



## بررسی زاویه تماس در شبیه‌سازی برخورد قطره به سطح جامد در روش حجم سیال

سحر جعفری<sup>1</sup>، محمدرضا انصاری<sup>2\*</sup>، نیما سامخانیانی<sup>3</sup>

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی 143-14115، mra\_1330@modares.ac.ir

### چکیده

در مطالعه حاضر، به بررسی و مقایسه مدل‌های زاویه تماس در پیش بینی رفتار قطره پس از برخورد به سطح جامد پرداخته می‌شود. دوفاز غیرقابل تراکم، مخلوط نشدنی و سیال‌ها نیوتنی هستند. برای شبیه‌سازی فصل مشترک بین دوفاز از روش حجم سیال تابع رنگ (CF\_VOF) در نرم‌افزار متن باز این فوم استفاده شده است. مدل‌های مختلف زاویه تماسی همچون: مدل تانر و مدل یوکویی در این نرم افزار پیاده و با مدل‌های موجود در آن همچون: مدل زاویه تماس استاتیکی و دینامیکی مقایسه شده‌است. این مطالعه نشان می‌دهد مدل زاویه تماس استاتیکی با وجود سادگی بهترین مدل برای پیش بینی رفتار قطره در محدوده وسیعی از شرایط مختلف برخورد قطره به سطح جامد است. نشان داده شده ویسکوزیته سیال در تعیین نوع الگوی برخورد قطره تأثیرگذار است و با افزایش ویسکوزیته سیال انرژی بیشتری برای برخاست دوباره قطره از سطح لازم است. همچنین ناپایداری کلون - هلمهولتز ناشی از اختلاف سرعت بین دو فاز قطره و هوا، بعنوان عاملی در تغییر شکل فصل مشترک بوده و با ایجاد طول موج‌هایی روی سطح مشترک در شبیه‌سازی‌ها دیده شده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 17 آبان 1393  
پذیرش: 10 دی 1393  
ارائه در سایت: 04 بهمن 1393  
کلیدواژگان:  
جریان دوفازی قطره‌ای  
تغییر شکل سطح مشترک  
برخورد قطره با سطح جامد  
زاویه تماس  
ناپایداری کلون هلمهولتز

## Contact Angle Comparison of Droplet Impact on Solid Surface Using VOF

Sahar Jafari, Mohammad Reza Ansari\*, Nima Samkhaniani

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115- 143 Tehran, mra\_1330@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 08 November 2014  
Accepted 31 December 2014  
Available Online 24 January 2015

#### Keywords:

Two-phase droplet flow  
Interface deformation  
Droplet impact on solid interface  
Contact angle  
K-H instability

### ABSTRACT

In the present work, models that predict contact angle of a droplet with a solid surface are considered and compared. Two phases were assumed to be Newtonian, incompressible and immiscible fluids. OpenFOAM software is applied to simulate the two phases interface by using Color function VOF (CF-VOF) method. Different models for contact angle of a droplet as Tanner and Yokoi models are implemented in the OpenFOAM. In addition, the dynamics and statics contact angle models were used for comparison with recent models in order to choose the best one. The outcome of study shows that, the static contact angle model is simple to understand, and could be the best model to predict the droplet behavior in a wide range of different conditions. The fluid viscosity effect was also considered in different models of the present study. It was concluded that the fluid viscosity affects the type of pattern of droplet impact and as viscosity of fluid increases more energy is needed to uplift the droplet again from the surface. Kelvin-Helmholtz instability (K-H) was also simulated and explained in detail, which initiates on the interface of two fluids due to velocity differences of droplet and the surrounding air.

### 1- مقدمه

قطرات با برخورد به فیلم مایع روی سطح، حفره‌هایی روی آن ایجاد می‌کنند که ممکن است اطراف آن برآمده شده و لایه نازکی از مایع پیرامون آن بوجود آید. این پدیده اصطلاحاً تاج<sup>2</sup> نام می‌گیرد. شکل 1 این الگو را نشان می‌دهد. تاج‌های تشکیل شده به قطرات در حال سقوط برخورد می‌کنند و روی حرکت آن‌ها اثر می‌گذارند. علاوه بر این ممکن است قطرات پیش از برخورد به سطح، با یکدیگر تصادم داشته باشند که بدین ترتیب تبادل جرم، مومنوم و انرژی اتفاق می‌افتد. به دلیل برخورد پیوسته قطرات و اندرکنش مابین قطرات در حال سقوط و فیلم مایع، سطح کاملاً ناپایدار است.

در راستای مطالعه دینامیک جریان قطره‌ای، برخورد قطره به سطح همواره از مباحث مورد توجه محققین بوده است. بعنوان نمونه، تر کردن اجباری<sup>1</sup> سطح، یکی از مکانسیم‌های مهم در فرایندهای پوشش است. در چنین فرایندهایی، لایه نازکی از مایع بطور پیوسته روی سطح جامد در حال حرکت ته‌نشین می‌شود. به همین علت اطلاع از دینامیک برخورد قطره در پوشش دهی قالب‌ها و یا در ساخت کامپوزیت‌ها ضروری است. هنگامی که افشانه به سطح مورد نظر برخورد می‌کند، پدیده‌های مختلفی اتفاق می‌افتد. هر یک از

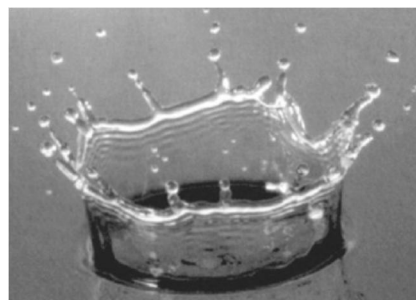
2- Crown

1- Forced wetting

Please cite this article using:

S. Jafari, M.R. Ansari, N. Samkhaniani, Contact Angle Comparison of Droplet Impact on Solid Surface Using VOF, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 84-94, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 1 برخورد قطره به لایه نازکی از فیلم مایع و تشکیل تاج [1]

در این فرایند، شرایط برخورد متفاوت و در راستای آن، نتایج متفاوت دیده می‌شود. تروپا و رویسن [2] نشان دادند که مدل‌های برخورد قطره منفرد را می‌توان به برخورد اسپری تَنک<sup>1</sup> تعمیم داد، گرچه این تقریب در اسپری‌های متراکم سوال برانگیز است.

در راستای تعیین رفتار قطرات، گرچه دوربین‌های سرعت بالا داده‌های اولیه‌ای را در دسترس قرار می‌دهند اما مقیاس‌های کوچک و سرعت‌های بالا، انجام آزمایش‌ها را دشوار می‌سازد. به همین دلیل شبیه‌سازی عددی این پدیده بسیار مورد توجه واقع شده است. از طرفی، شبیه‌سازی عددی مستقیم<sup>2</sup> اسپری، فراتر از توانمندی محاسباتی حال حاضر است، زیرا حرکت قطرات و برخورد آن‌ها به سطح، شامل محدوده گسترده‌ای از مقیاس‌های طولی و زمانی متفاوت است. در هر اسپری، قطرات دارای سرعت‌ها و قطرهای مختلفی هستند. با برخورد قطرات به یکدیگر و یا با برخورد به سطح، پدیده بیش از پیش پیچیده می‌شود. ممکن است مقیاس طولی فیلم مایع ایجاد شده روی سطح، بسیار بزرگتر از قطر هر قطره باشد. همچنین این امکان وجود دارد که مقیاس زمانی نوسان فیلم مایع روی سطح، بسیار بزرگتر از مقیاس زمانی برخورد قطره به آن باشد. لذا روشی قطعی برای مدل‌سازی دینامیک اسپری با تحلیل رفتار تک‌تک قطرات آن امکان‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین برای درک بهتر پدیده بعنوان گام اول می‌توان المان کوچکی را به عنوان نماینده استفاده کرد. این روش از نظر تئوری هیدرودینامیک قطره، زمانی که قطرات اندرکنش کمتری دارند، از مقبولیت بالاتری برخوردار است.

از سوی دیگر پیشرفت تکنولوژی و الگوریتم‌های حل عددی، استفاده از روش‌های محاسباتی را جهت تحلیل دینامیک جریان امکان‌پذیر می‌سازد. شبیه‌سازی‌های عددی نتایجی را ارائه می‌کند که نه تنها شامل جزئیاتی از تغییر شکل قطرات و چگونگی برخورد آن‌ها به سطح می‌شود، بلکه تغییرات میدان‌های سرعت، فشار و دما را که دسترسی به آن‌ها در طول آزمایش‌ها امکان‌پذیر نیست، گزارش می‌دهد.

پدیده برخورد قطره به صفحه تاکنون موضوع مطالعه گسترده عددی، آزمایشگاهی و تئوری بوده است. برخورد قطره به صفحه در دو دسته کلی: (1) برخورد قطره به صفحه جامد (2) برخورد قطره به لایه‌ای از سیال تقسیم می‌شود. در هر بخش شرایط ویژه‌ای که یک پدیده ایجاد می‌شود، مطرح است. در برخورد قطره به صفحه جامد موضوعاتی چون پخش<sup>3</sup> سیال روی دیواره، پاشش<sup>4</sup> و بالا جستن<sup>5</sup> آن از روی دیواره و در برخورد قطره به سیال علاوه بر این موضوعات اتصال دو سیال، کاویتاسیون<sup>6</sup> یا به دام افتادن هوا در لایه سیال بحث شده است. علاوه بر این رژیم‌های مختلفی از جمله تاج متقارن<sup>7</sup>،

تاج با اسپایک متقارن<sup>8</sup> و تاج بی‌قاعده<sup>9</sup> برای این پدیده تعریف شده است [1]. در آزمایش‌هایی که رایبوو و همکارانش [3] انجام دادند، نتایج متفاوتی از برخورد قطره به سطح جامد گزارش شد. ایشان الگوهای متفاوت جریان را با گذشت زمان نشان دادند. هر یک از این الگوها بیانگر رژیم‌های مختلفی هستند. جوسیرند و زالسکی [4] برای انتقال بین دو پدیده نشت<sup>10</sup> و پخش، عدد بدون بعد سامرفلد  $K = We^{1/2} Re^{1/4}$  را معرفی کردند که  $We$  و  $Re$  اعداد بی‌بعد رینولدز و وبر است. ایشان نشان دادند اگر سرعت قطره بسیار بالا باشد یا قطره به سطح جامد زبر برخورد کند، قطرات ثانویه خیلی سریع شکل می‌گیرند، اما در سرعت‌های پایین و در برخورد با سطح جامد هموار ممکن است قطرات ثانویه شکل نگرفته و قطره به آرامی بر روی سطح جامد پخش شود. برای مقادیر بزرگتر از سامرفلد بحرانی تجزیه و مقادیر کوچکتر از آن پخش روی می‌دهد. عدد سامرفلد بحرانی در حدود 50 است.

