

# تحلیل عددی اثر شوک و پارامترهای مختلف بر جریان دوفاز در شیپوره همگرا-واگرا با روش‌های تعادلی و غیر تعادلی

علی اکبر ملتانی شاهرخت<sup>۱</sup>، محمد جواد مجتبی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\*مشهد، صندوق پستی ۹۱۷۷۹۴۸۹۷۴

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت 28 دی 1393

پذیرش: 25 فروردین 1394

ارائه در سایت: 28 اردیبهشت 1394

کلید واژگان:

شیپوره همگرا-واگرا

جریان دوفاز

شوک میان

ترmodینامیک تعادلی

ترmodینامیک غیر تعادلی

در پرهای توربین بخار و شیپوره بخار، پیشگویی ناچیه تقطیر بسیار با اهمیت است. در شناسایی محل تقطیر به روش تعادلی، با برخورد جریان بخار به گند دو فاز، فاز دوم تشکیل شده و خواص جریان بدون هیچ پرشی از محل تقطیر عبور می‌نمایند، لذا پس از عبور از منحنی اشباع، تشکیل قطرات را شاهد می‌باشیم. اما در روش غیر تعادلی با افزایش یک فشار ناگهانی موسوم به شوک میان، شاهد یک ناپیوستگی در مخصوصهای جریان بوده و پس از عبور از منحنی اشباع، تشکیل قطرات آغاز می‌گردد.

در این مقاله، تحلیل عددی یک جریان دو فاز بخار - مایع حدود صوت در یک شیپوره همگرا-واگرا همراه با شوک و در حالت بدون شوک صورت گرفت. اثرات لزجت، هندسه و دمای سکون ورودی به شیپوره با استفاده از روش‌های ترمودینامیکی تعادلی و غیرتعادلی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج عددی با نتایج تحریبی مقایسه گردید. برای حل عددی جریان دو فاز بخار - مایع از روش عددی رو استفاده شده است. خواص اصلی جریان در مرز المان‌ها با دقت مرتبه سوم ماسل برآورده شده و گستره سازی زمانی با استفاده از روش صریح دو مرحله ای لکس - وندرف با دقت مرتبه دوم صورت گرفت. مشاهده می‌شود که نتایج حل غیرتعادلی تطابق بیشتری با نتایج تحریبی دارد و چگالش در شیپوره‌ای زودتر آغاز می‌گردد که دارای نرخ انبساط بیشتری باشد. با افزایش دمای سکون ورودی به شیپوره، محل شروع چگالش جریان در طول شیپوره پیشروی می‌نماید. همچنین در جریان لرج در مقایسه با حالت غیر لرج محل تشکیل شوک به گلوگاه نزدیک‌تر می‌گردد.

## Numerical analysis of shock and effects of various parameters on two-phase flow in convergent-divergent nozzle using equilibrium and non-equilibrium methods

Ali Akbar Moltani Shahrakht, Mohammad Javad Maghrebi

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\*P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, mjmaghrebi@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 January 2015

Accepted 14 April 2015

Available Online 18 May 2015

**Keywords:**

Convergent-divergent nozzle  
Two phase flow  
Condensation shock  
Equilibrium thermodynamic  
Non-equilibrium thermodynamics

### ABSTRACT

The prediction of distillation zone is very important in steam turbine blades and steam nozzles. In identification of distillery with equilibrium method, as the steam flow contacts the two-phase dome, the second phase forms and flow properties will pass the distillery without any jumping. Hence, after crossing the saturation curve the droplet formation transpires in non-equilibrium method by a sudden increase in pressure called "condensation shock". A discontinuity in the flow characteristics is observed and after crossing the saturation curve, the formation of droplets start. In this paper the numerical analysis of a vapor-liquid two-phase transonic flow in a convergent-divergent nozzle with and without shock is investigated. The effects of stagnation temperature at the nozzle inlet, viscosity and geometry are studied using thermodynamic equilibrium and non-equilibrium methods by comparing the results with experimental data. Roe numerical method is used for vapor-liquid two-phase flow solution. The main properties of the flow at the boundary of elements is extrapolated by MUSCL, which is a third order accurate method. The time is discretized using an explicit second order accurate of two-step Lax-Wendroff method. It is observed that the results of non-equilibrium solution are more correlated to the experimental results and condensation starts earlier in the nozzle with further expansion rate. By increasing the temperature at the nozzle inlet, the placement at which condensation starts goes forward. Also the shock location in viscous flow comes closer to the throat in comparing with that of non-viscous flow.

Please cite this article using:

A. A. Moltani Shahrakht, M. J. Maghrebi, Numerical analysis of shock and effects of various parameters on two-phase flow in convergent-divergent nozzle using equilibrium and non-equilibrium methods, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 40-52, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

**1- مقدمه**

ارزیابی افتهای ترمودینامیکی و آیرودینامیکی در جریان دوفاز در شیپورهای بخار و پرهای توربین با استفاده از تئوری کلاسیک هسته‌ای شدن و مدل عددی اویلری- لاگرانژی غیرتعادلی شدند [11]. نتایج آن‌ها نشان داد که اتفاقات ترمودینامیک، ناشی از هسته‌ای شدن و اغتشاشات ناشی از شوک می‌باشد.

کرمانی و زائر نوری در ادامه یک روش تحلیلی یک بعدی، در شیپوره همگرا-واگرا برای جریان دو فاز بخار حدود صوت با استفاده از روش ترمودینامیک تعادلی برای فشارهای پایین ارائه نمودند [12]. در این مطالعه روابط براساس حالت مشابه انساط آیزنترپیک گاز ایده‌آل تک فاز بدست آمدند و فرض شد که بخش بخار مخلوط دو فاز از معادله حالت گاز ایده‌آل تبعیت می‌کند. نتایج نشان داد که دما، فشار، عدد ماخ و جرم کل مخلوط دو فاز در حل تحلیلی، تطابق خوبی با حل عددی دارد. شمس به مطالعه عددی جریان دو فاز حدود صوت با روش تعادلی در پره‌های توربین با فشارهای متفاوت در خروجی آن پرداخت. بررسی پنج حالت مختلف و مقایسه منحنی فشار در اطراف تیغه‌ها با نتایج تجربی تطابق خوبی را نشان داد. نتایج نشان داد که بیشترین چگالش روی سطح مکش تیغه اتفاق افتاده و با کاهش فشار پایین دست رشد پیدا می‌کند [13]. کرمانی و حمیدی به حل عددی جریان دو فاز دو جزئی رطوبت- هوا در حالات با و بدون شوک به روش تعادلی پرداختند. آن‌ها با محاسبه نسبت رطوبت در خروجی نازل دریافتند در جریان دو جزئی رطوبت- هوا نسبت رطوبت<sup>6</sup> حدود 30% می‌باشد در حال که در جریان بخار خالص تحت شرایط یکسان این مقدار به 6% محدود می‌شود [14]. با توجه به تاریخچه اشاره شده به طور کلی می‌توان برای تحلیل جریان دو فاز به دو روش تعادلی و غیر تعادلی اشاره نمود. در تحقیقاتی که تاکنون انجام گرفته است تاکید بر استفاده از فقط یکی از روش‌های تعادلی یا غیرتعادلی بوده است و تفاوت این روش‌ها و نتایج حاصل از آن‌ها مدنظر نبوده است. همچنین بررسی اثر تغییر پارامترهای مختلف همچون هندسه شیپوره، اثر لزجت و دمای سکون ورودی به شیپوره بر نتایج، از مواردی است تاکنون مغفول مانده است. لذا در این مقاله در بخش اول در شیپوره همگرا-واگرا به روش یک بعدی با تغییر دمای سکون و نوع هندسه شیپوره به تحلیل و مقایسه روش‌های تعادلی و غیرتعادلی پرداخته و نتایج با حل تجربی موجود مقایسه شده است و در بخش دوم هم جریان دو فاز بخار- مایع در یک شیپوره دو بعدی همگرا-واگرا با روش‌های ترمودینامیکی تعادلی و غیرتعادلی برای شرایط مختلف همراه با شوک و بدون شوک با تغییر در فشار پشت جریان بررسی شده است و اثرات لزجت بر روی جریان مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مقاله مفهوم "شیپوره مصنوعی" در پی نشان دادن اثر گردابه‌ها بر روی شوک و میدان‌های سرعت و فشار مطرح گردیده و تشریح خواهد شد.

**2- شرایط حاکم و نحوه مدل سازی جریان**

توسعه معادلات جریانی تا حدودی به کاربردهای مربوطه بستگی خواهد داشت. در هسته‌ای شدن جریان اندازه قطرات معمولاً کوچک بوده و با تقریب نسبتاً خوبی می‌توان از سرعت لغزشی بین فازها و نیروی مقاوم روی قطرات صرف نظر نمود [5]. فرضیات اعمال شده تا این قسمت به صورت زیر می‌باشند:

1- در بخش اول (جریان بدون شوک و خروجی شیپوره مافق صوت)

جریان یک بعدی، تراکم پذیر، آدیباتیک و یکنواخت می‌باشد.

2- در بخش دوم (جریان حاوی شوک و خروجی شیپوره مادون صوت)

یکی از عملی‌ترین راههای تولید توان، استفاده از توربین بخار است که امروزه سهم بالایی از انرژی در جهان از این طریق تولید می‌گردد. اگرچه پیشرفت‌های قابل قبولی در رابطه با تحقیقات جریان در توربین‌های گاز و طبقات خشک توربین‌های بخار انجام گرفته است، اما به طور مقایسه‌ای، در رابطه با مسائل طبقات مرتبط مطالعه بیشتری مورد نیاز می‌باشد.

اهمیت پدیده چگالش جریان بخار که تاریخچه آن با پیدایش و تکامل توربین‌های بخار همزمان شده مدت‌هاست که توجه بسیاری را به خود معطوف نموده است. مطالعات درباره جریان دوفازی در سال 1871 آغاز شد. نظر یه به وجود آمدن حالت فوق اشباع در انساط بخار توسط تامپسون<sup>1</sup> مطرح شد. او مشاهده کرد که در هوا ای اشباع شده با بخار آب ذرات خارجی و غبار موجود در جریان به عنوان جوانه چگالش عمل می‌کند [1]. برای اولین بار توسط ویلسون در سال 1897 پدیده چگالش مورد مطالعه قرار گرفت. او گزارش کرد که در هوا ای اشباع شده با بخار آب بدون وجود سطوح چگالش و ذرات خارجی امکان چگالش و تقطیر آب وجود دارد [2]. شروع جدی مطالعات در زمینه توربین بخار به دهه هفتاد میلادی و با ارائه تئوری کلاسیک هسته ای شدن<sup>2</sup> قطرات مایع در بخار آب توسط مکدونالد<sup>3</sup> (1962) بر می‌گردد. براساس این تئوری پدیده چگالش بطور عمده به دو بخش مجزا تقسیم می‌شود. بخش اول، تشکیل هسته‌ها از بخار فوق سرد<sup>4</sup> می‌باشد و با استفاده از روابطی که به معادلات هسته‌ای شدن معروفند تعداد کل هسته‌ها در واحد زمان یا در حجم مخصوص از بخار بدست می‌آید. بخش دوم به رشد این هسته‌ها تا ابعاد بزرگ‌تر و تشکیل قطرات مایع با ابعاد ماکروسکوپی می‌پردازد و با استفاده از این تئوری، نرخ رشد قطرات مایع در داخل جریان را بدست می‌آورد. این تئوری بیان می‌کند که برای هسته‌ای شدن قطره لازم است از سد انرژی آزاد ناشی از کشش سطحی تشکیل قطره گذشت. علاوه بر این، قطره تشکیل شده در میدان جریان، دارای یک اندازه مشخص به نام شعاع بحرانی می‌باشد [5-3]. همچنین مور و همکارانش نیز نتایج قابل قبول آزمایشگاهی را در فشارهای پایین به ثبت رسانده‌اند که در این مطالعه از این نتایج برای اعتبارسنجی نتایج عددی استفاده شده است [6].

در ادامه باخته و همکارانش به مطالعه تئوری و عددی غیرتعادلی جریان‌های دو بعدی بخار آب در شیپوره‌ها و پرهای توربین پرداختند و نسبت فشار روی لبه‌های فشار و مکش تیغه را در تحقیقات تجربی بدست آورند. تحقیقات آن‌ها نشان داد که مهمترین اثر چگالش روی توزیع فشار، روی سطح مکش خود را نشان می‌دهد [9-7]. در سال‌های اخیر گربر<sup>5</sup> با استفاده از تئوری کلاسیک هسته‌ای شدن مکدونالد (1962) یک مدل عددی غیرتعادلی جدید اویلری- لاگرانژی برای حل جریان‌های دو فاز بخار- مایع در جریان‌های تراکم‌پذیر شیپوره‌های بخار و پرهای توربین ارائه کرد. در این مدل جدید، معادلات حاکم بر هسته‌ای شدن و رشد قطرات مایع (فار لاگرانژی) در امتداد خطوط جریان و از طرف دیگر معادلات حاکم بر حرکت بخار (فاز اویلری) به صورت جداگانه حل می‌شوند. نتایج این شبیه‌سازی برای شیپوره‌های همگرا-واگرا و پرهای توربین به ترتیب با داده‌های تجربی مور [6] و باخته [7] مقایسه شدند که تطابق خوبی را نشان می‌داد [10]. در سال‌های بعد کرمانی و گربر (2003) موفق به ارائه فرمولاسیون جدیدی برای

1- Thompson

2- Nucleation

3- McDonald

4- Supercooled

5- Gerber

و  $S_{ui}$  جمله چشمی معادله بقای مومنتوم بوده و انتقال مومنتوم بین فازی در جریان چگالشی را نشان می‌دهد. اثرات آشفتگی به صورت لزجت موثر  $\mu_{eff}$  که مجموعه ای از اثرات لزجت آشفتگی و لزجت ملکولی می‌باشد در معادله مومنتوم دیده شده است.

