



طراحی کنترل کننده LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگبا استفاده از مدل کاهش یافته کوآترنیون ها

امیر رضا کوثری^{۱*}، مهدی پیروانی^۱، مهدی فکور^۲، حسین نجات^۲

- ۱- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
 ۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
 ۳- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
 ۴- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شریف، تهران
 * تهران، صندوق پستی ۱۵۶۱-۱۴۳۹۵، kosari_a@ut.ac.ir

چکیده

در این مقاله به طراحی کنترل کننده LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگ در فاز نامی پرداخته می‌شود. طراحی مد نظر از سه بخش طراحی رگولاتور LQR، فیلتر کالمن توسعه یافته و بخش LTR تشکیل می‌شود. طراحی کنترل کننده براساس مدل خطی ماهواره و با استفاده از مدل کاهش یافته کوآترنیون ها انجام می‌شود. مدل کاهش یافته کوآترنیون ها مشکل عدم کنترل پذیری سیستم، در زیرفضاهای غیر قابل کنترل مدل کامل، را حل می‌کند. عملگر مورد استفاده در این مقاله چرخ عکس‌العملی و حسگرهای مد نظر، حسگرهای خورشید و زمین هستند. روش LQR ایده‌آل محسوب می‌شود و نویز موجود در مدل و حسگرها را لحاظ نمی‌کند. از اینرو، از فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین حالت‌های آغشته به نویز استفاده کرده و براساس حالت‌های تخمینی کنترل کننده‌های LQG و LQG/LTR طراحی می‌شود. ضرایب بهره کنترل کننده‌ها نیز براساس مدل کاهش یافته کوآترنیون ها حول نقطه تعادل و با در نظر گرفتن فرکانس حلقه بسته سیستم به دست می‌آیند. به منظور مقاوم کردن کنترل کننده در برابر اغتشاشات ناشی از تشعشعات خورشیدی، مقادیر تکین کنترل کننده LQG را در بخش LTR به سمت فیلتر کالمن میل می‌دهیم. نتایج نشان می‌دهد که کنترل کننده LQG/LTR عملکرد بهتری نسبت به کنترل کننده LQG داشته و محدوده مقاومت مناسبی در برابر اغتشاشات ایجاد می‌کند.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: ۰۱ خرداد ۱۳۹۲
 پذیرش: ۱۶ بهمن ۱۳۹۲
 ارائه در سایت: ۱۴ تیر ۱۳۹۳
 کلید واژگان:
 ماهواره زمین آهنگ
 کنترل وضعیت
 کنترل پذیری
 LQG/LTR
 مدل کاهش یافته کوآترنیون ها

Design of LQG/LTR controller for attitude control of geostationary satellite using reduced quaternion model

Amir Rreza Kosari^{1*}, Mehdi Peyrovani¹, Mehdi Fakoor¹, Hossein Nejat²

- 1- Faculty of New Science and Technology, University of Tehran, Tehran, Iran.
 2- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.
 *P.O.B. 14395-1561 Tehran, kosari_a@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 22 May 2013
 Accepted 05 February 2014
 Available Online 05 July 2014

Keywords:
 Geostationary Satellite
 Attitude Control
 Controllability
 LQG/LTR
 Reduced Quaternion Model

ABSTRACT

In this paper, a LQG/LTR controller is proposed for attitude control of a geostationary satellite at nominal phase. Basically, the proposed methodology includes three parts: Linear Quadratic Regulator (LQR) design, Extended Kalman Filter (EKF) design, and Loop Transfer Recovery (LTR) design. The controller design is based on the linearized equations of the spacecraft dynamics using reduced quaternion model. The reduced quaternion model solve uncontrollable problem in some subspaces in the linearized state space quaternion model using all four components of quaternion. The spacecraft actuators are the reaction wheels and the attitude determination sensors are sun and earth sensors. The LQR controller is ideal and it does not account for the model uncertainty and sensor noise and it uses the feedback of the full states. To consider the model uncertainty and sensor noise, we have designed EKF which is used by LQG and LQG/LTR controllers. The controller gain coefficients are obtained using a reduced quaternion model, and based on linearization around the equilibrium point and the natural frequency of the closed loop system. To increase the robustness of the design with respect to solar radiation disturbance, singular values of LQG are approximated to Kalman filter, in LTR section. The results demonstrate that LQG/LTR performance is better than LQG's and LQG/LTR has a good robust stability margin with respect to disturbances.

۱- مقدمه

به همین دلیل دائما از مسیر اصلی خود (موقعیت و وضعیت نامی^۱) منحرف شده و نیازمند به اصلاح پارامترهای مداری در بازه‌های زمانی نسبتا

یک ماهواره زمین آهنگ دائما در معرض گشتاورهای اغتشاشی متعددی مانند گشتاورهای گرادیان گرانشی، تشعشعات خورشیدی و غیره قرار می‌گیرد.

1-Nominal mode

Please cite this article using:

A.R. Kosari, M. Peyrovani, M. Fakoor, H. Nejat, Design of LQG/LTR controller for attitude control of geostationary satellite using reduced quaternion model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 1-10, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مشخص می‌باشد [۲،۱].

برای پرهیز از این مشکل و پایدارسازی وضعیت ماهواره از زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره^۱ استفاده می‌گردد. این زیرسیستم مسئول نشانه روی مناسب ماهواره در مانورهای مختلف حفظ موقعیت^۲ است. این زیرسیستم یکی از دقیق‌ترین و مهم‌ترین بخش‌ها در ماهواره‌های مخابراتی است [۲].

حسگرهای ماهواره در بخش تعیین وضعیت اطلاعات مربوط به جهت‌گیری و وضعیت ماهواره را برای کنترل کننده تولید می‌کنند و عبارت اند از حسگرهای زمین، خورشید، ستاره، ژيروسکوپ و غیره. پس از آن، کنترل کننده به وسیله عملگرهای تصحیح وضعیت، جهت‌گیری ماهواره را اصلاح می‌کند. عملگرهای ماهواره نیز می‌توانند تراسترها، چرخ‌های عکس‌العملی یا چرخ‌های مومنومی باشند [۳،۴].

برای کنترل وضعیت ماهواره از روش‌های کنترلی مختلفی استفاده می‌شود. در مرجع [۵] سرعت‌های زاویه‌ای و وضعیت سیستم براساس کواترنیون‌ها بیان شده و از کنترل کننده‌های P و PI برای داشتن کمترین خطا در دوران دستگاه‌ها استفاده شده است. در مرجع [۶] با بررسی دینامیک چرخ مومنومی به طراحی کنترل کننده PID بر پایه شبکه عصبی RBF^۳، به منظور جلوگیری از کاهش دقت این عملگر بر اثر نویزها و گشتاورهای اغتشاشی موجود، پرداخته شده است. در مرجع [۷] نیز روابط خطی‌سازی شده دینامیک ماهواره ارائه شده و کنترل کننده LQR برای کنترل وضعیت و داشتن کمترین خطا طراحی شده است. در مرجع [۸] طراحی زیرسیستم کنترل وضعیت برای ماهواره‌هایی که دارای بخش انعطاف پذیر هستند، مطرح شده است. در این مرجع مقاومت و عملکرد سیستم با طراحی و مقایسه سه کنترل کننده LQR، LQG و H_∞، با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها، بررسی شده است. مقایسه سه کنترل کننده نشان می‌دهد که LQR در عین سادگی، مقاومت مناسبی تولید می‌کند ولی نویز موجود در سیستم را در نظر نگرفته و تمام حالات سیستم باید در فیدبک آن دیده شوند. LQG روش واقعی‌تری است و به کمک فیلتر کالمنی توان اغتشاشات و نویزها را در کنترل کننده لحاظ کرد و حالاتی را که به طور مستقیم در خروجی سیستم مشاهده نمی‌شوند، رویت نمود. ولی مقاومت آن با توجه به عدم قطعیت‌های سیستم، نسبت به LQR کمتر است. روش H_∞ نیز در عین داشتن عملکرد و حساسیت مناسب، مقاومت و محدوده تلاش کنترلی خوبی تولید می‌کند [۹،۸]. مسئله دیگری که در این ماهواره‌ها وجود دارد، این است که قرار دادن حسگر و اندازه‌گیری پارامترها در قسمت‌های منعطف ماهواره امری پیچیده است. از اینرو برخی از حالت‌های سیستم مشاهده پذیر نخواهند بود که خود بر نامعینی سیستم می‌افزاید. در [۱۰]، از روش LQG/LTR^۴ برای حل این مشکل استفاده شده است. در این روش به وسیله فیلتر کالمن پارامترهای بخش‌های منعطف را از زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای بخش‌های مقید تخمین می‌زنند و در ادامه، از LQR برای طراحی فیدبک حالت مناسب برای ورودی کنترلی استفاده می‌کنند. در این مرجع ابتدا یک کنترل کننده LQR ایده‌آل بدون در نظر گرفتن نویز موجود در سیستم و با فرض اینکه تمامی حالات مستقیماً (بدون تخمین از بخش‌های مقید) در خروجی آن قابل مشاهده باشند، طراحی شده است. سپس در حالت واقعی، دو کنترل کننده LQG و LQR/LTR برای ماهواره طراحی شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که کنترل کننده LQR بهترین عملکرد را دارد ولی، برای چنین ماهواره‌ای،

روش عملی محسوب نمی‌شود. عملکرد کنترل کننده حاصل از روش LQG نیز، نسبت به روش LQR ضعیف‌تر است. در نتیجه با استفاده از روش LQG/LTR، مقاومت کنترل کننده و عملکرد آن، با نزدیک شدن به LQR ایده‌آل، تا حد زیادی بهبود داده شده است. تنها مشکلی که در این روش وجود دارد این است که روش LQG/LTR فراجش بیشتر نسبت به کنترل کننده‌های فوق تولید می‌کند [۱۰].

