



## کنترل بهینه هاورینگ مجاورت ماهواره حول مدار بیضوی اغتشاشی با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات

حکیمه برقی زنجانی<sup>1</sup>، احمد کلهر<sup>2\*</sup>، مهدی فکور<sup>3</sup>

1- دانشجو، مهندسی فناوری ماهواره، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه تهران، تهران

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

\*تهران، صندوق پستی 14395-515، akalhor@ut.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 تیر 1396

پذیرش: 17 مهر 1396

ارائه در سایت: 27 آبان 1396

کلید واژگان:

کنترل جایابی قطب‌ها

کنترل مد لغزشی

LQR

سرویس‌های مداری

کنترل فاصله نسبی

در هاورینگ، ماهواره پیرو باید به‌طور مرتب سوخت مصرف کند تا بتواند همواره نسبت به یک نقطه مبدا فاصله ثابتی داشته باشد. از آن‌جا که میزان سوخت در ماهواره‌ها یک المان کلیدی و تأثیرگذار می‌باشد، بهینه‌کردن مصرف آن نیز از ارزش بالایی برخوردار است. سرعت سیستم و زمان رسیدن به پایداری هم از المان‌های مهم دیگری است که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور از سه کنترلر پرکاربرد در سیستم‌های مختلف، از جمله سیستم هاورینگ استفاده شده است. این کنترلرها کنترلر LQR، کنترلر جایابی قطب‌ها و کنترلر مد لغزشی هستند. در ادامه این کنترلرها با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بهینه‌سازی شدند که این بهینه‌سازی به منظور مصالحه‌های بین میزان مصرف سوخت و زمان رسیدن به پایداری صورت گرفت. مقایسه نتایج نهایی نشان می‌دهد که کنترلر مد لغزشی می‌تواند بهترین گزینه برای بهینه‌سازی سیستم هاورینگ باشد.

## Optimal Control of Satellite Proximity Hovering around Elliptical Disturbed Orbit Using Particle Swarm Optimization

Hakime Barghi Zanjani<sup>1</sup>, Ahmad Kalhor<sup>2\*</sup>, Mahdi Fakoore<sup>1</sup>

1- Faculty of New Sciences and Technologies, Tehran University, Tehran, Iran.

2- School of Electrical and Computer Engineering, Tehran University, Tehran, Iran

\*P.O.B. 14395-515, Tehran, Iran, akalhor@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 04 July 2017

Accepted 09 October 2017

Available Online 18 November 2017

### Keywords:

Pole placement controller

Sliding mode controller

LQR

On orbit servicing

Relative distance control

### ABSTRACT

In hovering, the deputy satellite must use fuel regularly to maintain a constant distance from a source point. Since the amount of fuel in satellites is a key element, it has also a great value to optimize its consumption. The system speed and the time of reaching stability are also other important elements that have been studied in this study. For this purpose, three useful controllers are used. These controllers are LQR controller, Pole Placement and sliding mode controller. In the following, these controllers were optimized using particle swarm optimization algorithm in order to compromise the amount of fuel consumption and the time of reaching stability. Comparing the final results shows that the sliding mode controller can be the best option for optimizing hovering system.

### 1- مقدمه

در سال‌های اخیر سرویس‌های مداری<sup>1</sup> توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند؛ زیرا می‌توانند به‌واسطه فعالیت‌های مداری، توانایی‌ها و ظرفیت‌های فضایی را بهبود ببخشند [1-3]. سرویس‌های مداری شامل مواردی از جمله اضافه کردن قسمت‌هایی به سیستم، نگهداری از تجهیزات، جایگزینی، ارتقا و تعمیر تجهیزات شده و به عبارتی باعث افزایش عمر مفید و منعطف‌تر کردن فضاپیماها می‌شوند [4]. انجام این سرویس‌ها نیاز به نزدیکی و مجاورت با

ماهواره هدف دارد [5]. یک نوع جدید از این عملیات مجاورت، توانایی هاورینگ<sup>2</sup> یا شناور بودن در ناحیه‌ای خاص نسبت به ماهواره رهبر است [6]. منظور از رهبر، ماهواره‌ای است که به عنوان مبدا برای فاصله نسبی در نظر گرفته می‌شود و هدف، حفظ فاصله نسبت به این مبدا است؛ و منظور از ماهواره پیرو، ماهواره‌ای است که کنترل می‌شود تا فاصله نسبی حفظ شود. ویژگی آرایش پرواز هاورینگ مجاورت این است که فاصله بین ماهواره رهبر و پیرو بسیار کم است. ساده‌ترین ساختار هاورینگ، حالتی است که در آن

<sup>2</sup> Hovering

<sup>1</sup> On Orbit Servicing

Please cite this article using:

H. Barghi Zanjani, A. Kalhor, M. Fakoore, Optimal Control of Satellite Proximity Hovering around Elliptical Disturbed Orbit Using Particle Swarm Optimization, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 172-180, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

استفاده از بهینه‌سازی لاگرانژ، موقعیت‌هایی که نیازمند کمترین و بیشترین مصرف سوخت هستند را به دست آورده است ولی در آن به سرعت پاسخ توجهی نشده است. مرجع [24] نیز به مدل‌سازی و تحلیل هاورینگ نسبی برای مدار بیضوی اغتشاشی می‌پردازد. مراجع [25-27] به بررسی میزان دقت مدل‌های فاصله‌ی نسبی می‌پردازند. نتایج شبیه‌سازی این مراجع نشان می‌دهد که در نظر نگرفتن خروج از مرکز و اغتشاش مداری  $J_2$  به‌خصوص در درازمدت دقت مدل‌سازی را به شدت کاهش می‌دهد. از این‌رو در این پژوهش برای افزایش دقت و برای کارایی داشتن نتایج در درازمدت، دو پارامتر مذکور در مدل‌سازی در نظر گرفته شده‌اند. مرجع [28] به مقایسه مدل‌های دینامیکی و کنترل فاصله نسبی می‌پردازد. مرجع [29] نیز به محاسبه دقت مدل‌ها تحت تأثیر فاصله نسبی، خروج از مرکزیت و اغتشاشات گرانشی زمین می‌پردازد.

با توجه به آن‌چه گفته شد، در این پژوهش از یک مدل خطی شده دقیق که در آن تأثیرات خروج از مرکزیت و اغتشاش  $J_2$  در نظر گرفته شده است استفاده می‌شود. بعد از تعریف مدل به بهینه‌سازی سیستم به منظور کاهش هم‌زمان مصرف سوخت و زمان رسیدن به پایداری پرداخته می‌شود. به این منظور سه روش متداول که در کنترل هاورینگ مورد استفاده قرار می‌گیرند بازطراحی شده و سپس قابلیت و کارآمدی آن‌ها با هم مقایسه می‌گردد. سه روش مذکور، کنترلر LQR، کنترلر جایایی قطب‌ها و کنترلر مود لغزشی است. برای بهینه‌سازی نیز از الگوریتم ازدحام ذرات<sup>3</sup> استفاده می‌شود.

در ادامه و در بخش 2 به معرفی مدل و معادلات مربوط به هاورینگ پرداخته می‌شود. در بخش 3 به صورت مختصر الگوریتم بهینه‌سازی PSO و روش‌های کنترلی مورد استفاده معرفی شده و در بخش 4 نتایج شبیه‌سازی‌ها و تفسیر آن‌ها آورده می‌شود. نهایتاً در بخش 5 نتیجه‌گیری کلی از این پژوهش ارائه می‌شود.

## 2- معرفی مدل و معادلات مربوط به هاورینگ

مدل‌های مختلفی برای محاسبه فاصله نسبی دو ماهواره وجود دارد. در نظر گرفتن بیضوی بودن مدار ماهواره‌ها و نیز در نظر گرفتن اغتشاشات مداری از جمله اغتشاش  $J_2$  موجب دقیق‌تر شدن معادلات این مدل‌ها می‌شود. در این پژوهش از مدلی استفاده می‌شود که در آن روی ماهواره رهبر و پیرو اغتشاش در نظر گرفته شده و همچنین بیضوی بودن مدار نیز در آن قید شده است.

