



## شناسایی پارامترهای مودال سازه تحت بار محیطی با استفاده از آنالیز پاسخ

هدی سرپرست<sup>۱</sup>، محمدرضا آشوری<sup>۲\*</sup>، پیمان عبادی<sup>۳</sup>، محمدمهدی خطیبی<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

۳- دانشجوی کارشناسی مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

۴- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان، سمنان

\* سمنان، صندوق پستی ۳۵۱۹۵۳۶۳، mashoori@semnan.ac.ir

**چکیده**- بسیاری از سازه‌های موجود در محیط پیرامون ما، نظیر پل‌ها، ساختمان‌ها و غیره، تحت نیروهای محیطی قرار دارند. تحلیل دینامیکی چنین سازه‌هایی به منظور طراحی دقیق و تعمیر و نگهداری آن‌ها ضروری می‌باشد. آنالیز مودال می‌تواند، به‌عنوان ابزاری قدرتمند، بخش مهمی از تحلیل دینامیکی را که یافتن پارامترهای مودال می‌باشد، انجام دهد. اما وجود مشکلاتی نظیر ناشناخته‌بودن نیروهای محیطی و دشوار یا غیرممکن بودن اندازه‌گیری آن‌ها منجر به استفاده از روش‌های آنالیز مودال محیطی شده است که صرفاً با اندازه‌گیری پاسخ، پارامترهای مودال را محاسبه می‌کنند. در این مقاله، پارامترهای مودال یک سازه تحت بار محیطی با استفاده از آنالیز پاسخ تخمین زده شده است. بدین منظور، در محیط شبیه‌سازی، پارامترهای مودال یک تیر دو سر گیر با استفاده از روش تجزیه فرکانسی محاسبه و با نتایج اجزای محدود مقایسه شده است. سپس به‌منظور مطالعه تجربی، آزمایش‌های مودال کلاسیک و محیطی بر روی یک نمونه پل که تحت بار محیطی قرار دارد، انجام و با یکدیگر مقایسه شده است. نتایج عددی و تجربی، دقت مناسب روش را در تخمین پارامترهای مودال سازه نشان می‌دهد.

**کلیدواژگان:** آنالیز مودال محیطی، روش تجزیه فرکانسی، پارامترهای مودال

## Modal parameter identification of a structure subjected to ambient load using output analysis

H. Sarparast<sup>1</sup>, M.R. Ashory<sup>2\*</sup>, P. Ebadi<sup>3</sup>, M.M. Khatibi<sup>4</sup>

1- MSc. Student, Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

2- Assoc. Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

3- BSc. Student, Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

4- MSc., Mech. Eng., Semnan Branch, Islamic Azad Univ., Semnan, Iran

\*P. O. B. 35195363 Semnan, mashoori@semnan.ac.ir

**Abstract-** Dynamic analysis of the civil structures such as bridges, towers and buildings is required for their design and maintenance. Modal analysis is a powerful tool to conduct some part of dynamic analysis in determination of the modal parameters in terms of natural frequencies, damping factors and mode shapes. However, excitation of these structures is usually difficult and sometimes impossible. As these structures are usually excited by ambient forces such as wind, this idea is suggested that the structure is modeled considering the natural forces as the inputs. However, the ambient forces are unknown and have a complicated nature to be measured. An alternative approach is using the operational modal analysis concepts in which only the responses are measured and the modal parameters are extracted. In this article Frequency Domain Decomposition (FDD) method is used for identification of modal parameters of a clamped-clamped beam and the results are compared with those of the FEM. The operational modal analysis is conducted on a type of a bridge under ambient forces in a real test and the results are compared with those of the conventional Modal testing. The results confirm that the method is suitable for engineering applications.

**Keywords:** Operational Modal Analysis, Frequency Domain Decomposition, Modal Parameters

## ۱- مقدمه

در دنیای امروز، طراحی سازه‌های پیچیده مکانیکی، هوایی و ساختمانی از اهمیت بسزایی برخوردار است. این طراحی‌ها باید به گونه‌ای باشند که سازه، علاوه بر مقاومت بالا، دارای وزن کم و قابلیت انعطاف زیاد باشد [۱]. یکی از الزامات طراحی و تعمیر و نگهداری سازه‌ها تحلیل دینامیکی آن‌ها می‌باشد. یافتن مشخصات دینامیکی سازه یکی از اساسی‌ترین بخش‌های تحلیل دینامیکی است. روش‌های آنالیز مودال ابزار قدرتمندی برای رسیدن به این هدف می‌باشند که به دو دسته آنالیز مودال کلاسیک و آنالیز مودال محیطی تقسیم می‌شوند.

روش‌های آنالیز مودال کلاسیک بر اندازه‌گیری ورودی/خروجی مبتنی بوده و با به‌کارگیری روش‌های شناسایی مدل، نظیر انتخاب قله<sup>۱</sup>، کمترین مربعات<sup>۲</sup> و غیره، به استخراج پارامترهای مودال سازه می‌پردازند [۲].

استفاده از روش‌های آنالیز مودال کلاسیک معمولاً با مشکلات اساسی همراه است. زیرا اغلب سازه‌هایی که در محیط پیرامون ما قرار دارند، نظیر ساختمان‌ها، پل‌ها، هواپیماها، قطارها و غیره، تحت بارهای محیطی نظیر باد، تردد عابر پیاده، تردد خودرو، امواج صوتی و نویزهای متعدد می‌باشند. بنابراین ماهیت بارهای وارد شده به این سازه‌ها دقیقاً مشخص نیست و اندازه‌گیری آن‌ها نیز در اکثر موارد غیرممکن است. از طرفی برای تحریک سازه‌های بزرگ در آزمایش مودال کلاسیک، نیروی زیادی باید به‌کار گرفته شود تا تمامی شکل مودهای سازه در محدوده فرکانسی مد نظر تحریک گردد که به‌کارگیری چنین نیروی بزرگی، موجب خرابی محلی سازه و نیز بروز رفتار غیرخطی می‌شود. همچنین، در محیط واقعی، وجود نویزهای متعدد، خطای زیادی را در آزمایش ایجاد می‌کند [۳]. به‌منظور رفع این مشکلات، محققان در سال‌های اخیر به ارائه روش‌های نوین آنالیز مودال بر مبنای اندازه‌گیری فقط پاسخ پرداخته‌اند. این روش‌ها، آنالیز مودال محیطی<sup>۳</sup> نامیده می‌شوند.

در این روش‌ها، سازه به‌صورت مصنوعی تحریک نمی‌شود، بلکه توسط بارهای طبیعی تحریک می‌شود. اولین موارد کاربرد این روش‌ها، در زمینه بررسی ارتعاشات پل معلق [۴] و ارتعاشات سازه‌ها [۵] صورت گرفته است که نتایج مطلوبی

به‌دنبال نداشته است [۶]. با پیشرفت کامپیوترها و روش‌های محاسباتی در دهه اخیر، فعالیت گسترده‌تری صورت گرفته و روش‌های مختلفی در این زمینه ارائه شده است. همچنین آزمایش‌های متعددی بر روی ساختمان‌ها [۷]، پل‌ها [۸] و قطارها [۳] صورت گرفته است.

