



## مسیریابی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR برای جلوگیری از تداخل‌های مکانیکی به کمک روش میدان پتانسیل مجازی

حسین کاظمی<sup>1</sup>، مهدی طالع ماسوله<sup>2\*</sup>، پوریا نوزری پرشکوهی<sup>1</sup>، رویا صباغ نوین<sup>3</sup>

- 1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
 2- استادیار، آزمایشگاه تعامل انسان و ربات، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران  
 3- دانشجوی دکتری، دانشکده مکانیک، دانشگاه یوتا، سالک لیک سیتی، یوتا  
 \* تهران، صندوق پستی 143951374، m.t.masouleh@ut.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

این مقاله به مسیریابی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR برای جلوگیری از تداخل مکانیکی در فضای کاری آن می‌پردازد. برای رسیدن به این هدف از روش میدان پتانسیل مجازی استفاده می‌شود. برای جلوگیری از گیرکردن ربات در کمینه‌های نسبی میدان پتانسیل، یک روش جدید که ترکیبی از روش میدان پتانسیل مجازی، منطق شرطی و روش‌های کمکی مانع مجازی پیرو، مانع مجازی متعامد و مانع مجازی محیطی است به عنوان یک الگوریتم هیبریدی ارائه شده است. سپس حل معکوس سینماتیکی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR انجام می‌گردد و الگوریتم هیبریدی فوق‌الذکر بر روی آن پیاده می‌شود. در این مقاله دو حالت مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد، در ابتدا این روش برای یک ربات بستر پویا شبیه سازی می‌شود و سپس به ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR تعمیم داده می‌شود. برای قابل اجرا و سریع بودن روش، این الگوریتم توسط زبان برنامه نویسی C نوشته و نتایج توسط نرم‌افزار متلب به نمایش در می‌آیند. نتایج شبیه سازی نشان دهنده آن است که این الگوریتم هیبریدی ارائه شده برای هر دو حالت ربات بستر پویا و ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR قابل اجرا می‌باشد.

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 30 تیر 1394  
 پذیرش: 28 مهر 1394  
 ارائه در سایت: 10 آذر 1394  
 کلید واژگان:  
 ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR  
 مسیریابی  
 الگوریتم اجتناب از مانع  
 روش میدان پتانسیل مجازی  
 روش مانع مجازی پیرو

## Path planning of 3-RRR planar parallel robot by avoiding mechanical interferences via artificial potential field

Hossein Kazemi<sup>1</sup>, Mehdi Tale Masouleh<sup>2\*</sup>, Pouria Nozari Porshokuhi<sup>1</sup>, Roya Sabbagh Novin<sup>3</sup>

- 1- Faculty of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
 2- Human and Robot Interaction Laboratory, Faculty of New science and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran  
 3- Faculty of Mechanical Engineering, The University of Utah, Salk Lake city, Utah, United State of America  
 \* P.O.B. 143951374, Tehran, Iran, m.t.masouleh@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 21 July 2015  
 Accepted 20 October 2015  
 Available Online 01 December 2015

**Keywords:**  
 3-RRR planar parallel robot  
 path planning  
 obstacle avoidance  
 artificial potential field approach  
 following obstacle method

### ABSTRACT

This paper deals with the collision-free path planning of planar parallel robot by avoiding mechanical interferences and obstacle within the workspace. For this purpose, an Artificial Potential Field approach is developed. As the main contribution of this paper, In order to circumvent the local minima problem of the potential fields, a novel approach is proposed which is a combination of Potential Field approach, Fuzzy Logic and also a novel algorithm consisting of Following Obstacle as well as Virtual Obstacle methods, as a hybrid method. Moreover, the inverse kinematic problem of the 3-RRR planar parallel robot is analyzed and then the aforementioned hybrid method is applied to this mechanism in singular-free case. It is worth mentioning that, in this paper, all the probable collisions, i.e., the collision between the mechanism and the obstacles and also mechanical interferences among the links, are taken into accounts. Two general cases have been considered in collision-free path planning simulation; the first case considered a mobile robot in several workspaces and the second one was assigned to the 3-RRR planar parallel robot path planning. Results of the simulations, which are implemented in C programming language for the sake of real-time purposes. reveal that for the both cases, the newly proposed hybrid path planning method is efficient enough for the mobile robot, or the end-effector of the planar parallel robot to reach the goal without colliding with the obstacles.

رود که اغلب کارها با هدف تعامل انسان و ربات<sup>1</sup> انجام شود. ربات‌ها دسته

### 1- مقدمه

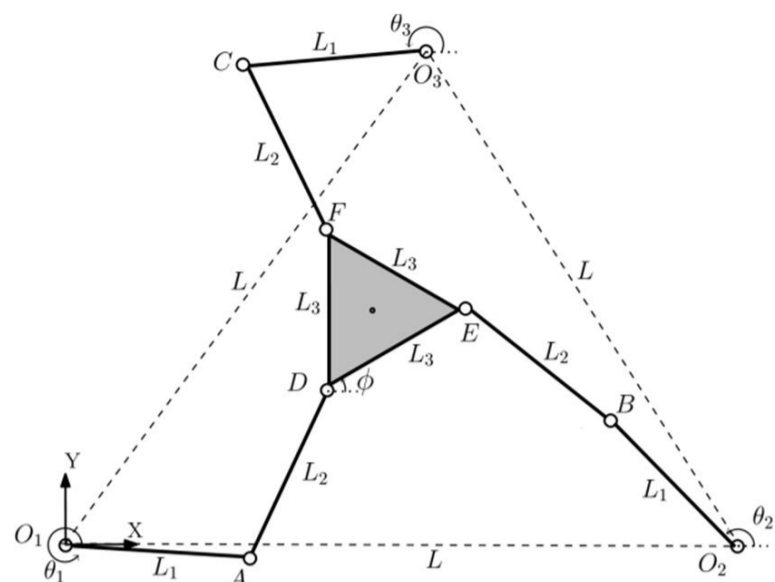
کاربرد ربات‌ها در زندگی روز به روز بیشتر می‌شود و تقریباً شرایط به سمتی می

1 - Human-Robot interaction

Please cite this article using:

H. Kazemi<sup>1</sup>, M. Tale Masouleh, P. Nozari Porshokuhi, R. Sabbagh Novin, Path planning of 3-RRR planar parallel robot by avoiding mechanical interferences via artificial potential field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 317-325, 2015 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 1 ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR و نام گذاری اجزای آن

مهمترین روش‌های کلاسیک روش‌های میدان پتانسیل<sup>11</sup> و روش هیستوگرام میدان برداری<sup>12</sup> و روش پنجره پویا<sup>13</sup> می‌باشد [8-10]. در روش میدان پتانسیل با قرار دادن میداین پتانسیل دافعه و جاذبه مجازی سعی می‌شود تا ربات را بدون برخورد به مانع به هدف برسد در ادامه به‌طور مفصل در رابطه با این روش بحث می‌شود. در روش هیستوگرام میدان برداری مسیر ربات بر اساس حداقل چگالی میدان<sup>14</sup> و نزدیکی به هدف مشخص می‌شود. در روش پنجره پویا سرعت خطی و زاویه ای عملی ربات را با توجه به شتاب ربات در نظر گرفته می‌شود. سرعت ربات در لحظه بعد طوری در نظر گرفته می‌شود تا از برخورد جلوگیری شود. اخیراً روش‌های جدید نوین برای رفع اشکالات روش‌های کلاسیک، مانند گیرکردن در کمینه‌های محلی ارائه شده است. یکی از این روش‌ها، روش مدرن میدان پتانسیل مجازی<sup>15</sup> است که از ترکیب دو روش ژنتیک و میدان پتانسیل مجازی به دست می‌آید [11]. دیگر روش مورد استفاده از ترکیب دو روش میدان پتانسیل و مانع سرعت<sup>16</sup> برای تشخیص تصادف‌های قطعی با مانع به دست می‌آید [12].

در طول سال‌های اخیر روش میدان پتانسیل مجازی برای اجتناب از مانع مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. این روش در ابتدا توسط خطیب<sup>17</sup> در سال 1985 ارائه شده است [8]. در این روش یک میدان پتانسیل جاذبه مجازی بین ربات و هدف قرار داده می‌شود و بین ربات و موانع نیز میدان پتانسیل دافعه قرار می‌دهند. این کار باعث می‌شود تا یک نیروی جاذبه مجازی بین ربات و هدف ایجاد شود و نیروهای دافعه‌ای هم بین ربات و موانع ایجاد می‌شود که باعث می‌شود تا ربات بدون برخورد به موانع به سمت هدف حرکت کند. البته در این روش مشکلاتی وجود دارد که باید با ایجاد تغییرات در میدان پتانسیل تعریف شده این مشکلات را رفع کرد. مهم‌ترین مشکلات این روش عبارتند از: 1- تله‌های ناشی از کمینه‌های محلی 2- عبور از بین مانع‌های نزدیک به هم 3- ارتعاشات ربات در نزدیکی مانع 4- نقاط هدف دست نیافتنی. در [13]، الگوریتمی میدان پتانسیل برای محیط‌های بدون تغییر ارائه شد. چند سال بعد میدان پتانسیل جدیدی معرفی شد که مشکل اهداف دست نیافتنی را حل می‌کرد. در همین سال روش استفاده از مانع مجازی برای خروج از کمینه‌های محلی ارائه گردید [14].

