مجله مهندسی مکانیک مدرس، شهریور ۱۳۹۳، دوره ۱۴، شماره ۶، ص‌ص ۱۱۳-۱۲۳

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی عددی تاثیر طول مشخصه میدان آشفته اولیه روی دینامیک لایه اختلاط آشفته بدون برش دوبعدی

مصطفی خوشنامی دشیری[۱]، مانی فتحعلی[۲*]

۱- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۳۳۸۱-۱۶۷۶۵، mfathali@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۲ آبان ۱۳۹۲

پذیرش: ۲۳ بهمن ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۲۲ تیر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

شبیه‌سازی عددی مستقیم

روش شبه طیفی

لایه اختلاط

جریان مغشوش دوبعدی

ناهمسانی

چکیده

در این پژوهش به بررسی تاثیر طول مشخصه میدان آشفته بر روی دینامیک جریان و مشخصات لایه اختلاط بدون برش دوبعدی پرداخته شده است. برای این منظور از شبیه‌سازی عددی معادلات ناویر-استوکس تراکم ناپذیر دوبعدی با روش عددی شبه طیفی بهره گرفته شده است. با استفاده از تابع جریان و فرم چرخش معادلات ناویر-استوکس، صفر بودن دیورژانس میدان سرعت تضمین شده است. با محاسبهٔ پارامترهای آماری نظیر ممان‌های سوم وچهارم و مشتق مکانی آن‌ها، اثر تغییر نسبت طول مشخصه روی دینامیک بین دو جریان مغشوش مطالعه شده است. همچنین اثر تغییر نسبت طول مشخصه روی میزان اختلاط توسط پارامترهای طول و شعاع انحنای لایه اختلاط بررسی شده و نشان داده شده است که با افزایش اختلاف طول مشخصه در جریان مغشوش دو سوی لایه اختلاط، میزان ناهمسانی و اختلاط افزایش می‌یابد.

Numerical study of the impact of the initial turbulent integral length scale on the dynamics of a two dimensional shear-free turbulent mixing layer

Mostafa Khoshnami Deshiri, Mani Fathali*

1- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University, Tehran, Iran
2- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University, Tehran, Iran
* P.O.B. 16765-3381 Tehran, Iran, mfathali@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 04 November 2013
Accepted 12 February 2014
Available Online 13 July 2014

Keywords:
DNS
Pseudo-Spectral
Free Shear Layer
Two Dimensional Turbulence
Anisotropy

ABSTRACT

The impact of the different integral scales of two isotropic turbulent fields on the dynamics of a shear-free turbulent mixing layer is investigated. To this end, two-dimensional incompressible navier-stokes equation is numerically solved using pseudo-spectral method. Governing equations are considered in the vorticity-stream function formulation to guarantee the divergence freeness of the velocity field. Dynamics of the turbulent interaction is examined through relevant statistical parameters such as skewness and kurtosis of the velocity components and their spatial derivatives. Moreover, the efficiency of mixing is investigated by considering the length and curvature of the mixing layer. It has been observed that increasing the difference between the initial integral length scales of two isotropic turbulent fields increases the mixing and anisotropic level of interaction.

۱- مقدمه

طبق آبشار انرژی ریچاردسون[۱]، انرژی در جریان مغشوش[۲] سه‌بعدی از گردابه‌های بزرگ‌تر به گردابه‌های کوچک‌تر منتقل می‌شود و گردابه‌های بزرگ‌تر به گردابه‌های کوچک‌تر شکسته می‌شوند. اما در جریان مغشوش دوبعدی انرژی در جهت عکس منتقل می‌شود یعنی انرژی از گردابه‌های کوچک به گردابه‌های بزرگ منتقل می‌شود.

اصولا جریان مغشوش، سه‌بعدی است اما در مواردی که دو بعد از میدان جریان بسیار بزرگتر از بعد سوم باشد، می‌توان جریان مغشوش را تقریباً دوبعدی فرض کرد. برای نمونه طول مشخصه افقی جریان مغشوش در اتمسفر زمین، نزدیک به ده هزار کیلومتر است در حالی که تروپوسفر[۳] فقط ده کیلومتر عمق دارد.

همچنین در شرایط آزمایشگاهی، مانند داشتن میدان مغناطیسی قوی و یا دوران زیاد، می‌توان از بعد سوم حرکت چشم‌پوشی کرد[۱].

از طرف دیگر در یک شرایط برابر از نظر سخت‌افزاری، مطالعه عددی روی میدان مغشوش دوبعدی نسبت به میدان مغشوش سه‌بعدی، با وضوح

1- Richardson's energy cascade
2- Turbulence
3- Tropoysphere

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Khoshnami Deshiri, M. Fathali, Numerical study of the impact of the initial turbulent integral length scale on the dynamics of a two dimensional shear-free turbulent mixing layer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 113-123, 2014 (In Persian)

بالاتری قابل انجام است. از این رو در ۴۰ سال اخیر این جریان مورد توجه پژوهشگران این حوزه قرار دارد. تئوری کلاسیک بچلر[1] (۱۹۶۹) انرژی جنبشی را به‌عنوان تنها نامتغیر[2] جریان مغشوش دوبعدی بیان کرد و پیش‌بینی نمود که مقیاس انتگرالی میدان مغشوش به صورت $l\sim t$ رشد می‌نماید. اما نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم[3] توسط هرینگ[۲] در سال ۱۹۹۹ و دانشمندان دیگر نشان داد که مقیاس انتگرالی به‌صورت $l\sim t^{0.5}$ تغییر می‌کند. بارتلو و وارن[۳] و مک ویلیام[۴] عنوان نمودند که در صورت زیاد بودن عدد رینولدز جریان مغشوش دوبعدی نامتغیر دومی به‌نام بیشینه چرخش دارد. این موضوع به‌صورت گسترده‌ای توسط دانشمندان پذیرفته شده است و این به معنی توسعه تئوری بچلر می‌باشد[۵].

در ادامه نشان داده خواهد شد که در این پژوهش نیز نرخ رشد $l\sim t^{0.5}$ مشاهده شده است که مطابق با آخرین نتایجی است که از جریان مغشوش دوبعدی به‌دست آمده است.

لایه اختلاط بدون برش آشفته حاصل تعامل دو میدان همگن و همسان[4] آشفته، بدون اختلاف در سرعت میانگین است. خاصیت ویژه این نوع لایه اختلاط صفر بودن میدان برشی جریان متوسط است که به‌دنبال آن میدان، تولید انرژی آشفتگی نخواهد داشت. آشفتگی توسط اختلالات[5] فشار و سرعت در میدان توزیع خواهد شد. خواص آماری نسبت به ناهمسانی[6] حساس بوده و برای اندازه‌گیری ناهمسانی می‌توان از کمیات آماری استفاده کرد. ناهمسانی را می‌توان مربوط به اختلاط دانست، بنابراین با افزایش اختلاط در لایه مرزی، ناهمسانی نیز افزایش یافته و برخی پارامترهای جریان مانند ممان‌های آماری سوم و چهارم نرمال (اسکیونس[7] و کورتوسیس[8]) نیز افزایش خواهند یافت.

این نوع جریان اختلاط برای میدان سه‌بعدی اولین بار توسط گیلبرت[۶] در سال ۱۹۸۰ با تمرکز بر میزان افزایش ضخامت لایه اختلاط با زمان به‌صورت تجربی مطالعه شد. ویروالی و ورهت[۷] در سال ۱۹۸۹ با جزییات بیشتر، آزمایش تجربی مشابه‌ای را انجام داده و نشان دادند که خواص آماری مانند اسکیونس و کورتوسیس در لایه اختلاط، از توزیع نرمال فاصله می‌گیرند. آن‌ها مشاهده کردند که مکان بیشینه اسکیونس و کورتوسیس در مرکز لایه اختلاط قرار ندارد. نتایج نشان داد که این نقطه بیشینه نزدیک به ناحیه‌ای با انرژی کمتر قرار دارد. این موضوع بیانگر این واقعیت است که اختلاط، همراه با نفوذ[9] گردابه‌های ناحیه پر انرژی به‌سمت ناحیه کم انرژی اتفاق می‌افتد. نتایج حل عددی مستقیم بریگز[۸] درسال ۱۹۶۶ و ناپن[۹] در سال ۲۰۰۴ نیز نتایج تجربی را تایید می‌نماید.

توردلا و اینوویا[۱۰] در سال ۲۰۰۶ علاوه‌بر گرادیان انرژی، گرادیان طول انتگرالی اغتشاشات را نیز مورد توجه قرار داده و نشان دادند که این خواص آماری نه تنها با تغییر نسبت انرژی بلکه با تغییر طول انتگرالی نیز تغییر می‌کند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که بیشترین تناوب[10] و نفوذ از سمت ناحیه پر انرژی به‌سمت ناحیه کم انرژی زمانی اتفاق می‌افتد که گرادیان انرژی و گرادیان طول انتگرالی هم‌جهت باشند.

کنگ و منووی[۱۱] در سال ۲۰۰۸ نتایج تجربی مشابه‌ی ویروالی و ورهت را با رینولدز بالاتر و همچنین با استفاده از مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به‌صورت عددی انجام دادند و نشان دادند که تاثیر گردابه‌های بزرگ بر روی اسکیونس و کورتوسیس بیش از گردابه‌های کوچک‌تر می‌باشد.

برای جریان آشفته دوبعدی دی سانتی و توردلا[۱۲] در پژوهشی میزان نفوذ و تغییرات اسکیونس با تغییرات نسبت انرژی را مورد بررسی قرار دادند و ملاحظه کردند که نفوذ در حالت دوبعدی بسیار بیشتر از حالت سه‌بعدی می‌باشد. همچنین مشاهده نمودند که ضخامت لایه اختلاط، در جریان مغشوش سه‌بعدی، نسبت به جریان مغشوش دوبعدی، با سرعت بیشتری افزایش می‌یابد.