یکی از روش‌های آنالیز مودال محیطی روش تجزیه فرکانسی<sup>۴</sup> است که توسط برینکر و همکارانش ارائه شده است [۹]. این روش با ایجاد تغییراتی، توسعه یافته و هم‌اکنون به‌عنوان یکی از پرکاربردترین روش‌های آنالیز مودال بر مبنای پاسخ شناخته می‌شود [۱۰].

در این مقاله، به‌منظور استخراج مشخصات دینامیکی یک سازه تحت بار محیطی، روش تجزیه فرکانسی مورد استفاده قرار گرفته است. به‌منظور شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی و شناسایی پارامترهای مودال یک سازه تحت بار محیطی بر مبنای آنالیز پاسخ، از مدل اجزای محدود یک تیر دو سر درگیر در نرم‌افزار انسیس<sup>۵</sup> استفاده شده است و فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای تیر به‌کمک انسیس محاسبه شده‌اند. سپس تیر در محیط نرم‌افزار انسیس تحت بار محیطی قرار گرفته و پاسخ آن در درجات آزادی جابه‌جایی اندازه‌گیری شده است. سیگنال‌های پاسخ به‌دست آمده، به نرم‌افزار پالس [۱۱] منتقل و روش تجزیه فرکانسی بر روی آن‌ها اجرا شده است. نتایج حاصل از به‌کارگیری روش تجزیه فرکانسی، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها می‌باشند که با آنچه از نرم‌افزار انسیس به‌دست آمده، مقایسه شده‌اند.

در ادامه، به‌منظور ارزیابی تجربی، نمونه‌ای از یک پل تحت آزمایش مودال کلاسیک و محیطی قرار گرفته و داده‌های به‌دست آمده از این دو آزمایش با استفاده از نرم‌افزارهای ایکتس<sup>۶</sup> [۱۲] و پالس آنالیز شده‌اند. سپس نتایج حاصل از این آزمایش‌ها که فرکانس‌های طبیعی، ضرایب استهلاک و شکل مودها می‌باشند با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی، دقت مناسب روش آنالیز مودال محیطی را در تخمین پارامترهای مودال سازه تحت بار محیطی نشان می‌دهند.

4. Frequency Domain Decomposition (FDD)

5. ANSYS

6. ICATS

1. Peak picking

2. Least square method

3. Operational Modal Analysis(OMA)

## ۲- تئوری روش تجزیه فرکانسی

روش‌های آنالیز ارتعاشات محیطی به دو دسته کلی پارامتریک و غیرپارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. روش‌های غیرپارامتریک، با انجام یک مجموعه عملیات ریاضی بر روی داده‌های اندازه‌گیری شده، در حوزه فرکانس یا زمان، به استخراج مشخصات دینامیکی سازه می‌پردازند [۶]. در حالی که در روش‌های پارامتریک، یک مدل پارامتریک برای سیستم، در حوزه زمان تقریب زده شده و مستقیماً بر روی پاسخ‌های به‌دست آمده از داده‌های اندازه‌گیری شده، منطبق<sup>۱</sup> می‌شود و مدل دینامیکی سیستم استخراج می‌گردد [۱۳].

یکی از روش‌های غیرپارامتریک روش تجزیه فرکانسی است، که شباهت‌هایی با روش انتخاب قله و تابع شناسایی مود مختلط دارد [۳]. در این روش، که توسط برینکر و همکارانش ارائه شده، ابتدا ماتریس چگالی طیف توان<sup>۲</sup> پاسخ محاسبه شده و سپس روش تجزیه مقادیر تکین<sup>۳</sup> بر روی آن اعمال می‌شود و به کمک آن، مقادیر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها به‌دست می‌آیند.

اساس روابط حاکم بر FDD، بر رابطه بین خروجی‌ها و ورودی‌های یک سیستم استوار است (رابطه ۱) [۱۴].

$$G_{yy}(j\omega) = \bar{H}(j\omega) \cdot G_{xx}(j\omega) \cdot H^T(j\omega) \quad (1)$$

که در آن ماتریس طیف چگالی توان ورودی،  $G_{xx}$  ماتریس طیف چگالی توان خروجی و  $H(j\omega)$  ماتریس تابع پاسخ فرکانسی می‌باشد. برای ماتریس پاسخ فرکانسی می‌توان نوشت [۲]:

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{Q}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (2)$$

که  $Q_k$  نشان‌دهنده ترم باقی‌مانده،  $\lambda_k$  نشان‌دهنده  $k$  امین فرکانس طبیعی و علامت "-" نشان‌دهنده مزدوج مختلط و  $n$  تعداد مودهای مد نظر را نشان می‌دهد. با ترکیب روابط (۱) و (۲)، رابطه بین چگالی توان ورودی و خروجی مطابق رابطه (۳) به‌دست می‌آید [۱۰].

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \left[ \frac{Q_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{Q}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \right] \cdot G_{xx}(j\omega) \cdot \left[ \sum_{s=1}^n \frac{Q_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\bar{Q}_s}{j\omega - \bar{\lambda}_s} \right] \quad (3)$$

در صورتی که ورودی نویز سفید باشد، ماتریس چگالی توان آن یک ماتریس قطری به فرم  $G_{xx}(j\omega) = C[I]C^T$  خواهد بود. با جایگزین کردن این رابطه در رابطه (۳) و ساده کردن آن، رابطه (۴) حاصل خواهد شد [۱۰].

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{A}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} + \frac{B_k}{-j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{B}_k}{-j\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (4)$$

که  $A_k$ ،  $k$  امین باقی‌مانده چگالی توان خروجی است و مطابق رابطه (۵) به‌دست می‌آید.

$$A_k = Q_k C \left( \sum_{s=1}^n \frac{\bar{Q}_k^T}{-\lambda_k - \lambda_s} + \frac{Q_k^T}{-\lambda_k - \lambda_s} \right) \quad (5)$$

با استفاده از خاصیت تعامد مودها، باقی‌مانده به‌صورت  $A_k = Q_k C \bar{Q}_k^T / 2\alpha_k$  درخواهد آمد که در آن  $\alpha_k$  بخش حقیقی  $k$  امین قطب ( $\lambda_k = -\alpha_k + j\omega_k$ ) می‌باشد. در صورتی که میرایی سیستم کم باشد، ترم باقی‌مانده متناسب با شکل مود خواهد بود و لذا به‌صورت  $Q_k = \phi_k \gamma_k$  درخواهد آمد. بنابراین:

$$A_k \propto Q_k C \bar{Q}_k^T = \phi_k \gamma_k C \gamma_k^T \phi_k^T = d_k \phi_k \phi_k^T \quad (6)$$

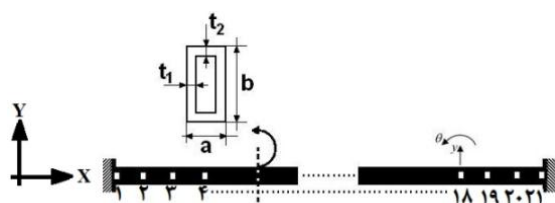
که در آن  $d_k$  یک اسکالر،  $\phi_k$  بردار شکل مود  $k$  ام و  $\gamma_k$  بردار دخالت مود می‌باشد. بنابراین، درنهایت چگالی توان پاسخ‌ها برحسب شکل مودها و قطب‌های سیستم به‌صورت رابطه (۷) درخواهد آمد.

