مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1395، دوره 16، شماره 9، ص‌ص 298-306

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

توسعه و کالیبراسیون معادلات ساختاری سه بعدی برای توصیف رفتار غیرفعال غیرخطی ماهیچه‌های اسکلتی در تغییر شکل‌های بزرگ چند محوری

ساناز سعادتمند هاشمی[1]، مسعود عسگری[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی 19395-1999، asgari@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 اردیبهشت 1395

پذیرش: 29 مرداد 1395

ارائه در سایت: 03 مهر 1395

کلید واژگان:

مدل ساختاری سه‌بعدی

رفتار غیر ارادی هایپرالاستیک

تست چند محوری

ماهیچه اسکلتی

چکیده

مدلسازی مناسب رفتار ماهیچه های اسکلتی بدن با توجه به ساختار آناتومیک پیچیده و خواص مکانیکی غیرخطی و شرایط بارگذاری همواره از جمله مسائل مهم مورد توجه مدل‌سازی در زمینه بیومکانیک بوده است. اغلب مدل‌های موجود برای توصیف روابط ساختاری ماهیچه های اسکلتی بر پایه مدل یک‌بعدی و سه المانی هیل می‌باشند. در مقاله حاضر مدل سه‌بعدی ساختاری بر پایه فرض رفتار هایپر الاستیک و تعریف یک تابع انرژی مناسب و مشتق‌گیری از آن جهت تعیین تنش‌های دوم پایولا و کوشی برای توصیف رفتار غیر ارادی ماهیچه اسکلتی ارائه شده است. روابط ساختاری به کار رفته تعمیمی نوین و کارامد از مدل هامفوری و یین برای توصیف رفتار غیر فعال ماهیچه‌ی اسکلتی می‌باشدکه به صورت سه بعدی برای مودهای مختلف تغییرشکل ماده اعم از کشش ساده، تست کشش دو بعدی و شش حالت تست برشی بررسی شده و مقدار بهینه پارامترهای ثابت ماده برای هریک از این مودها با استفاده از الگوریتم ژنتیک محاسبه شده است. نهایتا مدل ساختاری ارائه شده در هریک از مودهای تغییرشکل با نتایج تجربی موجود مقایسه شده و کارایی و دقت آن نشان داده شده است. همچنین به منظور بررسی مزیت این مدل نسبت به دو مدل شناخته شده هایپرالاستیک آگدن و مونی-ریولین که معمولا برای توصیف رفتار هایپرالاستیک مواد مورد استفاده قرار می‌گیرند نتایج با نتایج حاصل از به کارگیری مدلهای قبلی مقایسه شده و تطبیق بسیار بهتر مدل ارائه شده از دو مدل مفروض با نتایج تجربی نشان داده شده است.

Development and Calibration of 3D Constitutive Equations for Nonlinear Passive Multi-Axial Finite Deformations of Skeletal Muscles

Sanaz Saadatmand Hashemi, Masoud Asgari*

Faculty of Mechanical Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 1999-19395, Tehran, Iran, asgari@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 14 May 2016
Accepted 19 August 2016
Available Online 24 September 2016

Keywords:
3D Constitutive Model
Passive Hyperelastic Behavior
Multi-axial Test
Skeletal muscles

ABSTRACT

Skeletal muscle simulation remains a controversial topic as a result of its complex anatomical structure and mechanical characteristics such as nonlinear material properties and loading conditions. Most of the current models in the literature for describing the constitutive equations of skeletal muscles are based on Hill's one-dimensional, three element model. In this paper, a 3D constitutive model which is based on the hyper elastic behavior of skeletal muscle and energy function has been presented. By using the derivatives of such energy function for defining the Second Piola and Cauchy stresses, the model could describe the inactive behavior of skeleton muscles. The applied constitutive equations are an efficient generalization of Hamphury's model for the inactive behavior of skeletal muscle. In this paper by using a 3D model, different modes of deformations of skeletal muscle such as simple tension, biaxial and shear tests have been investigated and material properties constants for each mode of deformation has been optimized by Genetic Algorithm. Finally the results of the model simulations of each mode are compared with those obtained from experimental tests. Also, the model results are compared with the ones from two well- known hyper elastic Ogden and Mooney-Rivilin models in order to show the priority of the new developed 3D model.

1- مقدمه

ماهیچه‌های اسکلتی فراوان‌ترین بافت موجود در بدن انسان می‌باشد که 40 الی 50 درصد از وزن کل بدن را تشکیل می‌دهد. این ماهیچه‌ها مسولیت حرکت نسبی استخوان‌ها نسبت به یکدیگر را در مفاصل به عهده دارند و همچنین با جذب ضربات و توزیع نیروها، مقاومت و محافظت از ماهیچه را فراهم می‌سازند. افزون براین، ماهیچه‌های اسکلتی به دلیل قابلیت انقباض فعال، تفاوت چشمگیری نسبت به سایر الیاف نرم دارند بنابراین قابلیت تولید نیرو به هنگام کاهش طول را دارند [1]. از منظر بیومکانیک ماهیچه اسکلتی

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

S. Saadatmand Hashemi, M. Asgari, Development and Calibration of 3D Constitutive Equations for Nonlinear Passive Multi-Axial Finite Deformations of Skeletal Muscles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 298-306, 2016 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.9.36.5]

یک بافت نرم بیولوژیکی با کارکرد انقباض فعال برای برانگیختن تحرک جانوران می‌باشد و برای کاربردهای مهندسی بیومکانیک و بیومدیکال یک مدل شبیه‌ساز برای فهم و بیان خواص مکانیکی و رفتارهای اساسی ماهیچه اسکلتی، نیاز است. برای تحقق این هدف تعدادی مدل ریاضی توسعه یافته‌اند [2]. از مهمترین آنها می توان به مدل پدیداری ارائه شده بر مبنای مطالعات هیل [3] و مدل بیو فیزیکی"پل متقاطع" حاصل کار هاکسلی [4] اشاره نمود. بنیان مدل هیل آزمایش‌های تجربی فن و مارش [2] برای دست‌یابی به پارامترهای مدل بود. مدل هیل تشکیل یافته از سه المان موازی (PE)، المان سری الاستیک *(SSE)* و یک المان منقبض شونده *(CE)* می‌باشد. مدل هاکسلی عموما برای توصیف رفتار ماهیچه در دیدگاه مولکولی به‌کار گرفته می‌شود [5]. زاجاک [6] نیز مدل یک بعدی ماهیچه اسکلتی را ارائه نمود.

در ادبیات فن مطالعه رفتار مکانیکی ماهیچه تنها معطوف به مطالعه رفتار یک بعدی آن به صورت دقیق می‌باشد. جدا از این ماهیچه اسکلتی همانند سایر بافت‌های نرم ذاتا ماده‌ای تراکم ناپذیر می‌باشد اما اطلاعات دیگری درباره تغییرشکل سه بعدی آن‌ها و معادلات ساختاری آن‌ها در دسترس نیست.