در این پژوهش میدان‌های همگن و همسان اولیه براساس طیف انرژی جنبشی ایجاد شده و به کمک روش شبه طیفی اقدام به شبیه‌سازی عددی مستقیم معادلات ناویر-استوکس به فرم چرخش شده است. حساسیت دینامیک لایه اختلاط بدون برش به تغییر مقیاس انتگرالی اغتشاشات در دو سوی لایه اختلاط بررسی شده و میزان ناهمسانی و اختلاط توسط پارامترهای آماری جریان اندازه‌گیری شده است.

۲- معادلات و روش عددی

۲-۱- معادلات حاکم

معادلات ناویر-استوکس در حالت تراکم ناپذیر و بدون حضور نیروهای خارجی به فرم چرخش به‌صورت معادله‌های (۱) و (۲) است.

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega}\cdot\nabla)\vec{U} + \nu\nabla^2\vec{\omega} \quad (۱)$$

$$\nabla\cdot\vec{U} = 0 \quad (۲)$$

سرعت با $\vec{U} = u\boldsymbol{i} + v\boldsymbol{j}$ ، چرخش با $\vec{\omega} = \nabla\times\vec{U}$ و لزجت سینماتیک با ν نشان داده می‌شود. عبارت اول سمت راست معادله (۱) مربوط به کشش‌گردابه[11] است. در حالت دوبعدی بردار سرعت و چرخش برهم عمود بوده و این عبارت معادله برابر صفر خواهد شد، در واقع عدم حضور کششگردابه یکی ازمشخصه‌های ویژه جریان مغشوش دوبعدی می‌باشد. بنابراین معادله نهایی چرخش در حالت دوبعدی و بدون حضور نیروهای خارجی به‌صورت رابطهٔ (۳) خواهد شد که مبنای کار در این پژوهش قرار دارد.

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \nu\nabla^2\vec{\omega} \quad (۳)$$

در جریان تراکم ناپذیر دوبعدی، با بازنویسی معادلات برحسب تابع جریان، ψ، معادله پیوستگی را می‌توان در فرآیند حل لحاظ نمود[۱۳].

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y}\ , v = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (۴)$$

در این حالت، بردار چرخش را می‌توان برحسب تابع جریان نوشت.

$$\omega = -\nabla^2\psi \quad (۵)$$

با حل معادله (۵)، ψ به‌دست می‌آید که مولفه‌های سرعت با توجه به معادله (۴) از آن استخراج می‌گردند. سپس با داشتن میدان سرعت، معادله (۳) به‌صورت عددی حل خواهد شد.

می‌توان نشان داد که معادله حاکم بر انرژی جنبشی جریان مغشوش و انستروفی[12] به‌صورت رابطه‌های (۶) و (۷) ساده می‌شوند[۱].

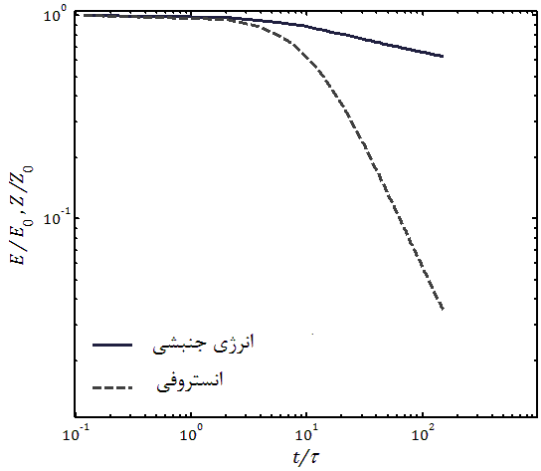
$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\langle U^2\rangle\right] = -\nu\langle\omega^2\rangle \quad (۶)$$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\langle\omega^2\rangle\right] = -\nu\langle(\nabla\omega)^2\rangle \quad (۷)$$

علامت $\langle\sim\rangle$ متوسط‌گیری آماری است. در حالت دوبعدی انستروفی به‌وسیله شرط اولیه محدود می‌ماند. اگر لزجت به‌سمت صفر میل نماید به‌دلیل اینکه انستروفی مقدار محدودی است سمت راست معادله (۶) به‌سمت صفر میل می‌کند[۱].

1- Batchelor classical theory
2- Invariant
3- DNS (Direct Numerical Simulation)
4- Isotropic
5- Fluctuations
6- Anisotropy
7- Skewness
8- Kurtosis
9- Penetration
10- Intermittency
11- Vortex stretching
12- Enstrophy

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.6.13.2]



شکل ۱ نمودار تغییرات انرژی جنبشی و انستروفی بی‌بعد شده برحسب تغییر زمان بی‌بعد (زمان با ثابت زمانی گردابه‌ها در لحظه اولیه بی‌بعد شده است.)

$$\lim_{\nu\to 0}\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\langle U^2\rangle\right]=0$$

بنابراین انرژی جنبشی برای یک جریان در یک بازه زمانی محدود با مرتبه Re^{-1} پایستار می‌ماند[۱]. در شکل ۱ مشاهده می‌شود که انستروفی مقدار محدودی است و با سرعت بیشتری نسبت به انرژی در حال کاهش است.

۲-۲- روش عددی به‌کار رفته

شبیه‌سازی عددی مستقیم[۹،۱۴] و روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ[۱۵] دو روشی است که در شبیه‌سازی رفتار سیال مورد توجه پژوهشگران قرار دارد. در شبیه‌سازی لایه اختلاط بدون برش به‌دلیل حساسیت زیاد این نوع جریان، مناسب‌ترین روش، شبیه‌سازی عددی مستقیم معادلات ناویر استوکس به کمک روش‌های دقیق طیفی است[۹]. در این پژوهش با کمک روش شبه طیفی[۱] براساس سری‌های فوریه[۲] اقدام به شبیه‌سازی عددی مستقیم معادلات ناویر-استوکس شده است. روش شبه طیفی اولین بار توسط ارسزاگ و پترسون[۱۶] در شبیه‌سازی سه‌بعدی و توسط ارسزاگ و فاکس[۱۷] برای شبیه‌سازی دوبعدی مورد استفاده قرار گرفته است.

در روش طیفی برای محاسبه ترم غیرخطی که حاصل‌ضرب دو جز سرعت و چرخش می‌باشد نیاز به محاسبه انتگرال کانولوشن[۳] است. این امر باعث صرف هزینه محاسبات بسیار بالا است. بنابراین در روش شبه‌طیفی برای کاهش زمان محاسبه، عبارت غیرخطی در فضای فیزیکی محاسبه شده و سپس با گرفتن تبدیل فوریه به فضای فوریه انتقال می‌یابد. هرچند این روش باعث کاهش محسوس زمان محاسبات می‌شود، اما موجب پدیده هم‌اثرسازی[۴] اثرسازی[۴] می‌شود. بنابراین نیاز به حذف این تاثیر نامطلوب است، برای این کار از روشی موسوم به قانون '2/3' بهره گرفته می‌شود[۱۸].

تبدیل فوریه مختلط را طبق رابطهٔ (۸) و (۹) درنظر بگیرید.

$$\hat{f}(k)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)e^{-2\pi ikx}dx,\ i=\sqrt{-1} \qquad (۸)$$

$$f(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{f}(k)e^{2\pi ikx}dk \qquad (۹)$$

با گرفتن تبدیل فوریه از معادله‌های (۳) و (۵)، معادله‌های (۱۰) و (۱۱) به‌دست می‌آیند.

$$\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial t}+\widehat{\vec{U}\cdot\nabla\omega}=-\nu 4\pi^2k^2\hat{\omega} \qquad (۱۰)$$

1- Pseudo- spectral
2- Fourier series
3- Convolution
4- Aliasing

$$\hat{\omega}=4\pi^2k^2\hat{\psi} \qquad (۱۱)$$

که در آن k عدد موج می‌باشد.

$$\vec{k}=(k_x,k_y),k^2={k_x}^2+{k_y}^2$$

عبارت دوم سمت چپ معادله (۱۰) ترم غیرخطی معادله ناویر-استوکس است.

برای محاسبهٔ‌سرعت ها از معادله (۴) تبدیل فوریه گرفته می‌شود.

$$\hat{u}=ik_y\hat{\psi}\,,\hat{v}=-ik_x\hat{\psi} \qquad (۱۲)$$

با استفاده از تبدیل فوریه معادلات (۳) و (۵) به معادلات دیفراسیل معمولی[۵] (۱۰) و (۱۱) تبدیل می‌شوند، سپس این معادلات با استفاده از روش رانگ‌کوتا مرتبه۴[۶] انتگرال‌گیری زمانی می‌شوند[۱۹].

۳- توصیف مسئله

یکی از ساده‌ترین جریان‌های ناهمگن، لایه اختلاط بدون برش[۷] است که از دو دو ناحیه همگن با انرژی و یا طول گردابه‌های متفاوت تشکیل شده که توسط لایه میانی گذرا با یکدیگر در حال اندرکنش[۸] می‌باشند. چون هیچ‌گونه سرعت نسبی بین دو ناحیه وجود ندارد به این نوع لایه اختلاط، بدون برش گفته می‌شود[۹]. در این پژوهش به مطالعه اثر تغییرات اندازه گردابه‌ها روی شدت آشفتگی در لایه اختلاط بدون برش پرداخته شده است. با توجه به شکل ۲ هندسه جریان از ترکیب دو ناحیه با نسبت انرژی، E_2/E_1، برابر ۳۰ و با طول‌های انتگرالی متفاوت تشکیل شده است. علت استفاده از این نوع هندسه، حفظ شرایط پریودیک[۹] می‌باشد. عرض کل میدان با طول کل آن برابر است. جهت همگن با y و جهت ناهمگن با x نشان داده می‌شود. ناحیه همگن وسط به‌عنوان مرجع ثابت نگاه داشته و با اندیس ۲ نشان داده می‌شود و ناحیه کناری در شبیه‌سازی‌های مختلف، متغیر خواهد بود و با اندیس ۱ نمایش داده می‌شود. منظور از لایه اختلاط، محدوده گذرا از ناحیه ۱ به ۲ است. با کاهش طول انتگرالی در ناحیه ۱ و به‌دنبال آن تفاوت استهلاک انرژی در این ناحیه، نسبت انرژی تغییر خواهد کرد. بنابراین با گذشت زمان اثر ناهمگنی درطول مشخصه بر توسعه میدان در لایه اختلاط مشاهده می‌شود. طبق تعریف، انرژی جنبشی جریان مغشوش[۱۰] و انستروفی از رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) به‌دست می‌آیند.