متأسفانه معضل تداخل‌های مکانیکی در ربات‌های موازی بسیار کم مورد

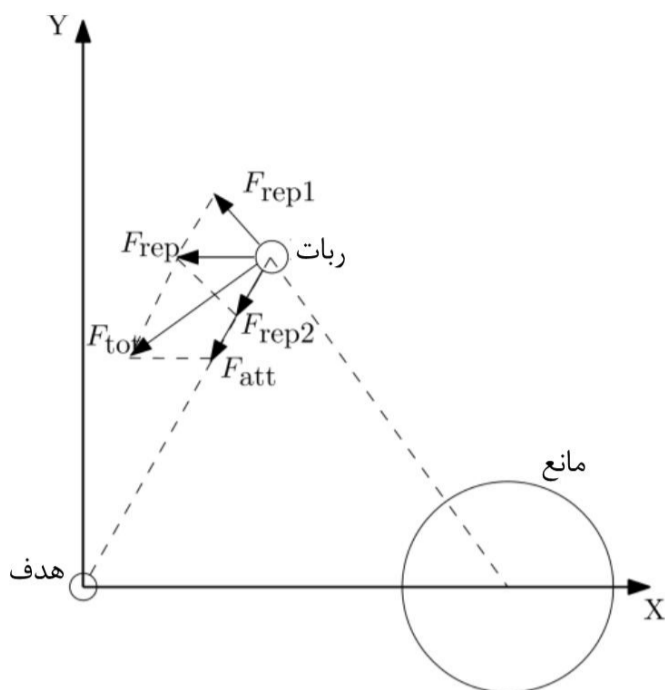
بندی‌های گوناگونی دارند. گونه‌ای از ربات‌ها که به ربات‌های پایه ثابت موسوم می‌باشند به‌طور کلی به دو دسته ربات‌های موازی و ربات‌های سری تقسیم‌بندی می‌شوند. ربات‌های سری همان‌طور که از نام آن‌ها نمایان است از اتصال سری چند لینک به وجود می‌آیند [1]، در حالی که در ربات‌های موازی مجری نهایی<sup>1</sup> از طریق چند زنجیره سینماتیکی<sup>2</sup> بسته به پایه وصل است [2]. قابلیت رسیدن به سرعت و دقت بالاتر، از مهمترین برتری‌های ربات‌های موازی در مقابل ربات‌های سری هستند. در ربات‌های سری، خطای مجری نهایی، مجموع خطاهای تمام عملگرها است. ولی در ربات‌های موازی، خطای مجری نهایی، وابستگی غیرخطی به خطاهای عملگرها دارد. ویژگی دیگر ربات‌های موازی این است که می‌توان عملگرهای آن را روی بخش ثابت قرار داد، درحالی که در ربات‌های سری، معمولاً هر عملگر روی بازوی مرتبط با خودش قرار دارد [3]. ربات‌های موازی، در مقایسه با ربات‌های سری، از صلبیت بیشتری برخوردارند. حلقه‌ی سینماتیکی بسته‌ی این ربات‌ها، باعث می‌شود که حرکت‌های بسیار کوچک ناخواسته را به حداقل خود برساند. ربات‌های موازی را می‌توان به دو دسته کلی ربات‌های موازی صفحه‌ای و فضایی تقسیم کرد [2]. یکی از ربات‌های موازی معروف ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR است که همان‌طور که در شکل 1 مشاهده می‌شود از 6 لینک تشکیل شده است که توسط مفاصل لولای<sup>3</sup> به یکدیگر متصل شده‌اند و توسط سه موتور حرکت مجری نهایی<sup>4</sup> را کنترل می‌کنند. یکی از بزرگترین مشکلات ربات‌های موازی مخصوصاً ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR برخورد لینک‌ها به یکدیگر است که در مقیاس‌های بزرگ و یا سرعت‌های بالا می‌تواند خسارت‌های زیادی را به همراه داشته باشد همچنین فضای کاری محدود ربات‌های موازی را که از معایب آن‌ها به شمار می‌رود، را مضاعفاً محدودتر می‌نماید.

از گذشته الگوریتم‌های مسیریابی به همراه اجتناب از برخورد به مانع مورد توجه محققان بوده است و برای این کار الگوریتم‌های متفاوتی ارائه شده است که هر کدام از آن‌ها مزایا و معایبی دارند. به‌طور کلی این رهیافت‌ها به دو دسته برون‌خط<sup>5</sup> و برخط<sup>6</sup> تقسیم‌بندی می‌شود. در رهیافت‌های برون‌خط در همان ابتدای کار همه مشخصات محیط اعم از محل قرارگیری ربات و موانع مشخص است. در این رهیافت محیط بدون تغییر است و یا اگر تغییری دارد، نحوه تغییرات آن از قبل مشخص است. این رهیافت نیز خود به دو دسته رهیافت‌های کلاسیک و نوین تقسیم می‌شود. رهیافت‌های کلاسیک عمدتاً قدیمی‌تر هستند، که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به الگوریتم‌های فضای سی<sup>7</sup> و نقشه راه<sup>8</sup> و تجزیه سلولی<sup>9</sup> [5,4] اشاره کرد. مهم‌ترین مشکل رهیافت‌های کلاسیک گرفتار شدن در نقاط کمینه نسبی می‌باشد. برای رفع ایرادهای روش‌های کلاسیک روش‌های نوین ارائه شدند که یکی از مهم‌ترین این روش‌ها، روش الگوریتم ژنتیک<sup>10</sup> [6,7] می‌باشد.

در رهیافت‌های برخط در ابتدا مشخصات محیط در دسترس نیست و معمولاً به صورت لحظه‌ای و با استفاده از اطلاعات به دست آمده از سنسورها ویژگی‌های محیط مشخص می‌شود و با توجه به همین اطلاعات ربات تصمیم به حرکت می‌گیرد. در این روش‌ها نیازی به ثابت بودن محیط نمی‌باشد. این روش‌ها هم به دو دسته کلی کلاسیک و نوین تقسیم می‌شود.

- 1 - End-effector
- 2 - Kinematic chain
- 3 - Revolute joint
- 4 - End-effector
- 5 - Offline
- 6 - Online
- 7 - C-Space
- 8 - Road map
- 9 - Cell decomposition
- 10 - Genetic Algorithm(GA)

- 11 - Artificial potential fields (APF)
- 12 - Vector field histogram (FHA)
- 13 - Dynamic window approach
- 14 - Polar density
- 15 - Evolutionary Artificial Potential Fields (EAPF)
- 16 - Velocity obstacle method
- 17 - Khatib



شکل 2 نیروهای وارد شده به ربات به همراه تعریف آن

در شکل 2 نیروهای وارد بر ربات با استفاده از این میدان‌های پتانسیل مشاهده می‌شود.

این روش تعریف میدان پتانسیل از آن جهت اهمیت دارد که باعث می‌شود هنگامی که هدف در نزدیکی مانع هست، ربات بتواند بدون مشکل محل آن را تشخیص داده و بدون آن‌که در کمینه محلی گرفتار شود به سمتش حرکت کند [13].

یکی از مشکلات اصلی استفاده از این میدان پتانسیل به تنهایی این است که در هنگام هم راستا بودن ربات و مانع و هدف و هنگامی که مانع بین ربات و هدف است ربات در کمینه‌های محلی گیر می‌کند که ناشی از تعادل نیروهای مجازی وارد شده به ربات است. این تعادل نیرویی در شکل 3 نشان داده شده است.

برای رفع این مشکل از الگوریتم شرطی به علاوه مانع مجازی استفاده شده است و این شرط فرض شده است که هنگام هم‌راستا شدن ربات و هدف و مانع یک مانع مجازی در پشت ربات قرار بگیرد. این امر باعث می‌شود یک نیروی ثابت در راستای عمود بر خط عبوری از ربات و هدف به ربات وارد شود. این امر سبب می‌شود تا تعادل نیرویی بر هم خورده و ربات به مسیر خود ادامه دهد، شکل 4 این اتفاق را نشان می‌دهد [14].

تا به این‌جا تمام مشکلات در هنگام وجود یک مانع رفع شده‌اند، با این حال وقتی تعداد مانع‌ها بیشتر شود، مساله کمی متفاوت است و تعداد کمینه‌های محلی افزایش پیدا می‌کند.

در حالتی که ربات در محیطی باشد که در آن دو مانع و یا بیشتر داشته وجود باشد برای تعادل نیرویی دیگر نیاز نیست ربات و هدف و مانع هم راستا باشند و این اتفاق می‌تواند در شرایط دیگری هم رخ دهد به طور مثال شکل 5 یکی از این حالت‌ها را نشان می‌دهد.

برای رفع این مشکل و این‌که همزمان علاوه بر حل این مشکل مسیر کوتاه انتخاب شده باشد از روش جدیدی به نام مانع مجازی پیرو<sup>1</sup> استفاده می‌شود. برای این حالت فرض می‌شود همواره یک مانع مجازی در فاصله نزدیک پشت ربات وجود دارد که ربات را به سمت مانع هدایت می‌کند. این فاصله کم بین مانع مجازی و ربات باعث به وجود آمدن نیروی بزرگی به سمت هدف می‌شود و اگر فاصله دو مانع 1 و 2 خیلی کم نباشد، ربات به راحتی به هدف می‌رسد. شکل 6 نحوه در نظر گرفتن مانع مجازی پیرو را نشان می‌دهد.

بررسی قرار گرفته است. در این مقاله سعی بر شبیه‌سازی الگوریتم مسیریابی بدون تداخل مکانیکی بین لینک‌ها و مجری نهایی و موتورها برای ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR دارد. برای این منظور از ترکیب روش میدان پتانسیل مجازی و منطق شرطی استفاده شده است که به عنوان الگوریتم هیبریدی استفاده می‌شود. برای از بین بردن محدودیت‌های روش میدان پتانسیل مجازی، در این مقاله، سه الگوریتم کمکی مانع مجازی پیرو و مانع مجازی محیطی و مانع مجازی متعامد ارائه شده است.

ساختار این مقاله به این صورت است که در بخش 2 یک الگوریتم هیبریدی متشکل از روش میدان پتانسیل مجازی و منطق شرطی برای ربات بستر پویا معرفی می‌شود. سپس به مشکلاتی که این الگوریتم از آن رنج می‌برد پرداخته می‌شود و سه روش مانع مجازی پیرو و مانع مجازی محیطی و مانع مجازی متعامد برای رفع این مشکلات معرفی می‌گردند. در بخش 3 ابتدا انواع برخورد مکانیکی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس سینماتیک معکوس آن تحلیل می‌شود. در بخش 4 الگوریتم‌های فوق‌الذکر به صورت شبه کد توضیح داده می‌شود. سپس در بخش 5 نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای هر دو حالت ربات بستر پویا و ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR بیان می‌شود. در نهایت در بخش آخر نتایج و کارهایی که در آینده می‌توان انجام داد ذکر می‌گردد.