برخی تحلیل‌های دو یا سه بعدی المان محدودی را برای بافت نرم نیز می‌توان یافت. در میان آن‌ها می‌توان به پژوهش اخیر ویس و همکاران [7] که در آن مدل پیچیده‌تری از مدل همفوری [8] ارائه شده، اشاره نمود. همچنین تغییر شکل فعال و غیرفعال ماهیچه اسکلتی توسط چن و زلتر [9] بررسی شده اما رفتار پیچیده غیر خطی به عنوان یک مدل ساختاری سه بعدی ارائه نشده است. در یک مدل سه بعدی بر پایه مدل هیل توسط جانسون و همکاران [10]، مدل ماتریس آن توسط تابع انرژی چندجمله‌ای مدلسازی گشته با این وجود اساسا این مدل برای تحلیل‌های دینامیکی که المان الاستیک در فرمولبندی ها به حساب نمی‌آید به کار گرفته می‌شود. در مدل سه بعدی دیگری توسط بلمرک و همکاران [11] کرنش‌های ناهمشکل ماهیچه نیز شبیه‌سازی شده‌است. در این مدل اثر طول الیاف و اثر دینامیکی بررسی نشده است. با این وجود اثر تنش برشی بین الیاف و ماتریس وارد شده و رابطه‌ی زاک برای نشان دادن خواص شبه استاتیک الیاف ماهیچه استفاده شده‌است.

پنا و همکاران [12]در سال 2009 میلادی، مدل ساختاری از مکانیک بافت‌های عروقی با در نظرگرفتن رفتار ویسکوالاستیک و نرم شوندگی[1] ارائه نمودند. باتوجه به اینکه تقریبا تمام بافت‌های نرم بیولوژیکی از خود درجه‌ای از رفتار ویسکوالاستیک را نشان می‌دهند که بافت‌های عروقی نیز از این قاعده مستثنی نیستند. آن‌ها اذعان داشتند که باتوجه به اینکه بافت رفتاری تکرارشونده از خود نشان می دهد لذا می‌توان آن را به عنوان ماده الاستیک کاذب فرض نمود، کاذب به این دلیل که رفتاری متفاوت در بارگذاری و باربرداری دارد. به همین دلیل قوانین ساختاری اندکی برای بافت‌های نرم که رفتار ویسکو الاستیک را تواما در نظر بگیرد وجود دارد علی رغم همه این موارد این اثر غیرالاستیک اهمیت ویژه‌ای در جراحی‌ها نظیر آنژوگرافی عروق ایفا می‌کند به طوری که هر تغییر غیر فیزیولوژی در عروق منجر به تخریب در بافت می‌گردد. آن‌ها مدل ساختاری با در نظرگرفتن ویژگی‌های اصلی عروق همچون خواص غیرایزوتروپی و همچنین پدیده‌های ذکر شده غیرالاستیک ارائه کرده و نتایج را روی تست‌های تجربی حاصل از بارگذاری کششی برروی نمونه‌های عروقی تطبیق دادند.

[1] Softening

لو و همکاران [13] در سال 2010 مدل ویسکو-هایپرالاستیکی را برای ماهیچه‌ی اسکلتی در نرخ‌های بالای کرنش ارائه نمودند. مدل ساختاری به کار رفته‌ی آنان بر پایه‌ی تابع انرژی آزاد هلمهولتز می‌باشد. آنان فرض نمودند که تابع انرژی آزاد هلمهولتز را می‌توان به دوقسمت تغییر حجم و هم حجم تقسیم کرد، به این ترتیب قسمت هم حجم را می‌توان متشکل از دو بخش هایپرالاستیک و ویسکوز فرض نمود. مدل ارائه شده توسط آنان دارای 14 ثابت بوده که با تطبیق مدل المان محدود و داده‌های تجربی بر پایه ماهیچه خرگوش نیوزلندی محاسبه شده‌است.

آحامد و همکاران [14] در سال 2015، به بررسی رفتار غیرفعال وابسته به زمان ماهیچه اسکلتی پرداختند. آنان مدلی ویسکوالاستیک غیرخطی ایزوتروپیک را برای شبیه‌سازی رفتار غیرفعال وابسته به زمان ماهیچه اسکلتی ارائه نمودند که در آن ماهیچه به صورت یک جز هایپرالاستیک موازی با یک جز غیرخطی غیر الاستیک فرض شده و معادلات مربوط به تغییرشکل‌های بزرگ در هردو المان استخراج شده است.

با توجه محدود بودن پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه مطالعه رفتار سه بعدی ماهیچه و نقصان آنها در توصیف دقیق رفتار، در این پژوهش توسعه یک مدل ساختاری سه بعدی برای توصیف دقیق رفتار ماهیچه در بارگذاری‌های مختلف و تغییر شکل‌های غیرخطی بزرگ مورد توجه قرار گرفته است. مدل سه بعدی به کار گرفته شده در پژوهش حاضر سازگار با مدل یک بعدی ماهیچه اسکلتی ارائه شده توسط هیل [3] و زاجاک [6] بوده و بر اساس تعمیم سه بعدی از مدل هامفوری و یین [8] بر پایه فرض رفتار هایپر الاستیک و تعریف یک تابع انرژی و مشتق‌گیری از آن جهت تعیین تنش‌های پایولا و کوشی برای توصیف رفتار غیر ارادی ماهیچه اسکلتی ارائه گشته است. افزون بر این در این پژوهش مدل مفروض با تست‌های مختلف کشش ساده، دومحوره و برش ساده (در شش مود) آزموده شده و ضمن تطبیق خوب مدل برای مودهای مختلف تغییرشکل، پارامترهای ثابت ماده برای حالات مختلف تغییرشکل بهینه‌سازی و کالیبره شده‌اند. در ادامه مدل سه بعدی مفروض با دو مدل معروف موجود مرسوم آگدن و مونی ریویلین برای ماده هایپرالاستیک مقایسه شده و کارایی مناسب مدل مفروض برای توصیف رفتار سه بعدی ماهیچه نشان داده شده است.

با توجه به اهمیت پایه ای توصیف رفتار غیرفعال هایپرالاستیک ماهیچه، برای زمان های ثابت در این مقاله با صرف نظر از نرخ بارگذاری مدل مفروض برای مودهای مختلف تغییرشکل توسعه داده شده است. مطابقت بسیار خوب مدل با نتایج تجربی نسبت به سایر مدل‌های هایپرالاستیک موجود حاکی از جامع بودن مدل برای توصیف رفتار غیر فعال هایپرالاستیک ماهیچه برای زمان‌های ثابت می‌باشد. بدیهی است با تکامل این مدل می توان به مدل ویسکوهایپرالاستیک با قابلیت توصیف رفتار ماهیچه اسکلتی در حالت زنده و فعال نیز از طریق افزودن ویژگی‌های مربوطه پرداخت.

2- مروری بر آناتومی ماهیچه اسکلتی

عضله انسان یکی از چهار بافت[2] پایه‌ای در بدن انسان محسوب می‌شود. سه بافت پایه‌ای دیگر در بدن عبارتند از عصبی[3]، پوششی[4]، پیوندی[5]. در بافت‌های مذکور به جز بافت اسکلتی یا مخطط که ارادی می‌باشد دو نوع دیگر عملکردی غیر ارادی دارند.

[2] Tissue
[3] Nervous
[4] Epithelial
[5] Connective

2-1- ساختار ماهیچه‌ی اسکلتی

همانطور که در شکل 1 دیده می شود ماهیچه از یکان‌های جزئی به نام فاسیکل[1]، که طول آنها به *250mm* میرسد، ساخته شده است. یک فاسیکل از *100-150* فایبر تشکیل میشود که بوسیله یک بافت کلاژنی فیبروزی[2] به نام پیرا ماهیچه[3] احاطه شده است.

