



## تحلیل اثر روانکاری بر پایدارسازی رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده با مفصل لولای لقی دار

ساسان رحمانیان<sup>1</sup>، محمدرضا قضاوی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* ghazavim@modares.ac.ir, 14115-111

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 مرداد 1393

پذیرش: 04 مهر 1393

ارائه در سایت: 04 آبان 1393

کلید واژگان:

لولای لقی‌دار

مکانیزم لنگ - لغزنده

سیال روانکار

رفتار آشوبناک

### چکیده

به‌طور کلی در تحلیل دینامیکی سیستم‌های مکانیکی مفاصل را به‌صورت ایده‌آل در نظر می‌گیرند، اما به‌دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات، وجود لقی در مفاصل امری اجتناب‌ناپذیر است که این موضوع باعث ایجاد برخوردهای مکرر میان میل محور و یاتاقان شده و رفتار متناوب پایدار سیستم به رفتاری آشوبناک تبدیل می‌شود. تنزل در عملکرد دینامیکی سیستم، کاهش طول عمر قطعات در اثر خستگی و تولید ارتعاشات نامطلوب همگی از جمله عواملی هستند که در اثر اعمال نیروهای ضربه - تماس ناشی از لقی در مفصل نتیجه می‌شوند. در ابتدا مدل‌های مختلف نیروی تماس بین دو سطح معرفی شده و سپس، مدل دینامیکی مفصل لولای لقی‌دار برای دو حالت تماس خشک و مفصل روانکاری شده ارائه شده است. در این تحقیق، رفتار دینامیکی یک مکانیزم لنگ - لغزنده با لولای لقی‌دار در مفصل اتصال عضو لغزنده و میله رابط (شاتون)، با استفاده از مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک‌روش بررسی و نسبت به حالت ایده‌آل مقایسه شده است. با در نظر گرفتن اثر اصطکاک میان محور و یاتاقان معادلات حرکت حاکم بر سیستم برای دو فاز تماسی و غیرتماسی استخراج شده و مشاهده می‌شود که سیستم مفروض به ازای اندازه لقی مشخص، رفتاری آشوبناک از خود نشان می‌دهد. به‌منظور پایدارسازی یک مدار متناوب ناپایدار موجود در جذب‌کننده آشوبناک سیستم، از یک سیال روانکار در فاصله لقی میان میل محور و یاتاقان استفاده شده است.

## Analysis of lubricant effect on stabilizing the dynamic behavior of slider-crank mechanism with revolute joint clearance

Sasan Rahmadian<sup>1</sup>, Mohamadreza Ghazavi<sup>1\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, ghazavim@modares.ac.i

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 August 2014  
Accepted 26 September 2014  
Available Online 26 October 2014

**Keywords:**  
Joint clearance  
slider- crank mechanism  
fluid lubricant  
chaotic behavior

### ABSTRACT

In general, in dynamic analysis of mechanical systems joints are assumed to be ideal. However, due to errors in fabrication and assembly of components, existence of joints clearances is an inevitable problem that causes frequent collisions between the journal, and bearing and stable periodic behavior of the system becomes chaotic. Degradation of the dynamic performance of the system, reduction in fatigue life of components and producing undesirable vibrations are all factors resulting from impact-contact forces due to joint clearance. First, different contact force models for two surfaces have been introduced and dynamical models of revolute joint with clearance for two modes, namely, dry contact model and lubricated joint model are then presented. In this paper, the dynamic behavior of a slider-crank mechanism with a revolute joint clearance between the slider and connecting rod, using the Lankarani-Nikravesh contact force model is studied and compared to the ideal case. Considering the effect of friction between journal and bearing, governing equations of motion of the system for two phase, contact and non-contact modes are extracted and it is shown that system exhibits chaotic behavior under specified size of clearance. A fluid lubricant is used in clearance between journal and bearing for stabilizing an unstable periodic orbit embedded in the chaotic attractor.

### 1- مقدمه

نظر می‌گیرند. از طرفی وجود لقی در مفاصل اتصال اجزاء تشکیل دهنده یک مکانیزم به‌دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات امری اجتناب‌ناپذیر است. لقی در مفصل لولای، موجب ایجاد حرکت نسبی بین میل محور و یاتاقان شده که در نهایت منجر به اعمال بارهای ضربه‌ای، سایش، ارتعاشات ناخواسته و کاهش طول عمر قطعات در اثر خستگی می‌شود.

اساساً مدل‌سازی دقیق سیستم‌های مکانیکی چند جسمی تأثیر بسزایی در طراحی، کنترل، بهینه‌سازی و شبیه‌سازی مکانیزم‌ها دارد. اغلب به‌منظور ساده‌سازی مدل دینامیکی از اثرات لقی، اصطکاک، برخورد و سایر پدیده‌های متناظر با یک مفصل واقعی صرف‌نظر می‌شود و مفاصل را به‌صورت ایده‌آل در

در سال 2005 آلتیر [9] به تحلیل رفتار یک مکانیزم لنگ - لغزنده پرداخت و نتایج به دست آمده را برای دو حالت اصطکاک خشک و یاتاقان روانکاری شده، تنها با احتساب حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان، با هم مقایسه کرد. ارکایا و اوزمای [10] در سال 2009 اثرات مخرب مفصل لقی دار را در تولید مسیر حرکت یک مکانیزم و همچنین کیفیت انتقال حرکت از یک عضو به عضو دیگر بررسی کردند. آن‌ها مکانیزم‌های چهار میله و لنگ - لغزنده با لولای لقی دار را به عنوان مدل خود در نظر گرفتند و یک روش بهینه برای کاهش میزان انحراف مسیر حرکت مکانیزم و همچنین کاهش میزان انحراف زاویه انتقال از حالت ایده‌آل ارائه کردند.

ژنگ و یانگ [11] در سال 2013 با استفاده از مدل سایش آرچارد، به شبیه‌سازی عددی پدیده سایش در یک مکانیزم چهار میله با مفصل لولای لقی دار پرداختند. گریگری و کاتیا [12] در سال 2011، یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لولای روانکاری شده، ارائه دادند. به منظور تحلیل دقیق‌تر دینامیک سیستم، دو حالت مختلف از حرکت محور داخل یاتاقان در نظر گرفته شد. حالت اول، هنگامی که محور به صورت معلق درون سیال روانکار باقی می‌ماند و نیروهای هیدرو دینامیکی بر مجموعه محور و یاتاقان اعمال می‌شود. حالت دوم، زمانی است که محور از ضخامت لایه سیال عبور کرده و در تماس با سطح یاتاقان قرار می‌گیرد. تیان و همکاران [13] در سال 2010، اثر لینک انعطاف‌پذیر و لولای روانکاری شده را به صورت مجزا، با استفاده از یک روش محاسباتی جدید، بر عملکرد همین مکانیزم مورد مطالعه قرار دادند.

کوشی و همکاران [14] در سال 2013 تأثیر سرعت ورودی لنگ و اندازه لقی را بر پاسخ دینامیکی همین مکانیزم مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که با افزایش این دو پارامتر حداکثر دامنه شتاب لغزنده نیز افزایش می‌یابد. ویتور و همکاران [15] در سال 2014 با در نظر گرفتن اثر شتاب لایه‌ی روانکار بر حرکت مکانیزم، به یک مدل جدید از نیروهای هیدرو دینامیکی دست یافتند و مشاهده کردند که مدل حاصله، برای تمام مدت زمان شبیه‌سازی مناسب نمی‌باشد. لی [16] در سال 2014 با به کارگیری از یک روش عمومی، به تحلیل دینامیک ضربه در سیستم‌های مکانیکی صفحه‌ای دارای یاتاقان ساچمه‌کروی پرداخت. موونگی و همکاران [17] در سال 2013 با فرض وجود لقی در دو مفصل لولا به صورت هم‌زمان، رفتار دینامیکی مکانیزم را بررسی کرد.

هدف از این پژوهش، تحلیل و شبیه‌سازی عددی رفتار دینامیکی یک مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لقی در مفصل اتصال عضو لغزنده و شاتون می‌باشد، به گونه‌ای که در مدل‌سازی نیروی تماس میان محور و یاتاقان، از مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک‌روش و به هنگام مدل‌سازی نیروی اصطکاک از رویکرد آمبروزیو استفاده شده است. همچنین به منظور پایداری‌سازی یک مدار متناوب ناپایدار<sup>7</sup> موجود در جذب کننده آشوبناک<sup>8</sup> سیستم، از اثر سیال روانکار و نیروهای هیدرو دینامیکی بهره‌برداری شده است. یک نمونه متداول از کاربرد این مکانیزم در موتورهای دیزلی و بنزینی یافت می‌شود که در آن فشار گاز پشت پیستون به این عضو نیرو وارد می‌کند. از این مکانیزم به عنوان کمپرسور هوا نیز استفاده می‌شود که در این صورت برای حرکت لنگ از یک الکتروموتور یا موتور بنزینی استفاده شده تا پیستون به موجب آن توان تراکم هوا را داشته باشد. از دیدگاه تحلیل واکنش‌های احتراقی داخل سیستم سیلندر - پیستون، مشخص بودن رفتار دینامیکی دقیق این مکانیزم از جمله سرعت و شتاب لغزنده (پیستون) بسیار حائز اهمیت است.