معادله بقای مومنتوم گاز برمبنای معادلات میانگین رینولدز ناویر استوکس برای جریان سه بعدی آشفته نوشته شده است. لذا برای بدست آوردن ترم تنفس‌های رینولدز نیاز به یک مدل آشفتگی داریم. انتخاب نوع مدل آشفتگی تاثیری بر مدل‌سازی جریان چگالشی ندارد، لذا در این مقاله از مدل  $k-e$  جهت مدل‌سازی آشفتگی استفاده شده است.

3- معادله بقای انرژی فاز گاز در رابطه (4) نشان داده شده است.

$$\frac{\partial(\rho_g H_g - P)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u H_g)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}(k_{eff} \frac{\partial T_g}{\partial x_j}) + S_{w+d} + S_h \quad (4)$$

که  $S_{w+d}$  نشان دهنده انرژی کل تنفس‌های ویسکوز،  $S_h$  جمله چشمی معادله بقای گاز،  $T_g$  دمای فاز گاز و  $H_g$  آنتالپی کل گاز می‌باشد.

4- معادله بقای جرم فاز مایع طبق رابطه (5) می‌باشد.

$$\frac{\partial(\alpha \rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho_g u_j)}{\partial x_j} = -S_m \quad (5)$$

که طبق رابطه (6)،  $\alpha$  درصد جرمی فاز مایع به فاز بخار تعریف می‌شود.

$$\alpha = \frac{m_f}{m_g} \quad (6)$$

5- معادله بقای مومنتوم فاز مایع

برای فاز مایع نیازی به معادله بقای مومنتوم نمی‌باشد زیرا همانطور که در فرضیات مسئله گفته شد با توجه به فرض عدم لغزش بین دوفاز میدان سرعت فاز مایع و گاز یکسان دیده می‌شود.

همچنین با توجه به این که قطرات ریز آب حجم بسیار کوچکی از جریان را اشغال می‌کنند تأثیر مستقیمی بر آشفتگی جریان گاز ندارند، اما به طور غیرمستقیم تأثیر خود را با توجه به میدان سرعتی که در هر تکرار در معادله آشفتگی  $k-e$  استفاده می‌شود بر معادلات آشفتگی گاز می‌گذارد. روابط مربوط به مدل آشفتگی در مرجع [16] بیان شده است.

6- معادله جوانه زایی قطره

با انبساط سریع جریان جوانه‌های فاز مایع شکل گرفته و با رسیدن به یک درجه مادون سردی مناسب و شعاع بحرانی مورد نظر و غلبه بر انرژی آزاد گیبس که ناشی از کشش سطحی سطوح تشکیل یافته جهت تقطیر می‌باشد قطرات مایع تشکیل می‌گردند. تغییر کل در انرژی آزاد گیبس به هنگام شکل گرفتن یک قطره مایع به شعاع  $r$  به صورت رابطه (7) می‌باشد:

$$\Delta G = 4\pi r^2 \sigma - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f \Delta G_g \quad (7)$$

که اولین عبارت سمت راست رابطه (7) نشان دهنده کار سطحی و دومین عبارت نشان دهنده کار حجمی خالص چگالش می‌باشد. در این رابطه  $\rho_f$  چگالی فاز مایع،  $\sigma$  کشش سطحی آب و  $\Delta G_g$  تغییرات انرژی گیبس فاز گاز می‌باشد. رابطه (7) در شعاع مشخصی دارای یک ماکزیمم برای انرژی آزاد شده است. شعاع متقابل با این حالت به شعاع بحرانی قطره  $r_c$  معروف است و توسط رابطه (8) به صورت زیر تعریف می‌گردد [4].

$$r_c = \frac{2\sigma}{\rho_f \Delta G_g} \quad (8)$$

نهایتاً تعداد قطرات شکل گرفته بر واحد حجم بر واحد زمان از تئوری هسته‌ای شدن کلاسیک به صورت زیر از رابطه (9) بدست می‌آید [4].

جریان دو بعدی، تراکم پذیر آدیاباتیک و یکنواخت می‌باشد.

3- فاز مایع با درصد جرمی کم در جریان وجود داشته و مقدار کم آن باعث شده حجم اشغال شده توسط فاز مایع در مقایسه با فاز بخار قابل صرفنظر کردن باشد.

4- قطرات نسب به میدان سرعت گاز جابجایی کمی داشته لذا سرعت دو فاز باهم برابر هستند.

5- نیروی مقاوم روی قطرات، کوچک فرض شده و از افت آیرودینامیکی مربوطه صرفنظر می‌شود.

6- برونویابی معادلات به خواص بخار در ناحیه فوق سرد جایز می‌باشد.

7- برای محاسبه عدد ماخ از خواص فاز گاز استفاده می‌شود. در این تحقیق معادلات ناویر استوکس برای نشان دادن شرایط حاکم بر جریان استفاده شده است. با فرض غیر لزج بودن جریان در بخش اول و لزج بودن جریان در بخش دوم و با در نظر گرفتن دیدگاه اویلری - اویلری، دو سری معادلات برای هر کدام از فازها جهت حل جریان دو فاز نیاز می‌باشد. برای شروع هسته‌ای شدن در جریان دو فاز با دیدگاه غیرتعادلی رسیدن به یک درجه مادون سردی مناسب (بین 30 تا 50 کلوین) ضروری می‌باشد [5]. درجه مادون سردی در واقع اختلاف میان دمای متناظر با فشار گاز در حالت اشباع و دمای گاز می‌باشد. شرایط جریان دوفاز در حالت مادون سردی عمدتاً از برونویابی حالت موفق گرم در زیر منحنی اشباع به دست می‌آید [15].

با توجه به بسیار ریز بودن قطرات تشکیل شده در جریان محاسبه ضریب انتقال حرارت نیاز به یک عدد نادسن برای رژیم آزاد ملکولی دارد.

با فرضیات بالادر معادلات گاز چهار متغیر مستقل  $\rho_g$ ,  $P$ ,  $H_g$  در نظر گرفته شده است که در بخش اول زنمايانگر جهت محوری شیپوره ( $x$ ) و در بخش دوم زنمايانگر جهت  $y$  و  $z$  می‌باشد. همچنین در معادلات فاز مایع،  $\alpha$  درصد جرمی فاز مایع به گاز و  $N$  تعداد قطرات بر واحد جرم بخار به عنوان متغیرهای مستقل می‌باشند. در اینجا ابتدا به شرح کامل معادلات جریان لزج دو بعدی در روش غیرتعادلی پرداخته و در انتهای به بیان تفاوت معادلات حاکم بر روشن تعادلی پرداخته می‌شود. معادلات حاکم بر جریان یک بعدی لزج (بخش اول مقاله) همان معادلات جریان لزج دو بعدی می‌باشد با این تفاوت که پارامترهای  $\mu_{eff}$  و  $S_{Fi}$  در معادله بقای مومنتوم فاز گاز و  $k_{eff}$  و  $S_{w+d}$  در معادله بقای انرژی فاز گاز به عنوان اثرات لزجت، قابل صرفنظر کردن و صفر می‌باشند و با توجه به یک بعدی بودن معادلات  $i = j = 1$  در نظر گرفته می‌شود.

1- رابطه (1) معادله بقای جرم فاز گاز را نشان می‌دهد.

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_j)}{\partial x_j} = S_m \quad (1)$$

که  $S_m$  جمله چشمی معادله بقای جرم بوده و تأثیرات چگالش و تبخیر را در جریان نشان می‌دهد. مقدار آن برای چگالش منفی و برای تبخیر مثبت می‌باشد.

2- رابطه (2) معادله بقای مومنتوم فاز گاز را نشان می‌دهد.

$$\frac{\partial(\rho_g u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_j u_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu_{eff} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) - \frac{\partial P}{\partial x_i} + S_{Fi} + S_{u_i} \quad (2)$$

که در این رابطه  $\rho_g$  چگالی فاز گاز،  $u_i$  مؤلفه سرعت آن در راستای بردار  $i$  و  $P$  فشار می‌باشد.  $S_{Fi}$  عبارت چشمی حاوی عبارت های کوچک تر به دست آمده از گرادیان تانسور تنفس های رینولدز و به صورت رابطه (3) می‌باشد.

$$S_{Fi} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] \quad (3)$$

بعد از شرح کامل معادلات در روش غیر تعادلی در این بخش با ذکر تفاوت‌های میان دو روش به ارائه معادلات حاکم در روش تعادلی پرداخته شده است. در شرایط تعادلی در معادلات ۱، ۲ و ۳ که به ترتیب نمایانگر معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی می‌باشند تمامی جملات چشمی بین فازی برابر صفر در نظر گرفته شده است. در روش غیر تعادلی در این ۳ معادله از پارامترهای ترمودینامیکی فاز گاز و در روش تعادلی از پارامترهای ترمودینامیکی مخلوط جریان استفاده شده است. بعد از حل معادلات در هر تکرار مقادیر انرژی داخلی کل، چگالی کل و سرعت به دست می‌آید. با استفاده از دو مشخصه ترمودینامیکی مستقل انرژی داخلی و چگالی، مقادیر دما و درصد جرمی فاز بخار در آن نقطه محاسبه شده و در نهایت با استفاده از معادله حالت فشار استاتیک جریان محاسبه می‌شود [12].

در روش ترمودینامیک تعادلی در هر نقطه با دارا بودن شرایط ترمودینامیکی دما و فشار، روابط ترمودینامیکی در ناحیه اشباع به محاسبه پارامتر رطوبت می‌پردازیم. در این مقاله برای حل جریان عددی جریان دو فاز بخار-مایع از روش عددی رو<sup>1</sup> استفاده شده است. خواص اصلی جریان در مرز المان‌ها با دقت مرتبه سوم ماسل<sup>2</sup> برونویابی شده و گسسته سازی زمانی با استفاده از روش صریح دو مرحله‌ای لکس-وندرف<sup>3</sup> با دقت مرتبه دوم صورت گرفته است.

## 2- خواص ترمودینامیکی آب و بخار

برای مدل‌سازی خواص ترمودینامیکی آب و بخار و کشش سطحی آب از معادلات IAPWS<sup>4</sup> استفاده شده است. در سال‌های گذشته یک آنالیز نسبی با توجه به داده‌های صنعتی انجام شده و نهایتاً در سال ۱۹۹۷ تحت عنوان IAPWS-IF97 معادلات حاکم بر خواص ترمودینامیکی و انتقال بخار-آب منتشر گردیده است [20,19].

## 3- بررسی روش تعادلی و غیر تعادلی

برای بررسی جریان دو فاز می‌توان به دو روش تعادلی و غیر تعادلی اشاره داشت. از آنجا که در این مقاله قصد شده است به بررسی فاکتورهای تاثیر گذار بر جریان دو فاز با استفاده از این دو روش پرداخته شود لذا لازم است ابتدا در مورد تفاوت این دو روش در مدل‌سازی جریان دو فاز بیشتر توضیح داده شود. برای این منظور به ازای شرایط سکون و شرایط هندسی یکسان، یک فرایند انبساطی با استفاده از دو روش ترمودینامیک تعادلی و غیر تعادلی در نمودار ترمودینامیکی T-S به نمایش در آمد. برای این که تمایز بین دو روش بهتر نمایش داده شود از انبساط جریان در یک شیپوره همگرا و اگرا با در نظر گرفتن شرایط سکون یکسان، استفاده شده است.

همان‌طور که در شکل ۱ می‌توان مشاهده نمود شرایط ورودی به شیپوره نقطه ۱ در نظر گرفته شده است جریان در این وضعیت کاملاً خشک بوده و در ادامه با عبور از شیپوره تحت یک فرایند انبساط ایزنتروپیک مقدار دمای استاتیک کاهش یافته تا در نهایت جریان به شرایط اشباع (نقطه ۲) می‌رسد. تا این بخش از فرایند، تفاوت فیزیکی بین دو روش تعادلی و غیر تعادلی وجود نخواهد داشت. اما بعد از عبور جریان از منحنی اشباع، در واقعیت به علت نرخ انبساط بالا، سرعت بالای جریان و عدم وجود زمان کافی برای تشکیل قطره، شرایط از حالت تعادلی خارج شده با وجود عبور از منحنی اشباع، جریان

$$J = \frac{q_c}{1+\eta} \frac{\rho_g^2}{\rho_L} \sqrt{\left( \frac{2\sigma}{\pi m^3} \right)} \exp \left[ -\frac{\Delta G^*}{KT_g} \right] \quad (9)$$

در این رابطه  $q_c$  ضریب چگالش که معمولاً برابر واحد بوده،  $K$  ثابت بولتزمن،  $h_{fg}$  گرمای نهان تبخیر،  $\gamma$  و  $R$  ثابت‌های گاز،  $m$  جرم ملکولی آب و  $\eta$  ضریب تصحیح می‌باشد که طبق رابطه (10) بدست می‌آید.

$$\eta = \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} \left[ \frac{h_{fg}}{RT_g} \left( \frac{h_{fg}}{RT_g} - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (10)$$

7- معادله بقای تعداد قطره فاز مایع برای بررسی تعداد سطوح قطره جهت انتقال حرارت و مومنتوم و محاسبه جملات چشمی در معادلات بقا، تعداد قطره در هر مقطع توسط رابطه (11) محاسبه می‌گردد [9].

$$\frac{\partial(\rho_g N)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_j N)}{\partial x_j} = J \quad (11)$$

در این جا  $N$  تعداد قطره بر واحد جرم بخار می‌باشد. شعاع متوسط قطره براساس  $N$  به صورت رابطه (12) به دست می‌آید.

$$\bar{r} = \left( \frac{3\alpha}{4\rho_f \pi N} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (12)$$

8- معادله دمای قطره در فاز مایع برای قطرات ریز که شعاع آن کمتر از 1 میکرون می‌باشد دمای قطره را می‌توان از خواص مویینگی توسط رابطه (13) بدست آورد [16].

$$T_f = T_s(p_g) - [T_s(p_g) - T_g]^* \quad (13)$$

که در رابطه (13)  $p_g$  فشار بخار،  $T_g$  دمای بخار و  $T_s$  دمای اشباع در فشار بخار می‌باشد.

