مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15، ص‌ص 127-136

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

ناحیه‌بندی مدل هندسی با استفاده از تقریب دیاگرام ورونوی و تشکیل نواحی فازی

امیررضا میان‌درهویی[1]، خلیل خلیلی[2*]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

* بیرجند، صندوق پستی 97175/615، kkhalili@birjand.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 مرداد 1393

پذیرش: 19 شهریور 1393

ارائه در سایت: 28 مهر 1393

کلید واژگان:

ناحیه‌بندی مش

الگوریتم تکرارپذیر

دسته‌بندی لوید

تقریب دیاگرام ورونوی

نواحی فازی

چکیده

مسئله‌ی ناحیه‌بندی و افراز مدل‌های سه بعدی همواره به عنوان یکی از کلیدی‌ترین ابزارهای مورد استفاده در بسیاری از کاربردهای طراحی به کمک کامپیوتر و گرافیک کامپیوتری مطرح بوده است. یکی از پرکاربردترین روش‌های ناحیه‌بندی که امکان افراز مدل به صورت بهینه‌ی سراسری را فراهم می‌کند، الگوریتم تکرارپذیر است. الگوریتم تکرارپذیر، روشی پارامتریک است که براساس الگوریتم لوید و تشکیل دیاگرام ورونوی بر روی داده‌های ابر نقاط، مدل را به صورت بهینه ناحیه‌بندی می‌کند. مهمترین عیب این روش که کاربرد آن را محدود می‌کند، زمان‌بر بودن آن است. در این مقاله، با بهره‌گیری از مفهوم ناحیه‌بندی فازی، راه‌کاری جهت تعیین تعداد نواحی مورد نیاز برای افراز مدل و در نتیجه ناحیه‌بندی به صورت غیرپارامتریک و بدون نیاز به تنظیمات اولیه‌ی کاربر پیشنهاد شده‌است. همچنین با استفاده از تقریب دیاگرام ورونوی و تشکیل زیرناحیه‌های فازی بر روی مدل روشی جدید برای بدست آوردن ناحیه‌بندی بهینه در زمانی کوتاه‌تر نسبت به سایر الگوریتم‌های تکرارپذیر ارائه می‌شود. روش پیشنهادی جهت اعتبار سنجی بر روی مدلی استاندارد پیاده‌سازی شده‌است. مشاهده می‌گردد که نتایج بدست آمده نسبت به نتایج حاصل از الگوریتم تکرارپذیر بهبود قابل ملاحظه‌ای دارد که نشان دهنده‌ی کارآیی این روش در ناحیه‌بندی مدل‌های سه‌بعدی است.

Geometric Model Segmentation using Approximate Voronoi Diagram and Fuzzy Regions Construction

Amir reza Miandarhoie[1], Khalil Khalili[2*]

1- Department of Mechanical Engineering, Birjand University, Birjand, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Birjand University, Birjand, Iran
* P.O.B. 97175/615 Birjand, Iran, kkhalili@birjand.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 29 July 2014
Accepted 10 September 2014
Available Online 20 October 2014

Keywords:
Mesh segmentation
Iterative algorithm
Lloyd clustering
Approximate Voronoi diagram
Fuzzy regions

ABSTRACT

Mesh segmentation and partitioning of 3D models have always been significant as one of the most structural tools used in many applications of CAD and computer graphics. One of the most versatile of these algorithms, which is capable of optimum segmentation of model, is the iterative algorithm. It is a parametric method based on Lloyd algorithm, which segments the model in an optimized way by plotting the Voronoi diagram through the points cloud data. The main disadvantage of this method is the time-consuming problem which limits its application. In this paper, by employing the nature of fuzzy segmentation a solution has been proposed to specify the number of regions required for model's partitioning and to carry out the nonparametric segmentation without the need for user's initial settings. Additionally, utilizing the approximate Voronoi diagram and fuzzy regions construction, a novel method for obtaining the optimized segmentation in a shorter time interval in comparison with other iterative algorithms has been presented. The proposed method has been implemented in a standard model for validation. It has been observed that the obtained results have remarkable improvements relative to the results from the iterative algorithm, which demonstrates the efficiency of this method in segmentation of 3D models.

1- مقدمه

ناحیه‌بندی مش و یا افراز مش در بسیاری از الگوریتم‌های مورد استفاده در مدل‌سازی هندسی و گرافیک کامپیوتری به جزئی اساسی تبدیل شده است. دسته‌بندی مش در کاربردهایی همچون پارامتری کردن[1] [1]، نگاشت طرح بر مدل[2] [2]، تطابق اشکال[3] [3]، تبدیل پیوسته اشکال به یکدیگر توسط تبدیلات هم‌ریخت[4] [3]، مدل‌سازی گرافیکی قطعه با قابلیت تفکیک‌پذیری چندگانه به منظور فراهم کردن امکان نمایش درجات مختلفی از جزئیات با

1- Parameterization

2- Texture mapping
3- Shape matching
4- Morphing

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. r. Miandarhoie, Kh. Khalili, Geometric Model Segmentation using Approximate Voronoi Diagram and Fuzzy Regions Construction, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 127-136, 2015 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]

استفاده از رویه‌های زیر لایه‌دار[1] [4]، متراکم‌سازی داده‌ها[2] [5]، اصلاح مش، بررسی تصادم[3] [6]، استخراج منحنی ساختاری[4] [7] و متحرک‌سازی تصاویر [5] مورد استفاده قرار می‌گیرد.

روش‌های ناحیه‌بندی مدل مش‌بندی شده و یا در حالت کلی‌تر آن، ناحیه‌بندی شکل‌های هندسی را می‌توان از نقطه‌نظر نوع نگاه به مدل اولیه، روش حل مسئله، زمینه‌ی کاربردی داده‌های خروجی و معیار هندسی اندازه‌گیری جهت تخصیص المان‌ها به نواحی مناسب، دسته‌بندی کرد.

از آنجا که در الگوریتم‌های موجود، برای ناحیه‌بندی مدل سه بعدی از معیار واحدی استفاده نمی‌شود، جهت مقایسه‌ی خروجی روش‌های مختلف، مسئله‌ی دسته‌بندی در قالب مسئله‌ی بهینه‌سازی مطرح می‌گردد. در تعریف مسئله بهینه‌سازی برای تعیین انرژی شبکه‌ی مش از معیاراندازه‌گیری‌ای که افراز براساس آن انجام می‌گیرد، استفاده می‌شود. هر افرازی که در اثر آن انرژی شبکه مش کاهش بیشتری داشته باشد، افراز مناسب‌تری خواهد بود.

الگوریتم تکرارپذیر که روشی پارامتریک است از طریق تغییر محل ناحیه‌های افراز شده، در هر مرحله به دنبال کاهش انرژی شبکه‌ی مش و در نتیجه بدست آوردن جواب بهینه است.

شافمن و همکاران از الگوریتم ناحیه‌بندی تکرارپذیر برای افراز مدل‌های مجزا، جهت سهولت در محاسبه‌ی نگاشت هم‌ریختی بین مدل‌های متفاوت ولی دارای توپولوژی یکسان استفاده کرده‌اند[8].

اشتاینر به صورت همزمان ناحیه‌بندی و بازیابی مدل را با استفاده از سطوح تخت به صورت بهینه انجام داده‌است[9]. منظور از جواب بهینه، حالتی است که مدل با کمترین تعداد صفحات و همچنین کمترین خطای تقریب، بازسازی شود. المان نماینده‌ی هر ناحیه، صفحه‌ی تختی است که برای تقریب زدن و بازیابی مدل استفاده می‌شود. برای کاهش خطای تقریب از دو معیار اندازه‌گیری خطا استفاده شده‌است. معیار اول براساس نرم فاصله اقلیدسی (L^2) و معیار اندازه‌گیری دوم، نرم $L^{2,1}$ است، که هم از نظر سادگی محاسبات و هم نتایج بدست آمده نسبت به نرم L^2 عملکرد بهتری دارد. نرم $L^{2,1}$ با استفاده از فرمول‌بندی نرم اقلیدسی و بر روی میدان بردارهای نرمال وجوه محاسبه می‌شود. از آنجا که بردارهای نرمال پایه و اساس سیستم‌های بینایی هستند، بنابراین انتظار می‌رود ناحیه‌های افراز شده در این روش نسبت به روش قبل از نظر ظاهری نتایج بهتری داشته باشند. گرچه روش ارائه شده توسط اشتاینر بسیار موثر است، ولی از آنجا که مدل فقط با صفحات تخت تقریب‌زده می‌شود، در دسته‌بندی شکل‌های پیچیده و یا در مواقعی که لازم است تعداد بخش‌های افراز شده تا حد امکان محدود باشند، غالبا نتایج نامطلوبی حاصل خواهد شد. به همین جهت کبلت و همکاران با استفاده از مزایای الگوریتم‌های دسته‌بندی تکرارپذیر و انتخاب سطوح پیچیده‌تری همچون کره، استوانه و نوع خاصی از رویه‌های آزاد به عنوان المان‌های تقریب زننده، مدل را بخش‌بندی کرده‌اند[10].

جولیوس با استفاده از الگوریتم تکرارپذیر، مدل را به نواحی قابل گسترش، یعنی نواحی که انحنای گاووسی آنها صفر است، تجزیه کرده‌است [11]. کاستر بدون محاسبه‌ی انحنا و با استفاده از مدل لمبرت[5]، مدل را به نواحی و رویه‌های قابل گسترش دسته‌بندی کرده است[12]. جهت افزایش کارآیی الگوریتم و به منظور یافتن المان‌های شاخصه‌ی بهینه از دیاگرام ورونوی استفاده می‌شود. در دیاگرام ورونوی لازم است در هر مرحله مرکز نواحی به منظور یافتن بهترین موقعیت به روز رسانی شود. از آنجا که نواحی پیوسته است و تغییرات مرکز هر ناحیه می‌بایست بر روی سطح منیفلد اتفاق بیافتد از الگوریتم لوید[6] و روش تکرارپذیر جهت یافتن بهترین المان‌های مبنا استفاده شده است.

