



## بررسی تجربی اثر گشتاور اتصالات بر خواص ارتعاشاتی فیکسچر

سید حسین منوری<sup>1</sup>، احسان معانی<sup>2</sup>، حسین نجات پیشکناری<sup>3\*</sup> مهدی الوندی<sup>4</sup>

1- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

2- استادیار، علوم مهندسی، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

4- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\*nejat@sharif.edu - 11559567 - صندوق پستی

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 12 مهر 1395

پذیرش: 07 آبان 1395

ارائه در سایت: 18 آبان 1395

کلید واژگان:

شیکر

فیکسچر

آنالیز دینامیکی

پاسخ فرکانسی

### چکیده

برای انجام تست‌های ارتعاشی یک سازه توسط شیکر، نمونه تست توسط یک فیکسچر به سازه متصل می‌گردد. از آن‌جا که فیکسچر کاملاً صلب نمی‌باشد، بر دینامیک نمونه تست تأثیرگذار بوده و طراحی بهینه آن از اهمیت بالایی برخوردار است. همچنین عدم قطعیت خصوصیات مکانیکی نظیر اتصالات در فرایند اسمبل نمودن ممکن است سبب به وجود آمدن ارتعاشات ناخواسته یا تشدید گردد. یکی از موارد اجتناب‌ناپذیر در انجام تست‌های ارتعاشی با شیکر، اتصال نمونه تست به وسیله فیکسچر می‌باشد. در این مقاله، مدل ریاضی شیکر به همراه فیکسچر به صورت یک مدل دو درجه آزادی در نظر گرفته شده و یک شکل بهینه برای فیکسچر استخراج می‌شود. فرکانس‌ها و مودهای فیکسچر طراحی شده به صورت عددی و تجربی آنالیز شده و مقایسه می‌گردد. تأثیر میزان سفتی پیچ‌های اتصال فیکسچر به شیکر با جزئیات زیاد مورد تست قرار گرفته و تأثیر آن بر فرکانس مودهای مختلف و نسبت انتقال آنالیز می‌شود. با آزمایشات انجام شده مشخص می‌شود که افزایش میزان سفتی گشتاور پیچ‌ها، فرکانس همه مودها را افزایش می‌دهد. همچنین افزایش سفتی باعث افزایش نسبت انتقال نیز می‌گردد. علاوه بر آن، نشان داده می‌شود که با افزایش بیشتر سفتی پیچ‌ها تقریباً به 50 درصد سفتی بیشینه مجاز، تغییر خاصی در فرکانس‌های مودها و نسبت انتقال مشاهده نمی‌شود. با آنالیز نتایج تجربی صورت گرفته، مقدار بهینه برای گشتاور سفتی پیچ‌ها ارائه می‌گردد که روند انجام شده می‌تواند در طراحی و تست موارد مشابه نیز استفاده گردد.

## Experimental Analysis of Connection Torques on Fixture Vibration Characteristics

Seyyed Hossein Monavari<sup>1</sup>, Ehsan Maani<sup>2</sup>, Hossein Nejat Pishkenari<sup>3\*</sup>, Mehdi Alvandi<sup>3</sup>

1- Mechanical Engineering Department, University of Semnan, Semnan, Iran

2- Engineering Science School, College of Engineering, University of Tehran, Iran

3-Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

\*P.O.B. 11559567, Tehran, Iran, nejat@sharif.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 03 October 2016  
Accepted 28 October 2016  
Available Online 08 November 2016

Keywords:  
Shaker  
Fixture  
Dynamic Analysis  
Frequency Response

### ABSTRACT

Dynamic analysis of structures is of significant importance in a variety of applications. Modal parameters identification can be utilized in resonance frequency estimation, fault detection and its diagnostics in many industrial applications from automobile to aerospace and satellite industries. To perform the vibration tests utilizing shaker, test sample should be connected to shaker using fixture. No fixture can reproduce a perfectly rigid boundary condition; at some frequencies the interaction between the fixture and the structure will become important, causing the modes of the assembly to be considerably different from the fixed-base modes that would be predicted by an idealized finite element model. However, it would be very convenient to be able to estimate the fixed-base modes of a structure experimentally so they could be used to update or validate the model for the structure. In this paper, two degree of freedom model is considered for the system and optimal shape for fixture is designed based on the analytical analysis. Mode shapes and frequencies of fixture are investigated numerically and compared with experimental results. Effect of connection torques on the system dynamics such as power spectral density and natural frequencies is studied by performing different experimental analyses.

### 1- مقدمه

با انجام ارتعاشات با دامنه و فرکانس مشخص بر سازه صورت می‌گیرد. بسیاری از صنایع مانند صنایع دفاعی، هوافضا، خودروسازی، راه آهن و صنایع نیروگاهی، در مرحله تست قطعات و محصولات خود نیاز به انجام تست‌های ارتعاشی مختلف دارند که معمولاً مهمترین و ضروری‌ترین این تست‌ها، انجام تست‌های ارتعاشی می‌باشد [1]. تست‌های ارتعاشی همچنین در تشخیص و

پدیده ارتعاشات یکی از پدیده‌های کلاسیک بسیار مهم می‌باشد که از زمان نیوتن تاکنون توجه بسیاری از محققان در سرتاسر دنیا را جلب کرده است. ارتعاشات مکانیکی برای مطالعه تأثیر ارتعاشات در مواد و سازه‌ها در گسترده وسیعی از کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. تست‌های ارتعاشی

Please cite this article using:

S. H. Monavari, E. Maani, H. Nejat Pishkenari, M. Alvandi, Experimental Analysis of Connection Torques on Fixture Vibration Characteristics, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 323-329, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

توجه به الزامات موجود و روابط تحلیلی دینامیک، شکل کلی فیکسچر استخراج می‌شود. فیکسچر موردنظر با استفاده از نرم‌افزار انسیس آنالیز مودال شده و نتایج آن با نتایج تجربی انجام شده مقایسه می‌گردد. تست‌های آنالیز مودال برای مقدار گشتاورهای سفتی مختلف انجام گرفته و فرکانس مودهای مختلف مقایسه می‌شود.

