ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مدلسازی رفتار الکتروترمومکانیکی کامپوزیت پیزو پلیمری تقویت شده با نانو لولههای کربنی کوتاہ

محمد جواد محمودی^{1*}، محمد و کیلی فرد²

1 - استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

* تهران، صندوق پستى 167651719، mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
یک مدل تحلیلی میکرومکانیکی سه بعدی برپایه سلول واحد جهت استخراج خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی کامپوزیت پیزوپلیمر تقویت شده با نانولوله ی کربن طرح -ریزی و تعمیم داده می شود. المان حجمی نماینده پیزونانوکامپوزیت شامل سه فاز تقویت کنندهی نانولوله کربنی، زمینهی پیزوپلیمری و ناحیه فاز میانی می اشد. مدل حاضر نانو لوله کربن را به صورت تک رشته توپر با رفتارایزوتروپ و هر دو فاز واسط بین نانولوله کربن و زمینه که دارای پیوند واندروالس است را با روابط محیط پیوسته معادل، به صورت یک محیط ایزوتروپ و هر دو فاز را به صورت الاستیک خطی در نظر می گیرد. زمینه نیز مادهای با خواص پیزوالکتریک می باشد که به لحاظ مکانیکی ایزوتروپ و هر دو فاز را به صورت عمود بر نانولوله کربنی پلاریزه شده است. آرایش نانولولهی کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض می شود. ابتدا نتایچ بدست آمده از معمود بر نانولوله کربنی پلاریزه شده است. آرایش نانولولهی کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض می شود. ابتدا نتایچ بدست آمده از معمود بر نانولولهی کربنی پلاریزه شده است. آرایش نانولولهی کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض می شود. ابتدا نتایچ بدست آمده از معمود بر نانولولهی کربنی پلاریزه شده است. آرایش نانولولهی کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض می شود. ابتدا نتایچ بدست آمده از معمود بر نانولولهی کربنی پلاریزه شده است. آرایش نانولوله کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض می شود. ابتدا نتایچ بدست آمده از مدل ارائه شده، با تحقیقات پیشین دردسترس، مقایسه می شود. سپس اثرات درصد حجمی و نسبت منظ نانولوله کربنی و ضخامت موثر فاز میانی بر خواص کلی پیزونانوکامپوزیت بررسی می گردد. در این پژوهش تمام خواص موثر مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و پیزوالکتریکی نانوکامپوزیت علیز غمی تحقیقات پیشین که هرکدام اثرات بخشی از پارامترهای نانوکامپوزیت را گزارش کرده داند، استخراج می فرد. علاوه بر آن نانوکامپوزیت علیز غیر نی تاثیر زیادی بر روی اکثر خواص نانوکامپوزیت دارد در نتیجه مدل سازی پستر ای پیشی پر خواص کله و بر آن مدل ای زادیمی فاز می بینوی بر روی اکثر خواص نانوکامپوزیت دارد در نتیجه مدل سازی آن برای پیشینی هر چه واقعی تر رفتار	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 27 دی 1394 پذیرش: 20 اسقند 1394 ارائه در سایت: 16 فروردین 1395 <i>کلید وارگان:</i> نانو کامپوزیت پیزوپلیمر میکرومکانیک فازمیانی
نانو کامپوریت صروری است.	

Electro-thermo-mechanical behavior modeling of short CNT reinforced piezopolymeric composite

Mohammad Javad Mahmoodi^{*}, Mohammad Vakilifard

Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Tehran, Iran * P.O.B. 167651719 Tehran, mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT
Original Research Paper Received 17 January 2016 Accepted 21 February 2016 Available Online 04 April 2016	A three-dimensional analytical micromechanical model based on unit cell is extended and presented to extract the electro-thermo-mechanical properties of short Carbon Nano-Tube (CNT) reinforced piezo-polymeric composite. Representative volume element (RVE) of the piezonanocomposite consists of three phases including CNT, piezo-polymeric matrix and interphase region. The presented model
<i>Keywords:</i> Piezo-polymeric nanocomposite Micromechanics Carbon nanotube Interphase	considers the CNT as a transversely isotropic solid fiber and CNT/matrix interphase region possessing van der Waals' interaction as an isotropic hollow cylindrical solid that its mechanical properties are derived using the equivalent continuum model. Both phases are considered linear elastic. Also, the matrix is a piezoelectric material that is mechanically isotropic and elastic, and polarized along the perpendicular direction to CNT axis. The state of CNT arrangement within the matrix is assumed to be regular and square. First, the results obtained from the model are compared with available researches. Then, the effects of CNT volume fraction and aspect ratio and interphase effective thickness on the overall properties of the nanocomposite are investigated. In this study, despite the prior works, all the piezo-electro-thermo-mechanical properties of the nanocomposite are studied. The results show that even small amount of FVF has significant effect on improving the composite properties, thus its modeling of interphase region includes a great effect on the most of the composite properties, thus its modeling is necessary for more actual prediction about the nanocompite response.

در قرن نوزدهم گزارش شد. مفاهیم اولیهی پیزوالکتریسیته و کاربرد مواد پیزوالکتریک، که ابتداییترین آنها استفاده در میکروفنهای زیرآبی بود در

Please cite this article using: No. 4, pp. 67-76, 2016 (in Persian)

_

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید: M. J. Mahmoodi, M. Vakilifard, Electro-thermo-mechanical behavior modeling of short CNT reinforced piezo-polymeric composite, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16,

پدیده کوپلینگ بین رفتار مکانیکی، حرارتی و الکتریکی مواد برای اولین بار

[2,1] به صورت مفصل بیان شده است. همچنین در دو دههی گذشته مفهوم کامپوزیتهای با خاصیت پیزوالکتریک بسیار توسعه یافته است. چنین کامپوزیتهایی کوپلینگ میدانی را به نمایش میگذارند که به تنهایی در هیچ یک از اجزای تشکیل دهنده آن، قابل مشاهده نمیباشد. با توجه به کاربردهایی که این مواد در دستگاههای تصویربرداری اولتراسونیک، سنسورها، محرکها، ترانسفورماتورها و بسیاری از اجزای نوپا و در حال ظهور پیدا کردهاند، نیاز مبرمی به تئوریهایی است که قادر به پیشبینی پاسخ کوپل شدهی این دسته از مواد باشند [3].

یکی از انواع تقویتکنندههایی که برای استحکام بخشیدن به كامپوزيتها استفاده ميشود، نانولولههاي كربن ميباشند. نانو لولههاي كربني دارای خواص منحصر به فردی هستند. مدول الاستیسیته، مقاومت کششی و انعطاف پذیری بسیار بالای نانولوله های کربن سبب شده است تا از آن ها به شکل گستردهای در ساختار نانوکامپوزیتها استفاده شود [4]. عوامل بسیار زیادی بر خواص مکانیکی نانوکامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربن تأثیر گذار است. ساختار، ابعاد، جهت قرارگیری و نحوه توزیع نانولوله در محیط زمینه، از جملهی این عوامل است [6,5]. گستردگی این عوامل تأثیر گذار بر خواص نانو کامپوزیت حاوی نانولوله سبب شده است تا مدل های گوناگونی برای پیشبینی خواص این دسته از مواد ارائه شود. برای مثال برخی از محققین با استفاده از روابط دینامیک مولکولی به تخمین خواص نانوكامپوزيت پرداختند [7-9]. برخى با در نظر گرفتن ابعاد نانولوله به كمك روابط میکرومکانیک کامپوزیتها، مدول الاستیسیته نانوکامپوزیت را محاسبه نمودند [10-13]. عدهای با در نظر گرفتن وجود انحنا در ساختار نانولوله، روابطی را پیشنهاد کردند [14-18]. عدهای دیگر نیز با تعریف المان حجمی به اين امر مبادرت ورزيدند [20,19].

یکی از عوامل بسیار تاثیر گذار بر خواص نانوکامپوزیتهای تقویت شده با نانولولهی کربن، وجود ناحیهی فاز میانی بین فاز تقویت کننده و زمینه در كامپوزيتهاى چند فازى است. اين فاز واسط، لايه نازكى بين تقويتكننده و زمینه میباشد که به طور عمده به دلیل واکنشهای شیمیایی پیچیده بین فاز تقویت کننده و زمینه به وجود میآید [21]. در ابعاد نانو، درصد حجمی فاز میانی قابل توجه است لذا اثرات عمدهای بر پاسخ کل نانوکامپوزیت دارد [21]. در حقیقت استفاده درست و موثر از کامپوزیتها بستگی به انتقال بار از زمینه به فاز تقویت کننده دارد که توسط همین فاز میانی انجام می گیرد [4]. همچنین بیشتر خرابیهای شناخته شده در کامپوزیتها مانند جدایی لایه میانی¹ یا ترک در زمینه در نزدیکی همین ناحیه اتفاق میافتد. بنابراین مدلسازی دقیق و درک صحیح از اثرات فاز میانی بر رفتار کلی کامیوزیتها به منظور طراحیهای بهینه، ضروری به نظر میرسد [23,22]. همچنین محققین بسیاری به بررسی اثر ناحیه فاز واسط بر روی خواص نانو کامپوزیت پرداختند که برخی از آنها در [24-26] آمده است. البته بسیاری از مدلهای ارائه شده در این زمینه دارای محدودیت بوده و برخی نیز در روند مدلسازی بسیار پیچیده و زمانبر میباشند.

