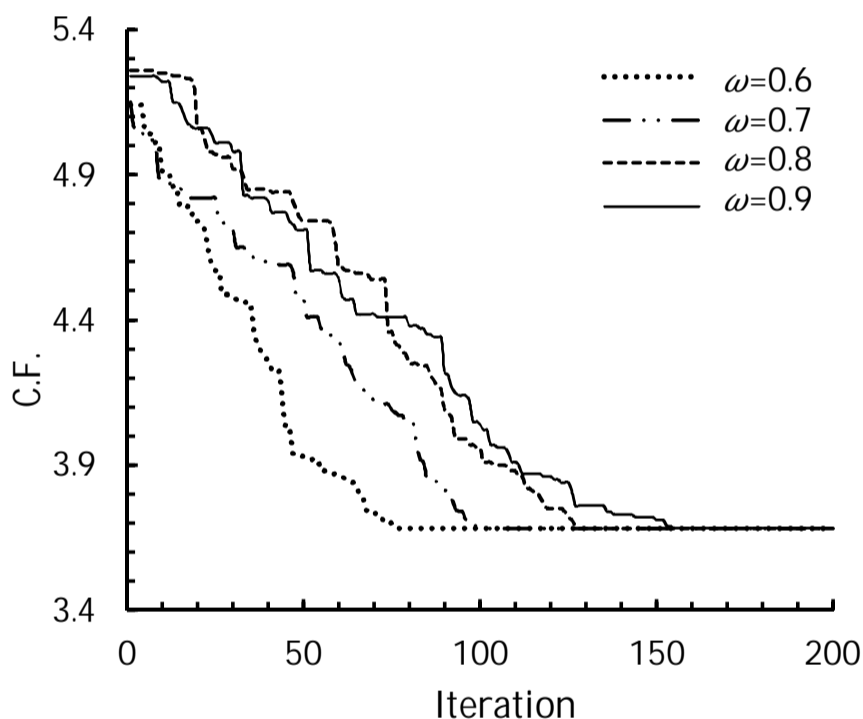


Fig. 7 Variations of weighted coefficient

شکل 7 بررسی تغییرات ضریب وزنی

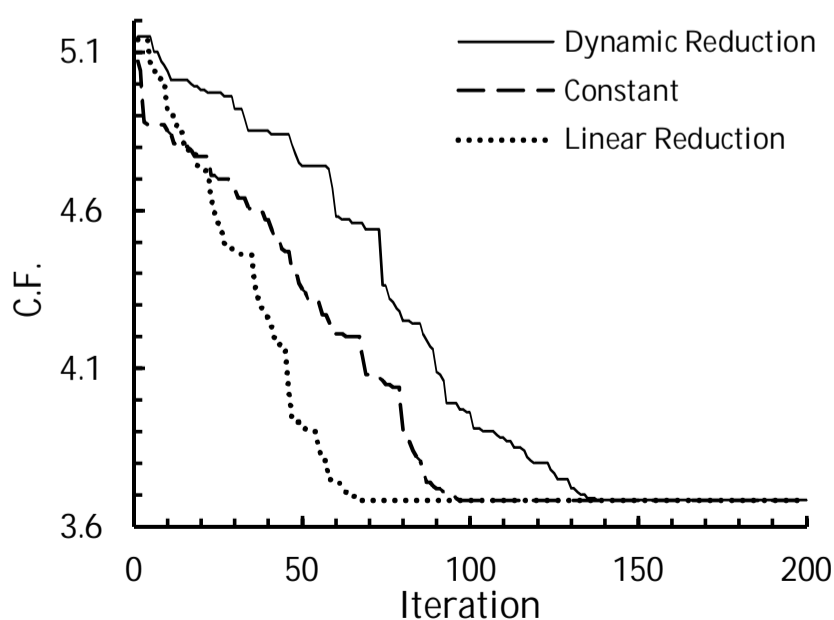


Fig. 8 The effect of updating process of different weighted coefficients

شکل 8 تأثیر استراتژی به‌روز کردن ضرایب وزنی مختلف

جدول 1 خواص مواد [6]

Table 1 Material properties [6]

E(GPa)	G(GPa)	$\nu$	ماده
207	79.3	0.3	فولاد

جدول 2 نتایج بهینه برای گشودگی سه‌ضلعی

Table 2 Optimal Results for triangular cutout

$ \alpha - \beta $	C.F.	$\beta$	$\alpha$	تعداد اجرای برنامه	w
-	3.0022	-	-	1	0 (بهینه)
180	3.4326	180	0	1	
60	3.4308	73.18	133.24	2	
0	3.4326	42.1	42.1	3	0.1
60	3.4374	105	45	4	
120	3.4326	120	0	5	
180	4.6472	180	0	1	
60	4.6472	0	60	2	
120	4.6472	172	52	3	0.2
0	4.6472	0	0	4	
60	4.6478	27	87	5	