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{K=1}^n \frac{d_k \phi_k \phi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\phi}_k \bar{\phi}_k^T}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (7)$$

رابطه (۷) بیان می‌کند که، در هر فرکانس تعداد محدودی مود در ساختن پاسخ سیستم شرکت می‌نمایند. در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی سیستم، فقط یک مود، به‌طرز قابل توجهی پاسخ سیستم را می‌سازد. لذا پاسخ در این فرکانس، بسیار شبیه شکل مود این فرکانس خواهد بود. اگر ماتریس طیف چگالی توان پاسخ در هر فرکانس به مقادیر و بردارهای تکین<sup>۴</sup> آن تجزیه گردد (رابطه ۸)، از آنجایی که مقادیر تکین در ارتباط مستقیم با ضریب شرکت مودها می‌باشند، تعداد مقادیر تکین

1. Fit
2. Power Spectral Density (PSD)
3. Singular Value Decomposition (SVD)

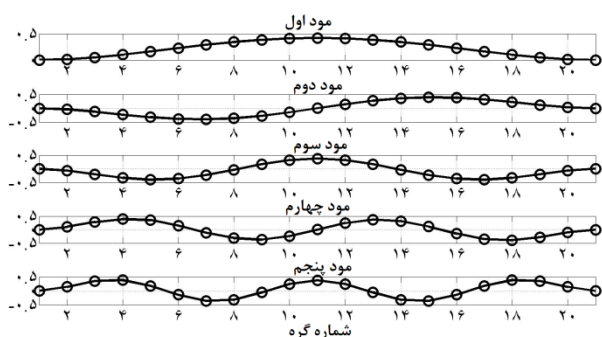
4. Singular Vector



شکل ۲ شکل شماتیک تیر دو سر درگیر مدل شده

جدول ۱ مشخصات تیر شبیه‌سازی شده

۲۰۰	مدول یانگ (GPa)
۷۸۵۰	چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )
۴۰۰	طول (mm)
۰/۴۹۲	$t_1$ (mm)
۰/۵۶۶	$t_2$ (mm)
۵۹/۸	$a$ (mm)
۲۹/۴	$b$ (mm)



شکل ۳ شکل مودهای به‌دست آمده از روش اجزای محدود

### ۳-۲- تخمین پارامترهای مودال بر مبنای آنالیز پاسخ

به منظور شبیه‌سازی آنالیز مودال محیطی تیر معرفی شده در بخش ۳-۱، تیر توسط یک بار ۱ کیلوگرمی که با سرعت ۰/۵ متر بر ثانیه حرکت می‌کند، تحریک شده است. در نتیجه این تحریک، تیر مرتعش شده و سیگنال پاسخ تیر در درجات آزادی جابه‌جایی از نرم‌افزار انسیس به‌دست آمده و به نرم‌افزار پالس منتقل شده است. سپس روش تجزیه فرکانسی، که در بخش ۲-۱ توضیح داده شد، بر روی سیگنال پاسخ اجرا و نمودار طیف مقادیر تکین آن محاسبه و ترسیم شده است (شکل ۴). پس از مشخص شدن مودهای طبیعی توسط روش تجزیه فرکانسی، فرکانس‌های طبیعی (جدول ۲) و شکل مودهای پنج مود اول تیر (شکل ۵) به‌دست آمده و با نتایج حاصل از روش اجزای محدود مقایسه شده است.

غیرصفر، نشان‌دهنده تعداد مودهایی است که پاسخ سیستم را در آن فرکانس می‌سازند و قله‌های اولین مقدار تکین سیستم معادل با فرکانس‌های طبیعی سیستم خواهند بود. از طرف دیگر بردارهای تکین متناظر با قله‌های اولین مقادیر تکین، بردارهای شکل مود سیستم را تقریب می‌زنند. در روش FDD برای به‌دست آوردن ضرایب استهلاک می‌توان از روش نقاط نیم‌توان استفاده کرد، که البته از دقت مناسبی برخوردار نمی‌باشد [۱۰].

$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_i S_i U_i^H \quad (8)$$

که  $U_i$  بردار تکین و  $S_i$  ماتریس مقادیر تکین سیستم در فرکانس  $\omega_i$  می‌باشد. بالانویس H نیز نشان‌دهنده مزدوج ترانسپوز<sup>۱</sup> می‌باشد.

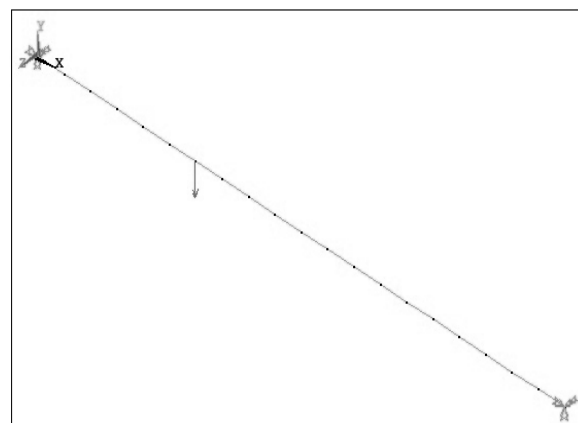
### ۳- شبیه‌سازی

#### ۳-۱- مدل اجزای محدود تیر

به‌منظور بررسی عددی تخمین پارامترهای مودال سازه تحت بار محیطی، یک تیر دو سر درگیر در محیط نرم‌افزار انسیس مدل شده است (شکل ۱).