به وسیله مدلسازیهای میکرومکانیکی، خواص ماکروسکوپیک مواد چندجنسی که ذاتا تابعی از برهمکنشهای میکرویی از ریزساختارهای تشکیل دهنده آن ماده است، حاصل میشود. مشخصات ذاتی ساختارهای تشکیل دهندهی کامپوزیتها در روش میکرومکانیک حفظ میشود و خواص موثر این مواد بر حسب خواص اجزای تشکیل دهنده شامل فاز تقویتکننده،

زمینه، فاز میانی، نسبت حجمی آنها و عکس العمل متقابل بین این فازها، که مربوط به هندسه میکروساختاری است، تعیین می شود. مدل های ميكرومكانيكي عددي [28,27] و تحليلي [30,29] متعددي جهت پيشبيني پاسخ کامپوزیتها تحت شرایط بارگذاری مختلف حرارتی و مکانیکی ارائه شده است. مدل سلول واحد² از جمله مدل های میکرومکانیکی تحلیلی با فرضیات ساده شوندهی هندسه کامپوزیتها میباشد. در مدلهای سلول واحد، سطح مقطع المان حجمي نمايندهي³ كاميوزيت، شامل الياف مستطيلي احاطه شده با مواد زمینه به صورت مستطیلی میباشد. روش سلولی⁴ [32,31] و روش سلولى تعميم يافته 5 [34,33] جزء معروفترين مدلهاى سلول واحد هستند. مدل سلول واحد ساده شده⁶ [35] یک مدل تحلیلی میکرومکانیکی بوده که رفتار کلی کامپوزیت را از ریزساختارهای تشکیل دهندهی آن استخراج مینماید. دقت پاسخ این مدل میکرومکانیکی بستگی به مدلسازی دقیق فازها و عکسالعمل بین آنها در المان حجمی انتخاب شده برای کامپوزیت خواهد داشت. در روابط اولیه این مدل میکرومکانیکی [36]، المان حجمي نماينده كامپوزيت شامل چهار سلول بود كه يكي از آنها شامل الیاف و بقیه را مواد زمینه تشکیل میداد. قابلیت کاربرد این مدل در پیشبینی رفتار کامپوزیتهای دو فازی تحت شرایط مختلف بارگذاری با توجه به اعتبارسنجیهای انجام گرفته با دادههای تجربی و روشهای عددی، به اثبات رسیده است [36]. همچنین این مدل جهت بررسی خرابی در كامپوزيتهاى با الياف بلند دو فازى [37] و بررسى خواص كامپوزيت با الياف کوتاه⁷ [38] مورد استفاده قرار گرفته است. در [40,39] نیز با استفاده از مدل سلول واحد، خواص ترموالاستیک موثر کامپوزیتها استخراج شده است. در [41] از این مدل برای تعیین مدول الاستیک نانوکامپوزیت زمینه پلیمری استفاده شده است. بررسی خواص نانوکامپوزیت با دیگر مدلهای تحلیلی [42] و روش تجربي [43] نيز صورت گرفته است.

همزمان تئوریهای میکرومکانیکی برای در بر گرفتن تاثیرات الکتریکی نیز بسیار گسترش یافتهاند. کاربرد مواد پیزوالکتریک در سازههای ورقی در [45,44] مورد بررسی قرار گرفته است. کد المان محدود آباکوس در [64] تحلیل پیزوالکتریک سازههای کلی را از طریق المانهای خرپایی و پیوسته، ممکن می سازد. کارهای پیشین در این زمینه در [47] با استفاده از یک روش مکانیک مواد انجام شده است. مدلهای میکرومکانیکی بیشتری از این نوع در [49,48] نشان داده شده است. یک مدل استوانه متحدالمرکز پیزوالکتریک در [50] ارائه شد. در [51] تاثیرات پیزوالکتریک به همراه تاثیرات شده⁶، طرح دیفرانسیل¹⁰، روش خود سازگار¹¹ و روش میدان متوسط موری-تاناکا²¹ [25] به صورت مبسوط بیان شده است. درنهایت، روش میدان موثر در [35] برای تعیین خواص ماکروکامپوزیتهای پیزوالکتریک تقویتشده با ناخالصیهای¹³ کروی به کار گرفته شده است.

در پژوهش حاضر، هدف، بررسی خواص موثر مکانیکی، حرارتی و الکتریکی نانوکامپوزیتهای متشکل از زمینه پیزو پلیمری تقویت شده با

¹ Interfacial debonding

² Unit cell model ³ Representative volume element

⁴ Method of cell

⁵ Generalized method of cell

⁶ Simplified unit cell model

⁷ Short fiber

⁸ Pyroelectric ⁹ Dilute approximation

¹⁰ Differential scheme

¹¹ Self-consistent method

 ¹² Mori-Tanaka mean field method
 ¹³ Inclusions

^{.1] [} Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-04

نانولولههای کربنی کوتاه است. در این تحقیق برای نزدیک شدن به رفتار هر چه واقعی تر نانولولههای تقویت کننده، با استفاده از مدلی که در [4] ارائه شده است نانولولهی کربن به صورت یک تک رشته ی توپر با خواص ایزوتروپ عرضی، همچنین زمینه و ناحیه فاز واسط به صورت یک محیط ایزوتروپ مدلسازی می شوند. سپس مدل سلول واحد ساده شده با آرایش نانولوله ی کربنی مربعی و معادلات ساختاری حاکم بر المان نماینده با رفتار ار توتروپیک، برای تعیین خواص الکتروترمومکانیکی، تعمیم داده می شود. ابتدا جهت اعتبار سنجی مدل ارائه شده، نتایج، با تحقیقات پیشین در دسترس، همچنین با روش قانون اختلاط¹ مقایسه می شوند. در نهایت تأثیر درصد حجمی نانولوله کربن، ضخامت مؤثر فاز میانی و نسبت منظر² نانولوله ی می گیرد. در این پژوهش تمام خواص موثر مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و ایزوالکتریکی نانوکامپوزیت علیرغم تحقیقات پیشین که هرکدام اثرات بخشی از پارامترهای نانوکامپوزیت را گزارش کردهاند، مورد بررسی قرار می گیرد.

2- نانولوله کربن، تک رشته موثر و فاز واسط

استفاده مستقيم از روابط ميكرومكانيك براى نانولولهها به علت ساختار توخالی و عدم اتصال کامل بین ماتریس و نانولوله امکان پذیر نمی باشد [4]. بنابراین ساختار نانولوله و پیوند واندروالس بین اتمهای کربن و زمینه به یک ساختار توپر استوانهای و یک فاز واسط تبدیل میشود. این ایدهی معادلسازی پیشتر توسط توستنسون و چو³ [54] مطرح گردید. آنها یک نانولوله کربن با قطر خارجی d را به صورت یک تک رشتهی تویر با همان قطر در نظر گرفتند. معادلسازی آنها تنها در راستای طولی صورت گرفت و تک رشتهی موثر را یک ساختار همسانگرد در نظر گرفتند، در حالی که مطالعات ساير محققين نشان مىدهد كه اين ساختار داراى خواص ايزوتروپ عرضى میباشد [56,55]. همچنین این معادلسازی در شرایطی نتایج دقیقی را ارائه میدهد که میزان قطر خارجی نانولوله کربن بسیار بزرگتر از چهار برابر ضخامت آن باشد که در بسیاری از موارد واقعی این چنین فیزیکی امکانپذیر نمى باشد [4]. براى مرتفع نمودن ايرادات وارده به مدل مذكور، شكريه و مهدوی [4] نیز مدلی را ارائه کردند. در این مدل نانولوله کربن با شعاع خارجی $R_{\rm NT}$ – 0.17nm خارجی معادل سازی $R_{\rm NT}$ – ایک تک رشته توپر با شعاع $R_{\rm NT}$ می شود، به طوری که هر دو ساختار تحت نیروی یکسان اعمالی دارای تغییر شکل یکسان در دو راستای طولی و عرضی باشند. نیروها به صورت کششی، فشاری و پیچشی اعمال می گردند. خواص به دست آمده برای تک رشتهی موثر نشان داده شده در شكل 1 طبق روابط (1) الى (4) بدست مى آيند [4].