روند این مقاله به این صورت است که بعد از معرفی الزامات طراحی فیکسچر در بخش 2، مدل‌سازی ریاضی در بخش 3 آورده شده و روند طراحی و ساخت در بخش 4 تشریح می‌گردد. در بخش 5 تحلیل نتایج تجربی همراه با نمودارها و توضیحات لازم آورده شده و آنالیز انجام می‌گیرد و مقاله نهایتاً با جمع‌بندی و نتیجه‌گیری در بخش 6 خاتمه می‌یابد.

## 2- الزامات طراحی فیکسچر

پیش‌بینی پارامترهای مودال مانند فرکانس رزونانس و شکل مودها به‌عنوان یک مرحله اساسی در طراحی سازه‌های مختلف می‌باشد. برای رسیدن به این اهداف، به‌طور معمول روش‌های عددی براساس مدل اجزای محدود مورد استفاده قرار می‌گیرد. عدم قطعیت خصوصیات مکانیکی نظیر اتصالات و تلورانس‌ها در فرایند اسمبل نمودن قطعات، سبب اختلاف بین نتایج عددی و آزمایشگاهی می‌شود. از طرفی اتصالات ممکن است سبب به‌وجود آمدن ارتعاشات ناخواسته یا رزونانس شود. بنابراین یکی از الزامات اساسی در طراحی فیکسچر این است که فیکسچر روی رفتار دینامیکی اجزای زیر تست تأثیری نداشته باشد. برای انجام دادن تست‌های ارتعاشی روی شیکرهای الکترو دینامیکی، نمونه تستی باید به وسیله یک فیکسچر به‌طور مناسب به شیکر وصل شود. شکل 1 شماتیکی از اتصال یک قطعه تست به شیکر را نشان می‌دهد. اجزای این شکل به ترتیب از بالا به پایین شامل قطعه تست، فیکسچر، سر انبساطی و شیکر می‌باشد.

برای این‌که فیکسچر اثر کمی در انتقال جابجایی و نیروی شیکر به قطعه تست داشته باشد، پایین‌ترین فرکانس رزونانس فیکسچر باید خیلی بزرگ‌تر از رنج فرکانسی سازه زیر تست باشد.

این شرط اجازه می‌دهد که تداخل دینامیکی بین فیکسچر و نمونه تست رخ ندهد. دربرخی شرایط برای تست یک قطعه با سطح ارتعاشی کم و ابعاد بزرگ از سر انبساطی مطابق شکل 1 استفاده می‌شود.

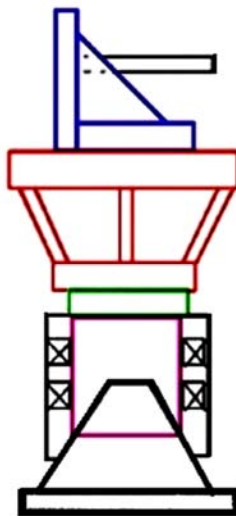


Fig. 1 Schematic of shaker and fixture

شکل 1 اجزای مختلف یک فیکسچر به همراه شیکر

رفع عیب کاربرد فراوان دارد [2]. تست‌های ارتعاشی معمولاً به صورت تست‌های اتفاقی و یا تست‌های سینوسی با فرکانس‌های مختلف صورت می‌گیرد که در تشخیص عمر قطعه و همچنین دوره شکست آن کاربرد فراوان دارد [3].

انجام این‌گونه تست‌های ارتعاشی معمولاً توسط شیکر صورت می‌گیرد که به‌صورت کلی یک آرمیچر می‌باشد که توسط یک کویل مغناطیسی به حرکت در می‌آید [4] و بسیاری از مطالعات تجربی با استفاده از این ابزارها صورت می‌گیرد که می‌توان به استخراج منحنی شکست فولاد [5]، استخراج پاسخ فرکانسی صفحه یک سر گیردار [6] و تعداد بسیار بالایی از مطالعات در این زمینه اشاره کرد [7].

استخراج تجربی مودهای سازه برای اعتبارسنجی مدل ریاضی یک سازه بسیار حائز اهمیت است. به‌عنوان نمونه یک ماهواره که قرار است توسط یک حامل در مدار خاصی قرار گیرد، در حین انتقال، ارتعاشات با دامنه و فرکانس‌های مختلف را تجربه می‌کند. اگر ماهواره به‌خوبی آنالیز مودال نشده باشد و رفتار ارتعاشی و دینامیک آن مورد بررسی قرار نگرفته شده باشد، ممکن است به‌خاطر تداخل فرکانس طبیعی آن با فرکانس‌ها تحریک حامل یا حتی ارتعاشات‌های دیگر مانند ارتعاشات پل‌های خورشیدی دچار صدمه و شکست شود. به همین خاطر تست‌های مودال ماهواره شامل ارتعاشات با دامنه و فرکانس پایین برای استخراج پارامترهای مودال و همچنین انجام تست‌های مختلف با شیکر در دامنه و فرکانس بالا برای ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم می‌باشد [8]. پارامترهای مودال استخراجی از آنالیز مودال برای مدل‌سازی اجزا محدود و در نتیجه پیش‌بینی عمر سازه در شرایط محیطی خاص به‌کار می‌رود. تست‌های شیکر نیز یک روش اعتبارسنجی مدل می‌باشد. در مرجع [9] بسیاری از جزئیات مربوط به استخراج پارامترهای مودال محموله‌های فضایی بحث شده است.

استفاده از شیکر دارای ملاحظات بسیار زیادی بوده و نیاز به دقت و آنالیز زیاد دارد. بسیاری از اغتشاشات و پدیده‌های ناخواسته ممکن است پاسخ فرکانسی سیستم در تست مودال را تحت تأثیر قرار داده و در نتیجه منجر به آنالیزهای اشتباه شود. به‌عنوان نمونه، سنسورهای نصب شده مختلف بر روی سازه باعث به‌وجود آمدن جرم اضافه و در نتیجه تغییر پاسخ فرکانسی سیستم می‌شود [10] و مطالعات بسیار زیادی تاکنون برای رفع این مورد و حذف اثر جرم سنسورها انجام شده است [4]. البته با گسترش تکنولوژی و ساخته شدن سنسورهایی با جرم‌های بسیار کم، این مشکل به مرور از بین می‌رود.