سیستم‌های دینامیکی با اتصالات دارای لقی در حالت کلی رفتاری آشوبناک از خود نشان می‌دهند، چرا که فاصله خلاصی موجود بین محور و یاتاقان باعث رخداد برخوردهای مکرر بین این دو عضو می‌شود، به گونه‌ای که این برخوردهای متوالی موجب می‌شوند تا پاسخ سیستم از حالت تناوب منظم خارج شود. از این جهت چنین سیستم‌هایی را که دارای رفتار تناوبی نامنظم هستند، سیستم‌های آشوبناک می‌نامند. یکی از ویژگی‌های سیستم‌های آشوبناک این است که پاسخ آن نسبت به شرایط اولیه و همچنین اندازه پارامترهای سیستم بسیار حساس است. در این تحقیق با استفاده از شبیه‌سازی عددی معادلات حرکت نشان داده شده است که به ازای مقدار خاصی از اندازه لقی، مدار متناوب<sup>1</sup> سیستم، ناپایدار گشته و فضای فاز متناظر با آن دارای جذب‌کننده عجیب<sup>2</sup> می‌باشد. در ادامه مشاهده می‌شود که حضور سیال روانکار در فضای لقی میان محور و یاتاقان، مانع از ایجاد تماس فلز با فلز شده، که این امر موجب پایدار شدن رفتار متناوب سیستم می‌شود.

فردنشتین و دوباسکی [1] در سال 1971 اثر لقی در اتصال میان محور و یاتاقان را با استفاده از مدل نیروی تماس کلونین-وُیت بیان کرده و به بررسی رفتار دینامیکی آن پرداختند، همچنین نشان دادند که فاصله خلاصی موجود به چه صورت باعث کاهش پایداری دینامیکی حرکت محور درون یاتاقان می‌شود. ارس و وو [2] در سال 1973 با استفاده از معادلات لاگرانژ و مدل لینک بدون جرم، لقی موجود در مفصل لولای یک مکانیزم چهار میله را مدل کرده و به بررسی رفتار دینامیکی مکانیزم پرداختند. این دو در سال‌های 1975 و 1977 به بررسی شرایطی پرداختند که طی آن، امکان قطع‌تماس دائم میان میل محور و یاتاقان پدید می‌آید. ویلسون و فاکت [3] در سال 1974 با فرض وجود لقی در یاتاقان‌های یک مکانیزم لنگ - لغزنده با استفاده از مدل نیروی تماس هانت و کراسلی معادلات حرکت سیستم را به دست آوردند و اثر سرعت توزیع جرم بین اجزای مختلف مکانیزم را روی عملکرد سازوکار لنگ - لغزنده بررسی کردند.

راجر و اندرس [4] در سال 1977 یک مدل ریاضی به منظور بیان لقی در مفصل لولا ارائه دادند که در مدل آن‌ها اثرات الاستیک اتصال و روغن‌کاری نیز در نظر گرفته شده است، که در این مدل، نیروی هیدرو دینامیک روانکاری تنها با احتساب حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان بیان گشته است. دوباسکی و موئینگ [5] در سال 1978 با معرفی عضوهای مکانیزم به صورت انعطاف‌پذیر<sup>3</sup>، اندازه نیروهای ضربه - تماس<sup>4</sup> میان محور و یاتاقان را تا حد زیادی کاهش دادند. آن‌ها همچنین مشاهده کردند که نویز و ارتعاشات ناشی از وجود نیروهای ضربه‌ای با معرفی سیستم به صورت انعطاف‌پذیر تا حد قابل توجهی کاهش می‌یابد. هاینس [6] در سال 1980 معادلات حرکت حاکم بر سیستم محور - یاتاقان دارای لقی را بدون در نظر گرفتن اثر روانکار استخراج کرد. او همچنین با انجام یک مطالعه تجربی بر رفتار دینامیکی مفصل لولا، به‌ازای مقادیر مختلف لقی، مشاهده کرد که تحت اعمال بار استاتیکی، تغییر شکل ایجاد شده متناظر با حالت تماس خشک<sup>5</sup> به مراتب بیشتر از مقدار پیش‌بینی شده می‌باشد. فرانکی و شاؤ [7] در سال 1994 با بررسی رفتار یک مکانیزم چهار میله، نشان دادند که در برخی از مقادیر اصطکاک و سرعت ورودی لنگ، رفتار سیستم آشوبناک خواهد بود. ری و آکی [8] در سال 1996 با استفاده از مدل نیروی تماس گسسته<sup>6</sup> عملکرد یک مکانیزم چهار میله را با فرض وجود لقی در اتصالات، بررسی کردند.

1- Periodic orbit  
2- Strange attractor  
3- Flexible linkage  
4- Impact-contact forces  
5- Dry contact mode  
6- Discrete contact force model

7- Unstable periodic orbit  
8- Chaotic attractor

منفی و برای سطوح محدب شعاع با علامت مثبت وارد می‌شود. همان‌طور که مشاهده شد که مدل نیروی تماس الاستیک خالص مقدار انرژی تلف شده در سیستم‌های مکانیکی را که مشخصه‌ای از پدیده برخورد می‌باشد، به حساب نمی‌آورد. این موضوع باعث شد تا بسیاری از محققان با گسترش مدل هرتز، اتلاف انرژی را در حین فرآیند برخورد به صورت اثر یک دمپر داخلی در نظر بگیرند. هانت و کراسلی [19] به این نتیجه رسیدند که ضرایب میرایی در مورد برخوردهای همراه با لرزش، می‌بایست متناسب با توان نیروی فتر باشد. بنابراین آنان نیروی تماس الاستیک خالص هرتز را با یک المان ویسکوالاستیک غیرخطی ترکیب کردند که به صورت رابطه (4) بیان می‌شود.

$$F_N = K\delta^n + \chi\delta^n \dot{\delta} \quad (4)$$

در رابطه فوق  $\dot{\delta}$  سرعت نفوذ نسبی و پارامتر  $\chi$  ضریب میرایی پسماند نامیده شده که به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود.

$$\chi = \frac{3(1-c_r) K}{2 \delta^{(-)}} \quad (5)$$

در روابط فوق، سفتی  $K$  با استفاده از معادلات (2) و (3) قابل محاسبه است،  $c_r$  ضریب استرداد و  $\delta^{(-)}$  بیان‌کننده سرعت نسبی نفوذ درست در لحظه شروع برخورد می‌باشد یا به عبارتی همان سرعت نسبی برخورد اولیه است، توان  $n$  نیز به همان صورت قبل تعریف می‌شود. در نهایت با ادغام روابط (4) و (5) مدل نیروی تماس هانت و کراسلی با رابطه (6) بیان می‌شود.

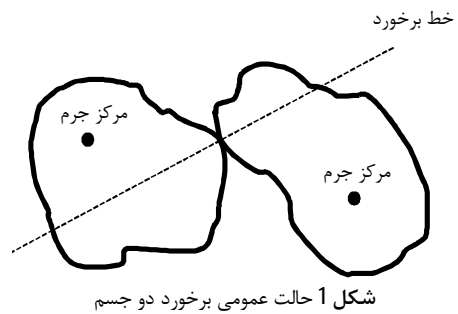
$$F_N = K\delta^n \left[ 1 + \frac{3(1-c_r)}{2} \frac{\dot{\delta}}{\delta^{(-)}} \right] \quad (6)$$

یکی از معروف‌ترین مدل‌های نیروی تماس که به صورت مکرر در سیستم‌های دینامیکی چند جسمی دارای پدیده برخورد مورد استفاده قرار می‌گیرد، مدل آقای انلنکرانینیک روش [20] می‌باشد. در این مدل آن‌ها با مساوی هم قرار دادن تغییرات انرژی جنبشی نسبی دو جسم در حال برخورد و مقدار دمپینگ داخلی سیستم در حین فرآیند برخورد، تعریف جدیدی از ضریب دمپینگ پسماند ارائه کردند. با در نظر گرفتن انرژی جنبشی نسبی دو جسم، قبل و بعد از برخورد، مقدار انرژی جنبشی از دست رفته را به صورت تابعی از ضریب بازگشت و سرعت نفوذ اولیه به دست آوردند. مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک روش به صورت رابطه (7) بیان می‌شود.

$$F_N = K\delta^n \left[ 1 + \frac{3(1-c_r^2)}{4} \frac{\dot{\delta}}{\delta^{(-)}} \right] \quad (7)$$

به‌طور کلی این مدل برای اغلب تماس‌های مکانیکی، مطلوب و رضایت بخش می‌باشد، به‌ویژه در مواردی که اتلاف انرژی در حین تماس در مقایسه با ماکسیمم انرژی الاستیک جذب شده نسبتاً کم باشد. این بدان معنا است که معادله (7) عمدتاً برای ضرایب بازگشت نزدیک به یک معتبر است. لنکرانی و نیک‌روش در ادامه تحقیقاتشان مدل نیروی تماس را برای حالت تغییر شکل پلاستیکی دائم که در سرعت‌های بالای برخورد اتفاق می‌افتد گسترش دادند. نیروی اصطکاک نیز هنگامی که مؤلفه مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد مخالف صفر است، بر سیستم اثر می‌کند. آمبریزو [21] مدل اصلاح شده‌ای از قانون اصطکاک کلمب<sup>1</sup> را به شکل رابطه (8) بیان کرد.

$$\vec{f}_t = -c_t c_d F_n \frac{\vec{V}_t}{|\vec{V}_t|} \quad (8)$$



## 2- فرآیند تماس

«تماس» واژه‌ای پیچیده است که اغلب به صورت مکرر به جای واژه برخورد مورد استفاده قرار می‌گیرد. پدیده تماس ذاتاً به فرآیند پیوسته‌ای دلالت می‌کند که در مدت‌زمان محدود رخ می‌دهد. برخورد بین دو جسم توسط نیروهای عکس‌العمل بزرگ به همراه تغییرات در بردار سرعت دو جسم در حال برخورد تعریف می‌شود. به همین دلیل اجسام در معرض تغییر شکل الاستیک و یا پلاستیک قرار می‌گیرند و به طرق مختلف مقداری از انرژی مکانیکی خود را از دست می‌دهند. حالت کلی برخورد بین دو جسم در شکل 1 نشان داده شده است.