معادلات چنین سیستمی پیچیده و غیرخطی و کار کردن با آن دشوار است؛ بنابراین در ادامه، این معادلات خطی شده‌اند (روند خطی‌سازی برگرفته از مرجع [10] می‌باشد). مدل دینامیک خطی شده نهایی برای استفاده در سیستم‌های کنترل و مسائل بهینه‌سازی مطلوب است.

حرکت اینرسیایی ماهواره‌ای که به دور زمین می‌چرخد، به این صورت است:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} r + f \quad (1)$$

که در آن  $r$  بردار موقعیت،  $\mu$  ثابت گرانشی زمین و  $f$  شتاب ناشی از اغتشاشاتی مثل  $J_2$  و درگ اتمسفری است.

معادلات دینامیکی مدار رهبر اغتشاشی هم به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d^2 r_{\text{ref}}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r_{\text{ref}}^3} r_{\text{ref}} + f_{\text{ref}} \quad (2)$$

معادلات حرکت ماهواره پیرو نسبت به رهبر هم برابر خواهد بود با:

$$\frac{d^2 r_D}{dt^2} - \frac{d^2 r_{\text{ref}}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r_D^3} r_D + \frac{\mu}{r_{\text{ref}}^3} r_{\text{ref}} + f_D - f_{\text{ref}} \quad (3)$$

ماهواره رهبر و پیرو در یک مدار دایروی قرار دارند و ماهواره پیرو، ماهواره رهبر را با یک زاویه فاز ثابت دنبال می‌کند. به جز این حالت خاص، ماهواره پیرو باید همواره انرژی مصرف کند تا فاصله نسبی ثابتی نسبت به هدف فضایی داشته باشد [7]. پس می‌توان گفت در هاورینگ، ماهواره پیرو اغلب دارای مدار غیرکپلری است و مدار هاورینگ، مدار ماهواره‌ای است که نسبت به یک هدف فضایی، ساکن نگه داشته می‌شود. به دلیل خاصیت ارزشمند این ثبات و سکون نسبی، مدار هاورینگ آینده‌ای درخشان در مأموریت‌های فضایی دارد و مأموریت‌های فضایی آینده، نیازمند عملیات فضایی و در نتیجه نیازمند مدار هاورینگ است [8,9]. مدت زمان بیشتر مأموریت‌های فضایی توسط میزان سوخت موجود محدود می‌شود؛ به‌خصوص برای هاورینگ که در آن ماهواره پیرو باید به‌طور مرتب سوخت مصرف کند تا همواره دارای موقعیت ثابتی نسبت به ماهواره رهبر باشد [7]. بنابراین می‌توان دو پارامتر میزان مصرف سوخت و زمان رسیدن به پاسخ را جزو پارامترهای مهم و تأثیرگذار در هاورینگ دانست. مسأله مهم دیگر، استفاده از یک مدل حرکت نسبی دقیق است که بتوان از آن برای سیستم‌های کنترل و هدایت استفاده کرد. مدل دینامیکی غیرخطی حرکت نسبی، دقیق‌ترین مدل است؛ ولی استفاده از این مدل برای طراحی سیستم کنترل و الگوریتم‌های هدایتی با مشکلاتی همراه است. بنابراین بهتر است از یک مدل خطی شده ولی دقیق استفاده کرد [10].

در همین راستا [6,11,12] به مدل‌سازی و کنترل هاورینگ نسبی برای مدارهای دایروی بدون اغتشاش پرداختند که دقت کافی نداشته و نمی‌تواند برای هاورینگ طولانی استفاده شود. مرجع [13] به مدل‌سازی و کنترل حرکت نسبی پرداخته، ولی اغتشاشات مداری را وارد مسأله نکرده است. مرجع [14] نیز بدون در نظر گرفتن اغتشاشات مداری به کنترل حلقه باز هاورینگ در مدار بیضوی پرداخته است. مراجع [15,16] ضمن بهینه کردن مصرف سوخت به کنترل هاورینگ و قرار دادن ماهواره پیرو در ناحیه‌ای پیرامون ماهواره رهبر پرداخته‌اند. مراجع [17,18] برای مسأله ملاقات مداری<sup>1</sup> از کنترل بهینه غیرخطی بهره برده‌اند، ولی اغتشاشات مداری برای این مراجع هم در نظر گرفته نشده است. در مرجع [19] نیز برای کنترل هاورینگ از کنترلر مود لغزشی استفاده شده است. مدل استفاده شده در این مرجع بیضوی بدون اغتشاش بوده و در نتیجه برای هاورینگ طولانی مدت مناسب نیست. مرجع [20] به بررسی هاورینگ در جهت شعاعی و همچنین مماس بر مسیر پرداخته است. همچنین ناحیه هاورینگ بدون کنترل را نیز به دست آورده است. مدل مورد استفاده در این مرجع هم بیضوی بدون اغتشاش بوده و زمان رسیدن به پایداری هم مورد بررسی قرار نگرفته است. مرجع [21] دو پروسه انتقال مداری و حفظ هاورینگ را مورد بررسی قرار داده است. این مرجع برای انتقال مداری، بیشتر روی بهینه‌سازی سوخت تمرکز کرده است. مدل مورد استفاده در این مرجع، مدل ساده دایروی بدون اغتشاش است. مرجع [22] به کنترل هاورینگ با استفاده از کنترلر مود لغزشی به کمک نیروی لورنتز پرداخته است. این مرجع از مدل بیضوی بدون اغتشاش استفاده کرده و معادلات را به نحوی تغییر داده است که نیروی لورنتز هم به عنوان نیروی کمکی در آن‌ها به کار گرفته شود. گرچه این مدل تنها برای مدل لئو<sup>2</sup> می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، همچنین در آن توجهی به مواردی مانند سرعت پاسخ نشده است. مرجع [23] برای مدار دایروی و بیضوی اغتشاشی مدل تحلیلی به دست آورده و سپس برای یک محدوده مشخص، با

<sup>1</sup>Orbital Rendezvous

<sup>2</sup>LEO

<sup>3</sup> Particle Swarm Optimization

با جایگزینی معادلات 5 و 7 در معادله 4 معادله نهایی حرکت نسبی بین دو ماهواره به صورت زیر خواهد شد:

$$\ddot{r}_{Dref} + 2\omega \times \dot{r}_{Dref} + \omega \times (\omega \times r_{Dref}) + \dot{\omega} \times r_{Dref} = \nabla \left( -\frac{\mu}{r^3} r \right) \Big|_{r_{ref}} r_{Dref} + \nabla J_2 \Big|_{r_{ref}} r_{Dref} \quad (9)$$

بعد از جایگزینی تمام پارامترها در معادله 9، مدل دینامیک خطی حرکت نسبی به صورت زیر خواهد شد:

$$\dot{X} = A(t)X \quad (10)$$

بنابراین مشاهده می‌شود که اگر فاصله دو ماهواره به هم نزدیک باشد، می‌توان معادلات غیرخطی حرکت دو ماهواره را به فرم خطی ذکر شده در بالا درآورد که برای این مقاله که هدف آن بهینه‌سازی سیستم است، مناسب می‌باشد.

