



تأثیر اصلاح تنش سطحی قطره بر جوانه‌زایی جریان چگالشی بخار آب

جواد رضازاده¹، اسماعیل لکزیان^{2*}، محمدرضا مه‌پیکر³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، تبدیل انرژی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار
 3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
 * سبزوار، صندوق پستی 9617976487، e.lakzian@hsu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 18 آذر 1394
 پذیرش: 22 دی 1394
 ارائه در سایت: 26 بهمن 1394
 کلید واژگان:

چکیده

تاکنون تحقیقات زیادی بر روی پدیده چگالش بخار آب در نازل‌ها و پره‌های ثابت توربین بخار انجام شده است. در اکثر این مدل‌سازی‌ها از تنش سطحی سطح صاف بجای تنش سطحی قطره که علاوه بر دما وابسته به شعاع آن نیز می‌باشد، استفاده شده است که یکی از دلایل مهم آن عدم دقت لازم در روابط پیشنهادی محاسبه تنش سطحی سطح کروی قطره می‌باشد. اخیراً کالوا با برازش نتایج برگرفته از حل دقیق معادله گیبس-تولمن-کنیگ-باف رابطه‌ای را برای محاسبه تنش سطحی قطره که قاعدتاً کمتر از تنش سطحی سطح صاف می‌باشد، پیشنهاد داده است. در این پژوهش برای اولین بار تأثیر این رابطه بر معادله جوانه‌زایی کلاسیک اصلاح شده برای جریان چگالشی بخار آب در یک کانال همگرا-واگرا ما فوق صوت تحقیق شده است. از آنجا که ضریب تولمن (δ) در معادله تنش سطحی کالوا یک پارامتر مهم محسوب می‌شود، در این تحقیق برای اولین بار با برازش داده‌های برگرفته از زنجیره معادلات تولمن یک معادله برای تغییرات ضریب تولمن با دمای قطره نیز پیشنهاد شده است. تنش سطحی وابسته به شعاع و دمای کالوا علاوه بر تأثیر مستقیم در شعاع بحرانی قطرات، در بدست آوردن انرژی آزاد بحرانی قطره نیز تأثیرگذار می‌باشد که تأثیر هردو آنها برای اولین بار در معادله جوانه‌زایی کلاسیک اصلاح شده بررسی شده است. اعمال اصلاح تنش سطحی قطره پیشنهادی کالوا و همچنین استفاده از معادله پیشنهادی تغییرات دمای ضریب تولمن در مدل‌سازی تحلیلی یک‌بعدی جریان آدیاباتیک مافوق صوت، باعث بهبود نتایج به میزان 12 درصد در شعاع نهایی قطرات و 5 درصد در توزیع فشار در منطقه شوک میعان شده است.

جریان چگالشی بخار
 تنش سطحی
 اصلاح کالوا
 جوانه‌زایی
 ضریب تولمن

Effect of the droplet surface tension correction on nucleation condensing water vapor flow

Javad Rezazadeh¹, Esmail Lakzian^{2*}, Mohammad Reza Mahpeykar³

1, 3- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
 2- Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran
 * P.O.B. 9617976487, Sabzevar, Iran, e.lakzian@hsu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 09 December 2015
 Accepted 12 January 2016
 Available Online 15 February 2016

Keywords:

Condensing steam flow
 Surface tension
 Kalova correction
 Nucleation
 Tolman Coefficient

ABSTRACT

Condensing flow in nozzle and stationary blades of steam turbine has been the subject of many studies. Due to the lack of precise relationship between surface tension and small droplet radius, the radial dependence of surface tension has been ignored in calculations and instead of droplet surface tension, surface tension of flat surface is used. Gibbs-Tolman-Koenig-Buff equation express the radial dependence of surface tension that Kalova provides as a relationship of changes in surface tension versus radius of the surface by fitting response from the exact solution of GTKB equation. The aforementioned relationship is known as Kalova surface tension equation. The present study considers the effect of the Kalova surface tension correction on nucleation and droplet growth in condensing flows in an ultrasonic Laval nozzle. Since Tolman coefficient (δ) is an important parameter in Kalova surface tension equation, by fitting response from Tolman equations a correlation for Tolman coefficient temperature changes is suggested for the first time. Kalova surface tension correction has a direct impact on the droplets crisis radius and droplets crisis free energy that the impact of both them in the modified classical nucleation equation have been studied for the first time. The results of analytical modeling of one-dimensional adiabatic supersonic flow by applying the Kalova surface tension correction and using the proposed equation for Tolman coefficient temperature changes indicate an improvement to the 12% in radius of the droplets and 5% in pressure distribution in the region of condensation shock.

1- مقدمه

بخار می باشد. وجود این جریان درون توربین منجر به کاهش راندمان و خوردگی پره‌های توربین می شود. برای کنترل کردن چنین پیامدهایی یکی از مهمترین کاربردهای جریان چگالشی در طبقات کم فشار توربین‌های

کوچک شدن قطره تنش سطحی نیز کاهش می‌یابد اما به علت دقت کم داده‌های آزمایشگاهی نتوانستند برای این کاهش رابطه‌ای تعیین کنند.

گیبس بر اساس یک تحلیل ترمودینامیکی به این نتیجه کلی رسید که تأثیر شعاع انحنای سطح بر تنش سطحی کم خواهد بود تا اینکه شعاع انحنای سطح به مرتبه‌ای برابر با فاصله بین مولکولی ماده تنزل یابد که در این حالت تأثیر چشمگیری دیده می‌شود؛ به این صورت که در قطرات کوچک هر چه شعاع کمتر شود تنش سطحی نیز در همان جهت رفتار می‌کند و کاهش می‌یابد. این نتیجه کلی توسط محققان دیگری نظیر تولمن و کنیگ تایید شد. باف نیز طبق یک تئوری مکانیکی از تنش سطحی به نتیجه‌ای مشابه با نتایج گیبز رسید. نتیجه تحقیقات این چهار محقق [15-18] منجر به ارائه رابطه‌ای بین تنش سطحی و شعاع قطره شد که به معادله گیبس-تولمن-کنیگ-باف¹ شناخته می‌شود و ضریب تولمن (δ) در آن نقشی اساسی ایفا می‌کند. معادله مذکور در این تحقیق به اختصار معادله گیبس-تولمن نامیده می‌شود.

محققین زیادی برای اینکه بتوانند معادله گیبس-تولمن را حل کنند تلاش کردند و هر یک با اعمال نوعی ساده سازی بر معادله سعی بر حل آن داشتند. تولمن [16] با حذف جملات کوچک معادله مذکور در مقابل جملاتی با مرتبه بزرگ‌تر، توانست معادله را ساده نماید و آن را حل کند.

تمام حل‌هایی که برای معادله گیبس-تولمن ارائه شده است به علت اعمال ساده سازی‌های مختلف، یک حل تقریبی بوده تا اینکه پس از گذشت نیم قرن سرانجام رخواشویلی و کیشیتیکو [19] توانستند به حل دقیق این معادله دست یابند. از آنجایی که حل دقیق انجام شده توسط آنها بیان ریاضیاتی دشواری داشت، کالوا و مارس [20] طیف وسیعی از شعاع‌های قطره را در نظر گرفتند و توانستند با برازش جواب‌هایی که از حل دقیق معادله گیبس-تولمن به دست می‌آید، معادله ساده‌تری را برای تغییرات تنش سطحی با شعاع قطره پیشنهاد دهند.

بیشتر تحقیقاتی که تاکنون انجام شده است و بخش کوچکی از آن در اینجا آورده شد، برای تعیین یک معادله بین تنش سطحی قطره و شعاع آن است ضمن اینکه در پژوهش‌های پیشین غالباً از تنش سطحی صفحه تخت برای قطرات استفاده می‌شده است. مطالعات کمی بر روی تأثیر وابستگی شعاعی تنش سطحی قطره بر جریان‌های چگالشی بخار انجام شده است. از جمله آنها می‌توان به مطالعه مه‌پیکر و محمدی [21] بر روی تعیین تنش سطحی قطرات مایع در جریان بخار آب با استفاده از الگوریتم ژنتیک اشاره کرد. کرمانی و گربر [22] نیز در تحقیقی دیگر تنش سطحی قطره را در فشارهای ورودی پایین با استفاده از یک ضریب تصحیح تجربی در معادله انرژی قطره اصلاح کردند.

در مطالعه پیش‌رو با استفاده از معادله تنش سطحی پیشنهاد شده توسط کالوا و مارس [20]، برای اولین بار یک معادله ضمنی برای تعیین شعاع بحرانی قطرات پیشنهاد شده است و تأثیر آن بر معادله جوانه‌زایی کلاسیک اصلاح شده جریان چگالشی بخار آب در یک کانال همگرا-واگرا مافوق صوت تحقیق شده است. همچنین در این پژوهش برای اولین بار یک معادله برای تعیین هرچه دقیق‌تر تغییرات دمایی ضریب تولمن (δ) پیشنهاد شده است چراکه این ضریب به عنوان یک پارامتر در معادله تنش سطحی کالوا نیز نقش ایفا می‌کند. تعیین مقدار دقیق ضریب تولمن با استفاده از معادله پیشنهادی تغییرات دمایی ضریب تولمن و استفاده از معادله ضمنی پیشنهاد شده برای

می‌بایست پدیده تغییر فاز بخار به مایع را به خوبی و با دقت هر چه تمام‌تر مدل‌سازی کرد. با توجه به اینکه کشش سطحی نقش مهمی در پدیده تغییر فاز ایفا می‌کند، شناخت دقیق‌تر رفتار آن به معنی توانایی بیشتر برای مدل کردن بهینه جریان چگالشی است.