نیکولوپولوس و همکارانش [5] پدیده چلپ چلوب ناشی از برخورد قطره به فیلم سیال را مورد بررسی قرار دادند. این افراد با استفاده از روش تعقیب سطح حجم سیال و روش گسسته‌سازی حجم محدود رفتار قطره را شبیه‌سازی کردند. برای پیگیری دقیق سطح، روش اصلاح محلی شبکه‌بندی در نزدیکی سطح استفاده شد. در این مطالعه به دو عامل: (1) ناپایداری رایلی<sup>11</sup>، (2) تنش سطحی، در ایجاد قطرات ثانویه پس از برخورد قطره به دیواره اشاره شده است.

در ادامه تحقیقات، بربریوک و همکارانش [6] در یک مطالعه عددی، تئوری و آزمایشگاهی به بررسی برخورد قطره به فیلم محدود سیال پرداختند. در این مطالعه، دینامیک برخورد قطره بر روی سطح مایع، شکل حفره ایجاد شده بر روی سطح فیلم سیال، تشکیل و انتشار موج‌های کاپیلاری<sup>12</sup> و نیز ضخامت فیلم سیال روی دیواره شبیه‌سازی و بررسی شد. با استفاده از تصویربرداری با سرعت بالا تأثیر برخی از پارامترهایی همچون ضخامت فیلم سیال، سرعت قطره و ویژگی‌های فیزیکی دوفاز همچون ویسکوزیته و تنش سطحی بر روی تغییر شکل دهانه حفره مورد بررسی قرار گرفت. برای شبیه سازی عددی در این مطالعه از مدل تعقیب سطح حجم سیال موجود در نرم افزار اوپن فوم استفاده شده است.

## 2- مدل‌های برخورد

یکی از مسائل مرتبط با برخورد قطره به سطح، کاپیلاری سطح است که با زاویه تماس مشخص می‌شود. زاویه تماس، زاویه بین سطح جامد و قطره است. در بسیاری از فرایندهای صنعتی، سرعت برخورد قطره و یکنواختی تری<sup>13</sup> سطح باید به نحوی کنترل شود تا بتوان الگوهای جریان را پیش‌بینی کرد. در سرعت‌های بالا، هنگامی که قطره به ماکزیمم نسبت پخش خود می‌رسد، کشش سطحی و تری سطح باعث به عقب رانده شدن قطره می‌شوند. براساس کاپیلاری صفحه جامد، این سطح می‌تواند آب‌دوست<sup>14</sup> (زاویه تماس کمتر از 90 درجه) یا آبگریز<sup>15</sup> (زاویه تماس بیش از 90 درجه) باشد. اگر سطح آبگریز باشد، الگوی جریان شکست پسرو<sup>16</sup> گسترش می‌یابد.

8- Regular Crown With Spikes

9- Irregular Crown

10- Deposition

11- Rayleigh

12- Capillary

13- Wettability

14- Hydrophilic

15- Hydrophobic

16- Receding Break-up

1- Sparse

2- Direct Numerical Simulation (DNS)

3- Spreading

4- Splashing

5- Bouncing

6- Cavitation

7- Regular Axisymmetric Crown

خارجی و میزان لغزش دیواره مربوط می‌شود،  $\varepsilon$  پارامتر بی‌بعد کوچک مربوط به خط برخورد است،  $f$  و  $g$  توابعی خاص هستند. توضیحات بیشتر در مرجع [11] قابل دسترسی است.

تمامی مدل‌های ضمنی زاویه برخورد دینامیکی، ساده شده رابطه‌ی (2) می‌باشند. یکی از روابطی که استفاده گسترده‌ای در مدل‌سازی‌ها دارد، زاویه برخورد بدست آمده از قانون هافمن-ونيو-تانر<sup>8</sup> است که برای اعداد موئینگی کوچک بکار می‌رود (رابطه (3)).

$$\theta_d^3 - \theta_e^3 \cong c_T Ca \rightarrow \theta_d = (72Ca + \theta_e^3)^{1/3} \quad (3)$$

که  $c_T \approx 72$  یک ثابت عددی است که توسط هافمن [12] معرفی شده است. در سال‌های بعد، فوکایی و همکارانش [13] با استفاده از روش المان محدود برخورد قطره روی سطح صاف را شبیه‌سازی کردند. نتایج شبیه‌سازی تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی نشان داد. محدوده سرعت‌های برخورد در این تحقیق، 1-2 متر بر ثانیه بود. نتایج حاکی از این بود که در  $U_{cl} = 0$  الحاق زوایای پیش‌رو و پس‌رو پیش‌بینی بهتری از پدیده دارند.

در مطالعات دیگری که توسط پسندیده‌فرد و همکارانش [14] انجام شد، این افراد برخورد قطره با سطح را با استفاده از الگوریتم SOLA-VOF شبیه‌سازی کردند. در این تحقیق زاویه برخورد در هر گام زمانی تغییر می‌کرد. در تحقیقی دیگر، بوسمن و همکارانش [15] به بررسی آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی پدیده پخش قطره روی سطح پرداختند. ایشان از متوسط زاویه دیده شده در آزمایش‌ها برای انجام شبیه‌سازی استفاده و پدیده پخش را در سرعت‌های بالا (بیش از 1/5 m/s) مطالعه کردند.

گونجال و همکارانش [16] به بررسی برخورد قطره آب بر روی تفلون و شیشه بصورت آزمایشگاهی و عددی پرداختند. نتایج در محدوده رینولدز 2500-550 و وبر 2-20، گزارش شد. روش عددی بکار رفته بر پایه روش حجم سیال بود. ایشان در شبیه‌سازی‌ها از متوسط زاویه دینامیکی دیده شده در آزمایش‌ها استفاده کردند. نتایج حاصل از مدل‌سازی با درصدی خطا با آزمایش‌ها هماهنگی داشت. همچنین در این تحقیق رژیم‌های مختلف مربوط به برخورد قطره دیده شد.

در سال‌های اخیر، مدل دیگری توسط یوکویی و همکارانش [17] پیشنهاد داده شد. مدل ایشان ترکیبی از مدل هافمن-ونيو-تانر (رابطه (3) و مدل رابطه (4) است.

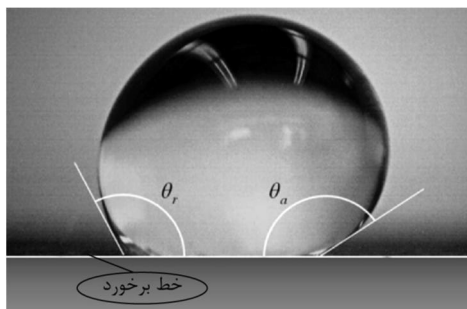
$$\theta(U_{cl}) = \begin{cases} \theta_a & \text{اگر } U_{cl} \geq 0 \\ \theta_r & \text{اگر } U_{cl} < 0 \end{cases} \quad (4)$$

در این مدل دو پارامتر ثابت وجود دارد که وابسته به داده‌های آزمایشگاهی است ( $k_r$  و  $k_a$ ). این مدل محدودیتی در استفاده از عدد موئینگی ندارد (رابطه (5)).

$$\theta(U_{cl}) = \begin{cases} \min \left[ \theta_e + \left( \frac{Ca}{K_a} \right)^{1/3}, \theta_a \right] & \text{اگر } U_{cl} \geq 0 \\ \max \left[ \theta_e + \left( \frac{Ca}{K_r} \right)^{1/3}, \theta_r \right] & \text{اگر } U_{cl} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

با به کارگیری این مدل‌ها پدیده برخورد قطره با استفاده از ترکیب روش حجم سیال و سطوح هم تراز (CLSVOF) شبیه‌سازی و نتایج با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شد. ایشان با ارائه رابطه (5)، این مدل را برای قطره آب با سرعت برخورد 1 m/s صحت سنجی کردند.

در پژوهشی دیگر، گانسان [18] تأثیر مدل‌های زاویه دینامیکی در برخورد قطره روی سطح را مورد مطالعه قرار داد. نتایج نشان داد که مدل‌های



شکل 2 زوایای پیش‌رو و پس‌رو در برخورد قطره با سطح جامد

اندازه زاویه تماس به پارامترهای مختلفی، از جمله اعداد بدون بعد کاپیلاری و وبر، نسبت چگالی و ویسکوزیته دو سیال مایع و گاز، سرعت خط برخورد و جنس سطح وابسته است [7].

خط برخورد<sup>1</sup> (خط سه‌گانه) به معنی تقاطع بین دو فاز با سطح جامد است. زاویه ماکروسکوپی که بین سطح مشترک و سطح جامد ایجاد می‌شود، زاویه برخورد نام دارد. زاویه برخورد استاتیکی ( $\theta_s$  (زاویه تعادلی<sup>2</sup>) بطور ایده‌آل ویژگی واحد ماده است و مقدار آن از تعامل بین سه سطح مشترک تعیین می‌شود. اما در عمل زاویه برخورد تجربی که خط برخورد نسبت به سطح جامد دارد، زاویه برخورد دینامیکی  $\theta_d$  است که مربوط به زوایای پیش‌رو<sup>3</sup>  $\theta_a$  و پس‌رو<sup>4</sup>  $\theta_r$  قطره می‌باشد. زوایای پیش‌رو<sup>5</sup>  $\theta_a$  و پس‌رو<sup>6</sup>  $\theta_r$  به ترتیب بزرگترین و کوچکترین زوایای برخورد قابل دستیابی برای زمانی است که سرعت خط سه-گانه به صفر می‌رسد ( $U_{cl} = 0$ ) (شکل 2).