در معادله 10، برداری شامل متغیرهای حالت  $[x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  است.  $A(t)$  نیز ماتریس حالت و به صورت زیر است:

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 & a_{45} & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & 0 & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & 0 & a_{65} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

درایه‌های متغیر با زمان ماتریس  $A(t)$  نیز به صورت زیر است:

$$a_{41} = \omega_z^2 + 2\frac{\mu}{r_{ref}^3} + 6\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} (1 - 3\sin^2 i \sin^2 \theta) \quad (12)$$

$$a_{42} = \omega_z + 6\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} (\sin^2 i \sin 2\theta) \quad (13)$$

$$a_{43} = -\omega_x \omega_z + 6\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} (\sin 2i \sin \theta) \quad (14)$$

$$a_{45} = 2\omega_z \quad (15)$$

$$a_{51} = -\omega_z + 6\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} (\sin^2 i \sin 2\theta) \quad (16)$$

$$a_{52} = \omega_x^2 + \omega_z^2 - \frac{\mu}{r_{ref}^3} - 6\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} \left( \frac{1}{4} - \sin^2 i \left( \frac{7}{4} \sin^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \right) \quad (17)$$

$$a_{53} = \omega_x - 3\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} (\sin 2i \sin \theta) \quad (18)$$

$$a_{54} = -2\omega_x \quad (19)$$

$$a_{56} = 2\omega_x \quad (20)$$

$$a_{61} = -\omega_x \omega_z + 6\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} (\sin 2i \sin \theta) \quad (21)$$

$$a_{62} = -\omega_x - 3\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} (\sin 2i \sin \theta) \quad (22)$$

$$a_{63} = \omega_x^2 - \frac{\mu}{r_{ref}^3} - 6\frac{J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} \left( \frac{3}{4} - \sin^2 i \left( \frac{5}{4} \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \right) \right) \quad (23)$$

$$a_{65} = -2\omega_x \quad (24)$$

که در آن:

$\omega_z$ : سرعت زاویه‌ای مدار رهبر اغتشاشی در جهت  $z$  (rad/s)،

$\mu$ : ثابت گرانشی زمین ( $\text{km}^3/\text{s}^2$ ),

$r_{ref}$ : شعاع مدار رهبر اغتشاشی (km)،

$J_2$ : ثابت اغتشاش  $J_2$  و

$\omega_x$ : سرعت زاویه‌ای مدار رهبر اغتشاشی در جهت  $x$  (rad/s) است.

این مقادیر (به جز ثوابت) که مربوط به ماهواره رهبر هستند، با وجود

در این پژوهش از مرجع مختصات استفاده شده توسط جیم<sup>1</sup> و آلفرند<sup>2</sup> استفاده می‌شود که در آن  $x$  فاصله نسبی دو ماهواره در جهت شعاعی،  $y$  مماس بر دایره فرضی و  $z$  عمود بر مدار مرجع است. شکل 1 نمایی از آرایش پرواز ماهواره را در یک مدار بیضوی نشان می‌دهد.

با در نظر گرفتن این دستگاه مختصات، فاصله نسبی ماهواره پیرو نسبت به ماهواره رهبر برابر خواهد شد با:

$$\ddot{r}_{Dref} + 2\omega \times \dot{r}_{Dref} + \omega \times (\omega \times r_{Dref}) + \dot{\omega} \times r_{Dref} = -\frac{\mu}{r_D^3} r_D + \frac{\mu}{r_{ref}^3} r_{ref} + f_D - f_{ref} \quad (4)$$

که در آن  $\omega$  بردار سرعت زاویه‌ای مدار رهبر اغتشاشی است و بردار موقعیت نسبی هم به صورت  $r_{Dref} = r_D - r_{ref} = [x \ y \ z]^T$  است. اگر تنها اثر اغتشاش  $J_2$  را در نظر بگیریم، می‌توان به جای  $f_D$  و  $f_{ref}$  به ترتیب  $J_2(r_D)$  و  $J_2(r_{ref})$  نوشت و اگر ماهواره پیرو به رهبر نزدیک باشد می‌توان نوشت:

$$J_2(r_D) = J_2(r_{ref}) + \nabla J_2 \Big|_{r_{ref}} (r_D - r_{ref}) \quad (5)$$

گرادیان نیروی اغتشاشی  $J_2$  نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\nabla J_2 \Big|_{r_{ref}} = \frac{6J_2\mu R_e^2}{r_{ref}^5} \times \begin{bmatrix} 1 - 3\sin^2 i \sin^2 \theta & \sin^2 i \sin 2\theta & \sin 2i \sin \theta \\ \sin^2 i \sin 2\theta & -\frac{1}{4} + \sin^2 i \left( \frac{7}{4} \sin^2 \theta - \frac{1}{2} \right) & -\frac{1}{4} \sin 2i \sin \theta \\ \sin 2i \sin \theta & -\frac{1}{4} \sin 2i \sin \theta & -\frac{3}{4} + \sin^2 i \left( \frac{5}{4} \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

که در آن  $i$  زاویه میل مدار رهبر و  $\theta$  زاویه عرض و به صورت حاصل جمع آنومالی حقیقی و زاویه پیریجی ( $\theta = f + \omega$ ) است. به همین ترتیب برای  $-\frac{\mu}{r_D^3} r_D = -\frac{\mu}{r_{ref}^3} r_{ref} + \nabla \left( -\frac{\mu}{r^3} r \right) \Big|_{r_{ref}} (r_D - r_{ref})$  می‌توان نوشت:

$$-\frac{\mu}{r_D^3} r_D = -\frac{\mu}{r_{ref}^3} r_{ref} + \nabla \left( -\frac{\mu}{r^3} r \right) \Big|_{r_{ref}} (r_D - r_{ref}) \quad (7)$$

که در آن:

$$\nabla \left( -\frac{\mu}{r^3} r \right) \Big|_{r_{ref}} = \begin{bmatrix} 2\frac{\mu}{r_{ref}^3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mu}{r_{ref}^3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu}{r_{ref}^3} \end{bmatrix} \quad (8)$$

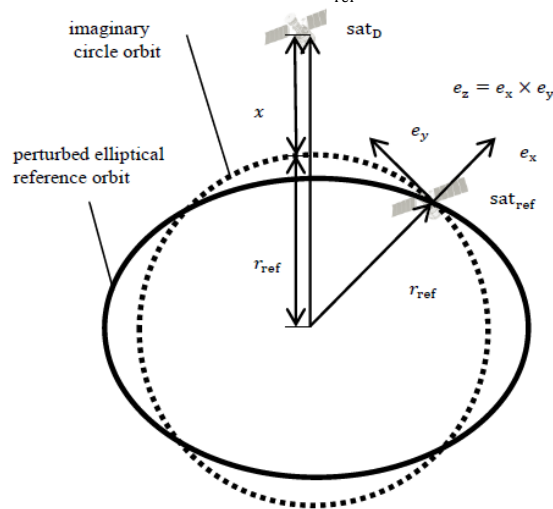


Fig. 1 satellite formation flying in an elliptical orbit [10]

شکل 1 آرایش پرواز ماهواره در یک مدار بیضوی

<sup>1</sup>Jim  
<sup>2</sup>Alfriend

پیوسته، موفقیت بسیاری از خود نشان داده است و به دلیل این که اعضای جمعیت با هم ارتباط دارند و از طریق تبادل اطلاعات به حل مسأله می‌رسند، از سرعت همگرایی بالایی برخوردار است. نکته جالب این الگوریتم این است که فقط عملگرهای اصلی ریاضی را به کار می‌برد و نتایج خوبی را در محیط‌های ثابت، نویزی و پیوسته در حال تغییر و دینامیک فراهم می‌کند. به علت وجود مزایایی مثل مفهوم ساده، پیاده‌سازی آسان و همگرایی سریع نسبت به سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی، امروزه الگوریتم PSO توجه زیادی را به خود جلب کرده است.

همان‌گونه که گفته شد در این مقاله، هدف کمینه کردن زمان رسیدن به پاسخ و مصرف سوخت است؛ بنابراین تابع هزینه‌ای که در نظر می‌گیریم، به این صورت است:

$$\text{تابع هزینه} = \text{میزان افزایش سرعت} + \text{زمان رسیدن به پاسخ} \quad (38)$$

بدیهی است که می‌توان با وزن دادن به هر یک از این دو فاکتور تأثیر آن را کم‌تر یا زیادتر کرد.