تغییرات  $w$  کاهش می‌یابد. مقادیر بیشتر از این مقدار باعث تیز شدن بیش از حد گوشه‌های گشودگی خواهد شد؛ تا جایی که گشودگی از حالت خود خارج می‌شود. تأثیر پارامتر  $w$  بر هندسه‌ی گشودگی‌های پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی در شکل‌های 14 و 15 نشان داده شده است. همچنین جدول 4 نتایج بهینه‌ی مربوط به پارامترهای طراحی و مقدار تابع هزینه مربوط به گشودگی‌های پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی را نشان می‌دهد. نمودار تغییرات تابع هزینه در انحنای دیگر برای گشودگی پنج‌ضلعی در حالتی که قدرمطلق تفاضل زاویه‌ی چرخش از زاویه‌ی بار 36 درجه و برای گشودگی شش‌ضلعی زاویه‌ی 60 درجه می‌سازد، (نسبت زوایا در یک حالت بهینه) به ترتیب در شکل‌های 16 و 17 نشان داده شده است. نتایج ارائه شده در این بخش برای گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع بیشتر از شش‌ضلعی نیز قابل حصول است، منتها برای جلوگیری از تکرار مطالب اضافی و با توجه به این‌که با افزایش تعداد اضلاع گشودگی نتایج بهینه به گشودگی دایره بسیار نزدیک می‌شود، فقط به ارائه‌ی نمودار کلی برای گشودگی هفت ضلعی و هشت ضلعی که در شکل 18 قابل مشاهده می‌باشد، بسنده شده است. همچنین جدول 5 نتایج

نوع گشودگی مشخص گردد. همان‌طور که قابل مشاهده می‌باشد برای این نوع گشودگی به ازای هر بار اجرای الگوریتم PSO مقادیر متفاوتی برای زاویه‌ی بار و چرخش به دست آمده است.

اگرچه این زوایا متفاوت می‌باشند اما قدر مطلق تفاضل زاویه‌ی چرخش گشودگی از زاویه‌ی بار مقادیری مشخصی را نشان می‌دهد. به عبارتی با توجه به جدول 2 برای گشودگی سه‌ضلعی، قدرمطلق تفاضل در زوایای 0، 60، 120 و 180 درجه کمترین مقدار تابع هزینه را به خود اختصاص داده‌اند، یعنی این روند با دوره‌ی تناوب 60 درجه برای این گشودگی تکرار می‌شود. روند تغییرات تابع هزینه در انحنای مختلف در حالتی که قدر مطلق تفاضل زاویه‌ی چرخش از زاویه‌ی بار 180 درجه می‌باشد (نسبت زوایا در یک حالت بهینه) در شکل 11 نشان داده شده است. تأثیر پارامتر  $w$  بر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی چهارضلعی در شکل 12 نشان داده شده است. با کاهش  $w$ ، شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی مطابق آنچه در شکل می‌بینید، افزایش می‌یابد. مقادیر  $w$  برای گشودگی چهارضلعی در بازه‌ی  $0 \leq w \leq 0.2$  می‌باشد. مقادیر بیشتر از  $w=0.25$  باعث تیز شدن بیش از حد گوشه‌های گشودگی خواهد شد؛ تا جایی که گشودگی از حالت چهارضلعی خارج می‌شود.

بر این اساس جدول 3 نتایج بهینه‌ی مربوط به گشودگی چهارضلعی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این جدول قابل مشاهده می‌باشد، برای این نوع گشودگی در  $w=0.051$  که بیان‌کننده‌ی هندسه‌ی خاصی از این گشودگی می‌باشد کمترین مقدار تابع هزینه را خواهیم داشت که این مقدار برابر 2.5481 می‌باشد. با افزایش مقدار انحنای گشودگی، منحنی مربوط به این گشودگی رفتار متفاوتی را از خود نشان می‌دهد. به عبارتی منحنی مربوط به گشودگی چهارضلعی در ابتدا با افزایش مقدار  $w$  روندی نزولی دارد، اما این روند تا مقدار  $w=0.051$  ادامه خواهد داشت و در ادامه با افزایش این مقدار شاهد روند صعودی مقدار تابع هزینه خواهیم بود. همچنین قدرمطلق تفاضل زاویه‌ی چرخش گشودگی از زاویه‌ی بار برای این گشودگی در زوایای 45 و 135 درجه کمترین مقدار تابع هزینه را به خود اختصاص داده‌اند. نمودار تغییرات تابع هزینه در انحنای دیگر در حالتی که قدرمطلق تفاضل زاویه‌ی چرخش از زاویه‌ی بار 135 درجه می‌باشد (نسبت زوایا در یک حالت بهینه) در شکل 13 نشان داده شده است. مقادیر  $w$  در بازه‌ی  $0 \leq w \leq 0.18$  برای گشودگی پنج‌ضلعی و برای گشودگی شش‌ضلعی مقادیر  $0 \leq w \leq 0.12$  مناسب می‌باشد، به همین ترتیب با افزایش تعداد اضلاع گشودگی بازه‌ی