معمولاً قطعه نمونه که باید تست شود، به یک فیکسچر متصل می‌شود. هیچ فیکسچری نمی‌تواند به‌صورت کاملاً صلب ساخته شود و در برخی فرکانس‌ها نیروی بین سازه و فیکسچر اهمیت پیدا کرده و باعث می‌شود مودهای نمونه تست متفاوت از نتایج اجزا محدود شود. نحوه استخراج مودها و فرکانس ارتعاشی قطعه تست بر روی یک بستر صلب با داده‌های خروجی آن از تست‌هایی که بر روی فیکسچر غیرصلب انجام گرفته است یکی از زمینه‌هایی است که توجه محققان را جلب کرده است [11]. فیکسچر توسط یک‌سری اتصالات مانند پیچ به میز شیکر متصل می‌گردد. با این‌که انتظار می‌رود میزان گشتاور سفتی اتصالات دینامیک مجموعه را دچار تغییر کند، تاکنون هیچ مطالعه‌ای به بررسی این موضوع نپرداخته است. این کمبود، انگیزه اصلی مقاله حاضر می‌باشد که در آن تأثیر میزان سفتی پیچ‌های اتصال فیکسچر به سر انبساطی شیکر با جزئیات بررسی می‌شود. در این مقاله با

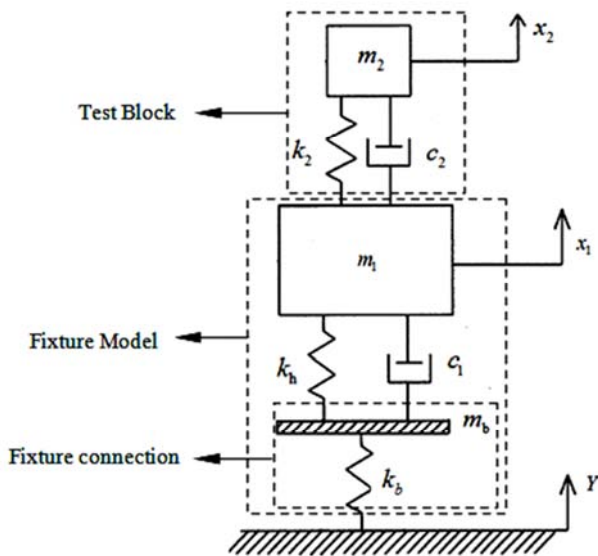


Fig.2 Two-Degree-Freedom model of system

شکل 2 شماتیک سیستم دو درجه آزادی تحریک از پایه

اگر فقط فیکسچر و اتصالات در نظر گرفته شود، می توان فرکانس طبیعی این مجموعه را چنین نوشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{K_b}{K_h}\right)^{-1}}} \sqrt{\frac{K_h}{m_1}} \quad (3)$$

به عبارتی

$$\omega = \alpha \omega_0 \quad (4)$$

که  $\omega_0$  فرکانس طبیعی فیکسچر می باشد و

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{K_r}}} \quad (5)$$

اگر مقدار  $\alpha$  برحسب  $K_r$  برای مقادیر  $K_r = 1 \sim 100$  رسم شود (شکل 3) مشخص می شود که برای  $K_r \approx 24$  مقدار  $\alpha = 0.98$  خواهد شد.

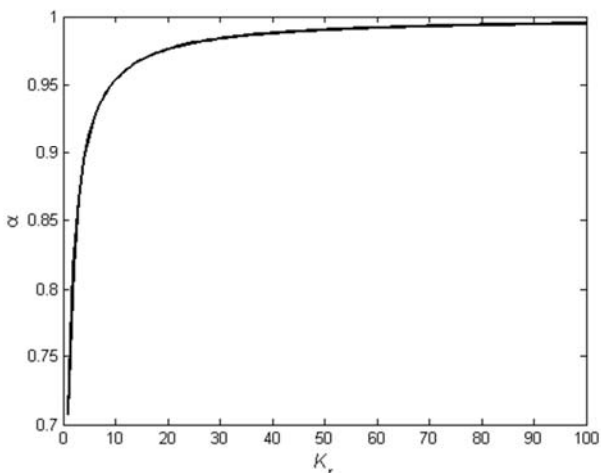


Fig.3 Non-dimension frequency response as a function of  $K_r$

شکل 3 نمودار تغییرات فرکانس بی بعد برحسب نسبت سختی اتصال به سختی فیکسچر ( $K_r \sim \alpha$ )

فیکسچر تا حد امکان باید سبک باشد. همان طور که می دانیم صلبیت و سبکی دو موضوع متضاد هم هستند. علاوه بر این قیود اضافه دیگری نیز باید در نظر گرفته شود.

برای نمونه، سوراخ های طرح روی میز ارتعاشی که برای نصب نمودن قطعه نمونه مورد استفاده قرار می گیرد باید روی فیکسچر تعبیه شود. برای طراحی یک فیکسچر فقط اولین فرکانس طبیعی دارای اهمیت می باشد. اولین فرکانس طبیعی دارای بیشترین میرایی است و پیدایش هر نوع رزونانسی برای استفاده فیکسچر نامناسب است.