ضمن این که در تابع هزینه ذکر شده برای سادگی، میزان افزایش سرعت به عنوان نماینده‌ای از مصرف سوخت در نظر گرفته شده است [32,31,23].

$$\Delta V = \int_{t_0}^{t_f} (|u_x| + |u_y| + |u_z|) dt \quad (39)$$

که در آن  $t_0$  و  $t_f$  زمان شروع و پایان اعمال نیرو توسط عملگرها هستند. همچنین اگر بردار افزایش سرعت به صورت  $\Delta V = [\Delta V_x \ \Delta V_y \ \Delta V_z]^T$  باشد، برای اعمال محدودیت اشباع عملگرها نیز شرط زیر وارد مسأله می‌شود:

$$|\Delta V_s| \leq \Delta V_{\max} \quad ; s=x,y,z \quad (40)$$

### 2-3-کنترلر LQR

هدف از طراحی LQR اینست که ورودی سیستم  $\dot{x} = Ax + Bu$  طوری اعمال شود که تابع هزینه زیر بهینه شود:

$$J = \int_0^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (41)$$

که در آن در حالت مانا  $t_f \rightarrow \infty$  است. در این صورت علاوه بر رسیدن به هدف که رسیدن به فاصله‌های نسبی نهایی است، هزینه نیز که همان ورودی‌ها هستند کمینه می‌شود. حال برحسب اهمیت دقت سیستم (تفاضل فاصله‌های نسبی نهایی و مقادیر مطلوب) و کاهش هزینه، ماتریس‌های  $Q$  و  $R$  تعیین می‌شوند. بدیهی است هر قدر ماتریس  $Q$  (نسبت به ماتریس  $R$ ) بزرگ‌تر شود، خطای نهایی کمتر و در مقابل هر قدر  $R$  (نسبت به ماتریس  $Q$ ) بزرگ‌تر شود، اندازه شتاب کنترلی کمتر می‌شود.

### 3-3-کنترلر جایابی قطب‌ها

در این قسمت به کمک دینامیک معکوس به حذف ترم‌های غیرخطی سیستم پرداخته می‌شود. به عبارت ساده‌تر، سیگنال کنترلی طوری تعریف می‌شود که قسمت‌های غیرخطی سیستم حذف شده و سیستم حلقه بسته خطی شود. به این منظور برای یافتن شتاب کنترلی به صورت زیر عمل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{45}\dot{y} + \tau_x = V_1 \\ \dot{y} &= a_{51}x + a_{52}y + a_{53}z + a_{54}\dot{x} + a_{56}\dot{z} + \tau_y = V_2 \\ \dot{z} &= a_{61}x + a_{62}y + a_{63}z + a_{65}\dot{y} + \tau_z = V_3 \end{aligned} \quad (42)$$

سپس با تعریف  $V_i$  ها به صورت زیر:

$$\begin{aligned} V_1 &= \dot{x}_d - k_1(x - \dot{x}_d) - k_2(x - x_d) \\ V_2 &= \dot{y}_d - k_1(y - \dot{y}_d) - k_2(y - y_d) \\ V_3 &= \dot{z}_d - k_1(z - \dot{z}_d) - k_2(z - z_d) \end{aligned} \quad (43)$$

به معادله خطای زیر خواهیم رسید (منظور از مقادیر  $d$ ، مقادیر

اغتشاش متغیر خواهند شد و از روی معادلات زیر (برگرفته از مرجع [30]) حاصل می‌شوند:

$$\dot{r} = V_x \quad (25)$$

$$\dot{V}_x = -\frac{\mu}{r^2} + \frac{h^2}{r^3} - \frac{K_j}{r^4} (1 - 3\sin^2 i \sin^2 \theta) \quad (26)$$

$$\dot{h} = -\frac{K_j \sin^2 i \sin 2\theta}{r^3} \quad (27)$$

$$\dot{\theta} = \frac{h}{r^2} + \frac{2K_j \cos^2 i \sin^2 \theta}{hr^3} \quad (28)$$

$$i = -\frac{K_j \sin 2i \sin \theta}{2hr^3} \quad (29)$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{2K_j \cos i \sin^2 \theta}{hr^3} \quad (30)$$

$$K_j = \frac{3}{2} J_2 \mu R_e^2 \quad (31)$$

$$\omega_x = -\frac{K_j \sin 2i \sin \theta}{hr^3} \quad (32)$$

$$\dot{\omega}_x = K_j \left( -\frac{\sin 2i \sin \theta}{r^5} + \frac{3V_x \sin 2i \sin \theta}{hr^4} - K_j \frac{8\sin^3 i \cos i \sin^2 \theta}{h^2 r^6} \right) \quad (33)$$

$$\omega_z = \frac{h}{r^2} \quad (34)$$

$$\dot{\omega}_z = -\frac{2hV_x}{r^3} - K_j \frac{\sin^2 i \sin 2\theta}{r^5} \quad (35)$$

در این معادلات،  $V_x, i, \theta, \Omega$  به ترتیب، سرعت شعاعی (برحسب  $\text{km/s}$ )، شعاع (برحسب  $\text{km}$ )، ممان زاویه‌ای مداری ( $\text{km}^2/\text{s}$ )، زاویه میل (rad)، آرگومان عرض (rad) و میزان صعود در جهت راست از نقطه صعودی ماهواره رهبر هستند.

بنابراین برای به‌دست آوردن فواصل نسبی باید دو دسته معادلات دیفرانسیل حل شود. در هر لحظه با حل معادلات 25 تا 35 پارامترهای مداری اغتشاشی ماهواره رهبر به‌دست می‌آیند؛ و با قرار دادن این پارامترها در معادلات 10 تا 24 و حل آن‌ها فواصل نسبی حاصل می‌شوند. در صورت استفاده از شتاب‌های کنترلی روی سیستم آرایش پرواز، معادلات حالت به صورت زیر خواهد شد:

$$\dot{X} = A(t)X + BU \quad (36)$$

که در آن:

$$BU = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (37)$$

در این معادله،  $u_x, u_y, u_z$  شتاب‌های کنترلی در جهت‌های  $x$  و  $y$  و  $z$  هستند. در این پژوهش هدف این است که فواصل نسبی به مقادیر  $[100 \text{ cm}, 100 \text{ cm}, 100 \text{ cm}]$  برسند و با رسیدن به این هدف، ماهواره رهبر همواره ماهواره پیرو را به صورت ثابت مشاهده خواهد کرد.

### 3- معرفی روش‌های کنترلی و الگوریتم بهینه‌سازی مورد استفاده

همان‌گونه که گفته شد در این مقاله برای بهینه‌سازی سیستم از سه کنترلر LQR، جایابی قطب‌ها و لغزشی استفاده می‌شود که در این بخش به طور مختصر به معرفی آن‌ها پرداخته می‌شود. همچنین توضیح کوتاهی راجع به روش بهینه‌سازی PSO داده می‌شود.

### 1-3-الگوریتم بهینه‌سازی PSO

یکی از روش‌های بهینه‌سازی، الگوریتم PSO است. این روش در بهینه‌سازی

مطلوب می‌باشد):

$$\begin{aligned} \ddot{e}_x + k_1 \dot{e}_x + k_2 e_x &= 0 \\ \ddot{e}_y + k_1 \dot{e}_y + k_2 e_y &= 0 \\ \ddot{e}_z + k_1 \dot{e}_z + k_2 e_z &= 0 \end{aligned} \quad (44)$$

حال می‌توان با انتخاب  $k_1$  و  $k_2$ ، قطب‌های حلقه بسته را در محل‌های از پیش تعیین شده قرار داد و به این ترتیب ویژگی‌های پاسخ سیستم را کنترل کرد. این تکنیک به‌طور گسترده در سیستم‌های چندورودی-چند خروجی و در کنترل هاورینگ استفاده می‌شود.

### 3-4- کنترل مد لغزشی

کنترل مد لغزشی جایگاه ویژه‌ای در تئوری کنترل دارد. استفاده از این کنترلر ساده بوده و به‌طور گسترده در کارهای مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. کنترلر مد لغزشی به‌عنوان یکی از ابزارهای کلیدی برای طراحی کنترلرهای مقاوم و سیستم‌های پیچیده با دینامیک غیرخطی که تحت شرایط عدم قطعیت کار می‌کنند، شناخته می‌شود. این کنترلر هم بارها در هاورینگ و در کنترل فاصله نسبی مورد استفاده قرار گرفته است. در این سیستم شتاب‌های کنترلی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \tau_x &= -a_{41}x - a_{42}y - a_{43}z - a_{45}\dot{y} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e}_x \\ &\quad - \eta \text{sign}(S_x) \\ \tau_y &= -a_{51}x - a_{52}y - a_{53}z - a_{54}\dot{x} - a_{56}\dot{z} + \ddot{y}_d \\ &\quad - \lambda \dot{e}_y - \eta \text{sign}(S_y) \\ \tau_z &= -a_{61}x - a_{62}y - a_{63}z - a_{65}\dot{y} + \ddot{z}_d - \lambda \dot{e}_z \\ &\quad - \eta \text{sign}(S_z) \end{aligned} \quad (45)$$

که هر چه  $\eta$  بزرگ‌تر باشد، میزان نامعینی بیشتری از سیستم می‌تواند تحمل شود.