ونگ و همکاران از نوع جدیدی از الگوریتم تکرارپذیر جهت ناحیه‌بندی مدل و برچسب‌زنی[7] استفاده می‌کنند[13]. در این الگوریتم المان‌های به عنوان یک مجموعه برچسب در نظر گرفته می‌شوند و در هر بار تکرار علاوه بر جذب ویژگی‌های مجموعه‌ی جدید، بخشی از ویژگی‌های مجموعه‌ی قبلی را نیز حفظ می‌کنند.

الگوریتم‌های تکرارپذیر علیرغم دقت بالایی که دارند به دلیل زمان حل نامناسب دارای محدودیت هستند. علت طولانی بودن زمان ناحیه‌بندی ریشه در نحوه‌ی حل مسئله‌ی افراز دارد. همان‌طور که اشاره شد الگوریتم‌های تکرارپذیر برای حل مسئله‌ی افراز از الگوریتم لوید استفاده می‌کنند. به همین دلیل در بخش 2 الگوریتم لوید مورد بررسی قرارگرفته‌است. در بخش 3 و 4 به ترتیب دیاگرام ورونوی و تقریب دیاگرام ورونوی توضیح داده شده است. در بخش‌های بعد نیز روش ناحیه‌بندی با استفاده از تقریب دیاگرام ورونوی ارائه می‌شود.

2- الگوریتم لوید

دسته‌بندی مجموعه‌ای از نقاط مجزا، به معنی افراز آنها به نواحی منفصل است، به طوری که فاصله‌ی نقاط مربوط به یک ناحیه نسبت به یکدیگر از فاصله‌ی آنها نسبت به نقاط سایر نواحی کمتر شود. الگوریتم لوید روشی قطعی و مبتنی بر روش تکرار نقطه ثابت است که می‌تواند چنین دسته‌بندی‌ای را ایجاد کند[9]. ایده‌ی کلی الگوریتم لوید که با نام الگوریتم ورونی تکرارپذیر نیز شناخته می‌شود، بسیار ساده است. در این روش هر دسته با استفاده از یک المان نماینده[8]، که معمولا مرکز آن دسته است، معرفی می‌شود. در ابتدا k مرکز تصادفی از فضای داده‌های ورودی به عنوان المان نماینده انتخاب شده و سپس با اختصاص دادن هر داده به نزدیک‌ترین مرکز، دسته‌بندی صورت می‌گیرد. الگوریتم با به روز رسانی المان‌های نماینده و انتخاب مرکز هر ناحیه به عنوان المان نماینده جدید، دوباره ناحیه‌بندی را انجام می‌دهد. این روند تا زمانی که شرط توقف حاصل شود تکرار خواهد شد. در الگوریتم‌های تکرارپذیر جهت کاهش خطای تقریب، پس از انجام ناحیه-بندی و رسیدن به همگرایی توسط الگوریتم لوید، نواحی مختلف بررسی می-شوند تا با اضافه کردن المان نماینده‌ی جدید در قسمت‌هایی که میزان خطای تقریب بیش از حد مجاز است، ناحیه‌بندی مجددا انجام شود. همچنین به منظور جلوگیری از ناحیه‌بندی بیش از حد[9]، نواحی مجاور که قابلیت ترکیب با یکدیگر را دارند، در قالب یک ناحیه‌ی کلی ارائه می‌شوند.

در این روش از آنجا که المان‌های نماینده دائما در حال تغییر هستند، بنابراین دقت نهایی ناحیه‌بندی، به موقعیت المان‌های اولیه وابسته نیست، ولی تعداد تکرار الگوریتم و در نتیجه زمان حل مسئله کاملا متناسب با نحوه‌ی توزیع آنها است.

الگوریتم لوید اولین بار در زمینه‌ی مهندسی برق و برای مدولاسیون کد پالس[10] به کار گرفته‌شد و به دلیل سادگی آن به سرعت در سایر زمینه‌ها نیز

1- Multi resolution modeling
2- Data compression
3- Collision detection
4- Skeleton extraction
5- Lambert model

6- Lloyd algorithm
7- Labeling
8- Proxy element
9- Over segmentation
10- Pulse-code modulation (PCM)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]

مورد استفاده قرار گرفت[14]. این روش نسبت به سایر روش‌هایی که از تکنیک پخش ذرات استفاده می‌کنند از نوسانات کمتری برخوردار است و به این دلیل در زمینه‌های مختلف همچون زمینه‌های گرافیکی در کاربردهایی مثل دیترینگ[1] و استیپلینگ[2] [15]، کاربردهای المان محدود برای هموار کردن مش [16] و کوانتیزه کردن[3] در زمینه‌های مختلف [17] به طور وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

همچنین از الگوریتم لوید به صورت گسترده‌ای برای یافتن نقاط اکسترمم (که لزوما عمومی نمی‌باشند) در توابع با مرتبه‌ی بالاتر نیز استفاده می‌شود[18]. در زمینه‌ی ناحیه‌بندی مدل‌های هندسی بجای بهینه کردن یکپارچگی[4] هر ناحیه می‌توان از الگوریتم لوید به عنوان ابزاری برای کاهش میزان انحراف هر دسته از المان نماینده‌ی آن دسته استفاده کرد[19].

طبق رابطه‌ی (1)، هدف از الگوریتم لوید، که در بعضی موارد روش k_means نیز نامیده می‌شود، کمینه کردن انرژی شبکه‌ی E براساس اینکه ناحیه‌های مختلف به بهترین شکل شناسایی و دسته‌بندی شوند، است. انرژی شبکه‌ی E با استفاده از N نقطه‌ی $\{X_j\}$ و k مرکز $\{c_i\}$ برای افراز $R = \{R_1, R_2, \dots, R_k\}$ به صورت:

$$E = \sum_{i\in 1\dots k} \sum_{X_j \in R_i} \|X_j - c_i\|^2 \qquad (1)$$

تعریف می‌شود. در واقع می‌توان گفت الگوریتم لوید و به دنبال آن الگوریتم تکرارپذیر در هر مرحله به دنبال یافتن بهترین المان‌های نماینده $\{c_i\}$ هستند. این نکته که الگوریتم لوید و k_means از نظر داده‌های ورودی با هم متفاوت می‌باشند، حائز اهمیت است. ورودی الگوریتم k_means مجموعه‌ای منفصل از نقاط است، در حالی که ورودی الگوریتم لوید نواحی است که از نظر هندسی دارای پیوستگی هستند. بنابراین هنگام دسته‌بندی مجدد داده‌ها بجای اندازه‌گیری ساده مرکز تا هر نقطه که در k_means صورت می‌گیرد، در الگوریتم لوید از دیاگرام ورونوی استفاده می‌شود.

3- دیاگرام ورونوی

یکی از پایه‌ای‌ترین مسائل در کاربردهای گوناگون، چگونگی تشکیل ساختمان داده بر روی مجموعه‌ای از نقاط، جهت محاسبه‌ی نزدیک‌ترین همسایگی است. برای حل این مسئله در فضای دو بعدی راه‌حل‌های مناسبی وجود دارد که عمومی‌ترین آنها تشکیل دیاگرام ورونوی بر روی داده‌ها است. دیاگرام ورونوی ابزار محاسباتی پایه در محاسبات هندسی است، که در کاربردهایی مثل خوشه‌بندی، برنامه‌ریزی حرکت[5]، یادگیری و بازیابی سطوح مورد استفاده قرار می‌گیرد[20].

فرض می‌شود P مجموعه‌ای از n نقطه واقع بر صفحه‌ی $\pi \epsilon \mathbb{R}^2$ باشد. ایده‌ی کلی به این صورت است که به هر نقطه یک ناحیه‌ی اثر به قسمی که مجموع این نواحی برابر با صفحه‌ی π شود (شکل 1- الف)، نسبت داده می‌شود. ولی در ابعاد بالاتر، به عنوان مثال در مدل‌های مورد استفاده در کاربردهای طراحی به کمک کامپیوتر که همگی سه‌بعدی هستند، بدست آوردن نزدیک‌ترین نقطه و یا همان ناحیه‌ی اثر به راحتی میسر نیست.

