



مدلسازی رفتار الکتروترمو مکانیکی کامپوزیت پیزو پلیمری تقویت شده با نانو لوله های کربنی کوتاه

محمد جواد محمودی^{1*}، محمد وکیلی فرد²

1- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
2- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
* تهران، صندوق پستی 167651719، sbu.ac.ir، mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 27 دی 1394
پذیرش: 02 اسفند 1394
ارائه در سایت: 16 فروردین 1395
کلید واژگان:

نانو کامپوزیت پیزوپلیمر
میکرو مکانیک
نانولوله های کربن
فاز میانی

چکیده

یک مدل تحلیلی میکرو مکانیکی سه بعدی بر پایه سلول واحد جهت استخراج خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی کامپوزیت پیزوپلیمر تقویت شده با نانولوله های کربن طرح-ریزی و تعمیم داده می شود. المان حجمی نماینده پیزونانو کامپوزیت شامل سه فاز تقویت کننده نانولوله کربنی، زمینه پیزوپلیمری و ناحیه فاز میانی می باشد. مدل حاضر نانو لوله کربن را به صورت تک رشته توپر با رفتار ایزوتروپ عرضی و فاز واسط بین نانولوله کربن و زمینه که دارای پیوند واندروالس است را با روابط محیط پیوسته معادل، به صورت یک محیط ایزوتروپ و هر دو فاز را به صورت الاستیک خطی در نظر می گیرد. زمینه نیز ماده ای با خواص پیزوالکتریک می باشد که به لحاظ مکانیکی ایزوتروپ و الاستیک بوده و در جهت عمود بر نانولوله های کربنی پلاریزه شده است. آرایش نانولوله های کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض می شود. ابتدا نتایج بدست آمده از مدل ارائه شده، با تحقیقات پیشین در دسترس، مقایسه می شود. سپس اثرات درصد حجمی و نسبت منظر نانولوله های کربنی و ضخامت موثر فاز میانی بر خواص کلی پیزونانو کامپوزیت بررسی می گردد. در این پژوهش تمام خواص موثر مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و پیزوالکتریکی نانو کامپوزیت علیرغم تحقیقات پیشین که هر کدام اثرات بخشی از پارامترهای نانو کامپوزیت را گزارش کرده اند، استخراج می شوند و مورد بررسی قرار می گیرند. نتایج نشان می دهد که حتی مقادیر کم درصد حجمی نانولوله-ی کربن، تأثیر بسزایی در بهبود خواص کامپوزیت دارد. علاوه بر آن مدل سازی ناحیه ای فاز میانی تأثیر زیادی بر روی اکثر خواص نانو کامپوزیت دارد، در نتیجه مدل سازی آن برای پیش بینی هر چه واقعی تر رفتار نانو کامپوزیت ضروری است.

Electro-thermo-mechanical behavior modeling of short CNT reinforced piezo-polymeric composite

Mohammad Javad Mahmoodi*, Mohammad Vakilifard

Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Tehran, Iran
* P.O.B. 167651719, Tehran, mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 January 2016
Accepted 21 February 2016
Available Online 04 April 2016

Keywords:
Piezo-polymeric nanocomposite
Micromechanics
Carbon nanotube
Interphase

ABSTRACT

A three-dimensional analytical micromechanical model based on unit cell is extended and presented to extract the electro-thermo-mechanical properties of short Carbon Nano-Tube (CNT) reinforced piezo-polymeric composite. Representative volume element (RVE) of the piezocomposite consists of three phases including CNT, piezo-polymeric matrix and interphase region. The presented model considers the CNT as a transversely isotropic solid fiber and CNT/matrix interphase region possessing van der Waals' interaction as an isotropic hollow cylindrical solid that its mechanical properties are derived using the equivalent continuum model. Both phases are considered linear elastic. Also, the matrix is a piezoelectric material that is mechanically isotropic and elastic, and polarized along the perpendicular direction to CNT axis. The state of CNT arrangement within the matrix is assumed to be regular and square. First, the results obtained from the model are compared with available researches. Then, the effects of CNT volume fraction and aspect ratio and interphase effective thickness on the overall properties of the nanocomposite are investigated. In this study, despite the prior works, all the piezo-electro-thermo-mechanical properties of the nanocomposite are studied. The results show that even small amount of FVF has significant effect on improving the composite properties. Furthermore modeling of interphase region includes a great effect on the most of the composite properties, thus its modeling is necessary for more actual prediction about the nanocomposite response.

1- مقدمه

در قرن نوزدهم گزارش شد. مفاهیم اولیه ای پیزوالکتریسیته و کاربرد مواد پیزوالکتریک، که ابتدایی ترین آن ها استفاده در میکروفن های زیر آبی بود در پدیده کوپلینگ بین رفتار مکانیکی، حرارتی و الکتریکی مواد برای اولین بار

Please cite this article using:

M. J. Mahmoodi, M. Vakilifard, Electro-thermo-mechanical behavior modeling of short CNT reinforced piezo-polymeric composite, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 67-76, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. J. Mahmoodi, M. Vakilifard, Electro-thermo-mechanical behavior modeling of short CNT reinforced piezo-polymeric composite, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 67-76, 2016 (in Persian)

زمینه، فاز میانی، نسبت حجمی آن‌ها و عکس‌العمل متقابل بین این فازها، که مربوط به هندسه میکروساختاری است، تعیین می‌شود. مدل‌های میکرومکانیکی عددی [28,27] و تحلیلی [30,29] متعددی جهت پیش‌بینی پاسخ کامپوزیت‌ها تحت شرایط بارگذاری مختلف حرارتی و مکانیکی ارائه شده است. مدل سلول واحد² از جمله مدل‌های میکرومکانیکی تحلیلی با فرضیات ساده شونده‌ی هندسه کامپوزیت‌ها می‌باشد. در مدل‌های سلول واحد، سطح مقطع المان حجمی نماینده³ کامپوزیت، شامل الیاف مستطیلی احاطه شده با مواد زمینه به صورت مستطیلی می‌باشد. روش سلولی⁴ [32,31] و روش سلولی تعمیم یافته⁵ [34,33] جزء معروف‌ترین مدل‌های سلول واحد هستند. مدل سلول واحد ساده شده⁶ [35] یک مدل تحلیلی میکرومکانیکی بوده که رفتار کلی کامپوزیت را از ریزساختارهای تشکیل دهنده آن استخراج می‌نماید. دقت پاسخ این مدل میکرومکانیکی بستگی به مدل‌سازی دقیق فازها و عکس‌العمل بین آن‌ها در المان حجمی انتخاب شده برای کامپوزیت خواهد داشت. در روابط اولیه این مدل میکرومکانیکی [36]، المان حجمی نماینده کامپوزیت شامل چهار سلول بود که یکی از آن‌ها شامل الیاف و بقیه را مواد زمینه تشکیل می‌داد. قابلیت کاربرد این مدل در پیش‌بینی رفتار کامپوزیت‌های دو فازی تحت شرایط مختلف بارگذاری با توجه به اعتبارسنجی‌های انجام گرفته با داده‌های تجربی و روش‌های عددی، به اثبات رسیده است [36]. همچنین این مدل جهت بررسی خرابی در کامپوزیت‌های با الیاف بلند دو فازی [37] و بررسی خواص کامپوزیت با الیاف کوتاه⁷ [38] مورد استفاده قرار گرفته است. در [40,39] نیز با استفاده از مدل سلول واحد، خواص ترموالاستیک موثر کامپوزیت‌ها استخراج شده است. در [41] از این مدل برای تعیین مدول الاستیک نانو کامپوزیت زمینه پلیمری استفاده شده است. بررسی خواص نانو کامپوزیت با دیگر مدل‌های تحلیلی [42] و روش تجربی [43] نیز صورت گرفته است.

هم‌زمان تئوری‌های میکرومکانیکی برای در بر گرفتن تأثیرات الکتریکی نیز بسیار گسترش یافته‌اند. کاربرد مواد پیزوالکتریک در سازه‌های ورقی در [45,44] مورد بررسی قرار گرفته است. کد المان محدود آباکوس در [46] تحلیل پیزوالکتریک سازه‌های کلی را از طریق المان‌های خرابی و پیوسته، ممکن می‌سازد. کارهای پیشین در این زمینه در [47] با استفاده از یک روش مکانیک مواد انجام شده است. مدل‌های میکرومکانیکی بیشتری از این نوع در [49,48] نشان داده شده است. یک مدل استوانه متحدالمرکز پیزوالکتریک در [50] ارائه شد. در [51] تأثیرات پیزوالکتریک به همراه تأثیرات گرماالکتریک⁸ در خلال نظریه‌های میکرومکانیکی بسیاری شامل تقریب رقیق شده⁹، طرح دیفرانسیل¹⁰، روش خود سازگار¹¹ و روش میدان متوسط موری-تاناکا¹² [52] به صورت مبسوط بیان شده است. در نهایت، روش میدان موثر در [53] برای تعیین خواص ماکروکامپوزیت‌های پیزوالکتریک تقویت‌شده با ناخالصی‌های¹³ کروی به کار گرفته شده است.

در پژوهش حاضر، هدف، بررسی خواص موثر مکانیکی، حرارتی و الکتریکی نانو کامپوزیت‌های متشکل از زمینه پیزو پلیمری تقویت شده با

[2,1] به صورت مفصل بیان شده است. همچنین در دو دهه‌ی گذشته مفهوم کامپوزیت‌های با خاصیت پیزوالکتریک بسیار توسعه یافته است. چنین کامپوزیت‌هایی کوپلینگ میدانی را به نمایش می‌گذارند که به تنهایی در هیچ یک از اجزای تشکیل دهنده آن، قابل مشاهده نمی‌باشد. با توجه به کاربردهایی که این مواد در دستگاه‌های تصویربرداری اولتراسونیک، سنسورها، محرک‌ها، ترانسفورماتورها و بسیاری از اجزای نوپا و در حال ظهور پیدا کرده‌اند، نیاز مبرمی به تئوری‌هایی است که قادر به پیش‌بینی پاسخ کوپل شده‌ی این دسته از مواد باشند [3].