در اکثر تحقیقات انجام شده تاکنون به صورت فراگیر از فرضیه برابر بودن کشش سطحی قطرات مایع با کشش سطحی صفحه تخت مایع استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به پژوهش ونمینگ و همکاران [1] بر روی تأثیر نیروی درگ بر جوانه‌زایی جریان مافوق صوت بخار آب اشاره کرد. هاسینی و همکاران [2،3] نیز در دو تحقیق جداگانه که بر روی رفتار جریان چگالشی و تئوری تشکیل و رشد قطرات تمرکز دارد، از تنش سطحی صفحه تخت برای قطره استفاده کردند. وایت و یانگ [4] یک حل عددی برای جریان چگالشی ناپایدار دوبعدی ارائه دادند و در آن تنش سطحی قطره را برابر تنش سطحی سطح تخت قرار دادند. یکی دیگر از مطالعاتی که در آن از تنش سطحی صفحه تخت برای قطره استفاده شده است، پژوهش لکزبان و شعبانی [5] است که در آن تأثیر انعقاد و درهم آمیخته شدن قطرات بر آنالیز انرژی بررسی شده است. در مطالعه‌ای دیگر که در آن تأثیر لحاظ کردن لغزش بین دو فاز بر روی خواص جریان چگالشی و نیز انرژی جریان تحقیق شد، باز هم از کشش سطحی صفحه تخت برای قطره استفاده شد [6]. مه‌پیکر و همکاران [7] با استفاده از تنش سطحی سطح تخت برای قطره بر روی چگونگی کاهش انرژی تولیدی در فرآیند جوانه‌زایی به روش انتقال حرارت حجمی تحقیق کردند. لکزبان و همکاران [8] نیز با استفاده از فرضیه مشابه در مورد تنش سطحی قطره، بر روی تعقیب قطرات مایع در نازل همگرا-واگرا یانگ به صورت دوبعدی تحقیق کردند.

مطالعات دیگری [9،10] بر روی مکان‌یابی و تبعات محل وقوع شوک چگالشی در جریان‌های چگالشی صورت گرفته است. در آنها نشان داده شد که مکان رخ دادن چگالشی به عوامل زیادی از جمله تنش سطحی قطرات جوانه زده شده وابسته است. این در حالی است که تحقیقات قبلی در جریان چگالشی غالباً از فرض برابری تنش سطحی قطره با صفحه تخت استفاده کرده‌اند.

در نیم قرن اخیر هم زمان با مطالعات دقیق بر روی رفتار جریان چگالشی، تحقیق و بررسی بر روی کشش سطحی آب برای سطوح تخت و خمیده آن ادامه داشته است.

بنسون و شاتلورث [11] با استفاده از بحث شکست پیوندهای بین مولکولی بیان کردند که هنگامی یک سطح مانند صفحه تخت رفتار می‌کند که شعاع انحنای آن در مقایسه با فاصله بین مولکولی بزرگ باشد. آنها همچنین رابطه‌ای بر این اساس ارائه کردند که طبق آن کشش سطحی با کمتر شدن تعداد مولکول موجود در قطره کاهش می‌یابد.

هوپر و نوردهلم [12] با استفاده از تئوری انرژی آزاد گیبس و به کمک شبیه‌سازی عددی به بررسی تأثیر شعاع انحنای بر روی تنش سطحی پرداختند. آنها دریافتند که با کاهش شعاع قطره و هم مرتبه شدن آن با قطر مولکولی تنش سطحی دچار کاهش چشمگیری می‌شود. تامپسون و همکاران [13] نیز با استفاده از روش مشابه و شبیه‌سازی عددی به نتیجه مشابه با آنچه گفته شد دست یافتند.

تلاش‌های کمی برای تعیین وابستگی تنش سطحی به انحنای سطح به صورت آزمایشگاهی انجام شده است. پوند و لامر [14] با آنالیز کردن نتایج فوق اشباع آزمایشگاهی که قبلاً انجام شده بود به این نتیجه رسیدند که با

1- Gibbs-Tolman-Koenig-Buff (GTKB)

معادله (4) یکی از حل‌های تقریبی معادله (1) است که با فرض اساسی کوچکتر بودن مرتبه ضریب تولمن (δ) از شعاع قطره (r) حاصل شده است. مطابق این فرض از نسبت $\frac{\delta}{r}$ و $\frac{\delta^2}{r^2}$ در مقابل عدد یک صرفنظر شده است. این معادله با نام اصلاح تنش سطحی تولمن یا معادله تنش سطحی تولمن شناخته می‌شود.

هدف از این تحقیق دقیق‌تر کردن محاسبه تنش سطحی قطره با اضافه کردن اصلاح تنش سطحی کالوا می‌باشد. در نتیجه اعمال این اصلاح بر معادلات حاکم، محل دقیق رخ دادن شوک میعان و اندازه دقیق‌تر شعاع قطرات در خروجی نازل‌های یک و دو شکل 1 حاصل می‌شود. لازم به ذکر است، در شکل 1 عمق نازل‌ها واحد در نظر گرفته می‌شود.

2-1- ضریب تولمن (δ)

از آنجا که در معادله تنش سطحی کالوا، معادله (3)، از ضریب تولمن (δ) به عنوان یک پارامتر استفاده شده است؛ لازم است ابتدا به معرفی این ضریب و چگونگی تغییر آن پرداخته شود.

مطابق تئوری ترمودینامیکی گیبس [15] به ناحیه مجاور قطره مایع در توده گازی همان نوع از سیال، ناحیه بین سطحی¹ گفته می‌شود. مطابق این تعریف دانسیته ناحیه بین سطحی (Γ) با هیچکدام از دانسیته‌های فاز مایع یا گاز برابر نیست و طبق معادله (5) برابر با نسبت تغییرات تنش سطحی به تغییرات انرژی آزاد گیبس است.

$$\Gamma = -\frac{d\sigma}{dG} \quad (5)$$

تولمن [16] برای ارائه معادله خود بین تنش سطحی و شعاع قطره از تئوری ترمودینامیکی گیبس [15] استفاده کرد. او در مسیر پیشبرد فرضیات خود ضخامت ناحیه‌ای را که گیبس نام آن را ناحیه بین سطحی گذاشته بود دلتا (δ) در نظر گرفت و با توجه به تعریف دانسیته ناحیه بین سطحی آن را هم مرتبه با فاصله بین مولکولی فرض کرد. این ضخامت به نام ضریب تولمن شناخته می‌شود. مطابق شکل 2 به فاصله شعاعی بین سطح تنش² و سطح جداکننده تعادل مولکولی³، ضریب تولمن گفته می‌شود. در این پژوهش سطح تنش همان سطح قطره مایع فرض می‌شود و سطح جداکننده تعادل مولکولی با استفاده از ضریب تولمن تعیین می‌شود.

تولمن به کمک معادله (5) فرضیه ترمودینامیکی خود را پیش برده و در نهایت توانست معادله (6) را برای تعیین مقدار ضخامت ناحیه بین سطحی پیشنهاد دهد [16].

$$\delta = \frac{\Gamma}{(\rho_L - \rho_G)} \quad (6)$$

همانطور که در معادله (6) مشهود است، تعیین دانسیته ناحیه بین سطحی منجر به تعیین مقدار ضریب تولمن خواهد شد. مطابق معادله (5) دانسیته ناحیه بین سطحی به دما وابسته است. تولمن [24] با استفاده از جداول ترمودینامیکی و تئوری ترمودینامیکی خود یک دسته معادله پیشنهاد داد که به صورت دنباله‌دار و زنجیره‌ای حل شده و در نهایت دانسیته ناحیه بین سطحی بر حسب دمای فاز مایع تعیین می‌شود.

تولمن از معادله واندروالس⁴ برای شروع محاسبات خود استفاده کرد. معادله (7) اولین معادله از زنجیره معادلات پیشنهادی تولمن است. او در جریان محاسبات خود معکوس ثابت دوم واندروالس یعنی (b) را نوعی

شعاع بحرانی، منجر به مطابقت خوب بین نتایج ناشی از حل تحلیلی و داده‌های آزمایشگاهی می‌شود. لازم به ذکر است، در این تحقیق جریان چگالشی با رویکرد اولرین-لاگرانژین و به صورت یک بعدی تحلیل می‌شود.

2- تشریح مسئله

جریان بخار خشک با ورود به قسمت همگرا نازل و حرکت به سمت گلوگاه سرعت گرفته و در گلوگاه به عدد ماخ یک می‌رسد. در قسمت واگرا نیز با سرعت بیشتر به روند کاهش فشار مبادرت می‌کند تا اینکه خط اشباع را قطع می‌کند. به دلیل سرعت زیاد جریان دوفازی نمی‌شود و تا نقطه ویلسون به صورت تک فاز بخار ادامه مسیر می‌دهد. در نقطه ویلسون چگالش رخ می‌دهد و اولین قطرات مایع تشکیل می‌شوند. گرمای نهان آزاد شده باعث کاهش سرعت و افزایش فشار جریان مافوق صوت می‌شود. به این افزایش فشار شوک چگالش گفته می‌شود که عامل تولید بازگشت ناپذیری است. یکی از راه‌های ممکن برای کنترل بازگشت ناپذیری‌ها، نزدیک کردن مدل جریان به واقعیت و شناخت دقیق‌تر آن است که در این مطالعه این مهم توسط تمایز قائل شدن بین تنش سطحی قطره و صفحه تخت حاصل می‌شود.

معادله گیبس-تولمن [15-18] که بیان کننده رابطه بین تنش سطحی و شعاع قطره می‌باشد، مطابق معادله (1) تعریف می‌شود.

$$\frac{1}{\sigma_{\infty}} \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{[2\delta/r^2][1 + (\delta/r) + 1/3(\delta^2/r^2)]}{1 + [2\delta/r][1 + (\delta/r) + 1/3(\delta^2/r^2)]} \quad (1-الف)$$

$$\sigma_{\infty} = 0.2358(1 - \Omega)^{1.256}[1 - 0.625(1 - \Omega)] \quad (1-ب)$$

$$\Omega = \frac{T_L}{647.096} \quad (1-ج)$$

در این معادله پارامترهای σ ، r ، δ و T_L به ترتیب تنش سطحی، شعاع قطره، ضریب تولمن و دمای قطره نام دارند. لازم به ذکر است معادله (1-ب) بیانگر تغییرات دمایی تنش سطحی سطح تخت است.

تمام حل‌هایی که برای معادله (1) ارائه شده است یک حل تقریبی بوده تا اینکه پس از گذشت نیم قرن سرانجام رخ‌یاشویلی و کیشتیوکوا [19] توانستند به حل دقیق این معادله دست یابند که مطابق معادله (2) تعریف می‌شود.