در [۱۱] یک مدل فضای حالت خطی از ماهواره بر پایه چهار مولفه کواترنیون‌ها ارائه شده و روش‌های کنترلی مدرن براساس آن مورد مطالعه قرار گرفته است. ژائو و کلگرن در این مرجع نشان می‌دهند که فضای حالت خطی فوق به صورت کامل کنترل پذیر نیست. این بدان معنی است که بسیاری از روش‌های طراحی قدرتمند در تئوری سیستم‌های کنترل خطی مانند جانیامی قطب، LQR و H_∞ را نمی‌توان به صورت مستقیم بر روی ماهواره به کار برد و استفاده از آن‌ها تنها در زیرفضاهای کنترل پذیر میسر خواهد بود.

یانگدر [۱۲،۱۳] با ارائه مدل کواترنیونی ماهواره، نشانه‌روی ندر آن را به وسیله چرخ مومنومی و تحت گشتاور اغتشاشی گرادیان گرانشی مورد بررسی قرار داده است. او در ابتدا به مقایسه بیان اوپلری و کواترنیونی وضعیت ماهواره پرداخت و نمایش کواترنیونی نقطه تعادل ماهواره را به دلیل ایجاد قطب غیر قابل کنترل بر روی محور ω ، غیر قابل کنترل دانست. او برای حل این موضوع مدل کاهش یافته کواترنیون‌ها را، که تنها از بردار کواترنیونی در طراحی کنترل کننده استفاده می‌کند، پیشنهاد کرد، و نشان داد که این مدل در عین نداشتن مشکل تکینی، در نمایش اوپلری، قطب غیر قابل کنترل ایجاد شده، در نمایش کواترنیونی، را نیز حذف می‌کند و در نمایش فوق، سیستم به صورت کامل کنترل پذیر می‌شود. او در [۱۴،۱۳] با به کارگیری این ویژگی به طراحی کنترل کننده LQR پرداخته و پایداری کنترل کننده را با ارائه شرط‌هایی در روابط طراحی کنترل کننده تضمین کرده است. او همچنین در [۱۵،۱۴] با استفاده از جایابی قطب‌ها و این مدل، به ارائه کنترل کننده LQR پرداخته و عدم حساسیت کنترل کننده را به نامعینی‌های مدل، نویز سیستم و اغتشاشات خارجی سیستم غیرخطی ماهواره، نشان داده است. نتایج بیانگر مقاومت و پایداری طراحی فوق است. در [۱۶] به طراحی کنترل کننده LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگ پرداخته شده است. در این مقاله کنترل کننده براساس دینامیک نقطه کاری، که به وسیله چهار مولفه کواترنیون‌ها بیان می‌شود، طراحی شده است. علت این موضوع کنترل پذیر نبودن سیستم، زمانی که از دینامیک نقطه تعادل استفاده می‌کنیم، بیان شده است. نتایج نشان می‌دهد که این موضوع باعث افزایش مقاومت و عملکرد کنترل کننده می‌شود ولی میزان محاسبات را در امر طراحی بسیار بالا می‌برد. از طرفی باید برای کنترل کننده فوق محدوده پایداری تعیین کرد. از این رو، در این مقاله ابتدا به طراحی فیلتر کالمن براساس مدل کاهش یافته کواترنیون‌ها پرداخته شده، سپس فیلتر کالمن حاصل با رگولاتور LQR، که با استفاده از این مدل طراحی شده، ترکیب می‌شود (مسئله LQG). در نهایت نیز با انجام فرآیند LTR، کنترل کننده LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگ بر پایه دینامیک نقطه تعادل و با استفاده از مدل فوق طراحی می‌شود و با به دست آوردن مقادیر ویژه ماتریس دینامیک سیستم حلقه بسته، جایگیری قطب‌های سیستم حلقه بسته و حذف قطب‌های غیر قابل کنترل تصدیق می‌گردد. در این راستا بازه خطای دستگاه بدنه نسبت به دستگاه مداری حدود $\pm 0.1^\circ$ (همان دقت نشانه روی) در نظر گرفته شده است.

در [۱] سیدی ضرایب بهره PID را براساس فرکانس طبیعی سیستم

1-Attitude Determination and Control Subsystem (ADCS)

2-Station keeping

3-Radial Basis Function (RBF) neural network

4-Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery

در این حالت به سادگی می‌توان درمینان ماتریس $\mathcal{E}(q_1, q_2, q_3)$ را طبق (۸) به دست آورد:

$$\det(\mathcal{E}(q_1, q_2, q_3)) = f(q) = \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \quad (۸)$$

همان‌طور که مشخص است تا زمانی که $\alpha \neq \pm\pi$ باشد، ماتریس \mathcal{E} دارای رتبه کامل بوده و می‌توان از این مدل برای بیان سینماتیک وضعیت استفاده کرد [۱۳].

برخی مزیت‌های استفاده از مدل کاهش یافته (۷) بر مدل کامل (۵) به شرح زیر است [۱۳]:

۱. ابعاد سیستم از ۷ به ۶ کاهش یافته و مدل سیستم ساده‌تر می‌شود.
۲. مدل خطی شده ماهواره کنترل پذیر است.
۳. پایداری سیستم مستقیماً از روی مدل خطی سازی شده قابل بررسی است (هیچ‌گونه قطب غیر قابل کنترل ناپایداری در این مدل وجود ندارد، به [۱۱] مراجعه شود).
۴. مقادیر ویژه سیستم حلقه بسته را به کمک فیدبک مناسب می‌توان در هر مکانی قرار داد، زیرا سیستم حاصل به شکل کامل کنترل پذیر می‌باشد، به [۱۲-۱۴] مراجعه شود.

۲-۲- روش LQG

روش LQG از ترکیب و حل دو مسئله LQR و فیلتر کالمن توسعه یافته حاصل می‌شود [۲۰]. فرض کنید معادلات حالت سیستم و معادلات اندازه‌گیری به صورت (۹) باشند [۱۷، ۲۱]:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t)), \quad (۹)$$

$$z_k = h(x_k, v_k)$$

که در (۹) $w(t)$ و v_k به ترتیب اغتشاش مدل و نویز اندازه‌گیری هستند و دارای توزیع گوسی می‌باشند.

$$p(w) \sim N(0, Q), \quad (۱۰)$$

$$p(v) \sim N(0, R)$$

$u(t)$ و z_k نیز به ترتیب بردار ورودی کنترلی و بردار خروجی اندازه‌گیری شده هستند.

در روش LQR، در صورتی که سیستم کنترل پذیر و مشاهده پذیر حالت باشد، قانون کنترلی خطی وجود دارد که از مینیمم کردن تابع هزینه زیر حاصل می‌شود [۲۲]:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Q_1(t)x(t) + u^T(t)Q_2(t)u(t)] dt \quad (۱۱)$$

که در آن $Q_1(t)$ و $Q_2(t)$ به ترتیب ماتریس‌های وزنی متقارن ضریب بردار حالت و ضریب کنترل کننده می‌باشند. $Q_1(t)$ مثبت نیمه معین، $Q_2(t)$ مثبت معین می‌باشند [۲۲].

در این صورت می‌توان نشان داد که کنترل کننده بهینه در این حالت با استفاده از رابطه (۱۲) قابل محاسبه است:

$$u = Q_2^{-1} B^T S e = K_r(x_d - x), \quad (۱۲)$$

در این رابطه e خطای کواترنیون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای است و نحوه تعیین آن در بخش (۲-۴) بیان می‌شود، x و x_d نیز به ترتیب حالت مطلوب، حالت فعلی و ماتریس بهره LQR هستند. ماتریس K_r نیز از حل معادله دیفرانسیل ریکاتی (۱۳) به دست می‌آید [۲۶].

$$S A_e + A_e^T S - S B_e Q_2^{-1} B_e^T S + Q_1 = 0 \quad (۱۳)$$

ماتریس A_e و B_e در (۱۳) ماتریس‌های دینامیک کاهش یافته و ورودی کاهش یافته سیستم می‌باشند که از خطی سازی حول نقطه تعادل به دست می‌آیند [۱۲-۱۵]. ماتریس S و K_r حاصل نیز به ترتیب 6×6 و 3×6 می‌باشند. مقادیر A_e ، B_e و K_r در پیوست، (۵-۱) تا (۵-۳)، آمده است.

حلقه بسته طراحی کرده است. او فرض کرد که هیچ‌گونه محدودیت گشتاور کنترلی وجود ندارد و تابع تبدیل سیستم حلقه باز را براساس این فرکانس طراحی نموده است. در این مقاله نیز از این رویکرد استفاده شده و ماتریس‌های وزنی LQR و ضرایب بهره کنترل کننده براساس این فرکانس به دست می‌آیند.

همچنین فرض شده است که در این سیستم بخش منعطفی وجود نداشته و نویزهای موجود در حسگرهای خورشیدی و زمینی به عنوان نویزهای اندازه‌گیری، و اغتشاشات ناشی از تشعشعات خورشیدی به عنوان نویز موجود در مدل سیستم لحاظ می‌شوند. از فیلتر کالمن توسعه یافته نیز برای حذف آن‌ها استفاده می‌گردد. در امر طراحی سعی می‌شود که کنترل کننده در برابر این اغتشاشات مقاوم گردد. بدین منظور از حسگرهای خورشیدی و زمینی در بخش تعیین وضعیت و از چرخ عکس‌العملی به عنوان عملگر استفاده می‌شود. در بخش دوم معادلات حرکت ماهواره، روش LQG، روش LQR، روش فیلتر کالمن توسعه یافته، روش LQG/LTR و نحوه محاسبه خطا بیان می‌گردند. در بخش سوم نتایج شبیه‌سازی عددی ارائه شده و در نهایت در بخش چهارم نتیجه‌گیری و پیشنهادات مطرح می‌شوند.