یکی از انواع تقویت‌کننده‌هایی که برای استحکام بخشیدن به کامپوزیت‌ها استفاده می‌شود، نانولوله‌های کربن می‌باشند. نانو لوله‌های کربنی دارای خواص منحصر به فردی هستند. مدول الاستیسیته، مقاومت کششی و انعطاف‌پذیری بسیار بالای نانولوله‌های کربن سبب شده است تا از آن‌ها به شکل گسترده‌ای در ساختار نانو کامپوزیت‌ها استفاده شود [4]. عوامل بسیار زیادی بر خواص مکانیکی نانو کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربن تأثیر گذار است. ساختار، ابعاد، جهت قرارگیری و نحوه توزیع نانولوله در محیط زمینه، از جمله‌ی این عوامل است [6,5]. گستردگی این عوامل تأثیرگذار بر خواص نانو کامپوزیت حاوی نانولوله سبب شده است تا مدل‌های گوناگونی برای پیش‌بینی خواص این دسته از مواد ارائه شود. برای مثال برخی از محققین با استفاده از روابط دینامیک مولکولی به تخمین خواص نانو کامپوزیت پرداختند [9-7]. برخی با در نظر گرفتن ابعاد نانولوله به کمک روابط میکرومکانیک کامپوزیت‌ها، مدول الاستیسیته نانو کامپوزیت را محاسبه نمودند [13-10]. عده‌ای با در نظر گرفتن وجود انحنا در ساختار نانولوله، روابطی را پیشنهاد کردند [18-14]. عده‌ای دیگر نیز با تعریف المان حجمی به این امر مبادرت ورزیدند [20,19].

یکی از عوامل بسیار تأثیر گذار بر خواص نانو کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌ی کربن، وجود ناحیه‌ی فاز میانی بین فاز تقویت کننده و زمینه در کامپوزیت‌های چند فازی است. این فاز واسط، لایه نازکی بین تقویت کننده و زمینه می‌باشد که به طور عمده به دلیل واکنش‌های شیمیایی پیچیده بین فاز تقویت کننده و زمینه به وجود می‌آید [21]. در ابعاد نانو، درصد حجمی فاز میانی قابل توجه است لذا اثرات عمده‌ای بر پاسخ کل نانو کامپوزیت دارد [21]. در حقیقت استفاده درست و موثر از کامپوزیت‌ها بستگی به انتقال بار از زمینه به فاز تقویت کننده دارد که توسط همین فاز میانی انجام می‌گیرد [4]. همچنین بیشتر خرابی‌های شناخته شده در کامپوزیت‌ها مانند جدایی لایه میانی¹ یا ترک در زمینه در نزدیکی همین ناحیه اتفاق می‌افتد. بنابراین مدل‌سازی دقیق و درک صحیح از اثرات فاز میانی بر رفتار کلی کامپوزیت‌ها به منظور طراحی‌های بهینه، ضروری به نظر می‌رسد [23,22]. همچنین محققین بسیاری به بررسی اثر ناحیه فاز واسط بر روی خواص نانو کامپوزیت پرداختند که برخی از آن‌ها در [26-24] آمده است. البته بسیاری از مدل‌های ارائه شده در این زمینه دارای محدودیت بوده و برخی نیز در روند مدل‌سازی بسیار پیچیده و زمان‌بر می‌باشند.

به وسیله مدل‌سازی‌های میکرومکانیکی، خواص ماکروسکوپیک مواد چندجنسی که ذاتا تابعی از برهم‌کنش‌های میکروبی از ریزساختارهای تشکیل دهنده آن ماده است، حاصل می‌شود. مشخصات ذاتی ساختارهای تشکیل دهنده‌ی کامپوزیت‌ها در روش میکرومکانیک حفظ می‌شود و خواص موثر این مواد بر حسب خواص اجزای تشکیل دهنده شامل فاز تقویت کننده،

¹ Interfacial debonding

² Unit cell model

³ Representative volume element

⁴ Method of cell

⁵ Generalized method of cell

⁶ Simplified unit cell model

⁷ Short fiber

⁸ Pyroelectric

⁹ Dilute approximation

¹⁰ Differential scheme

¹¹ Self-consistent method

¹² Mori-Tanaka mean field method

¹³ Inclusions

$$(E_z)_{\text{Eff.NF}} = \frac{(R_{\text{NT}}^2 - (R_{\text{NT}} - t_{\text{NT}})^2)}{(R_{\text{NT}} - t_{\text{NT}}/2)^2} E_{\text{NT}} \quad (1)$$

$$(E_x)_{\text{Eff.NF}} = \frac{2J_{\text{NT}}}{J_{\text{Eff.NF}}} G_{\text{NT}} (1 + \nu_{xy \text{ Eff.NF}}) \quad (2)$$

$$(\nu_{zx})_{\text{Eff.NF}} = \frac{R_{\text{NT}}}{R_{\text{Eff.NF}}} \nu_{\text{NT}} \quad (3)$$

$$(\nu_{xy})_{\text{Eff.NF}} = \frac{1 - C_2}{1 + C_2} \quad (4)$$

که در آن

$$C_2 = \left(C_1 + 2 \frac{R_{\text{NT}}^2}{R_{\text{NT}}^2 - r_i^2} \nu_{\text{NT}}^2 \right) \frac{J_{\text{NT}}}{J_{\text{Eff.NF}} (1 + \nu_{\text{NT}})}$$

$$C_1 = \nu_{\text{NT}} - \nu_{\text{NT}}^2 + (1 - \nu_{\text{NT}}^2) \frac{R_{\text{NT}}^2 + r_i^2}{R_{\text{NT}}^2 - r_i^2}$$

$J_{\text{NT}}, E_{\text{NT}}, G_{\text{NT}}$ و ν_{NT} به ترتیب ضخامت، ممان قطبی سطح مقطع، مدول الاستیسیته، مدول برشی و ضریب پواسون نانولوله می باشند و $(\nu_{xy})_{\text{Eff.NF}}, (\nu_{zx})_{\text{Eff.NF}}, (E_x)_{\text{Eff.NF}}, (E_z)_{\text{Eff.NF}}, J_{\text{Eff.NF}}, R_{\text{Eff.NF}}$ نیز به ترتیب نمایانگر شعاع خارجی، ممان قطبی سطح مقطع، مدول های الاستیسیته طولی و عرضی و ضرایب پواسون درون صفحه ای و خارج صفحه ای موثر یک تک رشته هستند. فاز میانی، محیطی ایزوتروپ و به صورت یک سیلندر توخالی با ضخامت t و با شعاع خارجی R_{NT} در نظر گرفته می شود. خواص فاز واسط نیز بایستی با خواص محیط اندرکنشی بین اتمها به سبب وجود نیروی واندروالس یکسان باشد. بدین منظور ضریب فنریت یک سیلندر جدار ضخیم در راستای شعاعی با ضریب سفتی فنر حاصل از نیروهای واندروالس بین اتمها، معادل قرار داده می شود و از این طریق مدول الاستیسیته ای فاز واسط محاسبه می گردد [4]:

$$E_{\text{Inter}} = (1 + \nu_{\text{Inter}}) \frac{(R_{\text{NT}} - t_{\text{Inter}})^2 + (1 - 2\nu_{\text{Inter}})R_{\text{NT}}^2}{R_{\text{NT}}^2 - (R_{\text{NT}} - t_{\text{Inter}})^2} \times 2111/2\pi L_{\text{NT}} \quad (5)$$

که L_{NT} طول نانولوله و ν_{Inter} ضریب پواسون ناحیه ای فاز میانی می باشد. خواص مؤثر حرارتی و الکتریکی ناحیه ای فاز میانی برابر با خواص حرارتی و الکتریکی عرضی تک رشته ای مؤثر قرار داده می شود.

3- المان حجمی نماینده

تحلیل نانوکامپوزیت با استفاده از روش سلول واحد انجام می شود. در کامپوزیت های با الیاف تک جهته ای واقعی، آرایش الیاف درون زمینه به صورت اتفاقی می باشد اما مدل های ارائه شده، آرایش الیاف را به صورت منظم فرض می کنند. در بیشتر مدل های تحلیلی، المان محدود و عددی، سطح مقطع کامپوزیت به صورت آرایش تکرار شونده و چیدمان الیاف درون زمینه به صورت مربعی یا شش ضلعی می باشد. برای کاهش محاسبات ریاضی و زمان تحلیل، کوچکترین بخش تکرار شونده که در عین حال جامع اطلاعات⁴ باشد را به عنوان المان حجمی نماینده در نظر گرفته می شود. در واقع تمام خواص و رفتار کامپوزیت و المان حجمی نماینده یکسان فرض می شوند. در مدل سه بعدی حاضر فرض می شود که الیاف، فاز میانی و زمینه کاملاً متصل به یکدیگر باشند، هم چنین الیاف و فاز میانی به ترتیب به صورت محیط های با خواص ایزوتروپ عرضی و ایزوتروپ، و هردو با رفتار الاستیک لحاظ می شوند. مولفه های جابجایی و پتانسیل الکتریکی داخل هر سلول، توابعی خطی در نظر گرفته می شوند.

سیستم مختصات (3,2,1) برای این نمونه تعریف می گردد. محورهای 1 و

نانولوله های کربنی کوتاه است. در این تحقیق برای نزدیک شدن به رفتار هر چه واقعی تر نانولوله های تقویت کننده، با استفاده از مدلی که در [4] ارائه شده است نانولوله ای کربن به صورت یک تک رشته ای توپر با خواص ایزوتروپ عرضی، هم چنین زمینه و ناحیه فاز واسط به صورت یک محیط ایزوتروپ مدل سازی می شوند. سپس مدل سلول واحد ساده شده با آرایش نانولوله ای کربنی مربعی و معادلات ساختاری حاکم بر المان نماینده با رفتار ارتوتروپیک، برای تعیین خواص الکتروترمو مکانیکی، تعمیم داده می شود. ابتدا جهت اعتبار سنجی مدل ارائه شده، نتایج، با تحقیقات پیشین در دسترس، هم چنین با روش قانون اختلاط¹ مقایسه می شوند. در نهایت تأثیر درصد حجمی نانولوله ای کربن، ضخامت مؤثر فاز میانی و نسبت منظر² نانولوله ای کربنی کوتاه بر مؤلفه های خواص ماکروی نانوکامپوزیت، مورد بررسی قرار می گیرد. در این پژوهش تمام خواص موثر مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و پیزوالکتریکی نانوکامپوزیت علیرغم تحقیقات پیشین که هر کدام اثرات بخشی از پارامترهای نانوکامپوزیت را گزارش کرده اند، مورد بررسی قرار می گیرد.