به‌طور کلی دو رویکرد متفاوت برای تحلیل فرآیند تماس و برخورد وجود دارد. در رویکرد اول که با نام مدل نیروی تماس گسسته شناخته می‌شود فرض بر این است که کنش و واکنش بین دو جسم در حال برخورد در یک آن، اتفاق می‌افتد به گونه‌ای که در حین برخورد اجزای مختلف سیستم مکانیکی جابه‌جایی را تجربه نمی‌کنند. در رویکرد دوم که همان مدل‌سازی پیوسته نیروی تماس می‌باشد، نیروی برخورد به صورت تابعی پیوسته از نفوذ نسبی نقاط برخورد دو جسم، در نظر گرفته می‌شود که با معرفی دو المان مکانیکی فتر و دمپر در محل برخورد دو عضو معرفی می‌شود.

## 3- مدل‌های مؤلفه عمودی نیروی تماس

هرتز [18] اولین شخصی بود که تنش‌های تماسی بین دو جسم کاملاً الاستیک را بررسی کرد. در مدل هرتز سطح تماس بین دو جسم به‌طور کلی، به شکل بیضی تخمین زده شده است، همچنین این قانون منحصر به تماس میان دو کره با سطوح بدون اصطکاک است که توسط رابطه (1) بیان می‌شود.

$$F_N = K\delta^n \quad (1)$$

که در معادله فوق  $K$  سفتی معادل،  $\delta$  نفوذ نسبی و توان  $n$  تابعی از توزیع تنش‌های تماسی می‌باشد که به جنس ماده و ویژگی‌های هندسی ناحیه تماس بستگی دارد و به‌طور کلی برای مواد فلزی  $1/5$  در نظر گرفته می‌شود و برای اجسام متشکل از مواد دیگر می‌تواند کمتر یا بیشتر باشد. برای دو کره ایزوتروپیک، سفتی تماس تابعی از شعاع و خواص مکانیکی آن‌ها می‌باشد که در رابطه (2) معرفی شده است.

$$K = \frac{4}{3(\sigma_i + \sigma_j)} \sqrt{\left( \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right)} \quad (2)$$

در رابطه (2)  $\sigma_i$  و  $\sigma_j$  توابعی از خواص مکانیکی مواد می‌باشند و به شکل رابطه (3) تعریف می‌شوند.

$$k = i, j, \sigma_k = \frac{1 - \nu_k^2}{E_k} \quad (3)$$

در معادله فوق  $\nu$  نسبت پواسن و  $E$  مدول یانگ است. می‌بایست به این نکته مهم توجه داشت که در روابط فوق، برای سطوح مقعر شعاع با علامت

1- Coulomb friction law

تماس میان محور و یاتاقان زمانی برقرار خواهد بود که شرط ارایه شده در رابطه (11) صادق باشد.

$$\delta = r - (R_B - R_I) \geq 0 \quad (11)$$

در رابطه فوق  $r$  اندازه بردار موقعیت مرکز میلچور نسبت به مرکز یاتاقان را توصیف می‌کند. باتوجه به شکل 2،  $\vec{r}_{P_3}$  و  $\vec{r}_{P_4}$  به ترتیب بردارهای مکان نقاط  $P_3$  و  $P_4$  در دستگاه مختصات اینرسی می‌باشند و به صورت رابطه (12) تعریف می‌شوند.

$$\vec{r}_{P_3} = \vec{r}_{O_3} + \vec{r}_{P_3/O_3} \quad (12\text{-الف})$$

$$\vec{r}_{P_4} = \vec{r}_{O_4} + \vec{r}_{P_4/O_4} \quad (12\text{-ب})$$

با تفریق معادلات فوق و مشتق‌گیری نسبت به زمان، بردار سرعت نسبی نقاط برخورد به صورت رابطه (13) محاسبه می‌شود.

$$\vec{v}_{P_3/P_4} = -\vec{m} + (\omega_3 R_B - \omega_4 R_I - r \dot{\alpha}) \vec{t} = \vec{v}_n + \vec{v}_t \quad (13)$$

در رابطه (13)  $\vec{v}_n$  و  $\vec{v}_t$  به ترتیب بیانگر مؤلفه عمودی و مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد می‌باشند و  $\alpha$  جهت‌گیری بردار  $r$  را از امتداد مثبت محور  $x$  نشان می‌دهد. محور و یاتاقان نیز به ترتیب دارای سرعت زاویه‌ای  $\omega_3$  و  $\omega_4$  هستند.

نیروی برآیند ناشی از برخورد میان محور و یاتاقان که از طرف عضو 4 (محور) به عضو 3 (یاتاقان) اعمال می‌شود، به شکل معادله (14) قابل محاسبه خواهد بود.

$$Q_C = K \sqrt{1 + c_f^2 c_d^2} (r - (R_B - R_I))^{\frac{3}{2}} \times \left( 1 + \frac{3(1 - c_f^2)}{4} \frac{\dot{r}}{\dot{r}^{(-)}} \right) \quad (14)$$

$\psi$  جهت‌گیری نیروی  $Q_C$ ، از جهت مثبت محور  $x$  می‌باشد که از رابطه (15) به دست می‌آید.

$$\varphi = \tan^{-1} \left( -c_f c_d \frac{\omega_3 R_B - \omega_4 R_I - r \dot{\alpha}}{\omega_3 R_B - \omega_4 R_I - r \dot{\alpha}} \right) \quad \psi = \alpha + \varphi \quad (15)$$

باتوجه به شکل 3، دو پارامتر  $r$  و  $\alpha$  به صورت رابطه‌های (16) و (17) بیان می‌شوند.

$$r = \left( (\bar{x}_4 - L_2 \cos \theta_2 - L_3 \cos \theta_3)^2 + (L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{-L_2 \sin(\theta_2) - L_3 \sin(\theta_3)}{\bar{x}_4 - L_2 \cos(\theta_2) - L_3 \cos(\theta_3)} \right) \quad (17)$$

با مشتق‌گیری از معادلات (16) و (17) نسبت به زمان،  $\dot{r}$  و  $\dot{\alpha}$  نیز به ترتیب قابل محاسبه می‌باشند (پیوست الف ملاحظه شود).

به هنگام فرض تماس خشک (بدون روانکار)، نیروی  $Q_C$  محاسبه شده در فوق، تنها زمانی که محور و یاتاقان در تماس با یکدیگر می‌باشند بر آن‌ها اعمال می‌شود و در فاز غیرتماسی مقدار این نیرو برابر صفر است. بنابراین انتگرال‌گیری عددی از معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم، می‌بایست در دو فاز مختلف تماسی و غیرتماسی انجام پذیرد. از این جهت، به هنگام تحلیل رفتار دینامیکی سیستم‌های مکانیکی چندجسمی که در آن‌ها فرآیند برخورد اتفاق می‌افتد، به دلیل وجود پارامتر  $\delta^{(-)}$ ، شناسایی لحظه دقیق شروع برخورد بسیار حائز اهمیت است. بر این اساس شبیه‌سازی عددی معادلات حرکت می‌بایست با استفاده از الگوریتم گام زمانی متغیر صورت پذیرد [23].

که در رابطه فوق  $c_d$  ضریب تصحیح دینامیکی بوده و از رابطه (9) محاسبه می‌شود.

$$c_d = \begin{cases} 0, & v_t < V_0 \\ \frac{V_t - V_0}{V_1 - V_0}, & v_0 \leq v_t \leq V_1 \\ 1, & v_t > v_1 \end{cases} \quad (9)$$

در معادله فوق  $V_0$  و  $V_1$  تلورانس‌های مؤلفه مماسی سرعت نسبی می‌باشند و باتوجه به حداکثر و حداقل سرعت نسبی مماسی نقاط برخورد در حالت بدون اصطکاک در نظر گرفته می‌شوند. ضریب تصحیح دینامیکی مانع از تغییر جهت ناگهانی نیروی اصطکاک در محدوده سرعت مماسی صفر می‌شود.

#### 4- مدل دینامیکی مفصل لولای دارای لقی

##### 4-1- مدل تماس خشک

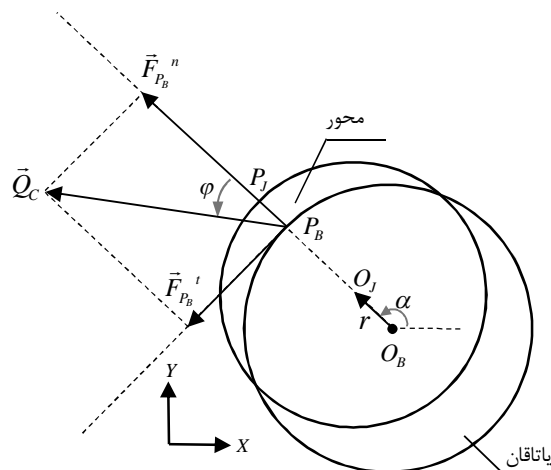
در حالت کلی حرکت محور داخل یاتاقان شامل سه فاز حرکتی می‌باشد [22,14] فاز اول، ضربه و بازگشت، که این حالت درست در لحظه شروع برخورد و بلافاصله بعد از پایان برخورد می‌باشد که در هر دو مورد سطح خارجی محور و سطح داخلی یاتاقان در نقطه برخورد، تنها بر یکدیگر مماس می‌باشند به گونه‌ای که نفوذ نسبی در این فاز برابر صفر است. فاز دوم، فازی است که در آن دیواره یاتاقان و سطح خارجی میلچور در تماس با هم هستند و در این حالت مقداری نفوذ نسبی بین محور و یاتاقان وجود دارد و فاز سوم که میلچور به صورت آزادانه و معلق در فضای لقی حرکت می‌کند، در این فاز نفوذ نسبی مقداری منفی می‌باشد. با توجه به آنچه پیش‌تر اشاره شد به هنگام استفاده از مدل‌سازی گسسته جهت محاسبه نیروهای ناشی از برخورد، فاز دوم حرکت محور نسبت به یاتاقان هرگز مشاهده نخواهد شد.