## 2- روش میدان پتانسیل مجازی

در روش میدان پتانسیل مجازی هدف به عنوان یک چاه پتانسیل و موانع به عنوان چشمه پتانسیل در نظر گرفته می‌شوند. این امر سبب ایجاد پتانسیل جاذبه بر روی هدف و دافعه بر روی موانع می‌شود. میدان‌های پتانسیلی که برای رفع مشکل رسیدن به اهداف دست نیافتنی ارائه می‌شود به صورت زیر تعریف می‌شود.

میدان پتانسیل جاذبه‌ای که بر روی هدف قرار می‌گیرد به صورت رابطه (1) می‌باشد:

$$U_{att} = \frac{1}{2} \varepsilon \rho^m \quad (1)$$

که در این عبارت  $\rho$  فاصله ربات تا هدف می‌باشد.  $m$  یک ثابت دلخواه می‌باشد که معمولاً 1 یا 2 انتخاب می‌شود و  $\varepsilon$  نیز ثابت می‌باشد. همچنین میدان پتانسیل دافعه به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} U_{rep} = \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \rho^n & \rho' < \rho_0 \\ U_{rep} = 0 & \rho' > \rho_0 \end{cases} \quad (2)$$

که در این رابطه  $\rho'$  فاصله ربات تا مانع می‌باشد و  $\rho_0$  شعاع موثر مانع است.  $n$  و  $\alpha$  نیز ثابت‌های دلخواه می‌باشند. مقدار نیروی وارد شده به یک شی به واسطه میدان پتانسیل از رابطه (3) بدست می‌آید:

$$F = -\nabla U \quad (3)$$

آنگاه:

$$\begin{cases} F_{att} = \frac{1}{2} \varepsilon, m = 1 \\ F_{att} = -\varepsilon \rho, m = 2 \end{cases} \quad (4-الف)$$

$$\begin{cases} F_{rep} = F_{rep1} \nabla \rho' + F_{rep2} \nabla \rho, \rho' < \rho_0 \\ F_{rep} = 0, \rho' > \rho_0 \end{cases} \quad (4-ب)$$

که در آن:

$$F_{rep1} = \alpha \left( \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{\rho^n}{\rho'^2}, F_{rep2} = \frac{n}{2} \alpha \left( \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho_0} \right) \rho^{n-1} \quad (5)$$

همچنین  $\nabla \rho$  برداری در راستای  $\rho$  و  $\nabla \rho'$  برداری در راستای  $\rho'$  می‌باشد. در این مقاله مقادیر انتخاب شده برای ضرایب به صورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon = 2, m = 2, \alpha = 1, n = 2 \quad (6)$$

1 - Following obstacle method

جدول 1 ابعاد ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR مورد بررسی

ابعاد ربات	طول (cm)
$L_1$	20
$L_2$	20
$L_3$	20
$L$	47

این روش نیز هنگامی که مانع‌ها خیلی به هم نزدیک باشند، دچار مشکل می‌شود و ربات در کمینه محلی گرفتار می‌شود. زیرا مقدار نیروهای دافعه وارده از موانع، بزرگ می‌شود و نیروی مانع مجازی را خنثی می‌کند، شکل 7 این اتفاق را نشان می‌دهد. برای رفع این مشکل از روش مانع مجازی محیطی استفاده می‌شود [15].

در روش مانع مجازی محیطی فرض می‌شود اگر فاصله دو مانع از حد خاصی کوچک‌تر شد، به جای آن دو مانع یک مانع بر آن دو محیط شده و ربات آن مانع را دور بزند. البته برای این که ربات مسیر کوتاه‌تری را طی کند و همچنین برای رفع این مشکل که ممکن است هدف خود در مانع مجازی قرار بگیرد فرض می‌شود این مانع مجازی فقط هنگامی حضور دارد که فاصله ربات تا مرکز مانع مجازی، کمتر از فاصله آن تا هدف باشد. شکل 8 نحوه برهم خوردن تعادل نیرویی و نیروی حاصل از مانع مجازی پیرو را نشان می‌دهد.

### 3- الگوریتم اجتناب از مانع برای ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR

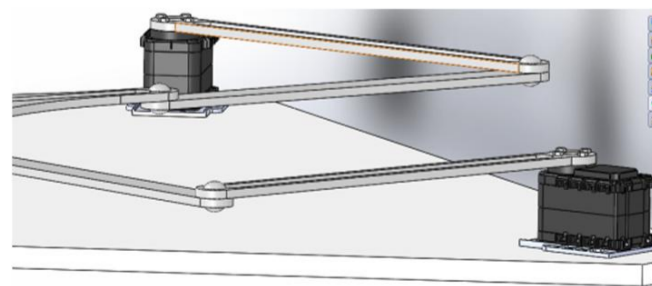
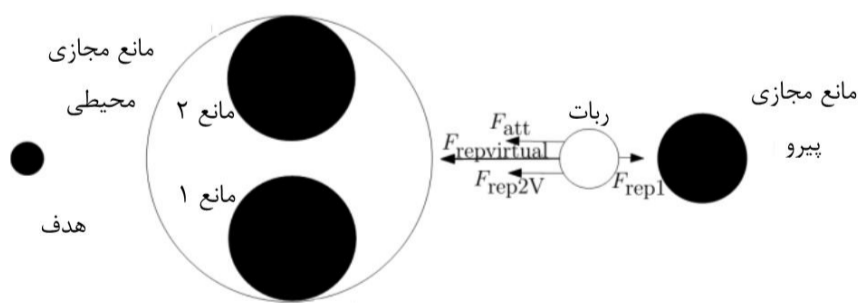
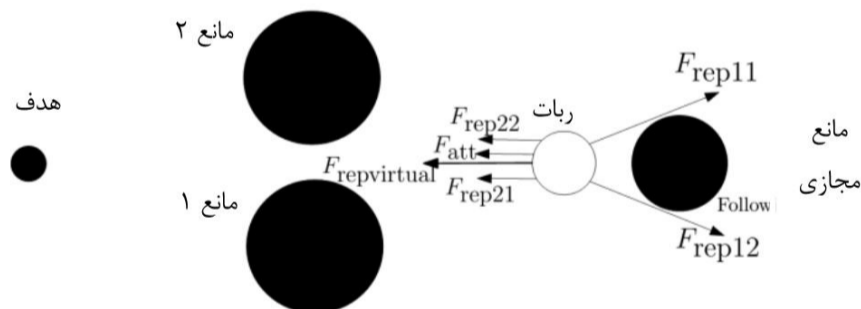
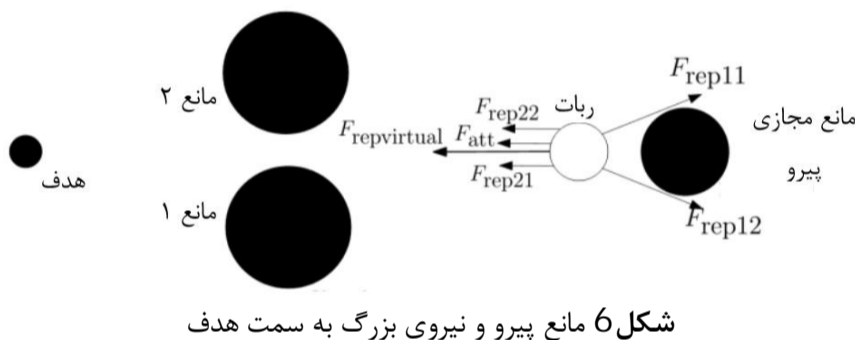
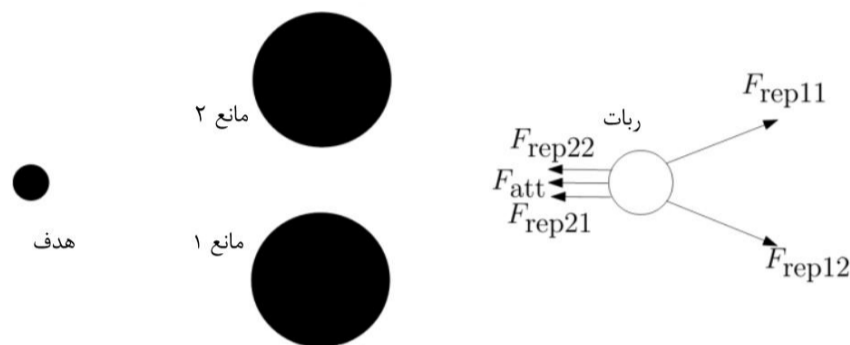
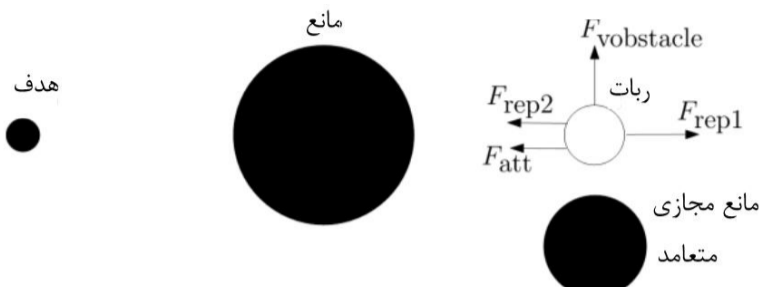
همان‌طور که قبلاً اشاره شد از جمله مشکلات ربات‌های موازی می‌توان به فضای کاری کوچک، برخورد لینک‌ها به یکدیگر، برخورد مجری نهایی با و برخورد لینک‌ها و مجری نهایی به موتورهای اشاره کرد. این برخوردها در مقیاس‌های بزرگ و سرعت‌های بالا می‌تواند موجب خسارت‌های زیادی به ربات شود، به همین دلیل وجود الگوریتمی برای جلوگیری از این برخوردها امری ضروری به نظر می‌رسد. ابعاد فرض شده برای ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR که در جدول 1 آورده شده است به صورت زیر می‌باشد:

از برخوردهای مهم محتمل این ربات می‌توان به برخورد مجری نهایی به موتورهای  $O_1$  و  $O_2$  و  $O_3$  و برخورد لینک‌های AD و BE و CF به یکدیگر و برخورد هر کدام به موتورهای اشاره کرد. باید توجه کرد که مفاصل لولایی بین لینک‌ها باعث می‌شوند تا همه لینک‌ها در یک صفحه قرار نداشته باشند، شکل 9 نحوه اتصال لینک‌ها با مفصل لولا را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است لینک متصل‌های متصل به مجری نهایی در صفحه‌ای موازی و پایین‌تر از صفحه‌ای که مجری نهایی و لینک‌های متصل به موتور واقع هستند، قرار دارد. به همین این لینک‌ها فقط امکان برخورد با موتورها را دارند. پس به الگوریتمی نیاز است که علاوه بر هدایت مجری نهایی به سمت هدف از ایجاد برخورد بین این اجزا جلوگیری شود. هدف این بخش بدست آوردن الگوریتمی برای جلوگیری از برخورد لینک‌ها می‌باشد.

### 3-1- جلوگیری از برخورد مجری نهایی به موتورها و نحوه هدایت

#### ربات به سمت هدف به کمک روش میدان پتانسیل مجازی

برای جلوگیری از برخورد مجری نهایی با موتورها باید موتورها را طبق الگوریتم بخش قبل به‌عنوان مانعی برای مجری نهایی در نظر گرفت. از آنجا که مجری نهایی به شکل مثلث می‌باشد، برای جلوگیری از هرگونه برخورد آن به موتورها، هر موتور به صورت مانعی دایره‌ای شکل با شعاعی معادل با بیشترین فاصله مرکز مجری نهایی تا رئوس آن در نظر گرفته می‌شود. برای هدایت ربات به سمت هدف یک میدان پتانسیل جذب کننده در نقطه هدف



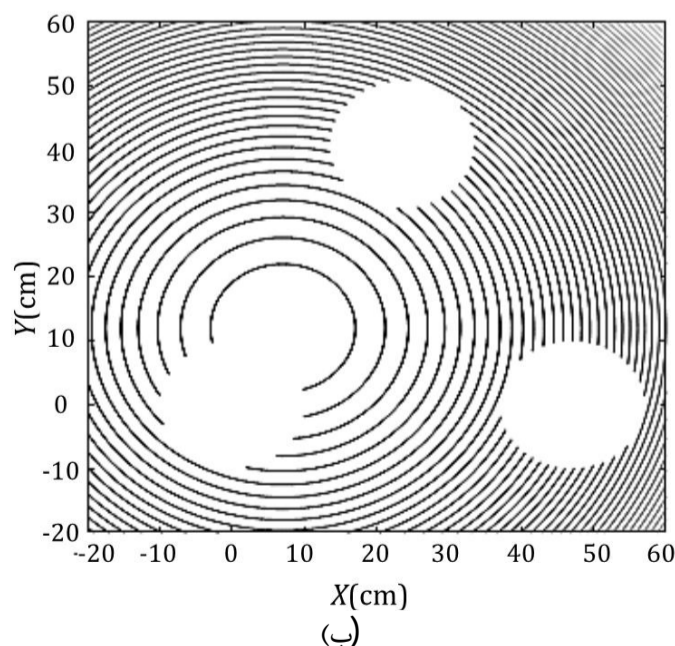
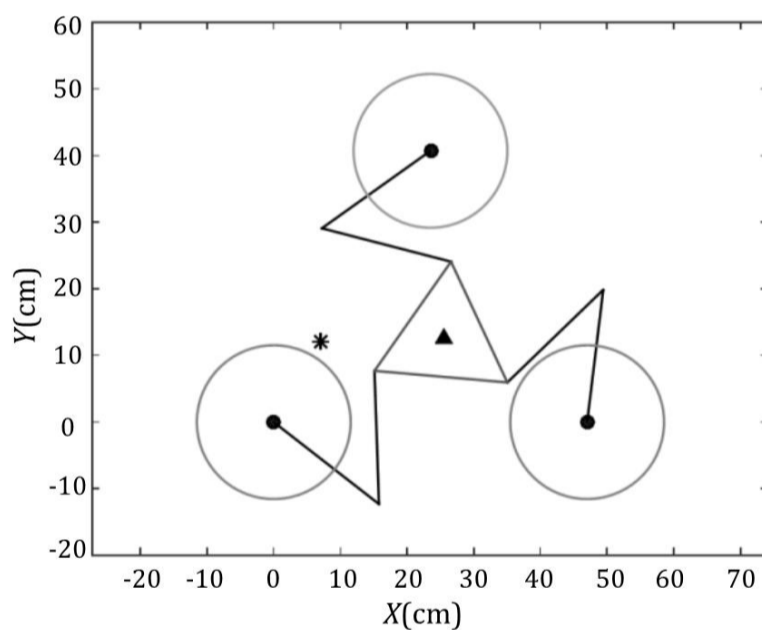


$$B_3 = Y_d + L_3 \sin(\varphi + \frac{\pi}{3}) - Y_{03}, H_3 = A_3^2 + B_3^2 + L_1^2 - L_2^2 \quad (10)$$

#### 4- الگوریتم هیبریدی

جدول 2 الگوریتمی را که به منظور پیش‌بینی مسیر مناسب برای مجری نهایی با توجه ورودی و خروجی‌هایی که در خطوط 1 و 2 تعریف شده‌اند مورد استفاده قرار می‌گیرد را نشان می‌دهد. خطوط 3-9 به تعریف پارامترها و متغیرهای مورد استفاده در الگوریتم اختصاص دارد. خط 10 یک حلقه for را آغاز می‌کند که شرط آن بر روی متغیر  $i$  می‌باشد که از زمان اولیه آغاز شده و تا زمانی که مجری نهایی به هدف برسد ادامه دارد. برای هر پله زمانی  $i$  فاصله بین مرکز مجری نهایی و نقطه هدف و همچنین برداریان این فاصله در خطوط 11 و 12 محاسبه می‌شود.

به طور مشابه، در خطوط 13 و 14 کمترین فاصله بین مرکز مجری نهایی و مانع‌ها و برداریان این فاصله محاسبه می‌شود. سپس در خط 15 مقدار نیروی جاذبه به سمت هدف وارد بر مرکز مجری نهایی توسط رابطه (4-الف) محاسبه می‌شود. خط 16 یک if را با شرط روی کمترین فاصله بین مرکز مجری نهایی و مانع‌ها آغاز می‌کند. اگر فاصله موردنظر یعنی  $\rho'$  کمتر از شعاع موثر موانع یعنی  $\rho_0$  باشد، همانند خط 17 قسمت غیر صفر رابطه (4-ب) به عنوان نیروی دافعه به مجری نهایی وارد می‌شود، ولی اگر شرط ارضاء نشود همانند خط 19 مقدار نیروی دافعه صفر در نظر گرفته می‌شود. خط 21 یک if دیگر را با شرط هم راستا بودن مرکز مجری نهایی و هدف و مرکز مانع آغاز می‌کند.



شکل 10 الف) شبیه‌سازی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR در حالت اولیه ب) کانتور میدان پتانسیل ناشی از موانع در حالت اولیه

قرار داده می‌شود که باعث جذب شدن مجری نهایی به سمت هدف می‌شود. البته در این ربات هم کمینه‌های محلی مانند قرار گرفتن مرکز مجری نهایی و هدف و موتورها که به عنوان مانع فرض شده‌اند روی یک خط ممکن است اتفاق بیافتد که با استفاده از روش مانع مجازی این کمینه محلی رفع خواهد شد. باید در نظر گرفت که با توجه به شعاع موثر مانع‌هایی که برای موتورها در نظر گرفته شده است این امکان وجود ندارد که مجری نهایی تحت تاثیر نیروی دافعه حاصل از دو یا سه موتور قرار بگیرد. بنابراین فقط کمینه‌های محلی ناشی از حضور یک مانع باید بررسی شود. در شکل 10 نحوه در نظر گرفتن موتورها و کانتور میدان پتانسیل نشان داده شده است. باید توجه داشت که این روش به هیچ وجه باعث دوران مجری نهایی نمی‌شود.

#### 3-2- نحوه جلوگیری از برخورد لینک‌ها به یکدیگر

استفاده از روش پتانسیل برای جلوگیری از برخورد لینک‌ها بسیار دشوار می‌باشد و استفاده از این روش باعث به وجود آمدن کمینه‌های محلی بسیاری می‌شود. به همین دلیل برای جلوگیری از برخورد لینک‌ها از روش شرطی استفاده می‌شود. در این روش تعیین می‌شود هرگاه فاصله دو لینک از حد معینی کمتر شد، مجری نهایی در جهتی دوران کند که باعث افزایش این فاصله می‌شود. در شکل 11 نحوه دوران لینک‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است ربات در ابتدا در موقعیت 1 قرار داشته و به سمت نقطه هدف حرکت می‌کند. همان‌طور که مشخص است تا حالت 4 مجری نهایی دورانی ندارد، ولی در این حالت فاصله لینک‌ها کم می‌شود و در آستانه برخورد قرار می‌گیرند، پس مجری نهایی مجبور به دوران پادساعت‌گرد شده تا از برخورد جلوگیری کند و در همین حین به سمت نقطه هدف نیز حرکت می‌کند.