2- نانولوله کربن، تک رشته موثر و فاز واسط

استفاده مستقیم از روابط میکرو مکانیک برای نانولوله ها به علت ساختار توخالی و عدم اتصال کامل بین ماتریس و نانولوله امکان پذیر نمی باشد [4]. بنابراین ساختار نانولوله و پیوند واندروالس بین اتم های کربن و زمینه به یک ساختار توپر استوانه ای و یک فاز واسط تبدیل می شود. این ایده ای معادل سازی پیش تر توسط توستنسون و چو³ [54] مطرح گردید. آن ها یک نانولوله کربن با قطر خارجی d را به صورت یک تک رشته ای توپر با همان قطر در نظر گرفتند. معادل سازی آن ها تنها در راستای طولی صورت گرفت و تک رشته ای موثر را یک ساختار همسانگرد در نظر گرفتند. در حالی که مطالعات سایر محققین نشان می دهد که این ساختار دارای خواص ایزوتروپ عرضی می باشد [56,55]. همچنین این معادل سازی در شرایطی نتایج دقیقی را ارائه می دهد که میزان قطر خارجی نانولوله کربن بسیار بزرگتر از چهار برابر ضخامت آن باشد که در بسیاری از موارد واقعی این چنین فیزیکی امکان پذیر نمی باشد [4]. برای مرتفع نمودن ایرادات وارده به مدل مذکور، شکریه و مهدوی [4] نیز مدلی را ارائه کردند. در این مدل نانولوله کربن با شعاع خارجی R_{NT} با یک تک رشته توپر با شعاع $R_{\text{NT}} - 0.17\text{nm}$ معادل سازی می شود، به طوری که هر دو ساختار تحت نیروی یکسان اعمالی دارای تغییر شکل یکسان در دو راستای طولی و عرضی باشند. نیروها به صورت کششی، فشاری و پیچشی اعمال می گردند. خواص به دست آمده برای تک رشته ای موثر نشان داده شده در شکل 1 طبق روابط (1) الی (4) بدست می آیند [4].

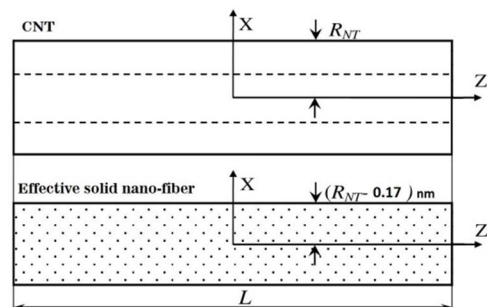


Fig. 1 CNT and Approximated nano-solid fiber [4]

شکل 1 نانولوله ای کربن و تک رشته ای توپر معادل سازی شده [4]

¹ Rule of mixture

² Aspect Ratio

³ Thostenson & Chou

⁴ informative

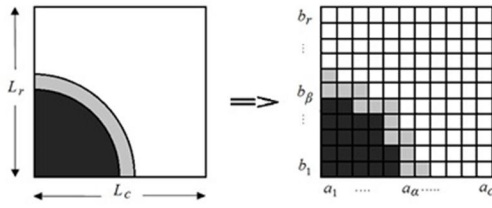


Fig. 3 Approximation of fibers circular cross section in ESUC model
 شکل 3 تقریب سطح مقطع دایره‌ای الیاف در مدل ESUC

پلاریزه شده در جهت 3 به صورت معادلات (6) بیان می‌شود [57].

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{12} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} & -e_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & -e_{32} \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & -e_{36} \\ e_{31} & e_{32} & e_{36} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_{11} - \alpha_{11}\Delta T \\ \bar{\epsilon}_{22} - \alpha_{22}\Delta T \\ 2\bar{\epsilon}_{12} - \alpha_{12}\Delta T \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{23} \\ \bar{\sigma}_{13} \\ \bar{D}_1 \\ \bar{D}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} & -e_{14} & -e_{15} \\ C_{45} & C_{55} & -e_{24} & -e_{25} \\ e_{14} & e_{15} & k_{11} & k_{12} \\ e_{24} & e_{25} & k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_{23} - \alpha_{23}\Delta T \\ \bar{\epsilon}_{13} - \alpha_{13}\Delta T \\ \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

که $\bar{\sigma}_{ij}$, \bar{D}_i , \bar{E}_j , C_{ij} , k_{ij} , e_{ij} به ترتیب مولفه‌های تنش اعمالی، جابجایی الکتریکی کل، کرنش نهایی کل، میدان الکتریکی اعمالی، سفتی مؤثر کاهشده، دی‌الکتریک مؤثر کاهشده، پیزوالکتریک مؤثر کاهشده و α_{ij} ضرایب انبساط حرارتی ماده می‌باشند.

برای استخراج خواص مؤثر الکتروترموالاستیک ماده، متناسب با هر یک از معادلات (6) المان حجمی نماینده تحت دو نوع بارگذاری جداگانه قرار می‌گیرد. به طوری که در بارگذاری نوع اول مولفه‌های بارگذاری σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} , \bar{E}_3 و در بارگذاری نوع دوم مولفه‌های بارگذاری σ_{23} , σ_{13} , \bar{E}_1 , \bar{E}_2 اعمال می‌شوند. سپس تحت هر یک از دو نوع بارگذاری، ابتدا با استفاده معادلات تعادل، مولفه‌های تنش و جابجایی الکتریکی تمام سلول‌ها بدست آمده، سپس کرنش و میدان الکتریکی هر سلول و نهایتاً کل المان محاسبه می‌شود. لذا با اعمال یک به یک مولفه‌های بارگذاری در هر یک از دو نوع بارگذاری تشریح شده و استخراج کرنش و جابجایی الکتریکی کل المان حجمی نماینده، مولفه‌های ماتریس خواص مؤثر، ستون به ستون بدست می‌آیند.

4-2- فرمول بندی میکرو مکانیکی تعمیم یافته

معادله‌ی ساختاری حاکم بر هر یک از سلول‌های المان حجمی به صورت رابطه (7) است.

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ D \end{Bmatrix}^{\alpha\beta\gamma} = [Z]^{\alpha\beta\gamma} \begin{Bmatrix} \epsilon - \epsilon^T \\ E \end{Bmatrix}^{\alpha\beta\gamma} \quad (7)$$

که σ , D , ϵ , ϵ^T , و E به ترتیب بردارهای تنش، جابجایی الکتریکی، کرنش کل، کرنش حرارتی و میدان الکتریکی سلول $\alpha\beta\gamma$ می‌باشند. $[Z]^{\alpha\beta\gamma}$ نیز ماتریس 9×9 ضرایب الکترواستاتیک سلول $\alpha\beta\gamma$ المان نماینده است. با مرتب‌سازی مجدد رابطه‌ی (7) می‌توان کرنش کل و میدان الکتریکی سلول را بر حسب تنش، جابجایی الکتریکی و کرنش حرارتی آن مطابق رابطه (8) نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon \\ E \end{Bmatrix}^{\alpha\beta\gamma} = [ZI]^{\alpha\beta\gamma} \begin{Bmatrix} \sigma \\ D \end{Bmatrix}^{\alpha\beta\gamma} + \begin{Bmatrix} \epsilon^T \\ 0 \end{Bmatrix}^{\alpha\beta\gamma} \quad (8)$$

که در آن $[ZI]^{\alpha\beta\gamma}$ معکوس ماتریس $[Z]^{\alpha\beta\gamma}$ است.

4-3- بارگذاری نوع اول

المان حجمی نماینده تحت مولفه‌های بارگذاری σ_1 , σ_2 , σ_{12} , \bar{E}_3 که

2 به ترتیب در جهت نانولوله‌ی کربنی و عمود بر راستای نانولوله‌ی کربنی تعریف می‌شوند. زمینه حاوی ماده‌ای با خواص پیزوالکتریک می‌باشد که به لحاظ مکانیکی ایزوتروپ و الاستیک بوده و در راستای محور 3 پلاریزه شده است. لذا دارای خواص الکتریکی به صورت ایزوتروپ عرضی در صفحه‌ی 12 می‌باشد (شکل 2). مطابق شکل 2 المان حجمی نماینده‌ی نانوکامپوزیت دارای طول L_r و L_c ، L_h به ترتیب در جهات 1، 2 و 3 می‌باشد و این اضلاع به ترتیب به c ، h و r قسمت تقسیم می‌گردند. متغیر شمارنده نیز به ترتیب با α ، β و γ نشان داده می‌شود. هر سلول با نام $\alpha\beta\gamma$ شناخته می‌شود. طول هر یک از سلول‌ها در جهات 1، 2 و 3 به ترتیب با a_α ، b_β و d_γ مشخص می‌گردد. سلول‌های با هسته‌ی مشکی و لایه‌ی خاکستری اطراف آن به ترتیب معرف فاز الیاف تقویت کننده و فاز میانی هستند. نسبت ضخامت مؤثر فاز میانی را مشخص می‌کند.

در نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف کوتاه، پارامتری به صورت d_γ/a_α برای الیاف، تحت عنوان نسبت منظر تعریف می‌شود. مدل فوق با نام $r \times c \times h$ (آرایش) SUC با روش سلول واحد ساده شده شناخته می‌شود.

برای مدل‌سازی هر چه واقعی‌تر نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف دارای سطح مقطع دایره‌ای شکل، می‌توان تغییراتی در هندسه‌ی المان حجمی نماینده ایجاد کرد. سطح مقطع مدل مربعی شامل یک چهارم رشته و مابقی، زمینه می‌باشد. لذا مطابق با شکل 3 دایره به سلول‌های کوچک مربعی تقسیم شده و با گروهی از سلول‌ها تقریب زده می‌شود که با نام سلول واحد ساده شده گسترش یافته (ESUC) شناخته می‌شود. متناسب با درصد حجمی الیاف و ضخامت مؤثر فاز میانی، شعاع دایره‌ی اشغالی به وسیله‌ی هر یک از دو فاز الیاف و فاز میانی مشخص می‌گردد.

4- معادلات حاکم

در این بخش ابتدا معادلات ساختاری حاکم بر سلول واحد نماینده با رفتار ارتوتروپیک، ارائه می‌گردد سپس این معادلات تعمیم داده می‌شوند. در نهایت تحت دو نوع بارگذاری، خواص نانوکامپوزیت بدست می‌آیند.