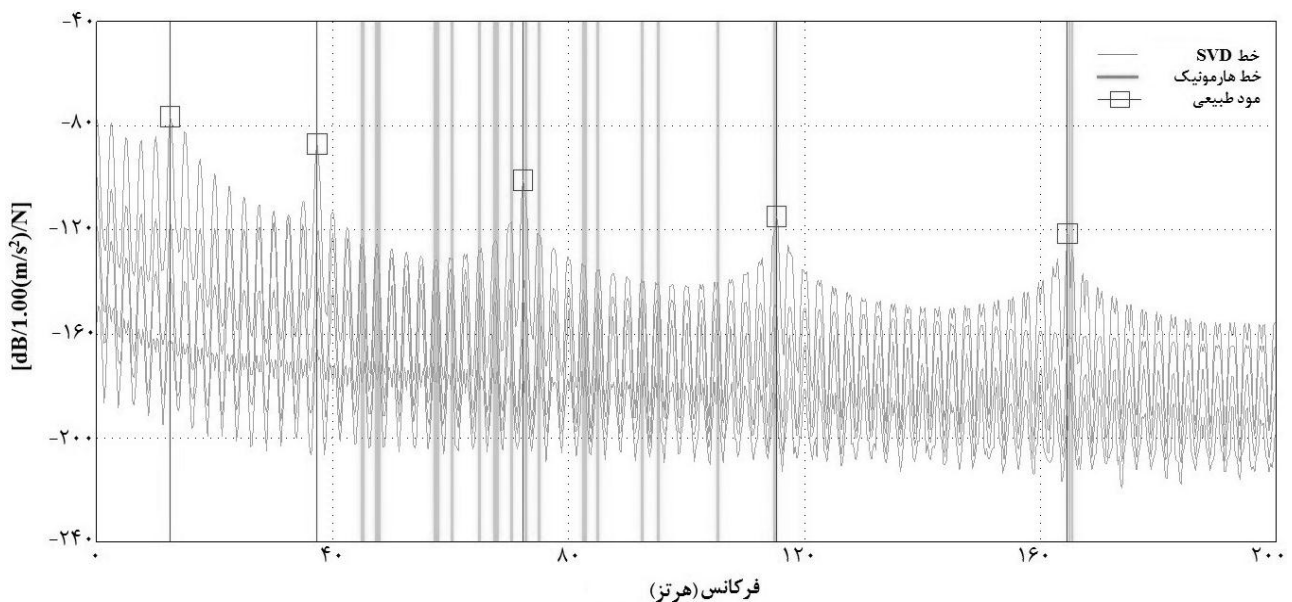
مشخصات تیر شبیه‌سازی شده براساس شکل شماتیک آن (شکل ۲) در جدول ۱ آمده است.

سپس با استفاده از بخش آنالیز مودال نرم‌افزار انسیس فرکانس‌های طبیعی (جدول ۲) و شکل مودهای مربوط به پنج مود اول تیر به‌دست آمده‌اند (شکل ۳).



شکل ۱ مدل تیر دو سر درگیر در نرم‌افزار انسیس

1. Hermitian



شکل ۴ نمودار طیف مقادیر تکین چگالی توان پاسخ

محدود می‌باشد. البته این نتیجه دور از انتظار نیست، زیرا جرم بار متحرک بر روی تیر در جرم تیر تاثیر گذاشته و باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی آن می‌شود.

همان‌طور که شکل ۵ نشان می‌دهد، شکل مودهای FDD با آنچه از FEM به دست آمده اختلاف دارند و شکل مودها برهم منطبق نیستند. به منظور مقایسه دقیق‌تر شکل مودهای به دست آمده از روش FDD با روش اجزای محدود، از معیار اطمینان مودال<sup>۱</sup> استفاده شده است که طبق رابطه (۹) تعریف می‌گردد [۲].

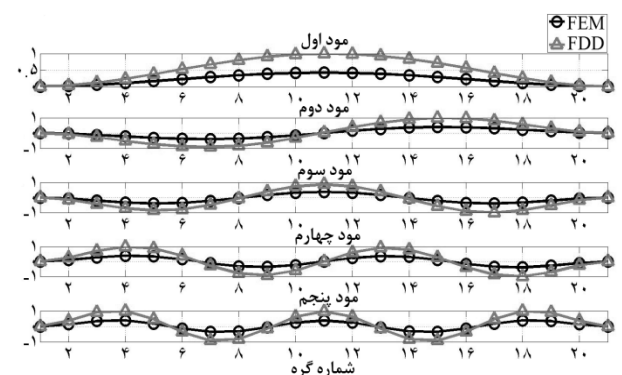
$$MAC(i, j) = \frac{|\{\phi\}_{FDD-i}^T \{\phi\}_{FEM-j}|^2}{|\{\phi\}_{FDD-i}^T \{\phi\}_{FDD-i}| \times |\{\phi\}_{FEM-j}^T \{\phi\}_{FEM-j}|} \quad (9)$$

که  $\{\phi\}_{FDD-i}$ ،  $\vec{i}$  امین، شکل مود روش تجزیه فرکانسی و  $\{\phi\}_{FEM-j}$ ،  $j$  امین شکل مود روش اجزاء محدود است. شاخص MAC بیانگر اندازه کسینوس زاویه بین بردارهای شکل مود است. اگر بردارهای شکل مود برهم منطبق باشند، مقدار این شاخص برابر یک می‌شود. بنابراین، مقدار MAC برای همه مودهای روش تجزیه فرکانسی و روش اجزاء محدود محاسبه شده و نمودار آن در شکل ۶ ارائه شده است.

### 1. Modal Assurance Criterion (MAC)

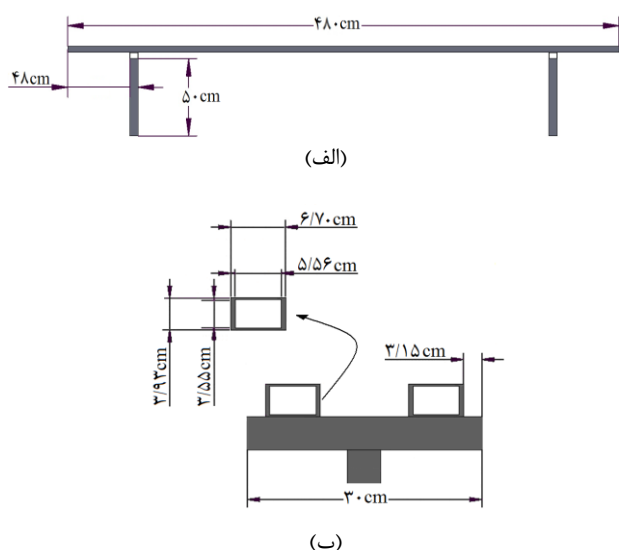
جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از اجزای محدود و روش FDD

شماره مود	فرکانس طبیعی (هرتز)	
	FDD	FEM
۱	۱۲/۴۵	۱۳/۵۶
۲	۳۷/۳۵	۳۷/۳۷
۳	۷۲/۲۷	۷۲/۷۹
۴	۱۱۵/۲۳	۱۲۱/۰۵
۵	۱۶۴/۵۵	۱۸۰/۷۹



شکل ۵ مودهای به دست آمده از اجزای محدود و روش FDD

مقایسه نتایج به دست آمده در جدول ۲ نشان می‌دهد که مقادیر فرکانس طبیعی روش FDD کمتر از روش اجزای