مطابق شکل 1- ب و براساس رابطه‌ی 2، ناحیه‌ی ورونوی نقطه‌ی p در یک مجموعه‌ی محدود $S \subset \mathbb{R}^3$ مجموعه‌ای از نقاط است که به p بسیار نزدیک‌تر هستند تا سایر نقاط S:

1- dithering
2- stippling
3- quantized
4- Compactness
5- motion planning

$$V_p = \{x \in \mathbb{R}^3 | \|x - p\| \le \|x - q\|, \forall q \in S\} \qquad (2)$$

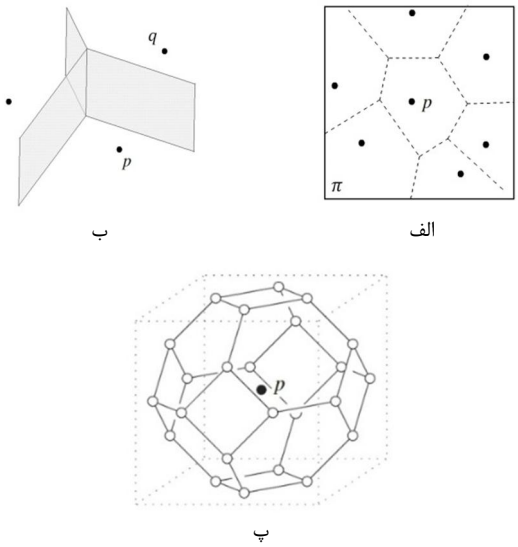
توجه کنید طبق رابطه‌ی زیر، نیم‌فضا از نقاط به p نزدیک‌تر هستند تا q:

$$H_{pq} = \{x \in \mathbb{R}^3 | \|x - p\| \le \|x - q\|\}. \qquad (3)$$

در صورت استفاده از معیار فاصله‌ی اقلیدسی، از آنجا که ناحیه‌ی ورونوی برای p از برخورد نیم‌فضاهای H_{pq} برای تمامی $q \in S - \{p\}$ بدست می‌آید، در نتیجه V_p یک چندوجهی محدب می‌شود (شکل 1- ج). در ناحیه‌بندی مدل‌های مورد استفاده در طراحی به کمک کامپوتر حفظ شرایط پیوستگی بسیار حائز اهمیت است، به همین دلیل معیار اندازه‌گیری اقلیدسی برای ناحیه‌بندی مدل‌های سه‌بعدی، چندان مناسب نیست و بهتر است از معیار اندازه‌گیری هندسی[6] یا معیار اندازه‌گیری یکپارچگی استفاده شود. در [21] برای حفظ پیوستگی نواحی از معیار یکپارچگی به صورت مجذور محیط نسبت به مساحت هر ناحیه استفاده شده‌است. همچنین در [22] از معیار مشابه نسبت مساحت به حجم برای جلوگیری از پیچیده شدن مرز نواحی و پیوسته بودن آنها در ناحیه‌بندی مفهومی بهره گرفته می‌شود.

با اینکه عمومی کردن دیاگرام ورونوی برای دسته‌بندی مواردی غیر از نقطه نیز بسیار پرکاربرد است، ولی در ابعاد بالاتر به دلیل محاسبات سنگین استفاده از آن مشکل می‌شود. تابع پیچیدگی محاسباتی در فضای $\mathbb{R}^d$ جهت تشکیل دیاگرام ورونوی برابر با $O(n^{\lceil d \rceil})$ است، که در آن n تعداد مش‌های مدل است. بنابراین با افزایش ابعاد مسئله، ساخت و ذخیره‌سازی این دیاگرام‌ها از نظر محاسباتی غیرقابل اجرا خواهد شد[23].

در الگوریتم‌های تکرارپذیر به دلیل محاسبات سنگین دیاگرام ورونوی در هر مرحله تکرار الگوریتم، روند حل مسئله نسبت به دیگر الگوریتم‌های ناحیه‌بندی بسیار طولانی‌تر است، به همین دلیل برخلاف تحقیقات قبلی که همگی برای ناحیه‌بندی از دیاگرام ورونوی استفاده می‌کردند، در این مقاله در ابتدا از تقریب دیاگرام ورونوی برای انتخاب مکان تقریبی المان‌های نماینده استفاده شده‌است و سپس مکان نهایی این المان‌ها با استفاده از الگوریتم تکرارپذیر به صورت کاملا بهینه تعیین می‌شود.



شکل 1 الف) ناحیه‌بندی صفحه π با استفاده از دیاگرام ورونوی دو بعدی ب) ناحیه‌بندی با استفاده از دیاگرام ورونوی در حالت سه بعدی و نحوه‌ی تشکیل نیم فضاها پ) چندوجهی محدب حاصل از برخورد نیم‌فضاها

6- Geodesic distance

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]

4- تقریب دیاگرام ورونوی

برای کاهش زمان و فضای لازم جهت تشکیل دیاگرام ورونوی، پلد تقریبی از دیاگرام ورونوی (V_p^*) برای فضای $\mathbb{R}^d$ در زمان تقریبا خطی ارائه داده‌است[24]. در این الگوریتم هدف بدست آوردن افرازی از فضای $\mathbb{R}^d$ است، به قسمی که اگر نماینده‌ی هر ناحیه‌ی R_i نقطه‌ی $c_i \in S$ باشد، آنگاه برای تمام نقاط واقع در ناحیه‌ی R_i، نقطه‌ی c_i تقریبا نزدیک‌ترین نقطه در شبکه‌ی P به آنها شود:

$$V_p^* = \{x \in \mathbb{R}^3 | \|x - c_i\| \le (1+\varepsilon)\|x - c_j\|, \forall c_j \in S - \{c_i\}\} \quad (4)$$

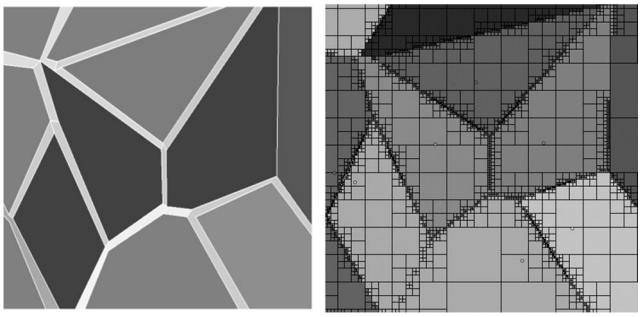
در رابطه‌ی بالا $\varepsilon > 0$ مقداری ثابت است. مطابق شکل 2 مرز نواحی افراز شده در تقریب دیاگرام ورونوی به صورت فازی می‌شود. در این مقاله از ناحیه‌ی فازی جهت بدست آوردن حدس اولیه برای توزیع مناسب نقاط مرکزی و در نتیجه کاهش زمان اجرای الگوریتم تکرارپذیر استفاده شده است.

5- استفاده از تقریب دیاگرام ورونوی برای ناحیه‌بندی

نحوه‌ی تشکیل دیاگرام فازی و رابطه‌های مربوط به آن در قسمت قبل توضیح داده‌شده‌است، با توجه به شرایط مسئله چندین نکته‌ی حائز اهمیت وجود دارد که می‌بایست در نظر گرفته شود:

حفظ پیوستگی نواحی: شرط حفظ پیوستگی نواحی مختلف بر روی سطح منیفلد[1] ایجاب می‌کند تا علاوه بر شاخص اندازه‌گیری مورد نظر، که به عنوان مثال در اینجا نرم $L^{2,1}$ است، اثر معیار فاصله‌ی هندسی نیز در نظر گرفته شود. در این مقاله جهت اجتناب از انجام محاسبات طولانی مربوط به اندازه‌گیری فاصله‌ی هندسی از الگوریتم نمو ناحیه[2] به عنوان یک زیربرنامه برای حفظ شرایط پیوستگی هر یک از ناحیه‌ها استفاده شده‌است.

تشکیل ناحیه‌ی فازی: تشکیل ناحیه‌ی فازی با استفاده از روابط معمول برای هدف این مقاله چندان کارآمد نیست. چرا که اولا این روابط جهت تسریع در روند تعیین نزدیک‌ترین همسایگی برای هر نقطه ارائه شده است و ویژگی‌های ناحیه‌ی فازی و امکان استفاده از آن برای کاربردهای دیگر مدنظر نبوده است. ثانیا طبق تعریف، محدوده‌ی حاصل از تقریب دیاگرام ورونوی برای المان iام، R_i^*، همواره بزرگتر یا مساوی با محدوده‌ی حاصل از دیاگرام ورونوی همان المان، R_i، است و منطقه‌ی فازی نیز از تفاضل این دو ناحیه و به صورت $\|R_i^* - R_i\|$ بدست می‌آید. یعنی برای هر ناحیه، منطقه‌ی فازی



الف ب

شکل 2 الف) تقریب زدن دیاگرام ورونوی با استفاده ازساختار چارتایی[3] [24] ب) نواحی مختلف دیاگرام ورونوی با استفاده از مرزبندی فازی، نقاط متعلق به ناحیه‌ی فازی می‌تواند متعلق به هر یک از نواحی مجاور باشد

1- Manifold
2- Region growing
3- quadtree

زیرمجموعه‌ای از المان‌های موجود در همسایگی آن می‌شود. توجه به این نکته ضروری است، که در مراحل اولیه‌ی ناحیه‌بندی، تعدادی از المان‌ها تنها برای حفظ شرایط پیوستگی به یک ناحیه تخصیص داده شده‌اند و قرار گرفتن آنها در یک ناحیه لزوما به معنای این نیست که المان نماینده‌ی آن ناحیه بهترین تقریب برای آن‌هاست و ممکن است که در مرحله‌ی بعدی تکرار الگوریتم، این المان‌ها، که معمولا المان‌های نزدیک به مرز می‌باشند، در ناحیه‌ی دیگری قرار بگیرند. در این شرایط که به صحت تخصیص المان‌های مرزی اعتماد کافی وجود ندارد، اضافه کردن حلقه‌ی دیگری از المان‌های مرزی معقول به نظر نمی‌رسد. ثالثا در روابط معمول مقدار $|\varepsilon|$ برای تمامی نواحی یکسان است، این در حالی است که لازم است برای نواحی متفاوت، مقادیر متفاوتی در نظر گرفته‌شود. با توجه به دلایل بالا، لازم است روابط ذکر شده جهت تشکیل ناحیه‌ی فازی به منظور استفاده در زمینه‌ی ناحیه‌بندی مدل هندسی سه بعدی بازنویسی شوند.