مهندسی مکانیک مدرس، تیر 1395، دوره 16، شماره 4

$$(E_z)_{\rm Eff,NF} = \frac{\left(R_{\rm NT}^2 - (R_{\rm NT} - t_{\rm NT})^2\right)}{2I} E_{\rm NT}$$
(1)

$$(E_x)_{\rm Eff.NF} = \frac{2J_{\rm NT}}{J_{\rm Eff.NF}} G_{\rm NT} (\mathbf{1} + v_{xy\,\rm Eff.NF})$$
(2)

$$(v_{zx})_{\text{Eff.NF}} = \frac{R_{\text{NT}}}{R_{\text{Eff.NF}}} v_{\text{NT}}$$
(3)

$$(v_{xy})_{\text{Eff.NF}} = \frac{\mathbf{1} - C_2}{\mathbf{1} + C_2} \tag{4}$$

$$C_{2} = \left(C_{1} + 2\frac{R_{\text{NT}}^{2}}{R_{\text{NT}}^{2} - r_{i}^{2}}v_{\text{NT}}^{2}\right)\frac{J_{\text{NT}}}{J_{\text{Eff,NF}}(1 + v_{\text{NT}})}$$

$$C_{1} = v_{\text{NT}} - v_{\text{NT}}^{2} + (1 - v_{\text{NT}}^{2})\frac{R_{\text{NT}}^{2} + r_{i}^{2}}{R_{\text{NT}}^{2} - r_{i}^{2}}$$

همان قطبی سطح G_{NT} ، F_{NT} J_{NT} ، t_{NT} مقطع، مدول الاستیسیته، مدول برشی و ضریب پواسون نانولوله میباشند و مقطع، مدول الاستیسیته، مدول برشی و ضریب پواسون نانولوله میباشند و $(v_{xy})_{\rm eff.NF}$ J_{zx} eff.NF F_{zx} eff.NF $J_{\rm eff.NF}$ $J_{\rm eff.NF}$ $R_{\rm eff.NF}$ is a construction of v_{zx} eff. F_{zx} eff. $F_{$

$$E_{\text{Inter}} = (1 + v_{\text{Inter}})^2 \frac{(R_{\text{NT}} - t_{\text{Inter}})^2 + (1 - 2v_{\text{Inter}})R_{\text{NT}}^2}{R_{\text{NT}}^2 - (R_{\text{NT}} - t_{\text{Inter}})^2} \times 2111/2\pi L_{\text{NT}}$$
(5)

3- المان حجمي نماينده

تحلیل نانوکامپوزیت با استفاده از روش سلول واحد انجام میشود. در کامپوزیتهای با الیاف تکجهتهی واقعی، آرایش الیاف درون زمینه به صورت اتفاقی میباشد اما مدلهای ارائه شده، آرایش الیاف را به صورت منظم فرض می کنند. در بیشتر مدلهای تحلیلی، المان محدود و عددی، سطح مقطع کامپوزیت به صورت آرایش تکرار شونده و چیدمان الیاف درون زمینه به صورت مربعی یا شش ضلعی میباشد. برای کاهش محاسبات ریاضی و زمان تحلیل، کوچکترین بخش تکرار شونده که در عین حال جامع اطلاعات⁴ باشد را به عنوان المان حجمی نماینده در نظر گرفته میشود. در واقع تمام خواص و رفتار کامپوزیت و المان حجمی نماینده یکسان فرض میشوند. در مدل سه و رفتار کامپوزیت و المان حجمی نماینده یکنان و زمینه کاملا متصل به یعدی حاضر فرض میشود که الیاف، فاز میانی و زمینه کاملا متصل به یکدیگر باشند، همچنین الیاف و فاز میانی به ترتیب به صورت محیطهای با خواص ایزوتروپ عرضی و ایزوتروپ، و هردو با رفتار الاستیک لحاظ میشوند. مولفههای جابجایی و پتانسیل الکتریکی داخل هر سلول، توابعی خطی در نظر گرفته میشوند.

سیستم مختصات (3،2،1) برای این نمونه تعریف می گردد. محورهای 1 و

¹ Rule of mixture

² Aspect Ratio ³ Thostenson& Chou

⁴ informative

در نانوکامپوزیتهای تقویت شده با الیاف کوتاه، پارامتری به صورت d_{γ}/a_{α} برای الیاف، تحت عنوان نسبت منظر تعریف میشود. مدل فوق با نام d_{γ}/a_{α} SUC $r \times c \times h$ (آرایش SUC $r \times c \times h$ با روش سلول واحد ساده شده) شناخته میشود.

برای مدلسازی هر چه واقعی تر نانو کامپوزیتهای تقویت شده با الیاف دارای سطح مقطع دایرهای شکل، می توان تغییراتی در هندسهی المان حجمی نماینده ایجاد کرد. سطح مقطع مدل مربعی شامل یک چهارم رشته و مابقی، زمینه می باشد. لذا مطابق با شکل 3 دایره به سلول های کوچک مربعی تقسیم شده و با گروهی از سلولها تقریب زده می شود که با نام سلول واحد ساده شده گسترش یافته (ESUC)¹ شناخته می شود. متناسب با درصد حجمی الیاف و ضخامت موثر فاز میانی، شعاع دایره ی اشغالی به وسیله یه یک از دو فاز الیاف و فاز میانی مشخص می گردد.

4- معادلات حاكم

در این بخش ابتدا معادلات ساختاری حاکم بر سلول واحد نماینده با رفتار ارتوتروپیک، ارائه می گردد سپس این معادلات تعمیم داده می شوند. در نهایت تحت دو نوع بارگذاری، خواص نانوکامپوزیت بدست می آیند.

1-4- معادلات ساختاری

با توجه به خواص و رفتاری که برای هر سلول از المان حجمی نماینده در قسمت قبل بیان شد، این المان در حالت کلی رفتاری ارتوتروپیک خواهد داشت. فرم مبسوط معادلهی ساختاری حاکم بر مواد با رفتار ارتوتروپیک و



Fig. 2 3D geometry of representative volume element شکل 2 هندسه سه بعدی المان حجمی نماینده



Fig. 3 Approximation of fibers circular cross section in ESUC model شکل 3 تقریب سطح مقطع دایرهای الیاف در مدل ESUC

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{12} \\ \bar{D}_{3} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} & -e_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & -e_{32} \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & -e_{36} \\ e_{31} & e_{32} & e_{36} & \kappa_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}\Delta T \\ \bar{\varepsilon}_{22} - \alpha_{22}\Delta T \\ 2\bar{\varepsilon}_{12} - \alpha_{12}\Delta T \\ \bar{\varepsilon}_{3} \end{pmatrix} \\ \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{23} \\ \bar{\sigma}_{13} \\ \bar{D}_{1} \\ \bar{D}_{2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} & -e_{14} & -e_{15} \\ C_{45} & C_{55} & -e_{24} & -e_{25} \\ e_{14} & e_{15} & \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ e_{24} & e_{25} & \kappa_{12} & \kappa_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{23} - \alpha_{23}\Delta T \\ \bar{\varepsilon}_{13} - \alpha_{13}\Delta T \\ \bar{E}_{1} \\ \bar{E}_{2} \end{bmatrix}$$
(6)

که $\overline{D}_i \cdot \overline{D}_i \cdot \overline{D}_i \cdot \overline{C}_i \cdot \overline{C}_i \cdot \overline{C}_i \cdot \overline{C}_i \cdot \overline{D}_i \cdot \overline{C}_i$ به ترتیب مولفههای تنش اعمالی، جابجایی الکتریکی کل، کرنش نهایی کل، میدان الکتریکی اعمالی، سفتی مؤثر کاهیده، دیالکتریک مؤثر کاهیده، پیزوالکتریک مؤثر کاهیده و _{*ij*} ضرایب انبساط حرارتی ماده میباشند.

برای استخراج خواص موثر الکتروترموالاستیک ماده، متناسب با هر یک از معادلات (6) المان حجمی نماینده تحت دو نوع بارگذاری جداگانه قرار می گیرد. به طوری که در بارگذاری نوع اول مولفههای بارگذاری σ_{13} ، σ_{22} ، σ_{12} ، σ_{23} ، σ_{12} و در بارگذاری نوع دوم مولفههای بارگذاری ایتدا با استفاده \overline{E}_2 اعمال می شوند. سپس تحت هر یک از دو نوع بارگذاری، ابتدا با استفاده معادلات تعادل، مولفههای تنش و جابجایی الکتریکی تمام سلولها بدست آمده، سپس کرنش و میدان الکتریکی هر سلول و نهایتا کل المان محاسبه می شود. لذا با اعمال یک به یک مولفههای بارگذاری در هر یک از دو نوع بارگذاری تشریح شده و استخراج کرنش و جابجایی الکتریکی کل المان حجمی نماینده، مولفههای ماتریس خواص موثر، ستون به ستون بدست می آیند.