4-1- معادلات ساختاری

با توجه به خواص و رفتاری که برای هر سلول از المان حجمی نماینده در قسمت قبل بیان شد، این المان در حالت کلی رفتاری ارتوتروپیک خواهد داشت. فرم مبسوط معادله‌ی ساختاری حاکم بر مواد با رفتار ارتوتروپیک و

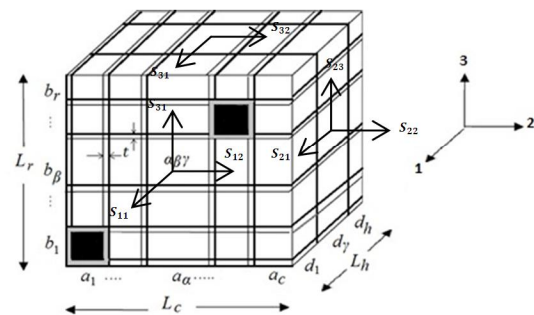


Fig. 2 3D geometry of representative volume element

شکل 2 هندسه سه بعدی المان حجمی نماینده

¹ Extended Simplified Unit Cell

{σ} در رابطه‌ی (14) آمده است.

$$\{\sigma\}^T = \left\{ \sigma_{11}^{111}, \sigma_{11}^{\alpha\beta 1}, \sigma_{11}^{cr1}, \sigma_{22}^{111}, \sigma_{22}^{1\beta\gamma}, \sigma_{22}^{1rh}, \sigma_{12}^{111}, \sigma_{12}^{\alpha 1\gamma}, \sigma_{12}^{c1h}, D_3^{111}, D_3^{\alpha 1\gamma}, D_3^{c1h} \right\} \quad (14)$$

برای محاسبه‌ی خواص مؤثر الکتروترموالاستیک در دسته معادلات اول رابطه‌ی ساختاری (6)، فرض می‌شود المان حجمی نماینده در هر مرحله تحت یکی از مؤلفه‌های بارگذاری نوع اول قرار می‌گیرد. سپس با استفاده از حل دستگاه معادلات (13) و استخراج مؤلفه‌های بردار {σ}، کرنش و میدان الکتریکی هر سلول و نهایتاً کرنش و میدان الکتریکی کل، طبق دستگاه معادلات (15) بدست می‌آید.

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^h d_{\gamma} \varepsilon_{11}^{\alpha\beta 1} = L_h \bar{\varepsilon}_{11} & (\alpha, \beta \geq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^c a_{\alpha} \varepsilon_{22}^{\alpha\beta\gamma} = L_c \bar{\varepsilon}_{22} & (\alpha, \beta \geq 1) \\ \sum_{\beta=1}^r \sum_{\alpha=1}^c d_{\gamma} a_{\alpha} \varepsilon_{12}^{\alpha\beta\gamma} = L_h L_c \bar{\varepsilon}_{12} & (\beta \geq 1) \\ \sum_{\beta=1}^r b_{\beta} E_3^{\alpha\beta\gamma} = L_r \bar{E}_3 & (\alpha, \gamma \geq 1) \end{cases} \quad (15)$$

با استفاده از رابطه‌ی میان کرنش و میدان الکتریکی کل و هر یک از مؤلفه‌های بارگذاری اعمالی در رابطه‌ی (6) خواص مؤثر الکتروترموالاستیک موجود در این رابطه یک‌به‌یک استخراج می‌شوند.

4-4- بارگذاری نوع دوم

المان حجمی نماینده تحت بارگذاری الکتریکی در صفحه‌ی 12 و مکانیکی برشی خالص S_{23} و S_{13} قرار می‌گیرد. همانند بارگذاری نوع اول، معادلات تعادل به صورت روابط (16) استخراج می‌گردند.

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^h d_{\gamma} \sigma_{23}^{\alpha\beta\gamma} = L_h S_{23} & (\alpha, \beta \geq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^c a_{\alpha} \sigma_{13}^{\alpha\beta\gamma} = L_c S_{13} & (\alpha, \beta \geq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^c \sum_{\beta=1}^r a_{\alpha} b_{\beta} D_1^{\alpha\beta 1} = L_c L_r \bar{D}_1 \\ \sum_{\gamma=1}^h \sum_{\beta=1}^r d_{\gamma} b_{\beta} D_2^{1\beta\gamma} = L_r L_h \bar{D}_2 \end{cases} \quad (16)$$

مانند بارگذاری نوع اول، با اعمال تعادل تنش‌ها و پیوستگی جابجایی الکتریکی، مطابق رابطه (17) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{\alpha\beta\gamma} = \sigma_{22}^{\alpha\beta\gamma} = \sigma_{12}^{\alpha\beta\gamma} = 0 \\ D_1^{\alpha\beta 1} = D_1^{\alpha\beta\gamma}, & (\gamma > 1) \\ D_2^{1\beta\gamma} = D_2^{\alpha\beta\gamma}, & (\alpha > 1) \\ D_3^{\alpha\beta\gamma} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

سازگاری کرنش‌ها نیز به دو رابطه‌ی (18) می‌انجامد [59].

$$\begin{cases} \varepsilon_{23}^{\alpha\beta 1} = \varepsilon_{23}^{\alpha\beta\gamma}, & (\gamma > 1) \\ \varepsilon_{13}^{1\beta\gamma} = \varepsilon_{13}^{\alpha\beta\gamma}, & (\alpha > 1) \end{cases} \quad (18)$$

با فرض اتصال کامل بین لایه‌های میانی، رابطه‌ی بین تغییرمکان طولی و زاویه‌ای المان نماینده و سلول‌ها، مطابق رابطه (19) می‌توان نوشت:

به ترتیب شامل بارگذاری قائم طولی، قائم عرضی، بارگذاری برشی 12، چنانکه در شکل 1 نشان داده شده‌اند، میدان الکتریکی در جهت عرضی 3 و بارگذاری یکنواخت ناشی از تغییرات دما قرار می‌گیرد. مؤلفه‌های تنش نرمال اعمالی و جابجایی الکتریکی کل به ترتیب با مجموع تنش‌ها و جابجایی‌های الکتریکی داخلی در سلول‌های مجاور در مرز المان در تعادلند. همچنین تنش برشی اعمالی با تنش‌های برشی داخلی سلول‌ها برابر می‌باشد. با اعمال فرضیات بیان شده، این معادلات تعادل به صورت روابط (9) استخراج می‌گردند.

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^c \sum_{\beta=1}^r a_{\alpha} b_{\beta} \sigma_{11}^{\alpha\beta 1} = L_c L_r S_1 \\ \sum_{\gamma=1}^h \sum_{\beta=1}^r d_{\gamma} b_{\beta} \sigma_{22}^{1\beta\gamma} = L_r L_h S_2 \\ \sum_{\beta=1}^r b_{\beta} \sigma_{12}^{\alpha\beta\gamma} = L_r S_{12} & (\alpha, \gamma \geq 1) \\ \sum_{\gamma=1}^h \sum_{\alpha=1}^c d_{\gamma} a_{\alpha} D_3^{\alpha 1\gamma} = L_c \bar{D}_3 \end{cases} \quad (9)$$

تعادل تنش‌های نرمال و همچنین پیوستگی جابجایی الکتریکی در سطوح مشترک سلول‌های کنار هم، منجر به ثابت ماندن مؤلفه‌های تنش نرمال و مؤلفه‌های جابجایی الکتریکی در یک ستون از سلول‌های المان حجمی نماینده می‌شود. مؤلفه‌های یکنواخت تنش و جابجایی الکتریکی سلول‌ها در المان حجمی نماینده به صورت رابطه (10) خواهند بود.

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{\alpha\beta 1} = \sigma_{11}^{\alpha\beta\gamma}, & (\gamma > 1) \\ \sigma_{22}^{1\beta\gamma} = \sigma_{22}^{\alpha\beta\gamma}, & (\alpha > 1) \\ \sigma_{13}^{\alpha\beta\gamma} = 0, & \sigma_{23}^{\alpha\beta\gamma} = 0 \\ D_1^{\alpha\beta\gamma} = 0, & D_2^{\alpha\beta\gamma} = 0 \\ D_3^{\alpha 1\gamma} = D_3^{\alpha\beta\gamma}, & (\beta > 1) \end{cases} \quad (10)$$

همچنین سازگاری کرنش‌ها در سلول‌های مجاور باعث ثابت ماندن مؤلفه‌های کرنش برشی مطابق رابطه (11) می‌گردد [37].

$$\varepsilon_{12}^{\alpha 1\gamma} = \varepsilon_{12}^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\beta > 1) \quad (11)$$

با فرض اتصال کامل لایه‌های میانی، تغییر مکان طولی و زاویه‌ای کل المان حجمی نماینده به ترتیب برابر با مجموع تغییر طول و زاویه‌ی سلول‌های یک ردیف در آن جهت می‌باشند. همچنین فرض پیوستگی پتانسیل الکتریکی بین وجهین سلول‌ها، به رابطه‌ی (12) می‌انجامد [58].

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^h d_{\gamma} \varepsilon_{11}^{11\gamma} = \sum_{\gamma=1}^h d_{\gamma} \varepsilon_{11}^{\alpha\beta\gamma}, & (\alpha \times \beta \neq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^c a_{\alpha} \varepsilon_{11}^{\alpha 11} = \sum_{\alpha=1}^c a_{\alpha} \varepsilon_{22}^{\alpha\beta\gamma}, & (\beta \times \gamma \neq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^c b_{\beta} E_3^{1\beta 1} = \sum_{\alpha=1}^c b_{\beta} E_3^{\alpha\beta\gamma}, & (\gamma \times \alpha \neq 1) \end{cases} \quad (12)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (8) در دستگاه معادلات اول روابط (6)، و استفاده از روابط (10) الی (12)، دستگاه معادلات اول روابط (6) بر اساس مؤلفه‌های تنش و جابجایی الکتریکی سلول‌ها حاصل می‌شود. نهایتاً معادلات استخراج شده به همراه معادلات تعادل (9)، دستگاه معادلات خطی (13) با

$$[A]_{m \times m} \{ \sigma \}_{m \times 1} = [F]_{m \times 1} \quad m = cr + rh + 2ch \quad (13)$$

که [A] ماتریس ضرایب، {σ} بردار حاوی مؤلفه‌های یکنواخت تنش و جابجایی الکتریکی تمام سلول‌ها و [F] بردار نیرو می‌باشد. درایه‌های بردار

جدول 1 آمده است. خواص پیژوالکتریکی فاز PZT5H به صورت زیر است [60].

$$e_{31} = -5.1 \text{ (C/m}^2\text{)}, \quad e_{33} = 27 \text{ (C/m}^2\text{)}$$

شکل‌های 5 و 6 به ترتیب روند تغییرات مولفه‌های e_{31} و C_{33} از خواص موثر را بر حسب تغییرات درصد حجمی الیاف (FVF) پیژوالکتریک PZT5H نشان می‌دهند، در این شکل‌ها نتایج مدل‌سازی میکرومکانیکی انجام شده در [60] و مدل $SUC\ 3 \times 3 \times 1$ حاضر نیز با یکدیگر مقایسه شده است. شکل 5 برای درصدهای حجمی مختلفی از نانولوله‌ی کربن تک‌جداره‌ی (5,5) شامل 0.25، 0.5 و 0.75 درصد حجمی الیاف پیژوالکتریک و شکل 6 برای قطرهای متفاوتی از تقویت نانولوله‌ی کربن، رسم شده است. در شکل 6 درصد حجمی تقویت نانولوله‌ی کربن 0.75 درصد حجمی الیاف پیژوالکتریک می‌باشد. همان طور که مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین دو مدل برقرار است.