۲-۲- مدل سازی

۲-۱- معادلات حرکت ماهواره

معادله دینامیکی حرکت ماهواره به صورت معادله (۱) بیان می‌شود [۱۷، ۲۱]:

$$\dot{\omega}_{b/i}^b = J^{-1}(u - \omega_{b/i}^b \times (\omega_{b/i}^b + h_{RW})) \quad (۱)$$

که در آن $\omega_{b/i}^b \in R^3$ بردار سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه بدنه است؛ $J \in R^3 \times R^3$ ماتریس ممان اینرسی، $u \in R^3$ گشتاور کنترلی ورودی و h_{RW} تکانه زاویه‌ای چرخ عکس‌العملی است.

به منظور بیان وضعیت دستگاه بدنه نسبت به دستگاه مداری از بردار واحد e ، زاویه α و نمایش کواترنیون‌های وضعیت، طبق رابطه (۲) استفاده می‌شود:

$$\bar{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T = [q^T, q_4]^T = [e^T \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)]^T \quad (۲)$$

که در آن e ، بردار یکه دوران دستگاه بدنه نسبت به دستگاه مداری، α ، زاویه دوران فوق q_4 بخش عددی کواترنیون‌ها و q بخش برداری آن است. در این حالت، سینماتیک وضعیت به وسیله کواترنیون‌ها به صورت معادله (۳) نسبت به دستگاه مداری بیان می‌گردد.

$$\dot{q} = -\frac{1}{2}\omega_{b/o}^b \times q + \frac{1}{2}q_4 \omega_{b/o}^b, \quad (۳)$$

که در آن $\omega_{b/o}^b$ بردار سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به دستگاه مداری بیان شده در دستگاه بدنه است [۱۰، ۱۸، ۱۹].

با تعریف دو ماتریس $\Omega(\omega_{b/o}^b)$ و $\mathcal{E}(q)$ ، رابطه (۴)، می‌توان رابطه (۳) را به صورت رابطه ماتریسی (۵) بازنویسی کرد [۱۷]:

$$\Omega(\omega_{b/o}^b)_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} -[\omega_{b/o}^b \times] & \omega_{b/o}^b \\ \omega_{b/o}^b{}^T & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{E}(\bar{q})_{4 \times 3} = \begin{bmatrix} q_4 I_3 + [q_{13} \times] \\ -q_{13}^T \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2}\Omega(\omega_{b/o}^b)\bar{q} = \frac{1}{2}\mathcal{E}(\bar{q})\omega_{b/o}^b \quad (۵)$$

با توجه به این موضوع که

$$f(q) = q_4 = \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \quad (۶)$$

می‌توان رابطه (۵) را به صورت رابطه (۷) تقلیل داد [۱۲-۱۵]:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} f(q) & -q_3 & q_2 \\ q_3 & f(q) & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & f(q) \end{bmatrix} \omega_{b/o}^b = \frac{1}{2} \mathcal{E}(q_1, q_2, q_3) \omega_{b/o}^b = g(q_1, q_2, q_3, \omega_{b/o}^b) \quad (۷)$$

بلوک دیاگرام این کنترل کننده را، که از خطی سازی سیستم حول نقطه تعادل به دست آمده، نشان می دهد.

تنظیم LTR به دو شیوه LTR در ورودی و LTR در خروجی^۴ در حوزه فرکانس انجام می شود [۲۶، ۱۰، ۲۳]. ماتریس تابع تبدیل حلقه LTR با KG نمایش داده می شود. که G، ماتریس حلقه باز سیستم، برابر است با:

$$G = H_e(sI - A_e)^{-1}B \quad (17)$$

که در آن A_e و H_e به ترتیب ماتریس های حالت و اندازه گیری در نقطه تعادل هستند. مقادیر این ماتریس ها در پیوست، (۵-۱) و (۵-۴)، آمده است.

K، دینامیک جبران ساز، برابر است با [۱۰]:

$$K = -K_r(sI - A_e + B_e K_r + K_f H_e)^{-1} K_f \quad (18)$$

بنابراین، تابع تبدیل حلقه LTR به صورت (۱۹) بیان می شود [۱۰].

$$KG = -K_r(sI - A_e + B_e K_r + K_f H_e)^{-1} \times K_f H_e(sI - A_e)^{-1} B_e \quad (19)$$

در روش LTR در ورودی، K_f به وسیله ماتریس های Q و R به گونه ای انتخاب می شود که در محدوده وسیعی از فرکانس ها (۲۰) برقرار شود [۲۶].

$$KG \rightarrow -K_r(sI - A_e)^{-1} B_e \quad (20)$$

با این روش سعی می شود که عملکرد کنترل کننده با نزدیک شدن به کنترل کننده LQR، بهبود یابد و سیستم در برابر نویزهای اندازه گیری (نویزهای فرکانس بالا) مقاوم گردد.

در روش LTR در خروجی، K_r به وسیله ماتریس های Q_1 و Q_2 به گونه ای

انتخاب می شود که در محدوده وسیعی از فرکانس ها (۲۱) برقرار شود [۲۶].

$$KG \rightarrow -H_e(sI - A_e)^{-1} K_f \quad (21)$$

با این روش سعی می شود که عملکرد کنترل کننده با نزدیک شدن به فیلتر کالمن، بهبود یافته و سیستم در برابر اغتشاشات ورودی (نویزهای فرکانس پایین) مقاوم گردد.

۲-۴- محاسبه خطا

خطای وضعیت پس از تخمین حالت ها توسط فیلتر کالمن، با استفاده از ضرب ماتریسی طبق روابط ۲۲ تا ۲۶ به دست می آید [۱]:

$$\bar{q}_d = [0, 0, 0, 1]^T \quad (22)$$

$$\bar{q}_i = [-\hat{q}(1), -\hat{q}(2), -\hat{q}(3), f(\hat{q})]^T \quad (23)$$

$$\text{Mat}_{\bar{q}_d} = \begin{bmatrix} \bar{q}_d(4) & \bar{q}_d(3) & -\bar{q}_d(2) & \bar{q}_d(1) \\ -\bar{q}_d(3) & \bar{q}_d(4) & \bar{q}_d(1) & \bar{q}_d(2) \\ \bar{q}_d(2) & -\bar{q}_d(1) & \bar{q}_d(4) & \bar{q}_d(3) \\ -\bar{q}_d(1) & -\bar{q}_d(2) & -\bar{q}_d(3) & \bar{q}_d(4) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$qE = \text{Mat}_{\bar{q}_d} \times \bar{q}_i \quad (25)$$

$$q_{er}(1) = 2qE(1).qE(4) \quad (26)$$

$$q_{er}(2) = 2qE(2).qE(4) \quad (27)$$

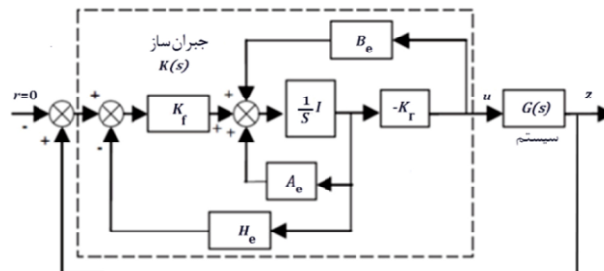
$$q_{er}(3) = 2qE(3).qE(4) \quad (28)$$

$$e = [q_{er}, \omega_{0/i}^b - \hat{x}(5:7)]^T \quad (29)$$

در این روابط \bar{q}_d ، \bar{q}_i و q_{er} و e به ترتیب بردار مطلوب کوتاه نویسی، معکوس بردار کوتاه نویسی تخمین زده شده فعلی، خطای کوتاه نویسی و خطای وضعیت می باشند. $\omega_{0/i}^b$ نیز سرعت زاویه ای دستگاه مداری نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه بدنه است. باید توجه داشت که مولفه چهارم کوتاه نویسی ها در رابطه (۲۲) با استفاده از معادله (۶) به دست می آید.

۳- نتایج

پیش از کنترل وضعیت ماهواره باید حالت های سیستم را به کمک حسگرهای تعیین وضعیت مشخص کرد. اما خروجی این حسگرها غالباً دارای نویز گوسی است، به همین خاطر نیاز است که به وسیله فیلترهای نویزگیر تا حد امکان



شکل ۱: بلوک دیاگرام کنترل کننده LQG/LTR [۲۳]

روش LQR در عین سادگی، مقاومت مناسبی تولید می کند ولی نویز موجود در سیستم را در نظر نمی گیرد و تمام حالات سیستم باید در فیدبک دیده شوند [۸].

در روش فیلتر کالمن توسعه یافته، نویز موجود در سیستم لحاظ شده و حالت های آغشته به نویز سفید گوسی با واریانس مشخص^۱، تخمین زده می شود و بخشی از نویز آن حذف می گردد. برای اعمال فیلتر کالمن توسعه یافته نیاز است که ماتریس های حالت و اندازه گیری در هر لحظه از (۱۴) به دست آیند. به منظور ساده تر شدن مدل، فرض می شود که نویز فرآیند و اندازه گیری به صورت خطی وارد سیستم می شوند [۱۷-۲۱].

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0), \quad (14)$$

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_k, 0)$$

این دو ماتریس در هر لحظه از خطی سازی حول نقطه کاری به دست می آیند. معادلات مرحله پیش بینی و اصلاح در فیلتر کالمن توسعه یافته به ترتیب به صورت (۱۵) و (۱۶) است.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}), \\ A_k &= A(t_k) = A|_{x=\hat{x}_{k-1}}, \\ \bar{P}_k &= \bar{P}(t_k), \\ \bar{P}_k &= A_k P_{k-1} + P_{k-1} A_k + Q \\ H_k &= H(t_k) = H|_{x=\hat{x}_{k-1}}, \\ K_f &= \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k)^{-1}, \\ \hat{x}_k &= \bar{x}_k + K_f(z_k - h(\bar{x}_k, 0)), \\ P_k &= P(t_k), \\ P_k &= (I - K_f H_k) \bar{P}_k \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن علائم \bar{x} و \bar{P} به ترتیب مقادیر تخمین حالت ها و ماتریس کوواریانس خطا در مرحله پیش بینی و \hat{x} مقادیر تخمین حالت ها پس از اصلاح می باشند. ماتریس های P، Q، R و K_f نیز ماتریس های کوواریانس خطا، کوواریانس نویز مدل، کوواریانس نویز اندازه گیری و بهره فیلتر کالمن هستند [۲۱، ۱۷].