#### 3-3- حل سینماتیکی معکوس ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR

ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR دارای سه درجه آزادی می‌باشد. به همین دلیل می‌توان با تعیین زاویه سه لینک متصل به موتور، آن را کنترل کرد. به علت آن که در هر حالتی که مجری نهایی قرار داشته باشد هر دو لینک متصل به مجری نهایی می‌توانند دو حالت داشته باشند. به طور مثال هنگامی محل مفصل D مشخص باشد، با توجه به این که طول دو لینک DA و OA مشخص است، مفصل A همانند شکل 12 باید روی دو دایره به شعاع طول لینک‌ها و مرکز D و O باشد، که همانند شکل می‌توانند دو جواب 1 و 2 را داشته باشند. از این رو حل معکوس این ربات دارای هشت جواب می‌باشد، یعنی حرکت این ربات دارای هشت حالت حرکتی می‌باشد. برای کنترل این ربات ابتدا باید حالت اولیه ربات که نشان دهنده حالت حرکتی ربات است، مشخص شود. حل معکوس سینماتیکی این ربات که در شکل 1 نشان داده شده است به صورت زیر است [16]:

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \frac{(4Y_d L_1 \pm ((4Y_d L_1)^2 - 4(H_1 - 2X_d L_1)(H_1 + 2X_d L_1)))^{.5}}{2(H_1 + 2X_d L_1)} \quad (7)$$

$$\theta_2 = 2 \tan^{-1} \frac{(4B_2 L_2 \pm ((4B_2 L_2)^2 - 4(H_2 - 2A_2 L_1)(H_2 + 2A_2 L_1)))^{.5}}{2(H_2 - 2A_2 L_1)} \quad (8)$$

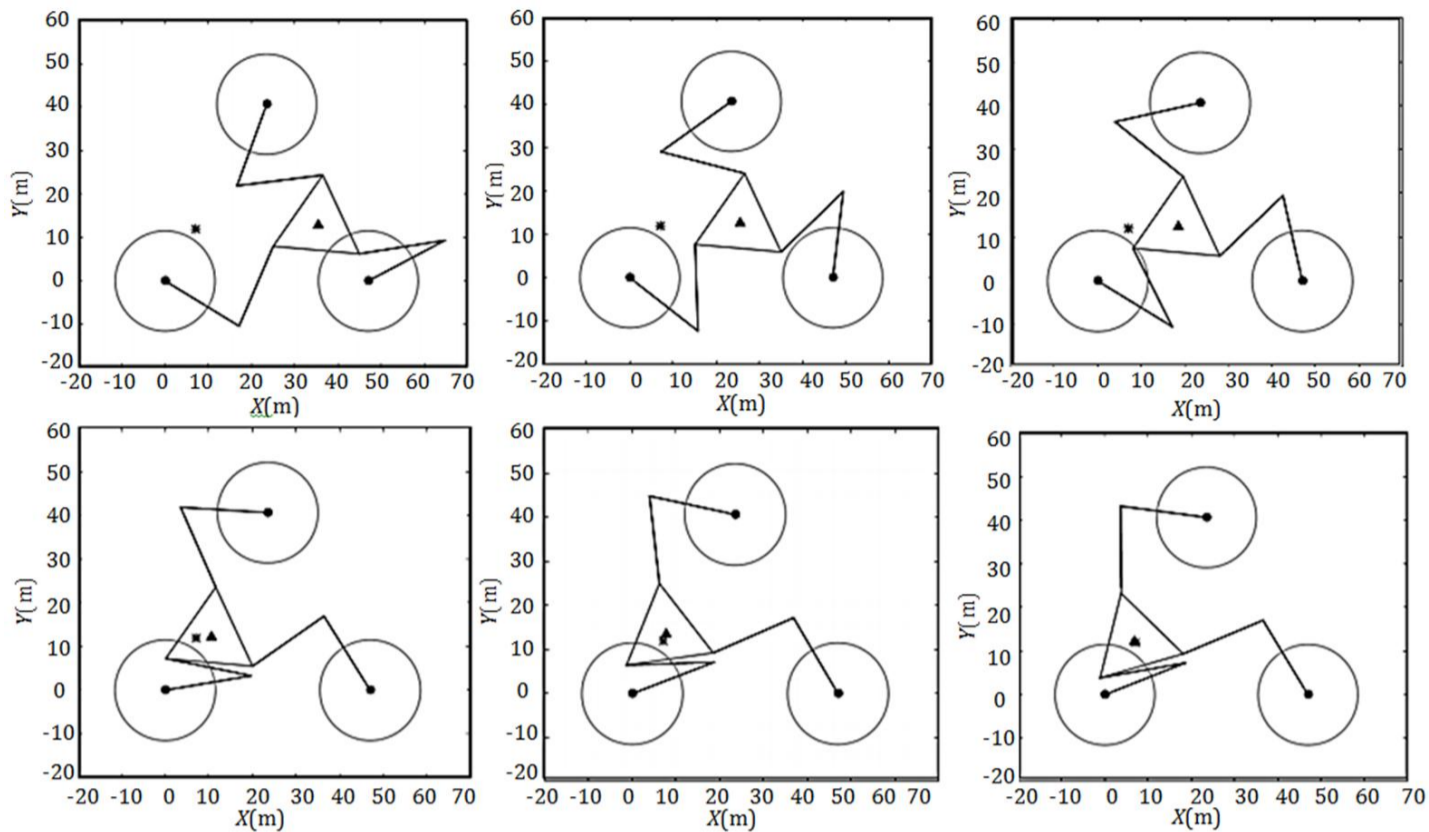
$$\theta_3 = 2 \tan^{-1} \frac{(4B_3 L_2 \pm ((4B_3 L_2)^2 - 4(H_3 - 2A_3 L_1)(H_3 + 2A_3 L_1)))^{.5}}{2(H_3 - 2A_3 L_1)} \quad (9)$$

در عبارت فوق داریم:

$$H_1 = X_d^2 + Y_d^2 + L_1^2 - L_2^2, A_2 = X_d + L_3 \cos(\varphi) - X_{02}$$

$$B_2 = Y_d + L_3 \sin(\varphi) - Y_{02}, H_2 = A_2^2 + B_2^2 + L_1^2 - L_2^2$$

$$A_3 = X_d + L_3 \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right) - X_{03}$$



شکل 11 نحوه دوران مجری نهایی برای جلوگیری از برخورد به مانع

3-6 متغیرهای مورد استفاده در الگوریتم دوم را توصیف می‌کند. خط 7 یک if را با شرط بر روی کمترین فاصله بین لینک YZ و مفصل X و همچنین روی لینک YZ بودن  $P_{mX,YZ}$  آغاز می‌کند. خط 8 یک حلقه for را با شرط این که فاصله بین لینک و مفصل از فاصله موثر ( $d_0$ ) کمتر باشد را آغاز می‌کند. خط 9 یک if دیگر را برای تعیین جهت دوران مجری نهایی آغاز می‌کند. خط 13 این شرط را خاتمه می‌دهد. خط 14 مختصات مفصل D که حل معکوس براساس آن انجام شده است را تعیین می‌کند که در این حالت باید در هر پله زمانی ثابت باشد یعنی مجری جهت دوران مجری نهایی آغاز می‌کند. خط 13 این شرط را خاتمه می‌دهد. خط 14 مختصات مفصل D که حل معکوس براساس آن انجام شده است را تعیین می‌کند که در این حالت باید در هر پله زمانی ثابت باشد یعنی مجری نهایی حول این مفصل دوران می‌کند. خط 15 مختصات جدید مفاصل و زاویه لینک‌ها را به کمک الگوریتم 1 تعیین می‌کند. خط 17 یک if دیگر را آغاز می‌کند که شرط آن بر روی کمترین فاصله بین لینک YZ و مفصل X و محل قرار داشتن نقطه  $P_{mX,YZ}$  می‌باشد و در صورتی ارضاء می‌شود که این نقطه روی لینک YZ نباشد. خطوط 19-26 دقیقاً مانند خطوط 9-16 می‌باشند. در نهایت خط 28 خروجی الگوریتم که شامل مختصات مفاصل و زاویه لینک‌ها می‌باشد را باز می‌گرداند.

### 5- شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی حرکت ربات ابتدا الگوریتم توسط زبان برنامه‌نویسی C نوشته شد و اجرا شد. خروجی این برنامه مختصات مفاصل ربات می‌باشد. سپس این مختصات خروجی به صورت یک ماتریس در فایل متنی ذخیره گردید. این فایل متنی توسط نرم‌افزار متلب<sup>1</sup> بازخوانی شده و توسط این نرم‌افزار و به کمک بسته نرم‌افزاری کدتومت<sup>2</sup> به صورت 3 بعدی و به کمک رسم نمودار به صورت 2 بعدی نشان داده شده است.

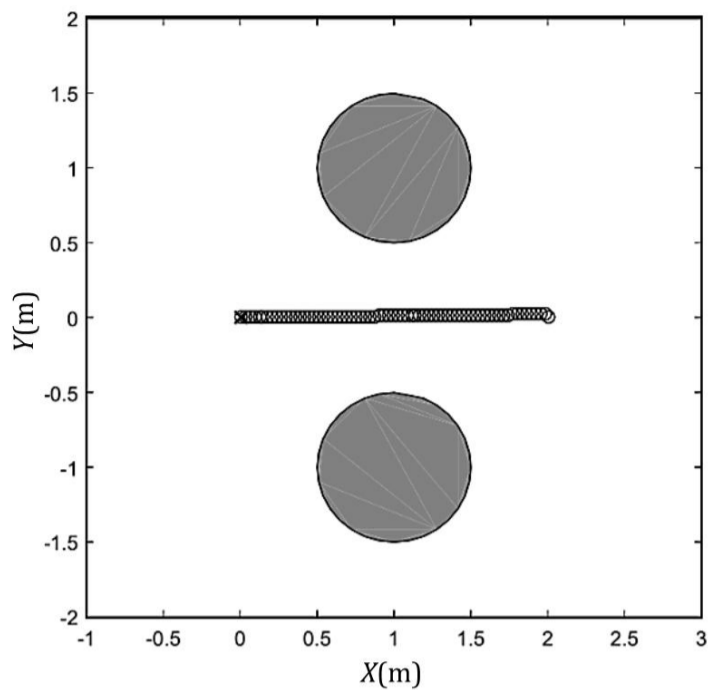
در ابتدا به نتایج شبیه‌سازی برای ربات متحرک نقطه‌ای پرداخته می‌شود و سپس نتایج شبیه‌سازی برای ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR آورده می‌شود. همان‌طور که در شکل 3 و شکل 4 نشان داده شد، هنگامی که ربات و نقطه هدف و مانع در یک راستا قرار می‌گیرد قرار دادن مانع مجازی متعامد باعث خارج شدن ربات از کمینه نسبی و حرکت به سمت هدف می‌شود.