برخلاف زاویه برخورد استاتیکی، زاویه برخورد دینامیکی مشخصه‌ای از ماده نیست و روابط زیادی برای آن برحسب عدد موئینگی و سرعت خط برخورد پیشنهاد شده است. در محاسبات عددی اغلب زاویه برخورد دینامیکی طوری تنظیم می‌شود که بصورت تابعی از زاویه پس‌رو و پیش‌رو تغییر کند و سرعت خط برخورد بین محدوده  $\pm U_{cl}$  باشد. خارج این بازه، زاویه تماس بسته به علامت سرعت خط برخورد، مقدار  $\theta_a$  یا  $\theta_r$  را خواهد داشت [8-10]. سرعت خط برخورد سرعت ماده نیست و به آسانی نمی‌تواند در میدان سرعت برون‌یابی شود. این سرعت از مشتق زمانی شعاع منطقه تر روی دیوار بدست می‌آید (رابطه (1)).

$$U_{cl} = \frac{dr}{dt} \quad (1)$$

مطالعات زیادی روی زاویه تماس دینامیکی انجام گرفته و مدل‌های بسیاری برای محاسبه این زاویه توسط محققین پیشنهاد شده‌است. در تمامی مدل‌ها، این زاویه بصورت تابعی از سرعت خط سه‌گانه است. در ادامه تعدادی از مدل‌های رایج در ادبیات فن معرفی می‌شوند.

یکی از نتایج مهم مربوط به سرعت پخش<sup>7</sup> قطره روی سطح با زاویه دینامیکی، بصورت تحلیلی توسط کوکس [11] ارائه شد (رابطه (2)).

$$Ca = \left( \ln(\varepsilon^{-1}) - \frac{Q_1}{f(\theta_a)} + \frac{Q_2}{f(\theta_w)} \right)^{-1} [g(\theta_d) - g(\theta_w)] + o \left( \frac{1}{\ln(\varepsilon^{-1})} \right) \quad (2)$$

در این رابطه،  $\theta_d$  زاویه برخورد دینامیکی،  $\theta_w$  زاویه دیواره که معمولاً با زاویه تعادلی  $\theta_e$  در ارتباط است،  $Q_1$  و  $Q_2$  اعداد ثابتی هستند که به جریان

1- Contact line  
2- Equilibrium  
3- Advancing  
4- Receding  
5- Advancing  
6- Receding  
7- Spreading Velocity

8- Tanner

## 3-1- معادلات حاکم

برای جریان دوفازی تراکم‌ناپذیر سطوح آزاد با استفاده از روش VOF، معادله انتقال تابع نشانگر فاز، به طور همزمان با معادلات مومنوم و پیوستگی حل می‌شود.

معادله بقای جرم برای جریان تراکم‌ناپذیر در محدوده حل بصورت رابطه‌ی (6) خواهد بود:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (6)$$

مشخصات دو فاز روی سطح مشترک از هم مستقل است. در روش حجم سیال، سطح مشترک یک مرز تیز نیست؛ بلکه تغییرات خواص فیزیکی دو فاز در سطح مشترک بصورت تابعی از خواص دو فاز تعریف می‌شود (رابطه‌های 7 و 8):

$$\rho(x, t) = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g \quad (7)$$

$$\mu(x, t) = \alpha \mu_l + (1 - \alpha) \mu_g \quad (8)$$

که  $\alpha$  کسر حجمی است و بعنوان نسبت حجم هر فاز به حجم سلول تعریف می‌شود. در روش VOF از الگوی زیر پیروی می‌کند:

$$\begin{cases} \alpha = 1 & \text{فاز 1} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{سطح مشترک} \\ \alpha = 0.2 & \text{فاز 2} \end{cases} \quad (9)$$

توزیع کسر حجمی در این روش با حل رابطه‌ی (10) بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{D\alpha}{Dt} = \frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \cdot \nabla \alpha = 0 \quad (10)$$

یکی از مسائل مهم در شبیه‌سازی جریان سطوح آزاد بوسیله روش حجم سیال، تیزی سطح مشترک است، بطوری‌که کران‌داری و بقاء کسر حجمی حفظ شود. از آنجایی که سطح مشترک بین دوفاز دارای ضخامت است و روی چند سلول محاسباتی قرار می‌گیرد، بدین دلیل نوع شبکه‌بندی در این روش از اهمیت بالایی برخوردار خواهد بود. در جریان‌هایی با نسبت دانسیته بالا، ممکن است حتی خطاهای کم در کسر حجمی منجر به خطاهای مهمی در محاسبات نهایی شود. بنابراین محاسبه دقیق توزیع کسر حجمی برای بدست آوردن انحنای صحیح سطح، جهت تخمین نیروی کشش سطحی، ضروری است.

از طرفی سطح مشترک ممکن است به دلیل دیفیوژن عددی، بصورت مصنوعی روی سلول‌های محاسباتی پخش شود. از این‌رو گسسته‌سازی مناسب ترم جابجایی بسیار ضروری می‌نماید. در پژوهش حاضر روش بکار رفته توسط ولر [21] استفاده شده است. در این روش یک ترم جابجایی به معادله توزیع کسر حجمی (رابطه 10) اضافه شده است.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (u\alpha) + \nabla \cdot (\alpha(1 - \alpha)U_c) = 0 \quad (11)$$

ترم جابجایی افزوده شده (ترم سوم سمت چپ معادله 11)، باعث فشردگی سطح مشترک می‌شود و کران‌داری و بقاء کسر حجمی را تضمین می‌کند [21]. در این رابطه  $U_c$  سرعت مناسب برای فشردگی سطح مشترک است که از رابطه (12) محاسبه می‌شود.

$$U_c = \min[C_\alpha |u|, \max(|u|)] \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \quad (12)$$

در این رابطه سرعت فشردگی برپایه بیشینه سرعت در ناحیه سطح مشترک است. در واقع،  $U_c$  باید به طریقی محدود شود [21]. شدت تراکم سطح مشترک با مقدار ثابت  $C_\alpha$  کنترل می‌شود و برای آن مقداری در محدوده 1 تا 4 پیشنهاد شده است [22].

زاویه برخورد برای  $\theta_e > 140^\circ$ ، تأثیری بر دینامیک جریان ندارند. در حالی که در دیگر زوایا، هر یک از مدل‌ها تأثیر متفاوتی را بخصوص در مرحله برگشت دارند. در نهایت، مدل زاویه تعادلی به عنوان ساده‌ترین مدل، برای انجام شبیه‌سازی‌ها پیشنهاد داده شد.

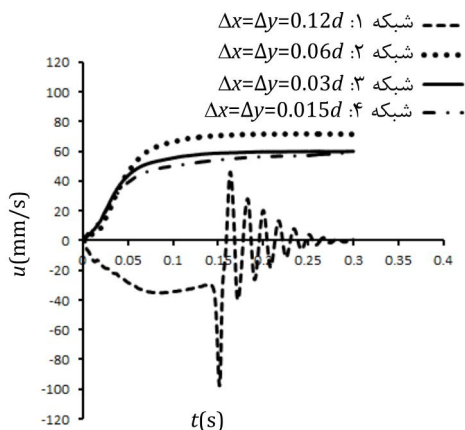
در مطالعه حاضر به بررسی برخی از کاربردی‌ترین مدل‌های زاویه دینامیکی در کنار زاویه استاتیکی پرداخته شده است. هدف از شبیه‌سازی‌ها انتخاب مدل برتر در گستره‌ای از حالات مختلف می‌باشد. از آنجایی که در سال‌های اخیر گرایش بیشتری به استفاده از نرم‌افزار اوپن‌فوم بوجود آمده است. در صدد هستیم تا با استفاده از مدل‌های موجود در این نرم‌افزار و مقایسه آن با مدل‌های برخی از محققین پیشین امکان تعیین مناسب‌ترین مدل را فراهم سازیم. چراکه نهایتاً معرفی مدل برتر منجر به پیش‌بینی دقیق‌تر پدیده خواهد شد.

## 3- شبیه‌سازی عددی

در کار حاضر برای شبیه‌سازی میدان جریان دوفازی از نرم‌افزار متن‌باز اوپن‌فوم<sup>2</sup> استفاده شده است. روش عددی به کار گرفته شده، از روش حجم محدود<sup>3</sup> استفاده می‌کند که با استفاده از الگوریتم پیرو<sup>4</sup>، معادلات ناویر-استوکس حل شده و میدان سرعت و فشار بدست می‌آید. تعقیب سطح مشترک دو فاز در هر لحظه با استفاده از روش حجم سیال<sup>5</sup> صورت می‌گیرد. این روش یکی از رایج‌ترین تکنیک‌های محاسباتی برای تعقیب سطح مشترک دو فاز است، که یک روش دنبال کردن حجم را ارائه می‌کند. ایده اصلی این روش در تعریف تابع حجم است که مقدار صفر را برای فاز اول، یک را برای فاز دوم و مقادیری بین صفر و یک را برای سلول‌های شامل سطح مشترک قرار می‌دهد. این روند باعث حفظ بقای جرم می‌شود و همچنین مدت زمان محاسباتی آن خیلی بالا نخواهد بود. به موجب این ویژگی‌ها استفاده از این روش رواج بیشتری داشته است. در واقع در روش VOF حرکت سطح مشترک دنبال نمی‌شود بلکه حجم هر فاز در هر سلول بدست می‌آید و به همین دلیل گاهی این روش را با نام روش تعقیب حجم بکار می‌برند [19]. این روش همواره به علت سادگی و حجم محاسباتی کم مورد توجه است.