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{\infty} r}{\delta} \exp\left(-\sum_{m=1}^3 \frac{s_m^2 \ln(r/\delta - s_m)}{3s_m^2 + 4s_m + 2}\right) \quad (2)$$

در معادله (2)، (s_m) ثابت‌های سه گانه یک معادله درجه 3 است که در مرجع [19] آورده شده است.

از آنجایی که حل دقیق انجام شده بیان ریاضیاتی دشواری دارد، کالوا و مارس [20] طیف وسیعی از شعاع‌های قطره را در نظر گرفتند و توانستند با برازش جواب‌هایی که از معادله (2) به دست می‌آید، معادله ساده‌تر (3) را برای تغییرات تنش سطحی با شعاع قطره پیشنهاد دهند.

$$\sigma_r = \sigma_{\infty} \left(\frac{r}{r + 1.42\delta}\right)^{1.45} \quad (3)$$

مطابق معادله (3) با کاهش شعاع قطره، کشش سطحی آن (σ_r) نیز نسبت به کشش سطحی سطح تخت (σ_{∞}) کاهش پیدا می‌کند. معادله (3) با نام اصلاح تنش سطحی کالوا یا معادله تنش سطحی کالوا شناخته می‌شود. در این مطالعه تنش سطحی قطره با استفاده از معادله (3) محاسبه می‌شود. برای سنجش دقت معادله (3) از معادله پیشنهادی تولمن [16]، معادله (4)، نیز در قسمت نتایج استفاده می‌شود.

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_{\infty}} = (1 + 2\delta/r)^{-1} \quad (4)$$

1- Interfacial region
2- Surface of tension
3- Equimolecular dividing surface
4- Van der waals

فشار متناظر با (ρ_{\min}) ، (P_{\min}) نام گذاری می‌شود. از طریق معادله (9) مقدار این فشار تعیین می‌شود.

$$\frac{P_{\min}}{\rho_L \bar{r} T_L} = \frac{\frac{\rho_{\min}}{\rho_L}}{1 - \frac{\rho_L \rho_{\min}}{\rho_b \rho_L}} - \left(\frac{\bar{r} T_L}{a \rho_L} \right) \left(\frac{\rho_{\min}}{\rho_L} \right)^2 \quad (9)$$

معادلات (7)، (8) و (9) به صورت زنجیره‌ای برای دمای معلوم مایع حل می‌شوند؛ سپس با استفاده از جواب‌هایی که برای هر سه معادله بدست آمده معادله پیشنهادی تولمن برای تعیین دانسیته سطحی حل می‌شود. این معادله به شکل معادله (10) نوشته می‌شود.

$$\Gamma = \frac{x \sigma_{\infty} M}{RT_L \left(\frac{P_{\min}}{\rho_L \bar{r} T_L} \right)} \quad (10-الف)$$

$$x = \left(2 \frac{\rho_{\min}}{\rho_L} - 1 + \ln \frac{\rho_L}{\rho_{\min}} \right) - \left(\frac{\rho_b}{\rho_L} - 1 \right) \ln \left(\frac{\frac{\rho_b - \rho_{\min}}{\rho_L}}{\frac{\rho_b}{\rho_L} - 1} \right) + \left(2 - \frac{\rho_b}{\rho_L} \right) \ln \left(\frac{2 - \frac{\rho_b}{\rho_L}}{1 + \frac{\rho_{\min} - \rho_b}{\rho_L}} \right)$$

(10-ب)

به کمک حل زنجیره‌ای معادلات (7)، (8) و (9)، معادله (10) قادر به تعیین دانسیته ناحیه بین‌سطحی خواهد بود. در این پژوهش با استفاده از مقادیر دانسیته بین‌سطحی و معادله (6) مقدار ضریب تولمن تعیین شده است. در گام بعدی جهت کاهش حجم محاسبات، با استفاده از مقادیر ضریب تولمن برای اولین بار یک معادله مستقل برای تعیین این ضریب با استفاده از دمای فاز مایع پیشنهاد شده است که در بخش نتایج با عنوان معادله پیشنهادی تغییرات دمایی ضریب تولمن ارائه شده است.

2-2- اصلاح معادله جوانه‌زایی کلاسیک

برای تشکیل یک قطره با شعاع r و در دمای T_G و فشار P مقدار کار برگشت‌پذیر لازم برابر با تغییرات انرژی آزاد گیبس است. این میزان تغییرات با فرض کردن بخار به عنوان گاز کامل مطابق معادله (11) تعیین می‌شود [25].

$$\Delta G_{\infty} = 4 \pi r^2 \sigma_r - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_L RT_G \ln \frac{P}{P_s(T_G)} \quad (11)$$

برای هر بخار تک فاز مافوق سرد، تغییرات انرژی آزاد گیبس دارای یک نقطه بیشینه است. شعاع متناظر با این نقطه را شعاع بحرانی می‌نامند و با r^* نمایش می‌دهند. مطابق مرجع [26] تنش سطحی قطره با تنش سطحی صفحه تخت برابر فرض می‌شود $(\sigma_r = \sigma_{\infty})$ و سپس از معادله (11) بر حسب شعاع مشتق گرفته می‌شود تا معادله شعاع بحرانی تعیین شود. معادله (12-الف) بیانگر مقدار این شعاع است که به معادله کلین-هلمهولتز¹ شناخته می‌شود. با قرار گرفتن مقدار شعاع بحرانی (r^*) در معادله (11)، انرژی آزاد بحرانی قطره مطابق معادله (12-ب) حاصل می‌شود.

$$r_{\infty}^* = \frac{2 \sigma_{\infty}}{\rho_L RT_G \ln \frac{P}{P_s(T_G)}} \quad (12-الف)$$

$$\Delta G_{\infty}^* = \frac{16 \pi \sigma_{\infty}^3}{3 (\rho_L RT_G \ln \frac{P}{P_s(T_G)})^2} \quad (12-ب)$$

در پژوهش حاضر تنش سطحی قطره با تنش سطحی صفحه تخت برابر فرض نمی‌شود بلکه برای اولین بار با تنش سطحی کالوا اصلاح می‌شود. بنابراین معادله (3) در معادله (11) جایگزین می‌شود و معادله (13) حاصل می‌شود.

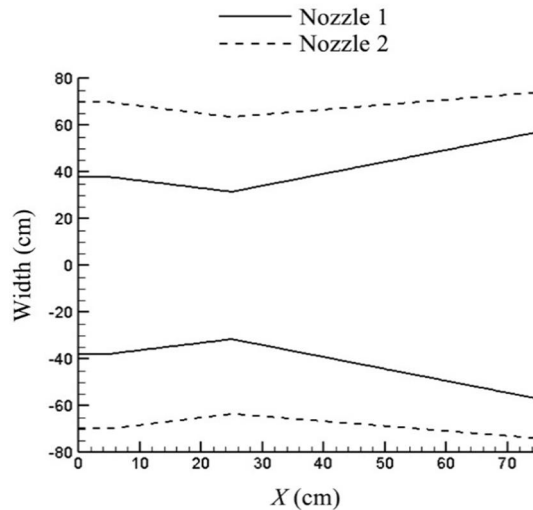


Fig. 1 Geometry of nozzles that studied [23]

شکل 1 هندسه نازل‌های مورد بررسی [23]

■ Liquid region
 □ Interfacial region
 ▭ Gas region

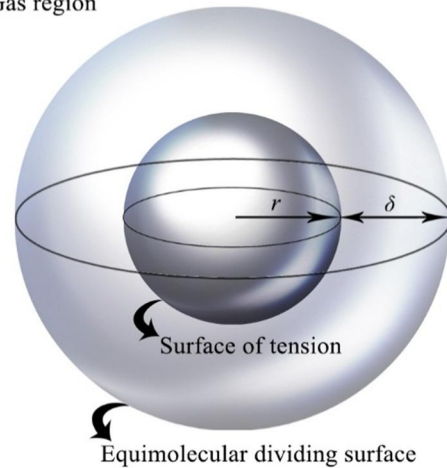


Fig. 2 Introducing the Interfacial region and the Tolman coefficient (δ)

شکل 2 معرفی ناحیه بین‌سطحی و ضریب تولمن (δ)

دانسیته در نظر گرفت و آن را (ρ_b) نام گذاری کرد. همچنین در تمام معادلات زنجیره‌ای تولمن (a) و (\bar{r}) به ترتیب برابر با ثابت اول و اندروالس و حاصل ضرب ثابت جهانی گازها در جرم مولکولی سیال است.

$$\frac{\rho_L}{\rho_b} = 1 - \left(\frac{\bar{r} T_L}{a \rho_L} \right) \quad (7)$$

با استفاده از معادله (7) برای یک دمای معلوم مقدار نسبت $(\frac{\rho_L}{\rho_b})$ تعیین می‌شود. پس از تعیین این نسبت برای بدست آوردن نسبت $(\frac{\rho}{\rho_L})$ از طریق معادله (8) اقدام می‌شود.

$$\left(1 - \frac{\rho_L \rho}{\rho_b \rho_L} \right)^2 \frac{\rho}{\rho_L} = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{r} T_L}{a \rho_L} \right) \quad (8)$$

معادله (8) بر حسب مجهول (ρ) از درجه سوم است. تولمن توجه خود را به کمترین مقدار ریشه معطوف می‌کند و آن را (ρ_{\min}) می‌نامد. بنابراین نسبت $(\frac{\rho_{\min}}{\rho_L})$ از طریق این رابطه تعیین می‌شود.

درون قسمت واگرای نازل تشکیل می‌شوند. به همین علت قسمت همگرای نازل را قسمت خشک می‌نامند.

3-1- روش حل

معادلات دینامیک گاز حاکم بر جریان که شامل معادلات پیوستگی، اندازه حرکت، انرژی و همچنین معادله حالت و معادله پیوستگی ماخ جریان می‌شود در پیوست آورده شده است. این معادلات برای جریان مافوق صوت در نازل همگرا-واگرا نوشته شده و در تمامی آنها فرض یکنواختی و یک بعدی بودن جریان لحاظ شده است. معادلات مذکور در ناحیه همگرای نازل که به ناحیه خشک نیز شناخته می‌شود با صفر قرار دادن میزان رطوبت حل می‌شوند. در ناحیه خشک جریان، پنج معادله آورده شده در پیوست توانایی محاسبه پنج مجهول $\frac{dZ}{\rho_G}, \frac{dU_G}{U_G}, \frac{dT_G}{T_G}$ و $\frac{dP}{P}$ را دارند. این معادلات با روش عددی استاندارد رانج-کوتا¹ مرتبه چهارم انتگرال گیری می‌شوند.