فاسیکل‌ها خود در میان یک پوشش خارجی که از یک بافت بسیار زبر فیبروزی به نام اپیمیسیوم[4] یا فاسیای عمیق[5] تشکیل شده است، قرار می‌گیرند. اپیمیسیوم عضلات مجاور را از یکدیگر جدا می‌سازد و حرکت بدون اصطکاک را تسهیل می‌کند. سلول یا فایبرعضلانی مخطط نسبتا دراز (با طولی برابر چند سانتیمتر) و استوانه‌ای شکل با قطری در محدوده *0.01-0.1mm* است و دارای چند هسته می‌باشد. سیتوپلاسم فایبر عضلانی سارکوپلاسم نامیده می‌شود. هر فایبر دارای المان‌های کوچکتر و موازی به نام مایوفیبریل است که در طول سلول امتداد می‌یابند و جزء قابل انقباض ماهیچه اسکلتی را تشکیل می‌دهند.

3- ارائه معادلات ساختاری سه بعدی

در این قسمت مدل ساختاری توسعه یافته‌ای از مدل سه بعدی غیرفعال هامفوری و یین [8] با فرض ماده هایپرالاستیک تشکیل شده از دو بخش همگن ماتریس و الیاف شبه تراکم ناپذیر برای بافت ماهیچه ارائه می‌گردد. ابتدا تابع انرژی به شکل معادله (1) تعریف می‌شود:

$$\psi = \psi_I(\bar{I}_1^{\,C}) + \psi_f(\bar{\lambda}_f) \qquad (1)$$

که به ترتیب ψ_I و ψ_f تابع انرژی کرنشی ذخیره شده در ماتریس زمینه و الیاف می‌باشند که هریک طبق مدل هامفوری مطابق معادلات (2) و (3) تعریف می‌گردد:

$$\psi_I = \gamma\left\{\exp\left[\beta(\bar{I}_1^{\,C} - 3)\right] - 1\right\} \qquad (2)$$

$$\psi_f = \eta\left\{\exp\left[\xi(\bar{\lambda}_f - I)^2\right] - 1\right\} \qquad (3)$$

ازطرفی در رابطه (1) انرژی کرنشی مربوط به تغییر حجم باتوجه به فرض تراکم‌ناپذیری برابر صفر بوده و در روابط وارد نمی‌گردد. در تعاریف فوق γ, β, η, ξ ثوابت ماده بوده و $\bar{I}_1^{\,C}$ نامتغیر اول تانسور کرنش کوشی گرین راست[6] بوده که به این ترتیب تعریف می‌شود:

$$\bar{I}_1^{\,C} = \mathrm{tr}\bar{C} = \mathrm{tr}(\bar{F}^{\mathrm{T}}\bar{F}) = J^{-\frac{2}{3}}trC \qquad (4)$$

که در آن $\bar{F}$ تابع تغییر شکل[7] با در نظر گرفتن تغییر حجم بوده و F تابع تغییر شکل می‌باشد و پارامتر J نشان‌دهنده تغییر حجم بوده که هریک مطابق رابطه (5) تعریف می‌شود:

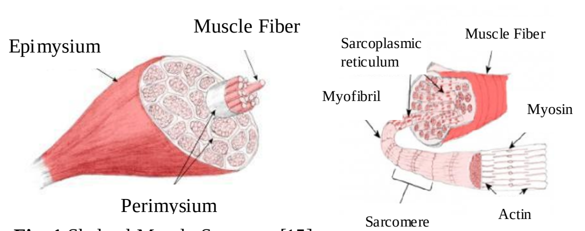

Fig. 1 Skeletal Muscle Structure [15]

شکل 1 ساختار ماهیچه اسکلتی [15]

[1] Fascicle
[2] Collagenous fibrous tissue
[3] Perimysium
[4] Epimysium
[5] Deep fascia
[6] Right Cauchy-Green Strain
[4] Deformation Gradient

$$\bar{F} = J^{-1/3}F$$
$$J = \det F \qquad (5)$$
$$dV = (\det F)dV_0$$

در رابطه (3) ، $\bar{\lambda}_f$ نسبت کشیدگی[8] الیاف بعد از تغییر شکل بوده که به شکل رابطه (6) ارائه می‌شود:

$$\bar{\lambda}_f = \sqrt{N^T C N} = [C:(N \otimes N)]^{1/2} \qquad (6)$$

که در رابطه فوق N بردار یکه در جهت الیاف قبل از تغییرشکل می‌باشد. شایان ذکر است که علامت بار بر روی متغیرها برای حالت دارای تغییر حجم بوده که البته برای موارد فرض تراکم‌ناپذیر $J=1, \bar{C} = C, \bar{\lambda}_f = \lambda_f$ فرض می‌شود.

با توجه به اینکه در تغییرشکل‌های بزرگ عموما سطح تغییرشکل یافته مجهول است لذا نمی‌توان از تنش کوشی مستقیما در مواد هایپر الاستیک استفاده نمود از این رو در مواد هایپر الاستیک از تعریف دیگری به نام تنش دوم پایولا[9] که براساس سطح قبل از تغییرشکل می‌باشد، استفاده می‌شود بنابراین می‌توان معادلات (7) و (8) را به این ترتیب نوشت:

$$\psi(E_{ij}) = \int_0^{E_{ij}} S_{ij}(E_{ij})\, dE_{ij} \qquad (7)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial \psi_{ij}}{\partial E_{ij}} \qquad (8)$$

که در آن S_{ij} مولفه‌های تنش دوم پایولا و E_{ij} مولفه‌های کرنش لاگرانژی[10] و ψ_{ij} مولفه‌های تابع پتانسیل انرژی کرنشی می‌باشند.

با توجه به اینکه E خود تابعی از C می‌باشد در نتیجه رابطه (8) را به شکل رابطه(9) می‌توان استخراج کرد:

$$E = \frac{(C - I)}{2}$$
$$S_{ij} = 2\frac{\partial W_{ij}}{\partial C_{ij}} \qquad (9)$$

که در آن C_{ij} مولفه‌های تانسور کرنش کوشی گرین راست و I ماتریس همانی می‌باشند.

بنابراین بعد از تعریف تابع انرژی کرنشی اکنون بایستی تانسور تنش دوم پایولا را طبق معادله(10) استخراج نمود:

$$S = \frac{\partial\psi}{\partial E} = \frac{\partial\psi_I}{\partial E} + \frac{\partial\psi_f}{\partial E} = S_I + S_f \qquad (10)$$

با استفاده از روابط (2) الی (6) و با اعمال جبری مناسب و مشتق‌گیری از تابع پتانسیل نسبت به کرنش لاگرانژی اجزای معادله (10) به این ترتیب تعریف می‌شود:

$$S = \psi'_I\left(2J^{-\frac{2}{3}}I - \frac{2}{3}\bar{I}_1^{\,C}C^{-1}\right) + \psi'_f\left(J^{-2/3}\bar{\lambda}_f^{\,-1}(N \otimes N) - \frac{1}{3}\bar{\lambda}_f C^{-1}\right) \qquad (11)$$

که ψ'_I و ψ'_f به شکل معادلات (12) جایگزین می‌گردند:

$$\psi'_I = \gamma\beta\exp\left[\beta(\bar{I}_1^{\,C} - 3)\right]$$
$$\psi'_f = 2\xi(\bar{\lambda}_f - 1)\eta\exp\left[\xi(\bar{\lambda}_f - 1)^2\right] \qquad (12)$$

I تانسور همانی مرتبه دو بوده و رابطه $\partial J / \partial E = JC^{-1}$ در استخراج معادلات به کار گرفته شده‌است.