برای جلوگیری از پدیده چترینگ<sup>1</sup> می‌توان به‌جای تابع ناپیوسته  $\text{sign}(x)$  از تابع پیوسته و مشتق‌پذیر  $\tanh(\beta x)$  استفاده کرد که در آن  $\beta$  بزرگ‌ترین مقداری را می‌گیرد که به واسطه آن پدیده چترینگ حذف شود (در این شبیه‌سازی‌ها  $\beta = 10$  منظور شده است). می‌توان با افزایش مقدار  $\eta$  سرعت همگرایی به صفحه لغزشی و با افزایش  $\lambda$  نیز سرعت صفر شدن صفحه لغزشی و در نتیجه سرعت رسیدن به پاسخ مطلوب را کاهش داد.

### 4- نتایج شبیه‌سازی‌ها و تحلیل آن‌ها

اگر در لحظه شروع مأموریت، المان‌های مداری کلاسیک ماهواره رهبر (شامل شش المان نیم محور اصلی مدار (km)، خروج از مرکزیت، زاویه میل، زاویه پریجی، میزان صعود در جهت راست از نقطه صعودی و آنومالی حقیقی (rad)) به صورت  $[a, e, i, \omega, \Omega, f] = [7200, 0.01, \pi/3, \pi/6, \pi/9, 0]$  باشد؛ همچنین متغیرهای حالت (شامل متغیرهای موقعیت نسبی (برحسب km) و متغیرهای سرعت نسبی (برحسب km/s)) در لحظه شروع حرکت در این صورت فاصله‌های نسبی طی یک روز به صورت شکل 2 تغییر می‌کنند:

که در حالت سه بعدی به صورت شکل 3 خواهد شد.

مشاهده می‌شود که در صورت عدم وجود کنترل، سیستم به تدریج ناپایدار می‌شود. بنابراین برای رساندن فاصله‌های نسبی به مقادیر مطلوب باید همواره کنترل فعالی روی ماهواره پیرو داشت.

در شبیه‌سازی‌هایی که در ادامه می‌آید، اشباع عملگرها  $\Delta V_{x,y,z} = 2 \text{ m/s}$ ، مدت زمان عملیات 1 ساعت، فاصله‌های مطلوب نهائی

<sup>1</sup>chattering

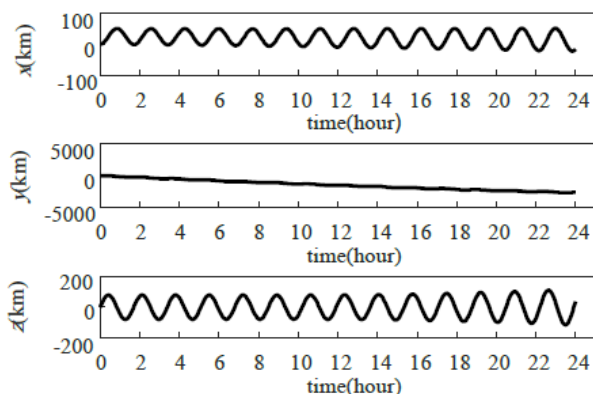


Fig. 2 relative distances between two satellites

شکل 2 فاصله‌های نسبی دو ماهواره

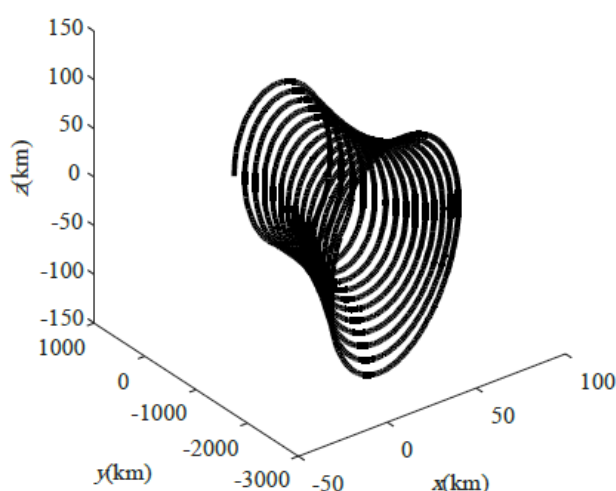


Fig. 3 The relative distance of two satellites with known initial values in three dimensions

شکل 3 فاصله نسبی دو ماهواره با مقادیر اولیه معلوم در حالت سه بعدی

شکل 1 و پارامترهای PSO به صورت جدول 1 در نظر گرفته شده است:

#### 4-1- طراحی کنترلر LQR به کمک الگوریتم PSO

عملکرد کنترلر LQR به میزان زیادی وابسته به ماتریس‌های وزن  $Q$  و  $R$  است و بنابراین ضروری است که این دو ماتریس به صورت بهینه انتخاب شوند. مثلاً اگر در مسأله هاورینگ، ماتریس  $Q$  همانی انتخاب شود، برای  $R$  های مختلف، میزان افزایش سرعت و سرعت رسیدن به پاسخ را در جدول 2 می‌توان مشاهده نمود:

به این ترتیب مشاهده می‌شود که می‌توان با استفاده از کنترلر LQR میزان سوخت مصرفی را به میزان قابل توجهی کاهش داد، ولی این کار با هزینه کندتر شدن سیستم انجام می‌شود. طوری که با افزایش  $R$ ، سوخت مصرفی تقریباً نصف ولی در عین حال زمان رسیدن به پاسخ مطلوب هم

جدول 1 پارامترهای PSO

Table 1 PSO parameters				
تعداد تکرارها	تعداد ذرات	ضریب وزنی جمعیت	ضریب وزنی مؤلفه اول	ضریب وزنی مؤلفه دوم
100	50	0.0125 iter	0.0025 iter	0.8-0.003 iter

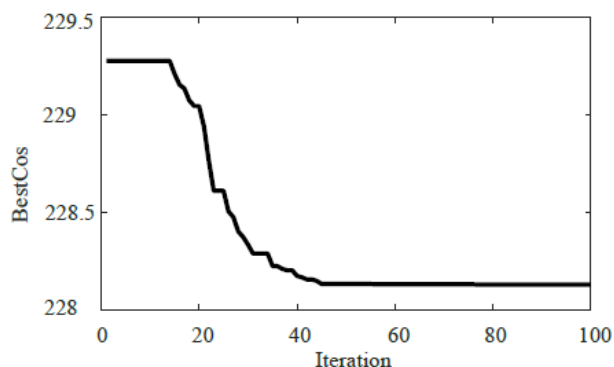


Fig. 5 The cost function for pole placement method based on the number of iterations

شکل 5 تابع هزینه روش جایابی قطبها برحسب تعداد تکرارها

با گذشت 61.1 ثانیه پایدار می‌شود و فاصله‌های نهایی به مقدار مطلوب 1 m می‌رسند. این مأموریت به افزایش سرعتی به میزان 167.0295 cm/s نیاز دارد.

#### 4-3- طراحی کنترلر مد لغزشی به کمک الگوریتم PSO

در صورت استفاده از روش PSO برای کنترلر لغزشی تابع هزینه برحسب تکرارها به صورت شکل 6 می‌شود. و اطلاعات مربوط به تابع هزینه نهایی نیز در جدول 5 مشاهده می‌شود.