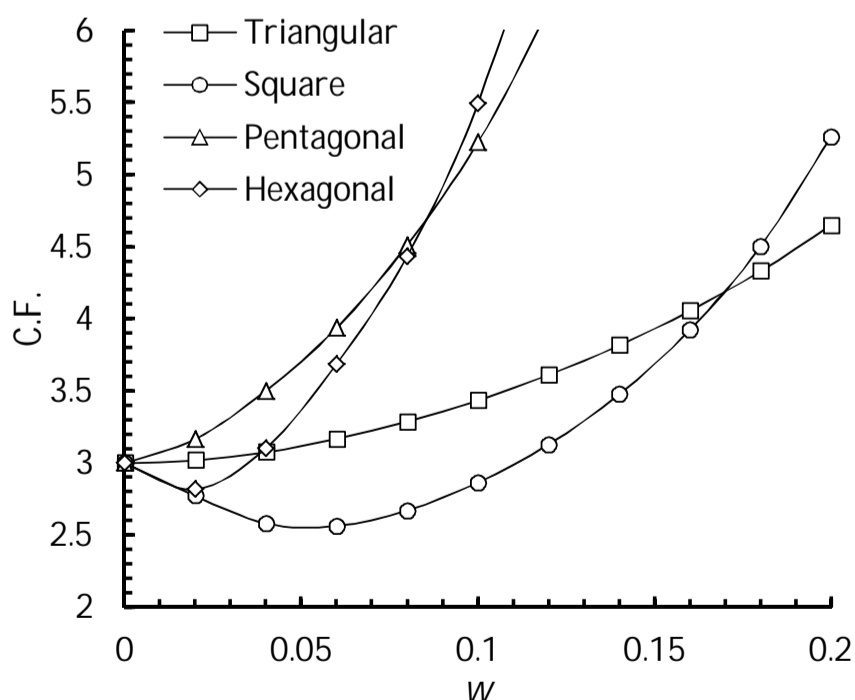


Fig. 9 Variations of the cost function with bluntness

شکل 9 تغییرات تابع هزینه نسبت به انحنای گشودگی

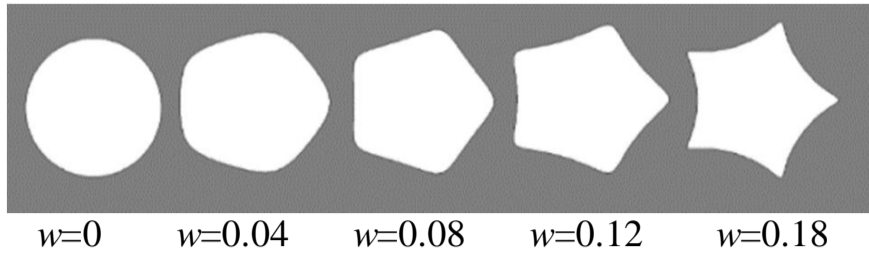


Fig. 14 The effect of  $w$  on the corners of pentagonal cutout

شکل 14 تأثیر پارامتر  $w$  بر گوشه‌های گشودگی پنج ضلعی

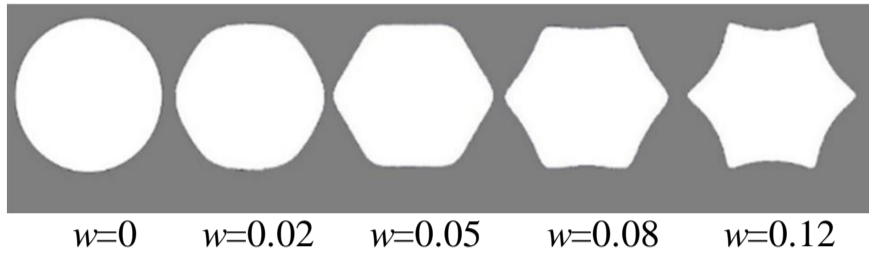


Fig. 15 The effect of  $w$  on the corners of hexagonal cutout

شکل 15 تأثیر پارامتر  $w$  بر گوشه‌های گشودگی شش ضلعی

بهینه مربوط به گشودگی‌های هفت ضلعی و هشت ضلعی را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، برای گشودگی هفت ضلعی و هشت ضلعی قدرمطلق تفاضل زاویه‌ی بار از زاویه‌ی چرخش گشودگی طی تکرارهای مختلف مشخص شد، که این اختلاف برای گشودگی هفت ضلعی با دوره تناوب 25.5 درجه تکرار می‌شود و برای گشودگی هشت ضلعی مقدار این تفاضل در زوایای 22.5 و 157.5 درجه کمترین مقدار تابع هزینه را به خود اختصاص داده‌اند. در نهایت شکل 19 روند تغییرات تابع هزینه را در اطراف گشودگی‌های مختلف در حالت بهینه‌ی بدست آمده نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که برای گشودگی‌های با تعداد اضلاع فرد و گشودگی هشت ضلعی نتایج بهینه در یک انحنای خاص که بیان‌کننده هندسه‌ی خاصی از همان نوع گشودگی است، نشان داده شده است.

### 9- نتیجه‌گیری

در این مقاله به تعیین پارامترهای بهینه‌ی مؤثر بر تمرکز تنش صفحات همسانگرد دارای گشودگی  $n$  ضلعی پرداخته شد. به منظور محاسبه‌ی مقادیر بهینه‌ی این پارامترها از الگوریتم PSO کمک گرفته شد. در این مطالعه به خوبی نشان داده شد که پارامترهای متعددی بر توزیع تنش اطراف گشودگی تأثیرگذار هستند.

با انتخاب صحیح این پارامترها می‌توان به کمترین تمرکز تنش در اطراف گشودگی دست یافت. بدین منظور تأثیر همه‌ی پارامترها در کنار یکدیگر و در نهایت مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مورد بحث که منجر به کمترین تمرکز تنش می‌شود؛ برای هر نوع گشودگی بررسی و معرفی شد. با توجه به نتایج به‌دست آمده، در پارامترهای خاصی از گشودگی چهارضلعی، شش ضلعی و ... مقدار تمرکز تنش حتی از گشودگی دایره‌ای نیز کمتر خواهد بود.