در این تحقیق، سیالاتی که برای بررسی میدان جریان مورد مطالعه قرار گرفتند، نیوتنی و غیرقابل تراکم فرض شده‌اند. در جریان تراکم‌ناپذیر معادله صریحی برای فشار وجود ندارد، بنابراین سرعت و فشار بطور مجزا از هم حل نمی‌شوند بلکه معادله فشار از اعمال معادله پیوستگی بر روی معادله مومنتم بدست می‌آید. در این مطالعه الگوریتم پیرو (معرفی شده توسط عیسی [20]) برای حل معادله فشار و تصحیح سرعت بکار رفته است. در مطالعه حاضر تأثیرات توربولانس در نظر گرفته نشده است. از آنجایی که سطح مشترک دو فاز، در تئوری بی‌نهایت کوچک است و در واقعیت ناحیه‌ای از فضا است که دارای پهنای زیرمیکروسکوپی است؛ بدین منظور، برای حل سطح مشترک دو فاز با ضخامت کم، شبکه‌بندی ریزی برای انجام شبیه‌سازی‌ها انتخاب شده است. برای حصول اطمینان از کران‌دار بودن کسر حجمی و عدم وابستگی آن به نوع گسسته‌سازی‌های عددی، از الگوریتم MULES استفاده شده است. در این روش در معادله انتقال ترم ضدپخش<sup>6</sup> (یا تصحیح شار) اضافه می‌شود.

1- Non-Wetting  
2- OpenFOAM  
3- Finite Volume  
4- Pressure Implicit with Splitting of Operator  
5- Volume Of Fluid  
6- Anti-Diffusive



شکل 3 نمودار سرعت قطره در شبکه‌های محاسباتی مختلف

#### 4- نتایج

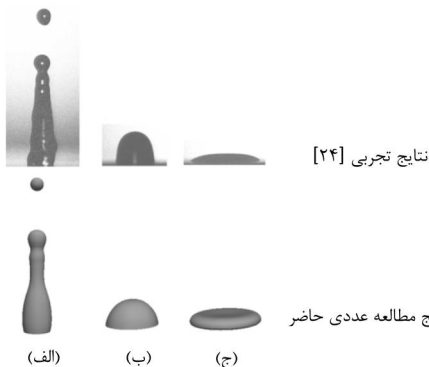
##### 4-1- مدل زاویه تماس استاتیکی

یکی از ساده‌ترین و رایج‌ترین مدل‌ها، مدل زاویه برخورد استاتیکی  $\theta_s$  (زاویه تعادلی) است. این مدل زاویه قطره روی خط سه‌گانه را در طول برخورد آن ثابت در نظر می‌گیرد. در واقع این زاویه، متوسط زوایایی است که قطره در حین برخورد با سطح دارد و مقدار آن از تعامل بین سه سطح مشترک تعیین می‌شود.

در مطالعه حاضر به منظور صحت‌آزمایی نتایج عددی بدست آمده از مدل استاتیکی بکار رفته، نتایج آزمایشگاهی کروکس و همکارانش [24] مورد استفاده قرار گرفته است.

بررسی‌ها برای چهار نوع سیال آب، گلیسرین 80%، 50% و 26% انجام گرفته است. سطح از جنس پارافیلیم نوع M و زاویه تماس 106 درجه است.

مشخصات فیزیکی این چهار سیال در جدول 1 آورده شده است. نتایج نشان می‌دهد در شرایط کاملاً یکسان، هر یک از این قطرات رفتار متفاوت و مختص خود را دارد و رژیم‌های متفاوتی را بوجود می‌آورند. شکل 4 نتایج شبیه‌سازی‌های دوبعدی کار حاضر را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی کروکس و همکارانش [24] نشان می‌دهد. در این شکل، سه قطره آب، گلیسرین 50% و 80% با قطر  $d=2/3\text{mm}$  پس از برخورد و در لحظه  $t=18\text{ms}$  نشان داده شده است. سرعت برخورد این قطره‌ها  $2\text{m/s}$  بوده است. همانگونه که از نتایج برمی‌آید، تغییر شکل‌های دیده شده در شبیه‌سازی‌ها به خوبی بر نتایج تجربی منطبق است و توصیف کاملی از پدیده را نشان می‌دهد.



شکل 4 برخورد قطرات 2/3 میلی‌متری بر سطحی از جنس پارافیلیم M با سرعت برخورد 2m/s در زمان یکسان؛ (الف) آب، (ب) گلیسرین 50%، (ج) گلیسرین 80%

معادله مومنوم برای جریان تراکم‌ناپذیر طبق رابطه (13) است.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu[\nabla u + (\nabla u)^T]) + \rho g + F_s \quad (13)$$

در این رابطه ترم  $F_s$  ناشی از کشش سطحی است [23]. مدل کشش سطحی استفاده شده در شبیه‌سازی‌ها، مدل نیروی سطحی پیوسته (CSF) است. در این مدل نیروی حجمی وارده با رابطه 14 محاسبه می‌شود.

$$F_s = \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (14)$$

کشش سطحی روی سطح مشترک محاسبه و در جهت عمود بر سطح در نظر گرفته می‌شود. انحنای سطح مشترک با رابطه (15) بیان می‌شود:

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \quad (15)$$

روند حل مسائل گذرا در یک حلقه زمانی تکرار می‌شود. ابتدا، معادله کسر حجمی در گام زمانی جدید حل می‌شود. متغیرهای فیزیکی مساله همچون چگالی و ویسکوزیته بروزرسانی می‌شود و سپس در حلقه‌ی پیوسته ابتدا معادله ی مومنوم حل شده و شارهای حجمی از اولین تقریب سرعت‌های جدید بدست می‌آید. با استفاده از مقادیر بدست آمده، معادله‌ی فشار بازسازی و حل می‌شود. با استفاده از فشار جدید بدست آمده، شارهای حجمی تصحیح و سرعت‌های جدید بازسازی می‌شوند.

##### 3-2- شبکه محاسباتی

در تحقیق حاضر، برای انجام شبیه‌سازی‌ها از شبکه‌ای با ساختار منظم استفاده شده است. یکی از پارامترهای مهمی که در حرکت قطرات مطرح می‌شود، سرعت حد قطره در هنگام رسیدن به شرایط پایا است. بدین منظور این پارامتر، بعنوان معیاری برای بررسی استقلال حل از شبکه انتخاب شد. برای حل مسئله، شکل اولیه قطره کروی می‌باشد. شرط مرزی با فرض عدم لغزش تمامی دیواره‌ها در نظر گرفته شده است. این امر باعث ارضای عدم ورود و خروج جرم از حجم معیار می‌شود، بنابراین می‌توان حرکت قطره را فقط به نیروی شناوری و گرانشی نسبت داد. در تمامی دیواره‌ها گرادین فشار صفر منظور شده است، جز دیواره بالایی که دارای شرایط مرزی اتمسفریک است.

شکل 3، نمودار تغییرات سرعت برخاست قطره تولوئن در آب، در چهار شبکه‌بندی مختلف را نشان می‌دهد. قطره تولوئن در آب به عنوان نماینده‌ی از قطرات با کشش سطحی بالا در سیستم‌های آزمایشی بطور گسترده استفاده می‌شود. در این شرایط اعداد بی‌بعد مورتون برابر  $2/17 \times 10^{-11}$  و اتووس برابر با 0/09 خواهد بود. در چنین شرایطی قطره قطعاً کروی خواهد بود. در این شکل محور عمودی مختصات سرعت حد قطره و محور افقی زمان حرکت آن را نشان می‌دهد. اختلاف نمودارهای تغییرات سرعت با افزایش تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی، کاهش یافته است. طبق شکل، نمودار تغییرات سرعت شبکه‌های 2، 3 و 4 بسیار مشابه هستند. از سوی دیگر روند کاهش اختلاف نمودارهای تغییرات سرعت، استقلال حل را در شبکه 3 بهتر نشان می‌دهد. بدین ترتیب اندازه سلول‌های محاسباتی 0/03 برابر قطر قطره در نظر گرفته شد.

جدول 1 مشخصات فیزیکی سیال‌های شبیه‌سازی شده در دمای 20 درجه سلسیوس

نام متغیر	آب	گلیسرین 26%	گلیسرین 50%	گلیسرین 80%
چگالی (kgm <sup>-3</sup> )	998	1061	1126	1212/8
ویسکوزیته (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	10 <sup>-3</sup>	2/2 × 10 <sup>-3</sup>	5/9 × 10 <sup>-3</sup>	64 × 10 <sup>-3</sup>
کشش سطحی (Nm <sup>-1</sup> )	7/25 × 10 <sup>-2</sup>	7/16 × 10 <sup>-2</sup>	7 × 10 <sup>-2</sup>	6/37 × 10 <sup>-2</sup>

مقادیر این پارامترها منجر به برخاست قطره از سطح می‌شوند و انرژی کافی برای رباندینگ قطره را فراهم می‌کنند.

در شکل 5 نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند. مقادیر بدست آمده برای قطرات جدا شده اختلاف بیشتری را نسبت به قطره گلیسیرین 50% نشان می‌دهد که در لحظه‌ی جدا شدن قطره از سطح ظاهر می‌شود. این تفاوت را می‌توان ناشی از فاصله گرفتن قطره در هنگام جدایش از سطح، از حالت متقارن محوری دانست. به این دلیل در سرعت‌های بالای برخورد قطره به سطح مدل‌سازی دو بعدی و متقارن محوری همراه با خطا است و مدل‌سازی سه بعدی توصیه می‌شود.

#### 4-2- ناپایداری کلون-هلمهولتز

در هنگام برخورد و جدایش قطره، ناپایداری کلون-هلمهولتز<sup>3</sup> باعث تشکیل امواجی روی سطح مشترک با طول موج‌های متفاوت می‌شود. وجود این امواج به دلیل اختلاف سرعت کافی بین دو فاز و در واقع شتاب سطح مشترک است [25]. با افزایش سرعت گاز، سطح مشترک دو فاز ناپایدار و شرایط برای رشد موج‌های روی آن فراهم می‌شود. افزایش طول موج تا حد بحرانی منجر به فروپاشی قطره می‌شود. لازم به ذکر است که طول موج بحرانی در شرایط حاضر مطابق رابطه  $\lambda_{max} = 3\pi\sigma/\rho_s U_{diff}^2$  برابر با 68cm خواهد بود [25]. شبیه‌سازی حاضر توانسته است شروع این ناپایداری را پیش‌بینی و ارائه دهد. شکل 6، طول موج و اندازه آن‌ها را نشان می‌دهد. در این طول موج‌ها فروپاشی قطره مطابق انتظار اتفاق نیفتاده است که حاکی از صحت نتایج است.