4-2- فرمول بندى ميكرومكانيكي تعميم يافته

معادلهی ساختاری حاکم بر هر یک از سلولهای المان حجمی به صورت رابطه (7) است.

$$\begin{cases} \sigma \\ D \end{cases}^{\alpha\beta\gamma} = [Z]^{\alpha\beta\gamma} \begin{cases} \varepsilon - \varepsilon^{\mathrm{T}} \\ E \end{cases}^{\alpha\beta\gamma}$$
 (7)

که σ ، \mathcal{E} ، \mathcal{F} ، و Z به ترتیب بردارهای تنش، جابجایی الکتریکی، کرنش کل، کرنش حرارتی و میدان الکتریکی سلول $\alpha\beta\gamma$ میباشند. $^{\alpha\beta\gamma}[Z]$ نیز ماتریس \mathcal{P} * ضرایب الکترواستاتیک سلول $\alpha\beta\gamma$ المان نماینده است. با مرتبسازی مجدد رابطهی (7) میتوان کرنش کل و میدان الکتریکی سلول را بر حسب تنش، جابجایی الکتریکی و کرنش حرارتی آن مطابق رابطه (8) نوشت:

$$\begin{cases} \varepsilon \\ E \end{cases}^{\alpha\beta\gamma} = [ZI]^{\alpha\beta\gamma} \begin{cases} \sigma \\ D \end{cases}^{\alpha\beta\gamma} + \begin{cases} \varepsilon^T \\ 0 \end{cases}^{\alpha\beta\gamma} \\ \sum [ZI]^{\alpha\beta\gamma} \\ \text{int.} \end{cases}$$

$$\text{(8)}$$

4-3- بارگذاری نوع اول

المان حجمی نماینده تحت مولفههای بارگذاری S_1 S_2 S_1 ΔT که \overline{E}_3 \overline{S}_{12} S_2 که

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.22.1]

¹ Extended Simplified Unit Cell

بهترتیب شامل بارگذاری قائم طولی، قائم عرضی، بارگذاری برشی 12، چنانکه در شکل 1 نشان داده شده اند، میدان الکتریکی در جهت عرضی 3 و بارگذاری یکنواخت ناشی از تغییرات دما قرار می گیرد. مولفه های تنش نرمال اعمالی و جابجایی الکتریکی کل به ترتیب با مجموع تنش ها و جابجایی های الکتریکی داخلی در سلول های مجاور در مرز المان در تعادلند. همچنین تنش برشی اعمالی با تنش های برشی داخلی سلول ها برابر می باشد. با اعمال فرضیات بیان شده، این معادلات تعادل به صورت روابط (9) استخراج می گردند.

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^{c} \sum_{\beta=1}^{r} a_{\alpha} b_{\beta} \sigma_{11}^{\alpha\beta_{1}} = L_{c} L_{r} S_{1} \\ \sum_{\gamma=1}^{h} \sum_{\beta=1}^{r} d_{\gamma} b_{\beta} \sigma_{22}^{\alpha\beta_{\gamma}} = L_{r} L_{h} S_{2} \\ \sum_{\beta=1}^{r} b_{\beta} \sigma_{12}^{\alpha\beta_{\gamma}} = L_{r} S_{12} \qquad (\alpha, \gamma \ge 1) \\ \sum_{\gamma=1}^{h} \sum_{\alpha=1}^{c} d_{\gamma} a_{\alpha} D_{3}^{\alpha\gamma_{\gamma}} = L_{c} \overline{D}_{3} \end{cases}$$

$$(9)$$

تعادل تنشهای نرمال و همچنین پیوستگی جابجایی الکتریکی در سطوح مشترک سلولهای کنار هم، منجر به ثابت ماندن مولفههای تنش نرمال و مولفههای جابجایی الکتریکی در یک ستون از سلولهای المان حجمی نماینده میشود. مولفههای یکتای تنش و جابجایی الکتریکی سلولها در المان حجمی نماینده به صورت رابطه (10) خواهند بود.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^{\alpha\beta1} = \sigma_{11}^{\alpha\beta\gamma}, & (\gamma > 1) \\ \sigma_{22}^{1\beta\gamma} = \sigma_{22}^{\alpha\beta\gamma}, & (\alpha > 1) \\ \sigma_{13}^{\alpha\beta\gamma} = \mathbf{0}, & \sigma_{23}^{\alpha\beta\gamma} = \mathbf{0} \\ D_{1}^{\alpha\beta\gamma} = \mathbf{0}, & D_{2}^{\alpha\beta\gamma} = \mathbf{0} \\ D_{3}^{\alpha1\gamma} = D_{3}^{\alpha\beta\gamma}, (\beta > 1)$$
 (10)

همچنین سازگاری کرنشها در سلولهای مجاور باعث ثابت ماندن مولفههای کرنش برشی مطابق رابطه (11) میگردد [37]. بیایت میند:

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^{n} d_{\gamma} \varepsilon_{11}^{11\gamma} = \sum_{\gamma=1}^{n} d_{\gamma} \varepsilon_{11}^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\alpha \star \beta \neq \mathbf{1}) \\ \sum_{\alpha=1}^{c} a_{\alpha} \varepsilon_{11}^{\alpha11} = \sum_{\alpha=1}^{c} a_{\alpha} \varepsilon_{22}^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\beta \star \gamma \neq \mathbf{1}) \\ \sum_{\alpha=1}^{c} b_{\beta} E_{3}^{1\beta1} = \sum_{\alpha=1}^{c} b_{\beta} E_{3}^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\gamma \star \alpha \neq \mathbf{1}) \end{cases}$$
(12)

با جایگذاری رابطهی (8) در دستگاه معادلات اول روابط (6)، و استفاده از روابط (10) الی (12)، دستگاه معادلات اول روابط (6) بر اساس مولفههای تنش و جابجایی الکتریکی سلولها حاصل میشود. نهایتا معادلات استخراج شده به همراه معادلات تعادل (9)، دستگاه معادلات خطی (13) با cr + rh + 2ch معادله و مجهول را نتیجه میدهند.

 $[A]_{m \times m} \{\sigma\}_{m \times 1} = [F]_{m \times 1}$ m = cr + rh + 2ch (13) که [A] ماتریس ضرائب، $\{\sigma\}$ بردار حاوی مولفههای یکتای تنش و جابجایی الکتریکی تمام سلولها و [F] بردار نیرو می باشد. درایههای بردار

برای محاسبهی خواص مؤثر الکتروترمواالاستیک در دسته معادلات اول رابطهی ساختاری (6)، فرض می شود المان حجمی نماینده در هر مرحله تحت یکی از مؤلفههای بارگذاری نوع اول قرار می گیرد. سپس با استفاده از حل دستگاه معادلات (13) و استخراج مؤلفههای بردار (67. کرنش و میدان الکتریکی هر سلول و نهایتا کرنش و میدان الکتریکی کل، طبق دستگاه معادلات (15) بدست می آید.

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^{h} d_{\gamma} \varepsilon_{11}^{\alpha\beta1} = L_{h} \overline{\varepsilon_{11}} & (\alpha, \beta \ge 1) \\ \sum_{\alpha=1}^{c} a_{\alpha} \varepsilon_{22}^{\alpha\beta\gamma} = L_{c} \overline{\varepsilon_{22}} & (\alpha, \beta \ge 1) \\ \sum_{\beta=1}^{r} \sum_{\alpha=1}^{c} d_{\gamma} a_{\alpha} \varepsilon_{12}^{\alpha\beta\gamma} = L_{h} L_{c} \overline{\varepsilon_{12}} & (\beta \ge 1) \\ \sum_{\beta=1}^{r} b_{\beta} E_{3}^{\alpha\beta\gamma} = L_{r} \overline{E}_{3} & (\alpha, \gamma \ge 1) \end{cases}$$
(15)

با استفاده از رابطهی میان کرنش و میدان الکتریکی کل و هر یک از مؤلفههای بارگذاری اعمالی در رابطهی (6) خواص مؤثر الکتروترموالاستیک موجود در این رابطه یک بهیک استخراج می شوند.

4-4- بارگذاری نوع دوم

المان حجمی نماینده تحت بارگذاری الکتریکی درصفحهی 12 و مکانیکی برشی خالص ₂₁3 و ₂₂3 قرار میگیرد. همانند بارگذاری نوع اول، معادلات تعادل به صورت روابط (16) استخراج می گردند.

$$\sum_{\gamma=1}^{r} d_{\gamma} \sigma_{23}^{\alpha\beta\gamma} = L_{h} S_{23} \quad (\alpha, \beta \ge 1)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{c} a_{\alpha} \sigma_{13}^{\alpha\beta\gamma} = L_{c} S_{13} \quad (\alpha, \beta \ge 1)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{c} \sum_{\beta=1}^{r} a_{\alpha} b_{\beta} D_{1}^{\alpha\beta1} = L_{c} L_{r} \overline{D}_{1}$$

$$\sum_{\gamma=1}^{h} \sum_{\beta=1}^{r} d_{\gamma} b_{\beta} D_{2}^{1\beta\gamma} = L_{r} L_{h} \overline{D}_{2} \qquad (16)$$

مانند بارگذاری نوع اول، با اعمال تعادل تنشها و پیوستگی جابجایی الکتریکی، مطابق رابطه (17) میتوان نوشت:

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{\alpha\beta\gamma} = \sigma_{22}^{\alpha\beta\gamma} = \sigma_{12}^{\alpha\beta\gamma} = \mathbf{0} \\ D_1^{\alpha\beta1} = D_1^{\alpha\beta\gamma} , \quad (\gamma > \mathbf{1}) \\ D_2^{1\beta\gamma} = D_2^{\alpha\beta\gamma} , \quad (\alpha > \mathbf{1}) \\ D_3^{\alpha\beta\gamma} = \mathbf{0} \end{cases}$$
(17)