نانوکامپوزیت متشکل از زمینه پیژو پلی وینیلیدن فلوراید¹ تقویت شده با تقویت نانولوله کربنی تحت بررسی قرار می‌گیرد. با وجود تطابق خوبی که بین مدل ارائه شده‌ی حاضر و مرجع [60] در شکل‌های 5 و 6 وجود دارد، اما مدل این مرجع به طور کامل پوشش دهنده پارامترهای بررسی شده در پژوهش حاضر نمی‌باشد، چراکه در مدل مرجع [60] اثرات فاز میانی در نظر گرفته نشده است، هم‌چنین الیاف صرفاً به صورت مربعی فرض شده‌اند، تفاوت عمده‌ی دیگر آنکه در مرجع ذکر شده، خاصیت پیژوالکتریک نانوکامپوزیت با اضافه کردن الیاف پیژو محقق شده است، اما در تحقیق حاضر، زمینه، خود دارای خواص پیژوالکتریک می‌باشد و هم‌چنین از نانولوله کربنی کوتاه به عنوان تقویت استفاده شده است. همان‌طور که بیان شد نانولوله‌ی کربنی به صورت تکرار شده توپر با خواص ایزوتروپ عرضی و فاز واسط به صورت ایزوتروپ در نظر گرفته می‌شود. زمینه نیز به لحاظ مکانیکی رفتار ایزوتروپ داشته و به سبب پلاریزه شدن در جهت عمود بر صفحه‌ی قرارگیری نانولوله‌ی کربنی، دارای خواص الکتریکی به صورت ایزوتروپ عرضی است. خواص مکانیکی و الکتریکی نانولوله کربنی و پلی‌وینیلیدن فلوراید به ترتیب در جداول 2 و 3 آمده است [61].

برای نانوکامپوزیت پلی وینیلیدن فلوراید تقویت شده با تقویت نانولوله کربن، با توجه به عدم وجود تحقیقات در دسترس، مولفه‌های ماتریس خواص موثر نانوکامپوزیت، با نتایج به دست آمده از روش قانون اختلاط² مقایسه می‌گردد. جدول 4 نتایج دو مدل را برای نانوکامپوزیت مورد نظر مقایسه می‌کند. درصد حجمی الیاف معادل نانولوله‌ی کربنی 5% در نظر گرفته شده است چراکه برای درصدهای حجمی نانولوله‌های کربن بزرگتر از 5%، هم‌چنین می‌بایست اثرات رفتار ویسکوالاستیک زمینه را در نظر گرفت [62]. هم‌چنین ضخامت مؤثر فاز میانی برای نانولوله‌ی چند جداره (20,20) با $R_{NT} = 1.36 \text{ nm}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{t}{a} = \frac{0.17}{2(R_{NT} - 0.17)} = 0.07$$

جدول 1 خواص اجزاء تشکیل دهنده کامپوزیت NRHPC [60]

اجزاء کامپوزیت	C_{11} (GPa)	C_{12} (GPa)	C_{13} (GPa)	C_{33} (GPa)	C_{44} (GPa)
CNT (5,5)	668	404	184	2153	791
CNT (20,20)	148	144	43.5	545	227
(50,50)	55.1	54.9	17.5	218	92
PZT5H	151	98	96	124	23
Spurr	5.3	3.1	3.1	5.3	0.64

¹ Polyvinylidene Fluoride (PVDF)

² Rule of mixture

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^h d_{\gamma} E_1^{11\gamma} = \sum_{\gamma=1}^h d_{\gamma} E_1^{\alpha\beta\gamma}, & (\alpha \times \beta \neq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^c a_{\alpha} E_2^{\alpha 11} = \sum_{\alpha=1}^c a_{\alpha} E_2^{\alpha\beta\gamma}, & (\beta \times \gamma \neq 1) \end{cases} \quad (19)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (8) در دستگاه معادلات دوم روابط (6)، و استفاده از روابط (17) الی (19)، دستگاه معادلات دوم روابط (6) بر اساس مولفه‌های تنش و جابجایی الکتریکی سلول‌ها حاصل می‌شود. نهایتاً معادلات استخراج شده به همراه معادلات تعادل (16)، دستگاه معادلات خطی (20) با $2(rc + rh)$ معادله و مجهول را نتیجه می‌دهند.

$$[A]_{m \times m} \{\sigma\}_{m \times 1} = [F]_{m \times 1} \quad m = 2(rc + rh) \quad (20)$$

که در رابطه‌ی (20)

$$\{\sigma\}^T = \left\{ \sigma_{23}^{111}, \sigma_{23}^{\alpha\beta 1}, \sigma_{23}^{cr1}, \sigma_{13}^{111}, \sigma_{13}^{1\beta\gamma}, \sigma_{13}^{1rh}, D_{11}^{111}, D_1^{\alpha\beta 1}, D_1^{cr1}, D_2^{111}, D_2^{1\beta\gamma}, D_2^{1rh} \right\} \quad (21)$$

مشابه بارگذاری نوع اول، با استفاده از حل دستگاه معادلات (20)، کرنش و میدان الکتریکی هر سلول و نهایتاً کرنش و میدان الکتریکی کل، طبق دستگاه معادلات (22) بدست می‌آید.

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^c \sum_{\beta=1}^r a_{\alpha} b_{\beta} \varepsilon_{23}^{\alpha\beta\gamma} = L_c L_r \bar{\varepsilon}_{23} & (\gamma \geq 1) \\ \sum_{\gamma=1}^h \sum_{\beta=1}^r d_{\gamma} b_{\beta} \varepsilon_{13}^{\alpha\beta\gamma} = L_r L_h \bar{\varepsilon}_{13} & (\alpha \geq 1) \\ \sum_{\gamma=1}^h d_{\gamma} E_1^{\alpha\beta\gamma} = L_h \bar{E}_1 & (\alpha, \beta \geq 1) \\ \sum_{\alpha=1}^c a_{\alpha} E_2^{\alpha\beta\gamma} = L_c \bar{E}_2 & (\beta, \gamma \geq 1) \end{cases} \quad (22)$$

با استفاده از رابطه‌ی میان کرنش و میدان الکتریکی کل و هر یک از مؤلفه‌های بارگذاری اعمالی در رابطه‌ی (6) خواص مؤثر الکترومکانیکی موجود در این رابطه یک‌به‌یک استخراج می‌شوند.

5- نتایج و بحث

در این پژوهش، یک مدل میکرومکانیکی برای مدل کردن خواص الکترومکانیکی موثر مواد پیژوالکتریک تقویت شده با نانولوله کربن کوتاه با در نظر گرفتن فاز میانی، تعمیم داده شده است. در این بخش ابتدا مدل ارائه شده اعتبار سنجی می‌شود، سپس تأثیر درصد حجمی نانولوله‌های کربنی، ضخامت موثر فاز میانی و نسبت منظر نانولوله‌ی کربنی بررسی می‌گردد.

5-1- اعتبارسنجی مدل

به منظور اعتبار سنجی این مدل، با توجه به اندک بودن تحقیقات پیشین در دسترس در این حوزه، نتایج مدل حاضر با نتایج به دست آمده از مدل میکرومکانیکی که ری و باترا در [60] با استفاده از روش هم‌تنش/هم‌کرنش بدست آورده‌اند، مقایسه می‌شود. در [60] کامپوزیت زمینه پلیمری اسپور تقویت شده با نانولوله‌ی کربن (CNT) تک جداره و الیاف پیژو الکتریک PZT5H (NRHPC) مورد استفاده قرار گرفته است. الیاف در راستای ضخامت با آرایش مربعی چیده شده‌اند. زمینه و نانولوله‌های کربن فاقد خواص پیژوالکتریک می‌باشند و الیاف PZT5H در راستای ضخامت پلاریزه شده‌اند. خواص مکانیکی هر یک از فازهای تشکیل دهنده‌ی نانوکامپوزیت مذکور در

با توجه به جدول 4، روش قانون اختلاط برای خواص ترمومکانیکی موثر در راستای نانولوله های کربنی نتایج قابل قبولی را ارائه می دهد. نتایج مدل میکرو مکانیکی حاضر در جهت نانولوله های کربنی بسیار نزدیک به داده های روش قانون اختلاط می باشند. عمده ضعف آن در استخراج خواص ترمومکانیکی موثر در صفحه عمود بر راستای قرارگیری نانولوله های کربنی و به خصوص خواص پیزوالکتریک و الکتریکی موثر می باشد.

5-2- اثرات درصد حجمی الیاف معادل نانولوله های کربنی

اثرات درصد حجمی نانولوله های کربن بر خواص موثر نانوکامپوزیت پلی وینیلدن فلوراید تقویت شده با تقویت بلند نانولوله کربنی مورد بررسی قرار می گیرد. ضخامت موثر فاز میانی 0.07 می باشد و تغییرات خواص الکتروترمو مکانیکی موثر نانوکامپوزیت نسبت به تغییرات درصد حجمی نانولوله های کربن از 1% تا 5% برای آرایش های تقویت مربعی SUC و ESUC و تعداد مش های مختلف $3 \times 3 \times 1$ ، $25 \times 25 \times 1$ و $50 \times 50 \times 1$ از المان حجمی نماینده استخراج می شود. شکل های 6 الی 8 تغییرات خواص مکانیکی و حرارتی موثر را نسبت به تغییرات درصد حجمی الیاف معادل نانولوله های کربنی (FVF) نشان می دهند. با افزایش درصد حجمی، مدول الاستیسیته طولی E_{11} همواره افزایش می یابد به طوری که با درصد حجمی 5% مدول یانگ در جهت نانولوله های کربنی 3 برابر می شود. اما مقدار ضریب پواسون صفحه ای ν_{23} ، ابتدا افزایش می یابد، سپس در درصدهای حجمی الیاف معادل نانولوله های کربنی بیش از 3 درصد، تقریباً در 0.48 ثابت می ماند. اما رفتار ضریب انبساط حرارتی عرضی α_{22} متفاوت از دو خاصیت دیگر است. با افزایش درصد حجمی الیاف معادل نانولوله های کربنی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد و در درصد حجمی الیاف معادل 2.4% دارای بیشترین مقدار $1/K \times 10^{-6} \times 182$ است. برای E_{11} و ν_{23} نتایج آرایش های نانولوله های کربنی مربعی و مش بندی های مختلف تقریباً یکسان است. برای α_{22} آرایش ها اندکی تفاوت دارند اما روند مشابهی را پیش بینی می کنند.