$$E=\frac{1}{2}(\langle u^2\rangle+\langle v^2\rangle) \qquad (۱۳)$$

$$Z=\frac{1}{2}\langle\omega^2\rangle \qquad (۱۴)$$

طول انتگرالی، عدد رینولدز و مقیاس زمانی نیز به‌صورت رابطه‌های (۱۵-۱۷) تعریف شده‌اند[۱].

$$l=\sqrt{\frac{E}{Z}} \qquad (۱۵)$$

$$\mathrm{Re}=\frac{\sqrt{E}l}{\nu} \qquad (۱۶)$$

$$\tau=\frac{l}{\sqrt{E}} \qquad (۱۷)$$

همچنین برای مقایسه بهتر، پارامتر بی‌بعدی به‌عنوان ضریب طول انتگرالی، r، به‌صورت رابطه (۱۸) تعریف شده است، که L طول کل میدان محاسباتی و l طول انتگرالی اغتشاشات است.

$$r=\frac{L}{l} \qquad (۱۸)$$

5- Ordinary Differential Equations (ODE)
6- Fourth- order runge- kutta
7- Free shear mixing layers
8- Interaction
9- Periodic condition
10- Turbulence kinetic energy

۳-۱- ایجاد شرط اولیه

برای حل معادلات (۵-۳) احتیاج به شرط اولیه می‌باشد. شرط اولیه این مسئله شامل اغتشاشات اولیه میدان چرخش است که برای به‌دست آوردن آن نیاز به طی سه مرحله است. ابتدا با انتخاب طیف انرژی اولیه، میدان چرخش را از آن استخراج کرده و سپس با توسعه این میدان همگن، میدان چرخش مانند شکل ۳ ایجاد می‌شود. سپس به ترکیب دو نمونه از میدان همگن با طول انتگرالی متفاوت پرداخته و میدان نهایی مانند شکل ۴ حاصل می‌شود.

۳-۱-۱- استخراج میدان چرخش از طیف انرژی جنبشی

برای آماده‌سازی شرط اولیه، طیف انرژی جنبشی اغتشاشات میدان سرعت براساس رابطه (۱۹)، درنظر گرفته شده است که در ادامه میدان اغتشاشات چرخش از میدان سرعت به‌دست آمده، استخراج می‌شود. این روش در مراجع [۱۱،۶،۲] مورد استفاده قرار گرفته است.

$$E(k,0)=\frac{Q}{k_p}\left(\frac{k}{k_p}\right)^7 \exp\left[-3.5\left(\frac{k}{k_p}\right)^2\right] \qquad (۱۹)$$

k_p عدد موج مربوط به بیشینه طیف انرژی جنبشی می‌باشد، این پارامتر تعیین‌کننده طول انتگرالی شرط اولیه میدان جریان است به‌طوری که هر چه k_p بزرگ‌تر باشد طول انتگرالی برای میدان شرط اولیه، که براساس طیف انرژی جنبشی متناظر تولید می‌شود، کوچک‌تر خواهد بود. می‌توان نشان داد که طول انتگرالی برای طیف انرژی جنبشی (۱۹) به‌صورت رابطهٔ ۲۰ خواهد شد [۲۰].

$$l=\sqrt{\frac{7}{8}}{k_p}^{-1} \qquad (۲۰)$$

۳-۱-۲- توسعه میدان همگن و همسان

از آنجا که مدت زمانی طول خواهد کشید که میدان از شرایط اولیه و حالت گذرا[1] به آشفتگی کاملاً توسعه یافته[2] مانند شکل ۳ برسد و فازهای میدان به‌صورت فیزیکی شوند (توزیع طیف انرژی به توزیع طیف انرژی واقعی نزدیک و شکل گردابه‌ها طبیعی شوند)، نیاز است میدان حاصله برای رسیدن به شرایط مطلوب و همچنین برای رسیدن به طول انتگرالی مورد نظر برای ناحیه ۱ و ۲، در یک پیش محاسبه عددی[3] توسعه داده شود.

۳-۱-۳- ترکیب دو میدان و ایجاد میدان ناهمگن

اکنون با استفاده از دو میدان همسان و همگن، ω_1 و ω_2، که در قسمت قبلی به‌دست آمده است، اقدام به ترکیب آن‌ها می‌شود تا میدانی مطابق شکل ۴ به‌دست آید. برای آنکه تغییرات از یک سمت به‌سمت دیگر به‌صورت پیوسته در یک لایه گذرا اتفاق بیافتد، دو میدان توسط تابع تطبیقی[4] که در رابطه‌های (۲۱) و (۲۲) معرفی شده و در شکل ۵ نشان داده شده است با یکدیگر تطبیق داده می‌شوند.

$$f(x)=\frac{1}{2}\left[1+p(0)p\left(\frac{L}{4}\right)p\left(\frac{3L}{4}\right)\right] \qquad (۲۱)$$

$$p(s)=\tanh\left(c\frac{x-s}{L}\right) \qquad (۲۲)$$

که پارامتر c تعیین‌کننده ضخامت لایه‌گذرا، Δ، است. این ضخامت فاصله بین دو نقطه‌ای است که $(E-E_1)/(E_2-E_1)$ برابر ۰/۲۵ و ۰/۷۵ است. پارامتر Δ طوری تعیین می‌شود که شبکه در لایه گذرا به‌خوبی حل شود[۱۳،۹]. همچنین این پارامتر طوری انتخاب می‌شود که ضخامت لایه گذرا از مرتبه طول انتگرالی میدان باشد[۱۳]. بنابراین میدان چرخش نهایی شامل ناحیه ۱ و ۲ توسط رابطه (۲۳) به‌دست می‌آید،

$$\omega=\omega_1[1-f(x)]+\omega_2[f(x)] \qquad (۲۳)$$

شرایط اولیه مطلوب با ترکیب میدان ناحیه ۲ با میدان‌های ناحیه ۱ حاصل می‌شوند. نمونه‌هایی از تولید میدان بدون برش به روش مشابه در مراجع [۱۰،۸] به‌کار رفته است.

۳-۱-۴- پارامترهای شرط اولیه

میدان با وضوح ۱۰۲۴×۱۰۲۴ حل می‌شود. ناحیه ۲ را به‌عنوان مرجع، ثابت نگاه داشته و با تغییر ناحیه ۱، نسبت l_2/l_1 از مقدار۰/۴۶۴۷۶ تا ۲/۱۵۱۷ تغییر داده می‌شود.

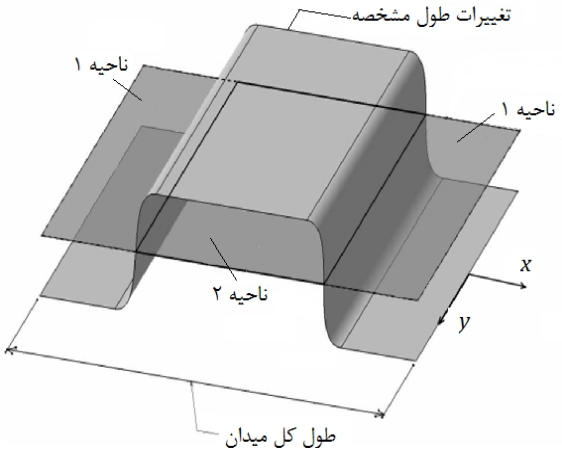
ضریب طول انتگرالی میدان مرجع، r_2، برابر۲۳۲ و رینولدز آن، Re_2، برابر ۹۰ می‌باشد. در جدول ۱ شرایط ناحیه ۱ و در جدول ۲ شرایط ناحیه ۲ مشاهده می‌شود. نسبت انرژی، E_2/E_1، برای کلیه شبیه‌سازی‌ها برابر ۳۰ می‌باشد و برای مقایسه بین نتایج ثابت زمانی گردابه‌های ناحیه ۲ در لحظه اولیه به‌عنوان مقیاس زمانی انتخاب شده است.

۳-۱-۵- اعتبارسنجی

برای اطمینان از اینکه شرط اولیه میدان به‌درستی ایجاد شده و شبیه‌سازی عددی صحیح باشد، نمودار طیف انرژی میدان اولیه به مقیاس خود متشابه[5] منتقل و با شرط اولیه مرجع [۲۱] مقایسه شده است. برای این منظور طیف انرژی جنبشی به‌صورت $E(k)/(E_0\times l)$ و محور افقی به‌صورت kl نرمالایز می‌شوند. در شکل۶ منحنی ممتد مربوط شبیه سازی عددی مستقیم توسط لویی در مرجع [۲۱] است که میدان در آن تا ۹ ثابت زمانی حل شده است و نمودار خط چین میدان اولیه ناحیه ۲پس از پیش محاسبه عددی تا ۹ ثابت زمانی است. چنانچه مشاهده می‌شود نتایج تطبیق خوبی با یکدیگر دارند. همچنین داویدسون و لویی در مرجع [۵] برای افزایش طول انتگرالی در جریان مغشوش دو بعدی که از قانون$l\sim t^{\alpha}$ پیروی می‌کند، مقدار α را بین ۰/۴۹ تا ۰/۵۶ به‌دست آورده اند. در این پژوهش مطابق شکل ۷ مشاهده می‌شود که α برابر ۰/۵۳ به‌دست آمده است.

۴- نتایج

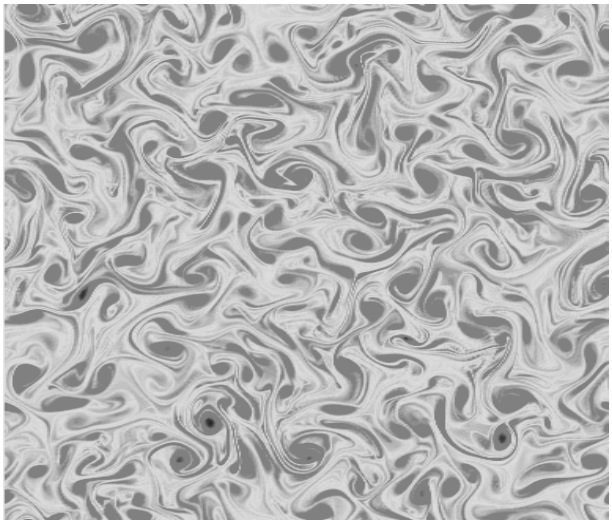
در جریان مغشوش همگن همسان توان استهلاک انرژی، n، به‌صورت رابطهٔ (۲۴) تعریف می‌شود.