دو روش LQR و فیلتر کالمن توسعه یافته، وقتی که به صورت مجزا طراحی می شوند، دارای خصوصیات عملکردی و پایداری مقاوم مناسبی هستند. ولی جبران ساز LQG فاقد این ویژگی است [۲۳، ۲۴].

۲-۳- روش LQG/LTR

LQG/LTR روشی سیستماتیک بر پایه شکل دهی و بازیابی مقادیر ویژه سیستم حلقه باز است و برای کاهش میزان نوسانات به فیدبک نیازمند است. به منظور طراحی کنترل کننده، ابتدا باید رگولاتور LQR و فیلتر کالمن را به صورت مجزا طراحی کرد سپس ترکیب آن ها را در فیدبک جبران ساز قرار داد (همان روش LQG) و با استفاده از تنظیم بازیافت تبدیل حلقه^۲ (LTR) بهره کنترل کننده LQG را بهینه و مقاومت سیستم را تضمین کرد. در نتیجه می توان یک سیستم غیرخطی را با استفاده از کنترل کننده LQG/LTR در بازه های معین خطی، پایدار و به صورت بهینه کنترل نمود [۲۶، ۲۵، ۲۳، ۱۰]. شکل ۱

3- LQGI
4-LQGO

1- Gaussian white noise with specific variance
2- Loop Transfer Recovery (LTR)

$$P = \begin{bmatrix} 0.02I_{4 \times 4} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{4 \times 4} & \left(\frac{\pi}{180}\right)I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (35)$$

در رابطه (۳۴) ω_x ، ω_y و ω_z مولفه‌های سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنه نسبت به دستگاه مداری بیان شده در دستگاه بدنه هستند.

الگوریتم LTR که در این مقاله به کار گرفته شده است، در خروجی است. علت این موضوع مقاوم کردن سیستم در برابر اغتشاشات ناشی از تشعشعات خورشیدی است. از این رو ماتریس Q_2 ثابت فرض شده و ماتریس LQG در بازه وسیعی از فرکانسها (فرکانسهای پایین) به مقادیر تکین فیلتر کالمن میل کند و مقاومت و عملکرد آن را افزایش یابد و در انتها کنترل کننده LQG/LTR نهایی براساس آن طراحی شود [۲۶].

در طراحی کنترل کننده‌ها، ابتدا فیلتر کالمن طراحی می‌شود. مقادیر اولیه نویز مدل و نویز اندازه‌گیری به صورت (۳۶) در نظر گرفته می‌شود که به ترتیب مقادیر اغتشاش تشعشعات خورشیدی و نویز حسگرهای دقیق خورشید و زمین هستند.

$$\begin{aligned} \sigma_w &= 10^{-5} \text{ (N.m)}, \\ \sigma_v|_{\text{Sun}} &= 0.01^\circ \times \frac{\pi}{180}, \\ \sigma_v|_{\text{Earth}} &= 0.025^\circ \times \frac{\pi}{180} \end{aligned} \quad (36)$$

که σ_w ، $\sigma_v|_{\text{Sun}}$ و $\sigma_v|_{\text{Earth}}$ به ترتیب انحراف معیار نویز مدل، نویز حسگر خورشید و نویز حسگر زمین می‌باشند.

کواریانس نویز مدل و نویز اندازه‌گیری نیز از معادله (۳۷) به دست می‌آیند.

$$Q = \sigma_w^2 I_{6 \times 6}, \quad R = \begin{bmatrix} \sigma_v^2|_{\text{Sun}} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_v^2|_{\text{Earth}} I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (37)$$

سیس در ادامه طراحی، ماتریس‌های وزنی LQR براساس فرکانس طبیعی حلقه بسته سیستم تعیین می‌شوند، به طوری که سیستم فوق دچار تحریک و تشدید نشود. مقدار این فرکانس 0.4 رادیان بر ثانیه فرض شده است. دلیل این انتخاب دور شدن از فرکانس تحریک سازه‌های داخلی و خارجی ماهواره مانند آرایه‌های خورشیدی، بخش‌های منعطف و غیره می‌باشد. اگر فرکانس محدود کننده فرکانس طبیعی آرایه‌های خورشیدی، با مقدار 4 رادیان بر ثانیه، باشد، به منظور جلوگیری از تحریک آن‌ها فرکانس طراحی کنترل کننده 0.4 رادیان بر ثانیه فرض می‌شود و طراحی براساس آن صورت می‌گیرد [۱].

ماتریس‌های وزنی Q_1 و Q_2 برای طراحی کنترل کننده LQG به صورت زیر فرض می‌شوند:

$$\begin{aligned} \omega_{c.L} &= 0.4 \text{ (rad/sec)}, \\ Q_1 &= 10^{14} \text{diag} \left(\left[\frac{I_x I_x}{J_y J_y} \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2 \right] \right) \times 1.876, \\ Q_2 &= 10^{17} \text{diag} \left(\left[\frac{1}{J_x J_x \omega_{c.L}^2} \ \frac{1}{J_y J_y \omega_{c.L}^2} \ \frac{1}{J_z J_z \omega_{c.L}^2} \right] \right) \end{aligned} \quad (38)$$

پس از طراحی کنترل کننده LQR و تعیین ماتریس K_r ، گشتاور کنترلی حاصل باید با توجه به ماکزیمم گشتاور و ماکزیمم توان مصرفی عملگر چرخ عکس-عملی به سیستم اعمال شود. از اینرو شرط اشباع عملگر به صورت (۳۹) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} \tau_{\text{Max}} &= \pm 0.3 \text{ (N.m)}, \\ P_{\text{RWMax}} &= 100 \text{ (w)} \end{aligned} \quad (39)$$

از آنجاکه روش LQG/LTR عملکرد و مقاومت را در سیستم‌های خطی بهبود می‌بخشد [۲۷]، به همین خاطر تنظیم LTR برای نقطه تعادل انجام می‌شود از ماتریس حالت A_e و ماتریس اندازه‌گیری H_e بدین منظور استفاده می‌گردد. از اینرو ماتریس Q_2 ثابت فرض شده و ماتریس Q_1 قرار می‌گیرد و با تغییر تدریجی ρ ، عملکرد کنترل کننده LQG به سمت فیلتر کالمن میل می‌کند.

بخشی از نویز موجود در خروجی آن‌ها را حذف کرد [۱]. برای اینکه بتوان بخشی از نویز را از سیگنال کنترلی حذف نمود از فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده شده است.

پس از اینکه متغیرهای حالت به کمک فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده شد، از LQR برای تولید ورودی مطلوب استفاده می‌گردد. نکته قابل تامل در این بخش این است که استفاده از مدل کامل کوآرتینونها موجب کنترل پذیر نبودن سیستم در نقطه تعادل می‌شود [۱۱]. از این رو با حذف جمله چهارم و استفاده از مدل کاهش یافته و شرط $\alpha \pm \pi$ سیستم کنترل پذیر شده و کنترل کننده طراحی می‌شود. نکته‌ای که در طراحی LQR باید بدان توجه کرد، جلوگیری از به اشباع رفتن چرخ عکس‌عملی در بازه $0/1^\circ$ نمی‌باشد.

بدین منظور ممان اینرسی ماهواره و چرخ‌های عکس‌عملی به صورت (۲۷) در نظر گرفته شده:

$$J = \begin{bmatrix} 1218.63 & 5.28 & 1.76 \\ 5.28 & 1429.43 & 8.39 \\ 1.76 & 8.39 & 442.26 \end{bmatrix}, \quad J_{\text{RW}} = 0.016 I_{3 \times 3} \quad (27)$$

و بردار حسگرهای خورشید و زمین در دستگاه مداری ثابت و برابر (۲۸) فرض می‌شوند. برای بیان بردارها در دستگاه بدنه، از ماتریس دوران استفاده می‌شود. ماتریس دوران دستگاهمداری نسبت به دستگاهبدنه باماتریس R_0^b نمایش داده می‌شود. این ماتریس در پیوست، (۵-۵)، آمده است. در نتیجه بردارها به صورت رابطه (۲۹) در دستگاه بدنه بیان می‌شوند.

$$\begin{aligned} \vec{e}_{\text{Sun}}^o &= [0 \ 1 \ 0]^T, \\ \vec{e}_{\text{Earth}}^o &= [0 \ 0 \ 1]^T \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \vec{e}_{\text{Sun}}^b &= R_0^b \vec{e}_{\text{Sun}}^o \\ \vec{e}_{\text{Earth}}^b &= R_0^b \vec{e}_{\text{Earth}}^o \end{aligned} \quad (29)$$

معادلات حالت سیستم و خروجی حسگرها با توجه به رابطه (۲۹)، به ترتیب به صورت (۳۰) و (۳۱) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{1}{2} \mathcal{E}(q_1, q_2, q_3) \omega_{b/o}^b = g(q_1, q_2, q_3, \omega_{b/o}^b), \\ \dot{\omega}_{b/i}^b &= J^{-1} (u - \omega_{b/i}^b \times (I \omega_{b/i}^b + h_{\text{RW}})) + \Gamma w \end{aligned} \quad (30)$$

$$z_{\text{Sun}} = \begin{bmatrix} 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) \\ 1 - 2q_1^2 - 2q_3^2 \\ 2(q_2 q_3 - q_1 f(q)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix},$$

$$z_{\text{Earth}} = \begin{bmatrix} 2(q_1 q_3 - q_2 f(q)) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 f(q)) \\ 1 - 2q_1^2 - 2q_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} \quad (31)$$