پس از طی کردن قسمت همگرای نازل و ورود به ناحیه واگرا در هر گام محاسباتی معادله ضمنی شعاع بحرانی و همچنین معادله جوانه‌زایی شامل اصلاح تنش سطحی کالوا، روابط (14) و (15)، حل می‌شود. اگر مقدار جوانه‌زایی از یک مقدار بهینه (مثلاً 10^{10} جوانه بر واحد حجم بخار و زمان) بیشتر شود، جریان دارای دو فاز مایع و بخار می‌باشد و تحلیل دوفازی جریان آغاز می‌شود [21].

برای تحلیل جریان به صورت دوفازی لازم است ابتدا میزان تغییرات جرم فاز مایع به جرم کل که به صورت $\frac{dw_L}{w}$ نشان داده می‌شود محاسبه شود. در این پژوهش مقدار جرم مایع توسط معادلات نرخ رشد قطره، معادله ضمنی شعاع بحرانی و معادله جوانه‌زایی کلاسیک اصلاح شده تعیین می‌شود. به کمک این معادلات جرم فاز مایع و شعاع قطرات در هر المان تعیین می‌شود. روش میانگین‌گیری ساوتر² یک شعاع واحد برای همه قطرات المان تعیین می‌کند که به کمک آن از حجم محاسبات کاسته می‌شود.

3-2- تعیین جرم فاز مایع و معادلات رشد قطره

در یک المان به طول Δx دو دسته قطره وجود دارد. دسته اول شامل قطره‌هایی است که در ناحیه جوانه‌زایی و در همان گام با شعاع بحرانی r_k^* جوانه‌زده شده‌اند و رشد می‌کنند (شکل 3). دسته دوم قطره‌هایی هستند که از المان قبلی وارد شده‌اند و در المان فعلی رشد می‌کنند. مدت زمانی که جریان گام محاسباتی Δx را طی می‌کند، Δt نامیده می‌شود که به دلیل تغییرات سریع در ناحیه جوانه‌زایی به n قسمت تقسیم می‌شود [4].

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{U}, \quad \delta t = \frac{\Delta t}{n} \quad (16)$$

در این پژوهش جرم مایع چگالش شده توسط دسته اول قطرات $W_L(a)$ نامیده می‌شود. مقدار این جرم مایع مطابق شکل 3 و از طریق معادله (17) قابل محاسبه است.

$$W_L(a) = J_{\text{class},k} \delta t (AU) \frac{4}{3} \pi \times \left[\rho_L \frac{r_k^{*3}}{2} + \rho_{L1} r_1^3 + \rho_{L2} r_2^3 + \dots + \rho_{Ln} \frac{r_n^3}{2} \right] \quad (17)$$

مقادیر r_k^* و $J_{\text{class},k}$ در معادله (17) به ترتیب از طریق معادله ضمنی شعاع بحرانی، معادله (14)، و معادله جوانه‌زایی کلاسیک اصلاح شده، معادله (15)، قابل محاسبه است.

$$\Delta G_k = 4\pi r^2 \sigma_\infty \left(\frac{r}{r + 1.42\delta} \right)^{1.45} - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_L RT_G \ln \frac{P}{P_s(T_G)} \quad (13)$$

حاصل مشتق گیری از معادله (13) نسبت به شعاع، معادله ضمنی (14- الف) است. این معادله جدید برای شعاع بحرانی، در واقع همان معادله کلوین-هلمهولتز اصلاح شده است که برای اولین بار شامل اصلاح تنش سطحی کالوا نیز می‌باشد. با قرار گرفتن مقدار شعاع بحرانی اصلاح شده (r_k^*) در معادله (13)، انرژی آزاد بحرانی اصلاح شده قطره مطابق معادله (14- ج) حاصل می‌شود. لازم به ذکر است، معادله (14-الف) که در این پژوهش برای اولین بار ارائه شده است با عنوان معادله ضمنی شعاع بحرانی قطرات شناخته می‌شود.

$$r_k^* = r_\infty^* \left(y + \frac{1.0295 \delta y}{r_k^* + 1.42 \delta} \right) \quad (14- الف)$$

$$y = \left(\frac{r_k^*}{r_k^* + 1.42 \delta} \right)^{1.45} \quad (14- ب)$$

$$\Delta G_k^* = 4\pi r_k^{*2} \sigma_\infty y - \frac{4}{3} \pi r_k^{*3} \rho_L RT_G \ln \frac{P}{P_s(T_G)} \quad (14- ج)$$

معادله جوانه‌زایی کلاسیک با استفاده از تئوری های جنبشی، آماری و ترمودینامیکی به دست آمده است [27]. این معادله بیانگر نرخ تولید قطرات با شعاع بحرانی بر واحد حجم بخار به واحد زمان است. لازم به ذکر است که تولید این قطرات به صورت همگن بوده و هیچ گونه عامل خارجی در آن دخالت ندارد و همچنین در معادله جوانه زایی کلاسیک تنش سطحی قطره برابر تنش سطحی صفحه تخت فرض می‌شده است [9]. با توجه به اینکه اگر شعاع قطرات جوانه‌زده شده کمتر از شعاع بحرانی باشد این قطرات از بین خواهند رفت و اگر بیشتر باشد قطرات باقی خواهند ماند و در ادامه مسیر خود رشد خواهند کرد، بنابراین انرژی آزاد گیبس متناظر با شعاع بحرانی (ΔG^*) و به تبع آن تنش سطحی نقشی مهم در معادله جوانه‌زایی دارند.

همانطور که گفته شد در پژوهش حاضر برای اولین بار، معادله جوانه‌زایی کلاسیک با استفاده از تنش سطحی کالوا و معادله ضمنی شعاع بحرانی به شکل معادله (15) اصلاح می‌شود.

$$J_{\text{class},k} = q_c \frac{\rho_G^2}{\rho_L} \sqrt{\left(\frac{2\sigma_r N^3}{\pi} \right)} \exp \left[\frac{-N \Delta G_k^*}{RT_G} \right] \quad (15)$$

در تمامی معادلات زیرنویس k به معنی در نظر گرفتن اصلاح تنش سطحی کالوا است و زیر نویس ∞ برای آن به معنی فرض کردن برابری تنش سطحی قطره با تنش سطحی صفحه تخت است. (q_c) در معادله (15) می‌تواند بین 0/036 تا 1 تغییر کند [28] که در این تحقیق مطابق توضیحات ارائه شده در مرجع [29] برابر 0/1 فرض شده است.

از آنجا که عملکرد بهینه اصلاحات هیل [30+31] و گیریشک-چیو [32] بر روی معادلات جوانه‌زایی کلاسیک توسط محققین تایید شده است [33+34]، در این پژوهش نیز از این اصلاحات استفاده شده است.

3- معادلات حاکم و روش حل تحلیلی یک بعدی جریان دو فازی

در مطالعه حاضر جریان با رویکرد اولرین-لاگرانژین تحلیل می‌شود. بدین صورت که فاز بخار به روش اولرین و فاز مایع به روش لاگرانژین بررسی می‌شود. بخار مافوق گرم وارد قسمت همگرای نازل شده و هر لحظه به سرعت آن افزوده می‌شود تا در گلوگاه به عدد ماخ یک برسد. روند کاهشی فشار کمی بعد از گلوگاه موجب چگالش بی‌اختیار بخار شده و قطرات مایع

1- Runge-Kutta
2- Sauter mean

$$\bar{R}_V = \left(\frac{3V_L}{4\pi N}\right)^{1/3} \& \bar{R}_{Su} = \sqrt{\frac{S}{4\pi N}} \quad (21-ب)$$

$$S = 4\pi N_i r_e^2 + J_{class,k} \delta t (A \Delta x) 4\pi \left[\frac{r_k^{*2}}{2} + r_1^2 + \dots + \frac{r_n^2}{2} \right] \quad (21-ج)$$

در معادله (21-ج)، N_i و r_e بترتیب تعداد قطرات ورودی به المان و شعاع خروجی قطرات رشد کرده در المان می‌باشند و r_k^* توسط معادله ضمنی شعاع بحرانی محاسبه می‌شود.

با توجه به معلوم بودن هندسه نازل و مقدار $\frac{dw_L}{w}$ بار دیگر معادلات اصلی جریان ذکر شده در پیوست به روش عددی رانج-کوتا مرتبه چهارم حل می‌شود و مانند ناحیه خشک، پنج مجهول نامبرده شده محاسبه می‌شود. به این صورت یک حل کامل از جریان بخار خشک مافوق گرم یا اشباع تا جریان چگالش شده در حال تعادل حاصل می‌شود.

4- هندسه و شرایط مرزی

در این تحقیق از دو هندسه متفاوت مطابق شکل 1 برای نازل همگرا-واگرا استفاده شده است. شرایط مرزی ورودی نیز برای هر دو نازل مطابق مرجع [23]، در جدول 1 آمده است.

5- نتایج

در این بخش ابتدا معادله پیشنهادی برای تغییرات دمایی ضریب تولمن معرفی می‌شود؛ سپس نتایج شبیه سازی عددی جریان روی خط مرکزی نازل مورد بررسی قرار گرفته است.

5-1- معادله پیشنهادی تغییرات دمایی ضریب تولمن

در این پژوهش برای اولین بار جهت کاهش حجم محاسبات با در نظر گرفتن طیف وسیعی از دمای فاز مایع (0 تا 200 درجه سانتی‌گراد) معادلات (7)، (8) و (9) به صورت زنجیره‌ای حل شده است. به کمک حل زنجیره‌ای معادلات نامبرده شده، معادله (10) قادر به محاسبه دانسیته ناحیه بین‌سطحی خواهد بود. با استفاده از مقادیر بدست آمده برای دانسیته ناحیه بین‌سطحی، به کمک معادله (6) مقدار ضریب تولمن منطبق بر دمای مشخص فاز مایع تعیین شده است.