#### 4-4- مقایسه و تحلیل نتایج

با انتخاب پارامترهای بهینه یافته شده، شتاب کنترلی سه کنترلر مذکور، در ثانیه‌های ابتدایی و انتهایی به صورت شکل‌های 7 و 8 تغییر می‌کند. شکل 7 در حقیقت مربوط به زمانی است که ماهواره پیرو از موقعیت فعلی و اولیه خود به موقعیت نهایی و مطلوب می‌رود. مشاهده می‌شود که تفاوت سه کنترلر در میزان اندازه شتاب کنترلی مربوط به همین فاز انتقالی است. در ادامه و پس از رفتن به موقعیت مطلوب، هر سه کنترلر با اعمال

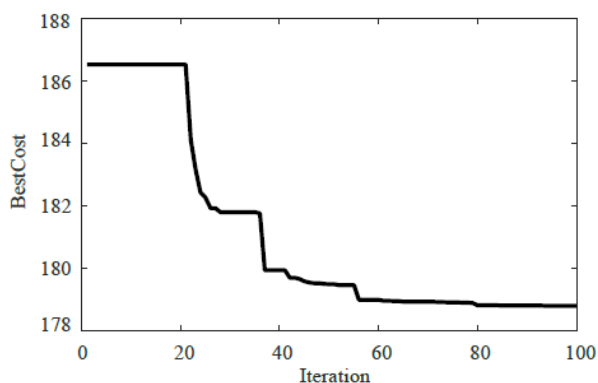


Fig. 6 The cost function of sliding mode controller base on the number of iterations

شکل 6 تابع هزینه کنترلر لغزشی برحسب تعداد تکرارها

جدول 5 اطلاعات مربوط به بهترین تابع هزینه کنترلر مد لغزشی

تابع هزینه	$\lambda$	$\eta$	میزان افزایش سرعت (cm/s)	زمان رسیدن به پاسخ (s)
178.87	5.3230	0.0451	135.73	43.15

جدول 2 مقایسه زمان رسیدن به پاسخ و افزایش سرعت به‌ازای پارامترهای مختلف در کنترلر LQR

Table 2 Comparison between speed and velocity increment for various parameters in LQR controller

میزان افزایش سرعت (cm/s)	زمان رسیدن به پاسخ (s)	R
260.50	19.1	R=I
216.04	27	R=10I
171.92	42.2	R=100I
146.15	73.2	R=1000I

حدوداً 4 برابر شده است.

معمولاً ماتریس‌های وزن کنترلر LQR براساس سعی و خطا انتخاب می‌شوند که کاری زمان‌بر است. بنابراین در این مقاله برای تعیین ماتریس‌های وزن، از الگوریتم بهینه‌سازی PSO استفاده می‌کنیم. در این صورت تابع هزینه برحسب تکرارها به صورت شکل 4 می‌شود. و اطلاعات مربوط به تابع هزینه نهایی نیز در جدول 3 مشاهده می‌شود.

#### 4-2- طراحی کنترلر جایابی قطبها به کمک الگوریتم PSO

در معادلات 44 دو پارامتر  $k_1$  و  $k_2$ ، ریشه‌های معادله مشخصه خطا را تعیین می‌کنند. بنابراین مقدار این دو پارامتر روی سرعت سیستم و نیز روی میزان شتاب اعمالی تأثیرگذار است. در این قسمت هم مجدداً از الگوریتم PSO کمک گرفته می‌شود تا مقدار این دو پارامتر به‌گونه‌ای تعیین شود که تابع هزینه حداقل شود.

با به کار بردن روش PSO برای کنترلر جایابی قطبها، تابع هزینه بر حسب تعداد تکرارها به صورت شکل 5 می‌شود.

اطلاعات مربوط به تابع هزینه نهایی نیز در جدول 4 مشاهده می‌شود. بنابراین با انتخاب  $k_1 = 3.1737$  و  $k_2 = 0.5270$  سیستم هاورینگ،

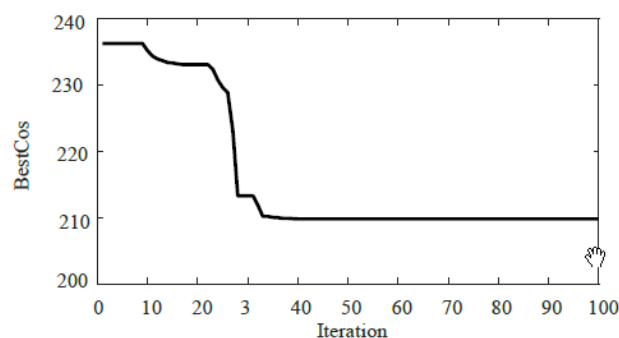


Fig. 4 The cost function of LQR controller based on the number of iterations

شکل 4 تابع هزینه کنترلر LQR برحسب تعداد تکرارها

جدول 3 اطلاعات مربوط به بهترین تابع هزینه کنترلر LQR

تابع هزینه	Q	R	میزان افزایش سرعت (cm/s)	زمان رسیدن به پاسخ (s)
209.81	0.1224	31.9410	157.31	52.5

جدول 4 اطلاعات مربوط به بهترین تابع هزینه روش جایابی قطبها

Table 4 Information for the best cost function of pole placement controller

تابع هزینه	$k_1$	$k_2$	میزان افزایش سرعت (cm/s)	زمان رسیدن به پاسخ (s)
228.1295	3.1737	0.5270	167.0295	61.1

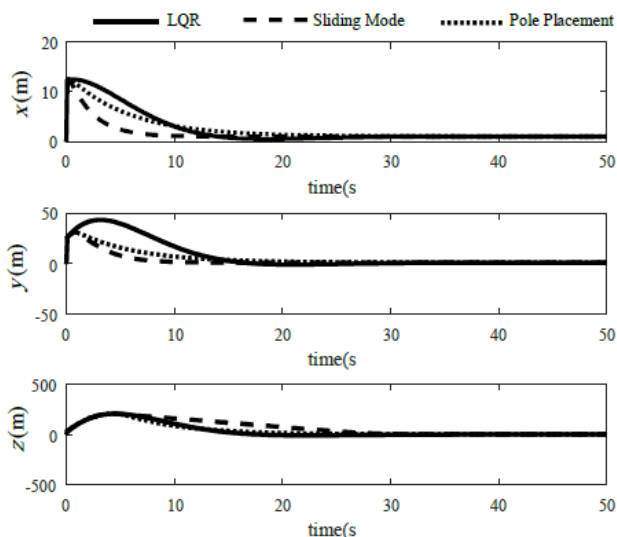


Fig. 9 Relative distances

شکل 9 فاصله‌های نسبی

ولی در جهت  $z$  برعکس عمل کرده و کندتر از سایرین به سمت نقطه مطلوب حرکت کرده؛ و این جهت، همان جهتی است که در آن کمترین میزان شتاب کنترلی را هم اعمال کرده. در حقیقت در این جهت (یعنی جهت  $z$ ) که سرعت بیشتر سیستم، موجب افزایش شتاب کنترلی می‌شد، با کند کردن سیستم، کارایی را بهبود بخشیده و توانسته به تابع هزینه کوچک‌تری برسد. برای فاز حفظ موقعیت، تغییر کنترلر تفاوتی در میزان مصرف سوخت ایجاد نمی‌کند. ولی تغییر پارامترهای مداری در این فاز تأثیر زیادی دارد. شکل‌های 10 و 11 میزان افزایش سرعت مورد نیاز برای سیستم کنترل شده توسط کنترلر مد لغزشی را به‌ازای خروج از مرکزیت‌ها و ارتفاع‌های مختلف، برای فاز حفظ موقعیت نشان می‌دهند.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، هرچه ارتفاع بیشتر باشد، می‌توان در فاز حفظ موقعیت سوخت کمتری مصرف کرد. همچنین اگر خروج از مرکزیت به عدد 1 نزدیک‌تر باشد، می‌توان نواحی‌ای را یافت که در آن‌ها برای حفظ موقعیت نیاز به افزایش سرعت کمتری باشد. دلیل این امر این است که با افزایش ارتفاع، تأثیر گرانش روی ماهواره کمتر شده و با صرف نیروی کمتری می‌توان به حفظ موقعیت پرداخت. با افزایش خروج از مرکزیت هم حداقل و حداکثر مصرف سوخت، در نواحی نزدیک اوج و حضیض مدار اتفاق می‌افتد.