5-1- نحوه‌ی تشکیل ناحیه‌ی فازی

ناحیه‌بندی مدل و تشکیل منطقه‌ی فازی شامل 6 مرحله است:

1. انتخاب k المان نماینده‌ی تصادفی
2. اصلاح المان‌های نماینده با استفاده از المان‌های همسایگی به صورت محلی
3. گسترش هر ناحیه با استفاده از الگوریتم نمو ناحیه‌ی چندگانه، تا جایی که خطای تقریب در محدوده‌ی خطای تلرانسی باشد یا اینکه ادامه‌ی رشد به دلیل محدود شدن توسط سایر نواحی امکان‌پذیر نباشد. این ناحیه، ناحیه‌ی قابل قبول است و با R_a نمایش داده‌می‌شود.
4. گسترش نواحی R_a با استفاده از الگوریتم نمو ناحیه تا جایی که خطای تقریب در محدوده‌ی خطای مجاز (e_T) باشد. این ناحیه‌ی فازی با R_{F1} نمایش داده می‌شود.
5. گسترش نواحی بدست آمده در مرحله‌ی 4 و تشکیل ناحیه‌ی فازی R_{F2}، با استفاده از الگوریتم نمو ناحیه، تا جایی که خطای تقریب برای R_{F2} برابر با e_T شود.
6. گسترش نواحی ایجاد شده در مرحله قبل با استفاده از الگوریتم نمو ناحیه‌ی چندگانه تا جایی که امکان رشد به دلیل محدود شدن توسط سایر نواحی امکان‌پذیر نباشد. این ناحیه‌ی فازی با R_{F3} نمایش داده می‌شود.

در مرحله‌ی اول همانند سایر روش‌های ناحیه‌بندی تکرارپذیر در ابتدا k المان نماینده به صورت تصادفی بر روی مدل انتخاب می‌شود و بر اساس آنها مدل افراز می‌گردد. از آنجا که ناحیه‌بندی انجام شده در این مرحله اساس تشکیل ناحیه‌های فازی است، لازم است سعی شود تا حد امکان المان‌های نماینده به نحوی انتخاب شوند که تأثیر خطا و نویز در آنها کمتر باشد. به همین دلیل پس از انتخاب المان نماینده، مطابق پیوست 1، بردار نرمال آن با استفاده از المان‌های موجود در همسایگی به صورت محلی اصلاح می‌شود.

نکته‌ی حائز اهمیت دیگر نحوه‌ی تعیین $|\varepsilon|$، و یا به عبارتی پهنای باند ناحیه‌ی فازی است. در الگوریتم‌های ناحیه‌بندی از شروط مختلفی به عنوان شرط توقف حلقه‌ی تکرار استفاده شده‌است که یکی از متداول‌ترین آنها حداکثر خطای مجاز تقریب است. در این مقاله منطقه‌ی فازی هر ناحیه با استفاده از همین پارامتر، یعنی با توجه به میزان خطای مجاز بدست می‌آید. انتخاب پهنای منطقه‌ی فازی بر اساس خطای مجاز صفحه‌ی تقریب باعث

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]

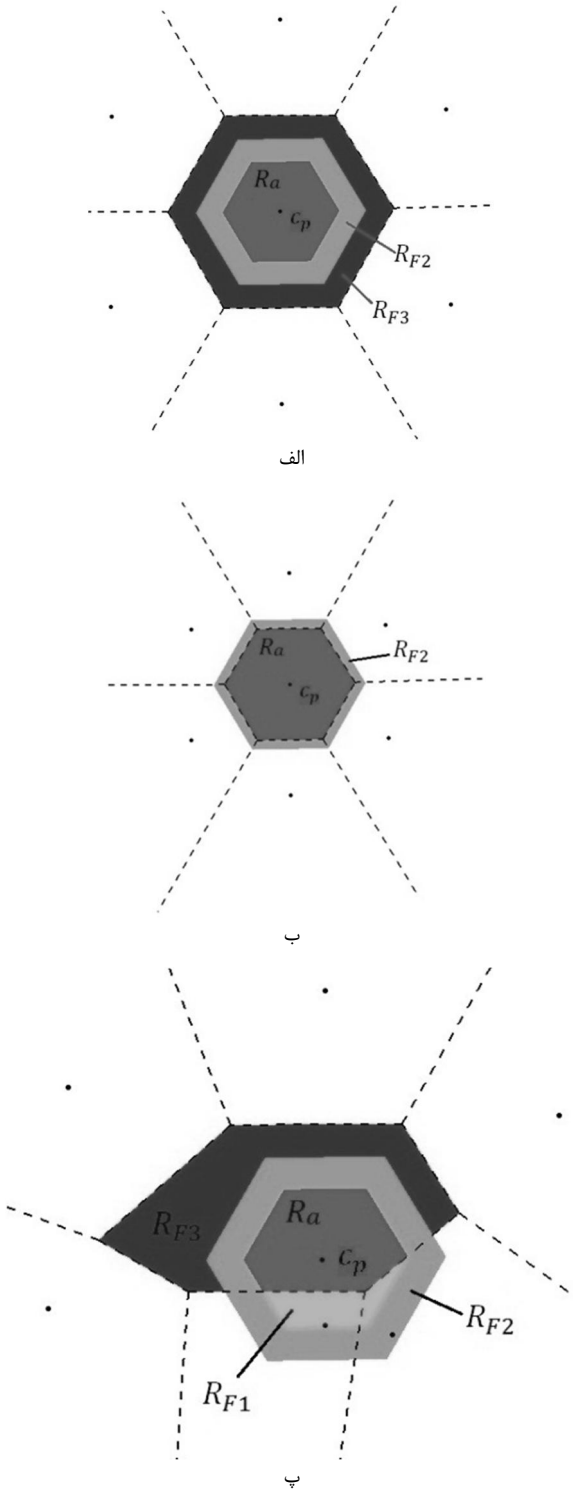
می‌شود تا شبکه‌ی مش از همان ابتدا به صورت منطبق با پارامترهای مورد نیاز برای بازسازی مدل بخش‌بندی شود.

همان‌طور که عنوان شد در این مقاله سعی بر آن است تا با استفاده از توزیع تصادفی المان‌ها بر روی مدل، حدس اولیه‌ای برای تعیین مکان تقریبی المان‌های نماینده‌ی بهینه بدست آید. از آنجا که توزیع المان‌ها کاملا به صورت تصادفی است، برای پایداری حل لازم است شرایطی اعمال گردد که ناحیه‌ی اثر برای هر المان در دو حالت: 1- با در نظر گرفتن نواحی مجاور 2- صرف‌نظر از موقعیت نواحی مجاور، بررسی شود. ناحیه‌ی غیرفازی R_a و ناحیه‌ی فازی R_{F3} با در نظر گرفتن مرز نواحی مجاور و دو ناحیه‌ی فازی R_{F1} و R_{F2} با صرف‌نظر از نواحی مجاور، ناحیه‌بندی را انجام می‌دهند.

به منظور بررسی بهتر ناحیه‌ی اثر مربوط به هر بخش، تمامی المان‌های قرارگرفته در آن بخش در چهار زیرمجموعه تقسیم‌بندی می‌شوند، که یک زیرمجموعه از آن مربوط به بخش غیرفازی است و ترکیب سه زیرمجموعه‌ی دیگر ناحیه‌ی فازی را تشکیل می‌دهند. بخش غیرفازی که پیش‌تر ناحیه‌ی قابل قبول نام‌گذاری و با R_a نمایش داده‌شد، شامل المان‌هایی است که اولا شاخصه‌ی گروه تقریب مناسبی برای آنها است، ثانیا متعلق به همان ناحیه هستند. اعضای متعلق به ناحیه‌ی فازی در سه گروه تقسیم‌بندی می‌شوند، گروه اول شامل اعضایی است که متعلق به نواحی مجاور است ولی المان شاخصه می‌تواند آنها را به درستی تقریب بزند، گروه دوم شامل اعضایی است که المان شاخصه تقریب چندان خوبی برای آنها نیست ولی از آنجا که در هر بار تکرار الگوریتم، المان شاخصه تغییر می‌کند، ممکن است در مرحله‌ی بعد در این ناحیه قرار بگیرند و گروه سوم شامل اعضایی است که المان شاخصه تقریب ضعیفی برای آنها است و تنها به دلیل رعایت شرط پیوستگی در این ناحیه قرار گرفته‌اند.

در شکل 3 توزیع المان‌های مرکزی در سه حالت متفاوت نمایش داده شده است. برای بررسی بهتر در هر سه حالت یکی از المان‌ها (c_p) ثابت فرض شده است و المان‌های دیگر نسبت به آن در موقعیت‌های مختلف توزیع شده‌اند تا اثر جابجایی آن‌ها بر روی ناحیه‌بندی مشخص شود. شکل 3- الف حالت اولیه‌ی توزیع است که در آن نواحی R_a، R_{F2} و R_{F3} دیده می‌شود. در شکل 3- ب تمامی المان‌های همسایگی به مقدار مساوی در راستای عمود بر مرز جدایش به c_p نزدیک شده‌اند. همان‌طور که مشخص است دیاگرام ورونوی کاملا بر R_a منطبق است. این حالت، حالت ایده‌آل ناحیه‌بندی است و هدف از الگوریتم‌های تکرارپذیر جابجا کردن المان‌های مرکزی و رسیدن به این شرایط است که در آن ناحیه‌ی R_a برای هر المان کاملا منطبق بر دیاگرام ورونوی آن شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود ناحیه‌ی فازی برای این حالت به کمترین حد خود می‌رسد، چرا که نواحی R_{F1} و R_{F3} اصلا تشکیل نمی‌شوند و ناحیه‌ی R_{F2} نیز پهنای باند کمتری دارد. در شکل 3- پ نسبت به حالت اولیه سه المان همسایگی جابجا شده است و مابقی ثابت می‌باشند. در این حالت ناحیه‌ی R_{F1} نیز ایجاد شده است. المان‌های مربوط به ناحیه‌ی R_{F1} گرچه متعلق به ناحیه‌های دیگر می‌باشند ولی با استفاده از c_p به خوبی قابل تقریب زدن هستند. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که یا برای یک ناحیه بیش از یک المان مرکزی تعریف شود و یا اینکه دو المان مرکزی با ویژگی‌های مشابه و در فاصله‌ای نزدیک تعریف شوند.