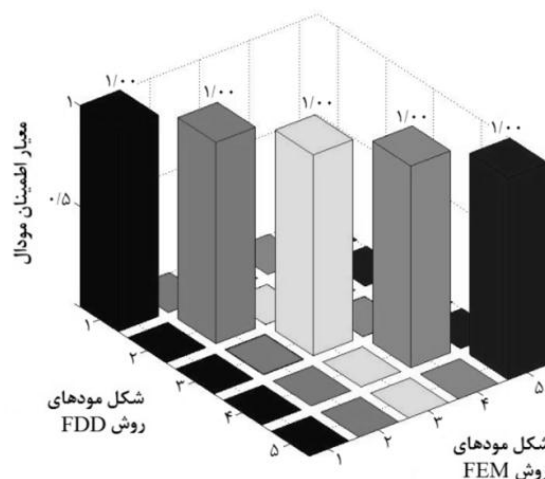


شکل ۷ ابعاد پل تحت آزمایش، (الف) نمای روبه‌رو (ب) نمای جانبی



شکل ۸ پل تحت آزمایش مودال کلاسیک

نیروها و شتاب اندازه‌گیری شده از نیروسنج و شتاب‌سنج توسط نرم‌افزار پالس تحت آنالیز قرار گرفته است. در این آنالیز تعداد خطوط فرکانسی ۴۰۰ و بازه فرکانسی ۱۲۰ هرتز است. با استفاده از نرم‌افزار پالس، توابع پاسخ فرکانسی<sup>۱</sup> و توابع وابستگی<sup>۲</sup> به‌دست آمده‌اند که در شکل ۹-الف و ب نشان داده شده‌اند. همان‌طور که توابع وابستگی به‌دست آمده از آزمایش (شکل ۹-ب) نشان می‌دهند، آزمایش از دقت مناسبی برخوردار است. بنابراین، به‌منظور تخمین پارامترهای مودال سازه، توابع پاسخ فرکانسی به بخش مودنت<sup>۳</sup> نرم‌افزار آیکتس منتقل شده‌اند. در



شکل ۶ مقایسه شکل مودهای محاسبه‌شده به روش FDD و FEM با استفاده از معیار MAC

همان‌طور که شکل ۶ نشان می‌دهد، مقادیر قطر اصلی نمودار MAC یک می‌باشند، که نشان‌دهنده ارتباط کامل بین شکل مودهای روش تجزیه فرکانسی با روش اجزاء محدود است. بنابراین شکل مودهای حاصل از روش تجزیه فرکانسی کاملاً در راستای شکل مودهای اجزاء محدود است (شکل ۶) و فقط از لحاظ اندازه با یکدیگر اختلاف دارند. این نکته یکی از اشکالات روش‌های آنالیز مودال محیطی است که اصطلاحاً نامیزانی شکل مود نامیده می‌شود [۳].

#### ۴- آزمایش

به منظور ارزیابی تجربی روش آنالیز مودال محیطی در تخمین پارامترهای مودال سازه، نمونه ای از یک پل که ابعاد آن بر حسب سانتی متر در شکل ۷ (الف) و (ب) نشان داده شده است تحت آزمایش قرار گرفته است (لازم به ذکر است که ابعاد سطح مقطع پل در همه قسمت‌ها یکسان می‌باشد). آزمایش‌های انجام شده بر روی پل، آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی می‌باشند. شرایط آزمایش‌های انجام شده و نتایج حاصل از آن‌ها در ادامه به تفصیل آمده است.

##### ۴-۱- آزمایش مودال کلاسیک

در آزمایش مودال کلاسیک، پل به‌کمک یک چکش نوع BK8202 با آمپلی‌فایر ۲۶۴۷A در ۲۴ نقطه تحت تحریک قرار گرفته است و پاسخ پل توسط یک شتاب‌سنج نوع DJB/A120V در یک نقطه اندازه‌گیری شده است (شکل ۸).

1. Frequency Response Function (FRF)
2. Coherence
3. Modent

این بخش، به منظور آنالیز FRF های به دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک، از روش یکپارچه<sup>۱</sup> استفاده شده است. پس از انجام آنالیز با روش یکپارچه، فرکانس های طبیعی، ضرایب استهلاک و شکل مودهای پنج مود اول سازه به دست آمده اند.

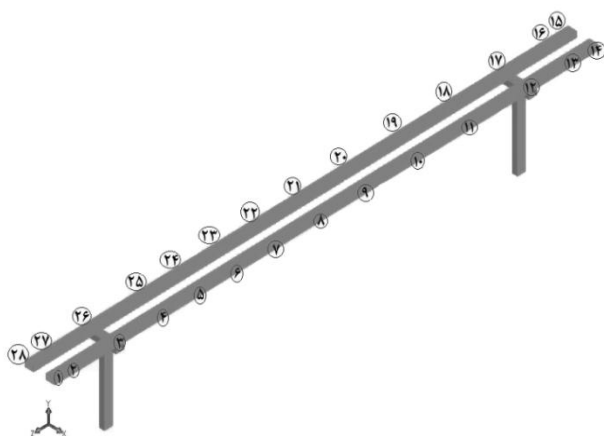
۲-۴- آزمایش مودال محیطی

به منظور انجام آزمایش مودال محیطی و استخراج پارامترهای مودال، این آزمایش در چهار مرحله انجام شده است.

در هر مرحله ماشینی به جرم ۱۳/۵ کیلوگرم و با سرعت ۱/۸ سانتی متر بر ثانیه به عنوان بار محیطی، در مدت زمان ۲۶۸ ثانیه، بر روی پل حرکت کرده است و پاسخ سازه در ۱۲ نقطه توسط ۱۲ شتابسنج نوع DJB/A120V اندازه گیری شده است (شکل ۱۰) که ۸ شتابسنج در تمام مراحل آزمایش مشترک است (به عنوان شتابسنج مرجع) و ۴ شتابسنج دیگر در هر مرحله جابه جا می شوند [۱۵].



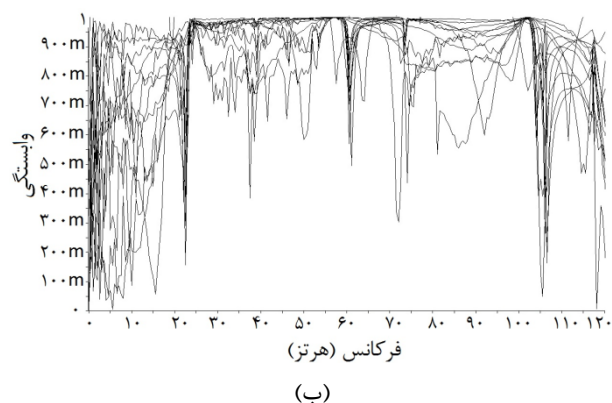
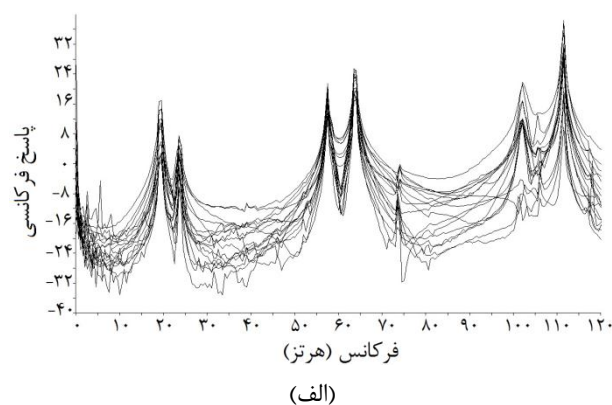
شکل ۱۰ پل تحت آزمایش مودال محیطی (مرحله چهارم آزمایش)