با استفاده از اپراتور دویاتوریک[1](در فضای مادی یا لاگرانژی) که در

[8] Stretch Ratio
[9] 2nd Piola Kirchhoff
[10] Green-Lagrange Strain

رابطه (13) معرفی می‌شود می‌توان رابطه (11) را به شکل رابطه (14) گسترش داد:

$$\mathrm{dev}[.] = (.) - \frac{1}{3}[C:(.)]C^{-1} \quad (13)$$

$$S = J^{-2/3}\mathrm{dev}\left[2\psi'_I I + \psi'_f \lambda_f{}^{-1}(N \otimes N)\right]$$
$$S = J^{-2/3}\mathrm{dev}\left[\frac{\partial}{\partial E}(\psi_I + \psi_f)\right] \quad (14)$$

که در آن $E = 1/2(C - I)$ تانسور کرنش گرین[2] می‌باشد. نهایتا بایستی تنش کوشی را با استفاده از رابطه (11) از تنش پایولای حاصله استخراج نمود:

$$\sigma = \frac{1}{J}FSF^{\mathrm{T}} \quad (15)$$

با معرفی $\bar{B}$ به عنوان تانسور کرنش کوشی گرین چپ[3] جهت نهایی الیاف ماهیچه بعد از تغییرشکل در راستای n طبق مدل هامفوری به شکل رابطه‌ی (17) تعریف شده و نهایتا رابطه تنش کوشی به شکل رابطه (18) استخراج می‌گردد:

$$\bar{B} = J^{-2/3}FF^{\mathrm{T}} = \bar{F}\bar{F}^{\mathrm{T}} \quad (16)$$

$$n = J^{-2/3}\frac{FN}{\bar{\lambda}_f} \quad (17)$$

$$\sigma = J^{-1}[\psi'_I\left(2\bar{\mathrm{B}} - \frac{2}{3}\bar{I}_1{}^C I\right) + \psi'_f\left(\bar{\lambda}_f(n \otimes n) - \frac{1}{3}\bar{\lambda}_f \mathrm{I}\right)] \quad (18)$$

بنابراین تانسور تنش کوشی برای حالت غیر فعال استخراج می‌گردد. فرم گسترده تانسور تنش کوشی را با معرفی اپراتور دویاتوریک در مختصات فضایی به شکل معادله (19)، به صورت معادله (20) می‌توان نوشت:

$$\mathrm{dev}[.] = (.) - \frac{1}{3}\mathrm{tr}(.)I \quad (19)$$

$$\sigma = J^{-1}\mathrm{dev}\left\{\bar{F}\left[\frac{\partial}{\partial\bar{E}}(U_I + U_f)\right]\bar{F}^{\mathrm{T}}\right\} \quad (20)$$

با جایگذاری معادلات (16) و (17) فرم نهایی گسترده معادله تنش به شکل رابطه (21) ارائه می‌گردد:

$$\sigma = J^{-1}\mathrm{dev}[2U'_I\bar{B} + \bar{\lambda}_f U'_f(n \otimes n)] \quad (21)$$

از طرفی با توجه به فرض صورت گرفته در مورد ماهیچه به صورت ماده هایپر الاستیک می‌توان از مدل‌های مرسوم در زمینه‌ی مواد هایپر الاستیک که در ادبیات فن [16] موجود است استفاده کرده و نتیجه را با مدل جدید معرفی شده مقایسه و تطبیق بهتر هریک را با نتایج تجربی بررسی نمود.

در پژوهش حاضر دو مدل رایج ارائه شده برای تابع پتانسیل مواد هایپرالاستیک که در ادامه تعریف می‌شوند جهت مقایسه با نتایج تست تجربی استفاده شده‌است.

قبل از معرفی مدل‌های مختلف ذکر این نکته حائز اهمیت است که شکل کلی تابع پتانسیل به شکل رابطه (22) می باشد:

$$\widehat{W} = W(F) - P(J - 1) \quad (22)$$

که P تنش هیدرواستاتیک بوده که به شکل رابطه (23) تعریف می‌شود:

$$P = \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\sigma) \quad (23)$$

در نتیجه شکل کلی تنش کوشی به شکل رابطه (24) تعریف می‌گردد:

$$\hat{\sigma} = \sigma - PI \quad (24)$$

یکی از مدل‌های معروف تابع پتانسیل مدل آگدن می‌باشد که تابع پتانسیل انرژی را به شکل رابطه (25) ارائه می‌کند [16]:

$$W = \sum_{n=1}^{N}\frac{\mu_n}{\alpha_n}(\lambda_1^\alpha + \lambda_2^\alpha + \lambda_3^\alpha - 3) \quad (25)$$

اکنون بایستی رابطه‌ی تنش کوشی برای مدل آگدن استخراج گردد، با اعمال عملیات جبری و با استفاده از معادله (24) برای حذف تنش هیدرواستاتیک از روابط، معادله تنش به شکل رابطه (26) نوشته می‌شود:

$$\tilde{\sigma}_{11} - \tilde{\sigma}_{33} = \sigma_{11} - \sigma_{33}$$
$$\tilde{\sigma}_{22} - \tilde{\sigma}_{33} = \sigma_{22} - \sigma_{33} \quad (26)$$

رابطه تنش کوشی را می‌توان به ترتیب معادله (27) استخراج نمود:

$$\sigma_a = J^{-1}\lambda_a\frac{\partial W}{\partial\lambda} \quad (27)$$

بنابراین معادله (26) را می‌توان به شکل رابطه (28) درآورد:

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = \lambda_1\frac{\partial W}{\partial\lambda_1} - \lambda_3\frac{\partial W}{\partial\lambda_3} = \mu\lambda_1^\alpha - \mu\lambda_3^\alpha$$
$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = \lambda_2\frac{\partial W}{\partial\lambda_2} - \lambda_3\frac{\partial W}{\partial\lambda_3} = \mu\lambda_2^\alpha - \mu\lambda_3^\alpha \quad (28)$$

یکی از تست‌های رایج برای شناسایی پارامترهای ثابت ماده تست یک بعدی کشش می‌باشد که در آن مقادیر ویژه ماتریس گرادیان تغییرشکل به شکل رابطه (29) بیان می‌گردد:

$$\lambda_1 = \lambda$$
$$\lambda_2, \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (29)$$

بنابراین با جایگذاری روابط (29) در معادله (28) شکل کلی تنش کوشی برای تست یک‌بعدی کشش حاصل می‌شود:

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = \mu(\lambda^\alpha - \lambda^{-\frac{\alpha}{2}})$$
$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = 0 \quad (30)$$

باتوجه به اینکه در تست یک بعدی دیگر تنش‌ها صفر می‌باشند لذا فرم نهایی تنش طبق معادله (31) ارائه می‌گردد:

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$$
$$\tilde{\sigma}_{11} = \sigma_{11} = \mu(\lambda^\alpha - \lambda^{-\frac{\alpha}{2}}) \quad (31)$$

مدل پرکاربرد دیگر که در تحقیقات مشابه به کار رفته است مدل مونی-ریویلین است که شکل کلی آن طبق رابطه (32) تعریف می شود [16]:

$$W = \sum_{i+j}^{n} C_{ij}(I_1 - 3)^i(I_2 - 3)^j \quad (32)$$

در پژوهش حاضر تنها به مطالعه تنش مربوط به مونی-ریویلین مرتبه دوم پرداخته شده‌است:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (33)$$

با توجه به رابطه تنش و تابع انرژی در این مدل:

$$\sigma_{11} = J^{-1}\lambda_1\frac{\partial W}{\partial\lambda_1}$$
$$\sigma_{22} = J^{-1}\lambda_2\frac{\partial W}{\partial\lambda_2}$$
$$\sigma_{33} = J^{-1}\lambda_3\frac{\partial W}{\partial\lambda_3} \quad (34)$$