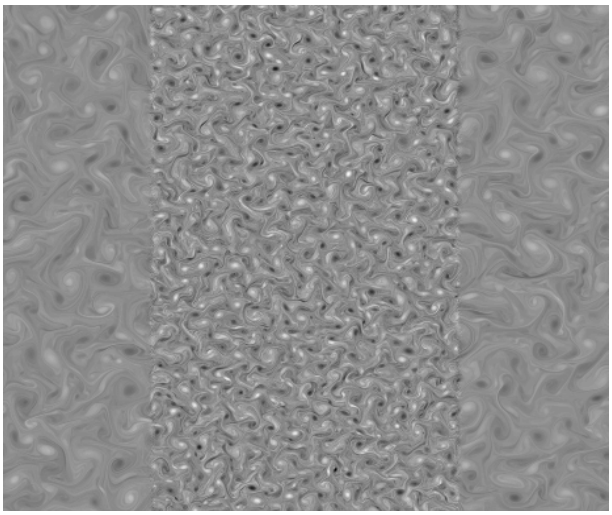
شکل ۲ شکل شماتیک میدان مورد نظر؛ توزیع طول مشخصه از ناحیه ۱ به ناحیه ۲ توسط یک تابع میانی انطباق پیدا کرده است.

1- Transition period
2- Fully developed turbulence
3- Pre- processing
4- Matching function
5- Self- similar

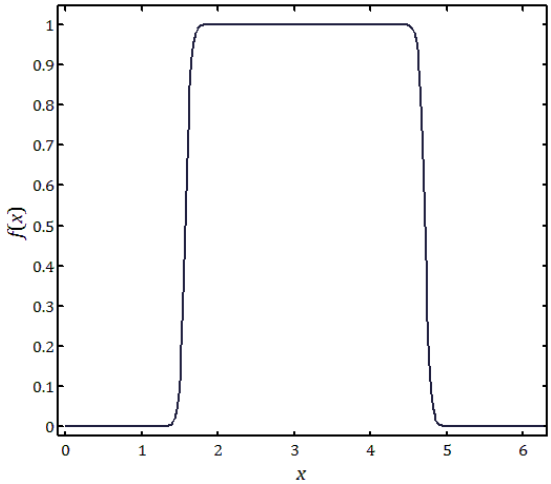
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.6.13.2]



شکل ۳ نمونه جریان مغشوش کاملاً توسعه یافته همگن و همسان که با روش عددی شبه طیفی شبیه‌سازی شده است

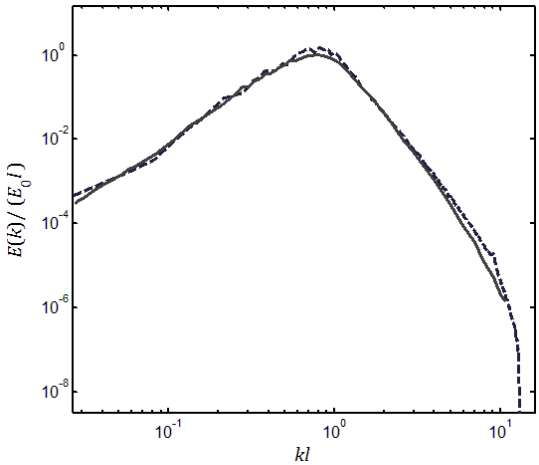


شکل ۴ نمونه‌ای از شرط اولیه؛ میدان ۲ دارای ضریب طول انتگرالی، r_2 ، برابر ۲۳۲ و میدان ۱ دارای ضریب طول انتگرالی، r_1 ، برابر ۵۰۰ می‌باشند.

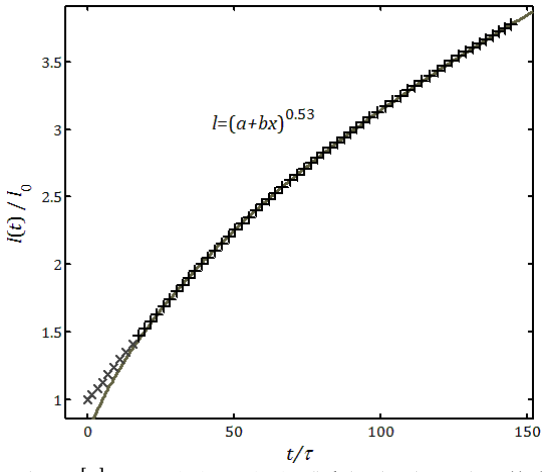


شکل ۵ نمودار تابع تطبیقی برای انطباق دو میدان ناحیه ۱ و ۲؛ پارامتر c برابر ۱۰۰π و در نتیجه آن، نسبت ضخامت اولیه لایه اختلاط به طول میدان، Δ/L، برابر ۰/۰۰۳۵ می‌شود.

$$n = \frac{d\ \ln\langle U^2\rangle}{d\ \ln t} \qquad (۲۴)$$



شکل ۶ نمودار طیف انرژی نرمالایز شده؛ خط ممتد شبیه‌سازی عددی[۲۳] است و خط چین شرط اولیه آماده شده برای ناحیه ۲ می‌باشد.



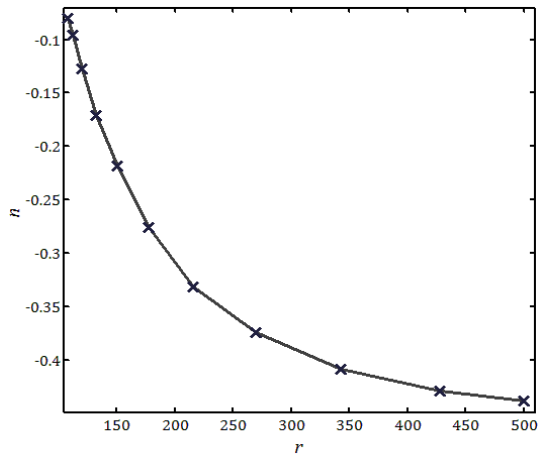
شکل ۷ نمودار تغییرات طول انتگرالی با زمان که با نتایج مرجع [۵] همخوانی دارد؛ زمان با ثابت زمانی گردابه‌ها در لحظه اولیه بی‌بعد شده است.

جدول ۱ مشخصات شرایط اولیه ناحیه ۱

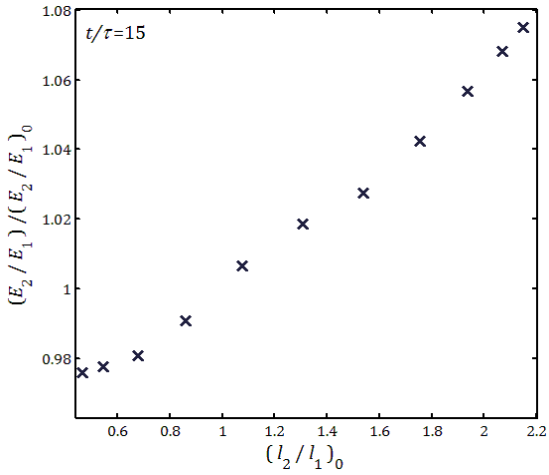
τ	l_2/l_1	r	Re
$۱/۷۳\times۱۰^{-۲}$	۰/۴۶۴۸	۱۰۸	۳۵/۳۵
$۱/۴۸\times۱۰^{-۲}$	۰/۵۴۳۴	۱۲۶	۳۰/۲۴
$۱/۱۸\times۱۰^{-۲}$	۰/۶۷۸۷	۱۵۸	۲۴/۲۱
$۹/۳۵\times۱۰^{-۳}$	۰/۸۶۰۷	۲۰۰	۱۹/۰۹
$۷/۴۸\times۱۰^{-۳}$	۱/۰۷۵۸	۲۵۰	۱۵/۲۷
$۶/۱۵\times۱۰^{-۳}$	۱/۳۰۸۲	۳۰۴	۱۲/۵۶
$۵/۲۲\times۱۰^{-۳}$	۱/۵۴۰۶	۳۵۸	۱۱/۰۲
$۴/۵۸\times۱۰^{-۳}$	۱/۷۵۵۸	۴۰۸	۹/۹۸
$۴/۱۵\times۱۰^{-۳}$	۱/۹۳۷۸	۴۵۰	۹/۳۵
$۳/۸۸\times۱۰^{-۳}$	۲/۰۷۳۱	۴۸۱	۸/۴۷
$۳/۷۴\times۱۰^{-۳}$	۲/۱۵۱۷	۵۰۰	۷/۶۳

جدول ۲ مشخصات شرط اولیه ناحیه ۲

τ	r	Re
$۱/۴۷\times۱۰^{-۳}$	۲۳۲	۹۰



شکل ۸ نمودار تغییرات توان استهلاک انرژی جنبشی برحسب تغییرات ضریب طول انتگرالی، r



شکل ۹ تغییرات نسبت انرژی جنبشی ناحیه ۲ به ناحیه ۱ که با مقدار اولیه آن بی-بعد شده است، بر حسب نسبت طول انتگرالی ناحیه ۲ به ناحیه ۱ اولیه.

شکل ۸ تغییرات توان استهلاک انرژی، n، را با تغییرات ضریب طول انتگرالی، r، نشان داده شده است.