سازگاری کرنشها نیز به دو رابطهی (18) میانجامد [59].

$$\begin{cases} \varepsilon_{23}^{\alpha\beta1} = \varepsilon_{23}^{\alpha\beta\gamma}, & (\gamma > 1) \\ \varepsilon_{13}^{\beta\beta\gamma} = \varepsilon_{13}^{\alpha\beta\gamma}, & (\alpha > 1) \end{cases}$$
(18)

با فرض اتصال کامل بین لایههای میانی، رابطهی بین تغییرمکان طولی و زاویهای المان نماینده و سلولها، مطابق رابطه (19) میتوان نوشت:

c h

 $\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^{h} d_{\gamma} E_{1}^{11\gamma} = \sum_{\gamma=1}^{h} d_{\gamma} E_{1}^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\alpha \times \beta \neq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^{c} a_{\alpha} E_{2}^{\alpha11} = \sum_{\alpha=1}^{c} a_{\alpha} E_{2}^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\beta \times \gamma \neq 1) \end{cases}$ (19)

با جایگذاری رابطهی (8) در دستگاه معادلات دوم روابط (6)، و استفاده از روابط (17) الی (19)، دستگاه معادلات دوم روابط (6) بر اساس مولفههای تنش و جابجایی الکتریکی سلولها حاصل میشود. نهایتا معادلات استخراج شده به همراه معادلات تعادل (16)، دستگاه معادلات خطی (20) با شده به همراه معادله و مجهول را نتیجه میدهند. $[A]_{m \times m} \{\sigma\}_{m \times 1} = [F]_{m \times 1} \quad m = 2(rc + rh)$ (20) که در رابطهی (20)

 $\{\sigma\}^{T} = \begin{cases} \sigma_{23}^{111} & \sigma_{23}^{\alpha\beta1} & \sigma_{23}^{cr1} & \sigma_{13}^{111} & \sigma_{13}^{1\beta\gamma} & \sigma_{13}^{1rh} \\ D_{11}^{111} & D_{1}^{\alpha\beta1} & D_{1}^{cr1} & D_{2}^{111} & D_{2}^{1\beta\gamma} & D_{2}^{1rh} \end{cases}$ (21)

مشابه بارگذاری نوع اول، با استفاده از حل دستگاه معادلات (20)، کرنش و میدان الکتریکی هر سلول و نهایتا کرنش و میدان الکتریکی کل، طبق دستگاه معادلات (22) بدست می آید.

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^{L} \sum_{\beta=1}^{r} a_{\alpha} b_{\beta} \varepsilon_{23}^{\alpha\beta\gamma} = L_{c} L_{r} \overline{\varepsilon_{23}} \quad (\gamma \ge 1) \\ \sum_{\gamma=1}^{h} \sum_{\beta=1}^{r} d_{\gamma} b_{\beta} \varepsilon_{13}^{\alpha\beta\gamma} = L_{r} L_{h} \overline{\varepsilon_{13}} \quad (\alpha \ge 1) \\ \sum_{\gamma=1}^{h} d_{\gamma} E_{1}^{\alpha\beta\gamma} = L_{h} \overline{E}_{1} \quad (\alpha, \beta \ge 1) \\ \sum_{\alpha=1}^{c} a_{\alpha} E_{2}^{\alpha\beta\gamma} = L_{c} \overline{E}_{2} \quad (\beta, \gamma \ge 1) \end{cases}$$
(22)

با استفاده از رابطهی میان کرنش و میدان الکتریکی کل و هر یک از مؤلفههای بارگذاری اعمالی در رابطهی (6) خواص مؤثر الکتروترموالاستیک موجود در این رابطه یک به کستخراج می شوند.

5- نتايج و بحث

در این پژوهش، یک مدل میکرومکانیکی برای مدل کردن خواص الکتروترمومکانیکی موثر مواد پیزوالکتریک تقویت شده با نانولوله کربن کوتاه با در نظر گرفتن فاز میانی، تعمیم داده شده است.در این بخش ابتدا مدل ارائه شده اعتبار سنجی می شود، سپس تأثیر درصد حجمی نانولولههای کربنی، ضخامت موثر فاز میانی و نسبت منظر نانولوله کربنی بررسی می گردد.

1-5- اعتبارسنجي مدل

به منظور اعتبار سنجی این مدل، با توجه به اندک بودن تحقیقات پیشین دردسترس در این حوزه، نتایج مدل حاضر با نتایج به دست آمده از مدل میکرومکانیکی که ری و باترا در [60] با استفاده از روش همتنش/هم کرنش بدست آوردهاند، مقایسه میشود. در [60] کامپوزیت زمینه پلیمری اسپور تقویت شده با نانولولهی کربن (CNT) تک جداره و الیاف پیزو الکتریک PZT5H (NRHPC) مورد استفاده قرار گرفته است. الیاف در راستای ضخامت با آرایش مربعی چیده شدهاند. زمینه و نانولولههای کربن فاقد خواص پیزوالکتریک می باشند و الیاف PZT5H در راستای ضخامت پلاریزه شدهاند. خواص مکانیکی هر یک از فازهای تشکیل دهندهی نانوکامپوزیت مذکور در

جدول 1 آمده است. خواص پیزوالکتریکی فاز PZT5H به صورت زیر است [60].

$e_{31} = -5.1 \text{ (C/m}^2)$, $e_{33} = 27 \text{ (C/m}^2)$

شكلهاى 5 و 6 به ترتيب روند تغييرات مولفههاى e_{31} و e_{31} از خواص موثر را بر حسب تغييرات درصد حجمى الياف (FVF) پيزوالكتريك PZT5H نشان مىدهند، در اين شكلها نتايج مدلسازى ميكرومكانيكى انجام شده در [60] و مدل 1×3×3 SUC حاضر نيز با يكديگر مقايسه شده است. شكل 5 براى درصدهاى حجمى مختلفى از نانولولهى كربن تكجدارهى (5,5) شامل مراى درصدهاى حجمى الياف پيزوالكتريك و شكل 6 براى قطرهاى متفاوتى از تقويت نانولولهى كربن، رسم شده است. در شكل 6 درصد حجمى تقويت نانولولهى كربن 5.00 درصد حجمى الياف پيزوالكتريك مىباشد. همان طور كه مشاهده مىشود تطابق خوبى بين دو مدل برقرار است.

نانوكامپوزیت متشكل از زمینه پیزو پلی وینیلدن فلوراید¹ تقویت شده با تقویت نانولوله کربنی تحت بررسی قرار می گیرد. با وجود تطابق خوبی که بین مدل ارائه شدهی حاضر و مرجع [60] در شکلهای 5 و 6 وجود دارد، اما مدل این مرجع به طور کامل پوشش دهنده پارامترهای بررسی شده در پژوهش حاضر نمیباشد، چراکه در مدل مرجع [60] اثرات فاز میانی در نظر گرفته نشده است، همچنین الیاف صرفا به صورت مربعی فرض شدهاند، تفاوت عمدهی دیگر آنکه در مرجع ذکر شده، خاصیت پیزوالکتریک نانوکامپوزیت با اضافه كردن الياف ييزو محقق شده است، اما در تحقيق حاضر، زمينه، خود دارای خواص پیزوالکتریک میباشد و همچنین از نانولوله کربنی کوتاه به عنوان تقویت استفاده شده است. همان طور که بیان شد نانولولهی کربنی به صورت تکرشته توپر با خواص ایزوتروپ عرضی و فاز واسط به صورت ایزوتروپ در نظر گرفته می شود. زمینه نیز به لحاظ مکانیکی رفتار ایزوتروپ داشته و به سبب پلاریزه شدن در جهت عمود بر صفحهی قرارگیری نانولولهی کربنی، دارای خواص الکتریکی به صورت ایزوتروپ عرضی است. خواص مكانيكي و الكتريكي نانولوله كربني و پليوينيلدن فلوريد به ترتيب در جداول 2 و 3 آمده است [61].