شکل 2 مفصل لولای دارای لقی را نشان می‌دهد. اختلاف شعاع محور و یاتاقان به عنوان اندازه لقی شعاعی معرفی می‌شود. هنگامی که لقی در مفصل تعریف شود، دو قید سینماتیکی از سیستم حذف و به جای آن دو درجه آزادی به سیستم اضافه می‌شود.

در نتیجه دینامیک مفصل از طریق نیروی تماسی میان محور و یاتاقان کنترل می‌شود به گونه‌ای که این نیرو در راستای عمود بر سطح تماس دو جسم می‌باشد. بنابراین لقی به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$c = R_B - R_I \quad (10)$$

در رابطه فوق  $R_B$  و  $R_I$  به ترتیب شعاع یاتاقان و محور، و  $c$  اندازه لقی می‌باشد.



شکل 2 مؤلفه‌های عمودی و مماسی نیروی تماس وارد بر یاتاقان

متناظر با سیستم محور-یاتاقان بی‌هایت بلند<sup>4</sup> می‌باشد. در بسیاری از موارد کاربرد از رویکرد سیستم محور-یاتاقان بی‌نهایت بلند استفاده می‌شود، به‌گونه‌ای که توزیع فشار سیال در راستای طولی یاتاقان یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. این حالت برای نسبت طول به قطر یاتاقان بزرگ‌تر از 2 معتبر است ( $L_B/D_B > 2$ ). بنابراین معادله رینولدز به صورت رابطه (19) می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial X} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (19)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (19)، میدان فشار به صورت رابطه (20) محاسبه می‌شود [24].

$$\rho = 6\mu \left( \frac{R_j}{c} \right)^2 \left\{ \frac{(\omega - 2\alpha)(2 + \varepsilon \cos \theta) \varepsilon \sin \theta}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} - \frac{1}{(1 + \varepsilon)^2} \right] \right\} \quad (20)$$

که در رابطه فوق  $\theta$  مختصه زاویه از شروع ناحیه فشار مثبت،  $\varepsilon$  نسبت خروج از مرکز،  $\varepsilon$  نرخ تغییرات نسبت خروج از مرکزی می‌باشد.

معادله (20) به‌منظور محاسبه توزیع فشار در یک سیستم محور و یاتاقان تحت بار هیدرودینامیکی به‌صورت تابعی از پارامترهای فیزیکی و هندسی آن مورد استفاده قرار می‌گیرد. مؤلفه‌های نیروی هیدرودینامیکی ناشی از میدان فشار برآیند در دو راستای عمودی و مماسی قابل محاسبه می‌باشند. این مؤلفه‌ها با انتگرال‌گیری از میدان فشار فوق، بر نصف محیط دورتادور میل محور ( $0 < \theta < \pi$ )، جایی که توزیع فشار مقداری مثبت می‌باشد، صورت می‌پذیرد، چراکه در ناحیه باقی‌مانده سیال دچار پدیده کاویتاسیون<sup>5</sup> گشته و ناحیه‌ای فشار منفی ایجاد می‌کند. این فرض به‌عنوان شرایط مرزی گامبل [27] شناخته می‌شود. در نهایت مؤلفه‌های نیروی هیدرودینامیکی در امتداد شعاعی و عمود بر آن به صورت روابط (21) تا (24) محاسبه می‌شود [25, 16]. برای  $\varepsilon > 0$ :

$$F_r = -\frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left( 4k\varepsilon^2 + (2 + \varepsilon^2)\pi \frac{k+3}{k+3/2} \right) \quad (21)$$

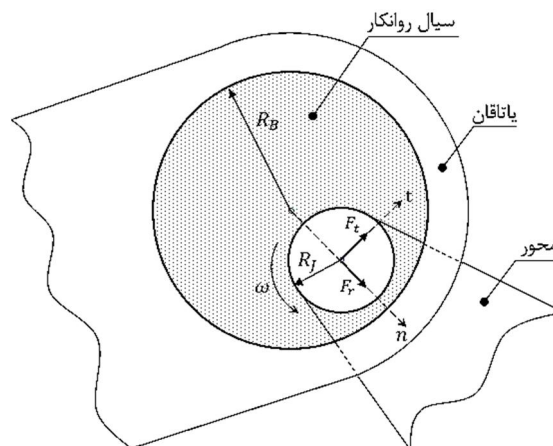
$$F_t = \frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\pi\varepsilon(\omega - 2\alpha)}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \frac{k+3}{k+3/2} \quad (22)$$

و برای  $\varepsilon < 0$ :

$$F_r = -\frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left( 4k\varepsilon^2 - (2 + \varepsilon^2)\pi \frac{k}{k+3/2} \right) \quad (23)$$

$$F_t = \frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\pi\varepsilon(\omega - 2\alpha)}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \frac{k}{k+3/2} \quad (24)$$

در معادلات فوق،  $\omega$  به‌عنوان سرعت زاویه میل محور نسبت به یاتاقان و سایر پارامترها نیز همانند قبل تعریف می‌شوند.



شکل 3 مؤلفه‌های عمودی و مماسی نیروی هیدرودینامیکی در مفصل لولای لقی دار

#### 4-2- مدل لولای روانکاری شده

مطابق شکل 3 هنگامی که فضای لقی میان محور و یاتاقان از سیال روانکار پر می‌شود، یک نیروی مقاوم هیدرودینامیکی در خلاف جهت حرکت محور، بر آن اعمال می‌شود. این نیروی هیدرودینامیکی، از دو عمل گوه‌ای شدن<sup>1</sup> و فشرده شدن<sup>2</sup> لایه‌ی نازک سیال میان محور و یاتاقان ناشی می‌شود. عمل فشرده شدن سیال به‌دلیل وجود حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان حاصل می‌شود درحالی‌که عمل گوه‌ای شدن روانکار ناشی از حرکت نسبی دورانی میل محور نسبت به یاتاقان و کشیده شدن لایه سیال صورت می‌پذیرد.

مقدار نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر محور و یاتاقان به خواص روغن، و حرکت محور نسبت به یاتاقان بستگی دارد. همان‌طور که در شکل 3 نشان داده شده است، این نیرو به دو مؤلفه عمودی (اثر فشرده شدن) و مماسی (گوه‌ای شدن) تقسیم می‌شود. به طریق مشابه، برای تحلیل دینامیکی یک سیستم مکانیکی دارای لولای روانکاری شده، می‌بایست این دو مؤلفه نیروی فوق را به معادلات حرکت حاکم بر سیستم افزود. به‌منظور محاسبه نیروی هیدرودینامیکی گسترش‌یافته توسط میدان فشار سیال موجود میان محور و یاتاقان، از معادله رینولدز استفاده می‌شود [24].

برای یک سیال تراکم ناپذیر به‌عنوان ماده روانکار در یک سیستم محور و یاتاقان، به‌گونه‌ای که هیچ‌گونه تغییر شکل الاستیک در آن‌ها رخ ندهد، معادله رینولدز به‌صورت رابطه (18) نوشته می‌شود [26, 25].

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial Z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial X} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (18)$$

که در رابطه فوق  $h$  ضخامت فیلم سیال،  $p$  میدان فشار،  $\mu$  ویسکوزیته سیال،  $U$  سرعت نسبی مماسی،  $X$  و  $Z$  به ترتیب بیان‌کننده راستای شعاعی و محوری یاتاقان می‌باشند. دو جمله سمت راست معادله (18) به ترتیب اثر گوه‌ای شدن و فشرده شدن لایه‌ی نازک سیال را نشان می‌دهند.

معادله رینولدز (18)، یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی خطی، غیرهمگن و از نوع بیضوی می‌باشد که به‌دست آوردن حل دقیق آن دشوار است، و به‌طور کلی نیازمند روش‌های حل عددی می‌باشد. اما باین‌حال حل تحلیلی معادله رینولدز با حذف هریک از جملات سمت چپ معادله امکان‌پذیر می‌باشد، به‌گونه‌ای که با مساوی صفر قرار دادن جمله اول سمت چپ معادله (18)، پاسخ به‌دست‌آمده متناظر با سیستم محور-یاتاقان بی‌نهایت کوتاه<sup>3</sup>، و با حذف جمله دوم از سمت چپ معادله (18) پاسخ حاصله

1- Wedge effect  
2- Squeeze effect  
3- Infinity short journal-bearing

4- Infinity long journal-bearing  
5- Cavitation phenomenon

ماتریس جرم  $M$ ، یک ماتریس قطری  $7 \times 7$  می باشد که درایه های آن به صورت رابطه (29) تعریف می شود.

$$\begin{aligned} M_{22} = M_{33} = m_2 ; M_{55} = M_{66} = m_3 \\ M_{11} = I_2, M_{44} = I_3, M_{77} = m_4 \end{aligned} \quad (29)$$

بردار نیروهای خارجی  $F$  نیز برای دو حالت تماس خشک و مفصل لولای روانکاری شده قابل محاسبه می باشد (پیوست ب ملاحظه شود). خواص هندسی و مقادیر مربوط به جرم و ممان اینرسی اعضای مختلف این مکانیزم در جدول 1 آورده شده است.

طول یاتاقان برابر 45 mm و ویسکوزیته سیال 4 cP می باشد. سایر پارامترهای مورد نیاز برای شبیه سازی دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده در جدول 2 نوشته شده است.

### 6- شبیه سازی عددی

شرایط اولیه برای آغاز تحلیل دینامیکی مکانیزم مفروض به شکلی است که در لحظه شروع، لنگ و عضو شماره 3 (شاتون) در امتداد یکدیگر و در جهت مثبت محور  $X$  قرار گرفته اند به گونه ای که مرکز میل محور و مرکز یاتاقان برهم منطبق می باشند. لنگ با سرعت زاویه ای ثابت 5000 rpm دوران می کند و اندازه لقی شعاعی برابر 0/2 mm در نظر گرفته شده است.

رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده با رسم منحنی های شتاب لغزنده، فضای فاز و همچنین گشتاور ورودی وارد بر لنگ نشان داده شده است. به علاوه مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان و نداشت پونکاره<sup>2</sup> متناظر با فضای فاز سیستم رسم شده است. نتایج حاصله متناظر با شتاب لغزنده و گشتاور ورودی، به ازای دو دوران کامل لنگ و پس از رسیدن سیستم به حالت ماندگار خود می باشد.

شبیه سازی عددی شامل دو حالت مختلف است. اول، مفصل لولای دارای لقی به صورت تماس خشک (بخش 1-4) و با در نظر گرفتن اثر اصطکاک مطابق با معادلات (8) و (9)، مدل سازی شده است و دوم، اینکه لولای لقی دار به صورت مفصل روانکاری شده، با فرض وجود سیال روانکار SAE 40 در فضای لقی میان میل محور و یاتاقان، مدل شده است و در این حالت نیروی هیدرودینامیکی با استفاده از معادلات (21) تا (24) محاسبه می شوند. در هر یک از حالات فوق، پاسخ سیستم نسبت به حالت لولای ایده آل مقایسه گشته و در یک نمودار رسم شده است.

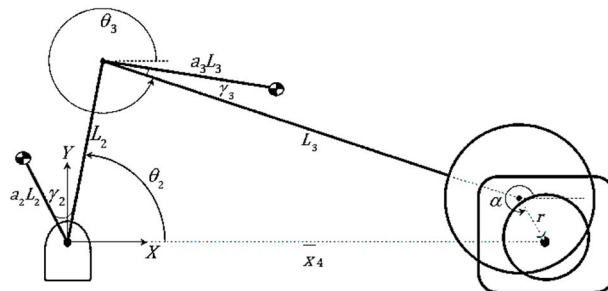
شکل 5، یک فضای فاز از رفتار دینامیکی سیستم لنگ - لغزنده را گزارش می کند. در حالت تماس خشک، مدار تناوبی سیستم ناپایدار می باشد به گونه ای که در هر دوران کامل لنگ، پاسخ سیستم مسیر جدید را طی می کند و رفتار سیستم هیچ دوره تناوب مشخصی ندارد.

جدول 1 خواص هندسی و مقادیر مربوط به جرم و ممان اینرسی اجزاء مختلف مکانیزم لنگ - لغزنده

شماره عضو	$m$ (kg)	$I$ ( $kg.m^2$ )	$a$ (m)	$L$ (m)	$\gamma$
0	0/0001/23		0/05/05		0
0	0/000025/321		0/05/12		0
0/414					

جدول 2 پارامترهای مورد نیاز جهت شبیه سازی دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده

$R_g$ (mm)	$E$ (GPa)	$\mu$ (cP)	$\nu$	$c_f$	$c_v$
10	207	0400/3		0/001/9	



شکل 4 دیاگرام سینماتیکی مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لقی در اتصال بین لغزنده و میله رابط پارامترهای  $\omega, \varepsilon, \varepsilon, \alpha$  را می توان در هر لحظه از زمان، از تحلیل دینامیکی سیستم مکانیکی به دست آورد. سپس با استفاده از معادلات (21) و (22) مؤلفه های نیروی هیدرودینامیکی محاسبه گشته و به عنوان نیروهای خارجی تعمیم یافته به معادلات حرکت مکانیزم افزوده می شوند.

### 5- معادلات حرکت مکانیزم لنگ - لغزنده با مفصل لولای لقی دار

در این قسمت با فرض وجود لقی در مفصل اتصال عضو لغزنده و میله رابط، معادلات حرکت مکانیزم لنگ - لغزنده در قالب یک سیستم مقید سه درجه آزادی به دست خواهد آمد. برای یک سیستم چند جسمی مقید، معادلات قیدی توسط مجموعه ای از معادلات جبری هولونومیک<sup>1</sup> به صورت رابطه (25) بیان می شود.

$$\{\varphi(q, t)\}_{R \times 1} = 0 \quad (25)$$

در رابطه فوق  $q = [\theta_2; \bar{x}_2; \bar{y}_2; \theta_3; \bar{x}_3; \bar{y}_3; \bar{x}_4]$  بردار مختصات تعمیم یافته و  $t$  متغیر مستقل زمان است. معادلات حرکت یک سیستم مقید را در حالت کلی می توان به شکل رابطه (26) نوشت.

$$\begin{pmatrix} M & \varphi_q^T \\ \varphi_q & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \lambda_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ Q_d - 2\alpha_b \dot{\varphi} - \beta^2 \varphi \end{pmatrix}; \quad (26)$$

$$Q_d = \varphi_{qq} \dot{q}^2 - 2\varphi_{qt} \dot{q} - \varphi_{tt}$$

در معادله فوق،  $M$  ماتریس جرم،  $\ddot{q}$  بردار شتاب سیستم و  $F$  بردار نیروهای خارجی سیستم می باشند که با نوشتن معادلات لاگرانژ به دست می آیند. همچنین  $\lambda_L$  بردار متشکل از  $R$  ضریب نامعین لاگرانژ، مرتبط با معادله محدودیت مستقل است.  $\alpha_b$  و  $\beta$  به عنوان ضرایب تصحیح بومگارت [28] و مقادیری ثابت می باشند.  $\varphi_q$  نیز به عنوان ماتریس ژاکوبین معادلات قید تعریف می شود و از مرتبه  $R \times 1$  است.

در شکل 4 دیاگرام سینماتیکی مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لقی در اتصال بین لغزنده و میله رابط نشان داده شده است. که در آن،  $\gamma_1$  و  $a_1$  نشان دهنده مکان مرکز جرم عضو  $i$  در مختصات محلی متصل به جسم می باشد. معادلات قید حاکم بر سیستم به شکل رابطه (27) به دست می آیند.

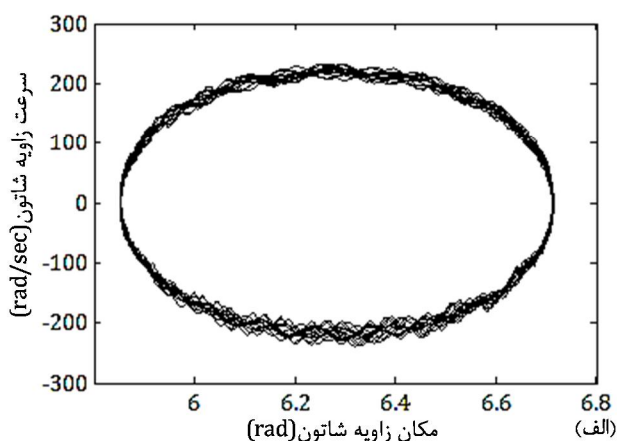
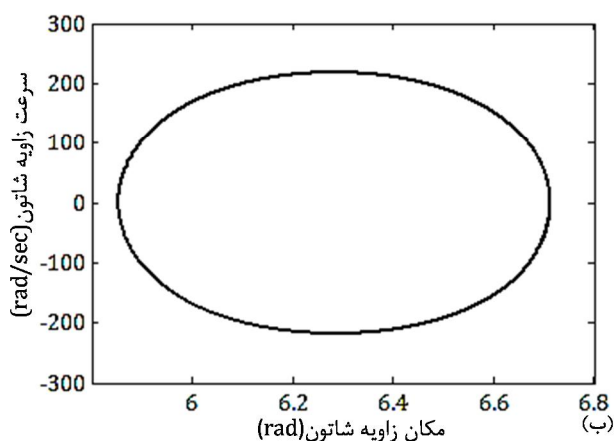
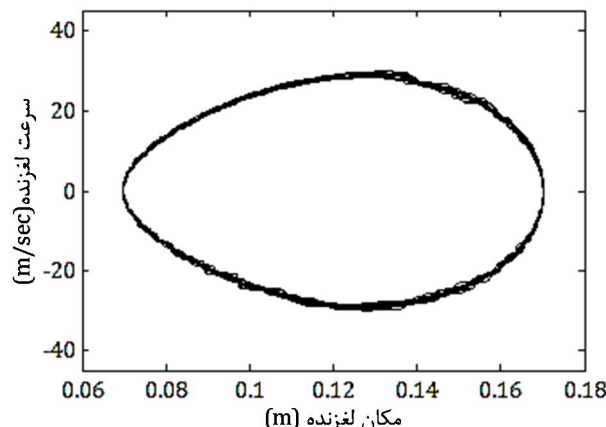
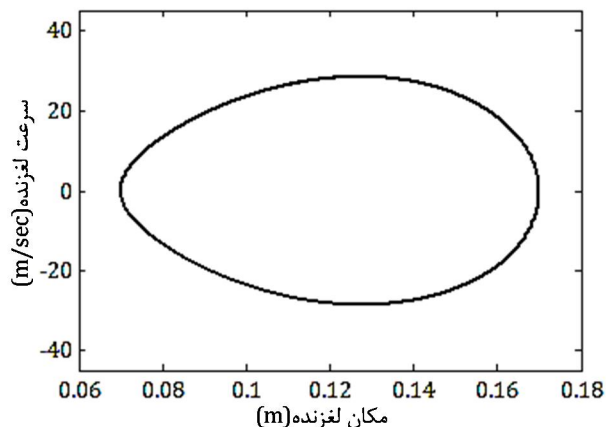
$$\varphi(q, t) = \begin{cases} \bar{x}_2 - a_2 L_2 \cos(\theta_2 + \gamma_2) \\ \bar{y}_2 - a_2 L_2 \sin(\theta_2 + \gamma_2) \\ \bar{x}_3 - L_2 \cos(\theta_2) - a_3 L_3 \cos(\theta_3 + \gamma_3) \\ \bar{y}_3 - L_2 \sin(\theta_2) - a_3 L_3 \sin(\theta_3 + \gamma_3) \end{cases} \quad (27)$$