همچنین نتایج نشان داد که شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی تنها پارامتر مؤثر بر کاهش تمرکز تنش نیست، بلکه زاویه‌ی چرخش گشودگی و زاویه‌ی بار و زاویه‌ی چرخش دو پارامتر مجزا تعریف شد اما باید مطالعه‌ی این دو پارامتر در کنار هم بررسی شود، چون در مسأله‌ی بهینه‌سازی صفحه حاوی گشودگی، رابطه‌ی میان زاویه‌ی بار و چرخش گشودگی در هر بار تکرار عددی متفاوت را نشان می‌دهد، اما قدرمطلق تفاضل این دو کمیت همواره مقدار مشخصی را داشت که بیان‌کننده هندسه‌ی مشخص مربوط به حالت بهینه می‌باشد. برنامه بهینه‌سازی به کار رفته چندین بار برای نسل‌های متوالی برای هر گشودگی در انحناهای متفاوت تکرار شد، تا مقدار بهینه و

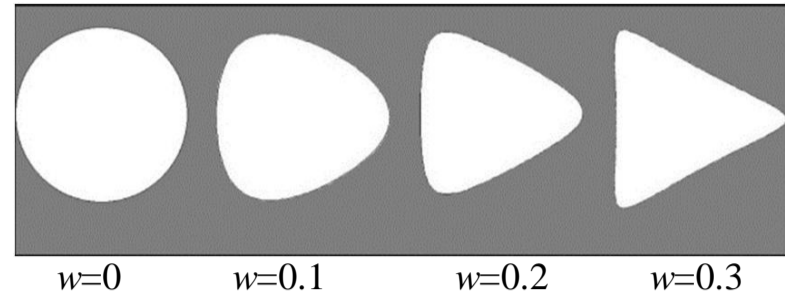


Fig. 10 The effect of  $w$  on the corners of triangular cutout

شکل 10 تأثیر پارامتر  $w$  بر گوشه‌های گشودگی سه ضلعی

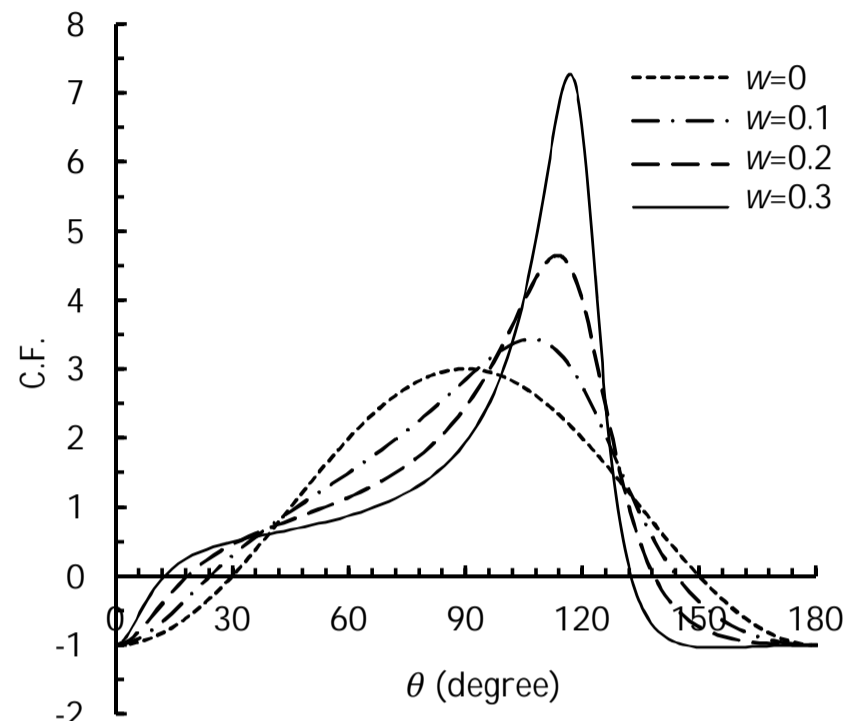


Fig. 11 Variations of the cost function for triangular cutout in optimal state of  $|\alpha - \beta| = 180^\circ$

شکل 11 روند تغییرات تابع هزینه برای گشودگی سه ضلعی در حالت بهینه  $|\alpha - \beta| = 180^\circ$