بنابراین رابطه تنش کوشی را به این ترتیب می‌توان نوشت:

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = 2C_{10}(\lambda_1{}^2 - \lambda_3{}^2) - 2C_{01}\left(\frac{1}{\lambda_1{}^2} - \frac{1}{\lambda_3{}^2}\right)$$
$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = 2C_{10}(\lambda_2{}^2 - \lambda_3{}^2) - 2C_{01}\left(\frac{1}{\lambda_2{}^2} - \frac{1}{\lambda_3{}^2}\right) \quad (35)$$

که با فرض تست یک‌بعدی کشش تنش کوشی برای مونی-ریویلین مرتبه دوم به این ترتیب حاصل می‌گردد:

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = 0$$
$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$$
$$\sigma_{11} = (2C_{10} + \frac{2C_{01}}{\lambda})(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}) \quad (36)$$

4- نتایج

پس از استخراج مدل ریاضی حاکم بر ماهیچه بایستی مدل مفروض با تست‌های تجربی محک زده شود. برای اینکار مدل مفروض برای انواع مودهای تغییر شکل تست می‌گردد تا نسبت به کارایی و نارسایی مدل

[1] Deviatoric
[2] Green-St Venant strain tensor
[3] Left Cauchy-Green Strain

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.9.36.5]

اطمینان حاصل گردد، از طرفی باتوجه به وجود ثوابت ماده بایستی این ثوابت برای نیل به بهترین تطبیق با استفاده از الگوریتم ژنتیک به ترتیب ذکر شده بهینه‌سازی شوند که در ادامه به این امر پرداخته خواهد شد. تابع هدف به کار رفته در روند مسئله در معادله (37) ارائه می‌شود:

$$\min f(\lambda) = \min \sum_{i=1}^{n} {R_i}^2(\lambda) \tag{37}$$

که تابع R_i به صورت معادله (38) تعریف می‌شود:

$$R_i(\lambda) = \sigma(\lambda_i) - \sigma_i \tag{38}$$

که σ (λ_i) تنش تئوری به دست آمده از مدل توسعه یافته حاضر و σ_i مقدار تنش تجربی در همان λ می‌باشد. γ, β, η, ξ به عنوان متغیرهای طراحی مسئله تعریف می‌شوند. الگوریتم به‌کار رفته در روند بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک می‌باشد. الگوریتم ژنتیک یک روش جستجو و بهینه‌سازی بر پایه‌ی انتخاب طبیعی است که داده‌ها را تحت قانون انتخابی مشخصی بهبود می‌دهد. با توجه به بهینه‌سازی گسسته-پیوسته ترکیبی، از الگوریتم ژنتیکی باینری استفاده شده است. در شکل 2 روند بهینه‌سازی به کمک این الگوریتم نشان داده شده‌است.

4-1- بررسی خواص یک بعدی کشش ماهیچه اسکلتی در حالت غیرفعال [1]

در این بخش مدل تئوریک را با تست تجربی مرجع [8] در حالت تست کشش یک‌بعدی مقایسه کرده و ضرایب ثابت ماده‌ی γ, β, η, ξ با کمینه کردن جمع مربعات اختلاف مدل تئوری و تجربی بهینه می‌گردد. ابتدا در گام اول بایستی گرادیان تغییر شکل برای تست یک‌بعدی تعریف گردد:

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 X_1, x_2 = \lambda_2 X_2, x_3 = \lambda_3 X_3 \\ \lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{\left(-\frac{1}{2}\right)} \end{cases}$$
$$\Rightarrow F = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{bmatrix} \tag{39}$$

به این ترتیب با جایگذاری تابع تغییرشکل مفروض در مدل تئوری و تطبیق داده‌های تجربی و نظری، ضرایب بهینه‌ی مدل به کمک الگوریتم ژنتیک [17] طبق جدول1 به این ترتیب ارائه می‌گردد:

جهت مقایسه مدل ارائه شده، داده‌های تجربی با دو مدل ماده هایپرالاستیک، با فرض توابع تغییرشکل به شکل معادلات (37) مقایسه شده و نمودار تغییرات تنش کرنش براساس مدل آگدن، مونی ریویلین و مدل ارائه شده درشکل 3 نشان داده شده است.

همانطور که از شکل مشخص است با وجود یافتن ضرایب بهینه مدل‌های آگدن و مونی-ریویلین مطابق جدول 2 اما همچنان این مدل‌ها تطبیق خوبی با نتایج تجربی ندارند. بنابراین می‌توان گفت که مدل‌های موجود در ادبیات

جدول 1 ضرایب بهینه ثابت ماده برای تست یک‌بعدی کشش

Table 1 Optimized coefficients of material for simple tension test

ثابتهای ماده	مقادیر بهینه
$\gamma(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^2})$	5.478
β	10.426
$\eta(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^2})$	28.252
ξ	-3.413
$\min f(\lambda)$	63.8739

[1] Uniaxial properties of passive skeletal muscle in vitro

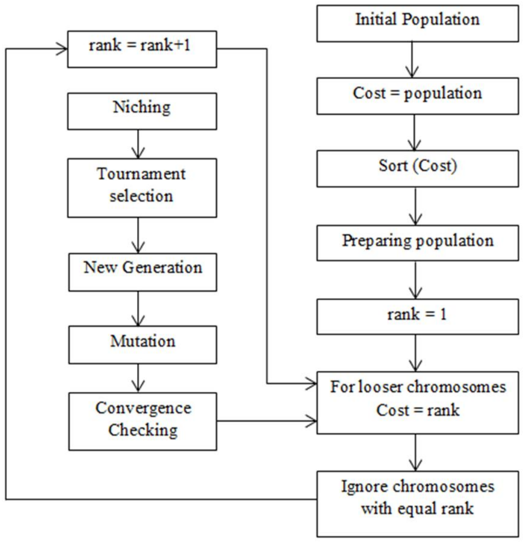

Fig. 2 Genetic Algorithm Flowchart

شکل 2 فلوچارت الگوریتم ژنتیک

جدول 2 ضرایب بهینه ثابت ماده برای مدل آگدن و مونی‌ریویلین

Table 2 Optimized coefficients of Ogden & Mooney Rivilin Models

مدل آگدن		مدل مونی‌ریویلین	
$\mu(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^2})$	α	$C_{10}(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^2})$	$C_{01}(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^2})$
46.621	3.541	3.557	54.989
$\min f(\lambda)$ = 63.8739		$\min f(\lambda)$ = 2.69e5	

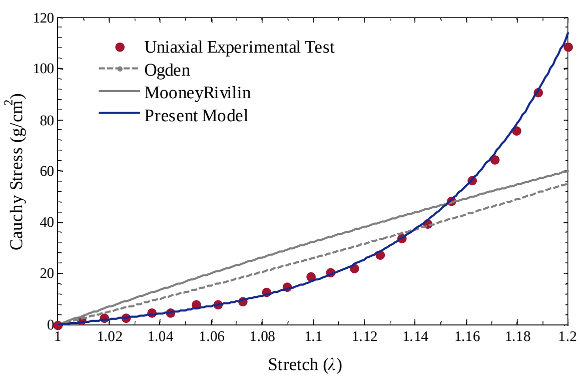

Fig. 3 Uniaxial Experimental test fitted by Ogden ,Mooney & present Mode

شکل 3 نمودار مقایسه تست تجربی کشش یک بعدی با هرسه مدل آگدن، مونی‌ریولین و مدل ارائه شده

فن برای توصیف رفتار ماهیچه رسایی خوبی از خود نشان نمی‌دهند.