از آنجا که طول انتگرالی در ارتباط با گردابه‌های بزرگ میدان است با افزایش طول انتگرالی، سهم انرژی جنبشی گردابه‌های بزرگ در طیف انرژی جنبشی افزایش یافته و سهم انرژی جنبشی برای گردابه‌های کوچکتر کمتر می‌شود در نتیجه میدان جریان، استهلاک انرژی جنبشی کمتری خواهد داشت. بنابراین در شکل ۸ با افزایش ضریب طول انتگرالی (کاهش طول انتگرالی) مشاهده می‌شود که قدرمطلق استهلاک انرژی، n، افزایش می‌یابد. از شکل ۸ نتیجه گرفته می‌شود که تفاوت در طول انتگرالی در ناحیه ۱ و ۲ منجر به تفاوت استهلاک انرژی، n، می‌شود بنابراین بررسی اثر تغییر نسبت طول انتگرالی، l_2/l_1، روی سطح انرژی دو ناحیه، در یک لحظه مشخص نیاز می-باشد.

شکل ۹ تغییرات نسبت انرژی جنبشی، E_2/E_1 ، بر حسب نسبت l_2/l_1 اولیه در لحظه t/τ برابر ۱۵ را نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که برای $l_2/l_1 > 1$ (که گرادیان طول انتگرالی و گرادیان انرژی هم‌جهت هستند) چون گردابه‌های کوچک‌تر استهلاک انرژی بیشتری دارند با گذشت زمان نسبت E_2/E_1 افزایش می‌یابد، ولی برای $l_2/l_1 < 1$ (که گرادیان انرژی و گرادیان طول انتگرالی در خلاف جهت یکدیگر بوده) با گذشت زمان نسبت E_2/E_1 کاهش یافته است.

ناهمسانی در ممان‌های مرتبه بالا، بهترمشخص می‌شود. بنابراین برای رصد کردن ناهمسانی میدان از ممان‌های نرمال سوم و چهارم موسوم به اسکیونس و کورتوسیس طبق رابطه‌های (۲۵) و (۲۶) استفاده می‌شود[۲۰].

$$S = \frac{\langle u^3 \rangle}{\langle u^2 \rangle^{\frac{3}{2}}} \quad (۲۵)$$

$$K = \frac{\langle u^4 \rangle}{\langle u^2 \rangle^2} \quad (۲۶)$$

مولفه اغتشاش سرعت، u، که در جهت ناهمگن میدان می‌باشد وظیفه انتقال انرژی جنبشی در عبور از لایه اختلاط را دارد و همین مولفه در طول فرآیند اختلاط، یک ناهمسانی در لایه اختلاط به‌وجود می‌آورد. مقدار ممان‌های نرمال که با زمان تغییر می‌کنند، میزان ناهمسانی را نمایش می‌دهند. توزیع اسکیونس ابزار اصلی در تشخیص میزان تناوب[1] و ناهمسانی است که مقدار آن در میدان همگن همسان صفر می‌باشد.

برای وضوح بهتر مختصات جهت ناهمگن، x، طبق رابطهٔ (۲۷) با ضخامت لایه اختلاط، Δ، بی‌بعد شده است.

$$\eta = \frac{x}{\Delta(t)} \quad (۲۷)$$

ثابت زمانی ناحیه ۲ نیز به عنوان مرجع برای بی‌بعدکردن زمان در رابطهٔ (۲۸) استفاده می‌شود.

$$\tau = \frac{l_2(0)}{\sqrt{E_2(0)}} \quad (۲۸)$$

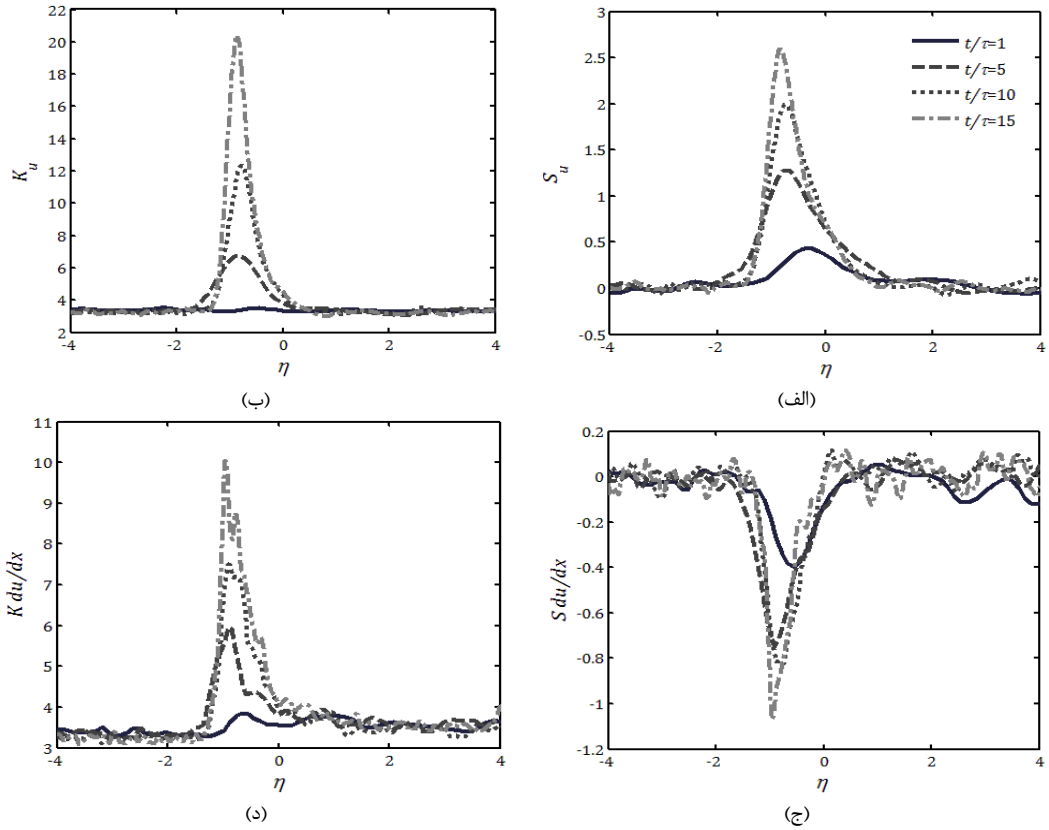
که $l(0)$ طول انتگرالی ناحیه ۲ در لحظه اولیه و $E(0)$ انرژی جنبشی جریان مغشوش ناحیه ۲ در لحظه اولیه می‌باشد.

شکل ۱۰ نمودار تغییرات ممان‌ها و مشتقات آن‌ها را در جهت ناهمگن با تغییرات η برای نسبت l_2/l_1 برابر با ۲/۱۵۱۷ و زمان‌های بی‌بعد شده، t/τ، برابر ۱، ۵، ۱۰، ۱۵ نشان می‌دهد.

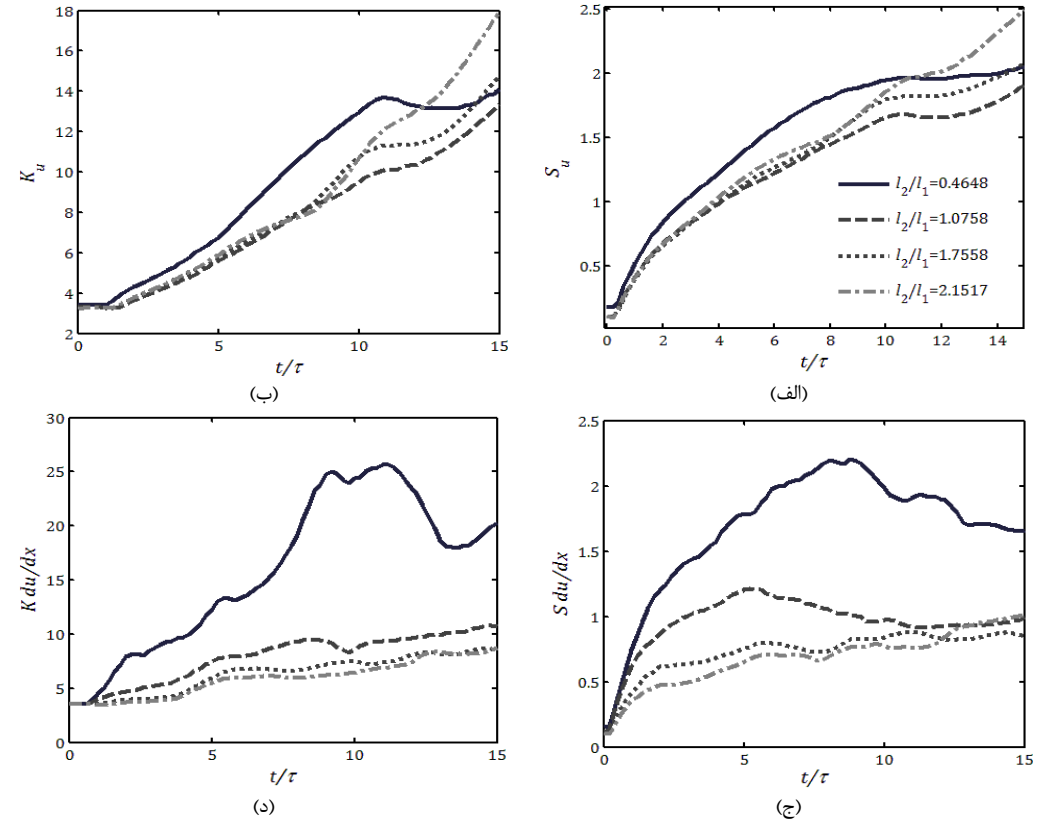
شکل ۱۰-الف اندازه اسکیونس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، S_u، را با تغییر η نشان می‌دهد. مقدار اسکیونس در خارج از لایه اختلاط نزدیک به صفر است که این مقدار مربوط به یک میدان مغشوش همسان و همگن می-باشد. مقدار اسکیونس در لایه اختلاط مقدار متفاوتی پیدا می‌کند و به حداکثر مقدار خود می‌رسد. مشابه همین روند در شکل ۱۰-ب برای تغییرات کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، K_u، با تغییرات η دیده می‌شود. مقدار کورتوسیس برای جریان مغشوش همگن و همسان برابر ۳ است[۱]. اندازه کورتوسیس در خارج از لایه اختلاط که جریان مغشوش در آن ناحیه همگن و همسان است نزدیک به ۳ است. کورتوسیس نیز مانند اسکیونس دارای بیشینه در ناحیه داخل لایه اختلاط است. مقدار کورتوسیس به مقادیر بسیار بیشتر از ۳ می‌رسد.