شکل ۱۱ محل قرارگیری شتابسنجها بر روی پل

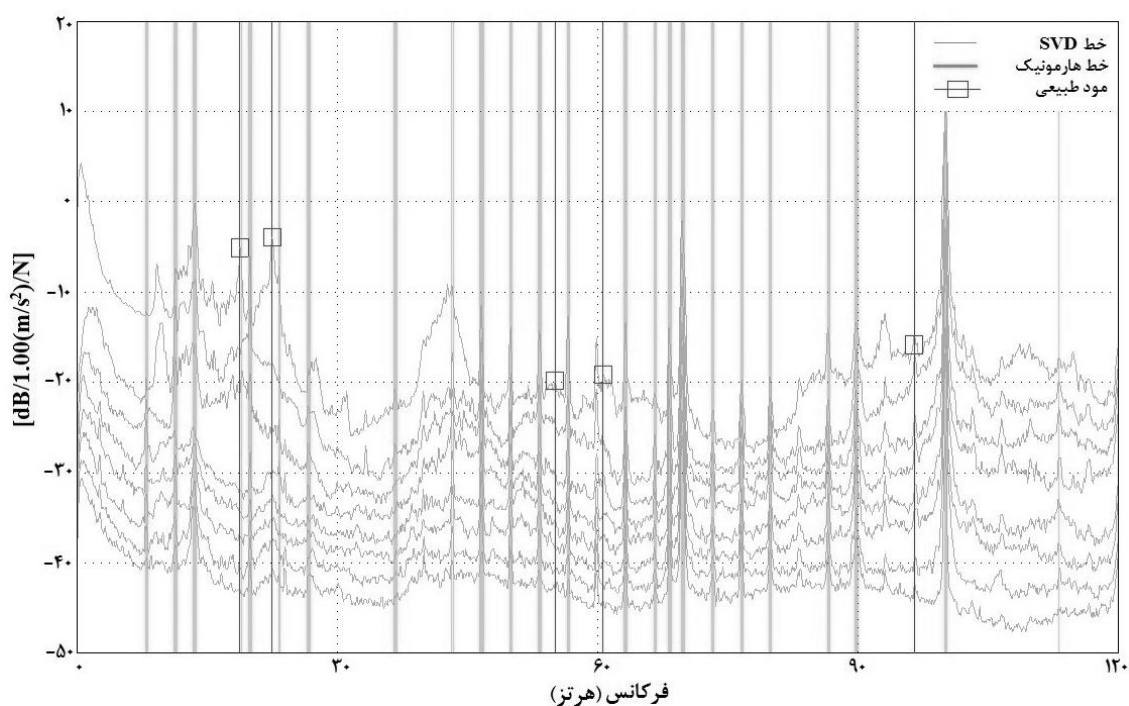
جدول ۳ محل قرارگیری شتابسنجها در هر یک از مراحل آزمایش

مودال محیطی		
شماره مرحله	شتابسنجهای ثابت	شتابسنجهای متغیر
۱		۲،۴،۵،۶
۲	۱،۷،۸،۱۴،۱۵،۲۱،۲۲،۲۸	۹،۱۰،۱۱،۱۳
۳		۱۶،۱۸،۱۹،۲۰
۴		۲۳،۲۴،۲۵،۲۷



شکل ۹ توابع به دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک، الف) توابع وابستگی پاسخ فرکانسی (H1)، ب) توابع وابستگی

#### 1. Global method



شکل ۱۲ نمودار طیف مقادیر تکین چگالی توان پاسخ حاصل از آنالیز FDD

جدول ۴ فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک به‌دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و محیطی

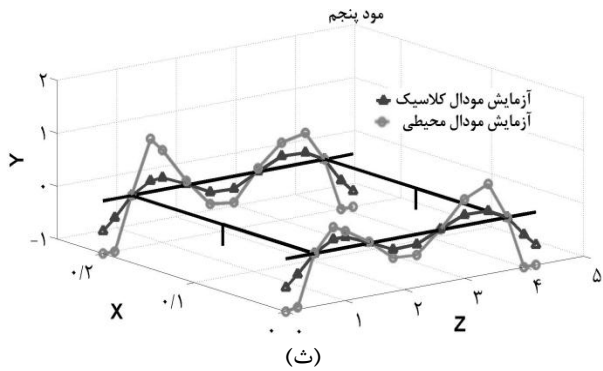
ردیف	فرکانس طبیعی (هرتز)		ضریب استهلاک %	
	کلاسیک	محیطی	کلاسیک	محیطی
۱	۱۹/۲۸	۱۸/۸۰	۰/۰۷۵	۰/۰۸۶
۲	۲۳/۵۷	۲۲/۵۰	۰/۹۱۰	۱/۰۵۳
۳	۵۷/۵۹	۵۵/۱۰	۰/۵۱۰	۰/۵۸۷
۴	۶۳/۷۲	۶۰/۶۰	۰/۱۳۰	۰/۱۵۹
۵	۱۰۲/۰۹	۹۶/۵۰	۰/۵۴۵	۰/۶۱۱
متوسط خطا	٪ ۴/۳۴		٪ ۱۵/۹۷	

همان‌طور که شکل ۱۴ نشان می‌دهد، مقادیر قطر اصلی نمودار MAC نزدیک یک می‌باشند، که نشان‌دهنده ارتباط مناسب بین شکل مودهای آزمایش مودال محیطی با آزمایش مودال کلاسیک است. شایان ذکر است که اختلاف موجود بین شکل مودهای حاصل از روش مودال محیطی با شکل مودهای مودال کلاسیک یکی از مشکلات مهم روش‌های آنالیز مودال محیطی است که اصطلاحاً نامیزانی شکل مودها نامیده می‌شود