$\bar{x}_i$  و  $\bar{y}_i$  مکان مرکز جرم عضو  $i$  در دستگاه مختصات اینرسی  $XY$  می باشد. همچنین ماتریس ژاکوبین معادلات قید، رابطه (28)، برابر است با:

$$\varphi_q = \begin{bmatrix} a_2 L_2 \sin(\theta_2 + \gamma_2) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 L_2 \cos(\theta_2 + \gamma_2) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2 \sin(\theta_2) & 0 & 0 & a_3 L_3 \cos(\theta_3 + \gamma_3) & 0 & 0 & 0 \\ -L_2 \cos(\theta_2) & 0 & 0 & -a_3 L_3 \sin(\theta_3 + \gamma_3) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

2- Poincare section

1- Holonomic algebraic equations



شکل 5 منحنی فضای فاز مکانیزم لنگ - لغزنده، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

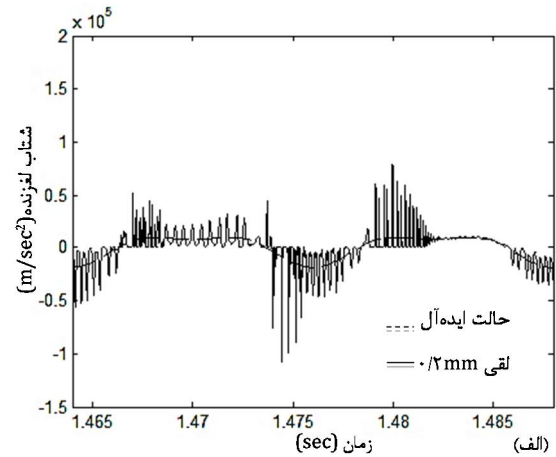
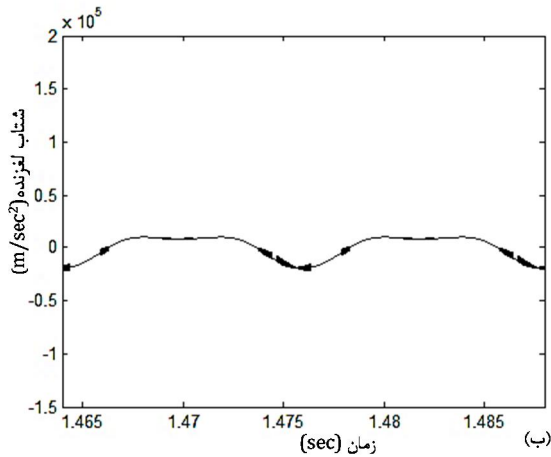
تشکیل دهنده مکانیزم صلب فرض شده است، نیروهای عکس العمل گسترش یافته میان محور و یاتاقان عیناً به میل لنگ منتقل می شود. نواحی نوک تیز در نمودار گشتاور ورودی لنگ متناظر با نقاط پیک شتاب لغزنده در حالت تماس خشک می باشد. همان طور که در شکل 7 مشاهده می شود، در حالت روانکاری شده، سیال به عنوان یک جاذب انرژی عمل کرده و در نتیجه آن بخشی از انرژی لغزنده در حین شتاب گیری، به لنگ منتقل نمی شود. دو موقعیت کاملاً متفاوت در مورد مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان قابل ملاحظه می باشد. در حالت تماس خشک همراه با اصطکاک، سطح خارجی محور به صورت مکرر با دیواره داخلی یاتاقان برخورد کرده و هر بار به اندازه های محدود در آن نفوذ می کند. شکل 8 مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده را نشان می دهد.

شکل (8-الف)، گواهی دیگر بر آشوبناک بودن رفتار سیستم در حضور لقی (بدون روانکار) می باشد. در شکل (9-الف)، نگاشت پونکاره سیستم دینامیکی در غیاب سیال روانکار به ازای 35000 نقطه گزارش شده است. مشاهده می شود که در این حالت توده ای از نقاط، حاصل می شود به گونه ای که هیچ نقطه ثابت<sup>1</sup> پایداری در این مقطع وجود ندارد و این موضوع بیان کننده رفتار آشوبناک مکانیزم می باشد. اما در شکل (9-ب)، تمامی نقاط بر یکدیگر منطبق می باشند و متغیرهای وضعیت سیستم جذب مدار تناوبی پایدار می شوند و سیستم با دوره تناوبی برابر  $\tau = 2\pi / \omega_{crank}$  به حرکت خود ادامه می دهد.

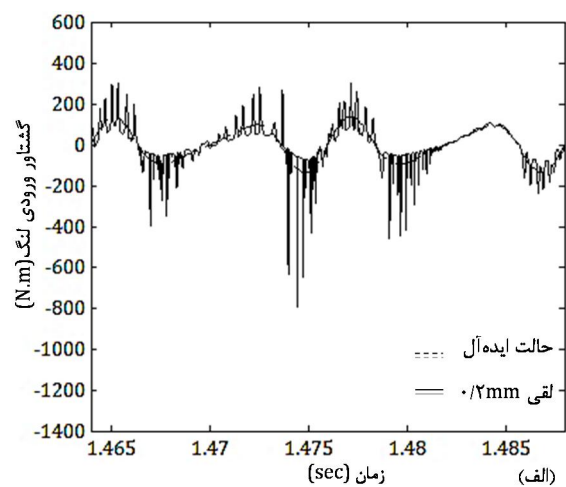
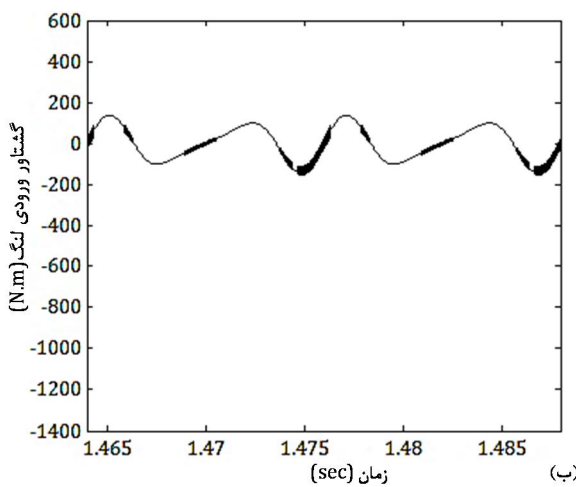
در حالی که در مورد لولای روانکاری شده، پاسخ سیستم پس از رسیدن به حالت ماندگار جذب مدار تناوبی پایدار شده و رفتار آن متناوب می شود. شایان ذکر است که در به هنگام استفاده از سیال روانکار، فضای فاز سیستم تا حد زیادی مشابه حالت مفصل ایده آل می شود. بدین ترتیب می توان آثار نامطلوب لقی را، که ممکن است به دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات و یا ملاحظات طراحی، در مفاصل تشکیل دهنده یک سیستم مکانیکی ایجاد شود، با استفاده از عمل روانکاری به حداقل رسانید.

شکل 6، شتاب لغزنده را در دو حالت مختلف نشان می دهد. نیروی عکس العمل در مفصل دارای لقی با استفاده از رویکرد نیروی تماس خشک مدل می شود، نقاط پیک منحنی نسبت به حالت ایده آل مقادیر بسیار بزرگتری را اختیار می کند. این نقاط تیز در منحنی شتاب لغزنده در اثر برخوردهای مکرر میان محور و یاتاقان و همچنین اعمال نیروی ضربه - تماسی گسترش یافته میان آن ها ایجاد گشته است. ناهمواری های شدید ایجاد شده در منحنی شتاب لغزنده، گواهی بر غیرمتناوب و آشوبناک بودن رفتار دینامیکی سیستم می باشد. هنگامی که مفصل به صورت روانکاری شده در نظر گرفته می شود، منحنی شتاب لغزنده هموار گشته و سیستم رفتاری متناوب و بسیار نزدیک به حالت ایده آل از خود نشان می دهد. این بدان معنا است که سیال موجود میان میل محور و یاتاقان همانند یک المان فنر - دمپر خطی عمل کرده به گونه ای که مانع از وقوع تماس فلز با فلز می شود. همچنین به منظور ثابت نگاه داشتن سرعت زاویه لنگ، گشتاوری از طرف موتور الکتریکی بر آن وارد می شود، و شکل 7 نیز تأثیر وجود لولای لقی دار را بر این گشتاور ورودی لنگ نشان می دهد. از آنجایی که در این تحقیق تمام عضوهای

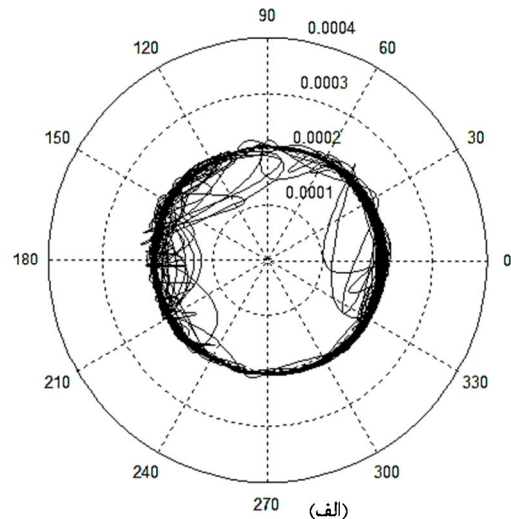
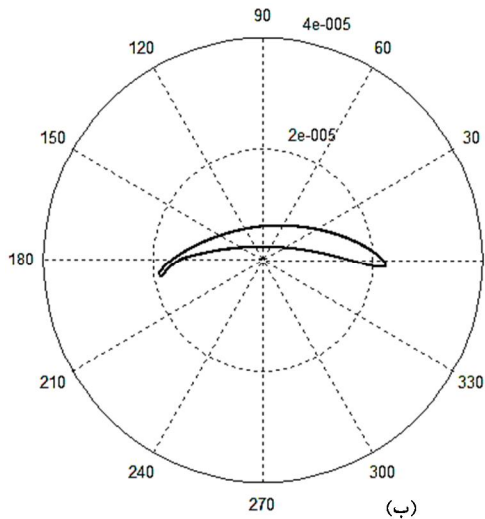
1- Fixed point