هدف از طراحی فیکسچر ارتعاشی انتقال یکنواخت ارتعاشات اعمالی از شیکر به نقاط مورد نظر سازه مورد تست که روی آن بسته شده است از نظر دامنه و فرکانس می باشد. علاوه بر این در یک فیکسچر ایده آل نباید در جهت جانبی تحریک داشته باشیم. به طور کلی پارامترهای مهم در طراحی فیکسچر ارتعاشی عبارتند از:

- بازه فرکانسی قابل استفاده فیکسچر
- مشخصات جرمی فیکسچر (جرم و مرکز جرم) که جرم باید تا حد امکان پایین و مرکز جرم مجموعه با مرکز تحریک منطبق باشد
- سهولت در استفاده از آن
- جانمایی نمونه تست روی آن و همچنین جانمایی فیکسچر روی شیکر (هندسه فیکسچر)
- جنس فیکسچر (مقاومت در برابر خوردگی، سایش، ضربه و ...)
- میرایی در فیکسچر که باید تا حد امکان بالا باشد.
- امکان انجام تست با شیکر مورد نظر (توانایی اعمال دامنه تحریک مورد نظر توسط شیکر) [12]

علاوه بر الزامات هندسی و جرمی، همچنین باید شرایط تست هایی را که قرار است با این فیکسچرها روی بلوک های نمونه انجام پذیرد در نظر داشت. این تست ها شامل تست شوک<sup>1</sup>، تست ارتعاشات اتفاقی<sup>2</sup> و تست جاروب سینوسی<sup>3</sup> می باشد.

### 3- مدل سازی ریاضی

طبق قانون نیوتن، بیشینه شتاب اعمالی توسط شیکر طبق رابطه (1) قابل محاسبه می باشد.

$$a_{RMS} = \frac{F}{M} = \frac{F_{max} \times eff}{M_b + M_a + M_f} \quad (1)$$

که  $a_{RMS}$  شتاب اعمالی توسط شیکر،  $F_{max}$  توان نامی شیکر،  $eff$  راندمان شیکر،  $M_a$  جرم نمونه تست،  $M_b$  جرم اتصالات و  $M_f$  جرم فیکسچر می باشد. مجموعه فیکسچر ارتعاشی را می توان با یک مدل گسسته دو درجه آزادی مدل نمود (شکل 2).

اگر از جرم اتصال پیچ ها ( $m_b$ ) در مقابل جرم فیکسچر ( $m_1$ ) صرف نظر شود می توان نوشت:

$$\frac{1}{K_1} = \frac{1}{K_h} + \frac{1}{K_b} \rightarrow K_1 = \frac{K_h}{1 + \frac{K_h}{K_b}} \quad (2)$$

با توجه به معادله فوق مشخص است که با افزایش ضریب سفتی اتصالات، ضریب سفتی  $K_1$  به  $K_h$  همگرا می شود. همچنین با کاهش ضریب سفتی اتصالات، مقدار  $K_1$  به صفر همگرا می شود.

<sup>1</sup> Shock  
<sup>2</sup> Random Vibration  
<sup>3</sup> Sine Sweep

ارتعاشات جانبی آن همانند ارتعاشات یک تیر یک سرگیردار می‌باشد. بنابراین مود اول مجموعه فیکسچر مشابه مود اول خمشی تیر یک سرگیردار باشد، لذا اولین فرکانس طبیعی فیکسچر را می‌توان با مود اول تیر طبق رابطه (11) تخمین زد [14]:

$$\omega_1 = 3.515 \sqrt{\frac{EI}{\mu l^4}} \quad (11)$$

طبق این رابطه برای یک جنس مشخص، هرچه ممان اینرسی،  $I$ ، افزایش یافته و جرم،  $\mu$ ، و طول،  $l$ ، کاهش یابد، فرکانس طبیعی بالا می‌رود. لذا باید سعی شود تا در طراحی، محیط فیکسچر را تقویت نموده و جرم هسته فیکسچر را کاهش داد. برای این منظور بدون در نظر گرفتن محدودیت‌های هندسی و جانمایی برای یک تیر یک سرگیردار، بهترین طرح، یک هرم می‌باشد که مبنای طراحی فیکسچرها خواهد بود.

از طرفی رابطه نیروی اتصال با گشتاور سفت کردن پیچ‌ها در دوسطح متصل به صورت رابطه (12) است [15]:

$$F_0 = \frac{T}{0.2d} \quad (12)$$

که  $T$  میزان گشتاور سفتی پیچ و  $d$  قطر نامی پیچ می‌باشد. جابجایی نرمال اتصال طبق رابطه (13) قابل محاسبه است:

$$\lambda = aP_b^m \quad (13)$$

$P_b$  باری است که توسط پیچ تحمل شده و  $a$  و  $m$  ثابت‌هایی هستند که مربوط به مواد و روش‌های ماشین‌کاری اتصالات می‌باشد. میزان سختی اتصال برابر است با:

$$K_b = \frac{dP_b}{d\lambda} = \frac{1}{am} P_b^{1-m} = \left( \frac{(0.2d(p \times q))^{m-1}}{am} \right) T^{1-m} \quad (14)$$

$p$  گام و  $q$  تعداد دندان‌های درگیر پیچ می‌باشد [15]. طبق رابطه (5) مشخص می‌شود که مقدار سختی اتصال دو سطح، با افزایش گشتاور سفتی پیچ‌های اتصال، افزایش می‌یابد.

#### 4- روند طراحی و ساخت

طرح اولیه فیکسچر براساس الزامات اولیه با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود نظیر محدودیت‌های هندسی و جرمی بلوک و کله‌گی شیکر (تغییر قطر 30 به 65 سانتی‌متر، ارتفاع 30 سانتی‌متر و 16 نقطه اتصال پیچی براساس طرح کله‌گی شیکر) مورد طراحی قرار می‌گیرد. در طراحی فیکسچر ارتعاشی باید سعی شود تا اولین فرکانس طبیعی مجموعه از بازه فرکانسی تحریک بیشتر باشد.

با توجه به مطالعات صورت پذیرفته، بهترین جنس برای طراحی فیکسچر، فلز منیزیم می‌باشد، زیرا چگالی آن نسبت به سایر فلزات متعارف پایین بوده و سفتی و میرایی آن به نسبت بالا می‌باشد.

توان نامی شیکر 32 کیلو نیوتن و حداکثر فرکانس کاری 2000 هرتز می‌باشد. در نهایت طرح‌های اولیه فیکسچر در نرم‌افزار انسیس مدل شده و پس از بهینه‌سازی ساخته شد. "شکل 3" نشان‌دهنده سرنبساطی مورد استفاده می‌باشد که از جنس آلایژ منیزیم با چگالی  $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$  و مدول الاستیسیته  $E = 45 \text{ GPa}$  و جرم  $M = 65 \text{ kg}$  ساخته شده که با 16 عدد پیچ M10 با طول 5 سانتی‌متر و سختی 8.8 (UTS= 640MPa) به کله‌گی شیکر متصل می‌گردد. بالاترین گشتاور پیچشی قابل اعمال به این پیچ با در نظر گرفتن ضریب اطمینان تقریباً برابر 40 نیوتن متر می‌باشد.

