ماهنامه علمى پژوهشى



mme.modares.ac.ir



## سید علی حسینی کردخیلی<sup>1\*</sup>، حسین محمدنوازی<sup>2</sup>، سید حسن مومنی ماسوله<sup>3</sup>

1- دانشيار، مهندسي هوافضا، دانشگاه صنعتي شريف ، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف ، تهران

3- دانشجوي دكتري، مهندسي هوافضا، دانشگاه صنعتي شريف ، تهران

<sup>\*</sup> تهران، صندوق پستی ali.hosseini@sharif.edu ،1458889694

اطلاعات مقاله	چکیدہ
مقاله پژوهشی کامل دریافت: 24 مرداد 1395 پذیرش: 16 آبان 1395 ارائه در سایت: 28 آذر 1395	تجزیه مود تجربی یکی از روشهای نوین برای تجزیه سیگنال به مؤلفههای تشکیل دهنده خود است. ویژگی اصلی این روش، قابلیت اجرا برای تمامی انواع سیگنال اعم از ناایستا و غیرخطی است. وجود منابع خطای متعدد از قبیل خطای ناشی از معیار توقف، اثرات لبهها، تابع درونیابی و غیره باعث شده تا فعالیتهایی در جهت رفع و یا کاهش اثرات آنها انجام گیرد. در این پژوهش خطای اثرات لبهها مورد توجه قرار گرفته که
کلید واژگان:	روشهای متعددی عمدتاً بر مبنای تقارن و یا شیوههای مشابه برای کاهش اثر این خطا ارائه شده است. در این مقاله روشی تلفیقی ارائه شده که
تجزيه مود تجربى	با تعریف مدل واپس٫رو برای قسمت کوچکی از لبهها، ادامه پوشهای بیشینه و کمینه سیگنال ٫ا پیش٫بینی کرده و تعدادی از مودهای ذاتی اولیه
توابع مود ذاتی خطای اثرات لبهها مدل واپسرو روش , آسنهای	بدست میآید. برای ادامه الگوریتم غربالگری که تعداد دادههای اکسترمم برای تشکیل مدل واپسرو کافی نباشد، روشهای مبتنی بر تقارن به کار گرفته میشود. در نهایت، در قالب چند مثال نشان داده شده است که روش ارائه شده نتایج دقیقتری نسبت به روشهای مبتنی بر تقارن دارد. برای واقعیتر شدن مثالهای مورد بررسی، حالتهای بدون نویز و با نویز هر دو لحاظ شدهاند.

# **Combined Auto-Regressive Mirror Method for Improvement of End Effects in Empirical Mode Decomposition**

#### Seyyed Ali Hosseini Kordkheili<sup>\*</sup>, Hossein Mohammad Navazi, Seyyed Hassan Momeni Massouleh

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran \* P.O.B. 1458889694, Tehran, Iran, ali.hosseini@sharif.ir

ARTICLE INFORMATION	Abstract
Original Research Paper Received 14 August 2016 Accepted 06 November 2016 Available Online 18 December 2016	The empirical mode decomposition method is a new technique to obtain constitutive components of a signal. Applicability to all kinds of signals including non-stationary and nonlinear is a main feature of this method. So far, many researches have been done in the literature to eliminate or reduce effects of multiple sources of errors such as stop criteria, end effects and interpolation function. This article focuses on end effects error for which many of the previous solutions have been proposed based on symmetry or similar methods to reduce it. The proposed combined method using auto-regressive (AR) models for short sections of signal edges, forecasts tails of maximum and minimum envelops. Some of the first intrinsic mode functions are initially calculated as a result of AR model application. The methods based on symmetry are then used to continue sifting algorithm for remaining signal that does not have enough extremums to employ AR model. Finally, by executing some examples, more accurate results obtained from proposed method are compared with those achieved from the mirror method. Noise is also added to signal time history in the last example, to simulate a more realistic situation.
Keywords: Empirical Mode Decomposition Intrinsic Mode Function End Effects Error Autoregressive Model Mirror Method	

تحلیل توأمان زمان- فرکانس، این امکان را فراهم می آورد تا سیگنال به صورت سهبعدی در فضای زمان، فرکانس و دامنه (یا چگالی انرژی) قابل نمایش و بررسی باشد. لذا، تحلیل سیگنال به طور همزمان در حوزه زمان و فرکانس در بازه وسیعی از حوزههای مهندسی مورد توجه قرار گرفته است. از نخستین فعالیتها برای توصیف توأمان زمان- فرکانس سیگنالهای ناایستا، تبدیل فوریه زمان کوتاه<sup>1</sup> است. در این روش تبدیل فوریه گسسته سریع<sup>2</sup> در پنجرههای زمانی مشخصی برای بدست آوردن طیف نگاره<sup>3</sup> محاسبه

#### 1- مقدمه

دینامیک ذاتی سامانه و تحریکات خارجی اعمالی بر آن، به خصوص در شرایط عملکردی متغیر با زمان، میتواند منجر به سیگنالهای ناایستا شود. این سیگنالها اطلاعات نسبتاً کاملی در مورد دینامیک سامانه و شرایط بارگذاری دارند. از آنجا که اطلاعات آماری سیگنال با زمان تغییر میکند و بسیاری از روشهای سنتی تحلیل سیگنال بر مبنای فرض ایستا بودن سیگنال است، این روشها عمدتاً اطلاعات میانگین آماری را در حوزه زمان یا فرکانس بدست میدهند و نمیتوانند به طور همزمان اطلاعات مربوط به حوزه زمان و حوزه فرکانس را تحلیل کنند. در واقع، این روشها جزئیات محتوای فرکانسی در طی زمان را برای دادههای ناایستا نتیجه نمیدهد.