9- معادله نرخ رشد قطره با نوشتن معادله تعادل انتقال حرارت برای یک قطره در حال تغییر فاز با فرض این که از درصدی از گرمای نهان که به قطره انتقال می‌یابد چشم‌پوشی شود به نرخ تغییرات شعاع قطره به صورت رابطه (14) می‌رسیم.

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda_g(T_f - T_g)}{(h_g - h_f)\rho_f} \quad (14)$$

که  $\lambda_g$  (ضریب انتقال حرارت) براساس عدد نادسن به صورت رابطه (15) محاسبه می‌گردد [17].

$$\lambda_g = \frac{k_g}{r(1+cK_n)} \quad (15)$$

$k_g$  ضریب انتقال حرارت هدایت فاز گاز و ضریب ثابت  $c$  براساس مدل ارائه شده توسط مرجع [18] به دست می‌آید.

با مشخص شدن تمام پارامترهای بالا، جملات چشمی در معادله بقای جرم در شرایط ترمودینامیک غیر تعادلی به صورت رابطه (16) مشخص می‌گردد [15].

$$S_m = -\rho_f N(4\pi\bar{r}^2) \frac{dr}{dt} \rho_g \quad (16)$$

ترمهای منبع معادلات بقای مومنتوم و بقای انرژی فاز گاز نیز به ترتیب با استفاده از روابط (17) و (18) مشخص می‌گردند.

$$S_{u_i} = S_m u_i \quad (17)$$

$$S_h = S_m h_f \quad (18)$$

که  $u$  سرعت جریان درجهات مختلف و  $h_f$  آنتالپی قطره است که تابعی از دمای آن می‌باشد.

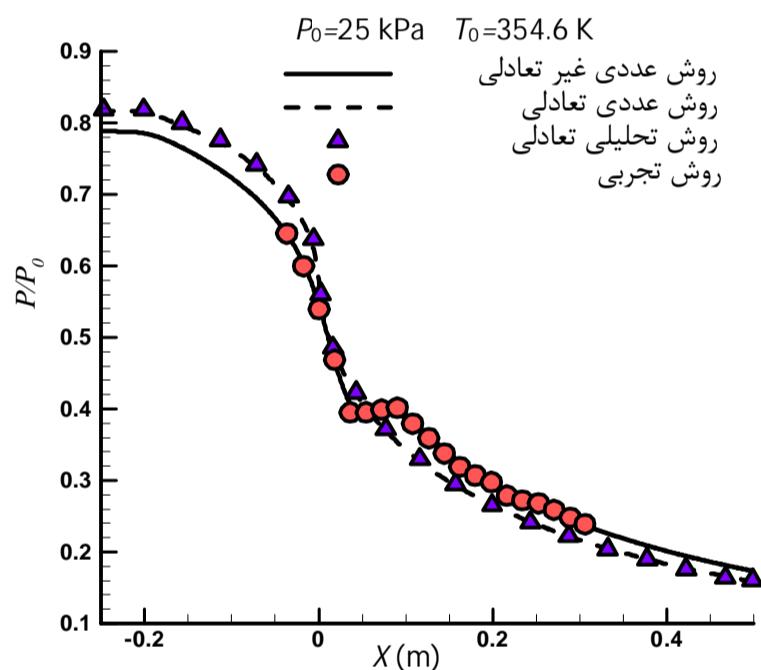
1- Roe  
2- Muscl  
3- Lax-Wendroff  
4- International Association of Properties of Water and Steam

تاثیر دمای سکون ورودی بر روی نتایج بررسی شده است. شرایط خروجی در هر دو شیپوره متفاوت صوت می‌باشد. جهت اعتبارسنجی نتایج حل عددی این بخش، توزیع فشار در محور مرکزی شیپوره همگرا-واگرا محاسبه شده و با نتایج آزمایشگاهی مور [6] مقایسه گردیده است. در این شکل همچنین نتایج با نتایج تحلیلی کرمانی-زایر نوری [12] نیز مقایسه شده است.

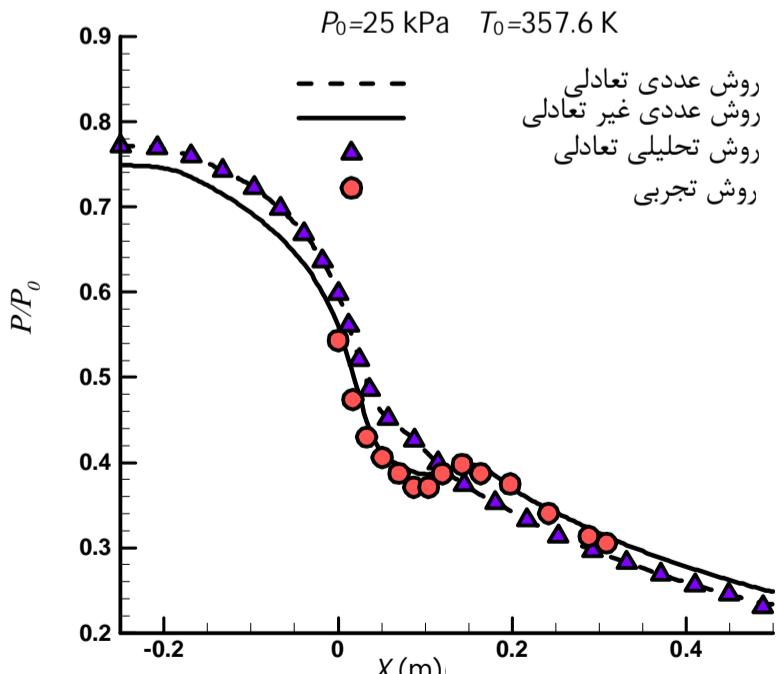
در شکل‌های 2 و 3 نحوه تغییرات پارامتر فشار بر روی محور مرکزی شیپوره برای روش‌های عددی غیرتعادلی، عددی تعادلی و تحلیلی تعادلی رسم شده و با نتایج آزمایشگاهی مور مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش غیرتعادلی به حالت آزمایشگاهی بسیار نزدیک می‌باشد و روش‌های عددی و تحلیلی تعادلی، با دقت بسیار بالایی برهم منطبق شده‌اند.

#### 2-4- تاثیر هندسه

در جریان‌های مادون صوت و مافوق صوت یکی از پارامترهای تاثیر گذار بر مشخصه‌های جریان نوع هندسه می‌باشد. به همین منظور در این بخش برای نرخ‌های متفاوت انبساط در شیپوره‌های A, B, C مور (شکل 4) با دمای سکون ورودی 380 کلوین و فشار سکون 25 کیلو پاسکال به بررسی جریان دوفاز با



شکل 2 نحوه تغییرات فشار استاتیک در شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی، تحلیلی [12] و عددی تعادلی و روش آزمایشگاهی مور [6]



شکل 3 نحوه تغییرات فشار استاتیک در شیپوره B مور با روش‌های عددی غیر تعادلی، تحلیلی [12] و عددی تعادلی و روش آزمایشگاهی مور [6]

همچنان در حالت خشک باقی می‌ماند. این روند تا انجا ادامه می‌یابد تا شرایط جریان به خط ویلسون برسد ( نقطه 3). عبور جریان در فاصله بین منحنی اشباع و خط ویلسون که در یک وضعیت غیرتعادلی می‌باشد را شرایط متفاوت سردی می‌نامند [4]. به محض رسیدن جریان به خط ویلسون به یکباره قطرات مایع تشکیل شده و در نتیجه آن گرمای نهان حاصل از چگالش به صورت ناگهانی به بخار مافوق صوت رسیده و منجر به ایجاد یک پدیده برگشت ناپذیر به نام شوک میان می‌شود ( نقطه 4). بعد عبور جریان از شوک میان مجدد شرایط ترمودینامیک تعادلی حاکم شده و در ادامه فرایند انبساط (ایده‌آل) جریان در یک خط انتروپی ثابت به مسیر خود ادامه می‌دهد ( نقطه 5). در روش تعادلی قطرات مایع به محض عبور جریان از منحنی اشباع ایجاد می‌شوند و در یک فرایند کاملاً برگشت‌پذیر و بدون هیچ‌گونه پرشی روند انبساط ادامه می‌یابد ( نقطه 6). با توجه به مطالبی که اشاره شد اختلاف این دو روش را در موارد زیر می‌توان عنوان نمود:

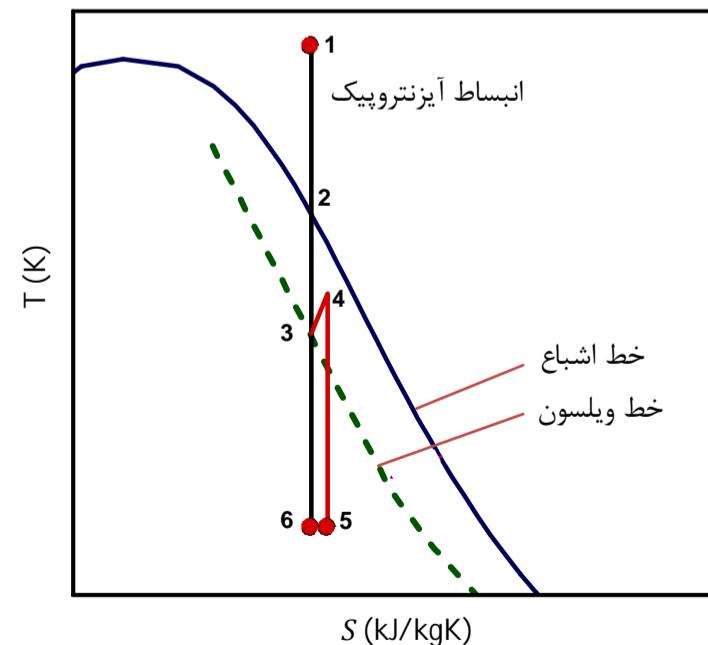
1- تشکیل قطره: در روش غیرتعادلی قطرات بعد از عبور جریان از خط ویلسون تشکیل می‌شوند اما در روش تعادلی قطرات بعد از عبور از منحنی اشباع تشکیل می‌شوند.

2- شرایط ناگهانی و ایجاد شوک میان: در روش غیرتعادلی پتانسیل ایجاد قطره بعد از عبور از منحنی اشباع شروع می‌شود و با افزایش دمای مافوق سردی این پتانسیل افزایش می‌یابد. با رسیدن جریان به خط ویلسون این پتانسیل به یکباره آزاد شده و منجر به ایجاد شوک میان می‌شود اما در روش تعادلی قطرات مایع بعد از عبور جریان از منحنی اشباع در یک شرایط کاملاً برگشت‌پذیر و پیوسته ایجاد می‌شوند.

با توجه به اهمیت بالای فاصله نقطه 2 و 3 در شکل 1 که نشان‌دهنده اختلاف دما بین خط ویلسون و منحنی اشباع می‌باشد و کاربرد زیاد آن در این مقاله، در ادامه از آن با نام "فاصله دمایی" یاد می‌شود.

#### 4- بخش اول: جریان مافوق صوت در خروجی شیپوره 4-1- اعتبار سنجی

در این بخش از شیپوره‌های A و C از سری شیپوره‌های مور با نرخ‌های انبساط متفاوت استفاده شده است. با ثابت نگه داشتن شرایط سکون ورودی، اثرات هندسه بررسی و با تغییر دمای سکون ورودی برای یک هندسه ثابت،

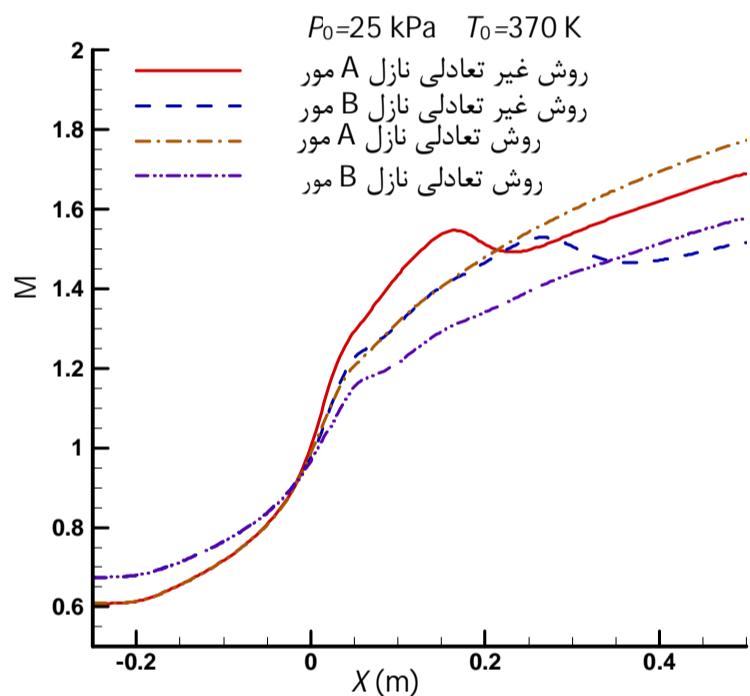


شکل 1 نمودار ترمودینامیکی دما آنتروپی جهت مقایسه فرایند انبساط چگالشی در دو روش تعادلی و غیر تعادلی