که برای ساده شدن طراحی فیلتر کالمن، ماتریس نویز فرآیند، Γ ، در معادله (۳۰) برابر با B یعنی J^{-1} فرض شده است [۱۶].

$$\Gamma = B = J^{-1} \quad (32)$$

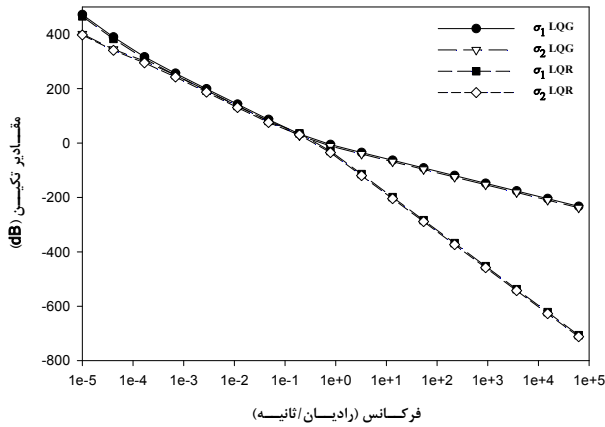
ماتریس‌های A و H مربوط به فیلتر نیز از روابط (۳۳) و (۳۴) به دست می‌آیند و مقدار اولیه ماتریس کواریانس خطا نیز به صورت (۳۵) می‌باشد.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} & 0.5 \mathcal{E} \\ 0_{3 \times 3} & \frac{\partial \dot{\omega}_{b/i}^b}{\partial \omega_{b/i}^b} \end{bmatrix},$$

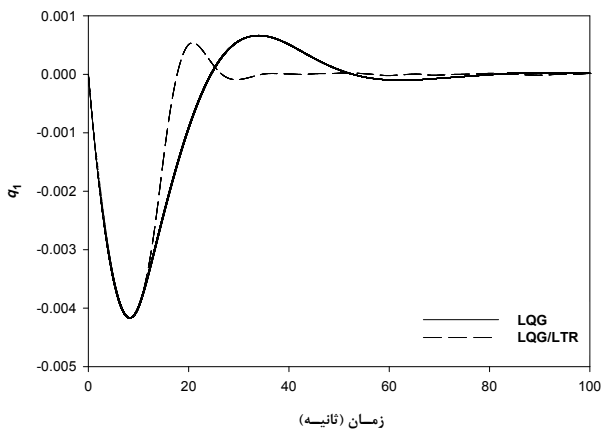
$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_{\text{Sun}}}{\partial q} & 0_{3 \times 3} \\ \frac{\partial z_{\text{Earth}}}{\partial q} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{q_1 \omega_x}{f(q)} & \omega_z - \frac{q_2 \omega_x}{f(q)} & -\omega_y - \frac{q_3 \omega_x}{f(q)} \\ -\omega_z - \frac{q_1 \omega_y}{f(q)} & -\frac{q_2 \omega_y}{f(q)} & \omega_x - \frac{q_3 \omega_y}{f(q)} \\ \omega_y - \frac{q_1 \omega_z}{f(q)} & -\omega_x - \frac{q_2 \omega_z}{f(q)} & -\frac{q_3 \omega_z}{f(q)} \end{bmatrix},$$

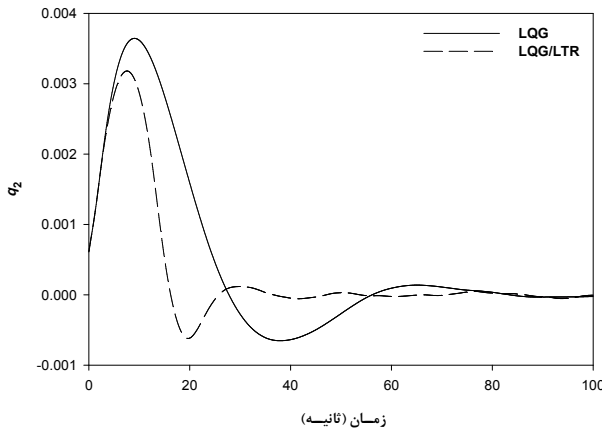
$$\frac{\partial \dot{\omega}_{b/i}^b}{\partial \omega_{b/i}^b} = J^{-1} \{ [(J \omega_{b/i}^b \times)] + [h_{\text{RW}} \times] - [\omega_{b/i}^b \times] J \} \quad (34)$$



شکل ۵ باز یافت بهره حلقه به ازای $\rho = 100$



شکل ۶ مولفه q_1 کوآرتینون های وضعیت LQG و LQG/LTR



شکل ۷ مولفه q_2 کوآرتینون های وضعیت LQG و LQG/LTR

پس می توان گفت که سیستم مذکور هم از لحاظ ورودی و هم از لحاظ خروجی دارای محدوده پایداری مناسبی است [۲۶]. در نتیجه طراحی کنترل کننده LQG/LTR به ازای ماتریس های وزنی زیر انجام می شود:

$$Q_{1,2} = 100 * Q_1 = 10^{16} \text{diag} \left(\begin{matrix} \frac{I_x I_x}{J_y J_y} & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ \frac{I_x I_x}{J_y J_y} & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{matrix} \right) \times 1.876,$$

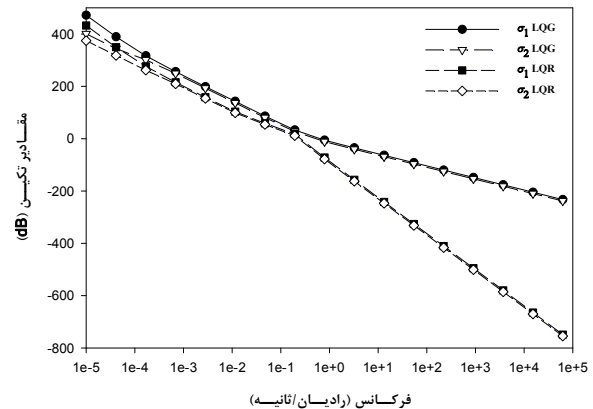
$$Q_2 = 10^{17} \text{diag} \left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ J_x J_x \omega_{C.L.}^2 & J_y J_y \omega_{C.L.}^2 & J_z J_z \omega_{C.L.}^2 \end{matrix} \right) \quad (40)$$

پاسخ زمانی سیستم برای دو کنترل کننده LQG و LQG/LTR در شکل های ۶ تا ۱۲ نشان داده شده است.

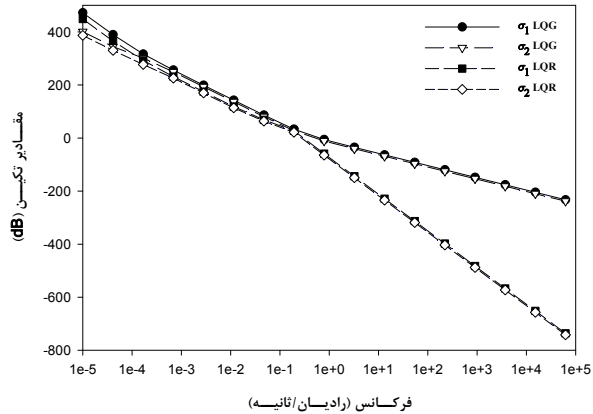
همانطور که در شکل های ۶ تا ۱۲ مشخص است عملکرد LQG/LTR از LQG بهتر است و زمان نشست آن از LQG کمتر می باشد. علت این امر وجود گشتاور ورودی

کند. این عمل با استفاده از مقادیر تکین LQG و فیلتر کالمن صورت می گیرد. بدین منظور از دوتا از بزرگترین مقادیر تکین این دو روش استفاده شده است که با σ_1 و σ_2 نشان داده شده اند. ماتریس $Q_{1,2}$ نهایی که از این روش به دست می آید ماتریس وزنی بردار حالت در طراحی رگولاتور LQR در کنترل کننده LQG/LTR خواهد بود.

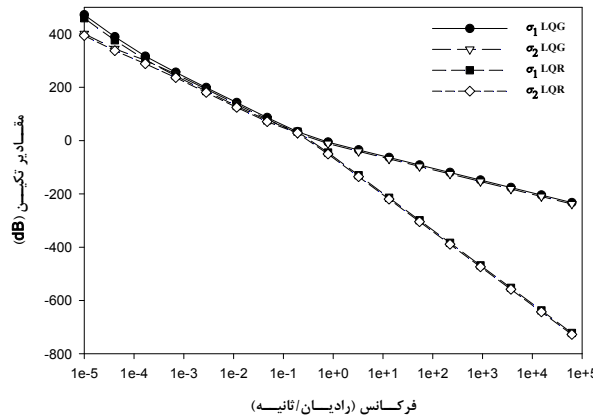
نتایج تنظیم LTR به ازای مقادیر مختلف ρ در شکل های ۲ تا ۵ آمده است. همانطور که ملاحظه می کنید مقادیر تکین کنترل کننده LQG، در فرکانس های پایین، به ازای $\rho = 100$ به خوبی به مقادیر تکین فیلتر کالمن نزدیک شده است، که این موضوع سبب مقاوم شدن سیستم در برابر اغتشاشات مدل می شود. از طرفی شیب زیاد مقادیر تکین LQG در فرکانس های بالا سبب مقاومت و عدم حساسیت سیستم در برابر نویزهای اندازه گیری نیز می شود.