شکل 4 نقاط بدست آمده از معادله (6) را نشان می‌دهد. با برازش این نقاط رفتار تغییرات ضریب تولمن بر حسب دمای فاز مایع مشخص می‌شود. با برازش نقاط بدست آمده به روش حداقل مربعات¹ می‌توان برای ضریب تولمن معادله (22) را با عنوان معادله تغییرات دمایی ضریب تولمن پیشنهاد داد.

$$\delta = (-2 \times 10^{-18} T_L^3) + (2 \times 10^{-15} T_L^2) - (6 \times 10^{-13} T_L) + (2 \times 10^{-10}) \quad (22)$$

در معادله (22) دمای قطره بر حسب کلونین است و ضریب تولمن نیز بر

جدول 1 شرایط مرزی ورودی

Table 1 Inlet boundary conditions		
T_{0i} (K)	P_{0i} (kPa)	هندسه
354.6	25	نازل 1
361.8	25	نازل 2

1- least squares

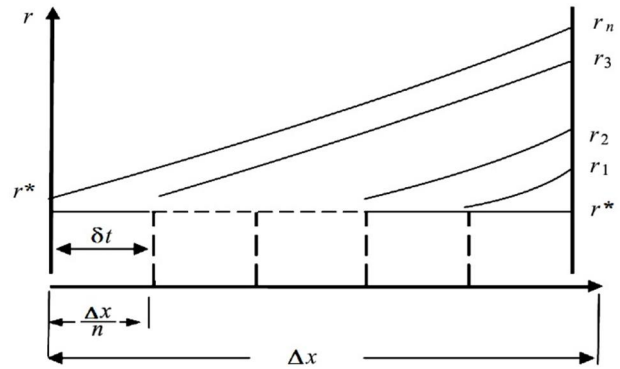


Fig. 3 Growth of nucleate droplets within the element

شکل 3 رشد قطرات جوانه‌زده شده درون المان

چنانچه تعداد قطرات وارد شده به یک المان N_i فرض شود و همچنین شعاع ورودی و خروجی قطرات از المان به ترتیب r_i و r_e فرض شود، جرم مایع چگالش شده توسط دسته دوم قطرات ($W_L(b)$) از معادله (18) قابل محاسبه است.

$$W_L(b) = N_i \frac{4}{3} \pi (\rho_{L,e} r_e^3 - \rho_{L,i} r_i^3) \quad (18)$$

معادلات نرخ رشد قطره شامل دو رابطه می‌باشد. یکی به انتقال جرم و دیگری نیز به انتقال حرارت بین قطره و بخار اطرافش مربوط می‌شود. معادله (19) مربوط به انتقال جرم بین قطره و بخار اطرافش است و توسط باختر و زیدی [35] ارائه شد.

$$\frac{dm_r}{dt} = \frac{q_c Kn \sqrt{8\pi R}}{Kn + 0.375 q_c Sc} [\rho_G \sqrt{T_G} - \rho_s \sqrt{T_G}] \quad (19-الف)$$

$$Kn = \frac{1.88 \mu_G}{2r \rho_G \sqrt{RT_G}} \quad (19-ب)$$

$$Sc = \frac{\mu_G p^{0.86}}{\rho_G} \frac{1}{(4.2415 \times 10^{-15} \sqrt{T_G})} \quad (19-ج)$$

در معادله (19) Kn و Sc به ترتیب عدد ندسن و عدد اشمیت هستند. معادله (20) مربوط به انتقال حرارت بین قطره و بخار اطرافش است که ضریب انتقال حرارت همرفت (α_r) در آن توسط گرماسی ارائه شد [36].

$$L \frac{dm_r}{dt} = 4\pi r^2 \alpha_r (T_L - T_G) \quad (20-الف)$$

$$\alpha_r = \frac{\lambda}{r(1 + 3.18Kn)} \quad (20-ب)$$

با حل هم زمان روابط (19) و (20)، دما و رشد قطره در هر المان محاسبه می‌شود.

3-3- میانگین‌گیری شعاع قطرات

به منظور کاهش محاسبات لازم برای تعیین جرم فاز مایع، شعاع قطرات در هر گام محاسباتی میانگین‌گیری می‌شود و به عنوان ورودی برای المان بعدی در نظر گرفته می‌شود. در مسائلی که شامل انتقال هم‌زمان جرم و حرارت است، مانند پدیده جریان چگالشی، روش میانگین‌گیری شعاع ساوتر پیشنهاد شده است [37]. در این تحقیق از این روش میانگین‌گیری استفاده شده است که مطابق معادله (21)، برابر است با حاصل تقسیم توان سوم شعاع میانگین حجمی بر توان دوم شعاع میانگین سطحی یا به عبارت دیگر متناسب با نسبت حجم کل بر سطح کل قطرات است.

$$\bar{R}_{Sa} = \frac{\bar{R}_V^3}{\bar{R}_{Su}^2} \quad (21-الف)$$

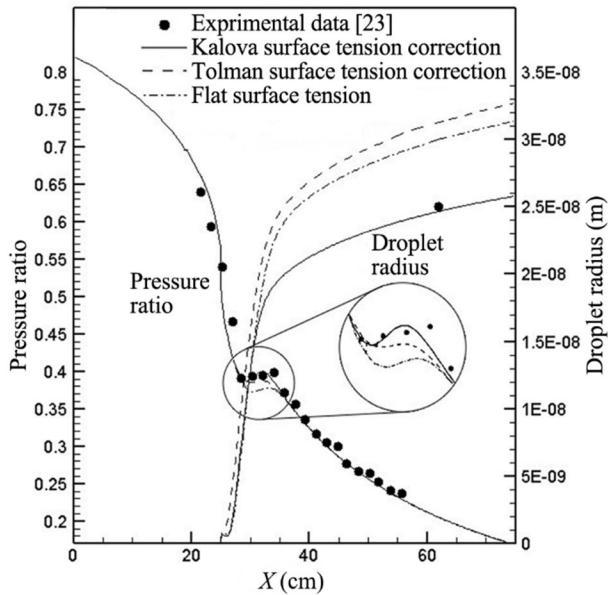


Fig. 5 Compare the numerical solution of pressure ratio and droplet radius with experimental values in nozzle 1

شکل 5 مقایسه حل عددی نسبت فشار و شعاع قطره با مقادیر تجربی در نازل 1

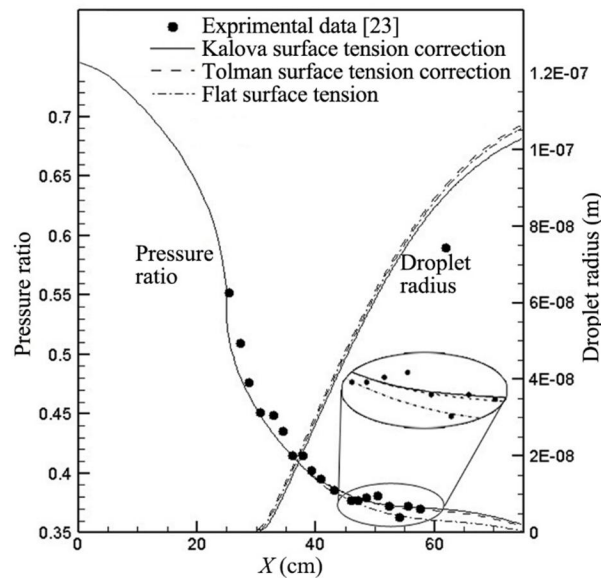


Fig. 6 Compare the numerical solution of pressure ratio and droplet radius with experimental values in nozzle 2

شکل 6 مقایسه حل عددی نسبت فشار و شعاع قطره با مقادیر تجربی در نازل 2

در شکل‌های 7 و 8 نرخ جوانه‌زایی برای سه حالت مختلف تنش سطحی نامبرده شده مقایسه شده است. با کاهش تنش سطحی قطره نسبت به تنش سطحی صفحه تخت، انرژی گیبس لازم برای تشکیل اولین قطرات کاهش می‌یابد [25]. نتیجه این کاهش تشکیل قطرات بیشتر و افزایش نرخ جوانه‌زایی است. بیشترین نرخ جوانه‌زایی توسط معادله جوانه‌زایی اصلاح شده که مشتمل بر معادله ضمنی شعاع بحرانی است گزارش شده است.

در اصلاح تنش سطحی تولمن و کالوا با بزرگتر شدن قطره، تنش سطحی قطره به تنش سطحی صفحه تخت نزدیک‌تر می‌شود [15]. مطابق اصلاح تنش سطحی کالوا (معادله (3))، رشد قطرات به معنی وابستگی کمتر تنش سطحی به شعاع سطح است و در نتیجه مقدار تنش سطحی قطره به

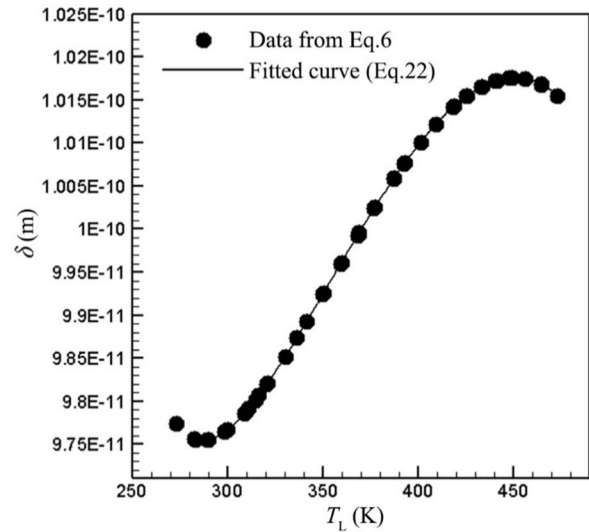


Fig. 4 Fitted curve for Tolman coefficient (δ)

شکل 4 منحنی برازش شده برای ضریب تولمن (δ)

حساب متر است.

همانطور که در شکل 4 ملاحظه می‌شود، منحنی برازش شده و یا به عبارت دیگر معادله تغییرات دمایی ضریب تولمن تطابق خوبی را با داده‌های بدست آمده از معادله (6) نشان می‌دهد.