برای نانوکامپوزیت پلی وینیلدن فلوراید تقویت شده با تقویت نانولوله کربن، با توجه به عدم وجود تحقیقات در دسترس، مولفههای ماتریس خواص موثر نانوکامپوزیت، با نتایج به دست آمده از روش قانون اختلاط² مقایسه می گردد. جدول 4 نتایج دو مدل را برای نانوکامپوزیت مورد نظر گرفته شده می کند. درصد حجمی الیاف معادل نانولوله ی کربنی %5 در نظر گرفته شده است چراکه برای درصدهای حجمی نانولولههای کربن بزرگتر از %5، می بایست اثرات رفتار ویسکوالاستیک زمینه را درنظر گرفت [26]. هم چنین ضخامت مؤثر فاز میانی برای نانولوله ی چند جداره (20,20) با = $R_{\rm NT}$

$$\frac{t}{a} = \frac{0.17}{2(R_{\rm NT} - 0.17)} = 0.0$$

جدول 1 خواص اجزاء تشکیل دهنده کامپوزیت NRHPC [60] Table 1 Material properties of NRHPC constituents [60]

<i>C</i> ₄₄ (GPa)	<i>C</i> ₃₃ (GPa)	<i>C</i> ₁₃ (GPa)	<i>C</i> ₁₂ (GPa)	<i>C</i> ₁₁ (GPa)	اجزاء كامپوزيت
791	2153	184	404	668	CNT (5,5)
227	545	43.5	144	148	CNT (20,20)
92	218	17.5	54.9	55.1	(50,50)
23	124	96	98	151	PZT5H
0.64	5.3	3.1	3.1	5.3	Spurr

¹ Polyvinylidene Fluoride (PVDF)

² Rule of mixture

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.22.1



Fig. 4 Variation of effective e_{31} of NRHPC Nanocomposite with PZT5H FVF for various CNT FVF

شكل 4 تغییرات مؤلفه مؤثر ₂₃1 نانوكامپوزیت NRHPC بر حسب تغییرات درصد حجمی الیاف PZT5H برای درصدهای حجمی متفاوتی از نانولولهی كربن



PIE. 5 variation of effective C_{33} of NKHr Nanocomposite with PZT5H FVF for various CNT diameters $m \Delta L$ تغییرات مؤلفه مؤثر C_{33} نانو کامپوزیت NRHPC بر حسب تغییرات درصد حجمی الیاف PZT5H برای قطرهای متفاوتی از نانولولهی کربن

جدول 2 خواص نانولوله كربن [61]

Table 2 Properties of the carbon nano-ti	ube [61]
مقدار	خواص الكتروترمومكانيكي
1.0554	ثابت الاستبک سفتی C ₁₁ (TPa)

1.0554	نابت الاستيك سفتي ₁₁ نا (۲۹۱)
0.4113	ثابت الاستیک سفتی C ₂₂ (TPa)
0.1517	ثابت الاستیک سفتی C ₁₂ (TPa)
0.1339	ثابت الاستیک سفتی 2 ₂₃ (TPa)
0.1925	ثابت الاستیک سفتی C ₆₆ (TPa)
5.17	(10 ⁻⁶ (1/K)) $lpha_{11}$ ثابت انبساط حرارتی
3.46	ثابت انبساط حرارتی 2 ₂₂ ((1/K)) 10⁻⁶)

جدول 3 خواص پلیوینیلدن فلورید [61]

Table 5 Properties of PVDF [61]	
مقدار	خواص الكتروترمومكانيكي
3.8	ثابت الاستیک سفتی C ₁₁ (GPa)
1.9	ثابت الاستیک سفتی C ₁₂ (GPa)
1.45	ثابت انبساط حرارتی $lpha$ (1/K) (1/K) ثابت انبساط حرارتی $lpha$
0.3	${m v}$ نسبت پوآسون
0.024	ثابت پيزوالکتريک e ₃₁ (C/m ²)
-0.027	ثابت پيزوالکتريک e ₃₃ (C/m ²)
0.65	ثابت دىالكتريك ₃₃ (C/Vm)) ثابت دى

5-2- اثرات درصد حجمي الياف معادل نانولولهي كربني

اثرات درصد حجمی نانولولههای کربن بر خواص موثر نانوکامپوزیت پلی وينيلدن فلورايد تقويت شده با تقويت بلند نانولوله كربنى مورد بررسى قرار می گیرد. ضخامت موثر فاز میانی 0.07 میباشد و تغییرات خواص الكتروترمومكانيكي موثر نانوكامپوزيت نسبت به تغييرات درصد حجمي نانولولهی کربن از 1% تا 5% برای آرایشهای تقویت مربعی SUC و ESUC و تعداد مشهای مختلف 1×3×3، 1×25×25 و 1×50×50 از المان حجمى نماينده استخراج مىشود. شكلهاى 6 الى 8 تغييرات خواص مكانيكي و حرارتي مؤثر را نسبت به تغييرات درصد حجمي الياف معادل نانولولهی کربنی (FVF) نشان میدهند. با افزایش درصد حجمی، مدول الاستیسیتهی طولی E_{11} همواره افزایش می یابد به طوری که با درصد حجمی 5% مدول یانگ در جهت نانولولهی کربنی 3 برابر میشود. اما مقدار ضریب پواسون صفجهای ۷₂₃، ابتدا افزایش مییابد، سپس در درصدهای حجمی الیاف معادل نانولولهی کربنی بیش از 3 درصد، تقریبا در 0.48 ثابت میماند. اما رفتار ضریب انبساط حرارتی عرضی α_{22} متفاوت از دو خاصیت دیگر است. با افزایش درصد حجمی الیاف معادل نانولولهی کربنی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد و در درصد حجمی الیاف معادل %2.4 دارای بیشترین مقدار ۲.۲ $^{-6}$ 1/K است. برای E_{11} و v_{23} نتایج آرایش های نانولوله ی $lpha_{22}$ کربنی مربعی و مشربندیهای مختلف تقریبا یکسان است. برای آرایش ها اندکی تفاوت دارند اما روند مشابهی را پیشبینی میکنند.

5-3- اثرات ضخامت مؤثر فاز مياني

تاثیر تغییرات ضخامت موثر فاز میانی بر خواص موثر نانوکامپوزیت پلی وینیلدن فلوراید تقویت شده با تقویت بلند نانولوله کربنی مورد مطالعه قرار می گیرد. به سبب اینکه خواص حرارتی و الکتریکی این فاز برابر با خواص عرضی نانولولهی کربن قرار داده شده است لذا به ازای درصد حجمی مشخصی از الیاف معادل، تاثیر تغییرات ضخامت موثر فاز میانی بر خواص

جدول 4 مقايسه خواص موثر نانو كامپوزيت بدست آمده از مدل حاضر با قانون اختلاط Table 4 Comparison between the nano-composites' effective properties obtained from the present model and rule of mixture

	خواص الكتروترمومكانيكى	مدل حاضر	قانون اختلاط	
	مدول یانگ (GPa) (مدول یانگ	52.95	52.95	
Table 3 I	مدول یانگ E ₂₂ (GPa)	3.04	2.68	
	مدول برشی G ₁₂ (GPa)	1.21	1.00	
	v_{12} نسبت پوآسون و	0.33	0.33	
	(10 ⁻⁶ (1/K)) $lpha_{11}$ ثابت انبساط حرارتی $lpha_{11}$	11.40	11.40	
1	ثابت انبساط حرارتی 2 ₂ 2 ((1/K)) 10⁻⁶)	1.79	1.40	
	(C/m2) e_{31} ثابت پیزوالکتریک	0.019	0.022	
0	ثابت پيزوالکتريک e ₃₂ (C/m2)	0.022	0.022	
-0	ثابت پيزوالکتريک e ₃₃ (C/m2)	0.018	0.024	
	(10 $^{-10}$ (C/Vm)) κ_{33} ثابت دىالكتريك (4.42	5.95	



Fig. 6 Variation of effective E_{11} with the CNT FVFs شکل 6 تغییرات E_{11} مؤثر بر حسب درصدهای حجمی نانولولهی کربن



Fig. 7 Variation of effective v_{23} with the CNT FVFs شکل 7 تغییرات v_{23} مؤثر بر حسب درصدهای حجمی نانولولهی کربن



Fig. 8 Variation of effective α_{22} with the CNT FVFs شکل 8 تغییرات α_{22} مؤثر بر حسب درصدهای حجمی نانولولهی کربن

حرارتی و الکتریکی موثر، معادل افزایش درصد حجمی نانولولهی کربن خواهد بود که در بخش قبل بررسی شد و به همین دلیل تاثیرات تغییر ضخامت موثر فاز میانی در این بخش تنها بر خواص مکانیکی موثر نانوکامپوزیت تحت بررسی قرار می گیرد.

درصد حجمی الیاف معادل نانولوله کربنی 5% در نظر گرفته میشود و خواص موثر نانوکامپوزیت برای ضخامتهای موثر فاز میانی 0.03، 0.06، 20.09 و همچنین بدون فاز میانی استخراج میشوند. شکلهای 9 الی 11 تغییرات مدول الاستیسیته یعرضی موثر E_{22} ، مدول برشی موثر G_{12} و ضریب انبساط حرارتی طولی موثر $n + \alpha$ را نسبت به تغییرات ضخامت موثر فاز میانی نشان میدهد. با افزایش ضخامت موثر فاز میانی، E_{22} یک سیر نزولی با شیب بسیار کم دارد و تقریبا به سمت 3GPa میل می کند، مدول $n + \alpha_{11}$ تقریبا ثابت می ماند. اما $n + \alpha_{12}$ یک شیب صعودی را طی می کند. مدول بر نتایچ آرایشهای نانولوله کربنی مربعی و مش بندیهای مختلف تقریبا یکسان است. برای G_{12} و E_{23} آرایشها اندکی تفاوت دارند اما روند مشابهی



Fig. 9 Variation of effective E_{22} with effective thickness of interphase شكل 9 تغييرات E_{11} مؤثر بر حسب ضخامت مؤثر فاز ميانى

را پیشبینی میکنند.