شکل ۱۰-ج نمودار تغییرات مشتق اسکیونس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، $S_{du/dx}$، را نشان می‌دهد. مقدار اسکیونس مشتق در خارج لایه اختلاط، نزدیک به صفر می‌باشد که با اسکیونس مشتق یک میدان مغشوش همگن و همسان در مرجع [۱] هم‌خوانی دارد. مقدار اسکیونس مشتق در لایه اختلاط غیرصفر بوده و به اندازه بیشینه خود می‌رسد. شکل ۱۰-د نمودار تغییرات مشتق کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، $K_{du/dx}$، را نشان می‌دهد. مقدار کورتوسیس مشتق در خارج لایه اختلاط، نزدیک به ۳ است و مقدار اسکیونس مشتق در لایه اختلاط به اندازه بیشینه خود می‌رسد. از نتایج موجود در شکل ۱۰ نتیجه گرفته می‌شود که تفاوت زیاد مقدار ممان‌ها و ممان‌های مشتق مولفه سرعت، u، در لایه اختلاط نسبت به خارج از لایه اختلاط نشان‌دهنده تناوب زیاد در این ناحیه است.

1- Intermittency



شکل ۱۰ شکل‌های (الف) و (ب) نمودار تغییرات اسکیونس و کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن با تغییرات مکان است. شکل‌های (ج) و (د) نمودار تغییرات مقادیر مشتق اسکیونس و کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن است. نمودارها برای نسبت l_2/l_1 برابر ۲/۱۵۱۷ ترسیم شده اند. η تغییرات مکان در جهت ناهمگن است که با ضخامت انرژی Δ بی‌بعد شده است.



شکل ۱۱ شکل‌های (الف) و (ب) نمودار تغییرات بیشینه اسکیونس و کورتوسیس مولفه ناهمگن سرعت با تغییر زمان هستند. زمان با ثابت زمانی ناحیه ۲ بی‌بعد شده است. شکل‌های (ج) و (د) نمودار تغییرات مقادیر بیشینه مشتق اسکیونس و کورتوسیس مولفه ناهمگن سرعت با تغییر زمان می‌باشد. نمودار ها برای چهار نسبت طول انتگرالی ترسیم شده است.

شکل ۱۱ نمودار تغییرات ممان‌ها و مشتقات آن‌ها را در جهت ناهمگن با تغییرات زمان بی‌بعد شده، t/τ ، برای نسبت‌های l_2/l_1 های مشخص نشان می‌دهد. شکل ۱۱-الف تغییرات اسکیونس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، S_u، را با تغییر زمان نشان می‌دهد. در ثابت زمانی اول تا پنجم، مقدار اسکیونس در حال افزایش است و پس از آن درشبیه‌سازی‌های انجام شده، برای نسبت‌های $l_2/l_1 \ll 1$ تغییرات مقادیر اسکیونس کم شده و تقریبا ثابت می‌ماند ولی برای $l_2/l_1 \gg 1$ روند افزایشی، زمان بیشتری ادامه دارد.

شکل ۱۱-ب تغییرات کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، K_u، را با تغییر زمان نشان می‌دهد. در ثابت زمانی اول تا پنجم مقدار کورتوسیس در حال افزایش است و پس از آن در شبیه‌سازی‌های انجام شده، برای نسبت‌های $l_2/l_1 \ll 1$ تغییرات مقادیر کورتوسیس کم شده و تقریبا ثابت می‌ماند ولی برای نسبت‌های $l_2/l_1 \gg 1$ روند افزایشی مدت بیشتری ادامه خواهد یافت. بین روند افزایش اسکیونس و کورتوسیس ارتباط مستقیم مشاهده می‌شود.

شکل ۱۱-ج نمودار تغییرات مقادیر اسکیونس مشتق مولفه ناهمگن سرعت، $S_{du/dx}$، را برای نسبت‌های l_2/l_1 مشخص نشان می‌دهد. ابتدا منحنی‌ها با شیب زیاد رشد می‌نمایند و پس از رسیدن به جریان توسعه یافته برای نسبت‌های $l_2/l_1 < 1$ منحنی‌ها دارای یک بیشینه هستند و سپس با گذشت زمان منحنی‌ها روند کاهشی پیدا می‌کنند. برای نسبت‌های $l_2/l_1 > 1$ منحنی‌ها دارای بیشینه نمی‌باشند و روند صعودی خود را ادامه می‌دهند. شکل ۱۱-د نمودار تغییرات مقادیر کورتوسیس مشتق مولفه ناهمگن سرعت، $K_{du/dx}$، را برای نسبت‌های l_2/l_1 مشخص نشان می‌دهد. تغییرات کورتوسیس مشتق مشابه با تغییرات اسکیونس مشتق می‌باشد. در این شکل نیز با گذشت زمان برای نسبت‌های $l_2/l_1 > 1$ روندی صعودی برای کورتوسیس مشتق دیده می‌شود. برای نسبت‌های $l_2/l_1 < 1$ کورتوسیس مشتق بعد از رسیدن به یک بیشینه روندی نزولی را نشان می‌دهد. با افزایش نسبت l_2/l_1 مانند اسکیونس مشتق، اندازه کورتوسیس مشتق نیز کاهش می‌یابد. از شکل ۱۱-ج و شکل ۱۱-د می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش ممان‌های مشتق، ناهمسانی در مقیاس کوچک افزایش یافته و در نتیجه آن اختلاط در این مقیاس بهتر صورت می‌گیرد. در شکل ۱۲ و شکل ۱۳ تغییرات اسکیونس و کورتوسیس با تغییر نسبت طول انتگرالی در ناحیه ۲ به ناحیه ۱ مشاهده می‌شود. نمودار دارای یک نقطه کمینه است. می‌توان یک منحنی درجه ۲ به فرم رابطهٔ (۲۹) را برازش داد. ملاحظه می‌شود که این منحنی به‌صورت مناسبی روند تغییرات را شبیه‌سازی می‌نماید.

$$S_{\max} = a\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 + b\frac{l_2}{l_1} + c \qquad (۲۹)$$

که در آن $a = ۰/۵۸, b = -۱/۳۰۷, c = ۲/۵۶$. به همین ترتیب برای کورتوسیس طبق رابطهٔ (۳۰) منحنی مشابه‌ای برازش می‌شود.

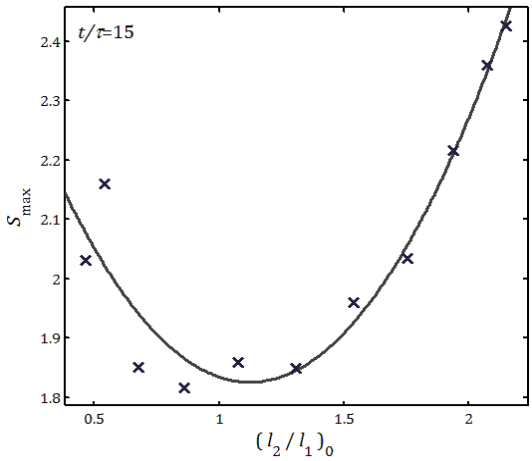
$$K_{\max} = a\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 + b\frac{l_2}{l_1} + c \qquad (۳۰)$$

که در آن $a = ۵/۶۱, b = -۱۲/۲۸, c = ۱۸/۹۴$. در شکل ۱۲ می‌توان ملاحظه کرد در شرایطی که گرادیان طول انتگرالی با گردایان انرژی ناهمسو می‌باشد، اسکیونس در حال کاهش است. سپس با همسو شدن گرادیان طول انتگرالی با گردایان انرژی، اسکیونس افزایش می‌یابد. در شکل ۱۳ مشابه همین روند برای کورتوسیس دیده می‌شود.

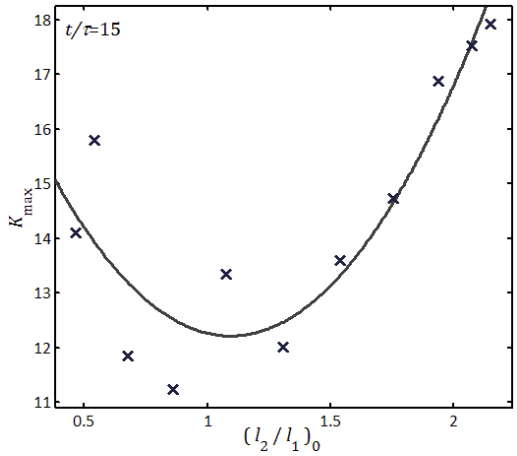
در شکل ۱۴ با درنظر گرفتن نتایج همه شبیه‌سازی‌های انجام شده بیشینه کورتوسیس به‌صورت تابعی از بیشینه اسکیونس به نمایش در آمده است که با عبور یک منحنی درجه دو به فرم $K_{\max} = 3 + aS_{\max}{}^2$، نتیجه گرفته می‌شود که $a = ۲/۴۴۵ \pm ۰/۰۱۴$ خواهد شد. این نتیجه‌گیری با نتیجه مشابه در مرجع [۲۳] که $a = ۲/۵۲ \pm ۰/۳$ به‌دست آمده است، تطبیق خوبی دارد. در شکل ۱۵ تغییرات مکان بیشینه اسکیونس نسبت به تغییرات زمان نشان داده شده است، این پارامتر نفوذ[1] نام دارد و با η_s نشان داده می‌شود. مشاهده می‌شود که قدرمطلق اندازه نفوذ در ابتدا روندی افزایشی نشان می‌دهد و بعد از رسیدن به t/τ برابر ۵ تغییرات آن کم شده و تقریبا خود متشابه باقی می‌ماند.

ضخامت لایه اختلاط یکی از پارامترهایی است که میزان اختلاط را نمایش می‌دهد. شکل ۱۶ تغییرات ضخامت لایه اختلاط برحسب تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه را نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار افزایش ضخامت لایه اختلاط مربوط به نسبت‌های l_2/l_1 نزدیک به یک می‌باشد و با دور شدن از نسبت یک، مقدار ضخامت لایه اختلاط کاهش و سپس مقدار ثابتی می‌شود. کاهش ضخامت لایه اختلاط به‌معنی شدت اختلاط بیشتر می‌باشد. بنابراین با دور شدن از نسبت طول انتگرالی یک، مقدار شدت اختلاط بیشتر می‌شود.