#### 4-3- مدل زاویه تماس دینامیکی

نرم‌افزار اوپن فوم از مدل زاویه برخورد دینامیکی زیر استفاده می‌کند:

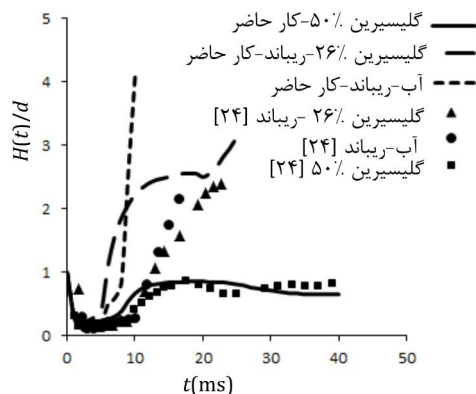
$$\theta_a = \theta_0 + (\theta_a - \theta_r) \cdot \tanh\left(\frac{U_{wall|t}}{U_{theta}}\right) \quad (16)$$

$\theta_0$  زاویه تعادلی قطره،  $\theta_r$  و  $\theta_a$  به ترتیب زوایای پیشرو و پسرو،  $U_{wall|t}$  سرعت مماسی میدان جریان در خط برخورد است.  $U_{theta}$  مقدار ثابتی است که به عنوان ورودی مسئله در شرایط مرزی اعمال می‌شود. هدف این است که با معلوم بودن  $\theta_0$ ،  $\theta_r$ ،  $\theta_a$ ،  $U_{theta}$ ، با محاسبه  $U_{wall|t}$ ، اندازه زاویه دینامیکی  $\theta_a$  بدست آید.

در سال 2008 یوکویی و همکارانش [17] بصورت عددی و آزمایشگاهی تأثیر زاویه برخورد دینامیکی را مورد بررسی قرار دادند. در این آزمایش‌ها برخورد قطره آب به قطر 2/28mm و با سرعت 1m/s به سطح جامد مورد مطالعه قرار گرفت و زاویه پیشرو و پسرو به ترتیب 114 و 52 درجه و زاویه تعادلی 90 درجه گزارش شد.

علاوه بر این به کمک نتایج آزمایشگاهی بدست آمده، و با استفاده از شبیه‌سازی عددی به روش CLSVOF، مدلی برای پیش‌بینی زاویه دینامیکی مطابق با رابطه 5 ارائه شده است. در این رابطه  $k_r$  و  $k_a$  دو پارامتر ثابت هستند که مقادیر آن‌ها از طریق نتایج آزمایشگاهی بدست می‌آید. این پارامترها در شرایط مختلف، مقادیر متفاوتی دارند که برآورد آن، تنها از طریق انجام آزمایش امکان‌پذیر است. مقادیر این دو پارامتر برای شرایط برخورد اشاره شده در بالا برابر با  $k_r = 9 \times 10^{-8}$  و  $k_a = 9 \times 10^{-9}$  گزارش شده است [17].

نتایج آزمایشگاهی [17] برخورد قطره را در شرایط خاص اشاره شده، بدون رباندینگ و جدایش از سطح نشان می‌دهند. در کار حاضر با کدنویسی مدل یوکویی و همکارانش، به مقایسه نتایج این مدل و مدل زاویه برخورد دینامیکی و استاتیکی مورد استفاده در اوپن فوم پرداخته شده است.



شکل 5 تغییر ارتفاع بی‌بعد قطرات با ویسکوزیته‌های مختلف برحسب زمان؛ قطر اولیه 2mm، سرعت برخورد 2m/s

در سرعت برخورد یکسان، مطابق شکل 4-الف قطره آب با انرژی زیادی از روی سطح بلند می‌شود و رژیم رباندینگ اتفاق می‌افتد. اما قطره گلیسیرین 50% با ویسکوزیته بزرگتر شکل 4-ب روی سطح باقی می‌ماند. به همین ترتیب قطره گلیسیرین 80% که ویسکوزیته آن از ویسکوزیته دو قطره دیگر بزرگتر است، پس از 18 میلی‌ثانیه از لحظه برخورد، با ارتفاع کمتری روی سطح باقی می‌ماند و الگوی نشت را ایجاد می‌کند (شکل 4-ج). در واقع هر چه ویسکوزیته سیال افزایش می‌یابد، قطره روی سطح باقی می‌ماند و امکان بلند شدن آن از روی سطح (اصطلاحاً رباندینگ قطره) کاهش می‌یابد.

شکل 5 تغییر ارتفاع بی‌بعد قطرات آب، گلیسیرین 50% و 26% را بر حسب زمان نشان می‌دهد (ارتفاع قطره نسبت به قطر اولیه آن بی‌بعد شده است). شرایط کاملاً یکسان است و این قطرات با قطر 2/3mm و با سرعت 2m/s به سطح برخورد کرده‌اند.

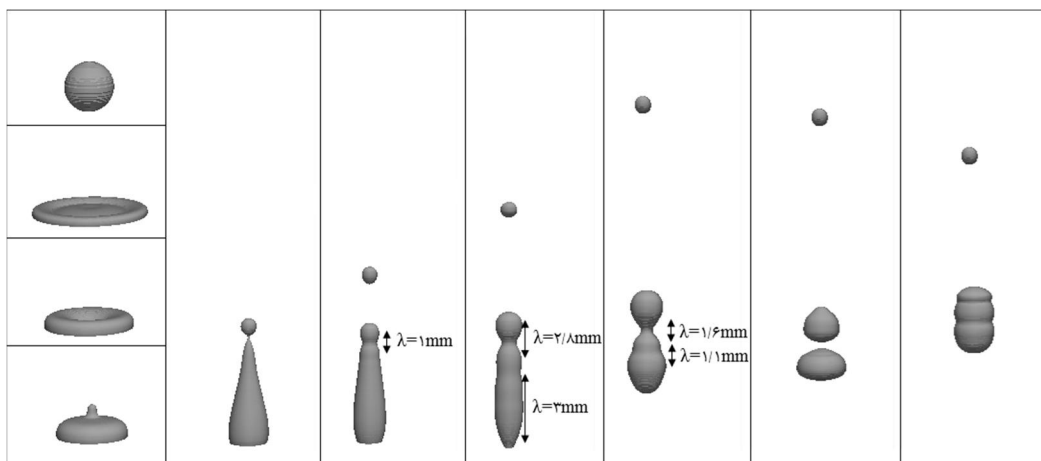
نتایج نشان می‌دهد که به جز قطره گلیسیرین 50%، دو قطره دیگر از سطح بلند می‌شوند و رژیم رباندینگ اتفاق می‌افتد. هنگامی که قطره به سطح برخورد می‌کند، تحت تأثیر اینرسی، شروع به پخش شدن روی سطح می‌کند. در نتیجه ارتفاع بی‌بعد آن کاهش می‌یابد. همانگونه که از نمودار شکل 5 برمی‌آید، این کاهش ارتفاع تا زمان 5ms ادامه دارد طوری که به کمترین فاصله خود از سطح می‌رسد.

پس از آن قطره شروع به بازگشت به حالت قبلی<sup>1</sup> خود می‌کند و در پی آن ارتفاع بی‌بعد افزایش می‌یابد. این بازگشت تا زمانی ادامه می‌یابد که ارتفاع بی‌بعد قطره به حداکثر مقدار خود برسد. در مسئله حاضر، این افزایش ارتفاع در مورد قطرات آب و گلیسیرین 26% حدی ندارد، چراکه در این شرایط این قطرات به دلیل انرژی بالایشان از سطح جدا می‌شوند. در حالی که قطره گلیسیرین 50% تا ارتفاع ماکزیمم 0/9 در لحظه 18ms می‌رسد و پس از آن در این ارتفاع به حالت پایا باقی می‌ماند. در واقع در این شرایط قطره اصطلاحاً به حالت قبلی بازمی‌گردد و سرعت برخورد آن، سرعت بازگشت به حالت قبلی<sup>2</sup> است و حداکثر ارتفاع آن، حداکثر ارتفاع بازگشت است.

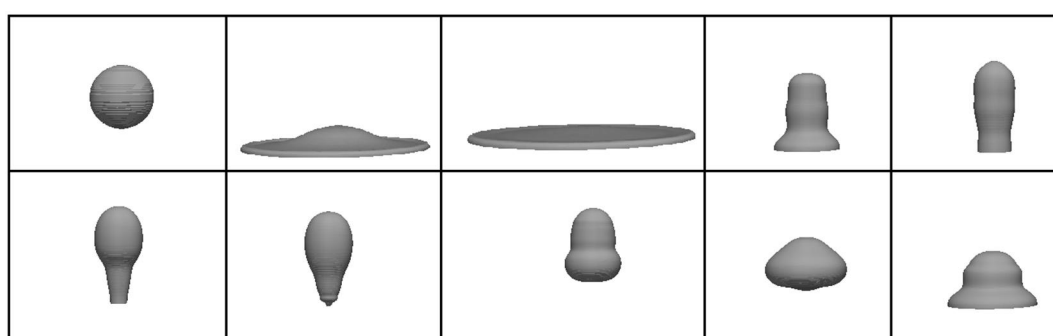
از نتایج بدست آمده می‌توان نتیجه گرفت که افزایش ویسکوزیته منجر به کاهش انرژی لازم برای برخاست از سطح می‌شود و قطره با ویسکوزیته بالا، تمایل دارد روی سطح باقی بماند. قطره آب که در بین دو قطره دیگر ویسکوزیته پایین‌تری داشت، با شدت بیشتری از سطح جدا شده و تغییر ارتفاع بزرگتری را تجربه می‌کند. حداکثر ارتفاع بازگشت و سرعت بازگشت بیانگر تمایل قطره برای رسیدن به شرایط رباندینگ است. در واقع افزایش