5-4- اثرات نسبت منظر نانولولهی کربنی

اثرات نسبت منظر نانولولهی کربنی بر خواص موثر نانوکامپوزیت مورد بررسی قرار می گیرد. درصد حجمی نانولولهی کربن 5% و ضخامت موثر فاز میانی 0.07 میباشد. نانولولههای کربن تقویت کننده بصورت الیاف کوتاه با نسبت منظر 1 تا 1000 در نظر گرفته می شوند و خواص الکتروترمومکانیکی موثر نانوکامپوزیت استخراج می گردد. شکلهای 12 الی 14 تغییرات خواص پیزوالکتریک موثر ϵ_{33} و ثابت دی الکتریک موثر κ_{33} نانوکامپوزیت را نسبت به تغییرات نسبت منظر الیاف معادل نانولولهی کربنی نشان می دهد (محور افقی به صورت لگاریتمی در مبنای 10 نمایش داده شده است). از آنجایی که الیاف معادل، خواص پیزوالکتریک ندارند، با افزایش نسبت منظر الیاف معادل تمامی مولفههای پیزوالکتریک موثر کاهش یافته تا اینکه بعد از نسبت منظر الیاف معینی به حد ثابتی می رسند. این مقدار برای ϵ_{31} نسبت منظر الیاف معینی به حد ثابتی می رسند. این مقدار برای ϵ_{31}

برای ₃₃ نیز به علت اینکه فرض شده است نانولولهی کربنی خواص الکتریکی ندارند، لذا با افزایش نسبت منظر الیاف معادل نانولولهی کربنی، ضریب دیالکتریک ابتدا کاهش یافته و سپس در مقدار × 0.055 ضریب 10⁻⁹C/V.m ثابت میماند. برای هر سه خاصیت بررسی شده در این بخش آرایش نانولولهی کربنی مربعی با مش,بندیهای متفاوت، مقادیر تقریبا یکسانی را پیش,بینی می کنند.

6- نتیجه گیری

رفتار الكتروترمومكانيكي نانوكامپوزيت پلي وينيلدن فلورايد تقويت شده با



Fig. 10 Variation of effective G_{12} with effective thickness of interphase شكل 10 تغييرات G_{12} مؤثر بر حسب ضخامت مؤثر فاز ميانى

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.22.1



Fig. 11 Variation of effective α_{11} with effective thickness of interphase شكل 11 تغييرات α_{11} مؤثر بر حسب ضخامت مؤثر فاز ميانى



Fig. 12 Variation of effective e_{31} with aspect ratio of CNT equivalent fibers شكل 12 تغييرات e_{31} مؤثر بر حسب نسبت منظر الياف معادل نانولولەى كربنى

تقویت نانولوله کربنی با بسط مدل میکرومکانیکی تحلیلی سلول واحد ساده شده، استخراج گردید. آرایش نانولولهی کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض گردید. نانو لوله کربن به صورت تک رشته توپر با رفتارایزوتروپ عرضی در نظر گرفته شده و فاز واسط بین نانولوله کربن و زمینه که دارای پیوند واندروالس است، با استفاده از روابط مکانیک محیط پیوسته معادل با ماده ایزوتروپ جایگزین شده است. زمینه نیز مادهای با خواص پیزوالکتریک میباشد که به لحاظ مکانیکی ایزوتروپ و الاستیک بوده و در جهت عمود بر نانولولهی کربنی پلاریزه شده است. ابتدا جهت اعتبار سنجی مدل ارائه شده، ناتیج، با تحقیقات پیشین در دسترس، همچنین با روش قانون اختلاط مقایسه شده و سپس اثرات درصد حجمی و نسبت منظر الیاف معادل



Fig. 13 Variation of effective e_{33} with aspect ratio of equivalent fibers شکل 13 تغییرات e_{33} مؤثر بر حسب نسبت منظر الیاف معادل



Fig. 14 Variation of effective κ_{33} with aspect ratio of equivalent fibers شکل 14 تغییرات κ_{33} مؤثر بر حسب نسبت منظر الیاف معادل

نانولولهی کربنی و ضخامت موثر فاز میانی بر خواص ماکروی پیزونانوکامپوزیت مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش تمام خواص موثر مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و پیزوالکتریکی نانوکامپوزیت مطالعه شد. با توجه به نتایج بدست آمده:

- برای اکثر خواص نانوکامپوزیت، روش های SUC و ESUC که به ترتیب نشاندهنده شکل نانولولهی کربن مربعی و دایرهای هستند، نتایج یکسانی دارند. حتی در مواردی هم که تفاوت وجود دارد، روند تغییرات دو روش، مشابه است.
- افزایش درصد حجمی نانولولهی کربن، تاثیر بسزایی در بهبود خواص موثر مکانیکی و حرارتی نانوکامپوزیت دارد، به طوری که با درصد حجمی 5% مدول یانگ در جهت نانولولهی کربنی 3 برابر میشود.
- 3. مدلسازی ناحیهی فاز میانی تاثیر قابل توجهی بر روی خواص حرارتی نانوکامپوزیت دارد، اما تأثیر آن بر خواص مکانیکی اندک است. لذا بهتر است مدلسازی آن برای پیشبینی هر چه واقعی تر رفتار نانوکامپوزیتها در نظر گرفته شود.
- . با توجه روند تغییرات پارامترهای رفتاری الکتروترمومکانیکی نانوکامپوزیت میتوان از نسبتهای منظر 100 به بالاتر، نانولولهی کربنی کوتاه را به عنوان نانولولهی کربنی بلند و مدل را بهصورت یک مدل دو بعدی با حالت کرنش صفحهای در نظر گرفت.

7- مراجع

- M. V. Gandhi, B. S. Thompson, Smart materials and structures, pp. 175-184, New York: Chapman & Hall, 1992.
- [2] K. Uchino, *Piezoelectric Devices*, pp. 145-197, New York: Marcel Dekker Inc., 2000.
- [3] M. L. Dunn, M. Taya, Micromechanics predictions of the effective electroelastic moduli of piezoelectric composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 161–75, 1993.
- [4] M. Shokriye, S. M. Mahdavi, Micromechanical model to evaluate the effects of dimensions and interphase region on the elastic modulus of CNT/polymer composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 3, pp. 13-25, 2011. (in Persian فارسی)
- [5] A. Selmi, C. Friebel, A. Doghri, H. Hassis, Prediction of the elastic properties of single walled carbon nanotube reinforced polymers: A comparative study of several micromechanical models, *Composite Science* and Technoogy, Vol. 67, No.10, pp. 2071–2084, 2007.
- [6] J. B. Bai, L. Ci, The reinforcement role of carbon nanotubes in epoxy composites with different matrix stiffness, *Composite Science and Technology*, Vol. 66, No. 3-4, pp. 599–603, 2006.
 [7] G. M. Odegard, T. S. Gates, K. E. Wise, L. M. Nicholson, Equivalent-
- [7] G. M. Odegard, T. S. Gates, K. E. Wise, L. M. Nicholson, Equivalentcontinuum modeling of nano-structured materials, *Composite and Science Technology*, Vol. 62, No. 14, pp. 1869–1880, 2002.
- 8] M. Griebel, J. Hamaekers, Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer-carbon nanotube composites, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193, No. 17-20, pp. 1773–1788, 2004.

International Journal of Solids and Structures, Vol. 39, No. 7, pp. 1987–2017, 2002.