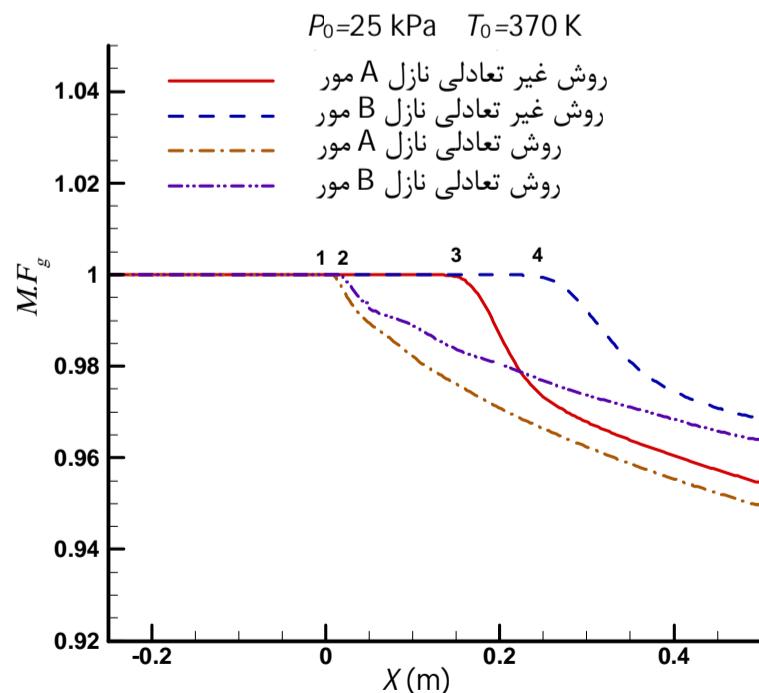
(نقطه 3) و تحت یک شرایط تعادلی (نقطه 2)، را سریع‌تر از شیپوره B طی می‌نماید. کسر جرمی فاز گاز با استفاده از رابطه (19) تعریف می‌شود:

$$MF_g = \frac{m_g}{m_t} \quad (19)$$

**3-4- تأثیردهای سکون بر جریان دوفازی**  
دهای سکون به نحوی نشان دهنده انرژی کل جریان بوده و در کاربردهای توربین ماشینی غالباً نشان دهنده مجموع انرژی درونی و انرژی جنبشی سیال می‌باشد. به علاوه به این نکته نیز می‌توان اشاره داشت که تغییر مقدار  $T_0$  در طول توربین بخار با مقدار کار خروجی رابطه مستقیم دارد و لذا مقدار آن در هر مرحله از پره‌های توربین بسیار مهم می‌باشد.  
جهت مطالعه تأثیر دمای سکون ورودی با ثابت نگاه داشتن فشار سکون ورودی جریان ( $P_0 = 25 \text{ kPa}$ ) در شیپوره A مور و در شرایط خروجی مافوق صوت، برای  $T_0$ ‌های متفاوت، جریان دو فاز بخار- مایع بررسی شده است. برای شرح بهتر تأثیر دمای سکون ابتدا با استفاده از نمودار ترمودینامیکی  $T-S$  به بررسی تغییرات این پارامتر بر روی جریان دو فازی پرداخته می‌شود. با توجه به شکل 8 در یک منحنی فشار ثابت که نشان



شکل 6 نحوه تغییرات عدد ماخ در شیپوره‌های A و B مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی با شرایط ورودی یکسان

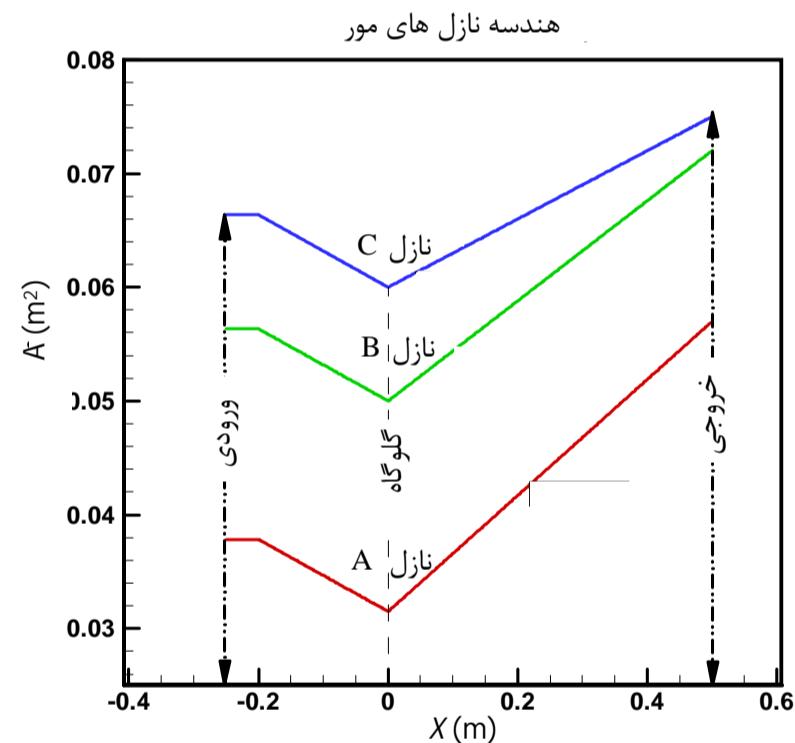


شکل 7 نحوه تغییرات کسر جرمی فاز گاز در شیپوره‌های A و B مور با روش‌های عددی غیرتعادلی و تعادلی با شرایط ورودی یکسان

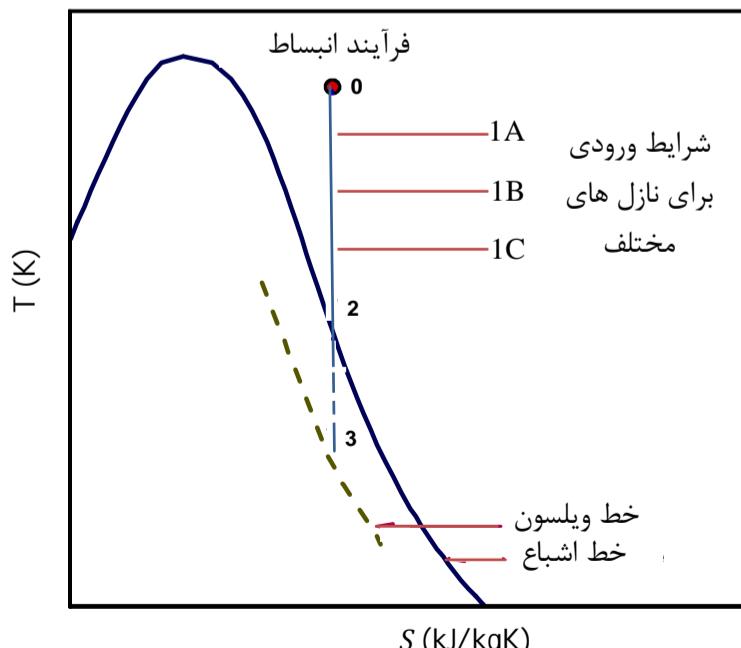
استفاده از دو روش تعادلی و غیرتعادلی پرداخته شده است.

همان‌طور که در شکل 4 مشخص است شیپوره‌های انتخاب شده در قسمت همگرا دارای شبیه برابر بوده و جریان در عبور از این شیپوره‌ها نرخ انبساط یکسانی را تجربه می‌نماید، اما در قسمت واگرا شیپوره A دارای بیشترین شبیه و بیشترین نرخ انبساطی و شیپوره C دارای کمترین شبیه و کمترین نرخ انبساط می‌باشد. از آن‌جا که شرایط سکون و نرخ انبساط در قسمت همگرا در این شیپوره‌ها کاملاً یکسان است لذا چگالش جریان در شیپوره‌ای سریع‌تر اتفاق می‌افتد که دمای استاتیک ورودی کمتری داشته و به خط اشباع نزدیکتر باشد. لذا شیپوره‌ای که در ورود عدد ماخ بزرگ‌تر داشته باشد دمای استاتیک کمتری داشته و به خط اشباع نزدیک‌تر است.

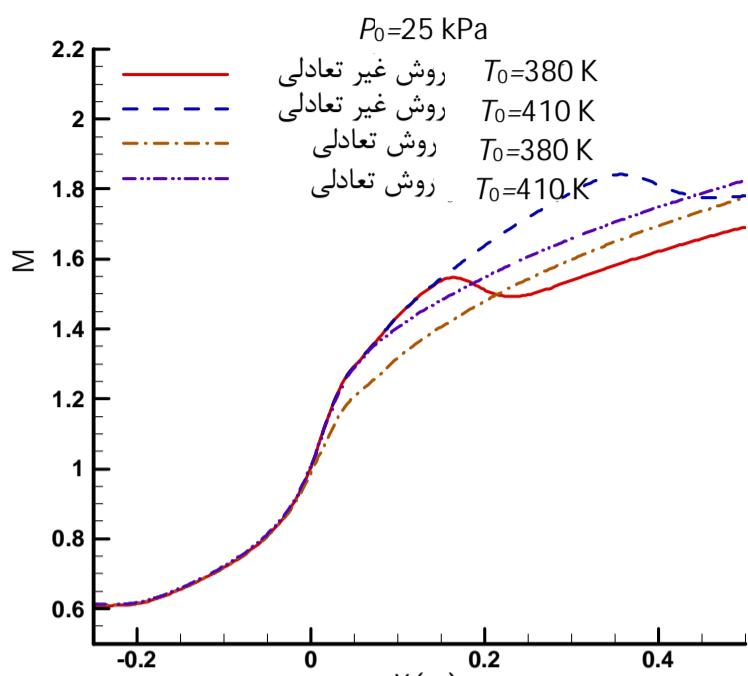
با توجه به شکل‌های 6 و 7 می‌توان گفت اگر چه شرایط ورودی به شیپوره B به منحنی اشباع نزدیک‌تر است اما شروع چگالش در شیپوره A در هر دو روش تعادلی و غیرتعادلی سریع‌تر اتفاق افتاده است. (نقطه 3 و 1). علت این امر را این‌طور می‌توان بیان نمود که نرخ انبساط در شیپوره A بسیار بیشتر از نرخ انبساط در شیپوره B است در نتیجه همان‌طور که در نمودار ترمودینامیکی  $T-S$  نشان داده شده است جریان در عبور از شیپوره A، شرایط ورودی (نقطه 1A) تا محل شروع چگالش جریان تحت یک شرایط غیر‌تعادلی



شکل 4 هندسه‌های A, B, C از سری شیپوره‌های مور [6]

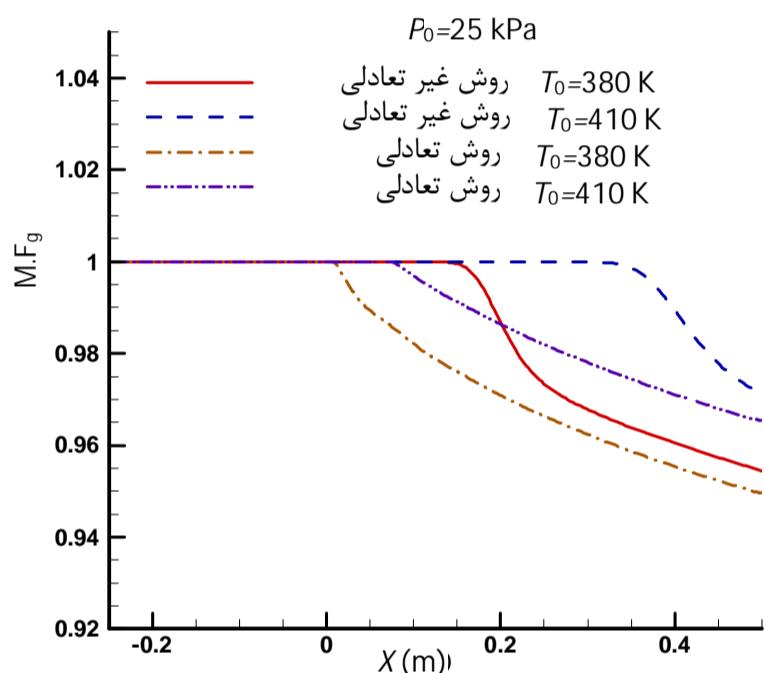


شکل 5 نمودار ترمودینامیکی دما- انتروپی جهت مشاهده شرایط ورودی برای هندسه‌های مختلف شیپوره



شکل 9 نحوه تغییرات عدد ماخ در شیپوره A مور

با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی با شرایط دمای سکون ورودی متفاوت



شکل 10 نحوه تغییرات کسر گاز در شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی با شرایط دمای سکون ورودی متفاوت

آبرودینامیکی در آن و بدون وقوع شوک آبرودینامیکی و با تغییر در فشار پشت جریان (فشار خروجی نازل) بررسی شده است. جهت اعتبارسنجی نتایج حل عددی، توزیع فشار در محور مرکزی شیپوره همگرا-واگرا محاسبه شده و با نتایج تحلیلی کرمانی-زایر نوری و نتایج آزمایشگاهی مور مقایسه گردیده است. در این بررسی از شیپوره A از سری شیپوره‌های مور با شرایط ورودی فشار سکون برابر 25 کیلوپاسکال و دمای سکون برابر  $354/6$  کلوین استفاده شده است. شرایط خروجی در شیپوره در جریان حاوی شوک، مادون صوت در نظر گرفته شده و فشار محیط در دهانه خروجی شیپوره برابر 16 کیلو پاسکال می‌باشد.