5-3- اثرات ضخامت موثر فاز میانی

تأثیر تغییرات ضخامت موثر فاز میانی بر خواص موثر نانوکامپوزیت پلی وینیلدن فلوراید تقویت شده با تقویت بلند نانولوله کربنی مورد مطالعه قرار می گیرد. به سبب اینکه خواص حرارتی و الکتریکی این فاز برابر با خواص عرضی نانولوله های کربن قرار داده شده است لذا به ازای درصد حجمی مشخصی از الیاف معادل، تأثیر تغییرات ضخامت موثر فاز میانی بر خواص

جدول 4 مقایسه خواص موثر نانوکامپوزیت بدست آمده از مدل حاضر با قانون اختلاط
Table 4 Comparison between the nano-composites' effective properties obtained from the present model and rule of mixture

قانون اختلاط	مدل حاضر	خواص الکتروترمو مکانیکی
52.95	52.95	مدول یانگ E_{11} (GPa)
2.68	3.04	مدول یانگ E_{22} (GPa)
1.00	1.21	مدول برشی G_{12} (GPa)
0.33	0.33	نسبت پواسون ν_{12}
11.40	11.40	ثابت انبساط حرارتی α_{11} ($10^{-6}/K$)
1.40	1.79	ثابت انبساط حرارتی α_{22} ($10^{-6}/K$)
0.022	0.019	ثابت پیزوالکتریک e_{31} (C/m ²)
0.022	0.022	ثابت پیزوالکتریک e_{32} (C/m ²)
0.024	0.018	ثابت پیزوالکتریک e_{33} (C/m ²)
5.95	4.42	ثابت دی الکتریک κ_{33} (10^{-10} C/Vm)

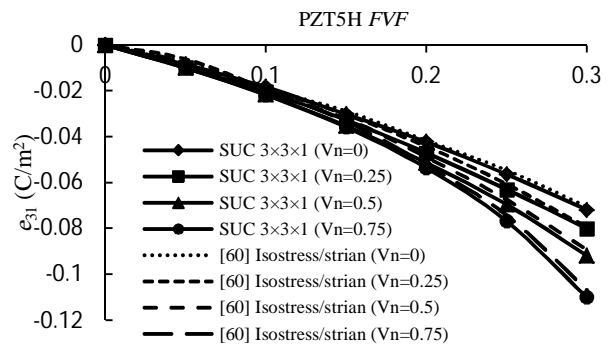


Fig. 4 Variation of effective e_{31} of NRHPC Nanocomposite with PZT5H FVF for various CNT FVF

شکل 4 تغییرات مؤلفه مؤثر e_{31} نانوکامپوزیت NRHPC بر حسب تغییرات درصد حجمی الیاف PZT5H برای درصدهای حجمی متفاوتی از نانولوله های کربن

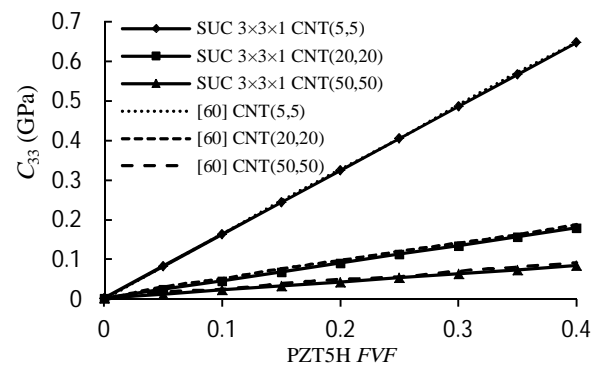


Fig. 5 Variation of effective C_{33} of NRHPC Nanocomposite with PZT5H FVF for various CNT diameters

شکل 5 تغییرات مؤلفه مؤثر C_{33} نانوکامپوزیت NRHPC بر حسب تغییرات درصد حجمی الیاف PZT5H برای قطرهای متفاوتی از نانولوله های کربن

جدول 2 خواص نانولوله کربن [61]

Table 2 Properties of the carbon nano-tube [61]

مقدار	خواص الکتروترمو مکانیکی
1.0554	ثابت الاستیک سفتی C_{11} (TPa)
0.4113	ثابت الاستیک سفتی C_{22} (TPa)
0.1517	ثابت الاستیک سفتی C_{12} (TPa)
0.1339	ثابت الاستیک سفتی C_{23} (TPa)
0.1925	ثابت الاستیک سفتی C_{66} (TPa)
5.17	ثابت انبساط حرارتی α_{11} ($10^{-6}/K$)
3.46	ثابت انبساط حرارتی α_{22} ($10^{-6}/K$)

جدول 3 خواص پلی وینیلدن فلوراید [61]

Table 3 Properties of PVDF [61]

مقدار	خواص الکتروترمو مکانیکی
3.8	ثابت الاستیک سفتی C_{11} (GPa)
1.9	ثابت الاستیک سفتی C_{12} (GPa)
1.45	ثابت انبساط حرارتی α ($10^{-4}/K$)
0.3	نسبت پواسون ν
0.024	ثابت پیزوالکتریک e_{31} (C/m ²)
-0.027	ثابت پیزوالکتریک e_{33} (C/m ²)
0.65	ثابت دی الکتریک κ_{33} (10^{-10} C/Vm)

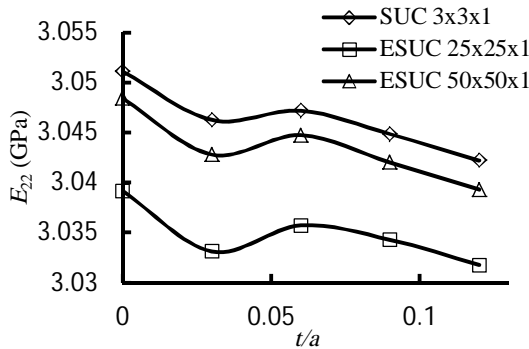


Fig. 9 Variation of effective E_{22} with effective thickness of interphase
شکل 9 تغییرات E_{11} مؤثر بر حسب ضخامت مؤثر فاز میانی

را پیش بینی می کنند.

5-4- اثرات نسبت منظر نانولوله ی کربنی

اثرات نسبت منظر نانولوله ی کربنی بر خواص مؤثر نانوکامپوزیت مورد بررسی قرار می گیرد. درصد حجمی نانولوله ی کربن 5% و ضخامت مؤثر فاز میانی 0.07 می باشد. نانولوله های کربن تقویت کننده بصورت الیاف کوتاه با نسبت منظر 1 تا 1000 در نظر گرفته می شوند و خواص الکتروترمو مکانیکی مؤثر نانوکامپوزیت استخراج می گردد. شکل های 12 الی 14 تغییرات خواص پیزوالکتریک مؤثر e_{31} ، e_{33} و ثابت دی الکتریک مؤثر κ_{33} نانوکامپوزیت را نسبت به تغییرات نسبت منظر الیاف معادل نانولوله ی کربنی نشان می دهد (محور افقی به صورت لگاریتمی در مبنای 10 نمایش داده شده است). از آنجایی که الیاف معادل، خواص پیزوالکتریک ندارند، با افزایش نسبت منظر الیاف معادل تمامی مولفه های پیزوالکتریک مؤثر کاهش یافته تا اینکه بعد از نسبت منظر الیاف معینی به حد ثابتی می رسند. این مقدار برای e_{31} 0.021 C/m^2 و برای e_{33} -0.022 C/m^2 است.

برای κ_{33} نیز به علت اینکه فرض شده است نانولوله ی کربنی خواص الکتریکی ندارند، لذا با افزایش نسبت منظر الیاف معادل نانولوله ی کربنی، ضریب دی الکتریک ابتدا کاهش یافته و سپس در مقدار $0.055 \times 10^{-9} \text{ C/V.m}$ ثابت می ماند. برای هر سه خاصیت بررسی شده در این بخش آرایش نانولوله ی کربنی مربعی با مش بندی های متفاوت، مقادیر تقریباً یکسانی را پیش بینی می کنند.

6- نتیجه گیری

رفتار الکتروترمو مکانیکی نانوکامپوزیت پلی وینیلدن فلوراید تقویت شده با

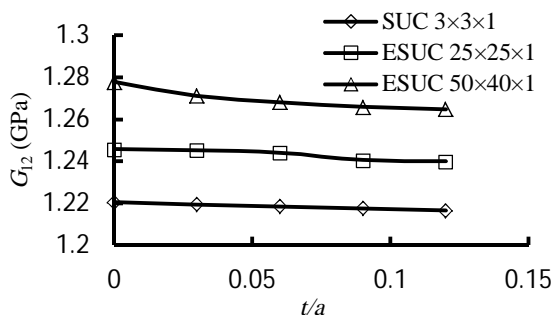


Fig. 10 Variation of effective G_{12} with effective thickness of interphase
شکل 10 تغییرات G_{12} مؤثر بر حسب ضخامت مؤثر فاز میانی

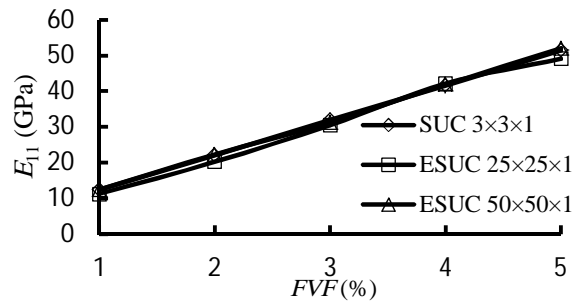


Fig. 6 Variation of effective E_{11} with the CNT FVFs
شکل 6 تغییرات E_{11} مؤثر بر حسب درصدهای حجمی نانولوله ی کربن