S. A. Hosseini Kordkheili, H. Mohammad Navazi, S. H. Momeni Massouleh, Combined Auto-Regressive Mirror Method for Improvement of End Effects in Empirical Mode Decomposition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 357-364, 2016 (in Persian)



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Short Time Fourier Transform (STFT) <sup>2</sup> Discrete Fast Fourier Transform (DFFT)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Spectrogram

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

می شود [1]. عرض پنجره باید حالت بهینه ای انتخاب شود که دقت تفکیک زمان و فرکانس را به صورت همزمان تا حد معینی حفظ کند. از آنجایی که عرض تابع پنجره در تمام تحلیل یکسان است، دقت تفکیک نیز هم در حوزه زمان و هم در حوزه فرکانس برای فرکانسهای بالا و پایین یکسان است. برای غلبه بر این مشکل، تبدیل ویولت<sup>1</sup> با عرض متغیر تابع پنجره ارائه شد [2]. همچنین، تبدیل دیگری با نام تبدیل S ارائه شد [3] که میتوان آن را ترکیبی از تبدیل فوریه کوتاه و تبدیل ویولت تفسیر کرد. هر چند تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل ویولت و تبدیل S در بسیاری از فعالیتها مورد استفاده قرار گرفتهاند، اما دارای محدودیتی ذاتی در رابطه با دقت تفکیک زمان- فرکانس هستند که به پایههایی که برای تجزیه سیگنال مورد استفاده قرار می گیرد وابسته است. برای بدست آوردن خواص لحظهای نظیر فرکانس لحظهای، به نظر میرسد که باید از بیشترین حد تفکیک زمان- فرکانس استفاده شود تا فرکانس مورد نظر در هر زمان معین محاسبه شود.

هر چند برای استفاده از خواص لحظهای می توان تبدیل هیلبرت<sup>2</sup> را به کار گرفت، اما به دلیل ظاهر شدن فرکانسهای منفی بیمعنی، این تبدیل برای سالیان متوالی مورد توجه نبود [4]. برای استفاده مناسب از خواص تبدیل هیلبرت، هوانگ<sup>3</sup> روشی قدرتمند و کاربردی را با نام تجزیه مود تجربی<sup>4</sup> [5] ارائه داد که ترکیب آن با تبدیل هیلبرت، امکان دستیابی به مقادیر فرکانس لحظهای معنی دار را فراهم میکند. از خواص مهم روش هوانگ قابلیت اعمال بر دادههای ناایستا و غیرخطی است [6]. تبدیل هیلبرت- هوانگ به طور گستردهای در بسیاری از پژوهش های علمی از جمله پردازش سیگنالهای پزشکی [7]، ژئوفیزیک [8] و پردازش تصویر [9] به کار رفته است.

در کنار مزایای متعدد روش تجزیه مود تجربی، از جمله سادگی، عدم نیاز به پایههای ریاضی و قابلیت اعمال بر دادههای ناایستا و غیرخطی، مشکلاتی وجود دارد که هرچند راههای متفاوتی برای کاهش اثرات آنها ارائه شده است [11,10]، ولى تاكنون فعاليتها بر روى أن ادامه دارد [11]. برازش منحنى پوش بر روى اكسترممها، اثرات لبهها، معيار توقف الگوريتم غربالگرى و آمیختگی مودها از جمله این خطاها هستند.

یکی از منابع خطایی که هم در کیفیت مودهای ذاتی استخراج شده از روش تجزیه مود تجربی تأثیر میگذارد و هم سبب آمیختگی مودها در نتایج می شود، خطای ناشی از اثرات لبهها است. روش های بسیاری برای بسط دادههای اکسترمم در لبهها اشاره شده که از رها بودن توابع پوش در حین عمليات غربالگری جلوگيری میکند [12,10,5-15]. اکثر اين روشها عمدتاً بر بسط سیگنال مبتنی بر تقارن به روشهای مختلف [12,10] و یا تقریبهای خطی [15,14] است که هر چند نتایج را بهبود داده ولی خطای اثرات لبهها حذف نشده است.

در این پژوهش با تمرکز بر خطای ناشی از اثرات لبهها، سعی در کاهش هر چه بیشتر این اثرات شده و با بررسی اجمالی روش های شاخص گذشته، الگوريتم پيشبيني بر پايه مدل واپسرو<sup>5</sup> ارائه شده است كه در موارد نياز با روش آیینهای [12] ترکیب می شود. روش تلفیقی واپس رو -آیینهای با استفاده از مدل واپسرو و بر مبنای دادههای لبههای سیگنال، تخمین دقیق تری از ادامه زمانهای وقوع و دامنههای اکسترممهای بعدی در اختیار قرار میدهد.

بدین ترتیب توابع پوش استخراج شده در فرآیند غربالگری نیز از دقت بالاتری برخوردار خواهند بود. در ادامه روش تجزیه مود تجربی و زمانی که تعداد اکسترممها برای استفاده در مدل واپسرو کافی نیست، مجدداً روش تقارن آیینهای مورد استفاده قرار می گیرد. در نهایت، برای بررسی کارایی روش ارائه شده، برای سیگنالهای با محتوای مشخص، در دو حالت بدون نویز و با نویز، با استفاده از روش ارائه شده سیگنال به مودهای ذاتی تجزیه شده و با روش آیینهای مورد مقایسه قرار می گیرد.

نتایج حاصل از این روش نشان میدهد که اگر چه روش تنها برای کاهش اثرات خطای ناشی از شرایط نامطلوب توابع پوش در لبهها، در مودهای با فركانس پايين تر ارائه شده، اما در كنار افزايش كيفيت نتايج تفكيك از وقوع خطاهایی همچون آمیختگی مودها<sup>6</sup> هم تا حدی جلوگیری میکند. البته غالباً برای جلوگیری از آمیختگی مودها از الگوریتمهای مبتنی بر نویز [17,16] و یا الگوریتمهای حذف نویز از داده [18] استفاده می شود که در موضوع بحث این پژوهش قرار ندارد.