هنگامی حل شده در این قسمت، شیپوره A در مقاله مور [6] می‌باشد که در شکل 11 به تصویر کشیده شده است. در شرایط مرزی ورودی، از فشار کل و دمای کل و در شرط مرزی خروجی برای ایجاد جریان مادون صوت از فشارهای خروجی متفاوت استفاده شده است. با توجه به جریان لزج از شبکه بندی بسیار ریز در نزدیکی دیواره‌ها استفاده شده است.

هنگامی که فشار خروجی شیپوره به مقدار کافی پایین نباشد یک شوک قائم از دهانه خروجی شیپوره شروع به حرکت و به داخل کشانده می‌شود. حرکت این شوک تا آنجا ادامه می‌یابد که فشار بعد از شوک طی عبور از ادامه

دهنده فشار سکون است با افزایش دمای سکون (از نقطه 4 به 1)، اختلاف دما در جریان ایزنتروپیک، برای شروع چگالش افزایش می‌یابد. این اختلاف دما در واقع مقدار انبساط جریان از شرایط سکون تا شروع چگالش را نشان می‌دهد. نکته حائز اهمیت دیگری که در نمودار ترمودینامیکی شکل 8 نشان داده شده است این است که با افزایش دمای سکون، دمای استاتیک چگالش جریان در هر دو روش تعادلی و غیر تعادلی کاهش می‌یابد، ( $T_6 > T_3, T_5 > T_2$ ). همان‌طور که در شکل 8 مشاهده می‌شود با افزایش دمای سکون مقدار دمای استاتیک شروع چگالش در روش تعادلی  $T_5$  و دمای استاتیک در روش غیر تعادلی  $T_6$  به ترتیب به دمای استاتیک  $T_2$  و  $T_3$  افت می‌نماید.

در این بخش به مقایسه مقدار عدد ماخ جریان و مقدار کسر جرمی فاز گاز در طول شیپوره A به ازای دو دمای سکون متفاوت 380 و 410 کلوین پرداخته شده است. با مشاهده شکل‌های 9 و 10 نکات زیر قابل ارائه می‌باشد:

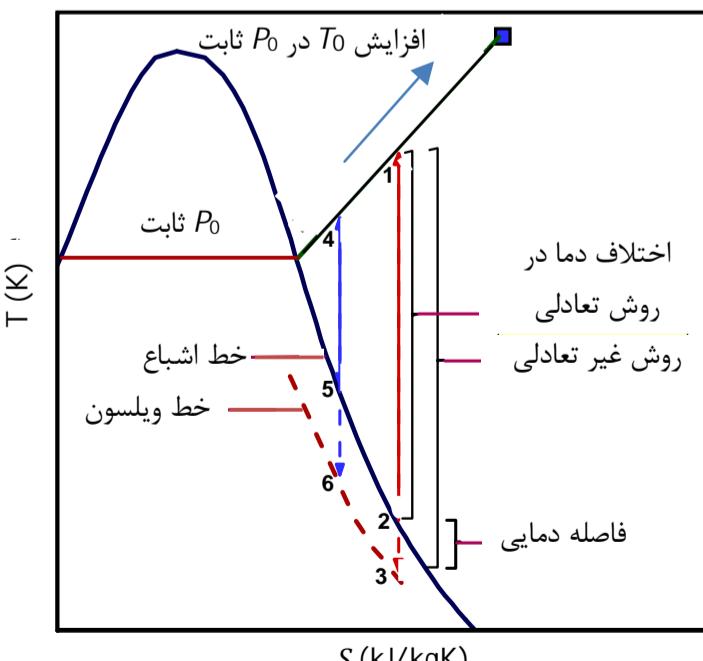
- با افزایش دمای سکون محل شروع چگالش جریان در هر دو روش در طول شیپوره پیش روی می‌نماید.

- به ازای یک دمای سکون برابر، چگالش در روش تعادلی سریع‌تر اتفاق می‌افتد زیرا جریان در روش غیرتعادلی بعد از رسیدن به خط ویلسون شروع چگالش را تجربه می‌نماید در نتیجه برای طی نمودن فاصله دمایی محل شروع چگالش کمی جلوتر از روش تعادلی ایجاد می‌شود.
- مشخصه‌های ترمودینامیکی و جریانی سیال برای دمای سکون‌های متفاوت تا قبل از شروع چگالش در هر دو روش، کاملاً یکسانند.
- به منظور مقایسه دو روش تعادلی و غیرتعادلی برای دمای سکون متفاوت از مقدار اختلاف کسر جرمی در این دو روش استفاده شده است.
- با توجه به استفاده از یک شیپوره خاص و ثابت بودن نرخ انبساط، با استفاده از شکل 10 مشخص است که فاصله محل شروع چگالش در روش‌های تعادلی و غیرتعادلی با افزایش دمای سکون، افزایش می‌یابد. علت این پدیده به این صورت است که با افزایش دمای سکون فاصله دمایی افزایش یافته و خط ویلسون از منحنی اشباع دورتر می‌شود.

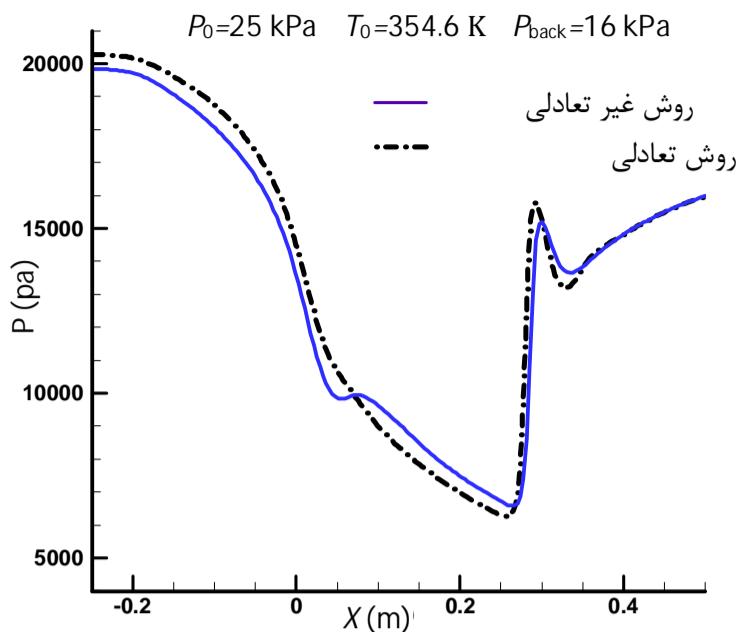
## 5- بخش دوم: جریان مادون صوت در خروجی شیپوره(ما فوق صوت حاوی شوک آبرودینامیکی)

### 5-1- اعتبارسنجی

در این بخش از مقاله مطالعه عددی جریان لزج دوفاز بخار- مایع در یک شیپوره دو بعدی همگرا-واگرا برای حالات مختلف همراه با وقوع شوک



شکل 8 نمودار دما- انتروپی و تاثیرات دمای سکون ورودی بر چگالش جریان

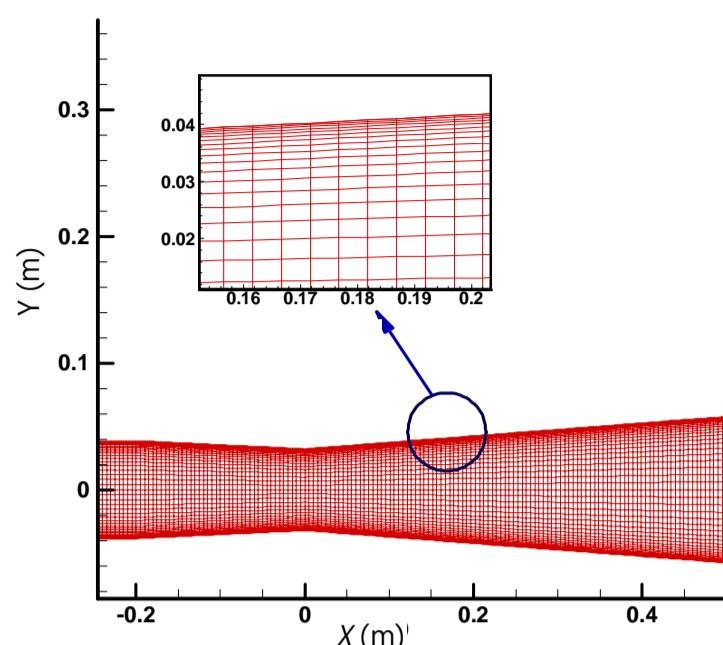


شکل ۱۳ فشار استاتیک با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان با شوک

در روش اول با استفاده از روش غیر لرج ابتدا محیط محاسباتی حل شده و سپس با ملاحظه مقدار ضخامت جابه‌جایی و اضافه نمودن آن به هندسه اصلی به جواب نهایی دست خواهیم یافت. در روش بعدی به یکباره با در نظر گرفتن لرجت سیال، محیط محاسباتی مورد نظر حل می‌شود. به همین علت در مباحث سیالاتی همواره نتایج دو روش لرج و غیر لرج از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در این بخش با استفاده از دو روش تعادلی و غیر تعادلی به تحلیل جریان دو فاز بخار-مایع در شیپوره A مور در حالت لرج و غیر لرج پرداخته می‌شود. به منظور شبیه سازی شوک با استفاده از فشار خروجی ۱۶ کیلو پاسکال، یک موج ضربه‌ای قائم در قسمت واگرا شیپوره ایجاد می‌گردد، برای ارائه نتایج از داده‌های خط مرکزی شیپوره استفاده شده است.

زمانی که فشار محیط خارج بیشتر از فشار جریان در دهانه خروجی شیپوره در حالت ایزنترپیک باشد یک شوک آیرودینامیکی از دهانه خروجی به داخل شیپوره حرکت کرده و فشار خروجی جریان را به نحو پیوسته‌ای افزایش می‌دهد این شوک تا جایی در داخل شیپوره حرکت می‌نماید که فشار دهانه خروجی با فشار جریان در خروجی شیپوره برابر شود. همان‌طور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود نتایج روش تعادلی و غیر تعادلی با دقت خوبی در حالت لرج و غیر لرج بر یکدیگر منطبق شده‌اند. علی‌رغم انحراف نمودار در



شکل ۱۱ هندسه شیپوره A مور و نحوه شبکه بندی آن

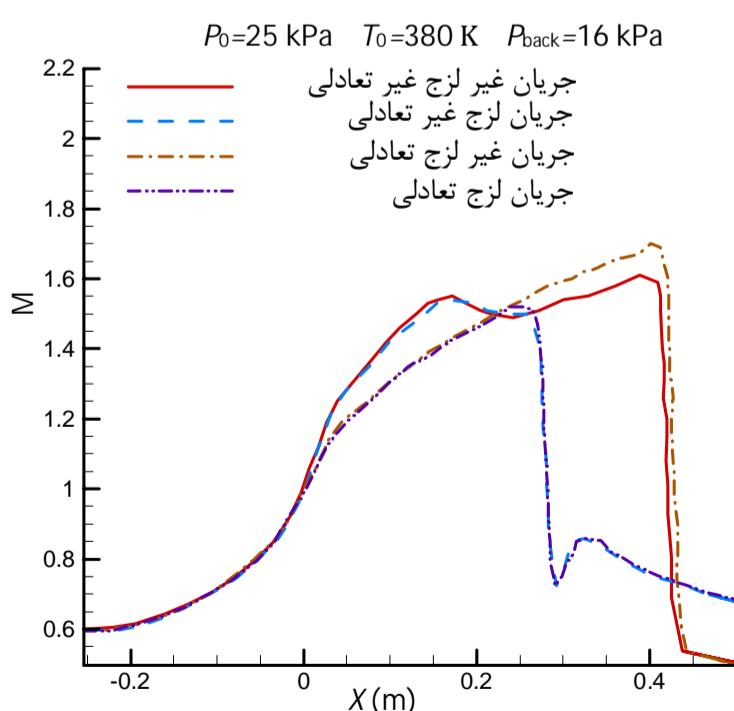
شیپوره با فشار خروجی برابر شود. در این صورت شوک در مکان خود پایدار شده و جریان در ادامه شیپوره مادون صوت و در اکثر موقعیت کاملاً خشک، خواهد بود.

در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ برای شیپوره دو بعدی همگرا-واگرا نحوه تغییرات پارامتر فشار بر روی محور مرکزی شیپوره برای روش‌های عددی غیر تعادلی، عددی تعادلی، عددی کرمانی رسم شده و با نتایج آزمایشگاهی مور مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود با توجه به این مطلب که جریان قبل از شوک کاملاً مافق صوت می‌باشد، لذا بالا دست شوک از وقوع آن بی اطلاع است و لذا حل عددی همراه با شوک با حل عددی بدون شوک و حل تجربی بدون شوک در بالا دست شوک مشابه هستند. همچنین مشاهده می‌گردد حل عددی به کار گرفته شده در این مقاله با دقت مناسبی بر حل عددی کرمانی با روش اویلری-لاگرانژی مطابقت دارد.