1- Recoil  
2- Velocity of Recoil

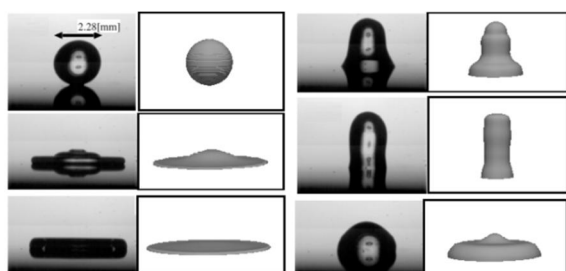
3- Kelvin-Helmholtz



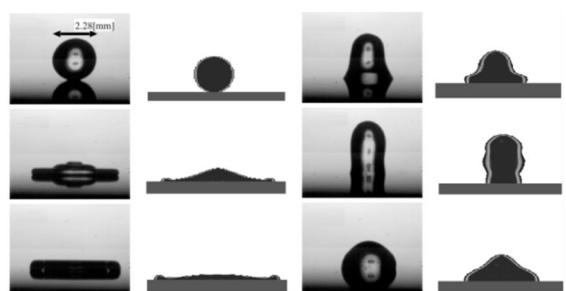
شکل 6 تشکیل امواج با طول موج‌های متفاوت روی سطح مشترک ناشی از وجود ناپایداری کلوین-هلمهولتز



شکل 7 نتایج کدنویسی مدل ارائه شده [17] در روش VOF (کار حاضر)



شکل 8 مقایسه نتایج آزمایشگاهی مرجع [17] و نتایج شبیه‌سازی مدل زاویه برخورد دینامیکی کار حاضر



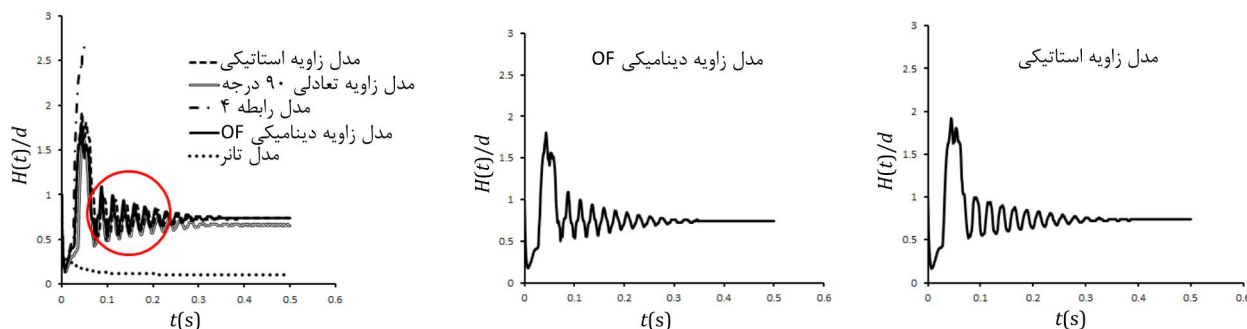
شکل 9 مقایسه نتایج تجربی مرجع [17] و نتایج شبیه‌سازی مدل زاویه برخورد استاتیکی 90 درجه کار حاضر

از طرفی مدل زاویه برخورد استاتیکی یکی از ساده‌ترین مدل‌ها در کدنویسی است که به عنوان مزیت این مدل تلقی می‌شود. لذا بکارگیری این مدل پیشنهاد بهتری برای شبیه‌سازی‌ها خواهد بود. در ادامه برای بررسی بهتر این دو مدل (زاویه استاتیکی و زاویه دینامیکی مورد استفاده در نرم‌افزار اوپن‌فوم) به مقایسه آن‌ها با مدل‌های رایج دیگر خواهیم پرداخت.

شکل 7 نتایج مدلسازی را در لحظات مختلف نشان می‌دهد. این جدایش از سطح با آنچه که در آزمایش‌های [17] مشاهده شده است (برخورد بدون ریباندینگ و جدایش قطره از سطح)، متفاوت می‌باشد.

نتایج بدست آمده از کد نوشته شده، نشان می‌دهد که مدل یوکویی و همکارانش پیش‌بینی درستی از رفتار قطره ندارد و لازم است دو پارامتر  $k_r$  و  $k_b$  مطابق با روش مورد استفاده در کار حاضر (VOF) تصحیح شود. طبق نتایج این مدل، قطره پس از برخورد، در لحظه 42ms شروع به جدا شدن از سطح می‌کند و پس از حدود 10ms دوباره روی سطح می‌افتد. لذا مدل یوکویی و همکارانش به علت ضعف در پیش‌بینی صحیح پدیده جهت استفاده در روش VOF توصیه نمی‌شود. علاوه بر این، دو پارامتر موجود در رابطه ارائه شده این افراد تنها برای شرایط خاصی از برخورد قطره (از قبیل: قطره آب، قطر 2/28mm، سرعت برخورد 1m/s، زاویه پیشرو و پسرو به ترتیب 114 و 52 درجه و زاویه تعادلی 90) قابل استفاده است و برای تمامی حالت‌ها و شرایط صدق نکرده و دارای خطا می‌باشد. از طرف دیگر نتایج حاصل از شبیه‌سازی مدل زاویه برخورد دینامیکی بکار رفته در نرم‌افزار اوپن‌فوم، پاسخ مناسبی از رفتار قطره پس از برخورد به سطح را دارد. شکل 8 مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی مرجع [17] و نتایج شبیه‌سازی است. همانگونه که مشخص است، نتایج مدل مورد استفاده، تطابق خوبی با نتایج تجربی مرجع [17] دارد.

از آنجایی که مدل زاویه استاتیکی به عنوان یکی از ساده‌ترین مدل‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها مطرح است، این روش نیز مورد بررسی قرار گرفته است. شکل 9 مقایسه‌ای از نتایج این مدل با نتایج تجربی موجود است. مطابق شکل، نتایج عددی هماهنگی بسیار خوبی را با نتایج تجربی نشان داده است و این حاکی از توانمندی بالای مدل زاویه استاتیکی در پیش‌بینی پدیده است.



شکل 10 ارتفاع بی‌بعد قطره بر حسب زمان در مدل‌های مختلف زاویه تماس؛ حالت 1

جدول 2 مشخصات حالات شبیه‌سازی شده

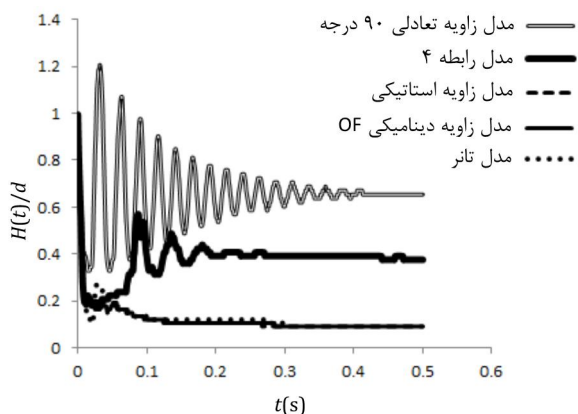
حالت	مایع-سطح	سرعت برخورد (m/s)	قطر (mm)	زاویه پیشرو (درجه)	زاویه پسرو (درجه)	زاویه استاتیکی (درجه)
1	آب-تفلون	1	2/5	125	110	110
2	آب-شیشه	0/3	2/5	42	37	35
3	آب-شیشه	0/22	4/2	75	40	50

تنها در مقدار حداکثر ارتفاع بی‌بعد می‌باشد. آزمایش‌ها نشان داده‌اند که در این شرایط حداکثر ارتفاع بی‌بعد قطره 2/264 خواهد بود. نتایج عددی هر یک از مدل‌های ارائه شده، با خطای قابل قبولی حداکثر ارتفاع بی‌بعد را پیش‌بینی کرده است. برای این حالت، مدل زاویه برخورد استاتیکی با 15% خطا نسبت به دیگر مدل‌ها پیش‌بینی بهتری دارد.

در حالت 2، با کاهش سرعت برخورد، قطره 2/5 میلی‌متری با سرعت 0/3m/s به سطحی از جنس شیشه برخورد می‌کند. این شرایط از برخورد طبق نتایج آزمایشگاهی مرجع [16]، رفتار دیگری از قطره را نشان می‌دهد. بطوری‌که در این حالت قطره آب پس از مدتی حرکت نوسانی روی سطح، ثابت باقی می‌ماند.

شبیه‌سازی‌های کار حاضر، برای مدل‌های مختلف مطابق با شکل 11 است. از نتایج بدست آمده دیده می‌شود که مدل زاویه تعادلی 90 درجه و مدل رابطه 4 نسبت به مدل‌های دیگر نتایج بهتری را نشان می‌دهند. در این حالت مدل‌های زاویه استاتیکی و دینامیکی و همچنین مدل تانر قادر به پیش‌بینی مرحله جمع‌شدگی قطره نیستند. چراکه در کانتورهای حجمی بدست آمده قطره کاملاً روی سطح باز و بصورت لایه‌ای از سیال روی سطح ساکن می‌شود (همانند مدل تانر در پیش‌بینی حالت 1).

گرچه دو مدل زاویه تعادلی 90 درجه و مدل رابطه 4 پیش‌بینی صحیحی از رفتار قطره در برخورد به سطح دارند، اما تفاوت‌هایی در تغییر ارتفاع و نوسان قطره نشان می‌دهند.



شکل 11 ارتفاع بی‌بعد قطره بر حسب زمان در مدل‌های مختلف زاویه تماس؛ حالت 2

در سال 2005 گونجال و همکارانش [16] به بررسی آزمایشگاهی و عددی برخورد قطره با زوایای تماس مختلف پرداختند. در تحقیق حاضر نیز، با در دست داشتن نتایج تجربی مرجع [16] به بررسی مدل‌های مختلف ارائه شده در این زمینه می‌پردازیم.