- [35] M. M. Aghdam, A. Dezhsetan, Micromechanics based analysis of randomly distributed fiber reinforced composites using simplified unit cell model, *Composite Structures*, Vol. 71, No. 3-4, pp. 327–332, 2005.
- [36] M. M. Aghdam, D. J. Smith, M. J. Pavier, Finite Element Micromechanical Modelling of Yield and Collapse Behaviour of Metal Matrix Composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, No. 3, pp. 499-528, 2000.
- [37] M. J. Mahmoodi, M. M. Aghdam, Shakeri, Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to off-axis loading, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 829-836, 2010.
- [38] J. Aboudi, The effective moduli of short-fiber composites, International Journal of Solids and Structures, Vol. 19, No. 8, pp. 693–707, 1983.
- [39] J. A. Naim, Thermoelastic analysis of residual stresses in unidirectional, high performance composites, *Polymer Composites*, Vol. 6, No. 2, 123-130, 1985.
- [40] N. J. Pagano, G. P. Tandon, Elastic response of multidirectional coated fiber composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 31, No. 4, pp. 273-293, 1990.
- [41] S. Saber-Samandari, A. Afaghi Khatibi, The effect of interphase on the elastic modulus of polymer based nanocomposites, *Key Engineering Materials*, Vol. 312, pp. 199-204, 2006.
 [42] B. Arash, H. S. Park, T. Rabczuk, Mechanical properties of carbon nanotube
- [42] B. Arash, H. S. Park, T. Rabczuk, Mechanical properties of carbon nanotube reinforced polymer nanocomposites A coarse-grained model, *Composites Part B*, Vol. 80, pp. 92-100, 2015.
 [43] D. Ciprari, K. Jacob, R. Tannenbaum, Characterization of Polymer
- [43] D. Ciprari, K. Jacob, R. Tannenbaum, Characterization of Polymer Nanocomposite Interphase and Its Impact on Mechanical Properties, *Macromolecules*, Vol. 39, No. 19, pp. 6565-6573, 2006.
- [44] H. F. Tiersten, *Linear piezoelectric plate vibrations*, pp. 141-162, New York: Plenum Press, 1969.
- [45] T. R. Tauchert, Piezothermoelastic behaviour of a laminated plate, *Journal of Thermal Stress*, Vol. 15, No. 1, pp. 25-37, 1992.
- [46]ABAQUS/standard user's manual, version 6.1, Vol. 2. Pawtucket, RI :Hibbitt, Karlsson & Sorensen Inc, 2000.
- [47] R. E. Newnham, D. P. Skinner, L. E. Cross, Connectivity and piezoelectric– pyroelectric composites, *Material Research Bulltin*, Vol. 13, No. 5, pp. 525– 536, 1978.
- [48] W. A. Smith, B. A. Auld, Modeling 1–3 composite piezoelectrics: thicknessmode oscillations, *IEEE Transacions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 38, No. 1, pp. 40–47, 1991.
- [49] W. A. Smith, Modeling 1–3 composite piezoelectrics: hydrostatic response, *IEEE Transacions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 40, No. 1, pp. 41–49, 1993.
 [50] A. A. Grekov, S. O. Kramarov, A. A. Kuprienko, Effective properties of a
- [50] A. A. Grekov, S. O. Kramarov, A. A. Kuprienko, Effective properties of a transversely isotropic piezocomposite with cylindrical inclusions, *Ferroelectrics*, Vol. 99, pp. 115–26, 1989.
- [51] M. L. Dunn, Micromechanics of coupled electroelastic composites: effective thermal expansion and pyroelectric coefficients, *Journal of Applied Physics*, Vol 73, No 10, pp. 5131–5140,1993.
- [52] T. Mori, K. Tanaka, Average stresses in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, Vol. 21, No. 5, pp. 571–574, 1973.
- [53] I. Sevostianov, V. Levin, M. Kachanov. On the modeling and design of piezocomposites with prescribed properties, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 71, pp. 733–747, 2001.
- [54] E. T. Thostenson, T. W. Chou, On the elastic properties of carbon nanotubebased composites: modeling and characterization, *Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, pp. 573-582, 2003.
- [55] M. Shokrieh, R. Rafiee, Stochastic multiscale modeling of CNT/polymer composites, *Computational Materials Science*, Vol. 50, pp. 437-446, 2010.
- [56] G. M. Odegard, T. S. Gates, K. E. Wise, C. Park, E. J. Siochi, Constitutive modeling of nanotube-reinforced polymer composites, *Composites Science* and *Technology*, Vol. 63, pp. 1671–1687, 2003.
- [57] J. N. Reddy, Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and Analysis, second edition, pp. 245-296, New York: CRC Press, 2004.
- [58] M. J. Mahmoodi, M. M. Aghdam, Damage analysis of fiber reinforced Tialloy subjected to multi-axial loading—A micromechanical approach, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 528, No. 27, pp. 7983-7990, 2011.
- [59] M. K. Hassanzadeh Aghdam, M. J. Mahmoodi, Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 86-97, 2013. (in Persian فارسي)
- [60] M. C. Ray, R. C. Batra, Effective properties of carbon nanotube and piezoelectric fiber reinforced hybrid smart composites, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 76, No. 3, 2009.
- [61] A. Ghorbanpour Arani, M. Rahnama Mobarakeh, Sh. Shams, M. Mohammadimehr, The effect of CNT volume fraction on the magnetothermo-electro-mechanical behavior of smart nanocomposite cylinder, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 26, No. 8, pp. 2565-2572, 2012.
- [62] A. K. Gupta, S. P. Harsha, "Analysis of mechanical properties of carbon nanotube reinforced polymer composites using continuum mechanics approach", *Procedia Materials Science*, Vol. 6, pp. 18-25, 2014.

- [9] Y. Han, J. Elliott, Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites, *Computational Materials Science*, Vol. 39, No. 2, pp. 315–323, 2007.
- [10] E. T. Thostenson, T. W. Chou, On the elastic properties of carbon nanotubebased composites: modeling and characterization, *Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, pp.573–82, 2003.
- [11] R. G. Villoria, A. Miravete, Mechanical model to evaluate the effect of the dispersion in nanocomposites, *Acta Materialia*, Vol. 55, No. 9, pp. 3025– 3031, 2007.
- [12] P. L. Lahoz, W. Maser, T. Martinez, A. Benito, T. Seeger, P. Cano, R. Villoria, A. Miravete, Mechanical Characterization of Carbon Nanotube Composite Materials, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 12, pp. 13–19, 2005.
- [13] G. D. Seidel, D. Lagoudas, Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, pp. 884–907, 2006.
- [14] F. T. Fisher, R. D. Bradshaw, L. C. Brinson, Fiber waviness in nanotubereinforced polymer composites-I: Modulus predictionsusing effective nanotube properties, *Composites Science and Technology*, Vol. 63, pp. 1689-1703, 2003.
- [15] R. D. Bradshaw1, F. T. Fisher, L. C. Brinson, Fiber waviness in nanotubereinforced polymer composites-II: modeling via numerical approximation of the dilute strain concentration tensor, *Composite and Science Technology*, Vol. 63, pp. 1689-1703, 2003.
- [16] V. Anumandla, R. F. Gibson, A comprehensive closed form micromechanics model forestimating the elastic modulus of nanotube reinforced composites, *Composites: Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 37, pp. 2178– 2185, 2006.
- [17] D. L. Shi, X. Q. Feng, Y. Y. Huang, K. C. Hwang, H. Gao, The Effect of Nanotube Waviness and Agglomeration on the ElasticProperty of Carbon Nanotube-Reinforce Composites, *Engineering Materials and Technology*, Vol. 126, pp. 250-257, 2004.
- [18] L. H. Shao, R. Y. Luo, S. L. Bai, J. Wang, Prediction of effective moduli of carbon nanotube-reinforced composites with waviness and debonding, *Composite Structures*, Vol. 87, No. 3, pp. 274–281 2009.
- [19] Y. J. Liu, K. L. Chen, Evaluations of the effective material properties of carbon nanotube-based composites using a nanoscale representative volume element, *Mechanics of Materials*, Vol. 35, No. 1-2, pp. 69-81, 2003.
- [20] X. L. Chen, Y. J. Liu, Square representative volume elements for evaluating the effective material properties of carbon nanotube-based composites, *Computational Materials Science*, Vol. 29, No. 1, pp. 1–11, 2004.
- [21] F. Deng, K. J. Van Vliet, Prediction of elastic properties for polymer-particle nanocomposites exhibiting an interphase, *Nanotechnology*, Vol. 22, No. 16, 2011.
- [22] M. J. Mahmoodi, M.K. Hassanzadeh Aghdam, R. Ansari, Interphase effects on the mechanical properties of randomly distributed fiber reinforced composites subjected to off-axis loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 217-226, 2015. (in Persian ناری)
- [23] M. J. Mahmoodi, M.K. Hassanzadeh Aghdam, R. Ansari, Effects of interphase damage on the elastoviscoplastic behavior of general unidirectional metal matrix composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 95-105, 2015. (in Persian فارسى)
- [24] H. Wan, F. Delale, L. Shen, Effect of CNT length and CNT-matrix interphase in carbon nanotube (CNT) reinforced composites, *Mechanics Research Communication*, Vol. 32, No. 5, pp. 481–489, 2005.
- [25] P. Hernandez, F. Aviles, Modeling the influence of interphase on the elastic properties of carbon nanotube composites, *Computational Materials Science*, Vol. 47, pp. 926–933, 2010.
- [26] G. D. Seidel, D. C. Lagoudas, Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, No. 8-10, pp. 884–907, 2006.
- [27] P. J. Hine, H. R. Lusti, A. A. Gusev, Numerical simulation of the effects of volume fraction, aspect ratio and fibre length distribution on the elastic and thermoelastic properties of short fibre composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 62, No. 10-11, pp. 1445–1453, 2002.
- [28] M. Bayat, M. M. Aghdam, A micromechanics-based analysis of effects of square and hexagonal fiber arrays in fibrous composites using DQEM, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 32, pp. 32-40, 2012.
- [29] R. Hill, A self-consistent mechanics of composite materials, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 13, No. 4, pp. 213–222, 1965.
- [30] Z. Hashin, B. W. Rosen, The elastic moduli of fiber-reinforced materials, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, No. 2, pp. 223-232, 1964.
- [31] J. Aboudi, Closed form constitutive equations for metal matrix composites, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 25, No. 9, pp. 1229-1240, 1987.
- [32] J. Aboudi, Micromechanical analysis of composites by the method of cells, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42, No. 7, pp. 193-221, 1989.
- [33] R. Haj-Ali, J. Aboudi, Nonlinear micromechanical formulation of the high fidelity generalized method of cells, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 13, pp. 2577-2592, 2009.
- [34] B. A. Bednarcyk, S. M. Arnold, Transverse Tensile and Creep Modeling of Continuously Reinforced Titanium Composites with Local Debonding,

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.22.