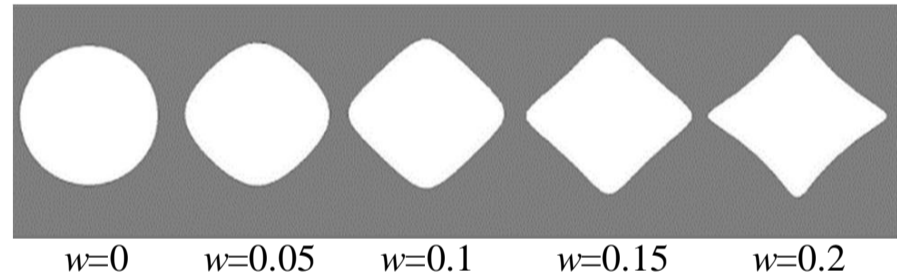


Fig. 12 The effect of  $w$  on the corners of square cutout

شکل 12 تأثیر پارامتر  $w$  بر گوشه‌های گشودگی چهارضلعی

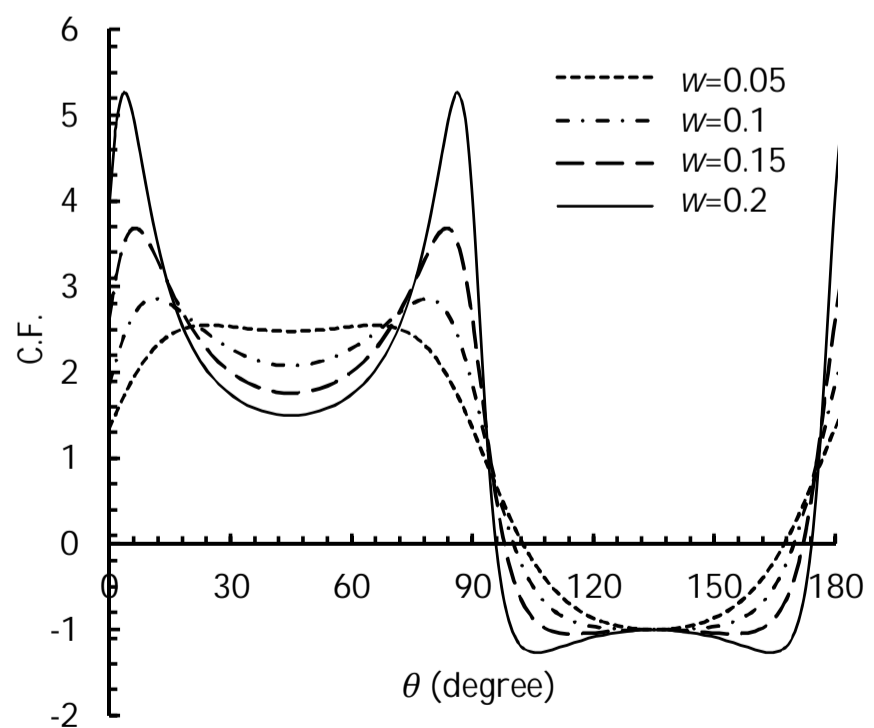


Fig. 13 Variations of the cost function for square cutout in optimal state of  $|\alpha - \beta| = 135^\circ$

شکل 13 روند تغییرات تابع هزینه برای گشودگی چهارضلعی در حالت بهینه  $|\alpha - \beta| = 135^\circ$



جدول 3 نتایج بهینه برای گشودگی چهارضلعی

$ \alpha - \beta $	C.F.	$\beta$	$\alpha$	تعداد اجرای برنامه	w
134.98	2.5481	174.59	39.61	1	0.051
135	2.5498	135	0	2	(بهینه)
44.96	2.5492	63.28	18.32	3	
135	2.5480	180	45	4	
44.96	2.5493	29.20	74.16	5	
135	3.6821	135.2	0.2	1	0.15
134.94	3.6824	163.74	28.8	2	
134.95	3.6831	173.1	38.15	3	
45.03	3.6819	132.47	87.44	4	
134.96	3.6821	172.42	37.46	5	

جدول 4 نتایج بهینه برای گشودگی پنج ضلعی و شش ضلعی

$ \alpha - \beta $	C.F.	$\beta$	$\alpha$	تعداد اجرای برنامه	w	تعداد اضلاع
-	2.9973	-	-	1	0 (بهینه)	پنج ضلعی
35.97	4.4911	77.08	41.1	1	0.08	پنج ضلعی
35.95	4.4911	9.56	45.51	2		
36.09	4.4928	100	63.91	3		
0.03	4.4936	42.09	42.12	4		
0.03	4.4975	44.85	44.87	5		
120.06	2.7838	178.02	57.96	1	0.0141	شش ضلعی
120.06	2.7831	177.55	57.49	2	(بهینه)	
0	2.7854	0	0	3		
59.98	2.7836	24.96	84.94	4		
180	2.7837	180	0	5		
180	3.6849	180	0	1	0.06	شش ضلعی
0	3.6854	0	0	2		
119.95	3.6838	124.88	4.93	3		
60	3.6845	148	88	4		
0.07	3.6848	66.13	66.06	5		

جدول 5 نتایج بهینه برای گشودگی هفت ضلعی و هشت ضلعی

$ \alpha - \beta $	C.F.	w	تعداد اضلاع
-	3.0021	0 (بهینه)	هفت ضلعی
0 -25.5 -51 -76.5 -102 -178	4.0701	0.04	هفت ضلعی
22.5 ,157.5	2.8751	0.006 (بهینه)	هشت ضلعی
22.5 ,157.5	3.9380	0.04	هشت ضلعی