شبیه‌سازی‌ها براساس پنج مدل مختلف انجام شده است. مدل اول، مدل زاویه برخورد دینامیکی بکار رفته در نرم افزار اوپن‌فوم است که پیشتر به جزئیات آن اشاره شد. مدل دوم از زاویه برخورد استاتیکی استفاده می‌کند. مدل سوم از زاویه تعادلی 90 درجه استفاده می‌کند. مدل چهارم براساس قانون هافمن-ونیو-تانر و مدل پنجم مطابق با رابطه 4 در نرم‌افزار کدنویسی شده‌اند. مشخصات هر یک از حالات مورد بررسی در جدول 2 آورده شده است. شبیه‌سازی‌ها برای مدل‌های مختلف مطابق با شکل 10 است.

در کنار بررسی مدل‌های زاویه دینامیکی، رژیم‌های مختلف ایجاد شده در حالات مختلف نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.

در حالت 1، قطره آب به قطر 2/5mm با سرعت 1m/s به سطحی از جنس تفلون برخورد می‌کند. نتایج آزمایشگاهی مرجع [16] نشان می‌دهد، در این شرایط، قطره پس از برخورد، روی سطح پخش شده<sup>1</sup>، سپس جمع می‌شود<sup>2</sup>. در این مرحله قطره برای لحظاتی از روی سطح بلند می‌شود و سپس دوباره به روی آن می‌افتد<sup>3</sup>. پس از آن برای مدتی نوسان می‌کند و در نهایت ثابت می‌ماند.

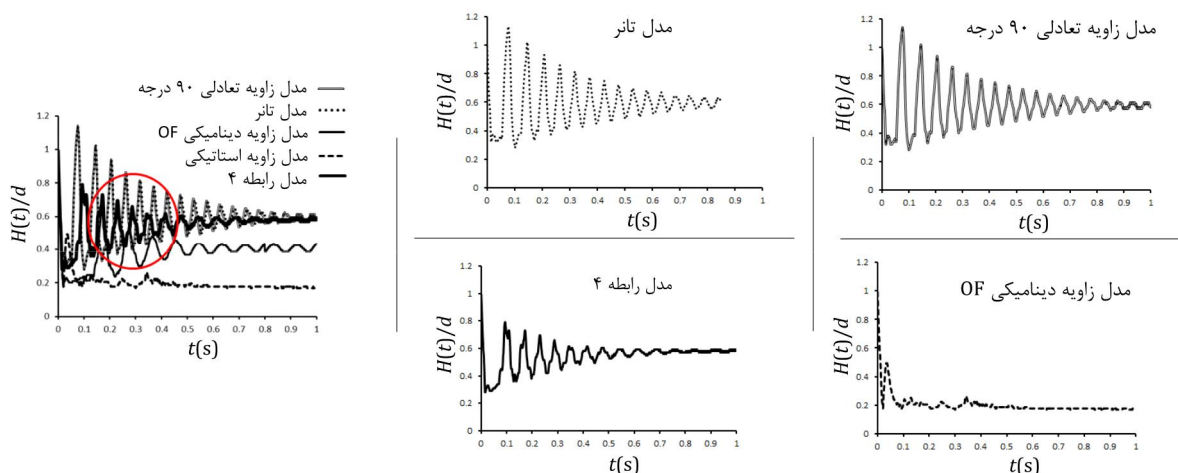
همانگونه که از شکل 10 برمی‌آید، در شبیه‌سازی‌های انجام شده در کار حاضر، مدل‌های مختلف پاسخ‌های متفاوتی را نشان می‌دهد. مطابق نتایج حاصل، مدل تانر، قادر به پیش‌بینی این حالت از برخورد قطره نیست. این مدل، نتوانست مرحله جمع‌شدگی قطره را مدل‌سازی کند و قطره روی سطح پخش و تقریباً ساکن شد.

در مدلی که از رابطه‌ی (4) پیروی می‌کند، قطره پس از جدایش از سطح، با حرکت صعودی از محدوده محاسباتی خارج شد. این مدل نتوانست بازگشت قطره را به سطح اولیه خود پیش‌بینی کند.

اما مدل‌های زاویه تماس استاتیکی و دینامیکی و همچنین مدل زاویه تعادلی 90 درجه نتایج تقریباً یکسانی را نشان دادند. روند برخورد و تغییرشکل قطره در این مدل‌ها، مطابق با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. تفاوت

1- Spreading  
2- Recoiling  
3- Rebounding





شکل 12 ارتفاع بی‌بعد قطره بر حسب زمان در مدل‌های مختلف زاویه تماس؛ حالت 3

جدول 3 مقایسه نتایج بدست آمده از مدل‌های مختلف

حالت	مدل زاویه دینامیکی	مدل زاویه استاتیکی	مدل زاویه تعادلی 90	مدل تانر	رابطه (4)
1	1/80	1/91	1/60	-	-
خطا (%)	20	15	29	-	-
2	-	-	1/2	-	0/3759
خطا (%)	-	-	32	-	0/01
3	-	0/34	0/61	0/61	0/58
خطا (%)	-	8	66	66	59

با نگاه کلی به آنچه که تاکنون به بحث و بررسی آن پرداخته شد، نتایج حاکی از آن است که مدل زاویه تعادلی 90 درجه می‌تواند رفتار کلی قطره را پیش‌بینی کند، اما جزئیات رفتار قطره روی سطح را نمی‌تواند بخوبی تفسیر کند و شکل نهایی آن را با خطای زیادی نشان می‌دهد.

از طرفی مدل زاویه دینامیکی در سرعت‌های برخورد بالا که منجر به جدایش قطره از سطح می‌شود، پیش‌بینی قابل قبولی از حرکت قطره ارائه می‌کند، گرچه زاویه استاتیکی نتیجه بهتری را نشان می‌دهد.

مدل تانر یکی از قدیمی‌ترین مدل‌هایی است که مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داد مدل‌های ارائه شده در سال‌های اخیر، رفتار قطره را به خوبی تخمین می‌زنند. چراکه در شرایط مشابه این مدل نتوانست نتایج خوبی را نشان دهد. لذا استفاده از این مدل برای انجام شبیه‌سازی‌ها پیشنهاد نمی‌شود.

مدل زاویه استاتیکی یکی از برترین مدل‌ها برای پیش‌بینی رفتار قطره می‌باشد، جز در شرایطی که زاویه تماس کوچک (کمتر از 50 درجه) و سرعت برخورد تا اندازه‌ای باشد که قطره از سطح جدا نشود. در این حالت استفاده از مدل رابطه 4 توصیه می‌شود که بادقت بسیار زیادی تغییر شکل قطره را دنبال می‌کند.

در ادامه مسئله نمونه‌ای شبیه‌سازی شده است که نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی تسای و همکارانش [26] مقایسه گردید. در این حالت برخورد قطره با زاویه 163 درجه بصورت سه‌بعدی و به کمک مدل زاویه استاتیکی مدل‌سازی شده است. شبکه محاسباتی در این شبیه‌سازی دارای ابعاد  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.044d$  می‌باشد. شکل 13 مقایسه‌ای از نتایج عددی کار حاضر با نتایج تجربی [26] نشان می‌دهد. همانگونه که از شکل برمی‌آید، مدل زاویه استاتیکی در این حالت نیز به خوبی رفتار قطره را پیش‌بینی کرده است.

مبنای سنجش نتایج در این بخش ارتفاع نهایی قطره در هنگام ثابت ماندن روی سطح است. نتایج آزمایشگاهی مرجع [16]، ارتفاع معادل را برابر با 0/94mm ذکر کرده‌اند. این ارتفاع متناظر با ارتفاع بی‌بعد 0/376 است. همانگونه که از نمودار 11 برمی‌آید، نتایج عددی مدل رابطه 4 با دقت بسیار بالایی این مقدار را پیش‌بینی کرده است در حالی که مدل زاویه تعادلی 90 درجه اختلاف زیادی با نتایج تجربی دارد.

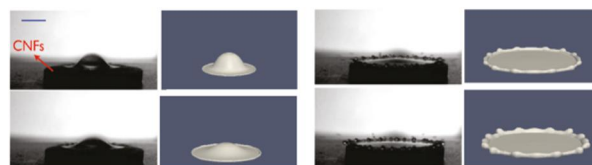
در نهایت می‌توان گفت برای این حالت استفاده از مدل رابطه 4 پیشنهاد می‌شود. عمده تفاوت حالت 1 و 2 در سرعت برخورد قطره و زاویه تماس است که در نتیجه آن دو رژیم مختلف دیده شد. به منظور بررسی دقیق‌تر مسئله و یافتن علت تفاوت پاسخ هر یک از مدل‌ها، حالت 3 مورد مطالعه قرار گرفت. در این حالت سرعت برخورد کاهش (0/22m/s) و قطر و زاویه تماس افزایش یافته است. آزمایش‌های مرجع [16] نشان می‌دهند که در این شرایط، قطره پس از مدتی نوسان، روی سطح ثابت باقی می‌ماند. نتایج شبیه‌سازی در شکل 12 نشان داده شده است.

در این حالت، تمامی مدل‌ها جز مدل زاویه دینامیکی، قادر به پیش‌بینی رفتار قطره شده‌اند. مدل زاویه دینامیکی همانند حالت 2 نتوانست مرحله جمع‌شدگی قطره را مدل‌سازی کند.

از طرفی مدل تانر کاملاً منطبق بر مدل زاویه تعادلی 90 درجه می‌باشد. این تشابه در پیش‌بینی پدیده را می‌توان ناشی از عدد موئینگی بسیار کوچک قطره دانست که در رابطه مدل تانر تأثیر چندانی ندارد. بدین ترتیب این مدل همانند مدل زاویه تعادلی 90 درجه رفتار می‌کند. عدد موئینگی  $(Ca = \mu U / \sigma)$  برای این حالت دارای مقداری در حدود  $1 \times 10^{-4}$  می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت برای  $Ca \leq 1 \times 10^{-4}$  به جای مدل تانر می‌توان از مدل زاویه تعادلی 90 درجه بهره جست.