#### 2- تجزيه مود تجربي

روش تجزیه مود تجربی که نسبت به دیگر روشهای پردازش سیگنال نظیر ويولت و تبديل فوريه از قدمت كمترى برخوردار است، به خاطر تجزيه سیگنال تنها با اتکا به اطلاعات خود سیگنال و نه مبنای ریاضی دیگر، مورد توجه قرار گرفته است. در این روش سیگنال اولیه، طی فرآیند غربالگری به مجموعهای از مؤلفهها تجزیه میشود که توابع مود ذاتی ' نامیده میشوند. تابع مود ذاتی، تابعی است که دو شرط ذیل را ارضا کند [11]

1- در تمامی قسمتهای داده (سیگنال)، تعداد اکسترممها و تعداد قطع محور افقی توسط تابع<sup>8</sup>، یا برابر باشند یا حداکثر یک واحد اختلاف داشته باشند.

2- در هر نقطه (زمان)، مقدار متوسط توابع پوش که از میانگین توابع پوش بیشینه محلی و کمینه محلی تعیین می شود، باید صفر باشد.

به بیان دیگر، این شرایط تقارن تابع مود ذاتی را تضمین میکند هر چند بر تغییرات دامنه و فرکانس در طول زمان نظارتی ندارد و صرفاً برای تقارن نوسان است.

فرآیند یا الگوریتم غربالگری برای بدست آوردن توابع مود ذاتی برای یک سیگنال دلخواه x(t) شامل مراحل ذیل است

1- ابتدا باید محل و دامنه تمامی نقاط بیشینه و کمینه محلی تعیین شود.

2- با استفاده از مقادیر بیشینه و کمینه و درونیابی چندجملهای تکهای<sup>9</sup> (اسپلاین)، دو تابع پوش ساخته می شود. تابع پوش بالایی که با استفاده از نقاط بیشینه محلی بدست آمده است (e<sub>max</sub> t و تابع پوش پایینی که با استفاده از نقاط کمینه محلی حاصل شده است e<sub>min</sub>(t) نامیده می شود.

3- برای هر لحظه زمانی t مقدار میانگین پوش بالایی و پایینی محاسبه می شود. این سیگنال، میانگین پوش نامیده می شود.

$$m_1 = \frac{e_{\max}(t) + e_{\min}(t)}{2} \tag{1}$$

4- مقدار میانگین پوش (محاسبه شده در مرحله قبل) از سیگنال ورودى كسر مىشود

Wavelet Hilbert Transform

Huang Empirical Mode Decomposition (EMD)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Auto-Regressive (AR)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Mode Mixing Intrinsic Mode Function (IMF)

Zero crossing

<sup>9</sup> Spline

در کنار مزایای روش تجزیه مود تجربی از قبیل: ساده بودن، عدم نیاز به

پایههای ریاضی و قابلیت اجرا برای تمامی انواع سیگنال (غیر ایستا و

غیرخطی)، مشکلاتی نیز وجود دارد که بر نتایج این روش تأثیرگذار است. از

مهمترين نقايص اين روش، ميتوان به تأثير توابع پوش، اثرات لبهها<sup>4</sup> در

تعیین تابع پوش طی فرآیند غربالگری، معیار توقف غربالگری و آمیختگی

مودها اشاره کرد [10]. در ادامه بر خطای ناشی از اثرات لبهها تمرکز میشود.

در بسیاری از موارد، دادههای تاریخچه زمانی در ابتدا و انتهای سیگنال به مقادير اكسترمم ختم نمىشود. اين موضوع باعث مىشود كه توابع پوش بیشینه و یا کمینه در این نقاط با ابهام روبرو بوده و دچار مشکل شوند. در

مواردی مشاهده می شود که تابع درونیابی در نظر گرفته شده برای پوش که

عمدتاً تابع درونیابی چندتکهای مرتبه 3 (اسیلاین ٔ) است در لبههای سیگنال

دچار واگرایی و منجر به خطاهای بسیار شدید در نتایج حاصل از تجزیه میشوند. این خطاها، شکل موج تابع مود ذاتی را در لبهها تحت تأثیر قرار میدهند. از آنجایی که توابع مود ذاتی بعدی نیز از نتیجه اولین تابع مود

این محدوده انجام گیرد، در این صورت تابع پوش بالایی و پایینی و میانگین

5 ثانیه تا 15 ثانیه برای دو حالت بدون تأثیر اثر لبهها و با تأثیر اثر لبهها

مقایسه می کند. همان طور که دیده می شود، اختلاف در لبه ها فاحش بوده و

تجربی صورت گرفته است که در این بررسی نمی توان به تمامی آن ها اشاره

کرد. اما از بین کارهای ارائه شده، چندین کار شاخص وجود دارد که جنبه عمومى ترى نسبت به بقيه روشها داشته و اجراى آنها نيز ساده است. روش

آيينهاي ريلينگ<sup>6</sup> [12]، روش كاولين / [13]، روش مبتني بر شيب [14] و

روش راتو<sup>8</sup> [10] از روشهای شاخص برای کاهش اثرات مخرب لبهها به شمار

شکل 3، میانگین تابع پوش بالایی و تابع پوش پایینی را در فاصله زمانی

فعالیتهای بسیاری در جهت کاهش اثر لبهها در روش تجزیه مود

آنها به صورت شكل 2 خواهد بود.

خطای قابل توجهی را در نتایج در پی خواهد داشت.