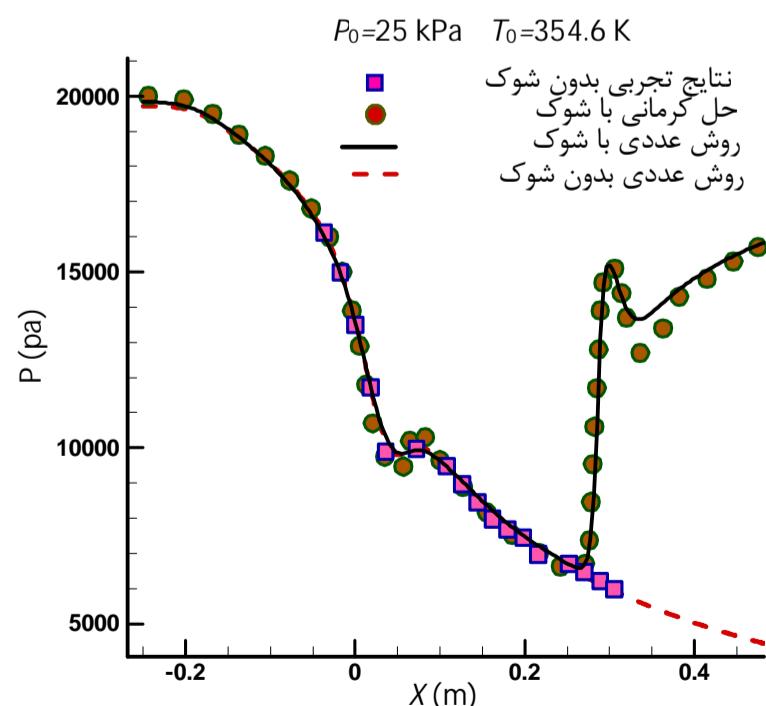
در شکل ۱۳ نتایج جریان حاوی شوک در روش‌های عددی تعادلی و غیر تعادلی مورد مقایسه قرار گرفته است. روند نتایج و محل شوک آیرودینامیکی مطابقت خوبی دارد و اختلاف در شرایط بالا دست شوک بین روش تعادلی و غیر تعادلی به دلیل اختلاف در دبی عبوری از گلوگاه می‌باشد. در نهایت به انتباطق نتایج در پایین دست شوک می‌توان اشاره نمود.

## ۵-۲- تاثیر لرجت در شیپوره حاوی شوک

به طور کلی برای تحلیل جریان‌های سیالاتی از دو روش می‌توان استفاده نمود



شکل ۱۴ نحوه تغییرات عدد ماخ در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان حاوی شوک لرج و غیر لرج



شکل ۱۲ نمایش فشار استاتیک حل عددی حاوی شوک، حل عددی بدون شوک، حل تجربی بدون شوک [6] و حل کرمانی-گربر [10]

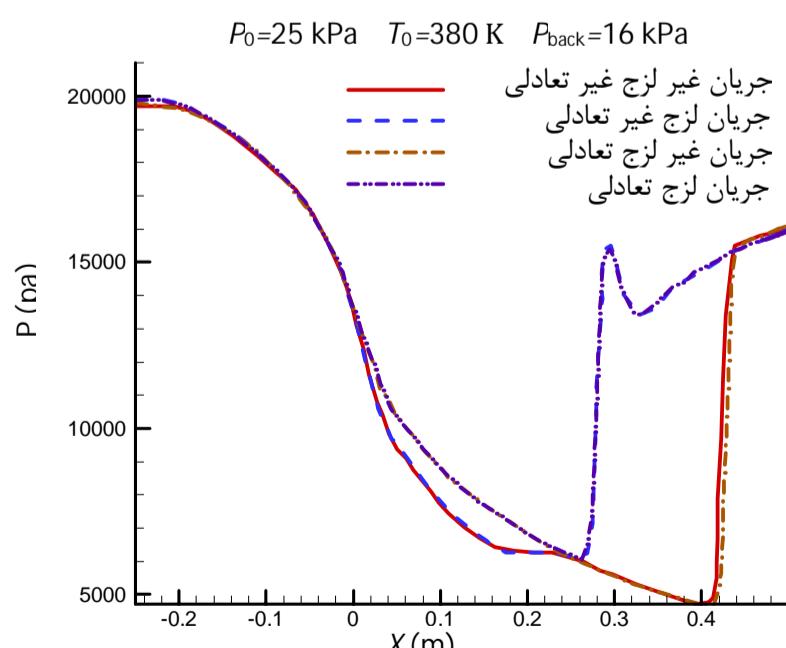
منحنی فشار مینیممی را تجربه می کند، سپس با ورود به قسمت واگرای نازل مصنوعی تا فشار محیط افزایش می یابد. این موضوع در شکل 12 به وضوح دیده می شود. همچنین با توجه به شکل 14 می توان گفت شکل گیری گردابه بر مکان قرار گیری نیز شوک تاثیر بسزایی دارد.

با توجه به توضیحات ارائه شده در قسمت بالا می توان بیان نمود که جریان پایین دست شوک در دو حالت لزج و غیر لزج کاملاً با یکدیگر متفاوت می باشند اما پارامتر مهمی که موقعیت شوک را در قسمت واگرای شیپوره ثابت می نماید فشار خروجی شیپوره می باشد در هر دو حالت جریان لزج و غیر لزج همان طور که در شکل 16 مشخص است، شوک در موقعیتی از شیپوره به حالت پایا می رسد که فشار جریان در دهانه خروجی را با فشار محیط بیرون برابر نماید. به عبارت دیگر برای به تعادل رسیدن موقعیت شوک در شیپوره، تنها و تنها، تنظیم فشار جریان با فشار محیط خارج مورد نیاز می باشد و سایر پارامترهای جریانی همانند دما و عدد ماخ جریان در دهانه خروجی همان طور که در شکل 15 ملاحظه می شود می توانند متفاوت باشند.

### 5-3-3- جریان دو فاز با تغییر موقعیت شوک میعان و آبودینامیک، در حالت لزج

در بررسی جریان دو فاز بخار مایع در شیپوره همگرا-واگرا، با توجه به شرایط سکون بالادست و نرخ انبساط شیپوره، امکان چگالش جریان همواره در طول شیپوره وجود دارد. با شروع چگالش جریان همان طور که در ابتدای این مقاله ذکر شد گرمای نهان حاصل از تشکیل فاز مایع به یکباره در محیط آزاد شده و منجر به ایجاد شوک میعان می شود از سوی دیگر اگر فشار محیط اطراف بالاتر از فشار خروجی جریان متفوق صوت باشد برای تنظیم فشار جریان در دهانه خروجی با فشار محیط، یک شوک آبودینامیکی نیز در طول شیپوره مشاهده می شود. در این بخش قصد شده است تاثیر شوک آبودینامیکی و شوک میعان بر روی یکدیگر مورد بررسی قرار داده شود.

5-3-1- شوک میعان سریعتر از شوک آبودینامیک اتفاق بیافتد. جریان عبوری از یک شیپوره همگرا-واگرا، تحت تاثیر شرایط بالادست و پایین دست شیپوره می تواند به ترتیب از دهانه ورودی شیپوره شوک میعان و شوک آبودینامیکی را تجربه نماید در ادامه این بخش نشان داده می شود که با تغییر شرایط جریانی و موقعیت این دو شوک نسبت به هم، سه حالت



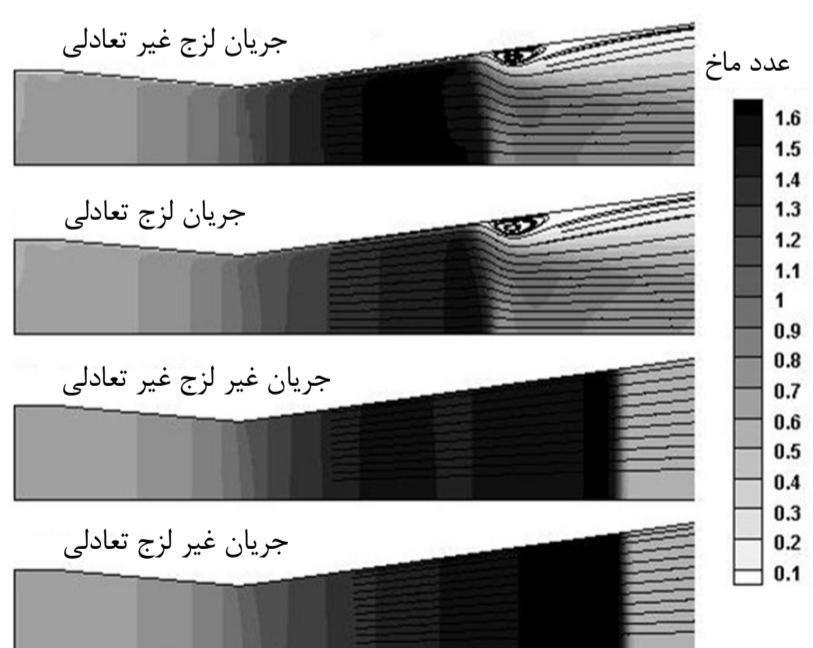
شکل 16 نحوه تغییرات فشار در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان حاوی شوک لزج و غیر لزج

روش تعادلی اما موقعیت شوک و جریان پایین دست شوک به نحو مطلوبی در روش تعادلی و غیر تعادلی شبیه سازی شده است. نکته مهمی که در ادامه می توان به آن اشاره داشت موقعیت شوک در دو حالت لزج و غیر لزج می باشد که نسبت به هم فاصله قابل توجهی گرفته اند.

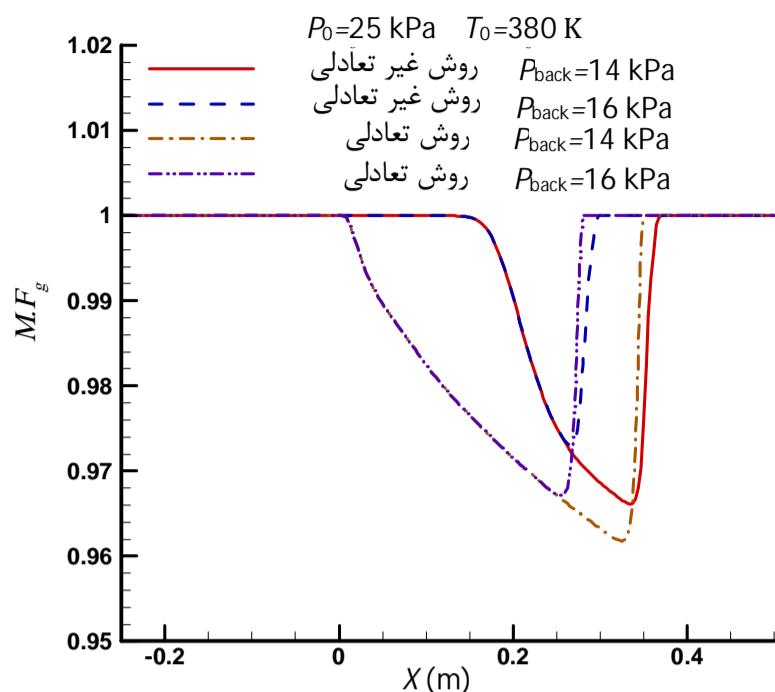
به منظور شرح بهتر جریان پایین دست شوک و نمایش خطوط جریان، از توزیع دو بعدی عدد ماخ جریان استفاده شده است با توجه به متقاضی بودن شیپوره، از نیمه بالایی شیپوره در این بخش استفاده شده است.

همان طور که در شکل 15 مشخص است در جریان غیر لزج از آنجا که لایه مرزی بر روی دیواره ها تشکیل نمی شود بعد از عبور جریان از شوک، جریان کاملاً از دیواره های شیپوره پیروی نموده و نسبت به آن منحرف نمی شود. اما در جریان لزج با برخورد شوک با لایه مرزی، مقدار افزایش فشار ایجاد شده بعد از شوک بیشتر از مقدار قابل تحمل توسط لایه مرزی بوده و سیال در نزدیکی دیواره در خلاف جریان اصلی، از فشار بیشتر به سمت فشار کمتر حرکت می نماید بواسطه همین پدیده، جریان بعد از شوک آبودینامیکی از دیواره ها جدا می شود. با جدایش جریان در نزدیکی دیواره ها، جریان اصلی از مرز جدا شده پیروی نموده و گردابه ایجاد شده همان طور که در شکل 15 نیز به نمایش در آمد است بر خطوط جریان عبوری از این قسمت تاثیرگذار می باشد. خطوط جریان حین عبور از گردابه ایجاد شده ابتدا همگرا، و سپس با طی نمودن بیشترین ضخامت گردابه، مجداداً و اگرآ می شوند. عبور جریان از این گردابه ایجاد شده همانند عبور آن از یک شیپوره همگرا-واگرای دیگر می باشد که در ادامه مقاله از آن با نام شیپوره مصنوعی یاد می شود.