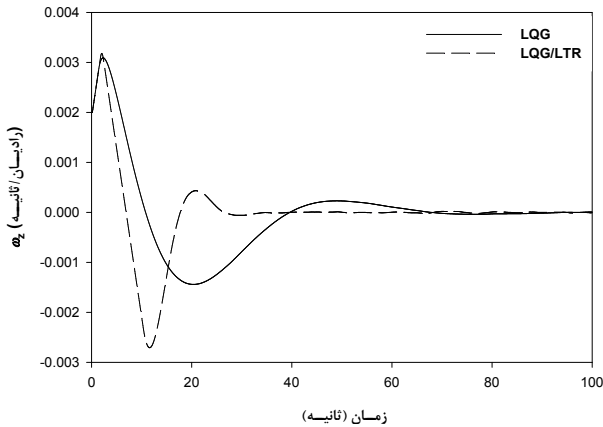
شکل ۸ باز یافت بهره حلقه به ازای $\rho = 0.1$



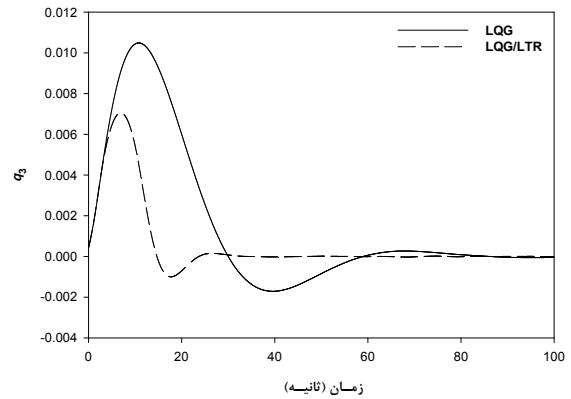
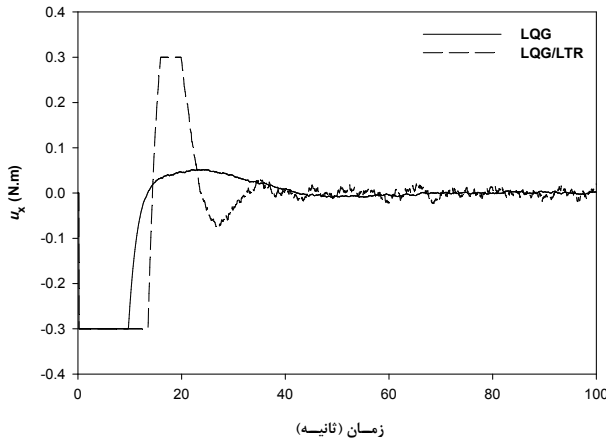
شکل ۹ باز یافت بهره حلقه به ازای $\rho = 1$



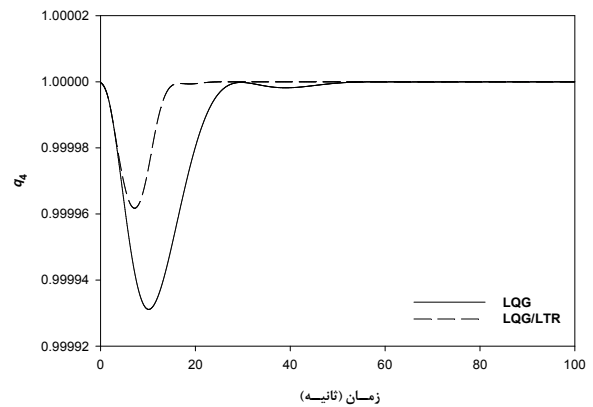
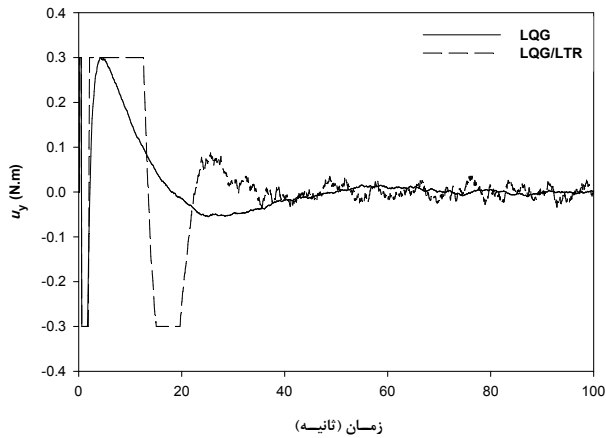
شکل ۱۰ باز یافت بهره حلقه به ازای $\rho = 10$

شکل ۱۲ ω_z کنترل کننده های LQG و LQG/LTR

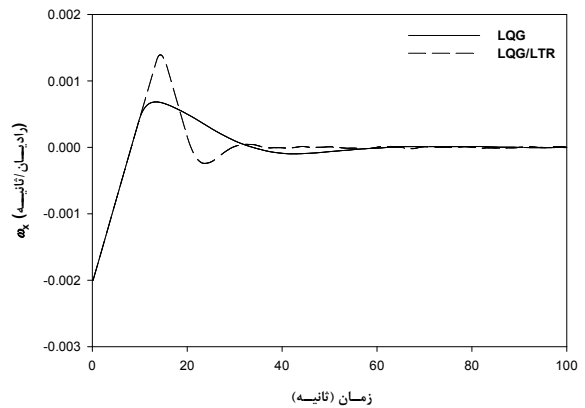
بیشتر در روش LQG/LTR به واسطه وجود ماتریس وزنی بزرگتر Q_1 می باشد.

شکل ۸ مولفه q_3 کوآرنیون های وضعیت LQG و LQG/LTR

شکل ۱۳ مولفه تلاش های کنترلی LQG و LQG/LTR

شکل ۹ مولفه q_4 کوآرنیون های وضعیت LQG و LQG/LTR

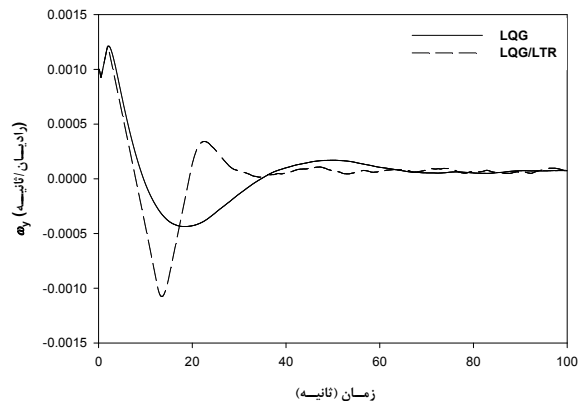
شکل ۱۴ مولفه تلاش های کنترلی LQG و LQG/LTR

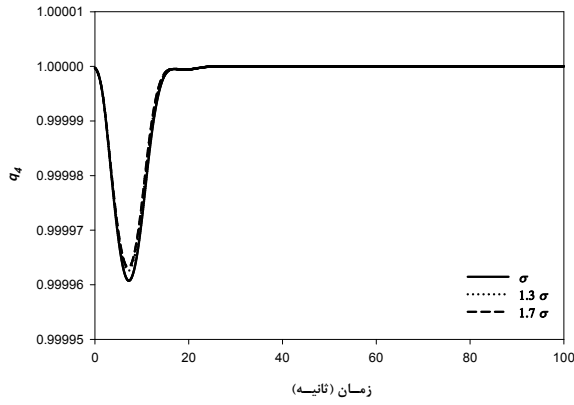
شکل ۱۰ ω_x کنترل کننده های LQG و LQG/LTR

ورودی کنترلی کنترل کننده ها را نیز می توان با اعمال شرط اشباع عملگر چرخ عکس العملی با هم مقایسه کرد.

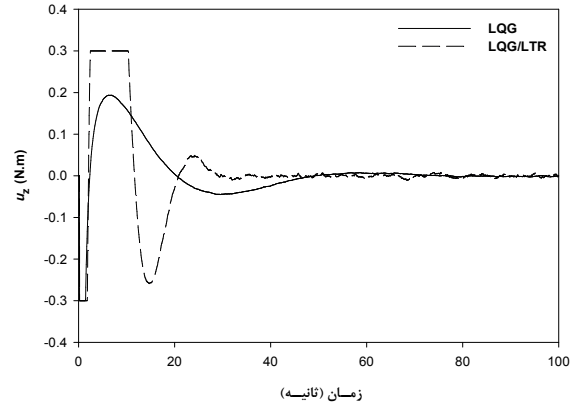
همان طور که در شکل های ۱۳ تا ۱۵ مشخص است کنترل کننده LQG/LTR فراجهدش بیشتری نسبت به کنترل کننده LQG دارد، که این موضوع تنها مشکل این روش محسوب می شود [۱۰].

به منظور بررسی مقاومت کنترل کننده LQG/LTR در برابر تغییرات اغتشاش ورودی، مقادیر ۳۰ و ۷۰ درصد به نویز فرآیند افزوده شده و پاسخ خروجی آن به ازای مقدار اولیه اغتشاش و این دو مقدار ارائه شده است. در شکل های ۱۶ تا ۲۲ مقدار اولیه، ۳۰ درصد افزایش و ۷۰ درصد افزایش اغتشاش به ترتیب با σ ، 1.3σ و 1.7σ نشان داده شده است.