5-2- بررسی و نتایج شبیه سازی عددی

نتایج حل تحلیلی یک بعدی برای متغیرهای مهم جریان روی خط مرکزی نازل، در این بخش مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

نتایج برای سه حالت مختلف تنش سطحی قطره مقایسه شده است. این سه حالت عبارتند از: اصلاح تنش سطحی کالوا (معادله (3))، اصلاح تنش سطحی تولمن (معادله (4)) و برابری تنش سطحی قطره با تنش سطحی صفحه تخت ($\sigma_r = \sigma_{\infty}$).

در شکل‌های 5 و 6 نتایج حل عددی برای نسبت فشار ($P_r = P/P_{0i}$) و شعاع متوسط قطرات با داده‌های تجربی [23] برای دو نازل مقایسه شده است. بهترین نتیجه و در واقع نزدیک‌ترین جواب به داده‌های تجربی توسط اصلاح تنش سطحی کالوا حاصل شده است.

با در نظر گرفتن اصلاح تنش سطحی کالوا در حل عددی، تنش سطحی قطرات نسبت به حالت برابری این تنش با تنش صفحه تخت کاهش پیدا می‌کند [20]. نتیجه کاهش تنش سطحی، تعیین محل رخ دادن شوک میعان در فاصله کمتری از ابتدای نازل است. تغییر مکان در محل رخ دادن شوک میعان و همچنین استفاده از معادله تغییرات دمایی ضریب تولمن، معادله (22)، نتایج حل تحلیلی را به داده‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر کرده است.

استفاده از معادله تنش سطحی کالوا باعث ورود معادله ضمنی شعاع بحرانی، معادله (14)، و معادله جوانه‌زایی کلاسیک مشتمل بر آن، معادله (15)، به روند حل تحلیلی جریان می‌شود. روند جدید حل جریان در ترکیب با معادله تغییرات دمایی ضریب تولمن، معادله (22)، موجب شده است که در هر دو نازل نتایج حل تحلیلی برای شعاع قطره به نتایج تجربی نزدیک‌تر شود. لازم به ذکر است، معادله تنش سطحی کالوا جواب‌هایی منطبق بر حل دقیق معادله گیبس-تولمن ارائه می‌دهد.

درجه مافوق سردی به صورت $\Delta T = T_s(P) - T_G$ تعریف می‌شود و در نقطه ویلسون، محل آغاز جوانه‌زایی، به بیشترین مقدار خود می‌رسد. با کاهش تنش سطحی انرژی گیبس لازم برای تشکیل قطره کاهش می‌یابد و جریان برای رسیدن به نقطه ویلسون، درجه مافوق سردی کمتری نیاز دارد. با توجه به اینکه نتایج حل تحلیلی برای هر دو نازل با نتایج تجربی توافق خوبی دارند و همچنین به دلیل مشابه بودن نتایج برای هر دو نازل، درجه مافوق سردی و رطوبت فقط برای نازل 2 رسم شده است (شکل 9). اصلاح تنش سطحی کالوا بیشترین کاهش تنش سطحی را نسبت به تنش سطحی صفحه تخت داشته و مطابق گفته‌های پیشین کمترین مقدار درجه مافوق سردی برای این اصلاح ثبت شده است.

با کاهش تنش سطحی، جوانه‌زایی افزایش پیدا کرده است [25]. افزایش نرخ جوانه‌زایی به معنی تولید قطرات بیشتر در هر المان است. شعاع این قطرات را معادله ضمنی شعاع بحرانی، معادله (14)، تعیین می‌کند که در این تحقیق برای اولین بار ارائه شده است. افزایش در تولید قطرات با شعاع بحرانی به معنی تعداد پذیرنده بیشتر برای مقدار ثابت گرمای نهان است که در نتیجه آن شعاع قطرات خروجی از نازل کاهش می‌یابد. شعاع کوچکتر قطرات خروجی مطابق معادله (18) موجب کاهش درصد رطوبت خواهد شد. این در حالی است که رشد جوانه‌زایی مطابق معادله (17) باعث افزایش درصد رطوبت می‌شود [4]. از آنجا که نرخ جوانه‌زایی در نتیجه اصلاح تنش سطحی رشد چشمگیری داشته است، برآیند دو عامل کاهش شعاع و افزایش نرخ جوانه‌زایی باعث افزایش درصد رطوبت می‌شود. از این رو اصلاح تنش سطحی کالوا بیشترین مقدار رطوبت را پیش‌بینی کرده است و در رتبه‌های بعد به ترتیب معادله تنش سطحی تولمن و فرض برابری تنش سطحی قطره با تنش سطحی صفحه تخت قرار گرفته‌اند.

6- نتیجه‌گیری

همانطور که در بخش‌های قبلی ذکر شده، در این تحقیق برای اولین بار یک

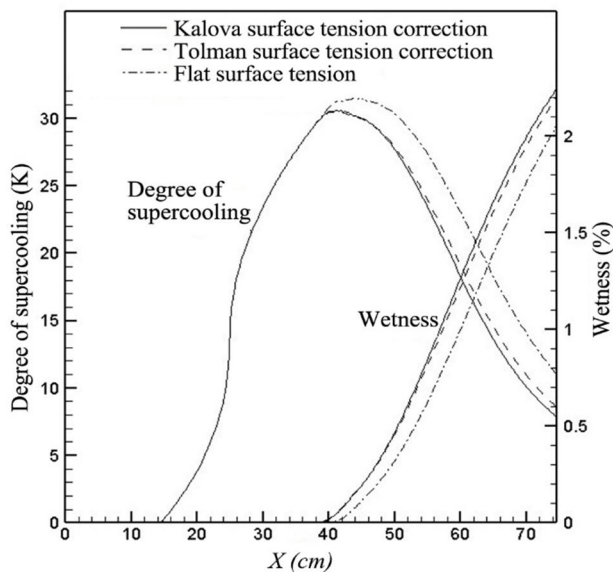


Fig. 9 Degree of supercooling and wetness with regard to surface tension corrections in nozzle 2

شکل 9 درجه مافوق سردی و رطوبت با در نظر گرفتن اصلاحات تنش سطحی در نازل 2

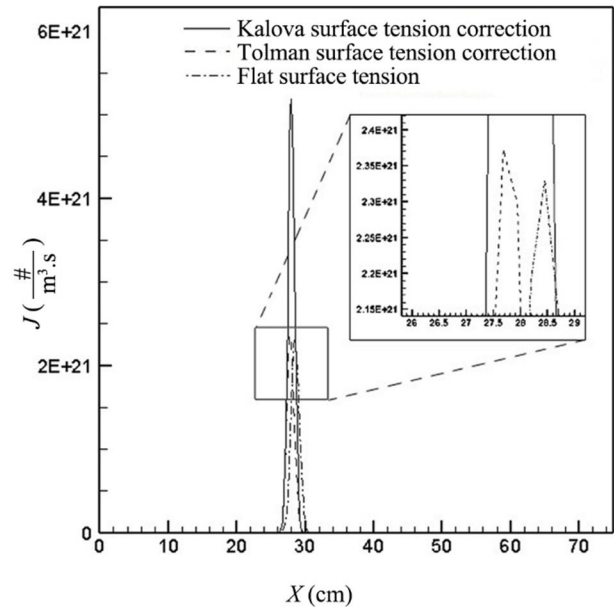


Fig. 7 Nucleation rate with regard to surface tension corrections in nozzle 1

شکل 7 نرخ جوانه‌زایی با در نظر گرفتن اصلاحات تنش سطحی در نازل 1

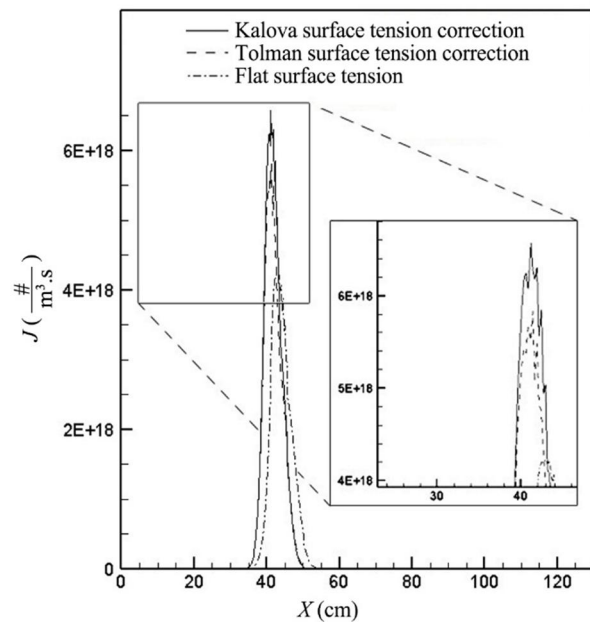


Fig. 8 Nucleation rate with regard to surface tension corrections in nozzle 2

شکل 8 نرخ جوانه‌زایی با در نظر گرفتن اصلاحات تنش سطحی در نازل 2

مقدار تنش سطحی صفحه تخت نزدیک‌تر می‌شود [20، 16]. بنابراین در نازل 2 به علت بزرگتر بودن قطرات نسبت به نازل 1، تأثیر اصلاح تنش سطحی قطره کاهش یافته و نسبت فشار، شعاع میانگین قطرات و نرخ جوانه‌زایی برای هر سه نوع تنش سطحی اختلاف متمایزی نشان نمی‌دهند. در نازل 1 قطرات کوچک تنش سطحی کمتری نسبت به صفحه تخت دارند این کاهش توسط اصلاح تنش سطحی کالوا بیشتر از اصلاح تنش سطحی تولمن پیش‌بینی می‌شود بنابراین نرخ جوانه‌زایی در این اصلاح بیشتر از اصلاح تولمن است. در هر دو نازل همواره نرخ جوانه‌زایی پیش‌بینی شده توسط تنش سطحی صفحه تخت مقدار کمینه را نشان داده است.