پس از انجام تحلیل توسط نرم‌افزار انسیس، مشخص می‌شود که

بنابراین با افزایش سختی اتصال، نوع اتصال تبدیل به اتصال ایده‌آل صلب می‌شود.

با نوشتن معادلات حرکت، پاسخ سیستم دو درجه آزادی به صورت ذیل به دست می‌آید [10]:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{\begin{vmatrix} k_1 Y + c_1 i \omega Y & -k_2 - c_2 i \omega \\ 0 & -m_2 \omega^2 + k_2 + c_2 i \omega \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -m_2 \omega^2 + (k_2 + k_1) + (c_2 + c_1) i \omega & -k_2 - c_2 i \omega \\ -k_2 - c_2 i \omega & -m_2 \omega^2 + k_2 + c_2 i \omega \end{vmatrix}} \\ X_2 &= \frac{\begin{vmatrix} -m_1 \omega^2 + (k_2 + k_1) + (c_2 + c_1) i \omega & k_1 + c_1 i \omega \\ -m_1 \omega^2 + (k_2 + k_1) + (c_2 + c_1) i \omega & -k_2 - c_2 i \omega \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -m_1 \omega^2 + (k_2 + k_1) + (c_2 + c_1) i \omega & -k_2 - c_2 i \omega \\ -k_2 - c_2 i \omega & -m_2 \omega^2 + k_2 + c_2 i \omega \end{vmatrix}} \end{aligned} \quad (6)$$

در نتیجه نسبت انتقال در یک سیستم دو درجه آزادی طبق روابط زیر خواهد بود [13]:

$$\begin{aligned} H_1(\omega) &= \frac{X_1}{Y} \\ H_2(\omega) &= \frac{X_2}{Y} \end{aligned} \quad (7)$$

که  $H_1$  نسبت انتقال بین خروجی فیکسچر با پایه و  $H_2$  نسبت انتقال بین خروجی روی بلوک با پایه می‌باشد.

اگر به سیستم دو درجه آزادی فوق تحریک اتفاقی در پایه که با معادله  $S(\omega)$  تعریف می‌شود، وارد شود، در این صورت میزان چگالی طیف توان ارتعاشاتی<sup>1</sup>، با استفاده از روابط زیر قابل حصول است:

$$\begin{aligned} S_1(\omega) &= |H_1(\omega)|^2 S(\omega) \\ S_2(\omega) &= |H_2(\omega)|^2 S(\omega) \end{aligned} \quad (8)$$

مقدار مجذور میانگین مربع<sup>2</sup> برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_1(\omega) d\omega} \\ R_2 &= \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_2(\omega) d\omega} \end{aligned} \quad (9)$$

در صورتی که سفتی اتصال نمونه تستی نصب شده روی فیکسچر در قیاس با فیکسچر بالا در نظر گرفته شود می‌توان با تخمین مناسبی از یک سیستم یک درجه آزادی استفاده نمود که نسبت انتقال برای آن به این صورت می‌باشد:

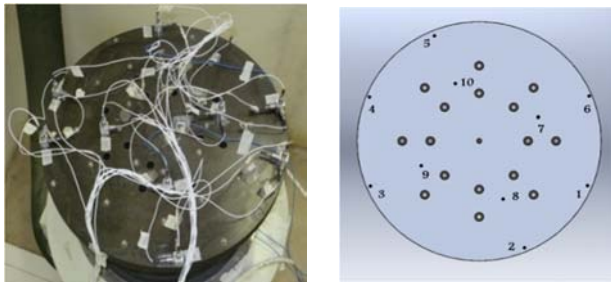
$$\left| \frac{X}{Y} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta \omega / \omega_n)^2}{(1 - (\omega / \omega_n)^2)^2 + (2\zeta \omega / \omega_n)^2}} \quad (10)$$

که  $X$  میزان جابجایی،  $\omega_n$  تغییر مکان پایه،  $\omega$  فرکانس طبیعی سیستم یک درجه آزادی،  $\zeta$  ضریب میرایی سیستم یک درجه آزادی و  $\omega$  فرکانس تحریک پایه می‌باشد.

واضح است که اولین فرکانس طبیعی فیکسچر نباید در بازه فرکانسی تحریک قرار داشته باشد زیرا در این حالت دچار رزونانس می‌شود. به عبارتی برای این‌که فیکسچر کمترین تاثیر را بر روی قطعه تست داشته باشد، باید کوچکترین فرکانس طبیعی آن از فرکانس تحریک و فرکانس طبیعی قطعه تست بالاتر باشد. فیکسچر از پایین به شیکر متصل شده است و در نتیجه

<sup>1</sup> Power Spectrum Density

<sup>2</sup> Roots Mean Square



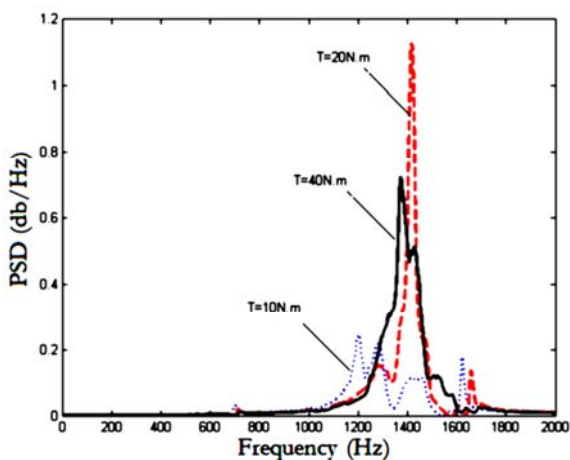
**Fig. 5** Vibration sensors arrangement on head expander  
 شکل 5 نقاط و چیدمان سنسورهای اندازه گیری ارتعاش روی سر انبساطی