همان‌طور که توضیح داده شد در این مقاله هر ناحیه به چند زیرناحیه تقسیم می‌شود تا از این طریق ناحیه‌بندی با دقت بیشتری بررسی شود. نکته‌ی حائز اهمیت این است که این عمل می‌تواند باعث ناحیه‌بندی بیش از حد مدل شود (شکل 4- ث)، برای جلوگیری از این مشکل ناحیه‌ی R_{F2} تعریف شده است. این ناحیه بیان کننده‌ی مقدار خطای مجاز برای حدس زدن مکان المان‌های بهینه است. از آنجا که هدف از الگوریتم‌های تکرارپذیر رسیدن به ناحیه‌بندی مطابق شکل 3- ب است (یعنی حالتی که در آن تنها نواحی R_a و R_{F2} موجود باشد) بنابراین می‌توان گفت ناحیه‌ی R_{F2} ناحیه‌ی فازی مجاز است و تنها کافی است روشی برای بررسی و حذف نواحی فازی R_{F1} و R_{F3} ارائه شود.



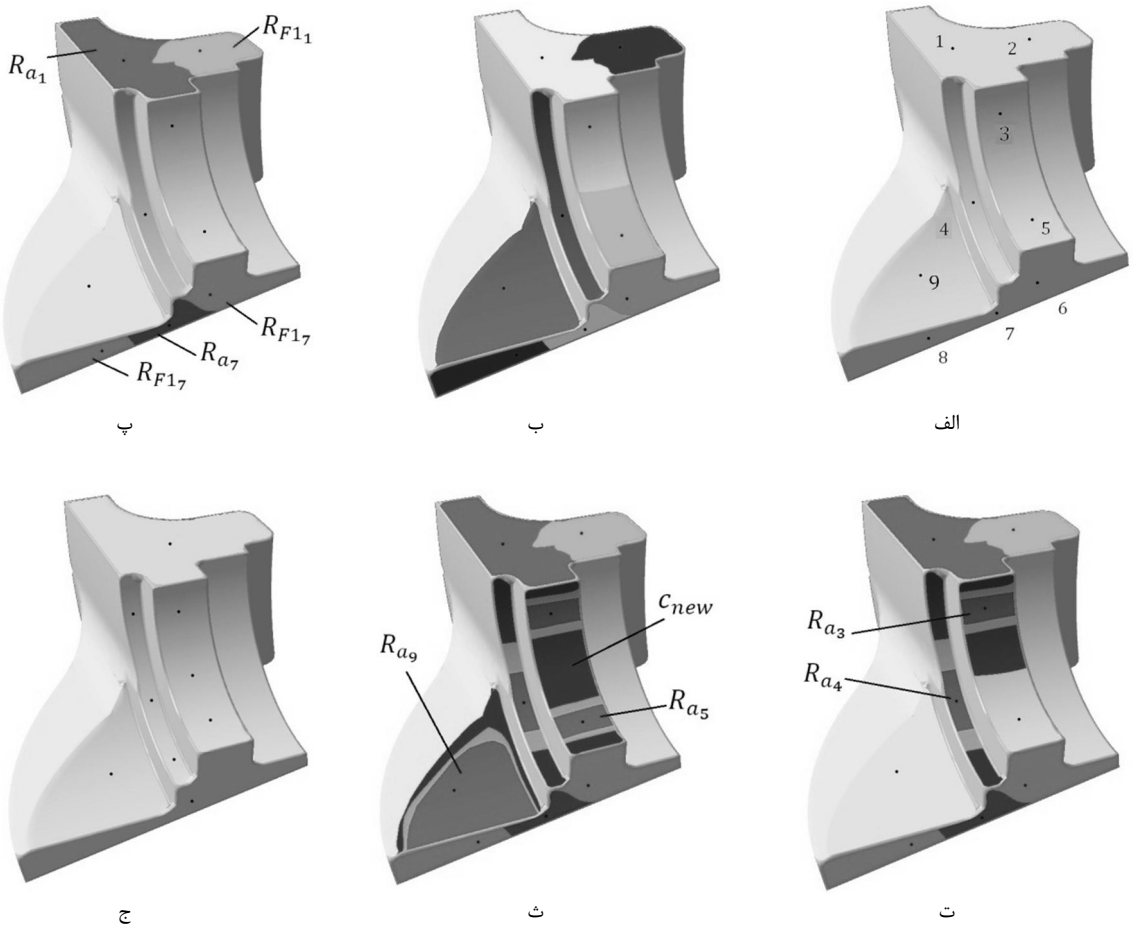
الف

ب

پ

شکل 3 نمـایش زیرناحـیه‌های غیـرفازی و فازی برای سه حالت مختلف توزیع المان‌های همسایه الف) حالت اولیه‌ی توزیع ب) حالت توزیع ایده‌آل پ) توزیع در حالتی که چند المان نماینده‌ی مشابه نزدیک بهم تعریف شده‌است

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]



شکل 4 ناحیه‌بندی مدل هندسی fan-disk با مش مثلثی الف) توزیع 9 المان نماینده بر روی مدل ب) ناحیه‌بندی اولیه بر اساس المان‌های نماینده پ) محاسبه‌ی زیرناحیه‌های فازی برای المان‌های 1 و 7، همان‌طور که مشاهده می‌شود چندین المان مشابه برای یک سطح تعریف شده‌اند که در نتیجه زیرناحیه‌ی R_{F1} المان مرکزی ناحیه‌ی مجاور را در بر گرفته است ت ، ث) محاسبه‌ی زیرناحیه‌های فازی، R_{F2} ناحیه‌ی کم‌رنگ و R_{F3} ناحیه‌ی پررنگ و c_{new} محل اضافه شدن المان نماینده‌ی جدید ج) توزیع مجدد المان‌ها بر اساس زیرناحیه‌های فازی

همان‌طور که توضیح داده شد در این مقاله هر ناحیه به چند زیرناحیه تقسیم می‌شود تا از این طریق ناحیه‌بندی با دقت بیشتری بررسی شود. نکته‌ی حائز اهمیت این است که این عمل می‌تواند باعث ناحیه‌بندی بیش از حد مدل شود (شکل 4- ث)، برای جلوگیری از این مشکل ناحیه‌ی R_{F2} تعریف شده است. این ناحیه بیان کننده‌ی مقدار خطای مجاز برای حدس زدن مکان المان‌های بهینه است. از آنجا که هدف از الگوریتم‌های تکرارپذیر رسیدن به ناحیه‌بندی مطابق شکل 3- ب است (یعنی حالتی که در آن تنها نواحی R_a و R_{F2} موجود باشد) بنابراین می‌توان گفت ناحیه‌ی R_{F2} ناحیه‌ی فازی مجاز است و تنها کافی است روشی برای بررسی و حذف نواحی فازی R_{F1} و R_{F3} ارائه شود.

5-2- ترکیب نواحی

برای بررسی امکان ترکیب دو ناحیه‌ی مجاور از شرط بسیار ساده‌ای استفاده شده‌است. اگر المان مرکزی یک ناحیه، در منطقه‌ی فازی R_{F1} ناحیه‌ی دیگری قرار بگیرد، آنگاه دو ناحیه با هم ترکیب می‌شوند و المان نماینده‌ی ناحیه‌ی کوچکتر از مجموعه‌ی $\{c_i\}$ حذف می‌شود (شکل 3- پ و 4- پ). در واقع ناحیه‌ی بزرگتر، ناحیه‌ی کوچکتر را در بر می‌گیرد.

5-3- اضافه کردن المان نماینده جدید

سایر الگوریتم‌های موجود ابتدا خطای تقریب برای تمامی نواحی را بدست می‌آورند و سپس در ناحیه‌ای که خطای بیشتری دارد، المان نماینده‌ی جدید تعریف می‌کنند. این روش گرچه بسیار ساده است ولی لزوما پرخطاترین مکان را پیدا نمی‌کند. با توجه به شکل 4- ث، همان‌طور که مشخص است ناحیه‌ی 4 و 9 به ترتیب بیش‌ترین میزان خطا را دارند، ولی پرخطاترین محل بخشی بین ناحیه‌ی 3 و 5 است. در الگوریتم ارائه شده برای یافتن بهترین مکان جهت تعریف المان نماینده‌ی جدید، با استفاده از رابطه‌ی 5، ابتدا اجتماع نواحی جداگانه‌ی R_{F3} به صورت:

$$\bigcup_{i=1}^{k} R_{F3_i} = R_{F3_1} \cup R_{F3_2} \cup \ldots \cup R_{F3_k} \qquad (5)$$

بدست می‌آید و براساس آن مناسب‌ترین محل برای اضافه شدن المان نماینده‌ی جدید تعیین می‌شود.