حال با مشاهده مجدد شکل 15 می توان علت افزایش عدد ماخ بعد از شوک را توجیه نمود، به این نحو که جریان بعد عبور از شوک وارد قسمت همگرای شیپوره مصنوعی شده و با توجه به مادون صوت بودن جریان بعد از شوک، مجدداً سرعت گرفته و عدد ماخ آن افزایش می یابد این روند تا آنجا ادامه می یابد که جریان از گلوگاه شیپوره مصنوعی عبور نماید، در آن مقطع به حداقل سرعت خود دست یافته و بعد از آن با ورود به قسمت واگرا مقدار عدد ماخ آن مجدداً کاهش می یابد. شکل گیری گردابه در پائین دست شوک بر میدان فشار نیز تاثیر گذار است به صورتی که بعد از شوک و ورود جریان به قسمت همگرای نازل مصنوعی و افزایش سرعت، فشار کاهش یافته و



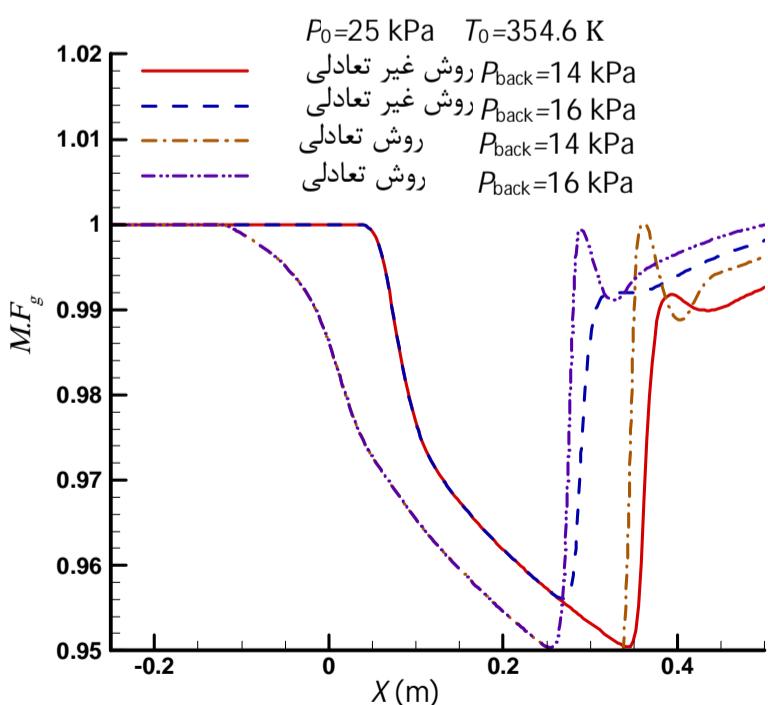
شکل 15 نحوه تغییرات عدد ماخ و خط جریان در شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان حاوی شوک لزج و غیر لزج



شکل 18 نحوه تغییرات کسر جرمی فاز گاز در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان حاوی شوک لزج با فشار خروجی متفاوت

این موضوع این طور می‌توان بیان نمود که همان‌طور که در شکل 20 مشخص است مقدار عدد ماخ قبل از شوک آیرودینامیکی در روش تعادلی بیشتر از روش غیر تعادلی است و هر اندازه مقدار عدد ماخ قبل از شوک آیرودینامیکی افزایش یابد مقدار کسر جرمی فاز بخار بعد از شوک نیز افزایش می‌یابد.

3. جریان بعد عبور از شوک کاملاً خشک شده و با عبور از شیپوره مصنوعی مجدد دو فازی می‌شود  
برای ارائه این حالت مقدار 360 کلوین برای دمای سکون انتخاب شده است همان‌طور که ملاحظه می‌شود جریان دو فاز بخار-مایع بعد از عبور از شوک آیرودینامیکی کاملاً خشک شده فاز مایع کاملاً نابدید می‌شود اما در عبور از قسمت همگرای شیپوره مصنوعی، مجدداً جریان منبسط شده و درنتیجه آن، فاز دوم ایجاد می‌شود. در این بخش یک نکته بسیار ظرف وجود دارد که بیان آن ضروری است. با عبور جریان دو فاز از شوک آیرودینامیکی فاز مایع به طور کامل از بین رفته و جریان کامل خشک می‌شود اما فشار سکون در حالی کاهش می‌یابد که دمای سکون جریان بدون



شکل 19 نحوه تغییرات کسر جرمی فاز گاز در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان حاوی شوک لزج با فشار خروجی متفاوت و شرایط ورودی آزمایش مور

متفاوت بعد از شوک آیرودینامیکی ایجاد می‌شود. که این سه حالت به شرح زیر می‌باشد:

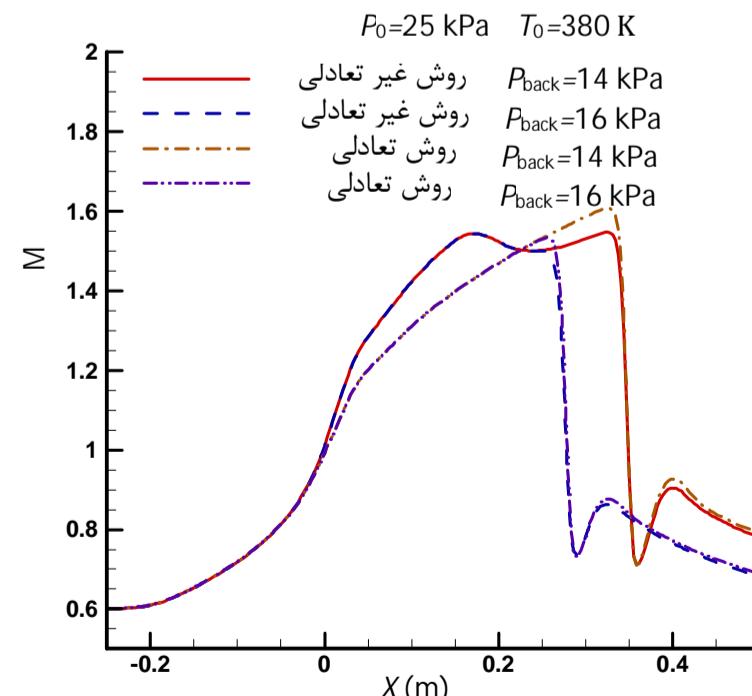
1. جریان بعد عبور از شوک و شیپوره مصنوعی کاملاً خشک می‌شود.  
در این مطالعه با انتخاب دمای سکون 25 کلوین و فشار سکون 25 کیلو پاسکال در شیپوره A مور، با انتخاب فشار خروج 14 و 16 کیلو پاسکال شوک آیرودینامیکی بعد از شوک میان رخ می‌دهد و سعی شده با انتخاب این دمای سکون این دو شوک به اندازه کافی به یکدیگر نزدیک شوند. نتایج ارائه شده در این قسمت همانند بخش‌های قبل در خط مرکزی شیپوره انتخاب شده‌اند.

با مشاهده شکل‌های 17 و 18 به این نکته می‌توان اشاره نمود. جریان بعد از عبور از شوک آیرودینامیکی در هر دو روش تعادلی و غیر تعادلی کاملاً خشک می‌شود. علاوه بر این شوک میان در روش غیرتعادلی به علت عبور جریان از درجه موفق سردی و شروع چگالش دیرتر، به شوک آیرودینامیکی نزدیک‌تر می‌باشد. با افزایش فشار خروجی، شوک آیرودینامیکی به داخل شیپوره کشیده شده و با توجه به این مطلب که جریان قبل از شوک کاملاً مافق صوت می‌باشد لذا بالا دست شوک از وقوع آن بی‌اطلاع و در محل شروع چگالش تغییری ایجاد نمی‌شود. همچنین با توجه به بیشتر بودن عدد ماخ جریان در روش تعادلی قبل از شوک، قدرت شوک آیرودینامیکی در این روش بیشتر بوده و گردابه به وجود آمده کمی بزرگ‌تر می‌باشد.

2. جریان بعد عبور از شوک و شیپوره مصنوعی همچنان دوفاز باقی می‌ماند.

در این مطالعه مقدار دمای سکون را تا 354/6 کلوین کاهش داده می‌شود و به بررسی جریان دو فاز بخار-مایع بعد عبور از شوک آیرودینامیکی پرداخته می‌شود.

همان‌طور که در شکل 19 مشاهده می‌شود فاز دوم بعد از عبور جریان از شوک آیرودینامیکی همچنان وجود دارد به عبارت دیگر مقدار فاز دوم در عبور از شوک اگرچه کم شده ولی از بین نرفته است و در ادامه با عبور از قسمت همگرای شیپوره مصنوعی بر مقدار آن افزوده می‌شود. علاوه بر این موضوع با کاهش دمای سکون شروع چگالش سریعتر اتفاق افتاده و لذا در این حالت فاصله بین شوک میان و شوک آیرودینامیکی بیشتر می‌شود. نکته قابل بررسی دیگری که در شکل 19 قابل ارائه می‌باشد مقدار رطوبت بعد از شوک آیرودینامیکی در روش تعادلی بیشتر از روش غیرتعادلی است در مورد علت

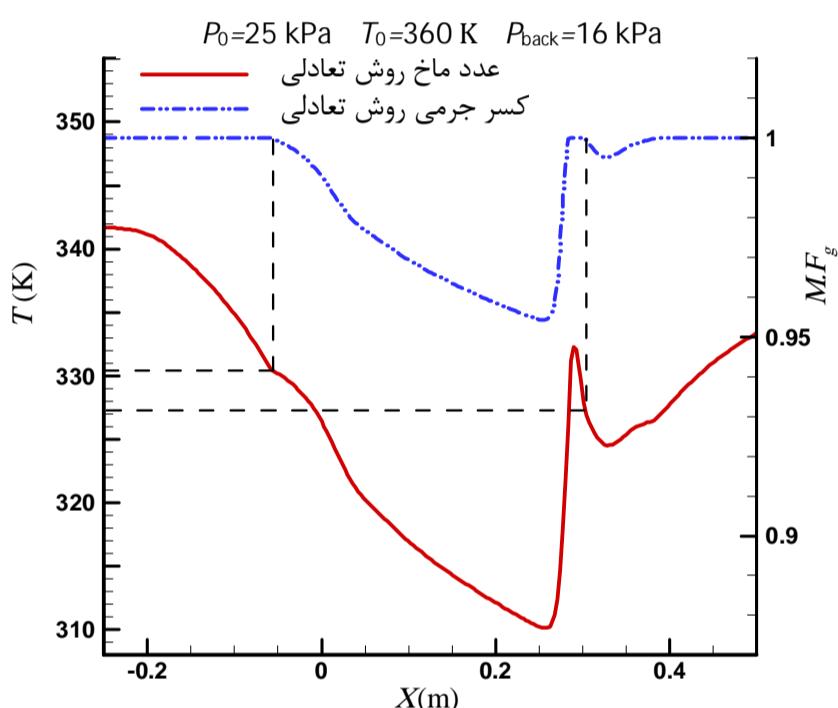


شکل 17 نحوه تغییرات عدد ماخ در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان حاوی شوک لزج با فشار خروجی متفاوت

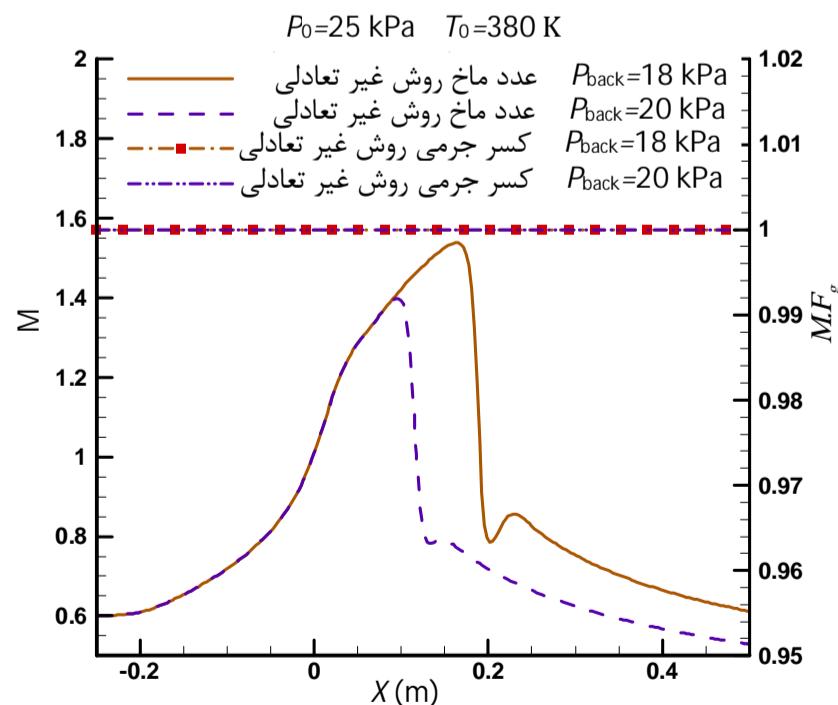
شوك آبودینامیکی زودتر از شوك میعنان اتفاق بیافتد پدیده چگالش جریان در طول شیپوره به طور کامل حذف شده و همواره در طول شیپوره جریانی کاملا خشک مشاهده خواهد شد. مطالب ذکر گردیده به خوبی در شکل‌های 23 و 24 برای عدد ماخ، فشار و میزان رطوبت جریان به نمایش در آمده است.