**Table 1** Fixture frequency responses for sinus sweeping test

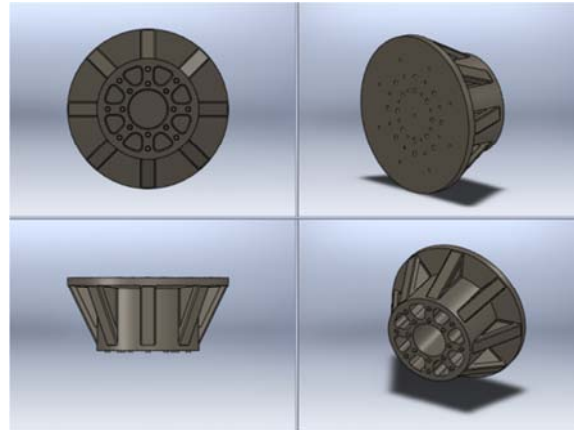
جدول 1 فرکانس‌های طبیعی فیکسچر براساس تست جاروب سینوسی

فرکانس (هرتز)	مود
720	مود اول
1380	مود دوم
1430	مود سوم
1685	مود چهارم

قابل درک است چرا که با افزایش سفتی پیچ‌ها، مطمئناً ارتعاشات جانبی شیکر کاهش می‌یابد. تغییرات فرکانس موده‌های اول تا چهارم سر انبساطی در "شکل‌های 7 تا 10" نشان داده شده است. برای رسم این نمودار از همه خروجی‌های سنسورها میانگین گرفته شده است. مشخص است که با افزایش میزان گشتاور سفتی اتصالات، فرکانس هر سه مود افزایش یافته است. افزایش فرکانس‌ها با افزایش گشتاور سفتی اتصالات کاملاً قابل پیش‌بینی می‌باشد، زیرا با افزایش گشتاور، ضریب سفتی اتصالات طبق رابطه (2) افزایش یافته و در نتیجه ضریب سفتی مجموعه نیز افزایش می‌یابد.



**Fig. 6** Power spectral density for different values of connection torques  
 شکل 6 نمودار چگالی طیف توان یکی از نقاط در جهت تحریک، تحت گشتاور 10 تا 40 نیوتن - متر پیچ‌های اتصال



**Fig. 4** Designed fixture

شکل 4 فیکسچر طراحی شده

کوچکترین مود ارتعاشی فیکسچر مربوط به ارتعاشات جانبی آن می‌باشد. همچنین سطح شتاب بیشینه قابل اعمال توسط شیکر به نمونه 25 کیلوگرمی با توجه به رابطه (1) برابر خواهد بود با:

$$a_{RMS} = \frac{F}{M} = \frac{F_{max} \times eff}{M_b + M_a + M_f} = \frac{32000 \times 0.75}{25 + 1 + 65} = \frac{24000}{91} = 263.73 \frac{m}{s^2} = 26.88g \quad (15)$$

### 5- تحلیل نتایج تست

برای بررسی و آنالیز اثر میزان سفتی پیچ‌ها در رفتار دینامیکی سیستم، تست‌های تجربی با ویژگی‌های زیر صورت می‌گیرد:

- تست ارتعاش اتفاقی در بازه 20 تا 2000 هرتز و سطح 2g در مدت زمان یک دقیقه
  - تست ارتعاش سینوسی در بازه 5 تا 2000 هرتز و سطح 1g و 2g در مدت زمان یک دقیقه
- "شکل 5" فیکسچر (سر انبساطی) تحت تست همراه با محل اتصال سنسورها و همچنین شیکر را نشان می‌دهد. مطابق "شکل 5"، در تست فیکسچر از 10 نقطه در سه جهت و در مجموع 10 عدد سنسور سه جهته برای اندازه‌گیری ارتعاشات استفاده شده است.

ساده‌ترین و دقیق‌ترین راه برای استخراج فرکانس طبیعی استفاده از تست جاروب سینوسی می‌باشد. بدین منظور ابتدا یک تست جاروب سینوسی با دامنه شتاب ثابت و بازه فرکانسی 5 تا 2000 هرتز و با نرخ جاروب بالا زده شده و پس از شناسایی اولیه مکان فرکانس‌های طبیعی، حول آن فرکانس‌ها تست جاروب سینوسی با نرخ پایین زده شده تا فرکانس طبیعی شناسایی گردد. با انجام این تست‌ها، فرکانس‌های طبیعی مطابق جدول 1 به‌دست می‌آیند.

"شکل 6" چگالی طیف توان یکی از سنسورها برای میزان گشتاورهای مختلف سفتی اتصال پیچ‌ها را نشان می‌دهد. از "شکل 6"، چندین نکته کاملاً مشخص می‌باشد. اول این که با افزایش گشتاور، فرکانس مربوط به همه مودها افزایش می‌یابد. علاوه بر این مشخص است که بین گشتاورهای 10 و 40 نیوتن متر، گشتاورهایی وجود دارند که با اعمال آن‌ها، چگالی طیف توان مود سوم بسیار افزایش می‌یابد. همان‌طور که از "شکل 6" مشخص است، با افزایش گشتاور پیچ‌ها، چگالی طیف توان مود اول و چهارم که موده‌های اصلی نمی‌باشند به شدت کاهش یافته است. این مسئله به صورت فیزیکی نیز کاملاً

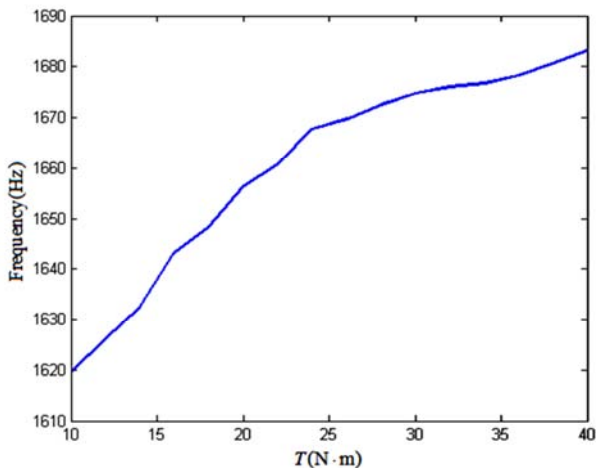


Fig 10 Forth mode shape frequency as a function of torque

شکل 10 نمودار تغییرات فرکانس مود چهارم به تغییرات میزان گشتاور پیچ‌های اتصال برای چهار نقطه اندازه‌گیری