در شکل ۱۷ رشد $\Delta(t)/\Delta(0)$ با زمان برای نسبت l_2/l_1 برابر ۲/۱۵۱۷ مشاهده می‌شود، با گذشت زمان نمودار بر یک خط با شیب ۰/۷۶ منطبق می‌شود که با نتایج مراجع [۲۳،۱۲] همخوانی دارد.



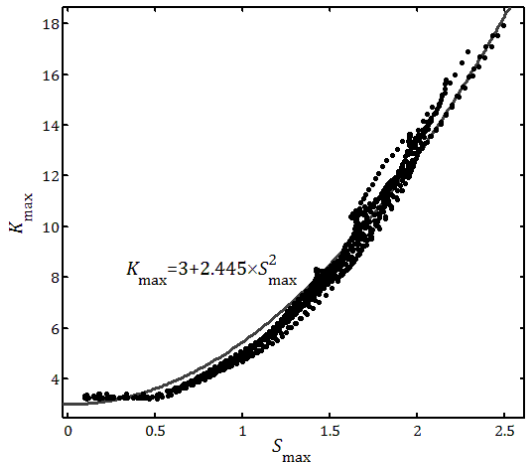
شکل ۱۲ منحنی تغییرات بیشینه اسکیونس مولفه ناهمگن سرعت با تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه (علامت ضربدر نقاط به‌دست آمده از شبیه‌سازی و خط ممتد نمایانگر منحنی برازش شده می‌باشد.)



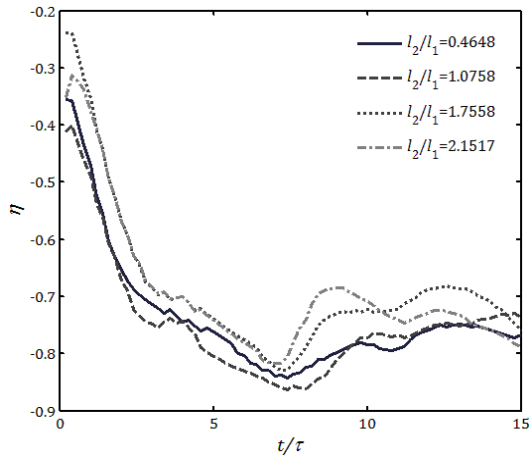
شکل ۱۳ منحنی تغییرات بیشینه کورتوسیس مولفه ناهمگن سرعت با تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه (علامت ضربدر نقاط به‌دست آمده از شبیه‌سازی است.)

1- Penetration

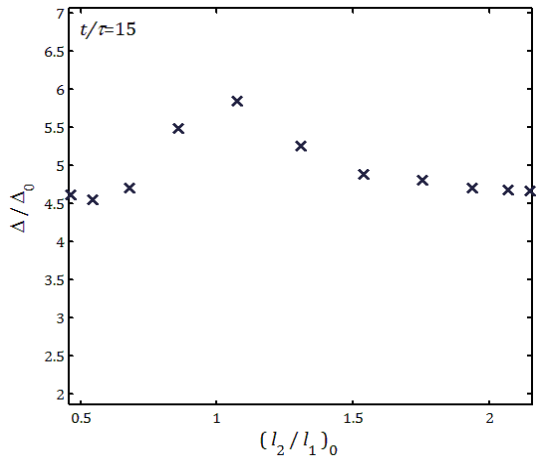
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.6.13.2]



شکل ۱۴ نمودار تغییرات بیشینه کورتوسیس مولفه ناهمگن سرعت برحسب تغییرات بیشینه اسکیونس این مولفه (این نتیجه تطبیق خوبی با [۲۳] دارد.)



شکل ۱۵ نمودارتغییرات مکان بیشینه اسکیونس مولفه ناهمگن سرعت برحسب زمان بی‌بعد شده (زمان با ثابت زمانی ناحیه ۲ بی‌بعد شده است.)



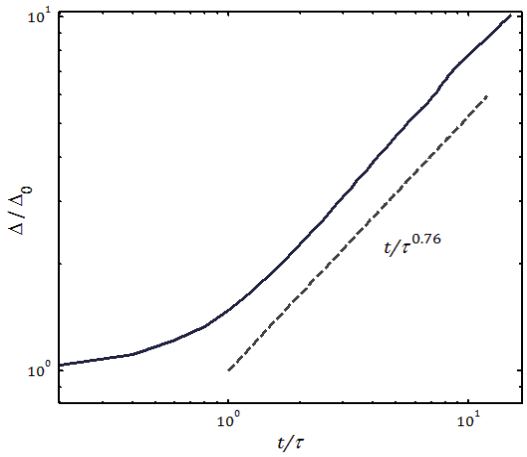
شکل ۱۶ تغییرات ضخامت لایه اختلاط برحسب تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه (لایه اختلاط با مقدار اولیه آن بی‌بعد شده است.)

می‌توان متوجه شد که پخش آشفتگی[1] به‌صورت رابطهٔ (۳۱) به‌دست می‌آید.

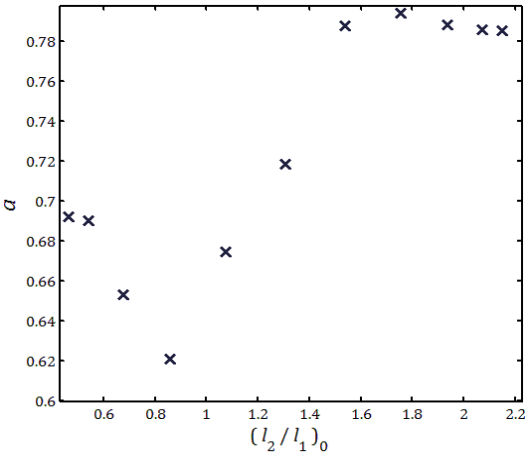
$$D=\frac{\Delta(t)}{\Delta(0)}\sim\left(\frac{t}{\tau}\right)^{a} \qquad (۳۱)$$

که a توان پخش آشفتگی می‌باشد. با مشتق گرفتن از (۲۷) نسبت به زمان، سرعت پخش آشفتگی به‌صورت رابطهٔ (۳۲) به‌دست می‌آید.

1- Turbulent diffusion



شکل ۱۷ نمودار تغییرات ضخامت لایه اختلاط برحسب زمان بی‌بعد شده با ثابت زمانی ناحیه ۲ (نمودار برای نسبت l_2/l_1 برابر ۲/۱۵۱۷ است.)



شکل ۱۸ تغییرات توان پخش آشفتگی برحسب تغییرات نسبت طول انتگرالی در لحظه اولیه

$$v_D\sim\left(\frac{t}{\tau}\right)^{1-a} \qquad (۳۲)$$

مشاهده می‌شود که با تغییر طول انتگرالی ناحیه ۱، مقدار توان پخش آشفتگی نیز تغییر می‌کند بنابراین یکی دیگر از تاثیرات تغییر طول انتگرالی، توان پخش آشفتگی لایه اختلاط است.

شکل ۱۸ تغییرات a را با طول انتگرالی نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که نمودار یک کمینه در ناحیه نزدیک به نسبت l_2/l_1 برابر واحد، دارد. بنابراین با دور شدن از این نقطه، نسبت توان پخش آشفتگی لایه اختلاط افزایش یافته و اختلاط بهتر صورت می‌گیرد.

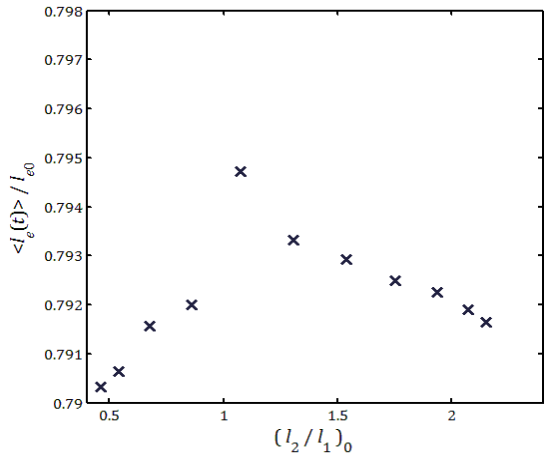
جبهه پیشروی لایه اختلاط دارای مختصاتی است که انرژی جنبشی $E(x,y)=(E_2+E_1)/2$ است. این جبهه تشکیل یک منحنی می‌دهد که با s نمایش داده می‌شود. بنابراین، طول و شعاع انحنای انرژی برای لایه اختلاط به‌صورت رابطه‌های (۳۳) و (۳۴) قابل تعریف می‌باشد[۲۳].

$$l_e=\oint E(s)ds \qquad (۳۳)$$

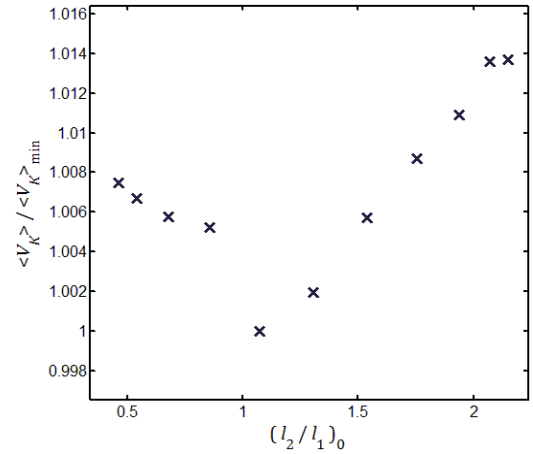
$$k_e=\nabla\cdot\frac{\nabla E}{|\nabla E|} \qquad (۳۴)$$

با گذشت زمان اندازه گردابه‌ها، بزرگتر می‌شوند و انرژی نیز کاهش می‌یابد پس l_e نیز کاهش قابل توجه‌ای پیدا می‌کند.

شکل ۱۹ تغییرات متوسط زمانی طول لایه اختلاط انرژی برحسب تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه را نشان می‌دهد. متوسط‌گیری در بازه زمانی $t/\tau=[۰,۱۵]$ انجام شده است.