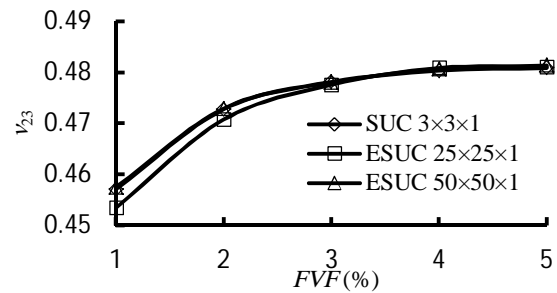


Fig. 7 Variation of effective ν_{23} with the CNT FVFs
شکل 7 تغییرات ν_{23} مؤثر بر حسب درصدهای حجمی نانولوله ی کربن

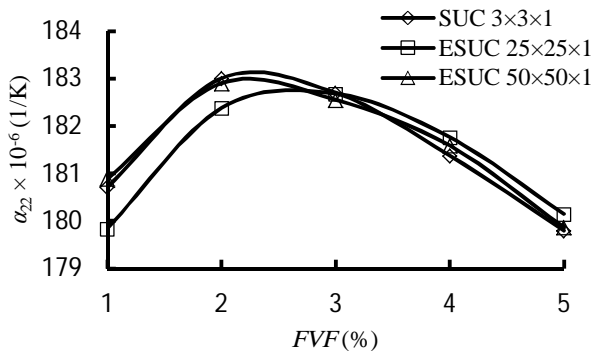


Fig. 8 Variation of effective α_{22} with the CNT FVFs
شکل 8 تغییرات α_{22} مؤثر بر حسب درصدهای حجمی نانولوله ی کربن

حرارتی و الکتریکی مؤثر، معادل افزایش درصد حجمی نانولوله ی کربن خواهد بود که در بخش قبل بررسی شد و به همین دلیل تاثیرات تغییر ضخامت مؤثر فاز میانی در این بخش تنها بر خواص مکانیکی مؤثر نانوکامپوزیت تحت بررسی قرار می گیرد.

درصد حجمی الیاف معادل نانولوله ی کربنی 5% در نظر گرفته می شود و خواص مؤثر نانوکامپوزیت برای ضخامت های مؤثر فاز میانی 0.03، 0.06، 0.09، 0.12 و همچنین بدون فاز میانی استخراج می شوند. شکل های 9 الی 11 تغییرات مدول الاستیسیته ی عرضی مؤثر E_{22} ، مدول برشی مؤثر G_{12} و ضریب انبساط حرارتی طولی مؤثر α_{11} را نسبت به تغییرات ضخامت مؤثر فاز میانی نشان می دهد. با افزایش ضخامت مؤثر فاز میانی، E_{22} یک سیر نزولی با شیب بسیار کم دارد و تقریباً به سمت 3GPa میل می کند، مدول G_{12} تقریباً ثابت می ماند. اما α_{11} یک شیب صعودی را طی می کند. برای α_{11} نتایج آرایش های نانولوله ی کربنی مربعی و مش بندی های مختلف تقریباً یکسان است. برای G_{12} و E_{22} آرایش ها اندکی تفاوت دارند اما روند مشابهی

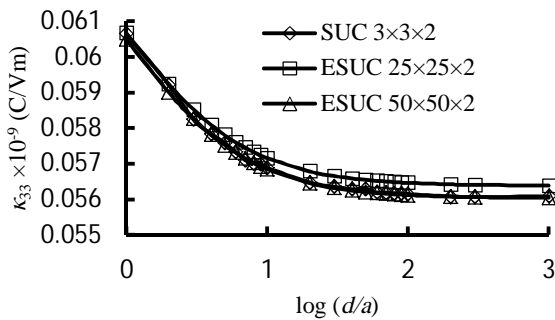


Fig. 14 Variation of effective k_{33} with aspect ratio of equivalent fibers
شکل 14 تغییرات k_{33} مؤثر بر حسب نسبت منظر الیاف معادل

نانولوله‌ی کربنی و ضخامت مؤثر فاز میانی بر خواص ماکرووی پیزونانوکامپوزیت مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش تمام خواص مؤثر مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و پیزوالکتریکی نانوکامپوزیت مطالعه شد. با توجه به نتایج بدست آمده:

1. برای اکثر خواص نانوکامپوزیت، روش‌های SUC و ESUC که به ترتیب نشان‌دهنده شکل نانولوله‌ی کربن مربعی و دایره‌ای هستند، نتایج یکسانی دارند. حتی در مواردی هم که تفاوت وجود دارد، روند تغییرات دو روش، مشابه است.
2. افزایش درصد حجمی نانولوله‌ی کربن، تاثیر بسزایی در بهبود خواص مؤثر مکانیکی و حرارتی نانوکامپوزیت دارد، به طوری که با درصد حجمی 5% مدول یانگ در جهت نانولوله‌ی کربنی 3 برابر می‌شود.
3. مدل‌سازی ناحیه‌ی فاز میانی تاثیر قابل توجهی بر روی خواص حرارتی نانوکامپوزیت دارد، اما تاثیر آن بر خواص مکانیکی اندک است. لذا بهتر است مدل‌سازی آن برای پیش‌بینی هر چه واقعی‌تر رفتار نانوکامپوزیت‌ها در نظر گرفته شود.
4. با توجه روند تغییرات پارامترهای رفتاری الکتروترمو مکانیکی نانوکامپوزیت می‌توان از نسبت‌های منظر 100 به بالاتر، نانولوله‌ی کربنی کوتاه را به عنوان نانولوله‌ی کربنی بلند و مدل را به صورت یک مدل دو بعدی با حالت کرنش صفحه‌ای در نظر گرفت.

7- مراجع

- [1] M. V. Gandhi, B. S. Thompson, *Smart materials and structures*, pp. 175-184, New York: Chapman & Hall, 1992.
- [2] K. Uchino, *Piezoelectric Devices*, pp. 145-197, New York: Marcel Dekker Inc., 2000.
- [3] M. L. Dunn, M. Taya, Micromechanics predictions of the effective electroelastic moduli of piezoelectric composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 161-75, 1993.
- [4] M. Shokriye, S. M. Mahdavi, Micromechanical model to evaluate the effects of dimensions and interphase region on the elastic modulus of CNT/polymer composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 3, pp. 13-25, 2011. (in Persian)
- [5] A. Selmi, C. Friebe, A. Doghri, H. Hassis, Prediction of the elastic properties of single walled carbon nanotube reinforced polymers: A comparative study of several micromechanical models, *Composite Science and Technology*, Vol. 67, No. 10, pp. 2071-2084, 2007.
- [6] J. B. Bai, L. Ci, The reinforcement role of carbon nanotubes in epoxy composites with different matrix stiffness, *Composite Science and Technology*, Vol. 66, No. 3-4, pp. 599-603, 2006.
- [7] G. M. Odegard, T. S. Gates, K. E. Wise, L. M. Nicholson, Equivalent-continuum modeling of nano-structured materials, *Composite and Science Technology*, Vol. 62, No. 14, pp. 1869-1880, 2002.
- [8] M. Griebel, J. Hamaekers, Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer-carbon nanotube composites, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193, No. 17-20, pp. 1773-1788, 2004.

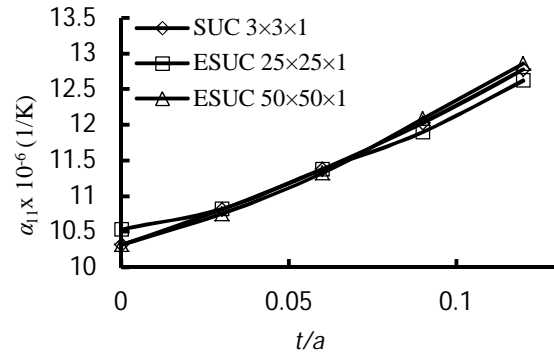


Fig. 11 Variation of effective α_{11} with effective thickness of interphase
شکل 11 تغییرات α_{11} مؤثر بر حسب ضخامت مؤثر فاز میانی

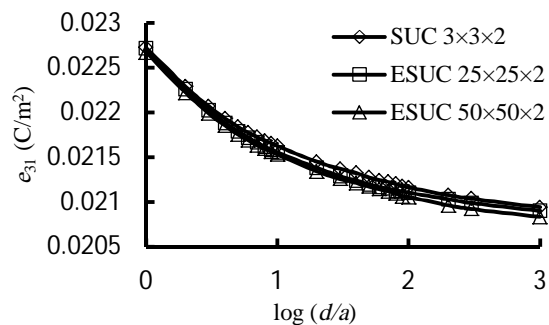


Fig. 12 Variation of effective e_{31} with aspect ratio of CNT equivalent fibers

شکل 12 تغییرات e_{31} مؤثر بر حسب نسبت منظر الیاف معادل نانولوله‌ی کربنی

تقویت نانولوله کربنی با بسط مدل میکرو مکانیکی تحلیلی سلول واحد ساده شده، استخراج گردید. آرایش نانولوله‌ی کربنی در زمینه به صورت منظم و مربعی فرض گردید. نانو لوله کربن به صورت تک رشته توپر با رفتار ایزوتروپ عرضی در نظر گرفته شده و فاز واسط بین نانولوله کربن و زمینه که دارای پیوند واندروالس است، با استفاده از روابط مکانیک محیط پیوسته معادل با ماده ایزوتروپ جایگزین شده است. زمینه نیز ماده‌ای با خواص پیزوالکتریکی می‌باشد که به لحاظ مکانیکی ایزوتروپ و الاستیک بوده و در جهت عمود بر نانولوله‌ی کربنی پلاریزه شده است. ابتدا جهت اعتبار سنجی مدل ارائه شده، نتایج، با تحقیقات پیشین در دسترس، هم‌چنین با روش قانون اختلاط مقایسه شده و سپس اثرات درصد حجمی و نسبت منظر الیاف معادل

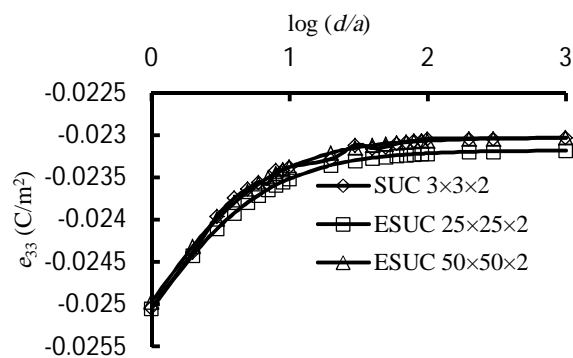


Fig. 13 Variation of effective e_{33} with aspect ratio of equivalent fibers
شکل 13 تغییرات e_{33} مؤثر بر حسب نسبت منظر الیاف معادل