### جدول 2 میدان پتانسیل مجازی برای مسیریابی

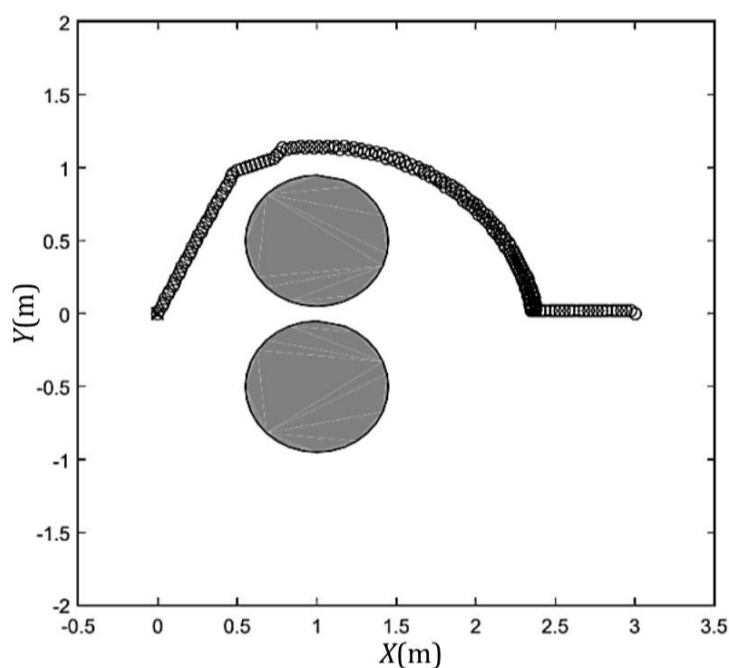
1:	Input: Target position, start position of centroid of the end-effector, orientation of end-effector, distance threshold
2:	Output: Position coordinates of centroid of the end-effector and orientation of end-effector in every single time step
3:	S = start position of centroid of the end-effector
4:	$P_{target}$ = target position
5:	$P_{CE}$ = current position of centroid of the end-effector
6:	$P_{obs}$ = position of closest point of the obstacle to $P_{CE}$
7:	$\delta$ = displacement step size
8:	$r_g$ = goal and centroid of end-effector's distance
9:	$(\xi, \eta, \rho_0)$ = parameters of the potential field functions
10:	for $i$ (each time step) do
11:	$\rho \leftarrow \text{norm}(P_{target} - P_{CE})$ and
12:	$n_{RG} \leftarrow -\nabla\rho$
13:	$\rho' \leftarrow \text{norm}(P_{CE} - P_{obs})$
14:	$n_{OR} \leftarrow -\nabla\rho'$
15:	$F_{att} \leftarrow \xi(P_{target} - P_{CE})$
16:	if $\rho' \leq \rho_0$ then
17:	$F_{rep} \leftarrow \eta \left( \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{\rho^2}{\rho'^2} n_{OR} + \eta \left( \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho_0} \right) \rho n_{RG}$
18:	else
19:	$F_{rep} \leftarrow 0$
20:	end if
21:	if CE, obstacle and goal are aligned then
22:	$F_{localminima} \leftarrow \frac{(P_E[i] - P_g)}{2r_g}$
23:	else
24:	$F_{localminima} \leftarrow 0$
25:	end if
26:	$F_{tot} \leftarrow F_{att} + F_{rep} + F_{localminima}$
27:	$\hat{f} \leftarrow F_{tot} / \ F_{tot}\ $
28:	$P_E(i+1) \leftarrow P_E(i) + \delta * \hat{f}$
29:	end for
30:	return $P_E$

خطوط 22-25 نیروی دافعه اضافی در این حالت محاسبه می‌کند. سپس خط 26 نیروی کل وارد بر مجری نهایی در هر پله زمانی را محاسبه می‌کند. سپس در خط 27 این نیرو با تقسیم بر اندازه‌اش نرمال می‌شود تا بردار واحد بدست آید. بردار واحد  $\hat{f}$  جهت حرکت مرکز مجری نهایی را نشان می‌دهد. سپس مطابق با خط 28 با انتخاب مقدار حرکت مجری نهایی ( $\delta$ ) در پله زمانی  $i$  می‌توان مکان نهایی در پله زمانی  $i+1$  به دست آورد. این روند تا زمانی که به الگوریتم دوم که در جدول 3 آورده شده است، برسد تکرار می‌شود. در واقع الگوریتم دوم برای تعیین مسیری مناسب برای مجری نهایی به نحوی که از برخورد لینک‌ها به یکدیگر جلوگیری شود استفاده می‌شود. خطوط 1 و 2 ورودی و خروجی‌های الگوریتم را تعیین می‌کند و خطوط

1 - MATLAB  
2 - CAD2MAT



شکل 14 حرکت ربات در حضور مانع مجازی پیرو



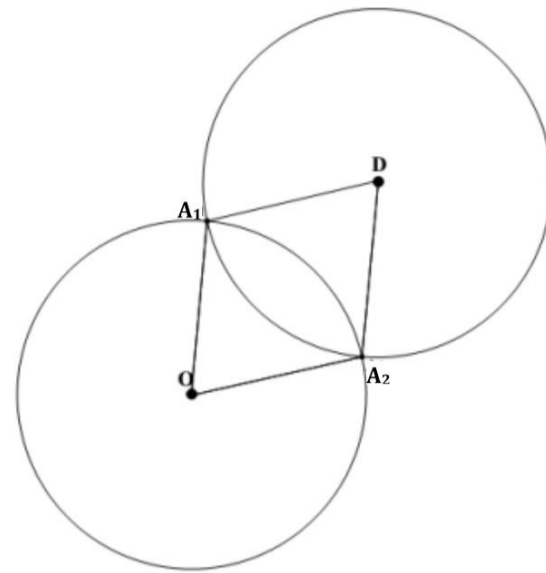
شکل 15 حرکت ربات در حضور مانع مجازی پیرو هنگام نزدیک بودن دو مانع با در نظر گرفتن مانع مجازی محیطی

در شکل 13 نحوه حرکت ربات در این حالت نشان داده شده است. همچنین در بخش دوم نشان داده شد که هنگام حضور بیشتر از یک مانع در فضای کاری کمینه‌های نسبی دیگر به جز هم راستا بودن به وجود می‌آید که استفاده از روش مانع مجازی پیرو باعث خارج شدن این ربات از کمینه محلی می‌شود.

شکل 14 نحوه حرکت ربات در حضور مانع مجازی پیرو را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود ربات بدون گیرکردن در کمینه محلی به سمت هدف می‌رود. در شکل 7 نشان داده شد که هنگام نزدیک بودن دو مانع به یکدیگر روش مانع مجازی محیطی برای رفع مشکل استفاده شد که در شکل 15 نحوه حرکت ربات در آن حالت نشان داده شده است.

در شکل 16 دو حالت شبیه‌سازی کلی حرکت ربات نقطه‌ای در حضور 3 و 4 مانع نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است ربات به سادگی و بدون گیر کردن در کمینه‌های نسبی به هدف می‌رسد. شکل 17 نحوه حرکت مرکز مجری نهایی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR را در حالتی که نقطه D از مجری نهایی در ابتدا در مختصات (25,8) سانتی متر قرار داشته باشد و زاویه 5- درجه داشته باشد و نقطه هدف در مختصات (7,12) قرار داشته باشد نشان می‌دهد.

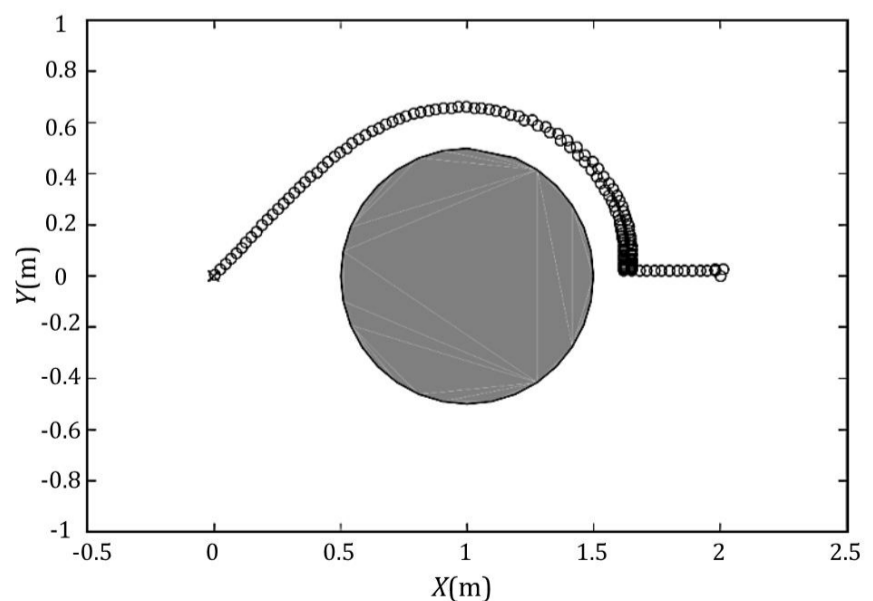
شکل 18 نحوه تغییر زوایای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  و  $\theta_3$  را در حین حرکت نشان می‌دهد. همچنین شکل 19 تصویر شبیه‌سازی 3 بعدی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR توسط بسته نرم‌افزاری کدتومت را نشان می‌دهد.