### 5- نتیجه گیری

در این پژوهش برای کنترل هاورینگ از مدل خطی شده بیضوی اغتشاشی

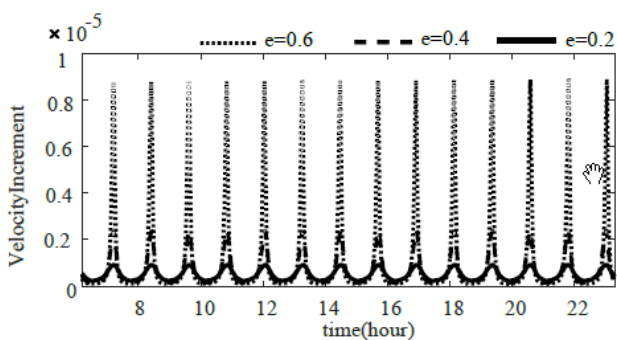


Fig.10 velocity increment

شکل 10 افزایش سرعت

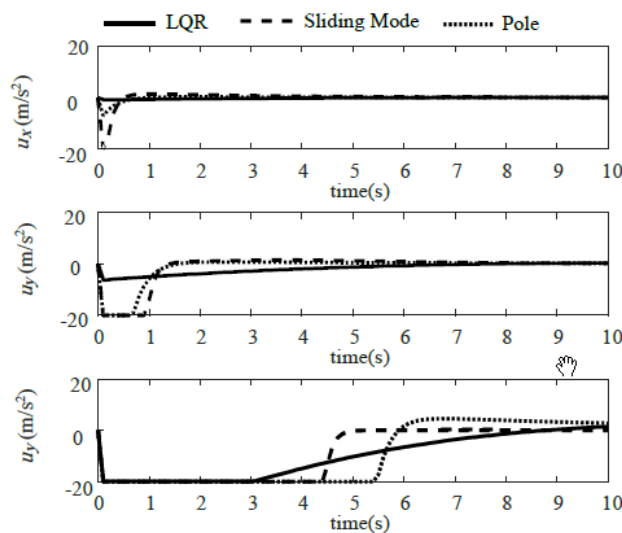


Fig. 7 Control acceleration in early seconds

شکل 7 شتاب کنترلی در ثانیه‌های ابتدایی

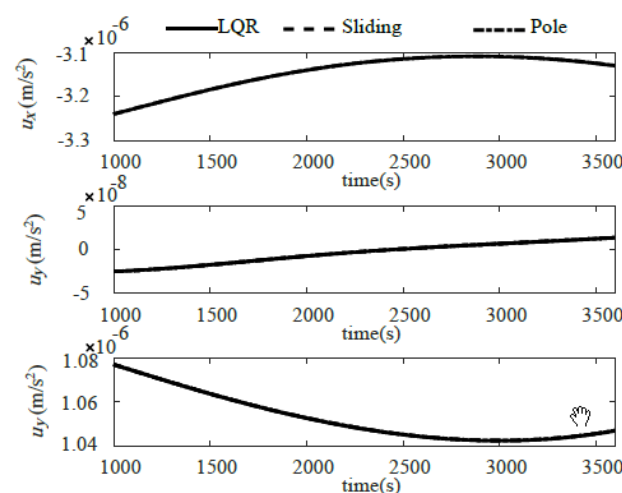


Fig. 8 Control accelerations in final seconds

شکل 8 شتاب‌های کنترلی در ثانیه‌های انتهایی

شتاب کنترلی مساوی به کار خود ادامه می‌دهند و در حقیقت موقعیت مطلوب را حفظ می‌کنند (فاز حفظ موقعیت). موفق بودن هر سه روش در حفظ فاصله نسبی موجب شده در نمودار شکل 8، میزان اعمال شتاب‌های کنترلی یکسان باشد. بنابراین عامل مهم و تأثیرگذار در مصرف سوخت، مربوط به فاز انتقالی است. همان‌گونه که در شکل 7 مشخص است و همان‌گونه که در شبیه‌سازی‌ها نیز مشاهده شد، کنترلر مد لغزشی توانسته است با کمترین میزان اعمال شتاب کنترلی، فاز انتقالی را طی کرده و بعد از آن به حفظ موقعیت بپردازد. هرچند به نظر می‌رسد کنترلر LQR در جهت‌های  $x$  و  $y$  موفق‌تر بوده؛ ولی طبق نتایج، جهت برون صفحه‌ای  $z$  نقش پررنگ‌تری در اندازه شتاب کنترلی، و در نتیجه میزان افزایش سرعت و نهایتاً مصرف سوخت دارد؛ و کنترلر مد لغزشی دقیقاً در همین جهت بهترین کارایی را از خود نشان داده است.

شکل 9 نیز فواصل نسبی هر سه کنترلر را نشان می‌دهد. در این شکل ملاحظه می‌شود که کنترلرها با تراژکتوری‌های مختلف، سیستم را به سمت نقطه مطلوب هدایت کرده‌اند. کنترلر مد لغزشی در دو جهت  $x$  و  $y$  نسبت به دو کنترلر دیگر، سیستم را با سرعت بیشتری به فاصله مطلوب نزدیک کرده،