روش‌های قبلی علاوه بر آنکه توانایی یافتن پرخطاترین مکان را ندارند، دچار مشکل دیگری نیز هستند و آن عدم توجه به نحوه‌ی توزیع R_{F3} در نواحی مختلف است. با توجه به شکل 4- ث، همان‌طور که دیده می‌شود

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]

زیرناحیه‌ی R_{F3} برای المان 9 به صورت نواری باریک در اطراف مرز امتداد یافته است، ولی در نواحی 3، 4 و 5 به صورت مناطقی متراکم است. مسلما احتمال یافتن رویه‌ای که بتواند داده‌های فشرده و متراکم را به درستی تقریب بزند، بسیار بیشتر است. به همین دلیل، در این مقاله علاوه بر پارامتر میزان خطای تقریب، پارامتر یکپارچگی نیز مورد نظر قرار گرفته است. در واقع می‌توان گفت به دنبال یافتن مناطقی بر روی R_{F3} U هستیم که علاوه بر یکپارچه بودن، بیشترین مساحت را نیز داشته باشد. برای این منظور مطابق روش ارائه شده توسط گارلند از پارامتر شکل استفاده می‌شود [21]. پارامتر شکل المان‌ها را به صورت فشرده و یکپارچه دسته‌بندی می‌کند و مانع از ایجاد نواحی باریک و طویل می‌شود. برای ناحیه‌ای با مساحت A و محیط ρ، پارامتر شکل برابر است با:

$$\gamma = \frac{\rho^2}{4\pi A} \tag{6}$$

برای بهبود نتایج، از پارامتر شکل به همراه معیار اندازه‌گیری صافی (نرم $L^{2,1}$)، جهت دسته‌بندی المان‌های متعلق به R_{F3} U استفاده شده است. مراحل تعیین مکان مناسب جهت افزوده شدن المان نماینده‌ی جدید را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

- ناحیه‌بندی مدل با استفاده از k المان براساس معیار صفحه‌ای بودن
- در نظر گرفتن اجتماع نواحی جداگانه‌ی R_{F3} به عنوان یک ناحیه‌ی واحد
- افراز R_{F3} U بر اساس معیار صفحه‌ای بودن و پارامتر یکپارچگی به زیرناحیه‌های $R'_{F3} = \{R'_{F3_1}, R'_{F3_2}, \dots, R'_{F3_n}\}$

مرکز هندسی زیرناحیه‌ای از R'_{F3} که بیش‌ترین مساحت را دارد، بهترین مکان جهت افزوده شدن المان جدید است.

6- الگوریتم ناحیه‌بندی

الگوریتم تکرارپذیر، همانند الگوریتم ناحیه‌بندی سلسله مراتبی، روشی پارامتریک است که در آن تعداد ناحیه‌های اولیه توسط کاربر مشخص می‌شود. این ویژگی در زمانی که لازم است مدل با تعداد صفحات مشخصی تقریب زده شود بسیار مفید است، ولی از طرف دیگر باعث می‌شود الگوریتم نیازمند تنظیمات اولیه‌ی کاربر شود. همچنین اگر المان‌های نماینده بسیار کمتر از میزان نیاز انتخاب شوند، زمان اجرای الگوریتم به طور چشم‌گیری افزایش خواهد یافت و اگر المان‌های نماینده بیشتر از حد نیاز انتخاب شوند، علاوه بر افزایش زمان محاسبات، تجزیه‌ی بیش از حد مدل نیز اتفاق می‌افتد. در روش ارائه شده در این مقاله، پس از انجام ناحیه‌بندی اولیه و تشکیل نواحی فازی، می‌توان ناحیه‌بندی را بر حسب نیاز مسئله، به هر دو شکل پارامتریک و یا غیر پارامتریک، انجام داد.

6-1- روش غیرپارامتریک

در این حالت هدف بدست آوردن تعداد المان‌های نماینده‌ی مورد نیاز برای ناحیه‌بندی و یافتن بهترین مکان برای آن‌ها، بدون نیاز به تنظیمات اولیه‌ی کاربر است.

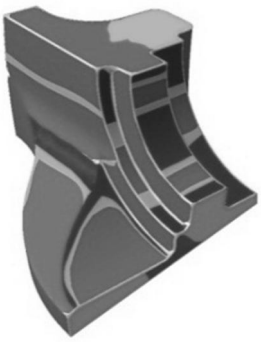
برای این منظور در ابتدا مدل با استفاده از k' المان اولیه ناحیه‌بندی می‌شود. در قسمت بعد نشان داده می‌شود به دلیل استفاده از ناحیه‌بندی فازی، مقدار k' در نتایج نهایی تاثیر زیادی ندارد. بنابراین با استفاده از روشی ساده و بدون نیاز به تنظیمات کاربر و تنها براساس تعداد داده‌های ورودی مقدار k' برای مدل‌های مختلف محاسبه می‌شود.

قبلا توضیح داده شد که زیرناحیه‌ی R_{F2} برای جلوگیری از تجزیه‌ی بیش از حد مدل تعریف شده است، ولی R_{F2} قابلیت دیگری را نیز ایجاد می‌کند. مطابق اشکال 3 و 4، معمولا ناحیه‌ی R_a داخلی‌ترین و ناحیه‌ی R_{F3} بیرونی‌ترین بخش از یک ناحیه را به خود اختصاص می‌دهند و R_{F2} جداکننده‌ی این دو بخش از یکدیگر است. از آنجا که مکان المان‌های نماینده بر روی R_a و یا R_{F3} تعیین می‌شود، بنابراین می‌توان گفت که المان‌های R_{F2} در واقع مرز بین نواحی مختلف هستند. همان‌طور که در شکل 5 دیده می‌شود، R_{F2} همچون مرزی با پهنای متغییر است، که بخش‌های مختلفی که پتانسیل تشکیل یک ناحیه‌ی جداگانه را دارند، از یکدیگر تفکیک می‌کند. بنابراین تنها کافی است تا از بین نواحی متفاوتی که توسط R_{F2} تفکیک شده‌اند، نواحی مناسب را شناسایی کرد.

برای تشخیص نواحی مناسب و در نتیجه تعیین تعداد المان‌های مورد نیاز مطابق روش زیر عمل می‌شود:

- ناحیه‌بندی اولیه توسط k' المان اولیه و تشکیل ناحیه‌ی فازی
- در نظر گرفتن المان‌های متعلق به R_{F2} به عنوان المان‌های مرزی
- افراز R_{F3} U براساس معیار صفحه‌ای بودن و پارامتر یکپارچگی به زیرناحیه‌های $R'_{F3} = \{R'_{F3_1}, R'_{F3_2}, \dots, R'_{F3_n}\}$
- مرتب کردن زیرناحیه‌های R_a و R'_{F3} براساس مساحت و حذف کردن زیرناحیه‌هایی که مساحت آنها کمتر از حد مجاز است (جهت جلوگیری از تجزیه‌ی بیش از حد مدل)

بنابراین برای ناحیه‌بندی مدل به $i+j$ المان اولیه نیاز است که i و j به ترتیب تعداد زیرناحیه‌های R_a و R'_{F3} هستند. همچنین بهترین مکان برای المان‌های اولیه، مرکز هندسی زیرناحیه‌های R_a و R'_{F3} است.



الف

ب

شکل 5 الف) زیرناحیه‌های غیر فازی و فازی ب) زیرناحیه‌ی فازی R_{F2} که نواحی را از یکدیگر تفکیک کرده است

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]

6-2- روش پارامتریک

در حالت پارامتریک هدف افراز مدل اولیه دقیقا به k ناحیه‌ی مجزا است، که مقدار k توسط کاربر تعیین می‌شود. در این حالت می‌بایست از بین $i+j$ المان اولیه‌ای که در روش غیرپارامتریک بدست آمده است، k المان بهتر انتخاب شود. برای این منظور باید به چند نکته توجه کرد:

1. هر ناحیه‌ای که خطای تقریب کمتر و مساحت بیشتری داشته باشد، ناحیه‌ی مناسب‌تری است. از آنجا که هدف رسیدن به ناحیه‌بندی ایده‌آل است (شکل 3- ب) و به دلیل آنکه میزان خطای تقریب منطقه‌ی $\|R_a+R_{F2}\|$ برای تمام ناحیه‌ها یکسان است، بنابراین برای تعیین بهترین ناحیه، تنها کافی است مساحت ناحیه‌های مختلف را بررسی کنیم.
2. با توجه به شکل 6، اگر اعضای متعلق به R_{F3} را به عنوان ناحیه‌ی قابل قبول در نظر بگیریم، آنگاه می‌توان فرض کرد که نواحی R_{F2} و R_a به ترتیب نواحی فازی متعلق به آن خواهند شد. بنابراین در مورد نواحی‌ای که نسبت مساحت ناحیه‌ی قابل قبول به مساحت ناحیه‌ی فازی کمتر از یک است، این سوال مطرح می‌شود که آیا بهتر نیست بجای در نظر گرفتن المان نماینده در R_a، آن را در ناحیه‌ی فازی قرار داد تا بدین ترتیب میزان خطا کمتر شود؟ در پاسخ باید به این نکته اشاره کرد که در مورد هندسه‌ی ناحیه‌ی فازی هیچ اطلاعاتی در دسترس نیست، بنابراین هیچ تضمینی وجود ندارد که با جابجا کردن المان نماینده از R_a به بخش فازی خطای تقریب کمتر شود. برای تعیین اینکه آیا المان نماینده در منطقه‌ای معلوم ولی با مساحت کم انتخاب شود و یا در منطقه‌ای نامعلوم ولی با مساحت زیاد، از معیار نسبت مساحت:

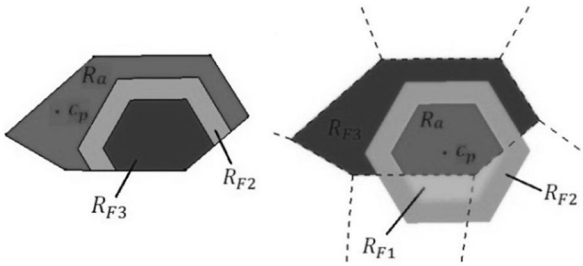
$$\beta = R_{F3}/R_a \qquad (7)$$

استفاده می‌شود.

در این مقاله نسبت مساحت برابر با $\beta = 1$ در نظر گرفته شده است، به این معنی که ریسک انتخاب المان نماینده بر روی ناحیه‌ی فازی زمانی پذیرفته می‌شود که مساحت منطقه‌ی R_{F3} آن حداقل برابر با نواحی موجود در R_a باشد.