 $x(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i + r_n$ 

 $h_1(t) = x(t) - m_1$ 

(9)

1-2- خطای اثر لبهها

این یک تکرار از فرآیند غربالگری است. مرحله بعدی بررسی سیگنال است که آیا یک تابع مود ذاتی هست یا نه؟ برای این منظور، معیار  $h_1(t)$ توقف غربالگری معرفی شد که در ادامه به آن پرداخته می شود.

-5 اگر  $h_1(t)$  یک تابع مود ذاتی نبود، مراحل 1 تا 4 مجدداً تکرار 5می شود. در غربالگری دوم، داده اصلی  $h_1(t)$  است و نتیجه غربالگری به صورت ذیل خواهد بود

$$h_{11} = h_1 - m_{11} \tag{3}$$

k كه  $m_{11}$  مقدار ميانگين پوش سيگنال  $h_1(t)$  است. اين تكرار مىتواند  $m_{11}$ بار تکرار شود به گونهای که در نهایت  $h_{1k}$  یک تابع مود ذاتی شود

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \tag{4}$$

اولین معیار توقف فرآیند غربالگری توسط هوانگ [5] معرفی شد به طوری که اگر حاصل جمع اختلاف<sup>1</sup> بین دو غربالگری متوالی از حد آستانه انتخابى<sup>2</sup> كمتر باشد، فرآيند متوقف شود.

$$SD = \sum_{t=0}^{T} \left[ \frac{\left| h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t) \right|^{2}}{h_{1(k-1)}^{2}(t)} \right]$$
(5)

حد آستانه برای SD انتخاب می شود. در عمل دستیابی به تعریف فوق، کاری دشوار است. به علاوه استفاده از این معیار دو پرسش مهم را در پی دارد: نخست آن که حد آستانه چقدر باید کوچک باشد تا اطمینان از اتمام فرآيند غربالگرى حاصل شود. دوم آن كه اين معيار به تعريف توابع مود ذاتى بستگی ندارد [11]. عدد S<sup>3</sup> معیار دیگری است که توسط هوانگ معرفی شد و مورد استفاده قرار گرفت. این عدد تعداد دفعاتی است که به طور پی در پی در فرآیند غربالگری تعداد اکسترممها و تلاقی با محور افقی (تقاطع با عرض صفر) برابر بوده یا حداکثر یک واحد اختلاف داشتهاند. این عدد به طور پیش فرض بين 4 تا 8 در نظر گرفته مى شود [19].

پس از این که شرایط توقف (با توجه به معیار توقف غربالگری) فراهم شد، تابع مود ذاتی به صورت ذیل تعریف میشود

(2)

$$c_1 = h_{1k}$$

پس از یافتن تابع مود ذاتی  $c_1$ ، مقدار باقیمانده  $r_1$  با استفاده از کسر تابع مود ذاتی از سیگنال ورودی بدست میآید

$$r_1 = x(t) - c_1 \tag{7}$$

6- برای یافتن تابع مود ذاتی بعدی، باید مجدداً از مرحله 1 شروع کرد، با این تفاوت که اینبار مقدار باقیمانده بدست آمده در مرحله قبل به عنوان سیگنال ورودی در نظر گرفته میشود.

مراحل 1 تا 6 برای مقادیر باقیمانده بعدی هم تکرار میشوند به طوری که (8) $r_1 - c_2 = r_2, \dots, r_{n-1} - c_n = r_n$ 

روش تجزیه مود تجربی وقتی پایان مییابد که باقیمانده دیگر هیچ نقطه اکسترممی نداشته باشد که قاعدتاً باید تابعی ثابت یا یکنوا باشد (البته در بسیاری از موارد دیده شده که سیگنالی دارای یک اکسترمم و یا حتی دو اکسترمم نیز به عنوان مقدار باقیمانده در نظر گرفته شده است که البته مى تواند تابع مود ذاتى نيز باشد [15,10]. سيگنال اصلى اوليه را مى توان به صورت جمع توابع مود ذاتى و آخرين باقيمانده بيان نمود

مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1395، دورہ 16، شمارہ 12

مىروند.

2-2- روش آيينهاي

<sup>i</sup> cubic spline interpolation <sup>i</sup> Rilling Mirror Method

<sup>4</sup> End effects

Coughlin

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.12.49.4

## ذاتی اثر می پذیرند، لذا این خطا در تمامی توابع مود ذاتی بعدی مشاهده می شود. افزون بر این، خطای ناشی از لبه ها در روند استخراج توابع مود ذاتی بعدی نیز، تکرار شده که موجب افت بیشتر صحت و کیفیت نتایج حاصل از تجزیه خواهد شد. به عبارت دیگر، هر چه شماره تابع مود ذاتی افزایش مییابد خطای ناشی از اثرات لبهها بیشتر میشود. برای بررسی بهتر تابع دلخواه زیر بر حسب زمان t در نظر گرفته می شود:

 $y = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{13}\right) + \sin(\pi t) + \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{3}\right)$ (10) در شکل 1، تابع رابطه (10) به همراه دو پوش بالایی و پایینی در مدت زمان 20 ثانیه نمایش داده شده است. اگر قطعه 5 ثانیه تا 15 ثانیه از شکل 1 به طور مجزا در نظر گرفته شده و فرض شود که بررسی سیگنال مورد نظر در

Sum of Differences (SD)

Threshold S-number

<sup>8</sup> Rato



Fig. 1 An arbitrary signal with its upper and lower envelops as well as their mean with ignoring end effects

**شکل 1** نمایش تابع دلخواه به همراه دو تابع پوش بالایی و پایینی و میانگین آنها (خطچین) در فاصله بین اکسترممهای ابتدایی و انتهایی



Fig. 2 The arbitrary signal with its upper and lower envelops as well as their mean at a limited range in presence of end effects شکل 2 نمایش تابع دلخواه به همراه دو تابع پوش بالایی و پایینی و میانگین آنها (خطچین) در فاصله بین زمان 5 ثانیه و 15 ثانیه



Fig 3. Comparing mean of envelopes between two different cases; with ignoring end effects and in presence of end effects

**شکل 3** مقایسه میانگین دو تابع پوش بالایی و پایینی در دو حالت بدون اثر لبهها (نقطهخط) و با اثر لبهها (خطچین)

در روش آیینهای تعدادی از اکسترممهای قبل از اکسترمم لبه نسبت به اکسترمم لبه قرینه شده و اکسترممهای جدیدی در خارج از مرزهای داده

ایجاد میکنند که تابع پوش اسپلاین، این اکسترمههای جدید را نیز در نظر میگیرد و از رها شدن لبههای تابع پوش سیگنال جلوگیری میکند.