ثابت اول واندروالس	a	معادله ضمنی برای تعیین شعاع بحرانی قطرات با استفاده از اصلاح
ثابت دوم واندروالس	b	تنش سطحی کالوا پیشنهاد شده است (معادله (14)). همچنین معادله
گرمای ویژه در فشار ثابت	C_p	جوانه‌زایی کلاسیک با استفاده از معادله ضمنی پیشنهادی اصلاح شده است
قطر هیدرولیکی کانال	D_e	(معادله (15)). از آنجا که ضریب تولمن در معادله جوانه‌زایی اصلاح شده یک
ضریب اصطکاک کانال	f	پارامتر مهم محسوب می‌شود؛ برای اولین بار معادله (22) برای محاسبه
انرژی آزاد گیبس	G	تغییرات دمایی ضریب تولمن پیشنهاد شده است. از معادلات اصلاح شده
آنتالپی	h	مذکور در تحلیل جریان فراصوت چگالشی بخار درون دو نازل همگرا-واگرای
نرخ جوانه‌زایی	J	مختلف استفاده شد. اعتبارسنجی نتایج بیانگر این است که توافق مطلوبی بین
عدد ندسن	Kn	نتایج برگرفته از شبیه‌سازی تحلیلی یک‌بعدی و داده‌های تجربی توزیع فشار و
گرمای نهان	L	شعاع قطرات حاصل شده است.
جرم یک قطره	m_p	با در نظر گرفتن اصلاح کالوا تنش سطحی قطره نسبت به تنش سطحی
عدد ماخ	Ma	صفحه تخت کاهش می‌یابد و در نتیجه این کاهش از انرژی گیبس لازم برای
جرم مولکولی	M	تشکیل قطرات با شعاع بحرانی کاسته می‌شود و قطرات بیشتری تشکیل
تعداد مولکول بر واحد جرم	N	می‌شود که شعاع آنها از طریق معادله ضمنی شعاع بحرانی قابل محاسبه
تعداد قطره	N_i	است. تشکیل قطرات بیشتر به معنی افزایش میزان جوانه‌زایی است که خود
فشار	P	باعث تشکیل سریع‌تر فاز مایع در جریان می‌شود و در نتیجه آن شوک میعان
نسبت فشار	P_r	به مقادیر تجربی نزدیکتر می‌شود. همچنین افزایش میزان جوانه‌زایی موجب
فشار اشباع در دمای T_G	$P_s(T_G)$	افزوده شدن درصد رطوبت جریان خروجی از نازل نیز می‌شود.
ضریب چگالش	q	اصلاح تنش سطحی کالوا برگرفته از برازش جواب‌های بدست آمده از حل
ثابت گاز	R	دقیق معادله گیبس-تولمن است. این در حالی است که اصلاح تولمن با فرض
شعاع میانگین قطرات	\bar{R}	اساسی بزرگتر بودن مرتبه شعاع قطره از ضریب تولمن به دست آمده است
حاصلضرب جرم مولکولی در ثابت گاز	\bar{r}	که در نتیجه این فرض جملات $\frac{\delta}{\bar{r}}$ و $\frac{\delta^2}{\bar{r}^2}$ از سمت راست معادله گیبس-تولمن
شعاع قطره	r	حذف می‌شوند. با توجه به مراجع [24، 26] و همچنین معادله (22)، اصالت
سطح کل قطرات	S	فرض اساسی تولمن در جریان‌های چگالشی بخار با جوانه‌زایی همگن قابل
ثابت‌های سه‌گانه	S_m	تایید نیست. در این جریان‌ها قطرات جوانه‌زده شده با شعاع بحرانی همانند
عدد اشمیت	Sc	ضریب تولمن از مرتبه آنگسترم متر هستند. نبود دقت کافی در فرض اساسی
دما	T	اصلاح تنش سطحی تولمن موجب ناکارآمدی این معادله در تعیین شعاع
دمای اشباع در فشار P	$T_s(P)$	قطرات شده است. این در حالی است که در جریان‌های مذکور با اندازه
زمان	t	قطراتی از مرتبه نانومتر یا آنگستروم‌متر، در نظر گرفتن اصلاح تنش سطحی
سرعت در امتداد محور x	U	کالوا، که برازشی از داده‌های ناشی از حل دقیق معادله گیبس-تولمن
حجم	V	محسوب می‌شود، موجب نزدیک‌تر شدن نتایج ناشی از حل تحلیلی یک‌بعدی
نرخ جریان جرمی	W	به داده‌های آزمایشگاهی شده است.
مجذور عدد ماخ	Z	بطور خلاصه در این پژوهش، ابتدا اصلاح تنش سطحی کالوا که بیان
علائم یونانی		
ضریب انتقال حرارت همرفت	α_r	کننده وابستگی شعاعی تنش سطحی قطره علاوه بر دمای قطره است با
دانسیته ناحیه بین سطحی	Γ	بکارگیری معادله پیشنهادی تغییرات دمایی ضریب تولمن (δ) بهبود یافته
درجه مافوق سردی $T_s(P) - T_G$	ΔT	است. اعمال تأثیر اصلاح مذکور به صورت بهبود یافته بر معادلات حاکم،
ضریب تولمن	δ	منجر به ارائه معادله ضمنی شعاع بحرانی قطرات و همچنین اصلاح معادله
گام زمانی	δt	جوانه‌زایی برای اولین بار شده است. در نهایت با استفاده از معادله ضمنی
ضریب هدایت حرارتی بخار	λ	شعاع بحرانی قطرات و معادله اصلاح شده جوانه‌زایی در چند نازل
ویسکوزیته بخار	μ_G	همگرا-واگرا و نزدیک‌تر شدن نتایج این حل به داده‌های آزمایشگاهی، صحت
دانسیته	ρ	استفاده از تنش سطحی قطره وابسته به شعاع و دمای آن، معادله ضمنی
معکوس ثابت دوم واندروالس	ρ_b	پیشنهادی برای شعاع بحرانی قطرات و معادله اصلاح شده جوانه‌زایی مورد
تنش سطحی	σ	تایید قرار می‌گیرد.

7- فهرست علائم

A سطح المان

بالانویس‌ها

* نماد مقادیر بحرانی

زیر نویس‌ها

e خروجی

G فاز بخار

i ورودی

k تنش سطحی کالوا

L فاز مایع

r متغییر با شعاع

s اشباع

sa میانگین‌گیری ساوتر

su میانگین‌گیری سطحی

v میانگین‌گیری حجمی

0 سکون

∞ صفحه تخت

8- پیوست

معادلات دینامیک گاز حاکم بر جریان دوفازی بخار-مایع

در مدل لاگرانژی-اویلری، فاز مایع به صورت مجموعه قطرات کروی ریز پراکنده در فاز بخار در نظر گرفته می‌شود. تعامل میان دو فاز از راه تبادل جرم، اندازه‌حرکت و انرژی میان قطرات و فاز بخار صورت می‌گیرد.

با اعمال قانون‌های بقای جرم، انرژی، اندازه‌حرکت، معادله حالت و عدد ماخ بر جریان یک‌بعدی در نازل همگر-واگرا در شرایط آدیاباتیک و پایدار، معادلات دینامیک گاز حاکم بر جریان برای یک المان کوچک حجم کنترل به طول Δx در امتداد محور نازل بصورت زیر می‌توانند نوشته شوند [7].

1- معادله بقای جرم

معادله بقای جرم در محور یک حجم کنترل یک‌بعدی به شکل زیر می‌تواند نوشته شود.

$$W = W_L + W_G = \text{Constant} \quad (23)$$

که در آن W نرخ جریان جرم کل و W_L نرخ جریان جرم فاز مایع می‌باشد. پانویس‌های G و L به ترتیب مربوط به فاز بخار و مایع و متغیرهای بدون اندیس به کل جریان برمی‌گردد. مگر اینکه خلاف آن بیان شود. با دیفرانسیل‌گیری و مرتب‌سازی، معادله (24) منتج می‌شود.

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} + \frac{dA}{A} + \frac{dU_G}{U_G} + \frac{dW_L}{W_G} = 0 \quad (24)$$

2- معادله حالت فاز بخار

معادلاتی که برای محاسبه جداول بخار استفاده می‌شوند تنها برای حالت پایدار معتبر هستند. جهت محاسبه خواص فوق اشباع لازم است که این روابط در ناحیه فوق اشباع برون‌یابی شوند. به این ترتیب در محاسبات جریان چگالشی بخار این روابط در خارج از محدوده اعتبارشان استفاده خواهند شد. معادله ویریا با سه ضریب، معادله (25)، در این محدوده پاسخ‌های خوبی به دست می‌دهد [39,38].

$$\frac{P}{\rho_G RT_G} = 1 + B_1\rho_G + B_2\rho_G^2 + B_3\rho_G^3 \quad (25)$$

ضرایب B_1, B_2, B_3 در معادله فوق به ضرایب ویریا دانسیته معروف هستند. با دیفرانسیل‌گیری از این معادله نتیجه زیر بدست می‌آید.

$$\frac{dP}{P} - X \frac{d\rho_G}{\rho_G} - Y \frac{dT_G}{T_G} = 0 \quad (\text{الف}-26)$$

$$X = \frac{\rho_G}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_G} \right)_{T_G} = \frac{1 + 2B_1\rho_G^2 + 3B_2\rho_G^2 + 4B_3\rho_G^3}{1 + B_1\rho_G + B_2\rho_G^2 + B_3\rho_G^3} \quad (\text{ب}-26)$$

$$Y = \frac{T_G}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T_G} \right)_{\rho_G} = 1 + \frac{\rho_G T_G}{1 + B_1\rho_G + B_2\rho_G^2 + B_3\rho_G^3} \times \left[\frac{dB_1}{dT_G} + \rho_G \frac{dB_2}{dT_G} + \rho_G^2 \frac{dB_3}{dT_G} \right] \quad (\text{ج}-26)$$

3- عدد ماخ فاز بخار

با توجه به فواصل بودن جریان محاسبه عدد ماخ اهمیت به سزایی در تحلیل صحیح جریان دارد. معادله (27) تعریف این عدد بی بعد است.

$$Z = \text{Ma}^2 = \left(\frac{U_G}{C} \right)^2 \quad (\text{الف}-27)$$

$$C = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_G} \right)^{0.5} \quad (\text{ب}-27)$$

با دیفرانسیل‌گیری از معادله (27)، معادله (28) حاصل می‌شود.