7- مثال

برای نشان دادن قابلیت روش ارائه شده، الگوریتم در دو حالت پارامتریک و غیرپارامتریک، بر روی مدل هندسی fan – disk که در اکثر مقالات از آن استفاده می‌شود، اجرا شده است و میزان خطای تقریب در حالت‌های مختلف



ب الف

شکل 6 در شکل الف ناحیه‌بندی فازی برای المان c_p نشان داده‌شده‌است، همان‌طور که واضح است مساحت ناحیه‌ی فازی از ناحیه‌ی قابل قبول بیشتر است. این امکان وجود دارد که با جابجا شدن c_p مطابق شکل ب، میزان خطای تقریب کمتر شود.

با یکدیگر مقایسه می‌شود.

در الگوریتم ارائه شده توسط اشتاینر، به 50 رویه‌ی صفحه‌ای برای تقریب زدن این مدل نیاز است[9] (شکل 7- الف). در حالت پارامتریک هدف تقریب زدن مدل با استفاده از 30 رویه است (شکل 7- ب). در حالت غیر پارامتریک بعد از ناحیه‌بندی اولیه، 43 بخش که پتانسیل تشکیل ناحیه‌ای جداگانه را دارند توسط الگوریتم شناسایی شده است (شکل 7- پ).

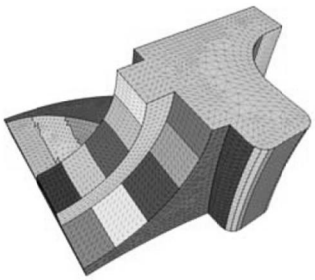
میزان خطای تقریب در هر ناحیه‌ی R_i به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_{R_i} = \sum_{T_i \in R_i} \|n_i - N\|^2 \, |T_i| \qquad (8)$$

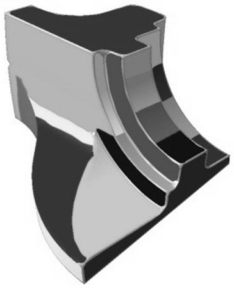
که در آن N بردار نرمال المان نماینده‌ی ناحیه‌ی R_i، T_i مش‌های عضو ناحیه‌ی R_i و $|T_i|$ و n_i به ترتیب مساحت و بردار نرمال هر یک از آن‌هاست.

در جدول 1 اطلاعات مربوط به میزان خطای تقریب، تعداد نواحی تقریب زده شده و همچنین تعداد تکرار الگوریتم جهت رسیدن به همگرایی برای مدل fan – disk ارائه شده است.

در جدول 2 اطلاعات مربوط به ناحیه‌بندی مدل با مقادیر متفاوت k' نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود تغییر در k' تاثیر چندانی



الف



ب

پ

شکل 7 ناحیه‌بندی مدل fan – disk با استفاده از الگوریتم تکرارپذیر الف) ناحیه‌بندی مدل با استفاده از 50 رویه‌ی صفحه‌ای [9] ب) ناحیه‌بندی با استفاده از الگوریتم فازی به روش پارامتریک و با استفاده از 30 رویه‌ی صفحه‌ای پ) ناحیه‌بندی با استفاده از الگوریتم فازی با استفاده از روش غیرپارامتریک و تشخیص 43 بخش جداگانه که پتانسیل تشکیل نواحی فازی را دارند.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]

در نتایج خروجی ندارد و تقریبا در تمامی حالات تعداد نواحی شناسایی شده که قابلیت تشکیل منطقه‌ای جداگانه را دارند یکسان است. به همین دلیل در این روش مقدار k' برابر با درصدی از داده‌های اولیه در نظر گرفته می‌شود.

ذکر این نکته الزامی است که اجرای مجدد الگوریتم با تنظیمات اولیه‌ی یکسان، اگرچه دقیقا به نتایج یکسانی منجر نمی‌شود ولی نتایج به میزان قابل قبولی پایدار هستند. دلیل تفاوت در نتایج خروجی، انتخاب کاملا تصادفی المان‌های اولیه است. جهت نشان دادن پایداری حل، با استفاده از الگوریتم ارائه شده و در شرایطی یکسان، چندین بار مدل ناحیه‌بندی می‌شود. مدل مورد نظر در حالتی که k' برابر با 30 است، سه مرتبه ناحیه‌بندی شده‌است و نتایج مربوط به آن در جدول 3 گزارش شده‌است. همان‌طور که دیده می‌شود تعداد نواحی شناسایی شده تقریبا یکسان است.

8- زمان مورد نیاز برای اجرای الگوریتم

به دلیل آنکه در مقالات مختلف از زبان‌های برنامه نویسی متفاوتی استفاده می‌شود و همچنین الگوریتم‌ها با سیستم‌های سخت‌افزاری مختلفی اجرا می‌شوند، برای نشان دادن سرعت الگوریتم به جای استفاده از زمان اجرا، پارامتر تعداد تکرار الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته است.

در ادامه نشان داده می‌شود که الگوریتم ارائه شده علیرغم مزایایی که نسبت به الگوریتم‌های تکرارپذیر متداول دارد، از نظر محاسبات انجام شده در هر مرتبه از تکرار، با آنها قابل مقایسه است. برای توضیح این مسئله مراحل اجرای الگوریتم به سه بخش تقسیم شده‌است:

جدول 1 نتایج مربوط به الگوریتم تکرارپذیر و الگوریتم تکرارپذیر با ناحیه‌بندی فازی برای مدل fan-disk (تعداد المان‌های اولیه برابر با 20 در نظر گرفته شده است)

نوع الگوریتم مورد استفاده	تعداد نواحی	تعداد تکرار الگوریتم	میزان خطای تقریب
الگوریتم تکرارپذیر با استفاده از ناحیه‌بندی فازی	30	15	156.270
	43	17	96.821
الگوریتم تکرارپذیر با استفاده از دیاگرام ورونوی	30	83	155.674
	43	123	97.233

جدول 2 تاثیر مقدار k' در تعیین تعداد نواحی لازم برای ناحیه‌بندی مدل fan-disk

k'	تعداد تکرار الگوریتم	تعداد نواحی شناسایی شده	تعداد تکرار الگوریتم	تعداد نواحی شناسایی شده
10	12	39	16	48
20	10	43	15	49
30	16	44	17	48
40	12	48	14	49
50	13	51	13	51
60	11	50	12	51

جدول 3 نتایج حاصل از ناحیه‌بندی مدل fan-disk برای حالتی که k' برابر با 30 است، جهت نشان دادن پایداری حل

مرتبه‌ی ناحیه‌بندی	تعداد تکرار الگوریتم	تعداد نواحی شناسایی شده
1	20	49
2	18	48
3	23	48

- تشکیل نواحی فازی: تابع پیچیدگی زمانی برای ناحیه‌بندی n المان در k گروه چه با در نظر گرفتن نواحی فازی و چه بدون دسته‌بندی در نواحی فازی، تابعی یکسان است. بنابراین زمان مورد نیاز برای هر مرتبه تکرار الگوریتم، در هر دو روش مقداری یکسان است.
- ترکیب نواحی مجاور: بررسی امکان ترکیب نواحی مجاور در روش پیشنهادی بسیار سریع‌تر است، چراکه تنها کافی است نواحی R_{F1} بررسی شود، ولی در الگوریتم‌های متداول تک‌تک نواحی با نواحی مجاور خود مقایسه می‌شوند.
- اضافه کردن المان جدید: اضافه کردن المان جدید تنها مرحله‌ای است که نسبت به الگوریتم‌های قبلی به زمان بیشتری احتیاج دارد. ناحیه‌بندی بر روی المان‌های R_{F3} براساس الگوریتم رشد ناحیه انجام می‌شود، بنابراین تابع پیچیدگی زمانی آن $O(m)$ است، که در آن m تعداد اعضای R_{F3} است و معمولا $m \ll n$ می‌باشد.

در این مقاله برای اجرای الگوریتم از نرم‌افزار برنامه‌نویسی متلب استفاده شده است و به دلیل ضعیف بودن محیط گرافیکی آن، قطعات در نرم‌افزار کتیا نمایش داده شده‌اند. برای اجرای الگوریتم در هر مرتبه تکرار با توجه به شرایط مختلف مسئله (مثل تعداد المان‌های اولیه و نحوه‌ی توزیع المان‌های اولیه) برای هر دو روش فازی و غیر فازی 1.5 تا 3 ثانیه زمان نیاز دارد.

در جدول 4 اطلاعات آماری مربوط به زمان مورد نیاز برای ناحیه‌بندی نشان داده شده است. در این پژوهش از کامپیوتر خانگی با پردازشگر دو هسته‌ای 2.5GHz و همچنین 4GB حافظه‌ی RAM استفاده شده است.

9- نتیجه‌گیری

الگوریتم تکرارپذیر یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌های ناحیه‌بندی است که می‌تواند مسئله‌ی افراز را به صورت بهینه‌ی سراسری حل کند. مهمترین عیب این روش سرعت نامناسب حل و احتیاج به تنظیمات اولیه‌ی کاربر است. در این مقاله الگوریتمی جدید برای ناحیه‌بندی مدل‌های هندسی سه‌بعدی با استفاده از تقریب دیاگرام ورونوی با هدف افزایش سرعت همگرایی الگوریتم تکرارپذیر و همچنین ناحیه‌بندی مدل به صورت غیرپارامتریک پیشنهاد شده‌است.

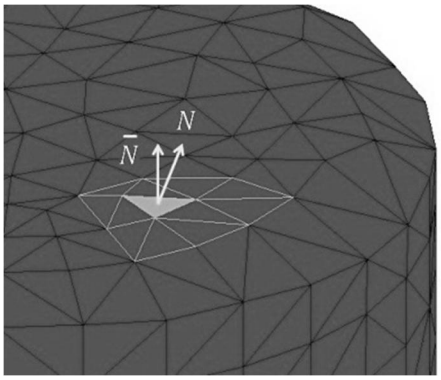
در روش پیشنهادی با استفاده از مفهوم دسته‌بندی فازی، هر ناحیه به چندین زیرناحیه‌ی فازی و یک زیرناحیه‌ی غیرفازی تقسیم‌بندی می‌شود و با استفاده از تعاریف موجود بر روی زیرناحیه‌های بدست آمده، روشی کارآمد جهت شناسایی ناحیه‌های مشابه و همچنین افزودن المان‌های مبنای جدید ارائه شده است.