#### 2-3- روش كاولين

در این روش فرض میشود که دو تابع موجی سینوسی به ابتدا و انتهای سیگنال افزوده شده است. دامنه تابع موج ابتدایی، اختلاف بین مقادیر عرضی دو اکسترمم ابتدایی است و دوره تناوب آن نیز، دو برابر فاصله طولی دو اکسترمم ابتدایی است. به همین ترتیب، دامنه تابع موج انتهایی، اختلاف بین مقادیر عرضی دو اکسترمم انتهایی و دوره تناوب آن، دو برابر فاصله طولی دو اکسترمم انتهایی است. بنابراین اکسترممهای اضافه شده همگی در دو خط عرضی بیشینه و کمینه قرار می گیرند و به همین دلیل، شیب توابع پوش در ابتدا و انتهای سری زمانی به صفر میل می کند. این روش نمی تواند موجهای فرکانس پایین را شبیه سازی کند و تنها تخمینی از موج فرکانس بالا را دارد. در واقع اگر موج فرکانس بالا بر روی یک موج فرکانس پایین سوار شده باشد، تخمین این روش تنها از موج فرکانس بالا خواهد بود. به همین جهت خطای این روش نسبت به روش آیینه ای بیشتر است.

#### 2-4- روش مبتنی بر شیب

در این روش دو شیب مثبت و منفی بین سه اکسترمم لبه ابتدایی (یا انتهایی) محاسبه میشود. از طرفی بیشینه جدید با بیشینه ابتدایی همان فاصلهی دو بیشینه ابتدایی سیگنال را دارد و به همین ترتیب کمینه جدید هم با کمینه ابتدایی سیگنال، همان فاصلهی دو کمینه ابتدایی را دارد. با توجه به تعیین طول نقاط بیشینه و کمینه جدید و همچنین دستیابی به شیبهای مثبت و منفی لبه ابتدایی، عرض نقاط بیشینه و کمینه جدید نیز تعیین میشود.

مرجع [20] در قالب مثالی، توضیح میدهد چگونه بهکارگیری روش مبتنی بر شیب میتواند باعث ایجاد خطا و از دست رفتن اطلاعات سیگنال در لبهها شود. به علاوه در شرایطی که تعداد اکسترممهای باقیمانده سیگنال برای محاسبه توابع مود ذاتی پایانی کافی نباشد، استفاده از این روش دچار مشکل خواهد شد.

#### 2-5- روش راتو

با فرض این که در لبه ابتدایی، زمان نقطه بیشینه از زمان نقطه کمینه بیشتر باشد، و اولین داده سیگنال مربوط به زمان صفر باشد، طول کمینه جدید قرینه طول اولین بیشینه نسبت به زمان صفر است و عرضی برابر با عرض اولین کمینه دارد. به همین ترتیب، طول بیشینه جدید قرینه طول اولین کمینه نسبت به زمان صفر است و عرض آن برابر با عرض اولین بیشینه. برای انتهای سیگنال نیز شرایط مشابهی وجود دارد. یعنی دو اکسترمم از لحاظ طولی (زمان) کاملاً قرینه میشوند و جای بیشینه و کمینه عوض میشود. این روش تغییری در طول دامنه سیگنال بسط داده شده ایجاد نمی کند و تنها تکرار دو اکسترمم قبلی در دو زمان قرینه شده است، لذا نمی تواند موج فرکانس پایین را شبیه سازی کند.

روشهای ارائه شده در فوق نشان میدهند که بسط سری زمانی بیشتر بر همان مبنای تقارن و فرآیند آیینهای در قالبهای مختلف مورد توجه بوده است و سیگنال با توجه به چند اکسترمم ابتدایی یا انتهایی و بدون مد نظر قرار دادن موجهای فرکانس پایین بسط داده شده است. حتی در روش کاولین هم سیگنال انتهایی ادامه دادههای لبهایترین دوره تناوب است. همچنین در

روش آیینهای اگر تعداد اکسترممهای قرینه شده افزایش یابد، باز هم نمی تواند به عنوان ادامه مطمئنی برای سیگنال مورد استفاده قرار گیرد. به طور کلی در بین روشهای مذکور تفاوت قابل ملاحظهای بین نتایج تفکیک انتظار نمی رود.