علاوه بر این، مدل رابطه 4 در مقایسه با دو مدل تانر و زاویه تعادلی 90 درجه، تغییرات ارتفاع قطره را هنگام نوسان کمتر نشان می‌دهد، اما ارتفاع نهایی بدست آمده بسیار نزدیک به پیش‌بینی این دو است. مدل رابطه 4 ارتفاع بی‌بعد معادل را 0/58 و دو مدل دیگر این ارتفاع را 0/61 تخمین می‌زنند. از طرفی در نتایج آزمایشگاهی ارتفاع متناظر 0/376 می‌باشد. بنابراین این سه مدل درصد خطای بالایی را دارند.

در نهایت مدل زاویه استاتیکی بررسی شد. این مدل بر خلاف مدل‌های دیگر بخوبی رفتار قطره را پیش‌بینی می‌کند، بطوریکه درصد خطای آن برای تقریب ارتفاع بی‌بعد معادل 8% می‌باشد. جدول 3 مقایسه نتایج هر یک از مدل‌ها و خطای نسبی در هر حالت است.



شکل 13 مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی کار حاضر با نتایج آزمایشگاهی مرجع [26]

### 5- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، پدیده برخورد قطره به سطح جامد با هدف بررسی زاویه برخورد قطره مورد توجه قرار گرفت. بدین منظور بررسی این پدیده با انجام شبیه‌سازی‌ها با استفاده از روش حجم سیال (VOF) صورت گرفته است. بررسی جزئیات این پدیده نتایج مهمی را دربرداشت. خلاصه نتایج بدست آمده در این مقاله به صورت زیر است.

✓ افزایش ویسکوزیته منجر به افزایش انرژی لازم برای برخاست از سطح (اصطلاحاً ریباندینگ قطره) می‌شود و قطره با ویسکوزیته بالا، تمایل دارد روی سطح باقی بماند. با افزایش سرعت برخورد قطره به سطح، انرژی لازم برای ریباندینگ قطره فراهم خواهد شد.

✓ وجود اختلاف سرعت بین دو فاز باعث ایجاد ناپایداری کلون-هلمهولتز، بصورت امواجی روی سطح قطره می‌شود. این امواج در زمان حرکت قطره، طول موج‌های متغیری دارند.

✓ پیاده‌سازی مدل زاویه تماسی یوکویی و همکارانش نشان داد که استفاده از دو ثابت یاد شده برای کار حاضر که از روش حجم سیال برای تعقیب فصل مشترک استفاده می‌کند، مناسب نیست. این ثابت‌ها مستقل از روش عددی نبوده و لازم است در روش عددی حاضر (VOF) تصحیح شوند. در مقایسه این مدل با مدل بکار رفته در نرم‌افزار اوپن‌فوم، مدل زاویه برخورد دینامیکی نرم‌افزار برتری دارد. زیرا بدون نیاز به پارامتر ثابت آزمایشگاهی پیش‌بینی مناسبی از رفتار قطره دارد.

✓ در بین مدل‌های زاویه تماس، مدل زاویه استاتیکی بعنوان یکی از ساده‌ترین مدل‌ها، برای انجام شبیه‌سازی‌های مرتبط با برخورد قطره به سطح توصیه می‌شود. نشان داده شد نتایج بدست آمده از این مدل، در مقایسه با برخی مدل‌های پر کاربرد، با درصد خطای نسبتاً کمتری قابل اطمینان است.

### 6- فهرست علائم

عدد موئینگی	Ca
شتاب جاذبه (ms <sup>-2</sup> )	g
فشار (Pa)	p
سرعت (ms <sup>-1</sup> )	u
سرعت برخورد (ms <sup>-1</sup> )	U
اختلاف سرعت دو فاز (ms <sup>-1</sup> )	U <sub>diff</sub>
سرعت خط سه‌گانه (ms <sup>-1</sup> )	U <sub>cl</sub>

### علائم یونانی

کسر حجمی	$\alpha$
زاویه برخورد پیشرو	$\theta_a$
زاویه برخورد دینامیکی	$\theta_d$
زاویه برخورد پسرو	$\theta_r$
زاویه برخورد استاتیکی	$\theta_s$
انحنای سطح مشترک	$\kappa$
ویسکوزیته (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	$\mu$

$\rho$	چگالی (kgm <sup>-3</sup> )
$\rho_s$	چگالی محیط (kgm <sup>-3</sup> )
$\sigma$	کشش سطحی (Nm <sup>-1</sup> )
z	زیرنویس‌ها
g	فاز گاز
l	فاز مایع

### 7- مراجع

- [1] R. Krechetnikov, G. M. Homsy, Crown-forming instability phenomena in the drop splash problem, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 331, No. 2, pp 555–559, 2009.
- [2] C. Tropea, I. V. Roisman, Modeling of spray impact on solid surfaces, *Atomization and Sprays*, Vol 10, No. 2, pp 387–408, 2000.
- [3] R. Rioboo, M. Marengo, C. Tropea, Outcomes from a drop impact on solid surfaces, *Atomization and Sprays*, Vol. 11, No. 1, , pp. 155–165, 2001.
- [4] C. Josserand, S. Zaleski, Droplet splashing on a thin liquid film, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 451, pp. 373–381, 2002.
- [5] N. Nikolopoulos, A. Theodorakakos, G. Bergeles, Three-dimensional numerical investigation of a droplet impinging normally onto a wall film, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 2, pp. 1428–1469, 2007.
- [6] E. Berberovic, N.P.van. Hinsberg, S. Jakirlic, Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: dynamics of the cavity evolution, *Journal of physics review*, Vol. 79, No. 3, 036306, 2009.
- [7] S. Sikalo, H. D. Wilhelm, I. V. Roisman, S. Jakirlic, C. Tropea, Dynamic contact angle of spreading droplets: Experiments and simulations, *Journal of Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 6, pp. 1–13, 2005.
- [8] M. Francois, W. Shyy, Computations of drop dynamics with the immersed boundary method, Part 2: drop impact and heat transfer, *Journal of Numerical Heat Transfer*, Vol. 44, pp. 119–143, 2003.
- [9] H. Huang, D. Liang, B. Wetton, Computation of a moving drop/bubble on a solid surface using a front-tracking method, *Journal of Communications in Mathematical Sciences*, Vol. 4, pp. 535–552, 2004.
- [10] Y. Chen, R. Kulenovic, R. Mertz, Numerical study on the formation of Taylor bubbles in capillary tubes, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, No. 1, pp. 234–242, 2009.
- [11] R. G. Cox, The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. Part 1. Viscous flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 168, pp. 169–194, 1986.
- [12] R. L. Hoffman, A study of the advancing interface. I. Interface shape in liquid-gas systems, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 50, pp 228–241, 1974.
- [13] J. Fukai, Y. Shiiba, T. Yamamoto, O. Miyatake, D. Poulikakos, C. M. Megaridis, Z. Zhao, Wetting Effects on the Spreading of a Liquid Droplet Colliding with a Flat Surface: Experiment and Modeling, *Journal of Physics of Fluids*, Vol. 7, No. 2, pp. 236–247, 1995.
- [14] M. Pasandideh-Fard, Y. M. Qiao, S. Chandra, J. Mostaghimi, Capillary Effect during Droplet Impact on a Solid Surface, *Journal of Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 3, pp. 650–659, 1996.
- [15] M. Bussmann, S. Chandra, J. Mostaghimi, Modeling of a Droplet Impacting on Solid Surface, *Journal of Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 12, pp. 3121–3132, 2000.
- [16] P. R. Gunjal, V. V. Ranade, R. V. Chaudhari, Dynamics of Drop Impact on Solid Surface: Experiments and VOF Simulations, *Journal of AIChE*, Vol. 51, No. 1, pp. 59–78, 2005.
- [17] K. Yokoi, D. Vaddilo, J. Hinch, L. Hutchings, Numerical studies of the influence of the dynamic contact angle on a droplet impacting on a dry surface, *Journal of Physics of Fluids*, Vol. 21, No. 7, pp. 072102–072112, 2009.
- [18] S. Ganesan, On the dynamic contact angle in simulation of impinging droplets with sharp interface methods, *Journal of Microfluid Nanofluid*, Vol. 14, No. , pp. 615–625, 2013.
- [19] W. J. Rider, B. D. Kothe, Reconstructing volume tracking, *Journal of Computational Physics*, Vol. 141, No. 2, pp. 112–152, 1998.
- [20] Issa, R.I., Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting, *Journal of Computational Physics*, Vol. 62, No. 1, pp. 40–65, 1986.
- [21] H. G. Weller, A new approach to VOF-based interface capturing methods for incompressible and compressible flow, *Tech. Rep. TR/HGW/07, OpenCFD Ltd.*
- [22] M. Wörner, Numerical modeling of multiphase flows in microfluidics and micro process engineering, a review of methods and applications, *Journal of Microfluid Nanofluid*, Vol. 12, pp. 841–886, 2012.

- Journal of Drying Technology*, Vol. 27, pp. 316–321, 2009.
- [26] P. Tsai, S. Pacheco, C. Pirat, L. Lefferts, D. Lohse, Drop impact upon micro- and nanostructured superhydrophobic surfaces, *Journal of Langmuir*, Vol. 25, No. 20, pp. 12293–12298, 2009.
- [23] E. Berberovic, *Investigation of Free-surface Flow Associated with Drop Impact: Numerical Simulations and Theoretical Modeling*, PhD. Thesis, Darmstadt University of Technology, Germany, 2010.
- [24] R. Crooks, J. Cooper-White, D. V. Boger, The role of dynamic surface tension and elasticity on the dynamics of drop impact, *Journal of Chemical Engineering Science*, Vol. 56, No. ,pp. 5575–5592, 2001.
- [25] S. S. Yoon, R. A. Jepsen, S. C. James, J. Liu, A. Guillermo, Are Drop-impact Phenomena Described by Rayleigh-Taylor or Kelvin-Helmholtz Theory?