در ادامه مدل تئوریک با نتایج تست تجربی مرجع [18] در حالت تست فشاری یک بعدی مقایسه شده‌است. همانطور که از شکل4 مشخص است مدل ارائه شده نه تنها رفتار تست یک بعدی کشش ماهیچه را به خوبی توصیف می‌کند بلکه رفتار یک بعدی فشاری را نیز به خوبی ارضا می‌نماید. خواص بهینه‌ی مدل برای حالت فشاری مطابق جدول 3 ارائه می‌گردد.

4-2- بررسی خواص دومحوره ماهیچه‌ی اسکلتی در حالت غیرفعال [2]

در این بخش مدل تئوریک با تست تجربی [8] در حالت تست دومحوره

[2] In Vitro

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.9.36.5]

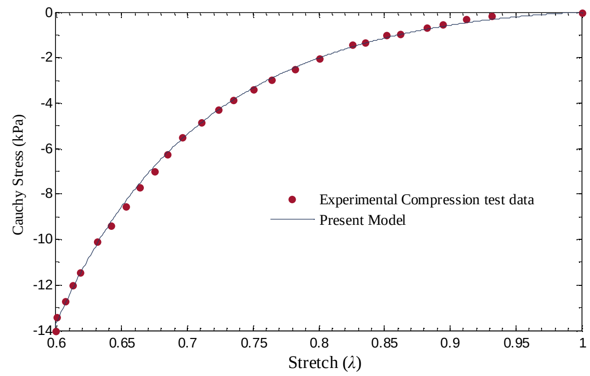

Fig. 4 Compression test of Skeletal Muscle fitted by Present Model

شکل 4 نمودار مقایسه تست تجربی فشاری یک‌بعدی با مدل ارائه شده

جدول 3 ضرایب بهینه‌ی ثابت ماده برای تست یک بعدی فشاری

Table 3 Optimized coefficients of material for simple compression test

ثابتهای ماده	مقادیر بهینه
γ(kPa)	20.627
β	8.796
η(kPa)	10.678
ξ	-28.702
$\min f(\lambda)$	0.5067

مقایسه شده و ضرایب ثابت بهینه‌ی ماده‌ی γ,β,η,ξ همانند بخش قبل بدست می‌آیند. همانطور که می‌دانیم تست کشش دو محوره تستی می‌باشد که در آن بارگذاری در هر دو امتداد مستقل، به‌صورت یکسان اعمال می‌گردد. ابتدا در گام اول بایستی تابع گرادیان تغییرشکل برای تست دومحوره تعیین گردد، شایان ذکر است که در پژوهش حاضر تست دومحوره همسان فرض شده است به این ترتیب طبق معادلات (38) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 X_1,\ x_2 = \lambda_2 X_2,\ x_3 = \lambda_3 X_3 \\ \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda, \lambda_3 = \lambda^{(-2)} \end{cases}$$
$$\Rightarrow F = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^{(-2)} \end{bmatrix} \qquad (40)$$

به این ترتیب با جایگذاری تابع تغییرشکل مفروض در مدل تئوری نموداری همانند شکل 5 حاصل می‌گردد. همانطور که از شکل پیداست مدل ارائه شده تطبیق بسیار خوبی با داده‌های تجربی در تست دومحوره داشته و بنابراین ضرایب بهینه‌ی ماده برای تست دومحوره طبق جدول 4 به این ترتیب ارائه می‌گردد.

4-3- خواص برشی ساده[1] ماهیچه‌ی اسکلتی در شش مود امکانپذیر در حالت غیرفعال

در دو بخش قبل دو مود تغییرشکل کشش یک محوره و دومحوره بررسی شد

جدول 4 ضرایب بهینه‌ی ثابت ماده برای تست دومحوره

Table 4 Optimized coefficients of material for Equi-Biaxial Test

ثابت‌های ماده	مقادیر بهینه
$\gamma(\frac{g}{cm^2})$	20.627
β	8.796
$\eta(\frac{g}{cm^2})$	10.678
ξ	-28.702
$\min f(\lambda)$	15.618

[1] Simple Shear

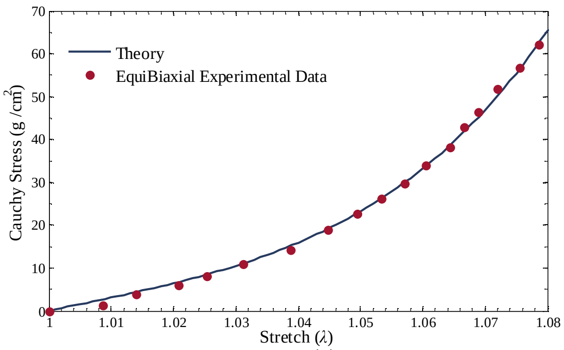

Fig. 5 EquiBiaxial Experimental test fitted by Present Model

شکل 5 نمودار تست دومحوره به همراه مدل ارائه شده

باتوجه به اینکه ماهیچه در معرض تنش‌های برشی نیز قرار می‌گیرد لذا در این بخش به مطالعه رفتار ماهیچه در تست برش می‌پردازیم. با توجه به اینکه در مدل ساختاری ماهیچه تابع پتانسیل ماهیچه متشکل از حاصل جمع دو تابع پتانسیل انرژی ذخیره شده‌ی الیاف و ماتریس زمینه فرض می شود می‌توان ماهیچه را مطابق شکل 6 به صورت ترکیب ماتریس زمینه و الیاف مدلسازی کرد:

که در آن V_F جهت الیاف و V_N, V_S به ترتیب جهات مماس و عمود بر صفحه شامل الیاف را نشان می‌دهد.

اکنون برای اعمال مود برشی می‌توان هریک از شش حالت ممکن زیر را بسته به جهات مختلف همچون شکل 7 اعمال نمود.

بعد از نام‌گذاری و شناسایی سه جهت اصلی برحسب جهت الیاف، نرمال و مماس صفحه هریک از سه مود تغییر شکل را می‌توان به صورت شش مود شکل 8 گسترش داد به این ترتیب که حرف اول در هرمود جهت صفحه‌ای (نرمال صفحه‌ای) است که تحت برش قرار می‌گیرد و حرف دوم جهت برش را نشان می‌دهد.

اکنون بایستی تابع گرادیان تغییر شکل را برای هریک از شش مود بالا تعریف کرد. برای نمونه چگونگی تعیین یکی از توابع گرادیان تغییرشکل برای

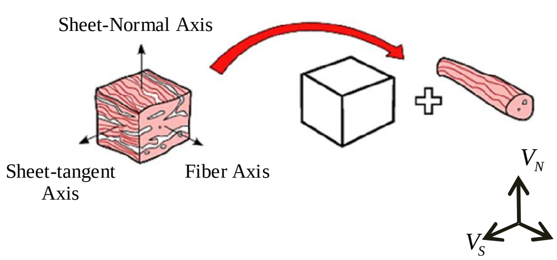

Fig. 6 The schematic of Assumed Constitutive model for Muscle

شکل 6 مدل شماتیک مدل ساختاری مفروض

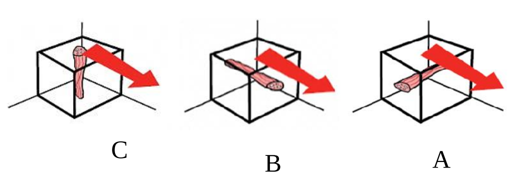

Fig. 7 The three Modes of Shear deformation of Matrix and fibers in Muscle

شکل 7 سه مود تغییرشکل برشی ماهیچه در مدل ماتریس و الیاف

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.9.36.5]