### 3- روش تلفیقی واپسرو -آیینهای پیشنهادی

با توجه به روشهای معرفی شده برای برطرف کردن خطای اثر لبهها در بخش 2 که عمدتاً با قرینهسازی و بسط اکسترممهای ابتدایی و انتهایی به روشهای مختلف ارائه شدند، هیچ یک نمی توانند الگوریتم کاملی برای پیشبینی ادامه سیگنال باشند و تنها برای عدم رها ماندن تابع اسپلاین در لبه، به صورت نسبتاً مناسب مورد استفاده قرار می گیرند. به نظر میرسد روشی که بتواند پیشبینی بهتری نسبت به دادههای ابتدایی و انتهایی داشته باشد، می تواند به نتایج تفکیک بهتری منجر شود. برای این منظور از مدل واپسرو که مدلی عمومی و بسیار رایج برای پیشبینی دادههای ابتدایی و انتهایی است، استفاده می شود. استفاده از مدل واپس رو برای کل سیگنال، در واقع پیادهسازی یک مدل ریاضی زمانبر است که با ماهیت روش تجزیه مود تجربی که تنها بر مبنای دادههای سیگنال و عدم استفاده از پایههای ریاضی استوار بوده، متفاوت است. اما به کار گیری مدل ریاضی در الگوریتم غربالگری تنها برای بسط چند داده ابتدایی و انتهایی خدشهای به ماهیت تجربی روش تجزیه مود تجربی وارد نمی کند. از طرفی مدل واپسرو تنها برای چند نقطه بیشینه و کمینه برای بسط تابع پوش بالایی و تابع پوش پایینی استفاده می شود که مشکل زمانبر بودن تعیین پارامترهای این مدل زمانی را تا حدی مرتفع می کند. نکته دیگر این که هر چند مدل واپسرو با فرض ایستا بودن سیگنال پارامترهای خود را تعیین میکند، ولی این موضوع باعث نقص در سیگنالهای غیرایستا نخواهد شد. چراکه دادههای زمانی به اندازهکافی کوچک را میتوان ایستا فرض کرد [1] و فرض ایستا برای قسمت کوچکی از دادههای ناایستا فرض نادرستی نیست. در روش ارائه شده برای چهار قسمت داده، شامل بیشینه ابتدایی و انتهایی و کمینه ابتدایی و انتهایی، مدل واپسرو به کار گرفته میشود. از طرفی برای هر سری داده دوبار، یکی برای طول نقاط اکسترمم جدید و دیگری برای عرض نقاط اکسترمم جدید پیشبینی توسط مدل واپسرو انجام می گیرد. این فرآیند برای هر بار اجرای عملیات غربالگرى تكرار مىشود. البته اجراى اين الگوريتم معمولاً تا دستيابى به مقدار باقیمانده نهایی در تجزیه مود تجربی امکان پذیر نیست. چرا که مقادیر باقیمانده پایانی شامل مودهای ذاتی انتهایی به اندازه کافی دارای اکسترمم برای استفاده در مدل واپسرو نیستند. لذا برای این شرایط که مقادیر باقیمانده به اندازه کافی اکسترمم ندارند، پیشنهاد میشود که همان روش آیینهای مورد استفاده قرار گیرد. به بیان دیگر، روش ارائه شده تلفیقی از مدلسازی لبهها با مدل واپسرو در مودهای ذاتی فرکانس بالا و روش آیینهای در مودهای ذاتی فرکانس پایین است. در ادامه به مراحل اجرای الگوریتم ارائه شده برای کاهش خطای اثر لبهها در هر فرآیند غربالگری به صورت خلاصه اشاره میشود:

- انتخاب چهار دسته اکسترمم: چند بیشینه ابتدایی، چند بیشینه انتهایی، چند کمینه ابتدایی و چند کمینه انتهایی.
- اعمال مدل واپسرو برای طول و عرض چهار دسته فوق به منظور پیشبینی مقادیر جدید طول و عرض.
- اعمال تابع اسپلاین و ادامه روند تجزیه مود تجربی با دادههای بسط داده شده.

اعمال روش آیینه ای برای حالاتی که به تعداد کافی مقادیر
 اکسترمم وجود نداشته باشد.

#### 1-3- مدل واپسرو

عمومی ترین و مشهور ترین مدل سری های زمانی است که در چار چوب ر گرسیون حداقل مربعات به صورت کامل قابل تخمین است. سری زمانی X<sub>t</sub> در قالب مدل واپس رو به صورت زیر نوشته می شود:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$
(11)

این رابطه مدل (p) یا مدل واپس رو مرتبه p است. مقدار p باید کمتر از تعداد دادههای زمانی در نظر گرفته شود. همچنین  $\phi$ ، ضرایب واپس رو بوده و خطای  $\mathcal{E}_t$  معمولاً به صورت نویز سفید در نظر گرفته می شود. به صورت کلی، عبارت کنونی داده زمانی، مجموع خطی وزنی دادههای قبلی است. مسأله بسیار مهم در تحلیل واپس رو، استخراج بهترین ضرایب واپس رو برای یک سری زمانی مشخص است. روش های معمول محاسبه این ضرایب، سری زمانی را ایستا فرض می کنند.

هرچند که روش مستقیمی برای تعیین مرتبه صحیح مدل واپس رو معرفی نشده است، اما به طور کلی با افزایش مرتبه مدل، خطای جذر حداقل مربعات<sup>1</sup> (آر اِم اِس) تا مرتبه مشخصی به سرعت و پس از آن به آرامی کاهش می ابد. مرتبه ای که پس از آن خطای آر اِم اِس شیب بسیار کمی می گیرد، معمولاً مرتبه مناسبی است. بر اساس استدلال آماری، در روش تخمین واپس رو برگ<sup>2</sup>، مقدار نصف دادههای سری زمانی به عنوان بزرگترین مقدار مرتبه برای یافتن مرتبه مناسب گزینه خوبی است تا بتوان در عمل به صورت خودکار در مدل واپس رو استفاده کرد. در روش داربین<sup>3</sup> بزرگترین مقدار کاندیدا یک چهارم تعداد دادههای زمانی تعیین شده است [1].

#### 4- بررسی چند نمونه

برای بررسی کارایی روش ارائه شده، از دادههایی استفاده میشود که محتوای آن مشخص باشد.