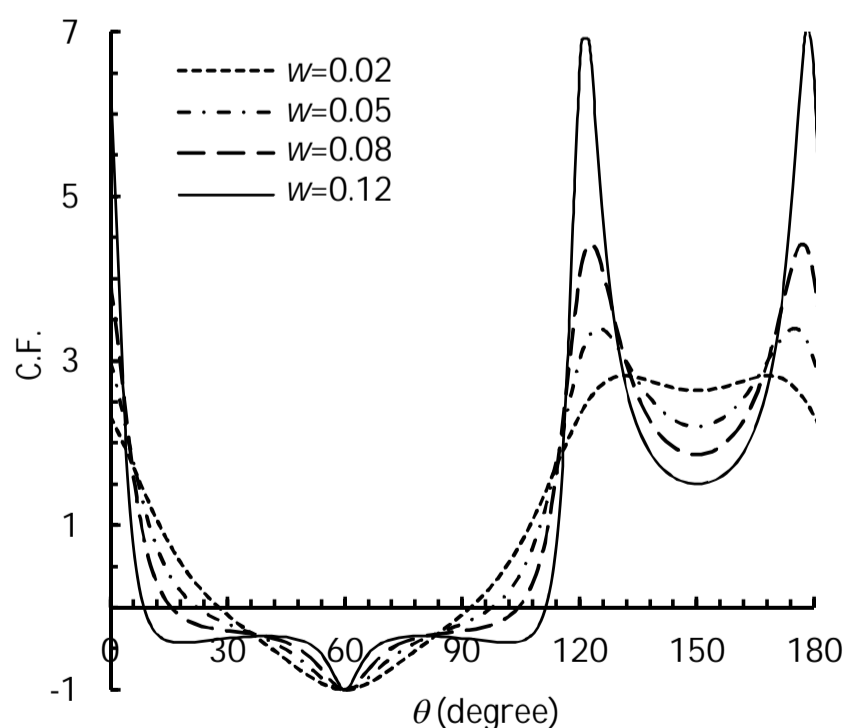


Fig. 17 Variations of the cost function for hexagonal cutout in optimal state of  $|\alpha - \beta| = 135^\circ$

شکل 17 روند تغییرات تابع هزینه برای گشودگی شش ضلعی در حالت بهینه  $|\alpha - \beta| = 60^\circ$

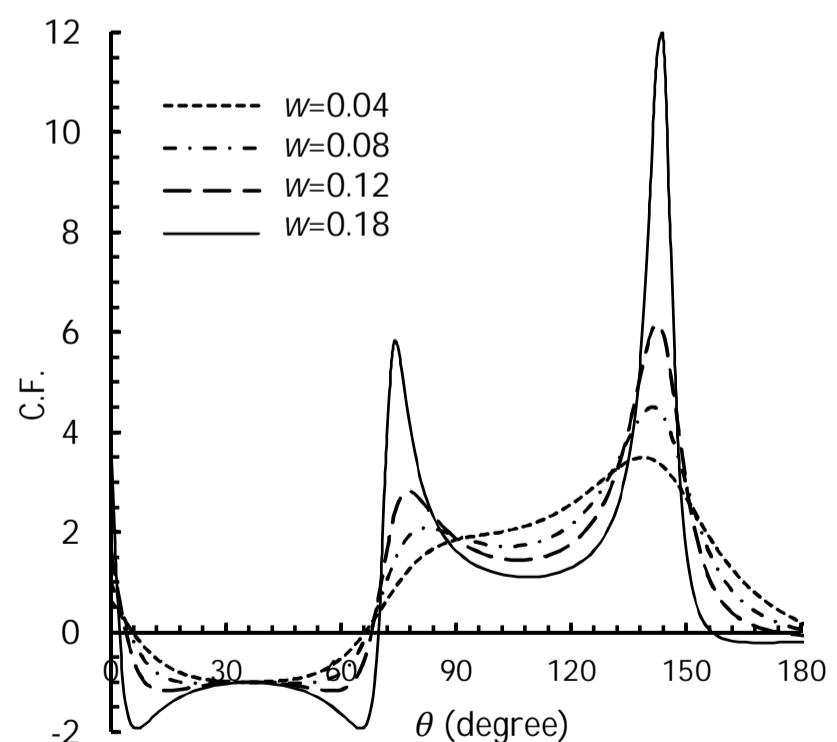


Fig. 16 Variations of the cost function for pentagonal cutout in optimal state of  $|\alpha - \beta| = 36^\circ$

شکل 16 روند تغییرات تابع هزینه برای گشودگی پنج ضلعی در حالت بهینه  $|\alpha - \beta| = 36^\circ$