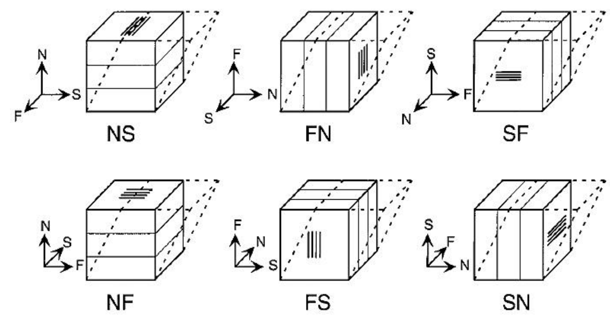

Fig. 8 Developed forms of shear deformations modes [19]

شکل 8 مودهای گسترده تغییرشکل برشی [19]

مثالNS را مطابق شکل 9 تعیین کرده و بقیه به همین ترتیب حساب می‌گردد.

که تابع تغییر شکل برای مود NS به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{41}$$

توابع تغییرشکل برای پنج مود دیگر به شکل مشابه طبق جدول 5 حاصل می‌گردد.

اکنون بعد از تعریف شرایط مسئله بایستی ثوابت بهینه‌ی ماده برای حالات مختلف محاسبه می‌شود. برای این کار از تست‌های تجربی داکوس و همکاران [19] استفاده شده است که شرایط تست آن‌ها برای هریک از مودها به صورت شکل 10 می‌باشد. برای یافتن خواص و ثوابت از مود *NS* شروع می‌کنیم. با جایگذاری تابع تغییرشکل در مدل تئوری و با فرض تغییرحجم و اعمال آن در مدل با استفاده از روابط، نموداری همانند شکل 11 حاصل می‌گردد و بنابراین ضرایب بهینه‌ی ثابت ماده برای تست برشی مود *NS* مطابق جدول 6 حاصل می‌گردد. با توجه به شکل می‌توان تطبیق خوب مدل را با مدل ارائه شده ملاحظه کرد. به همین ترتیب ضرایب ثابت بهینه برای دیگر حالات مود برشی مطابق جدول6 و نمودارهای مقایسه دیگر مودها با داده‌های تست تجربی، به ترتیب در شکل‌های 12 تا 16 ارائه شده‌است.

5- نتیجه‌گیری

ابتدا مدل سه بعدی برای ماهیچه با در نظر گرفتن ساختار ماهیچه متشکل از دو بخش ماتریس و الیاف و با فرض رفتار هایپرالاستیک برای ماهیچه، تابع

جدول 5 گرادیان تغییرشکل مودهای تغییرشکل برشی

Table 5 Deformation Gradients of Shear modes

مودهای تغییرشکل	گرادیان تغییرشکل
NF	$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & k \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
SN	$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & k & 1 \end{bmatrix}$
SF	$F = \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
FN	$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 1 \end{bmatrix}$
FS	$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

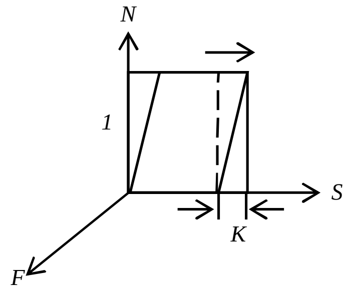

Fig. 9 Shear Deformation of NS Mode

شکل 9 مود تغییرشکل برشی حالت (NS)

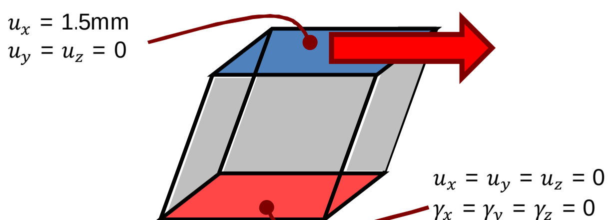

Fig. 10 Illustration of the boundary conditions replicating the shear experiments by Dokos et al.

شکل 10 شرایط مرزی به کار رفته در تست برشی داکوس و همکاران

جدول 6 مقادیر بهینه ثوابت ماده برای تغییر شکل‌های مختلف

Table 6 Optimized Values of Material Constants for different deformation modes

$\min f(\lambda)$	ξ	η (kPa)	β	γ (kPa)	مودهای تغییر شکل
0.0203	-21.134	10.227	-8.887	1.151	NS
0.0272	-24.529	15.657	-0.208	-9.455	NF
0.0506	-14.84	5.091	-30.425	0.627	SN
0.0441	-16.718	10.441	-0.257	-16.981	SF
0.2241	-15.793	22.109	1.817	-3.543	FN
0.0724	-18.241	16.353	7.323	-1.665	FS

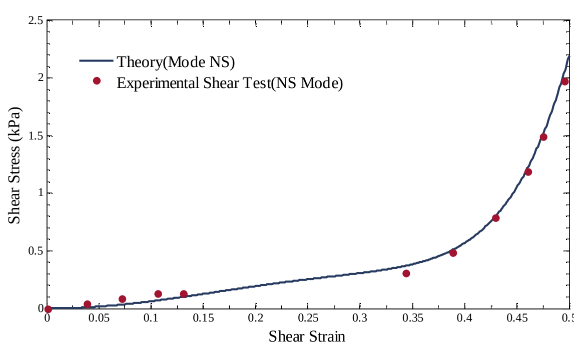

Fig. 11 Experimental *NS* modes of Shear deformation alongside the present model

شکل 11 نمودار تجربی تست برشی مود *NS* به همراه مدل ارائه شده

انرژی کرنشی به صورت حاصل جمع انرژی کرنشی الیاف و ماتریس در نظر گرفته شد. پس از استخراج تنش کوشی برای ماهیچه در مودهای مختلف تغییرشکل، مدل ارائه شده برای حالات مختلف تست کشش ساده، کشش دو محوره و برش با داده‌های تجربی تطبیق داده شده و ضمن تطبیق نتایج،

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.9.36.5]