مثال 1: در این مثال تابع دلخواه زیر که یک تابع موج فرکانس بالا به همراه یک تابع موج با فرکانس میانی بر روی یک موج فرکانس پایین سوار شدهاند، در مدت زمان 20 ثانیه مورد مطالعه قرار می گیرد:

 $y = \sin(3\pi t + 3) - 3\sin\left(\frac{\pi t}{10}\right) + 2\cos(13\pi t + 2)$ (12)

نتایج روش تجزیه مود تجربی با استفاده از روش آیینهای، مودهای ذاتی نشان داده شده در شکل 4 است. به همین ترتیب مودهای ذاتی با استفاده از روش ارائه شده در شکل 5 نمایش داده شده است.

همانطور که از شکل 5 مشاهده میشود، دقت روش ارائه شده به گونهای است که مقدار باقیماندهای در انتها وجود ندارد.

مثال 2: تابع دلخواه زیر با جمع سه سیگنال که یکی از آنها دارای فرکانس متغیر با زمان است، در مدت زمان 10 ثانیه مورد توجه قرار میگیرد:

 $y = \sin(\pi t^2) + \cos(3\pi t) + \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$ (13)

نتایج روش تجزیه مود تجربی با استفاده از روش آیینهای و مودهای ذاتی حاصل از روش ارائه شده به ترتیب در شکل 6 و شکل7 نمایش داده شدهاست. همانطور که از این دو شکل مشخص است روش آیینهای هم در ارائه تعداد مودهای ذاتی خطای بیشتری دارد و هم مقدار باقیمانده آن مؤید

361

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Root Mean Square (RMS)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Burg's AR estimation method <sup>3</sup> Durbin's method



Fig. 6 IMFs for the second example signal obtained by employing mirror method

**شکل 6** مودهای ذاتی حاصل از روش آیینهای

سوم ظاهر شده است که از پدیده آمیختگی مودها برای این فرکانس تا حد زیادی جلوگیری شده است. به علاوه در تابع مود ذاتی سوم روش آیینهای، هنوز مقادیری از نویز مشاهده می شود. ظاهر مود چهارم روش تلفیقی واپسرو-آیینهای نیز از مود متناظر روش آیینهای (مود پنجم مناسب تر است).

در فرکانس های پایین تر آمیختگی مودها در مودهای ذاتی هر دو روش مشهود است. برای بررسی فرکانسی هر مود ذاتی، از تمامی مودهای ذاتی (به جز مقدار باقیمانده) تبدیل فوریه سریع گرفته میشود. نتایج حاصل از این تبدیل برای روش آیینهای و روش ارائه شده به ترتیب در شکل 10 و شکل 11 و آمده است. همان طور که مشاهده میشود مود فرکانس بالا در روش تلفیقی واپس رو-آیینه ای تنها در مود ذاتی سوم و بدون آمیختگی مودها ظاهر شده در صورتی که در روش آیینه ای در مود سوم و چهارم به صورت همزمان وارد شده است. در این مودها حدود 50 درصد مؤلفه فرکانس بالا در هر مود ظاهر شده است. در مودهای پایین تر هر دو روش دچار مشکل آمیختگی مودها هستند. به طور کلی در نتایج روش ارائه شده، در حوزه فرکانس پراکندگی کمتری مشاهده میشود که ناشی از حذف بهتر نویز از سیگنال اصلی است.



Fig. 7 IMFs for the second example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method

شکل 7 مودهای ذاتی حاصل از روش تلفیقی واپسرو-آیینهای پیشنهادی



Fig. 4 IMFs for the first example signal obtained by employing mirror method





**Fig. 5** IMFs for the first example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method

**شکل 5** مودهای ذاتی حاصل از روش تلفیقی واپسرو -آیینهای پیشنهادی

خطای موجود در تفکیک موجهای تشکیل دهنده است. از طرفی کیفیت مود سوم (مقدار باقیمانده) در روش ارائه شده بسیار بهتر از کیفیت مود سوم در روش آیینهای است.

مثال 3: تابع دلخواه زیر که از سه سیگنال فرکانس بالا، متوسط و پایین تشکیل شده است به عنوان مثال سوم در نظر گرفته می شود:

(14) y = 2 sin(2πt + 3) + 3 cos(7πt) + 5cos(0.05πt) (14) حال فرض میشود که به سیگنال مورد نظر، نویز هم افزوده شود. نویز سفید با نسبت سیگنال به نویز 5 به کل سیگنال اضافه میشود. نتایج روش تجزیه مود تجربی با استفاده از روش آیینهای و مودهای ذاتی حاصل از روش ارائه شده به ترتیب در شکل 8 و شکل 9 نمایش داده شدهاست.

در هر دو شکل مودهای ذاتی اول و دوم مربوط به مقادیر نویز است. اما در روش آیینهای بالاترین فرکانس در هر دو مود ذاتی سوم و چهارم دیده میشود در صورتی که در روش تلفیقی واپسرو -آیینهای تنها در مود ذاتی



Fig. 8 IMFs for the third example signal obtained by employing mirror method

**شکل 8** مودهای ذاتی حاصل از روش آیینهای

#### 5- نتیجه گیری

در این پژوهش، به یکی از خطاهای روش تجزیه مود تجربی یعنی خطای ناشی از اثرات لبهها اشاره شد. روشهای متعددی برای کاهش اثر این خطا ارائه شده است. روش جدیدی بر مبنای تلفیق مدل واپسرو و روش آیینهای ارائه شد که پیشبینی ادامه سیگنال (ادامه اکسترممهای سیگنال) را برای قسمت کوچکی از لبهها که فرض ایستا بودن برای آن قابل قبول است، بر پایه مدل واپسرو انجام میدهد. همچنین، در قسمتهایی که به تعداد کافی اکسترمم وجود ندارد، از همان روشهای بر مبنای تقارن استفاده میکند. در



Fig. 9 IMFs for the third example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method