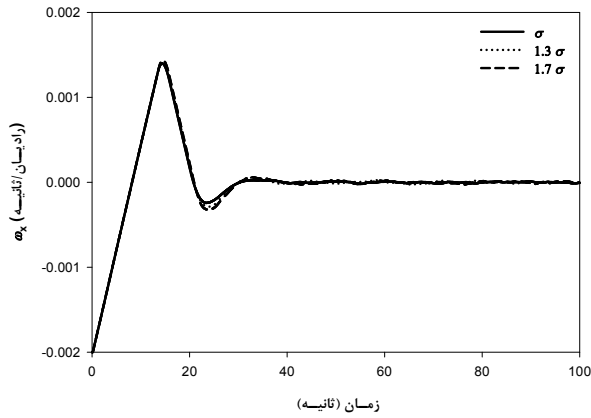
شکل ۱۱ ω_y کنترل کننده های LQG و LQG/LTR



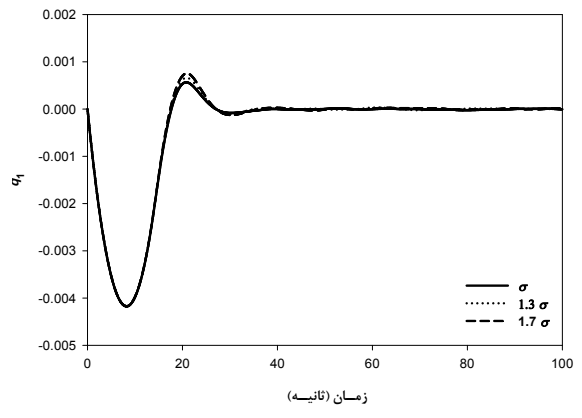
شکل ۱۹ تغییرات q_4 با در نظر گرفتن سه مقدار اغتشاش ورودی



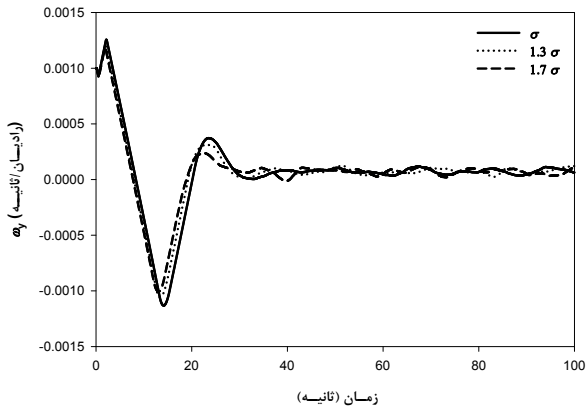
شکل ۱۵ مولفه تلاش‌های کنترلی LQG و LQG/LTR



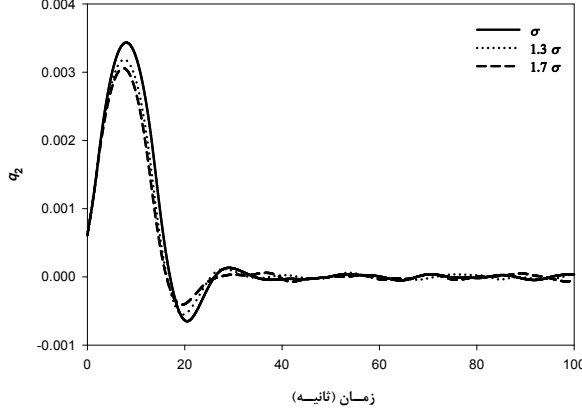
شکل ۲۰ تغییرات ω_x با در نظر گرفتن سه مقدار اغتشاش ورودی



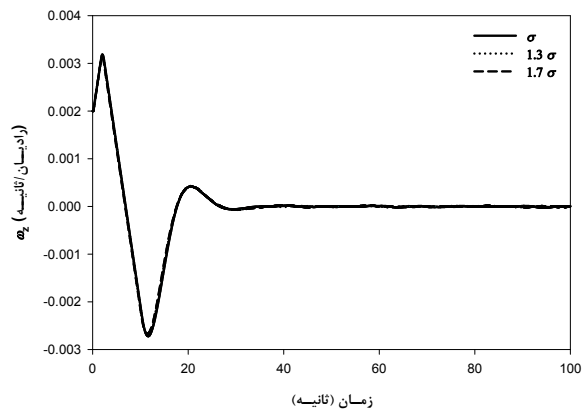
شکل ۱۶ تغییرات q_1 با در نظر گرفتن سه مقدار اغتشاش ورودی



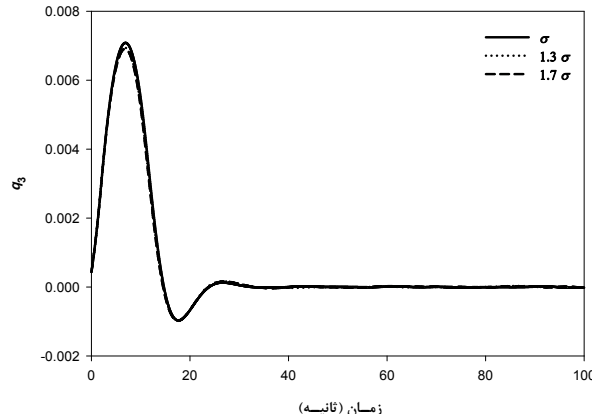
شکل ۲۱ تغییرات ω_y با در نظر گرفتن سه مقدار اغتشاش ورودی



شکل ۱۷ تغییرات q_2 با در نظر گرفتن سه مقدار اغتشاش ورودی



شکل ۲۲ تغییرات ω_z با در نظر گرفتن سه مقدار اغتشاش ورودی



شکل ۱۸ تغییرات q_3 با در نظر گرفتن سه مقدار اغتشاش ورودی

و ورودی به سیستم، تبدیل فوری گرفته می شود. فرکانس های حاصل باید از فرکانس طبیعی حلقه بسته سیستم کمتر باشد تا موجب تحریک و نوسان سیستم نشود. سپس با به دست آوردن مقادیر ویژه ماتریس حلقه بسته، جایگیری قطب های سیستم حلقه بسته و حذف قطب های غیر قابل کنترل بررسی می گردد.

نتایج الگوریتم FFT در جدول ۱ بیان شده است. بیشترین فرکانس سیستم در راستای z رخ می دهد و مقدار آن از ۰/۰۶ هرتز (ماکزیمم مقدار فرکانس مد نظر) کمتر است. نمودار فرکانس دو کنترل کننده برای راستای z در شکل های ۲۳ و ۲۴ نشان داده شده است.

یانگ در [۱۲] بیان می کند که استفاده از مدل خطی ماهواره در زیرفضاهای کنترل پذیر و براساس چهار مولفه کواترنیونی موجب ایجاد قطب صفر، بر روی محور ω می شود.

او با بیان این موضوع پایداری این قطب کنترل ناپذیر را نامعلوم دانسته و برای حل این مشکل از مدل کاهش یافته کواترنیون ها در طراحی کنترل کننده LQR استفاده می کند. یکی از ویژگی های این مدل عدم وجود قطب ناپایدار و غیر قابل کنترل است [۱۲].

به منظور بررسی جایگیری قطب های سیستم حلقه بسته، ماتریس دینامیک سیستم حلقه بسته تشکیل می شود. در این صورت، فضای حالت سیستم حلقه بسته به صورت معادله (۴۱) خواهد بود [۲۶]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_e & -B_e K_f \\ K_f^* H_e & A_e - B_e K_f - K_f^* H_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (41)$$

در این رابطه بهره فیلتر کالمن توسعه یافته می باشد که حول نقطه تعادل تعیین و به مقدار فوق همگرا شده است. مقدار K_f^* در پیوست، (۵-۶)، آمده است. مقادیر ویژه ماتریس دینامیک حلقه بسته به همراه فرکانس های مربوطه در جدول ۲ بیان شده است.

همان طور که در جدول ۲ مشخص است همه مقادیر ویژه سیستم در سمت چپ محور $j\omega$ قرار دارند. پس مشکل وجود قطب های ناپایدار و غیر قابل کنترل با استفاده از این مدل حل می شود. از طرفی فرکانس قطب ها نیز از ۰/۰۶ هرتز (فرکانس بحرانی) بیشتر است.

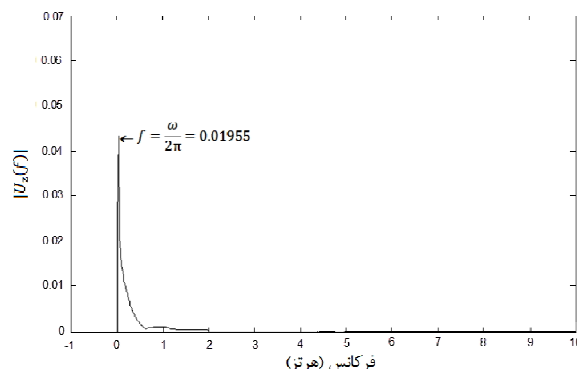
۴- نتیجه گیری و جمع بندی

به منظور ساده شدن طراحی و کاهش محاسبات، از دینامیک نقطه تعادل برای طراحی کنترل کننده ها استفاده شد. اما به دلیل کنترل پذیر نبودن مدل کواترنیونی، از مدل کاهش یافته کواترنیون ها، که با حذف بخش عددی به دست می آید، استفاده شد. این موضوع عملکرد کنترل کننده رانست به زمانی که از دینامیک نقطه کاری استفاده می شود، کاهش می دهد ولی بار محاسباتی را تا حدود زیادی بهبود می بخشد.

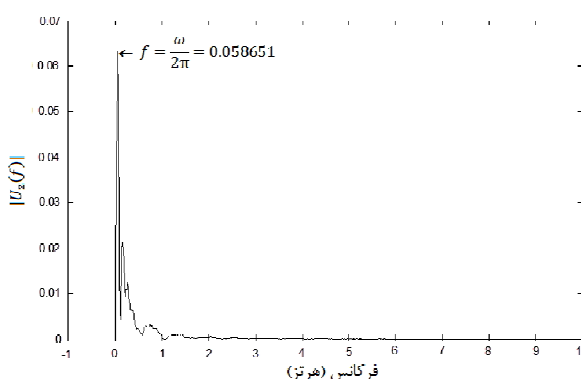
یکی دیگر از فرض هایی که برای ساده شدن شبیه سازی صورت گرفته است، ثابت فرض کردن بردار حسگرهای خورشید و زمین در دستگاه مداری و تعامل آن ها است، در حالی که این بردارها با گذشت زمان تغییر می کنند و دچار خطا می شوند و همواره متعامد نخواهند بود. غیر متعامد بودن موجب کاهش غنای اطلاعات سنسوری و فاصله گرفتن از حالت ایده آل در تخمین فیلتر کالمن می شود. از این رو، برای افزایش دقت بهتر است که از تخمین مدار برای محاسبه این بردارها در امر شبیه سازی استفاده کرد و با کمکتوری ترکیب اطلاعات^۱ و سایر حسگرها مانند حسگر ستاره یا ژایرو، غنای اطلاعات را افزایش داد.