شکل 6 شتاب لغزنده به ازای دو دوران کامل لنگ، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده



شکل 7 منحنی گشتاور ورودی به ازای دو دوران کامل لنگ، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده



شکل 8 مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

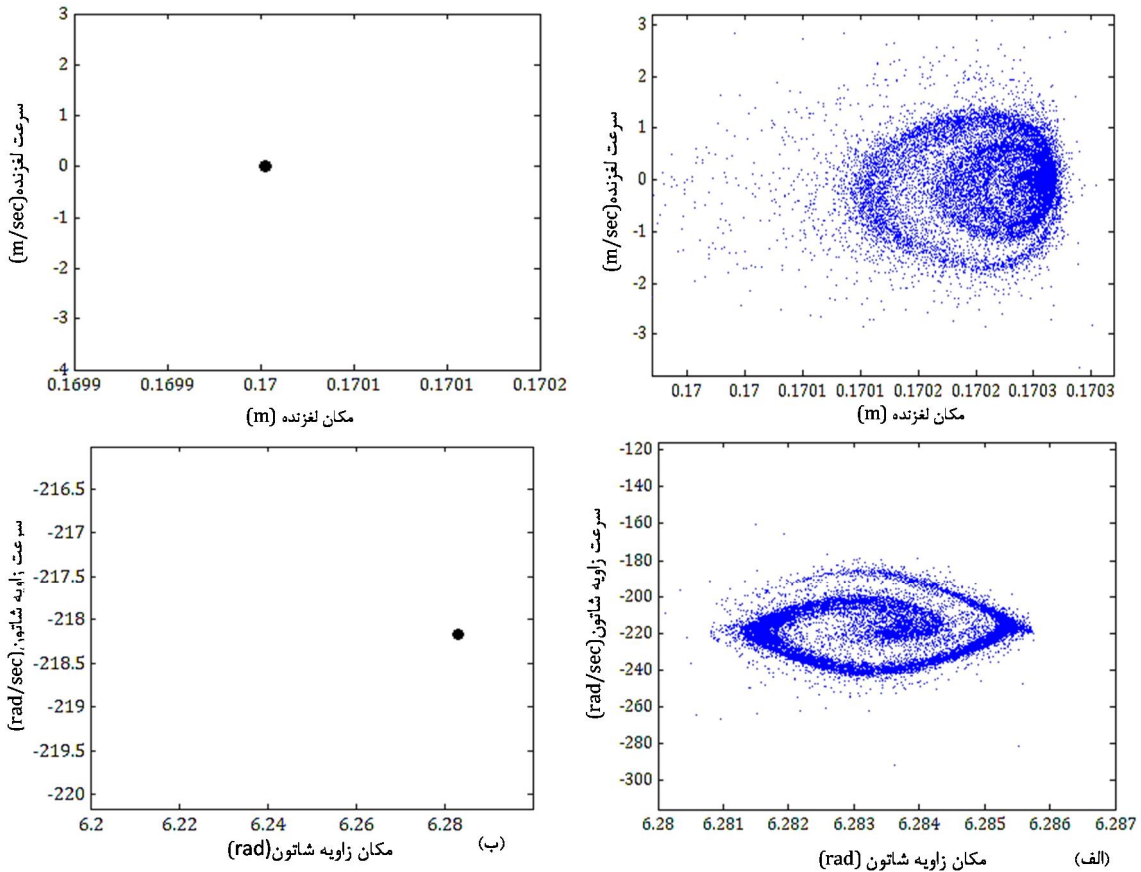
روانکاری شده، مورد تحلیل قرار گرفت.

نتایج عددی حاصله نشان می‌دهند که حضور لقی در مفصل بدون سیال روانکار، موجب می‌شود تا نقاط پیک منحنی‌های شتاب لغزنده و گشتاور ورودی لنگ تا مقدار زیادی افزایش یابند که این موضوع باعث ایجاد ارتعاشات نامطلوب، پدیده سایس در مفصل و کاهش طول عمر اجزاء تشکیل دهنده مکانیزم می‌شود.

### 7- نتیجه گیری

در این پژوهش تأثیر لولای لقی دار بر پاسخ دینامیکی یک مکانیزم لنگ - لغزنده با لولای لقی دار مورد بررسی قرار گرفت. مدل ریاضی از لولای اتصال عضو لغزنده و میله رابط با در نظر گرفتن مشخصه‌های واقعی آن از جمله، لقی، اصطکاک و روانکاری ارائه شد. دو حالت مختلف از مفصل لولای لقی دار به صورت تماس خشک و مدل





شکل 9 نگاشت پونکاره متناظر با فضای فاز سیستم، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

$r$  فاصله مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان (m)  
 $\bar{V}_1$  مؤلفه مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد،  $\delta$  ( $ms^{-1}$ )

**علائم یونانی**

$\alpha$  جهت گیری مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان از جهت مثبت محور  $x(rad)$   
 $\delta$  عمق نفوذ نسبی (m)  
 $\delta^{(-)}$  سرعت اولیه برخورد ( $ms^{-1}$ )  
 $\mu$  ویسکوزیته سیال روانکار (cP)  
 $\nu$  نسبت پواسن  
 $\sigma$  خاصیت مکانیکی مواد تشکیل دهنده محور و یاتاقان ( $m^2N^{-1}$ )  
 $\varphi$  زاویه بین بردار نیروی تماسی برآیند وارد بر یاتاقان و مؤلفه عمودی نیروی تماس، در تماس خشک (rad)  
 $\chi$  ضریب میرایی پسماند ( $N.s.m^{-25}$ )

**9- پیوست**

1-9- پیوست الف: محاسبه دو پارامتر  $\alpha$  و  $r$

با انجام عمل مشتق گیری از دو معادله (16) و (17)، می توان فرم ماتریسی طبق رابطه (الف-1) را برای دو پارامتر  $r$  و  $\alpha$  نوشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -r \sin \alpha \\ \sin \alpha & r \cos \alpha \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_4 + L_2 \omega_2 \sin(\theta_2) + L_3 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_3) \\ -L_2 \omega_2 \cos(\theta_2) - L_3 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3) \end{bmatrix} \quad (الف-1)$$

همچنین در حالت تماس خشک، سطح خارجی محور به صورت مکرر با دیواره داخلی یاتاقان برخورد کرده و هر بار به اندازه ای محدود در آن نفوذ می کند و این امر باعث آشوبناک شدن رفتار سیستم می شود. در طرف مقابل، سیال روانکار به صورت یک المان فنر - دمپر خطی عمل کرده که از ایجاد تماس فلز با فلز و در نتیجه آن، از رخ داد پدیده ساییش در سطوح محور و یاتاقان جلوگیری می کند. در واقع عمل روانکاری موجب می شود تا پاسخ سیستم تا حد قابل ملاحظه ای هموار، و مدار تناوبی آن پایدار شود.

**8- فهرست علائم**

$C$	اندازه لقی شعاعی (m)
$C_d$	ضریب تصحیح دینامیکی
$C_f$	ضریب اصطکاک
$C_r$	ضریب استرداد
$E$	مدول الاستیسیته ( $N.m^{-2}$ )
$F_N$	مؤلفه عمودی نیروی تماس (N)
$F_r$	مؤلفه شعاعی نیروی هیدرودینامیکی (N)
$F_t$	مؤلفه مماسی نیروی هیدرودینامیکی (N)
$\bar{F}_t$	نیروی اصطکاک (N)
$K$	ضریب سختی تماس ( $N.m^{-1.5}$ )
$L_B$	طول یاتاقان (mm)
$\bar{Q}_c$	نیروی تماسی برآیند وارد بر یاتاقان (N)
$R_B$	شعاع یاتاقان (m)
$R_f$	شعاع محور (m)

$$\vec{M}_4^* = \vec{r}_{P_1/CG_4} \times \vec{F}_4^* = 0 \quad (14-ب)$$

$$Q_{x_4} = -Q_C \cos \psi \quad (15-ب)$$

در نهایت بردار نیروهای خارجی  $F$ ، متناظر با حالت تماس خشک مطابق رابطه (ب-16) برابر است با:

$$F = [T_2; 0; -m_2 g; Q_{\theta_2}; Q_C \cos \psi; Q_C \sin \psi; -m_3 g; -Q_C \cos \psi] \quad (16-ب)$$

به هنگام استفاده از سیال روانکار، نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر مرکز محور و یاتاقان به عنوان نیروهای خارجی وارد بر سیستم عمل می کنند. برای عضو شماره 2، معادلات (ب-5) و (ب-6) همچنان معتبرند.