شکل 9 مودهای ذاتی حاصل از روش تلفیقی واپسرو-آیینهای پیشنهادی



Fig. 10 FFT results of IMFs for the third example signal obtained by employing mirror method شكل 10 تبديل فوريه سريع مودهاى ذاتى حاصل از روش آيينهاى

قالب چند مثال با شرایط نسبتاً متفاوت نشان داده شد که روش ارائه شده نتایج با دقت بالاتری نسبت به روشهای مبتنی بر تقارن دارد. اثرات تصحیح پوش در لبههای توابع مود ذاتی به خوبی نمایان است. با استفاده از نتایج این روش، می توان با ترکیب توابع مود ذاتی اصلی (که دامنه قابل توجهی نسبت به توابع مود ناشی از خطای محاسباتی دارند) سیگنال اولیه را در شرایط بهتری نسبت به نتایج حاصل از روش آیینهای بازسازی کرد. در انتها، حالت واقعی تر با افزودن نویز سفید به سیگنال بررسی شد که مؤید نتایج قبلی است. در قالب این مثال، شرایط بهتر خاصیت حذف نویز روش تلفیقی واپسرو آیینهای نسبت به روش آیینهای تنها با تصحیح مناسب تر توابع پوش به نمایش گذاشته شد.



Fig. 11 FFT results of IMFs for the third example signal obtained by employing the proposed combined AR mirror method شكل 11 تبديل فوريه سريع مودهاى ذاتى حاصل از روش تلفيقى واپسرو- آيينهاى پيشنهادى

6-مراجع

16, pp. 9-21, London: World Scientific, 2014.

- [12] G. Rilling, P. Flandrin, P. Goncalves, On empirical mode decomposition and its algorithms, *IEEE-EURASIP workshop on nonlinear signal and image processing*, IEEER, Vol. 3, pp. 8-11, 2003.
- [13] K. T. Coughlin, KK Tung, 11-year solar cycle in the stratosphere extracted by the empirical mode decomposition method, *Advances* in space research, Vol. 34, No. 2, pp. 323-329, 2004.
- [14] M. Dätig, T. Schlurmann, Performance and limitations of the Hilbert–Huang transformation (HHT) with an application to irregular water waves, *Ocean Engineering*, Vol. 31, No. 14, pp. 1783-1834, 2004.
- [15] F. Wu, L. Qu, An improved method for restraining the end effect in empirical mode decomposition and its applications to the fault diagnosis of large rotating machinery, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 314, No. 3, pp. 586-602, 2008.
- [16] Mar´ıa E. Torres, Marcelo A. Colominas, Gast´on Schlotthauer, Patrick Flandrin, A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise, 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP).
- [17] Jinde Zhenga, Junsheng Chenga, Yu Yang, Partly ensemble empirical mode decomposition: An improved noise-assisted method for eliminating mode mixing, *Signal Processing*, Vol. 96, pp. 362–374, 2014.
- [18] Baoping Tang, Shaojiang Dong, Tao Song, Method for eliminating mode mixing of empirical mode decomposition based on the revised blind source separation, *Signal Processing*, Vol. 92, pp. 248–258, 2012.
- [19] N. E. Huang, ML. Wu, W. Qu, S. R. Long, S. SP Shen, Applications of Hilbert–Huang transform to non-stationary financial time series analysis, *Applied stochastic models in business and industry*, Vol. 19, No. 3, pp. 245-268, 2003.
- [20] T. Xiong, Y. Bao, Z. Hu, Does restraining end effect matter in EMD-based modeling framework for time series prediction? Some experimental evidences, *Neurocomputing*, Vol. 123, pp. 174-184, 2014.
- [21] P. MT. Broersen, Finite sample criteria for autoregressive order selection, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, Vol. 48, No. 12, pp. 3550-3558, 2000.

- H. K. Kwok, D. L. Jones, Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time Fourier transform, *Signal Processing, IEEE Transactions*, Vol. 48, No. 10, pp. 2964-2972, 2000.
- [2] J. Lardies, M. N. Ta, M. Berthillier, Modal parameter estimation based on the wavelet transform of output data, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 73, No. 9-10, pp. 718-733, 2004.
- [3] R. G. Stockwell, L. Mansinha, R. P. Lowe, Localization of the complex spectrum: the S transform, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, Vol. 44, No. 4, pp. 998-1001, 1996.
- [4] M. T. Taner, F. Koehler, R. E. Sheriff, Complex seismic trace analysis, *Geophysics*, Vol. 44, No. 6, pp. 1041-1063, 1979.
- [5] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C. C. Tung, H. H. Liu, The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, Vol. 454, No. 1971, pp. 903-995, 1998.
- [6] M. Kurt, H. Chen, Y. S. Lee, D. M. McFarland, L. A. Bergman, A. F. Vakakis, Nonlinear system identification of the dynamics of a vibro-impact beam: Numerical results, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 82, No. 10-11, pp. 1461-1479, 2012.
- [7] W. Huang, Z. Shen, N. E. Huang, Y. C. Fung, Nonlinear indicial response of complex nonstationary oscillations as pulmonary hypertension responding to step hypoxia, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 96, No. 5, pp. 1834-1839, 1999.
- [8] B. M. Battista, C. Knapp, T. McGee, V. Goebel, Application of the empirical mode decomposition and Hilbert-Huang transform to seismic reflection data, *Geophysics*, Vol. 72, No. 2, pp. H29-H37, 2007.
- [9] J. C. Nunes, Y. Bouaoune, E. Delechelle, O. Niang, Ph. Bunel, Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition, *Image and vision computing*, Vol. 21, No. 12, pp. 1019-1026, 2003.
- [10] R. T. Rato, M. D. Ortigueira, A. G. Batista, On the HHT, its problems, and some solutions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, No. 6, pp. 1374-1394, 2008.
- [11] N. E. Huang, Hilbert-Huang transform and its applications, Vol.