جدول ۱ فرکانس ورودی به سیستم

فرکانس u_x (Hz)	فرکانس u_y (Hz)	فرکانس u_z (Hz)	کنترل کننده
۰/۰۱۹۵۵۰	۰/۰۱۹۵۵۰	۰/۰۱۹۵۵۰	LQG
۰/۰۳۹۱۰۱	۰/۰۴۸۸۷۶	۰/۰۵۸۶۵۱	LQG/LTR



شکل ۲۳ طیف دامنه یک طرفه $u_x(t)$ برای کنترل کننده LQG



شکل ۲۴ طیف دامنه یک طرفه $u_z(t)$ برای کنترل کننده LQG/LTR

جدول ۲ مقادیر ویژه و فرکانس های سیستم حلقه بسته

مقادیر ویژه	فرکانس (Hz)
$-0.202 + 0.195i$	۰/۲۸۱
$-0.202 - 0.195i$	۰/۲۸۱
$-0.204 + 0.196i$	۰/۲۸۳
$-0.204 - 0.196i$	۰/۲۸۳
$-0.205 + 0.197i$	۰/۲۸۵
$-0.205 - 0.197i$	۰/۲۸۵
$-0.226 + 0.114i$	۰/۱۱۶
$-0.226 - 0.114i$	۰/۱۱۶
$-0.215 + 0.110i$	۰/۱۱۲
$-0.215 - 0.110i$	۰/۱۱۲
$-0.123 + 0.0701i$	۰/۰۷۱۱
$-0.123 - 0.0701i$	۰/۰۷۱۱

همان طور که شکل های ۱۶ تا ۲۲ نمایش می دهند، عملکرد سیستم در برابر تغییرات اغتشاش تقریباً ثابت بوده و پاسخها به حالت اولیه (σ) بسیار نزدیک هستند. پس می توان گفت که خروجی سیستم در برابر اغتشاشات ناشی از تشعشعات خورشیدی مقاوم شده و دارای ناحیه پایداری نسبتاً مطلوبی است.

به منظور تصدیق طراحی کنترل کننده ها و ماتریس های وزنی LQR از دو روش استفاده می شود. ابتدا به وسیله الگوریتم FFT^۱ از خروجی کنترل کننده

2- Orbit propagator
3- Data fusion theory

1- Fast Fourier Transform

- [4] R. S. S. Pena, R. Alonso, P. A. Anigstein, Robust optimal solution to the attitude/force control problem, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 36, No. 3, pp. 784-792, 2000.
- [5] H. Weiss, Quaternion-based rate/attitude tracking system with application to gimbal attitude control, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 16, No. 4, pp. 609-61, 1993.
- [6] C. Zhang, G. Liu, J. Qin, An adjustable control for inertia momentum wheel with disturbance compensation, in Instrumentation and Control Technology (ISICT), 2012 8th IEEE International Symposium on, London, pp. 320-323, 2012.
- [7] M. A. Abbas, J. M. Eklund, Attitude Determination and Control Sub-System satellite controller, in Electrical and Computer Engineering (CCECE), 2011 24th Canadian Conference on, pp. 1440-1445, 2011.
- [8] J. de Castro, L. de Souza, Comparison of the LQG and H-infinity Techniques to Design Experimentally a Flexible Satellite Attitude Control System, Journal of Aerospace Engineering, Vol. 2, No. 2, pp. 17-25, 2010.
- [9] L. de Souza, A. Guerman, G. Smirnov, Experimental optimization of control techniques to design a flexible satellite attitude controller, in Proceeding 2nd International Conference on Engineering Optimization, 2010.
- [10] R. Vargas, L. G. DeSouza, Application of the LQG/LTR method for attitude control of a rigid-flexible satellite, in 56th International Astronautical Congress, 2005.
- [11] Z. Zhou, R. Colgren, A non-linear spacecraft attitude tracking controller for large non-constant rate commands, International Journal of Control, Vol. 78, No. 5, pp. 311-325, 2005.
- [12] Y. Yang, Quaternion based model for momentum biased nadir pointing spacecraft, Aerospace Science and Technology, Vol. 14, No. 3, pp. 199-202, 2010.
- [13] Y. Yang, Spacecraft attitude determination and control: Quaternion based method, Annual Reviews in Control, Vol. 36, No. 2, pp. 198-219.
- [14] Y. Yang, Analytic LQR Design for Spacecraft Control System Based on Quaternion Model, Journal of Aerospace Engineering, Vol. 25, No. 3, 2012, pp. 448-453, 2012.
- [15] Y. Yang, Quaternion Based lqr spacecraft control design is a robust pole assignment design, Journal of Aerospace Engineering, Vol. 27, No. 1, pp. 168-176, 2012.
- [16] A. Kosari, M. Peyrovani, M. Fakoor, H. Nejat, Design of LQG/LTR controller for attitude control of geostationary satellite using Reaction Wheels, Modares Mechanical Engineering, Vol. 13, No. 14, pp. 210-219, 2014 (In Persian).
- [17] H. Myung, K. L. Yong, H. Bang, Hybrid estimation of spacecraft attitude dynamics and rate sensor alignment parameters, in Control, Automation and Systems, 2007. ICCAS'07. International Conference on, Seoul, 2007, pp. 179-183.
- [18] B. Wie, Space Vehicle Dynamics and Control, Reston, VA: AIAA Inc, 1998.
- [19] J. Wertz, Spacecraft Attitude Determination and Control, Dordrecht, Holland, Kluwer Academic Publishers, 1978.
- [20] J. M. Fulton, LQG/LTR Optimal Attitude Control of Small Flexible Spacecraft using Free-Free Boundary Conditions, PhD Thesis, USA, University of Colorado, 2006.
- [21] W. Greg, B. Gary, An Introduction to the Kalman Filter, Second Ed., North Carolina, University of North Carolina at Chapel Hill, 2006.
- [22] D. E. Kirk, Optimal Control Theory: an Introduction, New Jersey, Courier Dover Publications, 1970.
- [23] J. Zarei, A. Montazeri, M. R. Jahed Motlagh, J. Poshtan, Design and comparison of LQG/LTR and H_∞ controllers for a VSTOL flight control system, Journal of the Franklin Institute, Vol. 344, No. 5, pp. 577-594, 2007.
- [24] L. Souza, Robust controller design for flexible space system using a combination of LQG/LTR and PRLQG methods, Dynamics and Control of Structure in Space III. UK: Computational Mechanics Publication-CMP, pp. 151-166, 1996.
- [25] X. Wang, Using LQG-LTR control law to improve the performance of direct drive rotary positioning system subject to uncertain inertia load, in Fluid Power and Mechatronics (FPM), 2011 International Conference on, 2011, pp. 945-948.
- [26] A. Tewari, Advanced Control of Aircraft, Spacecraft and Rockets, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2011.
- [27] K. Tsakalis, P. Ioannou, Linear Time Varying Systems: Control and Application, New Jersey, Prentice-Hall, 1993.

در این مقاله دو کنترل کننده LQG و LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگ در برابر اغتشاشات ورودی، ناشی از تشعشعات خورشیدی، طراحی شد. نتایج نشان می‌دهد که کنترل کننده LQG/LTR، عملکرد بهتری نسبت به کنترل کننده LQG دارد و خروجی آن محدوده پایداری نسبتاً مطلوبی در برابر تغییرات اغتشاش ورودی تولید می‌کند. تنها ضعفی که در این روش وجود دارد، فراجش کنترل بیشتر نسبت به کنترل کننده LQG است. برای حل این مشکل می‌توان بین ماتریس‌های وزنی LQR مصالحه کرد تا میزان فراجش در حالت‌ها و ورودی‌های کنترلی در حد مطلوب قرار گیرد.

۵- پیوست‌ها

$$A_e \Big|_{\substack{q_1=q_2=q_3=0 \\ \omega_x=\omega_y=0, \omega_z=0.7270e-4}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱-۵)$$

$$B_e \Big|_{\substack{0_{3 \times 3} \\ J^{-1}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.0008 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0007 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0023 \end{bmatrix} \quad (۲-۵)$$

$$K_T = \begin{bmatrix} 194.9408 & 0 & -0.0250 & 502.5844 & 0 & 0.0612 \\ 0 & 228.6619 & 0 & 0 & 582.1735 & 0 \\ 0.0091 & 0 & 70.7471 & 0.0232 & 0 & 178.7003 \end{bmatrix} \quad (۳-۵)$$

$$H_e \Big|_{\substack{q_1=q_2=q_3=0 \\ \omega_x=\omega_y=0, \omega_z=0.7270e-4}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۴-۵)$$

$$R_o^b = \begin{bmatrix} q_1' - q_1'' - q_1''' + f(q) & 2q_1 q_1' + 2q_1 f(q) & 2q_1 q_1' - 2q_1 f(q) \\ 2q_1 q_1' - 2q_1 f(q) & -q_1'' + q_1''' - q_1'' + f(q) & 2q_1 f(q) + 2q_1 q_1' \\ 2q_1 q_1' + 2q_1 f(q) & 2q_1 q_1' - 2q_1 f(q) & -q_1'' - q_1''' + q_1'' + f(q) \end{bmatrix} \quad (۵-۵)$$

$$K_f^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.0195 & 0 & 0.0031 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0123 & 0 & 0 \\ 0.0215 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0116 & 0 & 0.0019 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0051 & 0 & 0 \\ 0.0125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۶-۵)$$

۶- مراجع

- [1] M. J. Sidi, Spacecraft Dynamics and Control: a Practical Engineering Approach, First Ed., USA, Cambridge University Press, 1997.
- [2] H.Ö. Derman, 3-Axis Attitude Control of a Geostationary Satellite, MSc Thesis, Turkey, Middle East Technical University, 1999.
- [3] D. Hagen, Spacecraft Attitude Control: Modeling and Controller Design Considering Actuator Dynamics, MSc Thesis, Norway, Narvik University College, 2006.