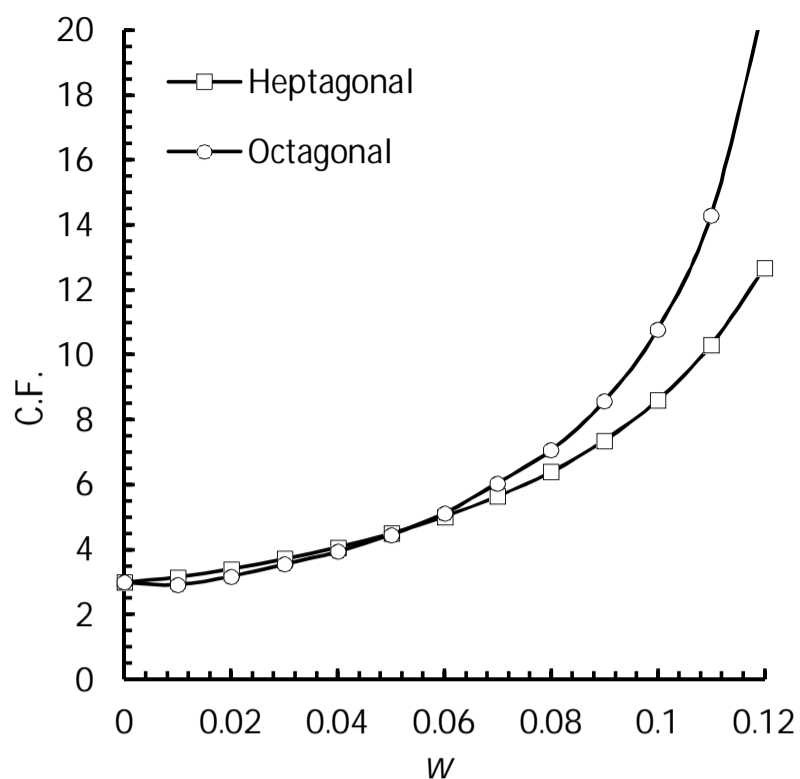


Fig. 18 Variations of the cost function to the curvature of cutout

شکل 18 تغییرات تابع هزینه نسبت به انحناي گشودگی

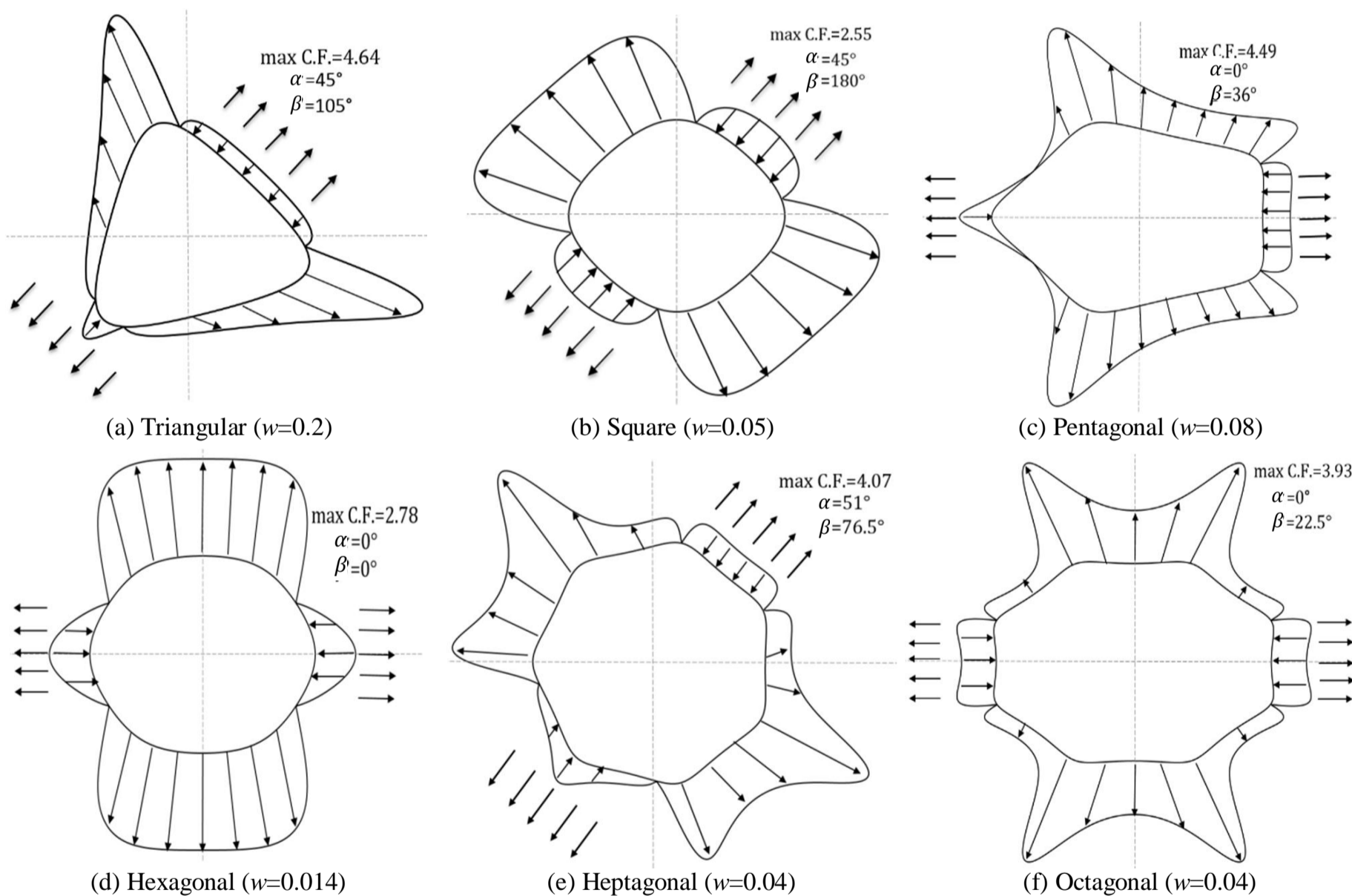


Fig. 19 Variations of the cost function around different cutout in optimal state

پارامترهای بهینه تعیین گردد. از بین تمام گشودگی‌های مورد بررسی در این مقاله، کمترین مقدار تابع هزینه متعلق به گشودگی چهارضلعی می‌باشد که حالت بهینه‌ی این گشودگی نسبت به گشودگی دایره‌ای دارای تمرکز تنش کمتری در حدود 15 درصد می‌باشد. بنابراین بر خلاف تصور می‌توان با بهینه‌سازی به تمرکز تنش کمتر از تمرکز تنش گشودگی دایره‌ای دست یافت. در آنالیز نمودارهای همگرایی مربوط به الگوریتم PSO نشان داده شد که در همگرایی این الگوریتم کشف نقاط بهینه‌ی (محلی و کلی) با تنظیم پارامترهای  $C_1$  و  $C_2$  تأثیر می‌پذیرد؛ در حالی که رابطه‌ی سرعت همگرایی به وسیله‌ی پارامتر ضریب وزنی قابل تعیین و تغییر می‌باشد. در روش اول تعیین ضریب اینرسی به صورت ثابت برای  $\omega=0.6$  تا  $\omega=0.7$  سرعت همگرایی متوسط است. اما در حالت تعیین این ضریب به صورت کاهش خطی سرعت همگرایی بالایی دارد. به طور کلی کارایی این روش‌ها به نوع مسأله از لحاظ تعداد نقاط بهینه‌ی کلی وابسته می‌باشد. بنابراین توصیه می‌شود در حل مسائل زمان‌بر از روش دوم یعنی کاهش خطی استفاده گردد.