برای عضو 3 مطابق رابطه (ب-17) تا (ب-21):

$$\vec{F}_3^* = -(F_x \vec{i} + F_y \vec{j}); \vec{M}_3^* = \vec{r}_{O_B/CG_3} \times \vec{F}_3^* \quad (17-ب)$$

$$\vec{r}_{O_B/CG_3} = (L_3 \cos \theta_3 + L_2 \cos \theta_2 - x_3) \vec{i} + (L_3 \sin \theta_3 + L_2 \sin \theta_2 - y_3) \vec{j} \quad (18-ب)$$

$$Q_{x_3} = -F_x \quad (19-ب)$$

$$Q_{y_3} = -F_y - m_3 g \quad (20-ب)$$

$$Q_{\theta_3} = F_x (L_3 \sin \theta_3 + L_2 \sin \theta_2 - y_3) - F_y (L_3 \cos \theta_3 + L_2 \cos \theta_2 - x_3) \quad (21-ب)$$

و در نهایت نیروی خارجی عمومی وارد بر عضو 4 طبق رابطه (ب-22) برابر است با:

$$Q_{x_4} = F_x \quad (22-ب)$$

در روابط فوق  $F_x$  و  $F_y$  نیز به صورت روابط (ب-23) و (ب-24) تعریف می شوند.

$$F_x = F_r \cos \alpha - F_t \sin \alpha \quad (23-ب)$$

$$F_y = F_r \sin \alpha + F_t \cos \alpha \quad (24-ب)$$

## 10- مراجع

- [1] S. Dubowsky, F. Freudenstein, Dynamic Analysis of Mechanical Systems With Clearances—Part 1: Formation of Dynamic Model, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 93, pp. 305-309, 1971.
- [2] W. S. W. E. Earles, C. L. S. Motion analysis of a rigid link mechanism with clearance at a bearing using Lagrangian mechanics and digital computation, *Mechanisms (Proceedings, Institution of Mechanical Engineers)*, pp. 83-89, 1973.
- [3] R. Wilson and J. Fawcett, Dynamics of the slider-crank mechanism with clearance in the sliding bearing, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 9, pp. 61-80, 1974.
- [4] G. C. A. R. J. Roger, Dynamics simulation of planar mechanical system with lubricated bearing clearances using vector-network methods, *Journal of engineering industry*, vol. 99, pp. 131-137, 1977.
- [5] S. Dubowsky, M. F. Moening, An experimental and analytical study of impact forces in elastic mechanical systems with clearances, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 13, pp. 451-465, 1978.
- [6] R. Haines, A theory of contact loss at resolute joints with clearance, *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 22, pp. 129-136, 1980.
- [7] F. Farahanchi, S. Shaw, Chaotic and periodic dynamics of a slider-crank mechanism with slider clearance, *Journal of sound and vibration*, vol. 177, pp. 307-324, 1994.
- [8] J. Rhee, A. Akay, Dynamic response of a revolute joint with clearance, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 31, pp. 121-134, 1996.
- [9] B. Alshaer, H. Nagarajan, H. Beheshti, H. Lankarani, and S. Shivaswamy, Dynamics of a multibody mechanical system with lubricated long journal bearings, *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, pp. 493-498, 2005.
- [10] S. Erkaya, I. Uzmay, Investigation on effect of joint clearance on dynamics of four-bar mechanism, *Nonlinear Dynamics*, vol. 58, pp. 179-198, 2009.

در رابطه فوق  $\omega_2$  سرعت زاویه ای ورودی لنگ و برابر 5000 rpm می باشد.

## 2-9- پیوست ب: محاسبه بردار نیروهای تعمیم یافته $F$ در سیستم معادلات حرکت (19)

بردار نیروی خارجی  $F$  شامل جملات پایستار و غیر پایستار است. به طوری که بخش غیر پایستار ناشی از وجود نیروی های تماسی و هیدرودینامیکی می باشد. با استفاده از رویکرد لاگرانژی معادلات حرکت سیستم، به صورت روابط (ب-1) تا (ب-24) استخراج می شود. انرژی جنبشی مکانیزم از رابطه (ب-1) محاسبه می شود:

$$T = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2 + \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3 + \dot{y}_3)^2 + \frac{1}{2} I_3 \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} m_4 \dot{x}_4^2 \quad (1-ب)$$

انرژی پتانسیل سیستم در اثر اعمال نیروی گرانش، (ب-2)، عبارت است از:

$$U = m_2 g y_2 + m_3 g y_3 \quad (2-ب)$$

معادله لاگرانژ برای سیستم های مکانیکی مقید به شکل رابطه (ب-3) بیان می شود.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_{nc,i} + \sum_{j=1}^R a_{ij} \lambda_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3-ب)$$

به طور کلی نیروی خارجی تعمیم یافته متناظر با مختصه مکانی  $q_k$  از رابطه (ب-4) به دست می آید.

$$Q_k = \sum_{i=1}^N \left[ F_i^* \cdot \frac{\partial V_{c,i}}{\partial q_k} + \vec{M}_i^* \cdot \frac{\partial \vec{\omega}_i}{\partial q_k} \right] \quad (4-ب)$$

در معادله (ب-4):

$F_i^*$  نیروی برآیند خارجی وارد بر مرکز جرم جسم  $i$  ام

$\vec{M}_i^*$  گشتاور برآیند خارجی وارد بر عضو  $i$  ام

$V_{c,i}$  سرعت خطی عضو شماره  $i$

$\vec{\omega}_i$  سرعت زاویه عضو  $i$  می باشد.

برای عضو 2، مطابق رابطه (ب-5) و (ب-6):

$$\vec{F}_2^* = 0, \quad \vec{M}_2^* = T_2 \vec{k} \quad (5-ب)$$

$$Q_{x_2} = 0; \quad Q_{y_2} = -m_2 g; \quad Q_{\theta_2} = T_2 \quad (6-ب)$$

$T_2$  همان گشتاور ورودی موتور الکتریکی می باشد.

برای عضو 3 مطابق رابطه (ب-7) تا (ب-12):

$$\vec{F}_3^* = (Q_C \cos \psi) \vec{i} + (Q_C \sin \psi) \vec{j} \quad (7-ب)$$

$$\vec{M}_3^* = \vec{r}_{P_B/CG_3} \times \vec{F}_3^* \quad (8-ب)$$

$$\vec{r}_{P_B/CG_3} = (L_3 \cos \theta_3 + L_2 \cos \theta_2 - x_3) \vec{i} + (L_3 \sin \theta_3 + L_2 \sin \theta_2 - y_3) \vec{j} + R_B \cos \alpha \vec{i} + R_B \sin \alpha \vec{j} \quad (9-ب)$$

$$Q_{x_3} = Q_C \cos \psi \quad (10-ب)$$

$$Q_{y_3} = Q_C \sin \psi - m_3 g \quad (11-ب)$$

$$Q_{\theta_3} = Q_C L_3 \sin(\psi - \theta_3) + Q_C L_2 \sin(\psi - \theta_2) + R_B Q_C \sin(\psi - \alpha) + Q_C (y_3 \cos \psi - x_3 \sin \psi) \quad (12-ب)$$

برای عضو 4 مطابق رابطه (ب-13) تا (ب-15):

$$\vec{F}_4^* = -(Q_C \cos \psi) \vec{i} - (Q_C \sin \psi) \vec{j} \quad (13-ب)$$

- [20] H. Lankarani, P. Nikravesh, A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems, *Journal of Mechanical Design*, vol. 112, pp. 369-376, 1990.
- [21] A. J. Rigid, flexible multibody dynamics tools for the simulation of systems subjected to contact and impact conditions, *European Journal of Solids A/Solids*, vol. 19, pp. S23-S44, 2002.
- [22] A. Azimi Olyaei, M. R. Ghazavi, Stabilizing slider-crank mechanism with clearance joints, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 53, pp. 17-29, 2012.
- [23] P. Flores, J. Ambrósio, On the contact detection for contact-impact analysis in multibody systems, *Multibody System Dynamics*, vol. 24, pp. 103-122, 2010.
- [24] P. Flores, J. Ambrósio, J. C. P. Claro, H. Lankarani, C. Koshy, A study on dynamics of mechanical systems including joints with clearance and lubrication, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, pp. 247-261, 2006.
- [25] P. Flores, J. Ambrósio, J. P. Claro, Dynamic analysis for planar multibody mechanical systems with lubricated joints, *Multibody System Dynamics*, vol. 12, pp. 47-74, 2004.
- [26] T. Suhara, S. Ato, M. Takiguchi, S. Furuhashi, Friction and lubrication characteristics of piston pin boss bearings of an automotive engine, *SAE Technical Paper* 1997.
- [27] P. Flores, Dynamic analysis of mechanical systems with imperfect kinematic joints, <http://hdl.handle.net/1822/19472>, 2004.
- [28] J. Baumgarte, Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol 1, pp. 1-16, 1972.
- [11] Z. F. Bai, Y. Zhao, J. Chen, Dynamics analysis of planar mechanical system considering revolute clearance joint wear, *Tribology International*, vol. 64, pp. 85-95, 2013.
- [12] G. B. Daniel, K. L. Cavalca, Analysis of the dynamics of a slider-crank mechanism with hydrodynamic lubrication in the connecting rod-slider joint clearance, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, pp. 1434-1452, 2011.
- [13] Q. Tian, Y. Zhang, L. Chen, J. J. Yang, Simulation of planar flexible multibody systems with clearance and lubricated revolute joints, *Nonlinear Dynamics*, vol. 60, pp. 489-511, 2010.
- [14] C. S. Koshy, P. Flores, H. M. Lankarani, Study of the effect of contact force model on the dynamic response of mechanical systems with dry clearance joints: computational and experimental approaches, *Nonlinear Dynamics*, vol. 73, pp. 325-338, 2013.
- [15] V. L. Reis, G. B. Daniel, K. L. Cavalca, Dynamic analysis of a lubricated planar slider-crank mechanism considering friction and Hertz contact effects, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 74, pp. 257-273, 2014.
- [16] L.-x. Xu, A general method for impact dynamic analysis of a planar multibody system with a rolling ball bearing joint, *Nonlinear Dynamics*, pp. 1-23, 2014.
- [17] O. Muvengei, J. Kihiu, and B. Ikuu, Dynamic analysis of planar rigid-body mechanical systems with two-clearance revolute joints, *Nonlinear Dynamics*, vol. 73, pp. 259-273, 2013.
- [18] K. Johnson, One hundred years of Hertz contact, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 196, pp. 363-378, 1982.
- [19] K. Hunt and F. Crossley, Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact, *Journal of applied mechanics*, vol. 42, pp. 440-445, 1975.