$$\frac{dZ}{Z} = 2 \frac{dU_G}{U_G} + \frac{d\rho_G}{\rho_G} - \frac{dP}{P} \quad (28)$$

4- معادله مومنتم

با صرف نظر از نیروی درگ میان قطره و بخار اطراف، تغییرات اندازه حرکت توسط معادله (29) محاسبه می‌شود.

$$\text{AdP} + \frac{f\rho_G U_G^2}{2D_e} \text{Adx} = -d(W_G U_G + W_L U_L) \quad (\text{الف}-29)$$

$$D_e = \frac{4A}{S_p} \quad (\text{ب}-29)$$

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho U_G^2} = \frac{2D_e}{U_G^2} \frac{dP}{dx} \quad (\text{ج}-29)$$

در روابط فوق S_p محیط تر شده کانال و τ_w تنش برشی در دیواره می‌باشد. با بسط معادله (29) و توجه به اینکه $dW_L dW_L$ در مقایسه با دیگر جملات کوچک است معادله (30) حاصل می‌شود.

$$\frac{dP}{P} = -\frac{f\rho_G U_G^2}{2PD_e} dx - \frac{(W_G + W_L)U_G}{AP} \frac{dU_G}{U_G} \quad (30)$$

5- معادله انرژی

معادله بقای انرژی برای حجم کنترل گفته شده به شکل معادله (31) نوشته می‌شود.

$$d[(W - W_L)(h_G + U_G^2) + M_L(h_L + U_L^2)] = 0 \quad (31)$$

که در آن h_G انتالپی فاز بخار است. با تقسیم طرفین معادله (31) بر $C_p T_G$ که به ترتیب ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت و دمای فاز بخار نام دارند و همچنین فرض عدم لغزش بین فازی، شکل محاسباتی قانون بقای انرژی مطابق معادله (32) حاصل می‌شود.

$$\frac{U_G^2}{C_p T_G} \frac{dU_G}{U_G} + \frac{dh_G}{C_p T_G} - \frac{d(LW_L)}{C_p T_G (W_G + W_L)} = 0 \quad (\text{الف}-32)$$

$$L = h_G - h_L \quad (\text{ب}-32)$$

9- مراجع

- [1] J. WenMing, L. ZhongLiang, L. HengWei, P. HuiZhong, B. LingLing, Influences of friction drag on spontaneous condensation in water vapor supersonic flows, *Science in china series E: technological sciences*, Vol. 52, No. 9, pp. 2653–2659, 2009.
- [2] H. Hasani, M. Z. Yusoff, N. H. Shuaib, Preliminary theoretical study of the formation and growth of droplets in nucleating flows, *The 10th Asian International Conference of Fluid Machinery*, Kuala Lumpur, Malaysia, 2010.

- and heat transfer, Vol. 27, No. 2, pp. 286-297, 2012.
- [22] M. J. Kermani, A. G. Gerber, A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleation steam flow, *International Journal Heat and mass transfer*, Vol. 46, No. 17, pp. 3265-3278, 2003.
- [23] M. J. Moore, P.T. Walters, R.I. Crane, B.J. Davidson, Predicting the fog drop size in wet steam turbines, *Wet steam*, Vol. 4, No. 1, pp. 101-109, 1973.
- [24] R. C. Tolman, The superficial density of matter at liquid-vapor boundary, *The journal of chemical physics*, Vol. 17, No. 3, pp. 118-127, 1949.
- [25] F. Bakhtar, J. B. Young, A.J. White, D. Simpson, Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculation, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 219, No. 12, pp. 1315-1333, 2005.
- [26] J. E. McDonald, Homogeneous nucleation of water vapor condensation I. Thermodynamic aspects, *American Journal of Physics*, Vol. 17, No. 44, pp. 870-877, 1963.
- [27] A. R. Teymourtash, E. Lakzian, M. R. Mahpeykar, Simulation of phenomenon of spontaneous phase change of water vapor with suitable nucleation and droplet growth equations for low condensation pressures, *Fluid Mechanics and Aerodynamics*, Vol. 2, No. 3, pp. 89-102, 2014. (in Persian فارسی)
- [28] D.R. Jamieson, The condensation coefficient of water, *The 3rd Symposium on Thermo-physical Properties*, Lafayette, USA, 1965.
- [29] R. Marek, J. Straub, Analysis of the evaporation coefficient and the condensation coefficient of water, *International Journal Heat and mass transfer*, Vol. 44, No. 1, pp. 39-53, 2001.
- [30] B.N. Hale, The scaling of nucleation rates, *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 23, pp. 1863-1868, 1992.
- [31] B.N. Hale, D. J. Dimattio, Scaling of the nucleation rate and a Monte Carlo discrete sum approach to water cluster free energies of formation, *The Journal of Physical Chemistry B*, Vol. 108, pp. 19780-19785, 2004.
- [32] S. L. Girshick, C. P. Chiu, Kinetic nucleation theory: A new expression for the rate of homogeneous nucleation from an ideal supersaturated vapor, *The journal of chemical physics*, Vol. 93, pp. 1273-1278, 1990.
- [33] E. Amirirad, M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, Evaluation of simultaneous effect of inlet stagnation pressure and heat transfer on condensing water-vapor flow in supersonic laval nozzle, *Journal of Scientia Iranica*, Vol. 20, No. 1, pp. 141-151, 2012.
- [34] M. Talebi, E. Amirirad, M. R. Mahpeykar, Evaluation of different nucleation models and droplet radius averaging methods and their combination on condensing steam flow, *Mechanical Structures and Fluid*, Vol. 5, No. 1, pp. 193-209, 2014. (in Persian فارسی)
- [35] F. Bakhtar, K. Zidi, On the self-diffusion homogeneous water-vapour, *Journal of Power and Energy*, Vol. 199, No. 3, pp. 159-164, 1985.
- [36] G. Gyarmathy, *Bases for theory for wet steam turbines*, pp. 1-5, Zurich: Federal Technical University, 1964.
- [37] A. J. White, A comparison of modeling method for polydispersed wet-steam flow, *International Journal Numerical methods in engineering*, Vol. 57, No. 6, pp. 819-834, 2003.
- [38] J. B. Young, An equation of state for steam for turbomachinery and other flow calculations, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 110, No. 1, pp. 1-7, 1988.
- [39] S. Dykas, W. W. Wlodzimierz, Numerical modeling of steam condensing flow in low and high-pressure nozzles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, No. 1, pp. 6191-6199, 2012.
- [3] H. Hasini, M. Z. Yusoff, N. A. Malek, *Numerical modeling of wet steam flow in steam turbine channel*, Accessed 22 September 2012; <http://www.intechopen.com>.
- [4] A. J. White, J. B. Young, A time-marching method for the prediction of two-dimensional unsteady flows of condensing steam, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 9, No. 4, pp. 579-587, 1993.
- [5] E. Lakzian, S. Shabani, investigation of coalescence effects on the exergy Analytical loss in a spontaneously condensing wet-steam flow, *International Journal of Exergy*, Vol. 16, No.4, pp. 383-391, 2015.
- [6] E. Lakzian, A. Masjedi, Slip effects on the exergy loss due to irreversible heat transfer in a condensing flow, *International Journal of Exergy*, Vol. 14, No.2, pp. 22-37, 2014.
- [7] M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, E. Amirirad, Reducing entropy generation by volumetric heat transfer in a supersonic two-phase steam flow in a Laval nozzle, *International Journal of Exergy*, Vol. 9, No.1, pp. 301-314, 2011.
- [8] E. Lakzian, M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, Make of using Lagrangian model for trajectory of liquid droplet at wet steam flow in 2D convergent divergent nozzle, *The 18th Mechanic International Annual Convention*, Tehran, Iran, 2010. (in Persian فارسی)
- [9] E. Yousefirad, M. R. Mahpeykar, A. R. Temourtash, Optimization of CUSP technique using inverse modeling for improvement of Jameson's 2-D finite volume method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 174-182, 2014. (in Persian فارسی)
- [10] A. R. Temourtash, M. R. Mahpeykar, E. Lakzian, An investigation of condensing flow in a steam turbine cascade, using the Baldwin-Lomax turbulence model, *sharif journal of science and technology*, Vol. 2, No. 1, pp. 80-91, 2013. (in Persian فارسی)
- [11] G. C. Benson, R. Shuttleworth, The surface energy of small nuclei, *The journal of chemical physics*, Vol. 19, No.5, pp. 130-133, 1951.
- [12] M. A. Hooper, S. Nordholm, Generalized van der waals theory XII. Curved interfaces in simple fluid, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 81, No. 6, pp. 2432-2438, 1984.
- [13] S. M. Thompson, K. E. Gubbins, J. P. R. B. Walton, R. A. R. Chantry, J. S. Rowlinson, A molecular dynamics study of liquid-drops, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 81, No. 6, pp. 530-542, 1984.
- [14] G. M. Pound, V. K. Lamer, Kinetics of crystalline nucleus formation in supercooled liquid tin, *Journal of the American Chemical Society*, Vol. 72, No. 4, pp. 4847-4854, 1950.
- [15] J. W. Gibbs, *Collected works*, pp. 210-230, New York: Longmans Green and Company, 1928.
- [16] R. C. Tolman, The effect of droplet size on surface tension, *The journal of Chemical Physics*, Vol. 17, No. 3, pp. 333-337, 1949.
- [17] R. C. Tolman, Consideration of the Gibbs theory of surface tension, *The journal of chemical physics*, Vol. 16, No. 8, pp. 758-774, 1948.
- [18] J. G. Kirkwood, F. P. Buff, The statistical mechanical theory of surface tension, *The journal of Chemical Physics*, Vol. 17, No. 3, pp. 338-343, 1949.
- [19] S. Sh. Rekhviashvili, E. V. Kishtikova, On the size dependence of the surface tension, *Technical Physics*, Vol. 56, No. 1, pp. 143-146, 2011.
- [20] J. Kalova, R. Mares, Size dependence of surface tension, *International Journal of Thermophysics*, Vol. 59, No. 2, pp. 151-158, 2015.
- [21] M. R. Mahpeykar, A. R. Mohammadi, Effect of important thermophysical properties on condensation shock in a steam flow, *Journal of thermophysics*