برخلاف سایر روش‌های قبلی که برای افزودن المان نماینده‌ی جدید از خطای تقریب نواحی به صورت محلی استفاده می‌کنند، در این الگوریتم خطای تقریب به صورت سراسری و بر روی کل مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. این عمل باعث می‌شود که المان نماینده جدید به صورت بهینه‌تر و موثرتری انتخاب شود. در این مقاله علاوه بر تحلیل مدل بر اساس خطای

جدول 4 زمان مورد نیاز برای ناحیه‌بندی مدل fan-disk

نوع الگوریتم مورد استفاده	تعداد تکرار الگوریتم	زمان ناحیه‌بندی (s)
الگوریتم تکرارپذیر با استفاده از ناحیه‌بندی فازی	16	34
الگوریتم تکرارپذیر با استفاده از دیاگرام ورونوی	86	195

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]



شکل 8 برای کاهش اثر نویز، بردار نرمال N در المان اولیه، با استفاده از بردار نرمال مش‌های همسایگی اصلاح می‌شود.

تقریب سراسری، از فاکتور فشردگی نیز برای بهبود کیفیت نواحی و دسته‌بندی‌های انجام شده استفاده می‌شود. بنابراین علاوه بر در نظر گرفته شدن میزان خطای تقریب، نحوه‌ی توزیع آن نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

وجه تمایز دیگر الگوریتم موجود، ارائه‌ی روشی جدید برای تعیین میزان خطای تقریب مجاز است. در این مقاله میزان خطای مجاز به صورت پهنای باند ناحیه‌ی غیرفازی ($|\varepsilon|$) تعریف می‌شود. این ویژگی باعث می‌شود تا پهنای باند نواحی مختلف براساس ویژگی‌های هر ناحیه تعیین شود. این در حالی است که در روش‌های پیشین که از تقریب دیاگرام ورونوی استفاده شده است، مقدار $|\varepsilon|$ برای تمامی نواحی مقداری ثابت و برابر است.

در الگوریتم پیشنهادی با استفاده از تقریب دیاگرام ورونوی و تعریف نواحی فازی، روشی ساده برای توزیع مناسب المان‌های اولیه بر روی مدل ارائه شده است. از آنجا که در این روش از دسته‌بندی انجام شده در اولین مرحله، برای حدس زدن مکان المان‌های اولیه استفاده می‌شود، هزینه‌ی محاسباتی خاصی به الگوریتم افزوده نخواهد شد. استفاده از الگوریتم ارائه شده و بدست آوردن توزیع مناسب المان‌های مرکزی باعث می‌شود تا الگوریتم‌های ناحیه‌بندی بسیار سریع‌تر به همگرایی مطلوب دست پیدا کنند.

در این مقاله از مدل‌های سه‌بعدی مش‌بندی شده به عنوان داده‌های ورودی استفاده شده‌است. استفاده از مدل مش‌بندی شده این امکان را فراهم می‌آورد تا بتوان تغییرات بردار نرمال را (که در این مقاله از آن به عنوان عامل ناحیه‌بندی استفاده شده است) بر روی کل سطح مش بررسی کرد. این ویژگی سبب افزایش دقت محاسبات می‌شود. در پژوهش‌های آینده سعی بر آن است تا با اتخاذ روشی مناسب برای استخراج موثر و دقیق بردارهای نرمال از ابر نقاط، الگوریتم ناحیه‌بندی را به صورت مستقیم بر روی داده‌های مش-بندی نشده پیاده‌سازی کنیم.

10- پیوست 1

المان نماینده برای هر ناحیه‌ی i به صورت ترکیب دوتایی $P_i = (X_{p_i}, N_{p_i})$ نمایش داده می‌شود، که در آن X_{p_i} نشان دهنده‌ی موقعیت مکانی المان نماینده (یا همان صفحه‌ی تقریب‌زننده) و N_{p_i} نشان دهنده‌ی بردار نرمال آن است. مطابق شکل 8، پس از انتخاب المان نماینده، ابتدا مجموعه‌ی M که شامل المان نماینده و مش‌های موجود در همسایگی آن هست، تشکیل می‌شود. سپس بردار نرمال المان نماینده با استفاده از رابطه‌ی زیر اصلاح می‌شود:

$$\bar{N} = \sum_{T_i \in M} |T_i| N_i \qquad (9)$$

که در آن T_i مش‌های عضو مجموعه‌ی M و $|T_i|$ مساحت هر یک از آنهاست. در انتها بردار $\bar{N}$ نرمالیزه می‌شود.

11- مراجع

[1] A. Sheffer, E. Praun, N. Rose, Mesh parameterization methods and their applications, *Computer Graphics and Vision,* Vol. 2, No. 2, pp. 105-171, 2006.

[2] L. Wang, Z. Ma, B. Xue, Z. Shen, Simplification for texture mapping models with Mesh segmentation, *In Proceeding of The 16th International Conference on Virtual Systems and Multimedia (VSMM),* Seoul, pp. 197-203, 2010.

[3] S. Berretti, N. Werghi, A. Bimbo, P. Pala, Matching 3D face scans using interest points and local histogram descriptors, *Computers & Graphics,* Vol. 37, No. 5, pp. 509-525, 2013.

[4] B. Gilles, N. M. Thalmann, Musculoskeletal MRI segmentation using multi-resolution simplex meshes with medial representations, *Medical Image Analysis,* Vol. 14, pp. 291-302, 2010.

[5] Y. Leet, P. Lin, U. Yans, C. Lin, Mesh decomposition using motion information from animation sequence, *Computer Animation and Virtual Worlds,* Vol. 16,No. 3-4, pp. 519-529, 2005.

[6] X. Li, T. W. Woon, T. S. Tan, Z. Huang, Decomposing polygon meshes for interactive applications, *In Proceedings of the 2001 symposium on Interactive 3D graphics,* New York: ACM, pp. 35-42, 2001.

[7] N. Mattia, B. Silvia, P. Giuseppe, F. Bianca, Graph-based representations of point clouds, *Graphical Models,* Vol. 73, No. 5, pp. 151-164, 2011.

[8] S. Shlafman, A. Tal, S. Katz, Metamorphosis of polyhedral surfaces using decomposition, *Computer Graphics forum,* Vol. 21, No. 3, pp. 219-228, 2002.

[9] D. C. Steiner, P. Alliez, M. Desbrun, Variational shape approximation, *ACM Transactions on Graphics,* Vol. 23, No. 3, pp. 905-914, 2004.

[10] J. WU, T. Kobbelt, Structure recovery via hybrid variational surface approximation, *Computer Graphics Forum,* Vol. 24, No. 3, pp. 277-284, 2005.

[11] D. Julius, V. Kraevoy, A. Sheffer, D-charts: Quasi-developable mesh segmentation, *Computer Graphics Forum,* Vol. 24, No. 3,pp. 981-990, 2005.

[12] P. M. Castro, L. A. Lima, F. L. Lucena, Invariances of single curved manifolds applied to mesh segmentation, *Computers & Graphics,* Vol. 38, pp. 399-409, 2014.

[13] Z. Wu, R. Shou, Y. Wang, X. Liu, Interactive shape co-segmentation via label propagation, *Computers & Graphics,* Vol. 38, pp. 248-254, 2014.

[14] S. LLOYD, Least square quantization in PCM, *IEEE Transactions on Information Theory,* Vol. 28, No. 2, pp. 129-137, 1982.

[15] M. Son, Y. Lee, H. Kang, S. Lee, Structure grid for directional stippling, *Graphical Models,* Vol. 73, No. 3, pp. 74-87, 2011.

[16] H. Qin, Y. Wang, M. Li, H. Zhou, An accelerated scheme with high quality mesh based on Lloyd iteration, *Cent South Univ,* Vol. 19, No. 10, pp. 2797-2802, 2012.

[17] D. R. Monedero, J. Forné, E. Pallarès, J. P. Arnau, A modification of the Lloyd algorithm for k-anonymous quantization, *Information Sciences,* Vol. 222, pp. 185-202, 2013.

[18] G. Fazekas, An extremum problem for polynomials and bounds for codes with given distance and diameter, *Mathematical and Computer Modelling,* Volume 38, Issues 7–9, pp.789-795, 2003.

[19] D. M. Yan, W. Wang, Y. Liu, Z. Yang, Variational mesh segmentation via quadric surface fitting, *Computer-Aided Design,* Vol. 44, No. 11, pp. 1072-1082, 2012.

[20] P. G. Ciarlet, A. Iserles, R. V. Kohn, M. H. Wright, *Geometry and Topology for Mesh Generation,* first Edittion, pp. 89-91, New York: Cambridge University Press, 2001.

[21] M. Garland, A. Willmott, P. Heckbert, Hierarchical face clustering on polygonal surfaces, *In Proceedings of the 2001 symposium on Interactive 3D graphics,* New York: ACM, pp. 49-58, 2001.

[22] V. Kraevoy, D. Julius, A. *Sheffer, Shuffler Modeling with Interchangeable Parts,* Tech. Rep. TR- 2006-09, Department of Computer Science, University of British Columbia, April 2006.

[23] C. Fan, J. Luo, W. Wang, B. Zhu, Voronoi diagram with visual restriction, *Theoretical Computer Science,* Vol. 532, pp. 31-39, 2014.

[24] S. H. Peled, A replacement for Voronoi diagrams of near linear size, *In Proceedings of the 42nd IEEE symposium on Foundations of Computer Science,* pp. 94–103, 2001.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.5.2]