شکل ۱۹ تغییرات متوسط زمانی طول لایه اختلاط انرژی برحسب تغییر نسبت طول انتگرالی اولیه



شکل ۲۰ نمودار تغییرات متوسط زمانی واریانس شعاع انحنای انرژی برحسب تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه (نقاط با اندازه نقطه کمینه، بی‌بعد شده‌اند.)

هر چند این تغییرات بسیار کوچک‌تر از تغییرات کاهشی l_e با توسعه زمانی جریان است، اما از روند مشخصی تبعیت می‌نماید. مشاهده می‌شود که هر چه از نسبت l_2/l_1 برابر یک، دور می‌شویم طول l_e کاهش بیشتری می‌یابد. کاهش l_e به معنی اختلاط بهتر است چرا که با اختلاط بهتر میدان انرژی یکنواخت‌تر شده و طول جبهه انرژی کاهش می‌یابد. واریانس شعاع انحناء را می‌توان در طول جبهه‌ی لایه اختلاط، s ، به‌صورت رابطهٔ (۳۵) محاسبه نمود.

$$V_K = \langle k_e(s) \rangle \qquad (۳۵)$$

شکل ۲۰ تغییرات متوسط زمانی واریانس شعاع انحناء در طول لایه اختلاط را با تغییرات نسبت l_2/l_1 اولیه، نمایش می‌دهد. متوسط‌گیری در بازه زمانی $t/\tau =$[۰,۱۵] انجام شده است. با دور شدن از نسبت l_2/l_1 برابر یک، مقدار واریانس شعاع انحناء افزایش می‌یابد. این نمودار نشان می‌دهد که هر اندازه اختلاف بین طول انتگرالی در دو سوی لایه اختلاط بیشتر باشد، اختلاط بیشتر خواهد شد.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی تاثیر طول مشخصه میدان آشفته اولیه روی دینامیک لایه اختلاط بدون برش آشفته دوبعدی پرداخته شد. برای حل معادلات ناویر-استوکس از شبیه‌سازی عددی مستقیم به کمک روش شبه-طیفی بهره گرفته شد. برای ایجاد لایه اختلاط بدون برش از نسبت انرژی برابر ۳۰ در تمامی شبیه‌سازی‌ها استفاده شده و با تغییر نسبت طول انتگرالی در دو سوی لایه اختلاط از ۰/۴۶۴۸ تا ۲/۱۵۱۷ با انجام یازده شبیه‌سازی عددی، به مطالعه اثر این تغییرات روی پارامترهای مرتبط با شدت اختلاط پرداخته شده است.

نتیجه‌گیری می‌شود که با افزایش و یا کاهش نسبت طول انتگرالی از مقدار واحد، پارامترهای اسکیونس و کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، افزایش یافته و بنابراین میزان تناوب و ناهمسانی افزایش می‌یابد که نشان دهنده افزایش میزان اختلاط می‌باشد. اندازه اسکیونس و کورتوسیس مشتق مولفه سرعت در جهت ناهمگن، نشان داد که ناهمسانی در مقیاس‌های کوچک برای شرط اولیه‌ای که کمترین نسبت l_2/l_1 را دارد، بیشینه است. پارامترهای سرعت پخش آشفتگی و واریانس شعاع انحناء با دور شدن از نسبت طول انتگرالی واحد برای شرط اولیه، افزایش می‌یابند که نشان‌دهنده نفوذ و اختلاط بهتر دو ناحیه جریان با یکدیگر است. اندازه طول و ضخامت لایه اختلاط با دور شدن از نسبت طول انتگرالی واحد برای شرط اولیه، کاهش می‌یابد. کاهش ضخامت لایه اختلاط به معنی شدت اختلاط بیشتر در مقیاس‌های بزرگ می‌باشد. از کل نتایج به‌دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش اختلاف طول انتگرالی بین دو میدان آشفته، میزان ناهمسانی و همچنین میزان اختلاط در لایه اختلاط بدون برش، افزایش می‌یابد.

۶- فهرست علائم

a	توان پخش آشفتگی
i	بردار یکه در جهت x
j	بردار یکه در جهت y
$\vec{k}$	بردار عدد موج(m^{-1})
k_p	عدد موج طول انتگرالی میدان جریان (m^{-1})
l	طول انتگرالی میدان جریان(m)
r	ضریب طول انتگرالی
t	زمان(s)
$\vec{U}$	بردار سرعت(ms^{-1})
u	مولفه سرعت در جهت ناهمگن(ms^{-1})
v	مولفه سرعت در جهت همگن (ms^{-1})
x	مولفه مختصات در جهت ناهمگن (m)
y	مولفه مختصات عمود بر جهت ناهمگن (m)
D	پخش آشفتگی
E	انرژی جنبشی آشفتگی $(\mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-2})$
G	نرخ تولید پالینستروفی $(\mathrm{m}^{-2}\mathrm{s}^{-3})$
K	ممان آماری چهارم نرمال (کورتوسیس)
L	طول کل میدان جریان (m)
Re	عدد رینولدز
S	ممان آماری سوم نرمال (اسکیونس)
Z	انستروفی(s^{-2})

علائم یونانی

Δ	ضخامت بی بعد لایه اختلاط
η	مولفه بی بعد مختصات در جهت ناهمگن
η_s	مولفه بی بعد مختصات بیشینه اسکیونس
ν	ویسکوزیته سینماتیکی$(\mathrm{m}^2/\mathrm{s})$
ν_D	سرعت پخش آشفتگی
ψ	تابع جریان $(\mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-1})$

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.6.13.2]

ω چرخش (s^{-1})

نشانه‌ها

$\langle\sim\rangle$ میانگین‌گیری آماری

$D\sim/Dt$ مشتق مادی

$\hat{\sim}$ پارامترها در فضای فوریه

$\nabla\sim$ عملگر گرادیان

$\vec{\sim}$ پارامتر برداری

۷- مراجع

[1] P. A. Davidson, Turbulence: *An Introduction for Scientists and Engineers*, London, Oxford, 2004.

[2] J.R. Herring, Y. Kimura, J. Chasnov, Evolution of decaying two-dimensional turbulence and self-similarity, *Trends in Mathematics: Fundamental Problematic Issues in Turbulence*, Birkhäuser Verlag Basel, Switzerland, 1999.

[3] P. Bartello, T. Warn, Self-similarity of decaying two-dimensional turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 326, pp. 357-372, 1996.

[4] J. C. McWilliams, The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 146, pp. 21-43, 1984.

[5] A. J. Lowe, P. A. Davidson, The evolution of freely-decaying, isotropic two-dimensional turbulence, *European Journal of Mechanics B/ Fluids*, Vol. 24, No. 3, pp. 314-327, 2005.

[6] B. Gilbert, Diffiusion mixing in grid turbulence without mean shear, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 100, pp. 349-365, 1980.

[7] S. Veeravalli, Z. Warhaft, The shearless turbulence mixing layer, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 207, pp. 191-229, 1989.

[8] D. A. Briggs, J. H. Ferziger, Entrainment in a shear-free turbulent mixing layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 310, pp. 215-241, 1996.

[9] B. Knaepen, O. Debliquy, D. Carati, DNS and les of a shear-free mixing layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 514, pp. 153-172, 2004.

[10] D. Tordella, M. Iovieno, Numerical experiments on the intermediate asymptotics of shear-free turbulent transport and diffusion, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 549, pp. 441-454, 2006.

[11] H. S. Kang, C. Meneveau, Experimental study of an active grid-generated shearless mixing layer and comparisons with large-eddy simulation, *Physics of Fluids*,Vol. 20, pp. 115-102, 2008.

[12] F. De Santi, L. Ducasse, J. Riley, D. Tordella, Two-dimensional shearless turbulent mixing: kinetic energy self diffusion, also in the presence of a stable strafication, *3rd Turbulent Mixing and Beyond Conference*, Trieste, Italy, 2011.

[13] A. J. Majda, *Vorticity and Incompressible Flow*, London:Cambridge, 2003.

[14] Gh. Heidarinejad, A. Eskandari Sani, A. Zolfaghari, On the two-dimensional turbulent flow and transport phenomena using large eddy simulation method, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Issue. 10, No. 3, pp. 9-20, 2009. (In Persian)

[15] M. J. Maghrebi, H. Eazi, A. Zarghami, Direct numerical simulation of 2d forced jet using the compact finite difference method, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Issue. 10, No. 2, pp. 79-87, 2007.(In Persian)

[16] S. A. Orszag, G. S. Patterson, Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence, *Physical Review Letters*, Vol. 28, No. 2, pp. 76-79,1972.

[17] D. G. Fox, S. A. Orszag, Pseudospectral approximation to two-dimensional turbulence, *Journal of Computational Physics*, Vol. 11, No. 4, pp. 612-619, 1973.

[18] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni, T. A. Zang, *Spectral Methods Fundamentals in Single Domains*, Berlin, Springer, 2006.

[19] S. C. Chapra, R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, Sixth Ed., New York:Mc Graw Hill, 2010.

[20] J. R. Chasnov, On the decay of two-dimensional homogeneous turbulence, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 1, pp. 171-180, 1997.

[21] A. J. Lowe, *The Direct Numerical Simulation of Isotropic Two-Dimensional Turbulence in a Periodic Square*, Phd Thesis, Cambridge University Engineering Department, 2001.

[22] D. Tordella, M. Iovieno, P. R. Bailey, A Sufficient Condition for Gaussian Departure in Turbulence, *Physical Review E*, Vol. 77, No. 1, pp. 016309, 2008.

[23] D. Tordella, M. Iovieno, Decaying turbulence: what happens when the correlation length varies spatially in two adjacent zones, Physica D: *Nonlinear Phenomena*, Vol. 241, No. 3, pp. 178-185, 2012.

[24] C. Zistl, R. Hilbert, G. Janiga, D. Thévenin, Increasing the efficiency of postprocessing for turbulent reacting flows, *Computing and Visualization in Science*, Vol. 12, No. 8, pp. 383-395, 2005.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.6.13.2]