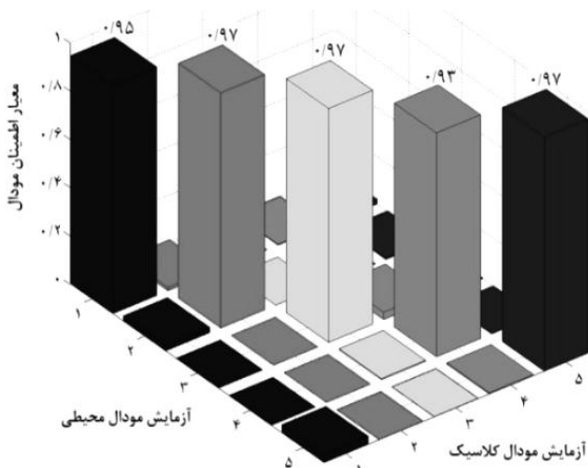
با استفاده از شکل ۱۲، فرکانس‌های طبیعی، ضرایب استهلاک (جدول ۴) و شکل مودهای پنج مود اول سازه به‌دست آمده‌اند (شکل ۱۳ الف تا ث). نتایج به‌دست آمده در جدول ۴ نشان می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از آزمایش مودال محیطی همواره کمتر از مقادیر حاصل از آزمایش مودال کلاسیک می‌باشد. این اختلاف به‌دلیل این است که در آزمایش مودال محیطی جرم ماشینی که به‌عنوان بار محیطی بر روی پل در حال حرکت است بر روی جرم پل تاثیر گذاشته و باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی آن در مقایسه با آزمایش مودال کلاسیک شده است. علاوه بر این، تعداد ۱۲ شتاب‌سنج در هر مرحله بر روی تیر قرار می‌گیرند و بخشی از کاهش فرکانس‌های طبیعی به‌دلیل قرارگیری شتاب‌سنج‌ها بر روی تیر است. همچنین، مقادیر ضرایب استهلاک به‌دست آمده از آزمایش مودال محیطی در مقایسه با آنچه از آزمایش مودال کلاسیک به‌دست آمده از دقت مناسبی برخوردارند (جدول ۴). همان‌طور که در نمودارهای شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، شکل مودهای به‌دست آمده از آزمایش مودال محیطی با آنچه از آزمایش مودال کلاسیک به‌دست آمده اختلاف دارد. بنابراین، به‌منظور مقایسه دقیق‌تر شکل مودهای به‌دست آمده، از معیار MAC استفاده شده است (شکل ۱۴).



و با استفاده از روش‌هایی مانند تغییر جرم یا تغییر جرم و سختی اصلاح می‌شود [۱۶].



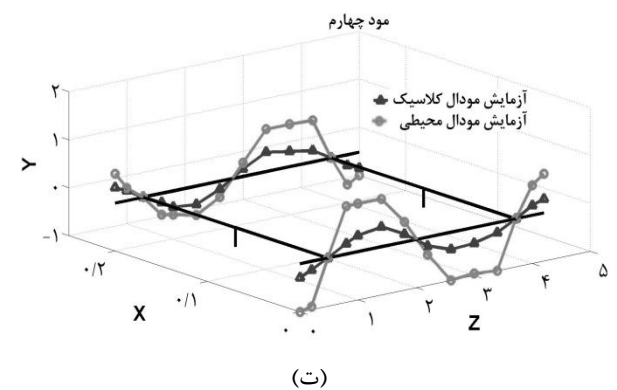
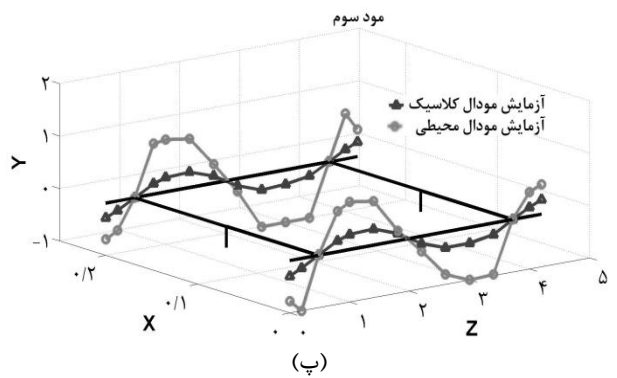
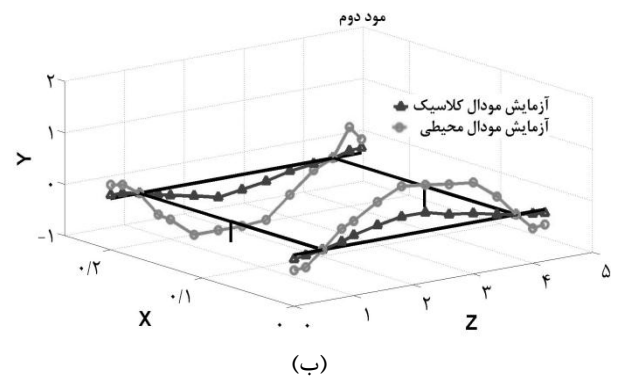
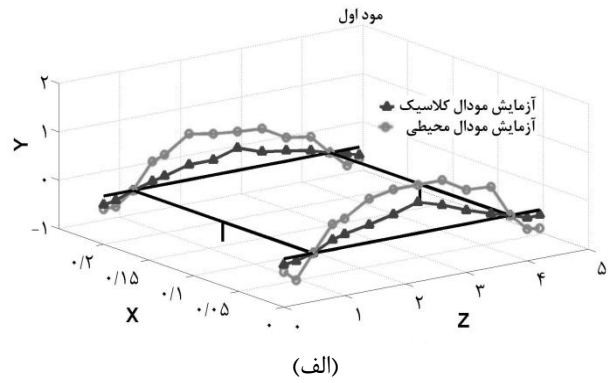
شکل ۱۳ مقایسه شکل مدهای به‌دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و محیطی



شکل ۱۴ معیار MAC بین شکل مدهای حاصل از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی

### ۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله روش آنالیز مودال محیطی، به‌منظور تخمین پارامترهای مودال سازه، تحت بررسی عددی و تجربی قرار گرفته است. در بررسی عددی، ابتدا یک تیر دو سر درگیر در محیط نرم‌افزار انسیس مدل شده و به‌کمک تحلیل مودال آن، فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک تیر به‌دست آمده است. سپس تیر در محیط نرم‌افزار تحت بار محیطی قرار گرفته و پاسخ تیر در درجات آزادی جابه‌جایی به‌دست آمده است. به‌منظور محاسبه پارامترهای مودال، روش تجزیه فرکانسی بر روی سیگنال پاسخ تیر اجرا شده و فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها بر مبنای آنالیز پاسخ محاسبه و با نتایج حاصل از روش اجزای محدود مقایسه شده‌اند. این مقایسه نشان می‌دهد که



اثر جرم شتاب‌سنج‌ها از نتایج تست مودال صورت گرفته است که به‌عنوان نمونه می‌توان به مراجع [۱۹] و [۲۰] اشاره کرد، که روش پیشنهادی این مراجع نیازمند چندین مرحله تکرار آزمایش می‌باشد.

بنابراین، با توجه به موارد فوق می‌توان از دقت پارامترهای به‌دست آمده اطمینان حاصل نمود و به آن‌ها اتکا کرد. البته بررسی دقیق میزان تاثیر مقدار و سرعت بار متحرک در تغییرات فرکانس‌های طبیعی و یا سایر پارامترهای مودال، نیازمند مطالعاتی در حوزه سازه تحت بار متحرک می‌باشد که نتایج آن در مقالات آتی ارائه خواهد شد.