### 6- نتیجه گیری

- برای جریان دو فاز بخار- مایع که در عبور از یک فرایند کاملا خشک باقی بماند نتایج این دو روش تعادلی و غیرتعادلی کاملا بر یکدیگر منطبق می‌باشد.
- با افزایش نرخ انبساط فاصله دمایی سریع‌تر طی شده و جواب‌های روش تعادلی و غیر تعادلی به یکدیگر نزدیک می‌شوند.
- بعد از چگالش جریان در هر دو روش، مقدار کسر جرمی فاز گاز پیش بینی شده در روش غیر تعادلی بیشتر از روش تعادلی است.
- با افزایش دمای سکون و کاهش فشار سکون فاصله دمایی افزایش یافته که این مستله خود نشان دهنده افزایش فاصله منحنی اشباع و خط



شکل 22 نحوه تغییرات کسر جرمی فاز گاز و دما در محور مرکزی شیپوره A مور با روش عددی تعادلی در جریان حاوی شوک ویسکوز

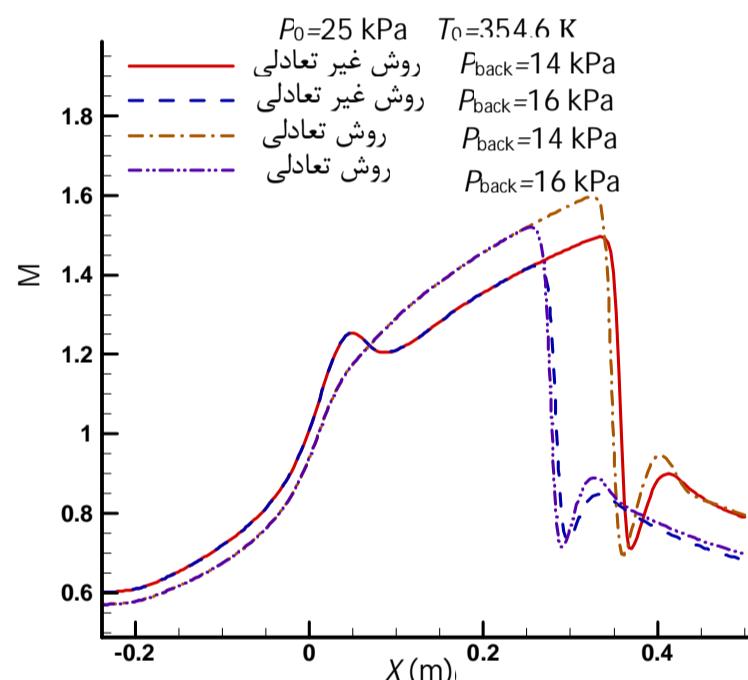


شکل 23 نحوه تغییرات کسر جرمی فاز گاز و عدد ماخ در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی در جریان حاوی شوک لزج با فشار خروجی متفاوت

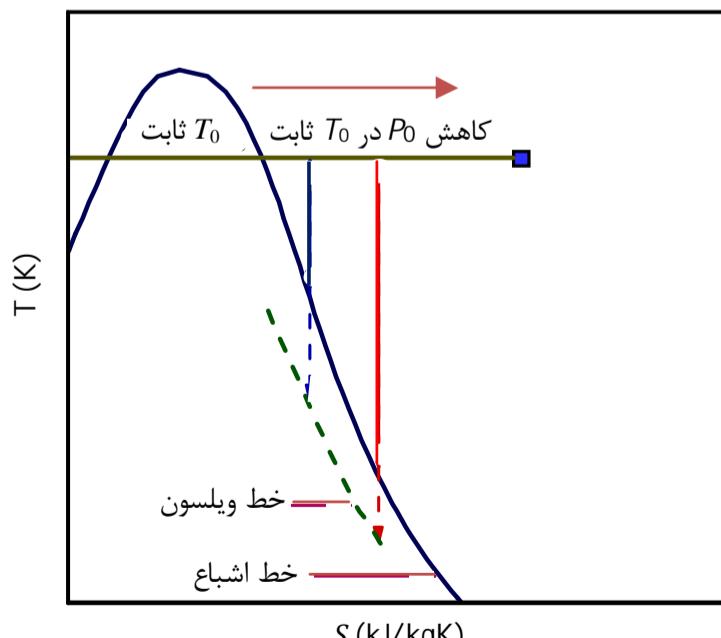
تغییر باقی می‌ماند.

طی این شرایط همانطور که در نمودار ترمودینامیکی T-S شکل 21 مشخص است دمای چگالش شروع جریان در هر دو روش تعادلی و غیر تعادلی افت می‌نماید یعنی مقدار دمای استاتیک در شروع چگالش اول بیشتر از دمای استاتیک برای شروع چگالش دوم است که این مهم به نحو گویایی در شکل 22 به نمایش در آمده است.

3-5- شوک آبودینامیکی سریع‌تر از شوک میعنان رخ دهد اگر شرایط سکون بالادست و هندسه مورد نظر به نحوی انتخاب شود که چگالش جریان بعد از خفگی در گلوگاه رخ دهد، می‌توان با افزایش فشار خروجی، شوک آبودینامیکی را در موقعیتی که قبل از شوک میعنان قرار دارد مستقر نمود. در چنین آرایشی، مقدار انتروپی جریان بعد عبور از شوک افزایش پیدا کرده و همان‌طور که در نمودار ترمودینامیکی T-S شکل 21 به نمایش درآمده مقدار دمای استاتیک جریان برای شروع چگالش نسبت به حالت قبل از شوک نیز پایین‌تر می‌آید و این در حالی است که به علت مادون صوت بودن جریان و واگرایی شیپوره، در ادامه دمای استاتیک افزایش می‌یابد. پس به طور کلی این طور می‌توان بیان نمود که با احتمال بسیار بالایی اگر



شکل 20 نحوه تغییرات عدد ماخ در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی و تعادلی در جریان حاوی شوک لزج با فشار خروجی متفاوت و شرایط ورودی آزمایش مور

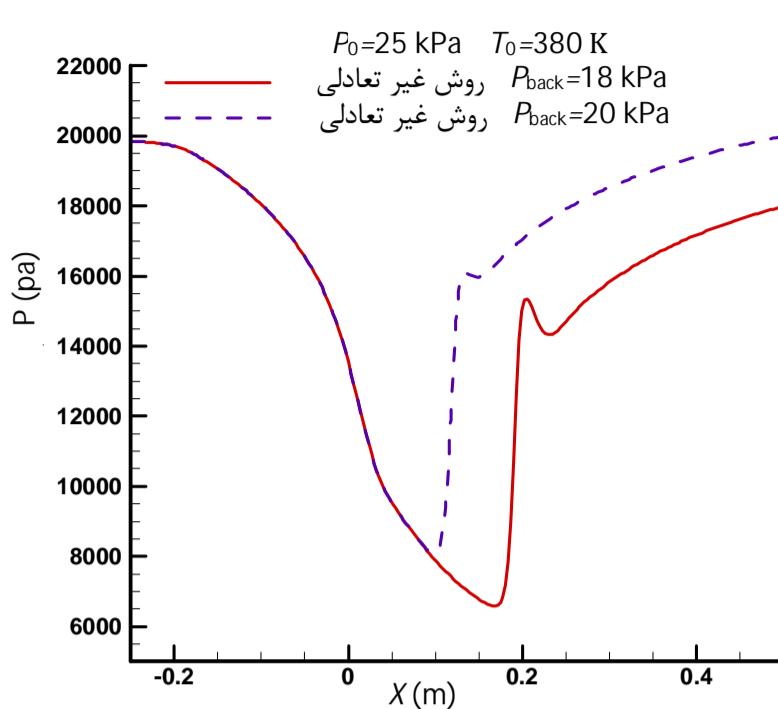


شکل 21 نمودار ترمودینامیکی دما انتروپی جهت مقایسه فرایند انبساط چگالشی تعادلی و غیر تعادلی با فشار سکون متفاوت در دمای سکون ثابت

جرم، جرم ملکولی (kg)	$m$
تعداد قطره بر واحد جرم گاز (kg <sub>g</sub> /تعداد قطره)	$N$
(Pa)	$P$
ضریب چگالش	$q_c$
شعاع قطره (m)	$r$
شعاع بحرانی قطره (m)	$r^*$
ثابت گاز (J/kgK)	$R$
(kg/m <sup>3</sup> s)	$S_m$
ترم منبع در معادله بقای جرم (kg/m <sup>3</sup> s)	$S_h$
ترم منبع در معادله بقای مومنتوم (kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> )	$S_F$
سرعت (m/s)	$u$
متغیر مکانی (m)	$X$
تغییرات انرژی ازاد گیبس (J/kg)	$\Delta G$
علائم یونانی	
کسر جرمی فاز گاز به فاز مایع	$A$
نسبت ظرفیت گرمایی	$\gamma$
پارامتر تصحیح	$\eta$
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho$
عدد پی	$\Pi$
کشش سطحی (N/m)	$\sigma$
حجم مخصوص (m <sup>3</sup> /kg)	$\nu$
موثر (آرام + مغشوش)	زیرنویس
گاز	eff
سیال و قطره	$g$
نمادهای تانسوری	$f$
شرایط اشباع	$ijk$
	$s$

## 9- مراجع

- [1] J.B. Thompson, Theory of The Flow of Steam and Condensation Phenomenon, *proc. Inst. Mech. Engrs.*, Parts 1-2, P 253, 1871.
- [2] C.T.R. Wilson, Condensation Of Water Vapour In The Present Of Dust Free Air And Other Gasses, *Royal Society of London*, Vol. 61, pp. 240-242, 1897.
- [3] G.Gyarmathy, Zur wachstumsgeschwindigkeit kleiner Flüssigkeitströpfchen in einer übersättigten atmosphäre, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, Vol. 14, No. 3, pp. 280-293, 1963. (In German)
- [4] J.E. McDonald, Homogeneous nucleating of vapour condensation I, Thermodynamic aspects, *American Journal of Physics*, Vol. 30, No. 1, pp. 31-41, 1962.
- [5] J.E. McDonald, Homogeneous nucleating of vapour condensation II, Kinetic aspects, *American Journal of Physics*, Vol. 31, No. 1, pp. 28-37, 1963.
- [6] M.J. Moore, P.T. Walters, R.I. Crane, B.J. Davidson, Predicting the fog drop size in wet steam turbines, Institute of Mechanical Engineers (UK), *The 4<sup>th</sup> Wet Steam Conf*, University of Warwick, paper C37/73, 1973.
- [7] F. Bakhtar, D.J. Ryley, K.A. Tubman, J.B. Young, Nucleation studies in flowing high pressure steam, *proc. Inst. Mech. Engrs.* 189, pp. 427-436, 1975.
- [8] F. Bakhtar, K. Zidi, Nucleation phenomena in flowing high-pressure steam: experimental results, *Proc. Inst. Mech. Eng.* Vol. 203, pp. 195-200, 1989.
- [9] F. Bakhtar, K. Zidi, Nucleation phenomena in flowing high-pressure steam, part, 2: theoretical analysis, *Journal of Power and Energy*, Vol. 204, pp. 233-242, 1990.
- [10] A.G. Gerber, Two-phase Eulerian/Lagrangian model for nucleating steam flow, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 124, No. 2, pp. 465-475, 2002.
- [11] M.J. Kermani , A.G. Gerber. A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleating steam flow,



شکل 24 نحوه تغییرات فشار در محور مرکزی شیپوره A مور با روش‌های عددی غیر تعادلی در جریان حاوی شوک لرج با فشار خروجی مختلف

و پیلسون می‌باشد.

- با کاهش دمای سکون نتایج روش‌های تعادلی و غیر تعادلی به یکدیگر نزدیک تر خواهند شد.
- بعد از چگالش جریان در هر دو روش، مقدار عدد ماخ روش تعادلی بیشتر از عدد ماخ روش غیر تعادلی پیش بینی می‌شود.
- نتایج روش تعادلی در جریان لرج در مدل سازی موقعیت شوک آبرودینامیکی و جریان پایین دست آن، با دقت مناسبی با نتایج روش غیر تعادلی مطابقت دارد.
- هنگامی که شوک میان زودتر از شوک آبرودینامیکی اتفاق می‌افتد جریان بعد عبور از شوک آبرودینامیکی را می‌توان به سه دسته تقسیم نمود:

  1. جریان بعد عبور از شوک و شیپوره مصنوعی کاملاً خشک خواهد شد.
  2. جریان دقیقاً بعد عبور از شوک آبرودینامیکی همچنان دوفاز باقی مانده و در ادامه با عبور از قسمت همگرا شیپوره مصنوعی براین مقدار افزوده می‌شود.
  3. جریان بعد عبور از شوک کاملاً خشک شده و با عبور از شیپوره مصنوعی مجدد فاز مایع تشکیل می‌شود.

- در صورتی که شوک آبرودینامیکی سریعتر از شوک میان رخ دهد با احتمال بسیار بالایی، از ابتدا تا انتهای شیپوره، جریان کاملاً خشک بوده و در هیچ نقطه آن فاز مایع تشکیل نمی‌شود.

## 7- تقدیر و تشکر

از راهنمایی‌ها و کمک‌های آقای مهندس علی اکبر پیروزی در طی مراحل انجام تحقیقات و نگارش این مقاله کمال تشکر را دارم.

## 8- فهرست علائم

آنالپی استاتیک (J/kg)	$h$
آنالپی کل (J/kg)	$H$
نرخ جوانه زایی (m <sup>3</sup> s/تعداد قطره)	$J$
ثابت بولتزمن (J/K)	$K$
ضریب انتقال حرارت هدایت (W/mK)	$k$
کسر جرمی	$M.F$

- [16] B.E. Launder, D.B. Spalding, The numerical computation of turbulent flows, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* pp. 269–289, 1974.
- [17] G. Gyarmathy, *Condensation in flowing steam*, A Von Karman Institute Book on Two-Phase Steam Flow in Turbines and Separators, , pp. 127–189, London, Hemisphere, 1976.
- [18] A.J. White, J.B. Young, Time-marching method for the prediction of two-dimensional, unsteady flows of condensing steam, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 9, No. 4, pp. 579-587, 1993.
- [19] *Equations of IAPWS-IF97*, A summary by Bernhard Spang, Hamburg, Germany, at The Chemical Engineers' Resource Page.
- [20] *IAPWS Equations for Transport Properties and Surface Tension of Water and Steam*, A summary by Bernhard Spang, Hamburg, Germany, at The Chemical Engineers' Resource Page.
- [11] M. Zayernouri, M.J.Kermani, Development of an Analytical Solution for Compressible Two-Phase Steam Flow, *Canadian Journal of Mechanical Engineering*, Transaction of the CSME, Vol. 30, No. 2, pp. 279-296, 2006.
- [13] B. Nikkhahi, M. Shams, M. Ziabasharagh, A numerical investigation of two-phase steam flow around a 2-D turbine's rotor tip, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp, 632–639, 2009.
- [14] S. Hamidi, M.J. Kermani, Numerical solutions of compressible two-phase moist-air flow with shocks, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 47, pp. 20–29, 2013.
- [15] A.G. Gerber, M.J. Kermani, A pressure based Eulerian–Eulerian multi-phase model for non-equilibrium condensation in transonic steam flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 10-11, pp. 2217–2231, 2004.
- [5] International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, No. 17, pp. 3265–3278, 2003.