- International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 7, pp. 1987–2017, 2002.
- [35] M. M. Aghdam, A. Dezhsetan, Micromechanics based analysis of randomly distributed fiber reinforced composites using simplified unit cell model, *Composite Structures*, Vol. 71, No. 3-4, pp. 327–332, 2005.
- [36] M. M. Aghdam, D. J. Smith, M. J. Pavier, Finite Element Micromechanical Modelling of Yield and Collapse Behaviour of Metal Matrix Composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, No. 3, pp. 499-528, 2000.
- [37] M. J. Mahmoodi, M. M. Aghdam, Shakeri, Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to off-axis loading, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 829-836, 2010.
- [38] J. Aboudi, The effective moduli of short-fiber composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 19, No. 8, pp. 693–707, 1983.
- [39] J. A. Naim, Thermoelastic analysis of residual stresses in unidirectional, high performance composites, *Polymer Composites*, Vol. 6, No. 2, 123-130, 1985.
- [40] N. J. Pagano, G. P. Tandon, Elastic response of multidirectional coated fiber composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 31, No. 4, pp. 273-293, 1990.
- [41] S. Saber-Samandari, A. Afaghi Khatibi, The effect of interphase on the elastic modulus of polymer based nanocomposites, *Key Engineering Materials*, Vol. 312, pp. 199-204, 2006.
- [42] B. Arash, H. S. Park, T. Rabczuk, Mechanical properties of carbon nanotube reinforced polymer nanocomposites A coarse-grained model, *Composites Part B*, Vol. 80, pp. 92-100, 2015.
- [43] D. Cipriani, K. Jacob, R. Tannenbaum, Characterization of Polymer Nanocomposite Interphase and Its Impact on Mechanical Properties, *Macromolecules*, Vol. 39, No. 19, pp. 6565-6573, 2006.
- [44] H. F. Tiersten, *Linear piezoelectric plate vibrations*, pp. 141-162, New York: Plenum Press, 1969.
- [45] T. R. Tauchert, Piezothermoelastic behaviour of a laminated plate, *Journal of Thermal Stress*, Vol. 15, No. 1, pp. 25-37, 1992.
- [46] ABAQUS/standard user's manual, version 6.1, Vol. 2. Pawtucket, RI :Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc, 2000.
- [47] R. E. Newnham, D. P. Skinner, L. E. Cross, Connectivity and piezoelectric-pyroelectric composites, *Material Research Bulltin*, Vol. 13, No. 5, pp. 525–536, 1978.
- [48] W. A. Smith, B. A. Auld, Modeling 1–3 composite piezoelectrics: thickness-mode oscillations, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 38, No. 1, pp. 40–47, 1991.
- [49] W. A. Smith, Modeling 1–3 composite piezoelectrics: hydrostatic response, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 40, No. 1, pp. 41–49, 1993.
- [50] A. A. Grekov, S. O. Kramarov, A. A. Kuprienko, Effective properties of a transversely isotropic piezocomposite with cylindrical inclusions, *Ferroelectrics*, Vol. 99, pp. 115–26, 1989.
- [51] M. L. Dunn, Micromechanics of coupled electroelastic composites: effective thermal expansion and pyroelectric coefficients, *Journal of Applied Physics*, Vol. 73, No. 10, pp. 5131–5140, 1993.
- [52] T. Mori, K. Tanaka, Average stresses in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, Vol. 21, No. 5, pp. 571–574, 1973.
- [53] I. Sevostianov, V. Levin, M. Kachanov, On the modeling and design of piezocomposites with prescribed properties, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 71, pp. 733–747, 2001.
- [54] E. T. Thostenson, T. W. Chou, On the elastic properties of carbon nanotube-based composites: modeling and characterization, *Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, pp. 573–82, 2003.
- [55] M. Shokrieh, R. Rafiee, Stochastic multiscale modeling of CNT/polymer composites, *Computational Materials Science*, Vol. 50, pp. 437-446, 2010.
- [56] G. M. Odegard, T. S. Gates, K. E. Wise, C. Park, E. J. Siochi, Constitutive modeling of nanotube-reinforced polymer composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 63, pp. 1671–1687, 2003.
- [57] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and Analysis*, second edition, pp. 245-296, New York: CRC Press, 2004.
- [58] M. J. Mahmoodi, M. M. Aghdam, Damage analysis of fiber reinforced Ti-alloy subjected to multi-axial loading—A micromechanical approach, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 528, No. 27, pp. 7983-7990, 2011.
- [59] M. K. Hassanzadeh Aghdam, M. J. Mahmoodi, Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 86-97, 2013. (in Persian فارسی)
- [60] M. C. Ray, R. C. Batra, Effective properties of carbon nanotube and piezoelectric fiber reinforced hybrid smart composites, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 76, No. 3, 2009.
- [61] A. Ghorbanpour Arani, M. Rahnama Mobarakeh, Sh. Shams, M. Mohammadimehr, The effect of CNT volume fraction on the magneto-thermo-electro-mechanical behavior of smart nanocomposite cylinder, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 26, No. 8, pp. 2565-2572, 2012.
- [62] A. K. Gupta, S. P. Harsha, "Analysis of mechanical properties of carbon nanotube reinforced polymer composites using continuum mechanics approach", *Procedia Materials Science*, Vol. 6, pp. 18-25, 2014.
- [9] Y. Han, J. Elliott, Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites, *Computational Materials Science*, Vol. 39, No. 2, pp. 315–323, 2007.
- [10] E. T. Thostenson, T. W. Chou, On the elastic properties of carbon nanotube-based composites: modeling and characterization, *Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, pp.573–82, 2003.
- [11] R. G. Villoria, A. Miravete, Mechanical model to evaluate the effect of the dispersion in nanocomposites, *Acta Materialia*, Vol. 55, No. 9, pp. 3025–3031, 2007.
- [12] P. L. Lahoz, W. Maser, T. Martinez, A. Benito, T. Seeger, P. Cano, R. Villoria, A. Miravete, Mechanical Characterization of Carbon Nanotube Composite Materials, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 12, pp. 13–19, 2005.
- [13] G. D. Seidel, D. Lagoudas, Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, pp. 884–907, 2006.
- [14] F. T. Fisher, R. D. Bradshaw, L. C. Brinson, Fiber waviness in nanotube-reinforced polymer composites-I: Modulus predictions using effective nanotube properties, *Composites Science and Technology*, Vol. 63, pp. 1689-1703, 2003.
- [15] R. D. Bradshaw, F. T. Fisher, L. C. Brinson, Fiber waviness in nanotube-reinforced polymer composites-II: modeling via numerical approximation of the dilute strain concentration tensor, *Composite and Science Technology*, Vol. 63, pp. 1689-1703, 2003.
- [16] V. Anumandla, R. F. Gibson, A comprehensive closed form micromechanics model forestimating the elastic modulus of nanotube reinforced composites, *Composites: Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 37, pp. 2178–2185, 2006.
- [17] D. L. Shi, X. Q. Feng, Y. Y. Huang, K. C. Hwang, H. Gao, The Effect of Nanotube Waviness and Agglomeration on the Elastic Property of Carbon Nanotube-Reinforce Composites, *Engineering Materials and Technology*, Vol. 126, pp. 250-257, 2004.
- [18] L. H. Shao, R. Y. Luo, S. L. Bai, J. Wang, Prediction of effective moduli of carbon nanotube-reinforced composites with waviness and debonding, *Composite Structures*, Vol. 87, No. 3, pp. 274–281 2009.
- [19] Y. J. Liu, K. L. Chen, Evaluations of the effective material properties of carbon nanotube-based composites using a nanoscale representative volume element, *Mechanics of Materials*, Vol. 35, No. 1-2, pp. 69-81, 2003.
- [20] X. L. Chen, Y. J. Liu, Square representative volume elements for evaluating the effective material properties of carbon nanotube-based composites, *Computational Materials Science*, Vol. 29, No. 1, pp. 1–11, 2004.
- [21] F. Deng, K. J. Van Vliet, Prediction of elastic properties for polymer-particle nanocomposites exhibiting an interphase, *Nanotechnology*, Vol. 22, No. 16, 2011.
- [22] M. J. Mahmoodi, M.K. Hassanzadeh Aghdam, R. Ansari, Interphase effects on the mechanical properties of randomly distributed fiber reinforced composites subjected to off-axis loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 217-226, 2015. (in Persian فارسی)
- [23] M. J. Mahmoodi, M.K. Hassanzadeh Aghdam, R. Ansari, Effects of interphase damage on the elastoviscoplastic behavior of general unidirectional metal matrix composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 95-105, 2015. (in Persian فارسی)
- [24] H. Wan, F. Delale, L. Shen, Effect of CNT length and CNT-matrix interphase in carbon nanotube (CNT) reinforced composites, *Mechanics Research Communication*, Vol. 32, No. 5, pp. 481–489, 2005.
- [25] P. Hernandez, F. Aviles, Modeling the influence of interphase on the elastic properties of carbon nanotube composites, *Computational Materials Science*, Vol. 47, pp. 926–933, 2010.
- [26] G. D. Seidel, D. C. Lagoudas, Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, No. 8-10, pp. 884–907, 2006.
- [27] P. J. Hine, H. R. Lusti, A. A. Gusev, Numerical simulation of the effects of volume fraction, aspect ratio and fibre length distribution on the elastic and thermoelastic properties of short fibre composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 62, No. 10-11, pp. 1445–1453, 2002.
- [28] M. Bayat, M. M. Aghdam, A micromechanics-based analysis of effects of square and hexagonal fiber arrays in fibrous composites using DQEM, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 32, pp. 32-40, 2012.
- [29] R. Hill, A self-consistent mechanics of composite materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 13, No. 4, pp. 213–222, 1965.
- [30] Z. Hashin, B. W. Rosen, The elastic moduli of fiber-reinforced materials, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, No. 2, pp. 223-232, 1964.
- [31] J. Aboudi, Closed form constitutive equations for metal matrix composites, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 25, No. 9, pp. 1229-1240, 1987.
- [32] J. Aboudi, Micromechanical analysis of composites by the method of cells, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42, No. 7, pp. 193-221, 1989.
- [33] R. Haj-Ali, J. Aboudi, Nonlinear micromechanical formulation of the high fidelity generalized method of cells, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 13, pp. 2577-2592, 2009.
- [34] B. A. Bednarczyk, S. M. Arnold, Transverse Tensile and Creep Modeling of Continuously Reinforced Titanium Composites with Local Debonding,