## ۶- تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله بر خود لازم می‌دانند از حمایت‌های دفتر استعدادهای درخشان دانشگاه سمنان تقدیر و تشکر نمایند.

## ۷- مراجع

- [1] He J., Fu Z. F., *Modal Analysis*, Oxford Auckland Boston Johannesburg Melbourne New Delhi, Butterworth-Heinemann, 2001, pp. 1-4.
- [2] Ewins D. J., *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, England, Research Studies Press LTD, 2000.
- [3] Hanson D., "Operational Modal Analysis and Model Updating with a Cyclostationary Input", PhD Thesis, The School of Mechanical and Manufacturing Engineering, The University of New South Wales, Australia, 2006.
- [4] Abdel-Ghaffar A. M., Housner G. W., "Ambient Vibration Test of Suspension Bridge", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, No. 5, 1978, pp. 983-999.
- [5] Begg R. D., Mackenzie A. C., Dodds C. J., Loland O., "Structural Integrity Monitoring using Digital Processing of Vibration Signals", *Proc. of the Offshore Technology Conf.*, Vol. 2, 1976, pp. 305-311.
- [6] Wenzel H., Pichler D., *Ambient Vibration Monitoring*, New York, Wiley, 2005.
- [7] James G. H., Crane T. G., Laufer J. P., "The Natural Excitation Technique (NexT) for Modal Parameter Extraction from Operating Structures", *Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 10, No. 4, 1995, pp. 260-277.
- [8] Asmussen J. C., Brincker R., Rytter A., "Ambient Modal Testing of the VESTVEJ Bridge using Random Decrement", *Proc. of 17th IMAC*, Vol. 2, 1998, pp. 922-928.

فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک حاصل از روش تجزیه فرکانسی از دقت بالایی برخوردارند. بنابراین، روش تجزیه فرکانسی با اطمینان بالا می‌تواند برای آنالیز داده‌های به‌دست آمده از آزمایش مودال محیطی مورد استفاده قرار گیرد. به‌منظور بررسی تجربی، یک نمونه پل در نظر گرفته شده و آزمایش‌های مودال کلاسیک و محیطی بر روی آن انجام شده است. داده‌های حاصل از این آزمایش‌ها به‌ترتیب با روش یکپارچه و روش تجزیه فرکانسی آنالیز شده و نتایج حاصل از این آنالیزها، که پارامترهای مودال پل می‌باشند، با یکدیگر مقایسه شده‌اند. مقایسه انجام‌شده نشان می‌دهد که آنالیز مودال محیطی روش مناسبی برای تخمین پارامترهای مودال سازه تحت بار محیطی است و به‌دلیل آنکه اغلب سازه‌های موجود در پیرامون ما تحت بارهای محیطی قرار دارند، استفاده از آزمایش مودال محیطی به‌منظور تخمین پارامترهای مودال آن‌ها مناسب می‌باشد.

بار محیطی در نظر گرفته شده در این مقاله یک بار متحرک است که موجب تغییر جرم سازه و نیز تغییر احتمالی پارامترهای مودال می‌شود. نتایج مقایسه فرکانس‌های طبیعی نشان می‌دهد که متوسط خطای حاصل در تخمین آن‌ها ۴/۳۴ درصد است (جدول ۴) که مقدار زیادی نمی‌باشد؛ اگرچه که بخش عمده این خطا مربوط به بار متحرک است. همچنین، متوسط خطای حاصل در تخمین ضرایب استهلاک ۱۵/۹۷ درصد است (جدول ۴) که بر اساس نتایج حاصل از تحقیقات سایر محققان [۱۷]، بروز این میزان خطا برای ضرایب استهلاک معتبر و میزان خطای حاصل اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. شکل مودهای به‌دست آمده از دو آزمایش نیز در شکل ۱۴ به‌طور دقیق و با استفاده از معیار MAC مقایسه شده‌اند. نزدیک‌بودن عناصر روی قطر اصلی ماتریس MAC به یک نشان‌دهنده همبستگی مناسب بین شکل مودهاست. این نتایج نیز براساس یافته‌های سایر محققان [۱۸] معتبر و میزان خطای حاصل اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. بنابراین، نتایج نشان می‌دهد اگرچه جرم متحرک موجب بروز خطا در فرکانس‌های طبیعی شده است، ولی مقدار خطای حاصل زیاد نیست. همچنین، نتایج تخمین سایر پارامترهای مودال معتبر و میزان خطای آن‌ها اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. بخش دیگری از خطاها نیز ناشی از جرم شتاب‌سنج‌ها می‌باشد. تاکنون تحقیقات اندکی در زمینه حذف

- [16] Khatibi M. M., Ashory M. R., Malekjafarian A., Brincker R. "Mass-Stiffness Change Method for Scaling of Operational Mode Shapes", *Mechanical Systems and Signal Processing*, No. 26, 2012, pp. 34-59.
- [17] Agneni A., Crema L. B., Coppotelli G., "Output-Only Analysis of Structures with Closely Spaced Poles", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, Issue 5, 2010, pp. 1240-1249.
- [18] Hanson D., Randall R. B., Antoni J., Waters T. P., Thompson D. J., Ford R. A. J., "Cyclostationarity and the Cepstrum For Operational Modal Analysis of MIMO Systems-Part II Obtaining Scaled Mode Shapes through Finite Element Model Updating", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, Issue 6, 2007, pp. 2459-2473.
- [19] Ashory M. R., "Correction of Mass Loading Effects of Transducers and Suspension Effects in Modal Testing" *Proceeding of the 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, pp. 815-828.
- [20] Cakar O., Sanliturk K. Y., "Elimination of Transducer Mass Loading Effects from Frequency Response Functions", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 19, Issue 1, 2005, pp. 87-104.
- [9] Brincker R., Zhang L., and Andersen P., "Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition", *Proc. of 18th IMAC*, 2000, pp. 625-630.
- [10] Brincker R., Zhang L., Andersen P., "Modal Identification of Output Only Systems using Frequency Domain Decomposition", *Journal of Smart Materials and Structures*, Vol. 10, No. 3, 2001, pp. 441- 445.
- [11] Bruel & Kjaer, PULSE, Version 8.0, Sound & Vibration Measurement A/S, 1996-2003.
- [12] Modent, Integrated Software for Structural Dynamics, ICATS, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, UK, 1988-2000.
- [13] Zhang L., Brincker R., Andersen R., "An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues", *Proc. of IMAC*, 2005, pp. 262-269.
- [14] Brandt A., *Noise and Vibration Analysis: Signal Analysis and Experimental Procedures*, , First Ed., West Sussex, Wiley, 2011
- [15] Peeters B., De Roeck., "Reference Based Stochastic Subspace Identification in Civil Engineering", *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 8, Issue 1, 2000, pp. 47-74.