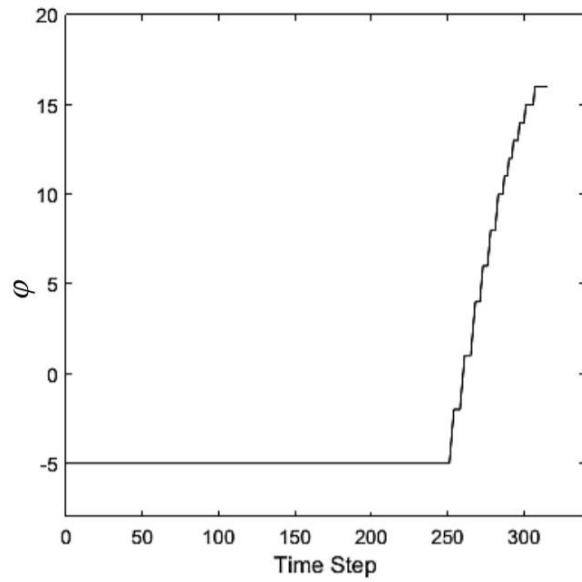
شکل 12 دو جواب ممکن برای مفصل A در ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR

جدول 3 جلوگیری از تداخل مکانیکی لینک‌ها

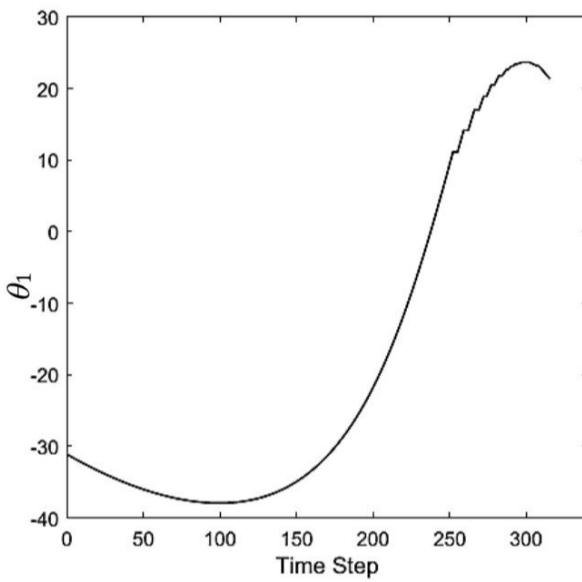
- 1: Input: Position of all joints ( $P_A, P_B, P_C, P_D, P_E, P_F$ )  
Distance threshold
- 2: Output: orientation of end-effector and new position of joint ( $P_A, P_B, P_C, P_D, P_E, P_F, P_{CE}$ )
- 3:  $\omega$  = rotation step size
- 4:  $D_{X,YZ}$  = Distance between X joint and YZ link
- 5:  $D_{X,Z}$  = Distance between X and Z joints
- 6:  $P_{mX,YZ}$  = the point on YZ line that has minimum distance from X
- 7: if ( $X_Y \leq X_{mX,YZ} \leq X_Z \mid X_Z \leq X_{mX,YZ} \leq X_Y$ ) &  $D_{X,Z} \leq d_0$
- 8: while  $D_{X,YZ} \leq d_0$
- 9: if  $X,YZ=D,CF \mid X,YZ=A,BE \mid X,YZ=C,AD \mid$
- 10:  $X,YZ=E,AD \mid X,YZ=F,BE \mid X,YZ=B,CF$
- 11:  $\varphi[i+1] \leftarrow \varphi[i] + w \frac{\pi}{180}$
- else
- 12:  $\varphi[i+1] \leftarrow \varphi[i] - w \frac{\pi}{180}$
- 13: end if
- 14:  $P_D[i+1] \leftarrow P_D[i]$
- 15:  $\theta_1[i], \theta_2[i], \theta_3[i], P_A, P_B, P_C, P_D, P_E, P_F, P_{CE} \leftarrow Eq. 6 - 7$
- 16: end while
- 17: else if ( $X_Y > X_{mX,YZ} \& X_Z > X_{mX,YZ}$ )
- 18: ( $X_Y < X_{mX,YZ} \& X_Z < X_{mX,YZ}$ ) &  $D_{X,Z} \leq d_0$
- 19: while  $D_{X,Z} \leq d_0$
- if  $X,YZ=D,CF \mid X,YZ=A,BE \mid X,YZ=C,AD \mid$
- 20:  $X,YZ=E,AD \mid X,YZ=F,BE \mid X,YZ=B,CF$
- 21:  $\varphi[i+1] \leftarrow \varphi[i] + w \frac{\pi}{180}$
- else
- 22:  $\varphi[i+1] \leftarrow \varphi[i] - w \frac{\pi}{180}$
- 23: end if
- 24:  $P_D[i+1] \leftarrow P_D[i]$
- 25:  $\theta_1[i], \theta_2[i], \theta_3[i], P_A, P_B, P_C, P_D, P_E, P_F, P_{CE} \leftarrow Eq. 6 - 7$
- 26: end while
- 27: end if
- 28: return ( $\theta_1[i], \theta_2[i], \theta_3[i], P_A, P_B, P_C, P_D, P_E, P_F, P_{CE}$ )



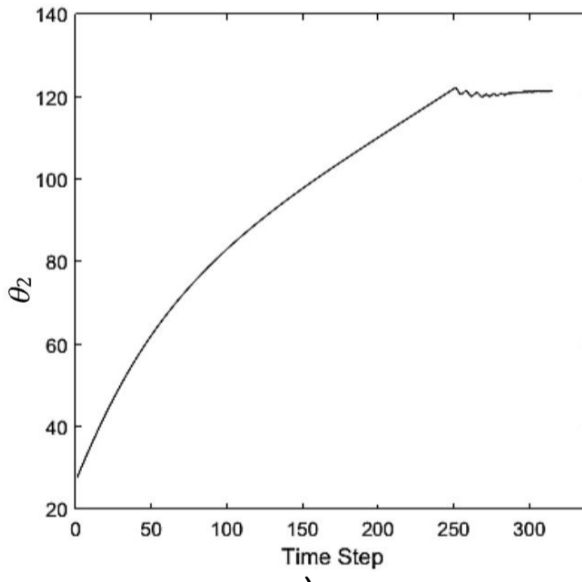
شکل 13 حرکت ربات در حضور مانع مجازی متعامد



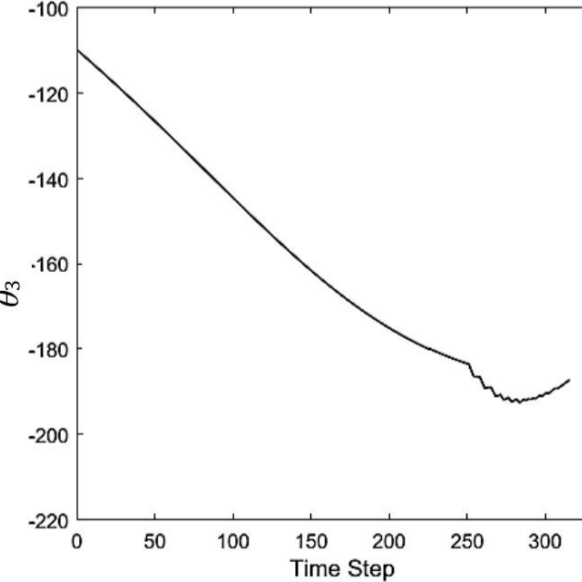
(الف)



(ب)

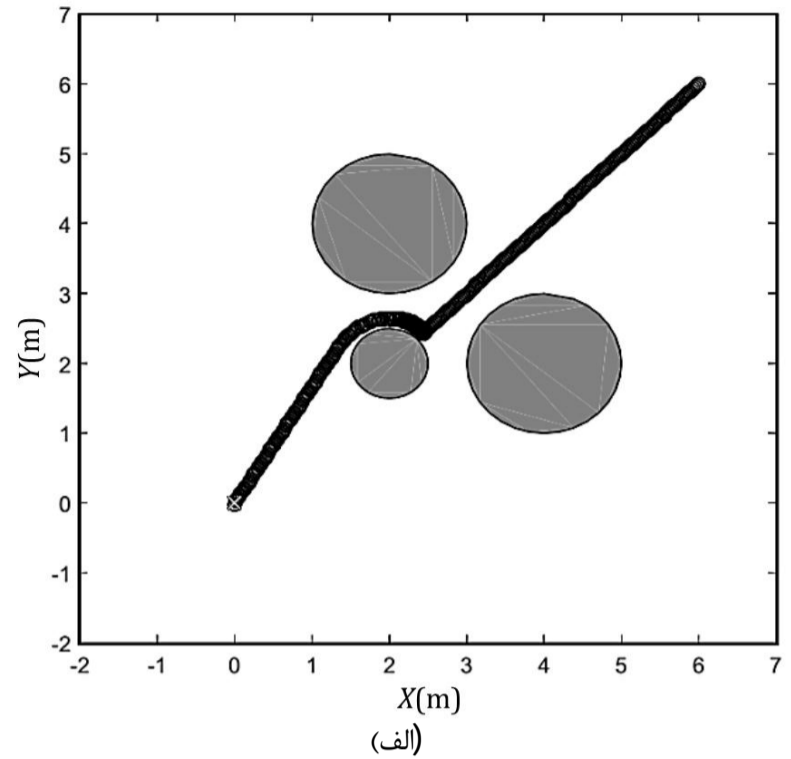


(ج)