شکل 19 روند تغییرات تابع هزینه اطراف گشودگی‌های مختلف در حالت بهینه شده

## 10- مراجع

- [1] C. Y. Gao, J. Z. Xiao, Y. L. Ke, FE analysis of stress concentrations in composite plates with multiple holes for zigzag multi-fastened joints, *Materials Science Forum*, Vol. 770, pp.17-20, 2014.
- [2] N. I. Muskhelishvili, *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*, Second edition, pp. 361-366, Netherlands: Noordhoff, 1962.
- [3] G. N. Savin, *Stress Concentration Around Holes*, pp. 1-10, New York: Pergamon Press, 1961.
- [4] S. G. Lekhnitskii, *Anisotropic Plates*, Second edition, pp. 157-180, New York: Gordon and Breach Science, 1968.
- [5] K. N. Rajaiah, K. Naik, Optimum quasi-rectangular holes in infinite orthotropic plates under in-plane loadings, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, No. 4a, pp. 891-892, 1983.
- [6] J. Rezaeepazhand, M. Jafari, Stress Concentration in Metallic Plates with Special Shaped Cutout. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 52, pp. 96-102, 2010.
- [7] M. Jafari, E. Ardalani, Analytical solution to calculate the stress distribution around triangular hole in finite isotropic plates under in-plane loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 165-175, 2015. (in فارسی)

- [17] M. Dorigo, V. Maniezzo, A. colomi, Ant system: optimization by a colony of cooperating agents, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, Vol. 26, No. 1, pp. 29-41, 1996.
- [18] M. Dorigo, G. Di Caro, L.M. Gambardella, Ant algorithms for discrete optimization, *Artificial Life*, Vol. 5, No. 2, pp. 137-172, 1999.
- [19] M. Dorigo, T. Stützle; *Ant Colony Optimization*, pp. 54-60, Cambridge: the MIT Press, 2004.
- [20] X. Yang , J. Yuan, J. Yuan , H. Mao, A modified particle swarm optimizer with dynamic adaptation, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 189, PP. 1205–1213, 2007.
- [21] F. T.S.chan, M.K. Tiwari, *swarm intelligence: Focus on ant and particle swarm optimization*, pp. 375-381, austria: I-teach education and publishing, 2007.
- [22] El-ghazali T, *Metaheuristics: from design to implementation*, pp. 247-252, New Jersey: a john Wiley & sons, Inc., 2009.
- [23] Y.H. Shi, R.C. Eberhart, Parameter selection in particle swarm optimization, *7th International Conference, Evolutionary Programming VII*, EP98 San Diego, California, USA, Springer Berlin Heidelberg, Vol. 1447, pp. 591–600, 1998.
- [24] A. Ratnaweera, S. K. Halgamuge, H. C.Watson, Self-Organizing Hierarchical Particle Swarm Optimizer With Time-Varying Acceleration Coefficients, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol.8, No.3, pp. 240–255, 2004.
- [25] G. Venter, R.T. Haftka, J. Sobieszczanski-Sobieski, Multidisciplinary Optimization of a Transport Artificial Wing using Particle Swarm Optimization , *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, No. 2, pp. 121-131, 2004.
- [8] V. G. Ukadgaonkar, D. K. N. Rao, A general solution for stresses around holes in symmetric laminates under in-plane loading, *Composite Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 339–354, 2000.
- [9] M. Jafari, B. Moshiri Aval, Stress analysis of symmetric composite laminates with quasi-rectangular hole subjected to in-plane loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 395-404, 2014. (in Persian فارسی)
- [10] M. Batista, on the stress concentration around a hole in an infinite plate subject to uniform load at infinity, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 4, pp. 254-261, 2011.
- [11] J. Kennedy, R. Eberhart, Particle Swarm Optimization, *IEEE International Conference on Neural Networks*, Perth, Australia, pp. 1942-1948, 1995.
- [12] R. Kathiravan, R. Ganguli, Strength design of composite beam using gradient and particle swarm optimization, *Composite Structures*, Vol. 81, pp. 471-479, 2007.
- [13] S. Suresh, P.B. Sujit, A.K. Rao, Particle swarm optimization approach for multi-objective composite box-beam design, *Composite Structures*, Vol. 81, pp. 598-605, 2007.
- [14] T. Yuanfu, C. Jianqiao, P. Wenjie, Probabilistic Optimization of Laminated Composites Considering Both Ply Failure and Delamination Based on PSO and FEM, *Tsinghua Science and Technology*, Vol. 14, pp. 89–93, 2009.
- [15] H. Hemmatian, F. Fereidoon, M. Rajabpour, Optimization of prismatic core based on particle swarm algorithm, *Modeling in Engineering*, Vol. 8, No. 20, pp. 17-26, 2010. (in Persian فارسی).
- [16] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, M.P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.