باید اشاره شود که افزایش فرکانس مودهای ارتعاشی فیکسچر از نظر طراحی مناسب می‌باشد زیرا باعث فاصله بین فرکانس‌های فیکسچر و فرکانس تحریک شده و تداخل دینامیک فیکسچر را در دینامیک قطعه تست به حداقل می‌رساند. علاوه بر میزان فرکانس‌های طبیعی، نسبت انتقال بین شیکر و نمونه تست نیز بسیار پر اهمیت می‌باشد. برای این منظور میزان جابجایی عمودی سنسورهای متصل شده به سطح سر انبساطی به مقدار جابجایی سنسورهای متصل به شیکر تقسیم می‌شود. اگر نسبت این دو جابجایی برابر 1 باشد، نشان‌دهنده انتقال کامل جابجایی از شیکر به نمونه تست و بی اثر بودن دینامیک سر انبساطی می‌باشد که این حالت بهترین حالت ممکن می‌باشد. "شکل 11" نسبت انتقال را برای سنسورهای مختلف برحسب میزان گشتاور اعمالی نشان می‌دهد. از "شکل 11" مشخص است که با افزایش گشتاور، تغییرات نسبت انتقال روند صعودی دارد ولی باید توجه داشت که نرخ تغییرات نسبت انتقال با افزایش بیشتر گشتاور سفتی، به شدت کاهش می‌یابد.

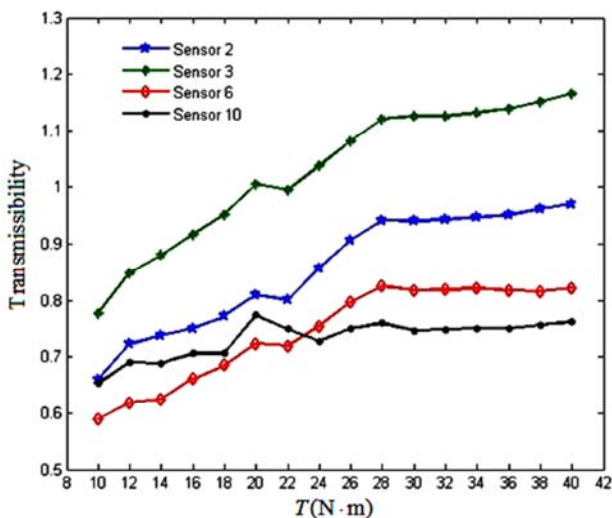


Fig. 11 Transmissibility as a function of torque

شکل 11 نمودار تغییرات نسبت انتقال بین سر شیکر و نمونه تست برحسب تغییرات میزان گشتاور پیچ‌های اتصال برای چهار نقطه اندازه‌گیری

با توجه به "شکل‌های 7 تا 10" مشخص است فرکانس‌های مودهای مختلف با افزایش سفتی پیچ‌ها روند افزایشی دارد. علاوه بر این مشخص است که بیشترین تاثیر افزایش سفتی بر مود دوم می‌باشد که ارتعاشات آن در راستای اتصالات بوده و مود اصلی سیستم می‌باشد.

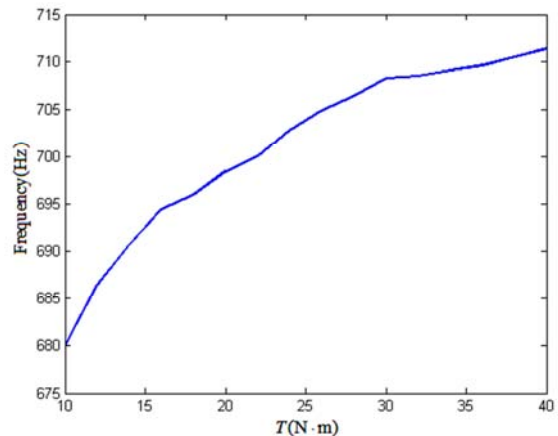


Fig. 7 First mode frequency as a function of connection torque

شکل 7 نمودار تغییرات فرکانس مود اول با تغییرات میزان گشتاور پیچ‌های اتصال برای چهار نقطه اندازه‌گیری شده

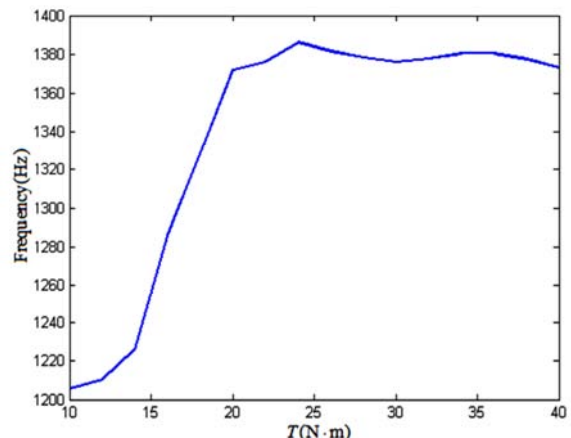


Fig. 8 Second mode frequency as a function of connection torque

شکل 8 نمودار تغییرات فرکانس مود دوم به تغییرات میزان گشتاور پیچ‌های اتصال برای چهار نقطه اندازه‌گیری شده