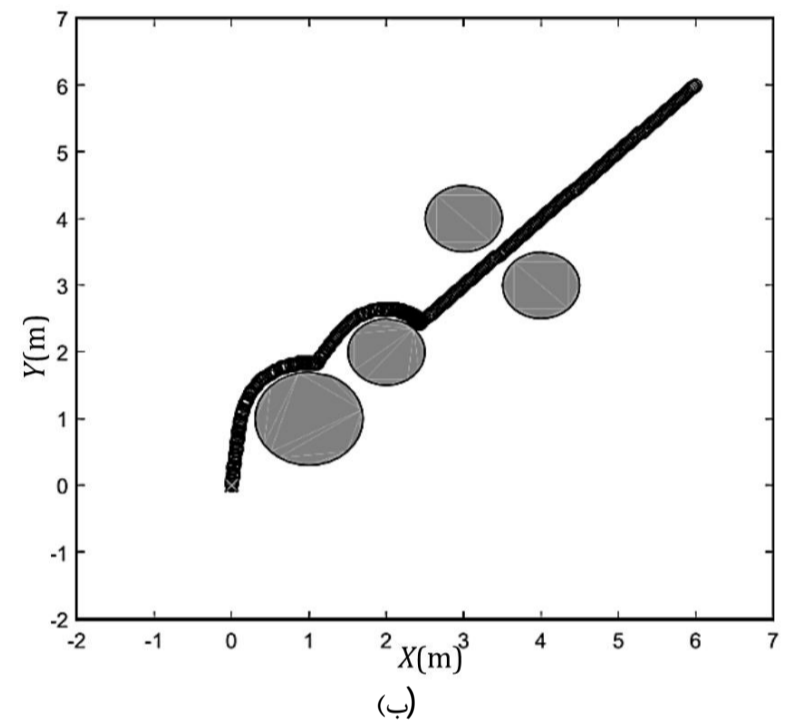


(د)

شکل 18 الف) تغییرات  $\varphi$  برحسب زمان ب) تغییرات  $\theta_1$  برحسب زمان؛ ج) تغییرات  $\theta_2$  برحسب زمان د) تغییرات  $\theta_3$  برحسب زمان

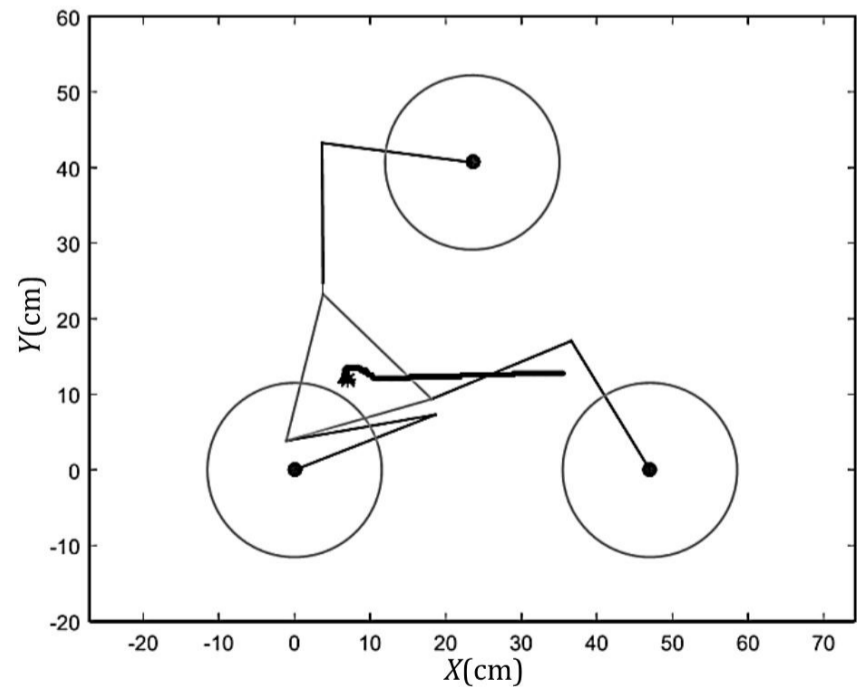


(الف)



(ب)

شکل 16 شبیه سازی حرکت ربات از بین موانع الف) سه مانع در محیط کاری ب) چهار مانع در محیط کاری



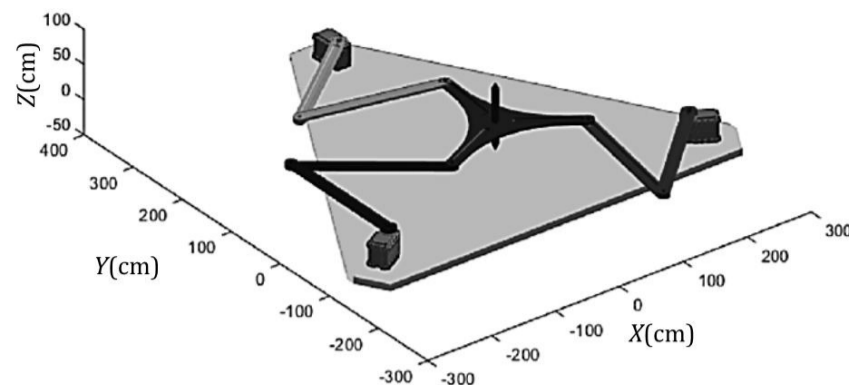
شکل 17 مسیر حرکت مرکز مجزی نهایی در حین حرکت ربات

### 6- نتیجه گیری

یکی از مشکلات بزرگ این ربات‌های موازی که تا به حال کمتر به آن پرداخته شده است برخورد لینک‌ها و مجری نهایی به یکدیگر می‌باشد که در مقیاس‌های بزرگ می‌تواند باعث آسیب به ربات و خسارات زیاد شود.



- [4] T. Lozano-Perez, Spatial planning: a configuration space approach, *Computers, IEEE Transactions on Computers*, Vol. 32, No. 2, pp. 108-120, 1983.
- [5] T. Lozano-Pérez, M. A. Wesley, An algorithm for planning collision-free paths among polyhedral obstacles, *Communications of the ACM*, Vol. 22, No. 10, pp. 560-570, 1979.
- [6] J. Tu, S. X. Yang, Genetic algorithm based path planning for a mobile robot, *Robotics and Automation, 2003, Proceedings, ICRA'03. IEEE International Conference on*, Vol. 1, IEEE, 2003.
- [7] N. Shahidi, H. Esmailzadeh, M. Abdollahi, C. Lucas, Memetic algorithm based path planning for a mobile robot, *International Conference on Computational Intelligence*, 2004.
- [8] O. Khatib, Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *The international journal of robotics research*, Vol. 5, No. 1, pp. 90-98, 1986.
- [9] J. Borenstein, Y. Koren, The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots, *Robotics and Automation, IEEE Transactions*, Vol. 7, No. 3, pp. 278-288, 1991.
- [10] D. Fox, W. Burgard, S. Thrun, The dynamic window approach to collision avoidance, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Vol. 4, No. 1, pp. 23-33, 1997.
- [11] P. Vadakkepat, T.H. Lee, X. Liu, Application of evolutionary artificial potential field in robot soccer system, *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, 2001, Joint 9th, IEEE, 2001.
- [12] G. C. Luh, W. W. Liu, Motion planning for mobile robots in dynamic environments using a potential field immune network, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 221, No. 7, pp. 1033-1045, 2007.
- [13] S. S. Ge, Y.J. Cui, New potential functions for mobile robot path planning, *IEEE Transactions on robotics and automation*, Vol. 16, No. 5, pp. 615-620, 2000.
- [14] L. Chengqing, M.H. Ang Jr, H. Krishnan, L. S. Yong, Virtual obstacle concept for local-minimum-recovery in potential-field based navigation, *Robotics and Automation, 2000. Proceedings, ICRA'00. IEEE International Conference*, Vol. 2, pp. 983-988, IEEE, 2000.
- [15] M.G. Park, M.C. Lee, Real-time path planning in unknown environment and a virtual hill concept to escape local minima, *Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE*. Vol. 3. IEEE, 2004.
- [16] R.M. Murray, Z. Li, S. S. Sastry, S. S. Sastry, A mathematical introduction to robotic manipulation, pp. 97-114, *CRC press*, 1994.



شکل 19 تصویر از محیط شبیه‌سازی توسط بسته نرم‌افزاری کدتومت

در این مقاله سعی شد در ابتدا یک الگوریتم اجتناب از مانع برای یک ربات نقطه‌ای متحرک به کمک روش میدان پتانسیل مجازی ایجاد شود. برای جلوگیری از گیرکردن ربات در نقاط کمینه نسبی یک روش جدید که ترکیبی از روش میدان پتانسیل مجازی و منطق شرطی و همچنین الگوریتم جدیدی شامل سه روش کمکی مانع مجازی پیرو و مانع مجازی محیطی و مانع مجازی به عنوان یک الگوریتم هیبریدی استفاده شد. سپس سنماتیک معکوس ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR مورد بررسی قرار گرفت و الگوریتم هیبرید فوق‌الذکر در یک فضای کاری بدون نقطه تکینگی بر روی این ربات اجرا شد. همان‌طور که در بخش قبل نشان داده شد ربات بدون هیچ برخوردی به نقطه هدف می‌رسد. در آینده می‌توان این الگوریتم را در حالتی که نقاط تکینگی نیز در نظر گرفته شده‌اند مورد استفاده قرار داد در این حالت باید فضای تکینگی را به عنوان مانع برای ربات تعریف کرد. همچنین می‌توان برای حالتی که در محیط ربات یک مانع جدا قرار گرفته است نیز این الگوریتم را تعمیم داد.

#### 7- مراجع

- [1] L. W. Tsai, *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*, pp. 21, John Wiley & Sons, 1999.
- [2] S. Küçük, *Inverse dynamics of RRR fully planar parallel manipulator using DH method*, pp. 1-5, INTECH Open Access Publisher, 2012.
- [3] S. Briot, I. Bonev, Are parallel robots more accurate than serial robots?, *CSME Transactions*, Vol. 31, No. 4, pp. 445-456, 2007.