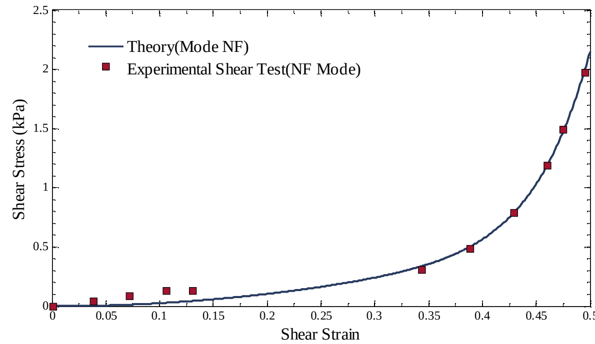

Fig. 12 Experimental NF modes of Shear deformation alongside the present model

شکل 12 نمودار تجربی تست برشی مود NF به همراه مدل ارائه شده

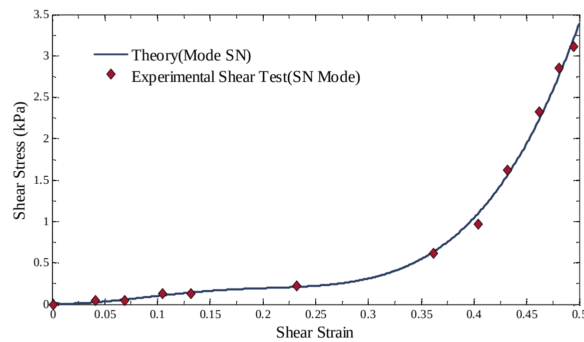

Fig. 13 Experimental SN modes of Shear deformation alongside the present model

شکل 13 نمودار تجربی تست برشی مود SN به همراه مدل ارائه شده

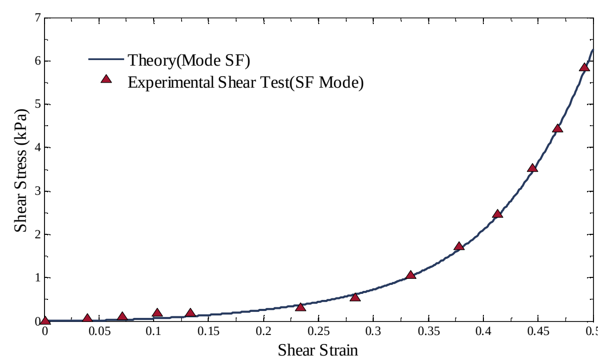

Fig. 14 Experimental SF modes of Shear deformation alongside the present model

شکل 14 نمودار تجربی تست برشی مود SF به همراه مدل ارائه شده

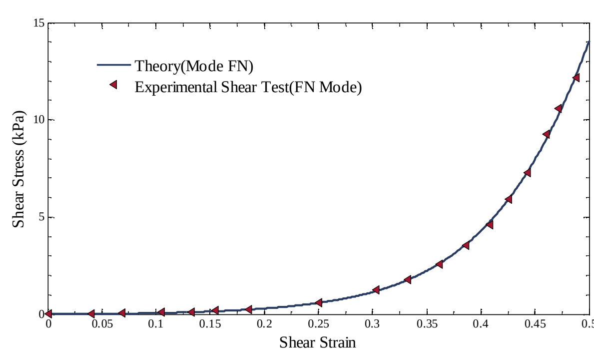

Fig. 15 Experimental FN modes of Shear deformation alongside the present model

شکل 15 نمودار تجربی تست برشی مود FN به همراه مدل ارائه شده

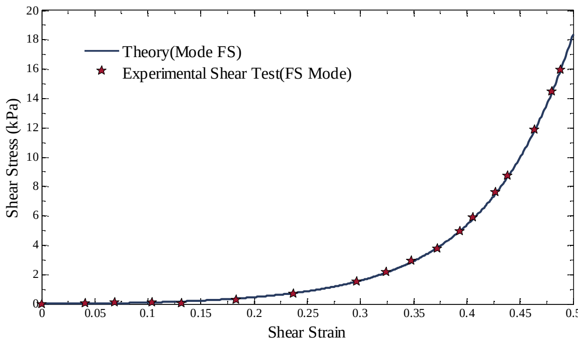

Fig. 16 Experimental FS modes of Shear deformation alongside the present model

شکل 16 نمودار تجربی تست برشی مود FS به همراه مدل ارائه شده

پارامتر ثوابت ماده بهینه‌سازی گردید. بنابراین همانطور که ملاحظه شد مدل ارائه شده برای مودهای مختلف تغییرشکل مطابقت بسیار خوبی داشته و می‌توان نتیجه گرفت رسایی خوبی برای توصیف رفتار ماهیچه از خود نشان می دهد. از طرفی مدل فوق را با دو مدل معروف آگدن و مونی ریولین برای حالت تست کشش یک بعدی مقایسه کرده و ملاحظه شد که برخلاف مدل سه بعدی ارائه شده مدل‌های فوق الذکر تطبیق خوبی با نتایج تجربی ندارند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت مدل تعمیم یافته سه بعدی مفروض مدلی جامع برای توصیف رفتار غیر فعال ماهیچه می‌باشد.

6- مراجع

[1] Martins, E. Pires, R. Salvado, P. Dinis, A numerical model of passive and active behavior of skeletal muscles, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 151, No. 3-4, pp. 419-433, 1998.

[2] C. Tang, G. Zhang, C. Tsui, A 3D skeletal muscle model coupled with active contraction of muscle fibres and hyperelastic behaviour, *Journal of Biomechanics*, Vol. 42, No. 7, pp. 865-872, 2009.

[3] A. Hill, The Heat of Shortening and the Dynamic Constants of Muscle, *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, Vol. 126, No. 843, pp. 136-195, 1938.

[4] A. F. Huxley, Muscle structure and theories of contraction. *Progress in biophysics and biophysical chemistry*, Vol. 7, No. 3, pp.255-318,1957.

[5] Y. Lu, L. Beldie, B. Walker, S. Richmond, J. Middleton, Parametric study of a Hill-type hyperelastic skeletal muscle model, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: *Journal of Engineering in Medicine*, Vol. 225, No. 5, pp. 437-447, 2011.

[6] F. E. Zajac, Muscle, tendon: properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control. *Critical reviews in biomedical engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 359-411, 1988.

[7] J. Weiss, B. Maker, S. Govindjee, Finite element implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 135, No. 1-2, pp. 107-128, 1996.

[8] J. Humphrey, On Constitutive Relations and Finite Deformations of Passive Cardiac Tissue: I. A Pseudostrain-Energy Function, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 109, No. 4, p. 298, 1987.

[9] D. Chen, D. Zeltzer, Pump it up, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Vol. 26, No. 2, pp. 89-98, 1992.

[10] T. Johansson, P. Meier, R. Blickhan, A Finite-Element Model for the Mechanical Analysis of Skeletal Muscles, *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 206, No. 1, pp. 131-149, 2000.

[11] S. Blemker, P. Pinsky, S. Delp, A 3D model of muscle reveals the causes of nonuniform strains in the biceps brachii, *Journal of Biomechanics*, Vol. 38, No. 4, pp. 657-665, 2005.

[12] E. Peña, V. Alastrué, A. Laborda, M. Martínez, M. Doblaré, A constitutive formulation of vascular tissue mechanics including viscoelasticity and softening behaviour, *Journal of Biomechanics*, Vol. 43, No. 5, pp. 984-989, 2010.

[13] Y. Lu, H. Zhu, S. Richmond, J. Middleton, A visco-hyperelastic model for skeletal muscle tissue under high strain rates, *Journal of Biomechanics*, Vol. 43, No. 13, pp. 2629-2632, 2010.

[14] T. Ahamed, M. Rubin, B. Trimmer, L. Dorfmann, Time-dependent behavior of passive skeletal muscle, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 28, No. 1-2, pp. 561-577, 2015.

[15] *Skeletal Muscle Cell Structure* Accessed on 2016; http:// http://www.teachpe.com/anatomy/structure_skeletal_muscle.php

[16] G. Holzapfel, *Nonlinear solid mechanics*. pp. 205-265, Chichester: Wiley,

2000.

[17] F. Vakili Tahami, A. Rasoulian, A. Mohammad Alizadeh Fard, Obtaining the creep constitutive parameters for the layers of butt-welded 1.25Cr0.5Mo pipe, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 9, pp. 407-416, 2015 (in Persianفارسی).

[18] J. Martins, E. Pires, R. Salvado, P. Dinis, numerical model of passive and active behavior of skeletal muscles. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol.151, No. 3, pp. 419-433, 1998.

[19] S. Dokos, B. Smaill, A. Young, I. LeGrice, Shear properties of passive ventricular myocardium, *American journal of physiology: Heart and circulatory physiology*, Vol. 283, No. 6, pp. 2650-2659, 2002.