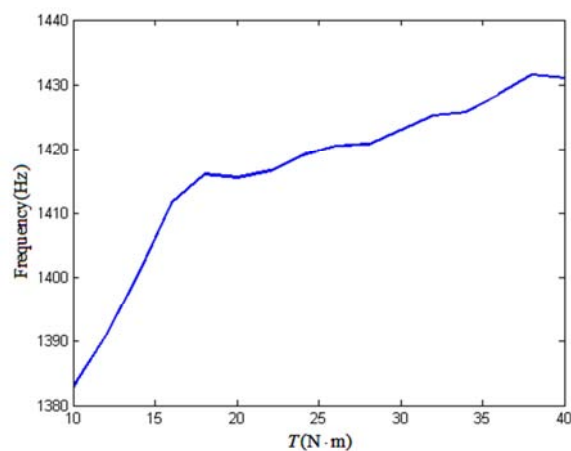


Fig. 9 Third mode frequency as a function of connection torque

شکل 9 نمودار تغییرات فرکانس مود سوم به تغییرات میزان گشتاور پیچ‌های اتصال برای چهار نقطه اندازه‌گیری

## 6- نتیجه گیری

در این مقاله اثر گشتاور اتصالات بر روی دینامیک شیکر به صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا با در نظر گرفتن مدل 2 درجه آزادی برای شیکر و فیکسچر، شکل بهینه فیکسچر و همچنین جنس مناسب برای آن استخراج شد. علاوه بر این، پاسخ فرکانسی و نسبت انتقال فیکسچر تحت تاثیر گشتاور سفتی پیچ‌های اتصال آنالیز شد. نتایج اصلی این مقاله شامل موارد زیر است:

- با آنالیز مدل دو درجه آزادی فیکسچر و شیکر مشخص شد که شکل بهینه فیکسچر هرم و جنس مناسب برای آن منیزیم می‌باشد.
  - مود اول ارتعاشات و اولین فرکانس طبیعی در پاسخ فرکانسی سیستم دارای دامنه بسیار کوچک بوده و مربوط به ارتعاشات جانبی فیکسچر می‌باشد.
  - با افزایش گشتاور سفتی، فرکانس مربوط به هر چهار مود اول افزایش می‌یابد. ولی میزان افزایش برای مود دوم که مود اصلی می‌باشد بسیار بیشتر می‌باشد.
  - فرکانس‌های موده‌های مختلف با افزایش گشتاور سفتی افزایش یافته و تا اندازه‌ای ثابت می‌شود. یعنی سفتی اتصال تا حدود 50 درصد میزان سفت‌شدگی پیچ‌ها قابل قبول می‌باشد و بیش از آن اثر ثابتی دارد.
  - نسبت انتقال که به صورت جابجایی سر انبساطی به میز شیکر تعریف می‌شود با افزایش گشتاور افزایش می‌یابد ولی بعد از رسیدن میزان سفتی به حدود 25 نیوتن‌متر، تغییر محسوسی در مقدار آن دیده نمی‌شود.
- مشخص است که افزایش سفتی پیچ‌ها تاثیر مثبتی در روند آزمایشات دارد، ولی با افزایش بیشتر سفتی پیچ‌ها، تغییر محسوسی در فرکانس‌های طبیعی و همچنین میزان نسبت انتقال دیده نمی‌شود.

## 7- مراجع

- [1] K. Rana, Fuzzy control of an electrodynamic shaker for automotive and aerospace vibration testing, *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, No. 9, pp. 11335-11346, 2011.
- [2] C. C. Liao, S. S. Hsiao, C. S. Wu, Combined effects of internal friction and bed height on the Brazil-nut problem in a shaker, *Powder Technology*, Vol. 253, No. 9, pp. 561-567, 2014.
- [3] W. Tustin, D. Jariwala, *Random Vibration & Shock Testing: Measurement, Analysis and Calibration as Applied to HALT, ESS, HASS & COTS in the Fields of Aeronautical, Automotive, Commercial, Seismic and Shipboard Design & Production*, Equipment Reliability Institute, pp. 223, 2005.
- [4] D. M. Harris, J. W. Bush, Generating uniaxial vibration with an electrodynamic shaker and external air bearing, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 334, No. 5, pp. 255-269, 2015.
- [5] L. Khalij, C. Gautrelet, A. Guillet, Fatigue curves of a low carbon steel obtained from vibration experiments with an electrodynamic shaker, *Materials & Design*, Vol. 86, No. 17, pp. 640-648, 2015.
- [6] D. Gorman, R. Singhal, Steady-state response of a cantilever plate subjected to harmonic displacement excitation at the base, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 323, No. 3, pp. 1003-1015, 2009.
- [7] M. S. Allen, R. L. Mayes, E. J. Bergman, Experimental modal substructuring to couple and uncouple substructures with flexible fixtures and multi-point connections, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, No. 23, pp. 4891-4906, 2010.
- [8] P. Sjövall, T. Abrahamsson, Substructure system identification from coupled system test data, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, No. 1, pp. 15-33, 2008.
- [9] M. Blair, Space station module prototype modal tests: Fixed base alternatives, *Proceeding of 11th International Modal Analysis Conference*, Florida, USA, February 1-4, 1993.
- [10] O. Dossing, Prediction of transducer mass-loading effects and identification of dynamic mass, *Proceedings of the 9th International Modal Analysis*, Florence, Italy, Apr 15-19, 1991.
- [11] M. S. Allen, H. M. Gindlin, R. L. Mayes, Experimental modal substructuring to estimate fixed-base modes from tests on a flexible fixture, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, No. 18, pp. 4413-4428, 2011.
- [12] M. R. Miller, R. Crapo, J. Hankinson, V. Brusasco, F. Burgos, R. Casaburi, A. Coates, P. Enright, C. M. van der Grinten, P. Gustafsson, General considerations for lung function testing, *European Respiratory Journal*, Vol. 26, No. 1, pp. 153-161, 2005.
- [13] D. J. Inman, R. C. Singh, *Engineering vibration*, pp. 100-120, New Jersey : Prentice Hall, 2001.
- [14] W. Thomson, *Theory of vibration with applications*, pp. 196-200, Florida: CRC Press, 1996.
- [15] U. Fischer, R. Gomeringer, M. Heinzler, R. Kilgus, F. Näher, S. Oesterle, H. Paetzold, A. Stephan, *Mechanical and metal trades handbook*, pp. 76-83, Nordrhein-Westfalen: Verlag Europa-Lehrmittel, 2010.