- [3] W. Xu, B. Liang, B. Li, Y. Xu, A universal on-orbit servicing system used in the geostationary orbit, *Advances in Space Research*, Vol. 48, No. 1, pp. 95-119, 2011.
- [4] A. Ellery, J. Kreisel, B. Sommer, The case for robotic on-orbit servicing of spacecraft: Spacecraft reliability is a myth, *Acta Astronautica*, Vol. 63, No. 5, pp. 632-648, 2008.
- [5] G. Arantes, E. M. Rocco, I. M. da Fonseca, S. Theil, Far and proximity maneuvers of a constellation of service satellites and autonomous pose estimation of customer satellite using machine vision, *Acta Astronautica*, Vol. 66, No. 9, pp. 1493-1505, 2010.
- [6] D. J. Irvin, R. G. Cobb, T. A. Lovell, Fuel-optimal maneuvers for constrained relative satellite orbits, *Journal Of Guidance, Control, And Dynamics*, Vol. 32, No. 3, pp. 960-973, 2009.
- [7] X. Huang, Y. Yan, Y. Zhou, Dynamics and control of spacecraft hovering using the geomagnetic Lorentz force, *Advances in Space Research*, Vol. 53, No. 3, pp. 518-531, 2014.
- [8] P. Wang, Z. Zhang, J. Yuan, A Discussion on Non-Keplerian Orbits, *Earth and Space 2010: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments*, Honolulu, Hawaii, United States, 2010.
- [9] J. P. Yuan, Z. X. Zhu, Space operations and non-keplerian orbit motion, *Journal of Astronautics*, Vol. 30, No.1, pp. 42-46, 2009.
- [10] C. Wei, S. Y. Park, C. Park, Linearized dynamics model for relative motion under a J2-perturbed elliptical reference orbit, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 55, pp. 55-69, 2013.
- [11] C. B. Su, M. Xu, Y. Qian, Proximity hovering orbital dynamic model and control method for spacecraft, *Information Engineering and Computer Science, ICIECS, International Conference on*, Wuhan, China, 19-20 Dec, 2009.
- [12] L. L. Kang, Orbit dynamics and control of satellites hovering over space target [J], *Chinese Space Science and Technology*, Vol. 1, pp. 001, 2008.
- [13] H. Yoon, B. N. Agrawal, Novel expressions of equations of relative motion and control in Keplerian orbits, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 2, pp. 664, 2009.
- [14] G. Wang, Y. Meng, W. Zheng, and G. Tang, Research of hovering method to elliptical orbit based on dynamics, *J Astron*, Vol. 31, No. 6, pp. 1527-1532, 2010.
- [15] D. Irvin and R. Cobb, Multiple Leg Fuel-Optimal Trajectories for Hovering Satellites (AAS 07-209), *Advance in the Astronautical Sciences*, Vol. 127, No. 2, pp. 1605, 2007.
- [16] J. Williams, E. G. Lightsey, Optimal impulsive maneuvering within a confined hover region, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, Honolulu, Hawaii, 18-21 August, 2008.
- [17] M. Navabi, M. R. Akhloumadi, Nonlinear optimal control of orbital rendezvous problem for circular and elliptical target orbit, *Madares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 132-142, 2015. (In Persian)
- [18] M. Navabi, M. R. Akhloumadi, Nonlinear optimal control of space docking and rendezvous problem, *Journal of Space Science & Technology*, Vol. 8, No. 3, pp. 27-40, 2015. (In Persian)
- [19] G. Wang, W. Zheng, Y. Meng, G. Tang, Research on hovering control scheme to non-circular orbit, *Science China Technological Sciences*, Vol. 54, No. 11, pp. 2974-2980, 2011.
- [20] J. Zhang, S. Zhao, Y. Yang, Characteristic analysis for elliptical orbit hovering based on relative dynamics, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 49, No. 4, pp. 2742-2750, 2013.
- [21] Y. Zhou, Y. Yan, X. Huang, H. Zhang, Multi-objective and reliable output feedback control for spacecraft hovering, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 229, No. 10, pp. 1798-1812, 2015.
- [22] X. Huang, Y. Yan, Y. Zhou, H. Zhang, Sliding mode control for Lorentz-augmented spacecraft hovering around elliptic orbits, *Acta Astronautica*, Vol. 103, No. C, pp. 257-268, 2014.
- [23] Z. Dang, Z. Wang, Y. Zhang, Modeling and analysis of relative hovering control for spacecraft, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 37, No. 4, pp. 1091-1102, 2014.
- [24] M. Bakhtiari, K. Daneshjou, E. Abbasali, A new approach to derive a formation flying model in the presence of a perturbing body in inclined elliptical orbit: Relative hovering analysis, *Astrophysics and Space Science*, Vol. 362, No. 2, pp. 36, 2017.
- [25] M. Navabi, M. Barati, H. B. Khamseh, A comparative study of dynamics models for satellite formation flying-Cartesian ordinary differential equations description, *Recent Advances in Space Technologies (RAST), 2011 5th International Conference on*, Istanbul, Turkey, 9-11 June, 2011.
- [26] M. Navabi, M. Barati, H. Bonyan, Algebraic orbit elements difference description of dynamics models for satellite formation flying, *Recent Advances in Space Technologies (RAST), 2013 6th International Conference on*, Istanbul, Turkey, 12-14 June, 2013.
- [27] M. Navabi, M. Barati, Dynamic modeling of spacecraft formation flying and evaluate the reliability of models under the effect of relative distance, eccentricity and non-spherical earth disturbances, *Scientific Information Database*, Vol. 5, No. 1, pp. 51-59, 2011. (In Persian)
- [28] M. Navabi, M. Barati, A comparative study of dynamics models and a control strategy for satellite formation flying, *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 145, pp. 549-562, 2012.

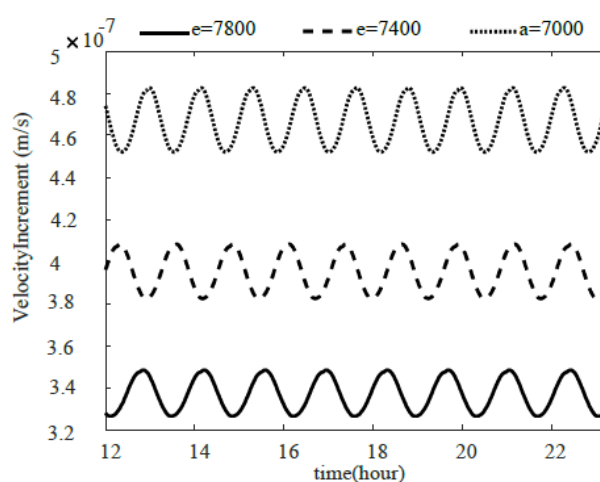


Fig. 11 velocity increment

شکل 11 افزایش سرعت

استفاده شد. بررسی‌ها نشان می‌دهد در نظر نگرفتن خروج از مرکزیت و اغتشاش  $J_2$  تأثیر زیادی روی صحت مدل می‌گذارد و باعث می‌شود در درازمدت، مدل دارای خطای زیادی شود. از این رو در این مقاله از مدل کاملی استفاده شد که هر دو پارامتر مذکور را در بر می‌گیرد. سپس این مدل برای راحتی بیشتر و جلوگیری از مشکلات احتمالی خطی شده است.

مسئله‌ای که در مأموریت‌های فضایی دارای اهمیت بسیار بالایی می‌باشد، مسأله مصرف سوخت است. میزان مصرف سوخت می‌تواند محدودیت‌های زیادی ایجاد کرده و چه بسا باعث شکست مأموریت شود. از این رو مسأله بهینه کردن مصرف سوخت دارای ارزش بالایی می‌باشد. وقتی سیستم مورد بررسی، سیستم هاورینگ باشد، اهمیت سوخت و بهینه کردن آن بیشتر هم می‌شود. زیرا در هاورینگ، ماهواره پیرو باید دائماً سوخت مصرف کند تا بتواند موقعیت ثابت خود را نسبت به ماهواره رهبر حفظ کند. مسأله مهم دیگر، زمان و سرعت رسیدن به پاسخ مطلوب است. این موارد، هر دو در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفتند. برای کنترل سیستم از کنترلرهای پرکاربرد LQR، مد لغزشی و جایابی قطب‌ها استفاده شد. این کنترلرها به کمک روش بهینه‌سازی PSO به گونه‌ای بهینه شدند که همواره تابع هزینه‌ای متشکل از میزان افزایش سرعت (که در حقیقت نماینده‌ای از مصرف سوخت بود) و زمان رسیدن به پایداری کمینه شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد کنترلر مد لغزشی نسبت به دو کنترلر دیگر، تابع هزینه کمتری تولید می‌کند و در نتیجه برای عملیات هاورینگ مناسب‌تر است. ملاحظه شد که اگر برای سیستم هاورینگ دو فاز انتقال و حفظ موقعیت را در نظر بگیریم، بخش عمده تفاوت در هزینه افزایش سرعت، مربوط به فاز انتقالی می‌شود؛ که در این فاز کنترلر مد لغزشی توانست با اعمال شتاب کنترلی کمتری سیستم را به موقعیت مطلوب برساند.

نتایج نشان می‌دهد برای کمینه کردن مصرف سوخت باید تا حد ممکن ارتفاع و خروج از مرکزیت مدار ماهواره رهبر بیشتر باشد و همچنین از کنترلر لغزشی برای کنترل سیستم استفاده شود.

## 6- مراجع

- [1] M. Richards, N. Shah, D. Hastings, Agent model of on-orbit servicing based on orbital transfers, *AIAA SPACE 2007 Conference & Exposition*, Long Beach, California, 18-20 September, 2007.
- [2] J. H. Saleh, E. Lamassoure, D. E. Hastings, Space systems flexibility provided by on-orbit servicing: Part 1, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 39, No. 4, pp. 551-560, 2002.



- [31] Y. Li, Z. Jing, S. Hu, Optimal sliding-mode control for finite-thrust spacecraft hovering around elliptical orbital target, *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol. 7, No. 5, pp. 2357-2370, 2011.
- [32] J. Zhang, S. Zhao, Y. Zhang, G. Zhai, Hovering control scheme to elliptical orbit via frozen parameter, *Advances in Space Research*, Vol. 55, No. 1, pp. 334-342, 2015.
- [29] M. Navabi, M. Barati, Dynamics modeling of spacecraft formation flying and evaluating the models accuracy under the effects of relative distance, *Eccentricity and Earth Gravitational Perturbation*, Vol. 5, No. 1, pp. 51-59, 2012.
- [30] G. Xu, D. Wang, Nonlinear dynamic equations of satellite relative motion around an oblate earth, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 5, pp. 1521, 2008.