



بررسی عددی تأثیر طول مشخصه میدان آشفته اولیه روی دینامیک لایه اختلاط آشفته بدون برش دوبعدی

مصطفی خوشنامی دشیری^۱، مانی فتحعلی^{۲*}

۱- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
 ۲- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
 * تهران، صندوق پستی ۱۶۷۶۵-۳۳۸۱
 mfathali@kntu.ac.ir

چکیده

در این پژوهش به بررسی تأثیر طول مشخصه میدان آشفته بر روی دینامیک جریان و مشخصات لایه اختلاط بدون برش دو بعدی پرداخته شده است. برای این منظور از شبیه سازی عددی معادلات ناپیر-استوکس تراکم ناپذیر دو بعدی با روش عددی شبه طیفی بهره گرفته شده است. با استفاده ازتابع جریان و فرم چرخش معادلات ناپیر-استوکس، صفر بودن دیورزانس میدان سرعت تضمین شده است. با محاسبه پارامترهای امری تغییر ممان های سوم و چهارم و مشتق مکانی آن ها، اثر تغییر نسبت طول مشخصه روی دینامیک بین دو جریان مغشوش مطالعه شده است. همچنین اثر تغییر نسبت طول مشخصه روی میزان اختلاط توسط پارامترهای طول و شاعع انحنای لایه اختلاط بررسی شده و نشان داده شده است که با افزایش اختلاف طول مشخصه در جریان مغشوش دو سوی لایه اختلاط، میزان ناهمسانی و اختلاط افزایش می یابد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دربافت: ۱۲ آبان ۱۳۹۲
پذیرش: ۲۳ بهمن ۱۳۹۲
ارائه در سایت: ۲۲ تیر ۱۳۹۳
کلید واژگان:
شبیه سازی عددی مستقیم
روشن شبه طیفی
لایه اختلاط
جریان مغشوش دو بعدی
ناهمسانی

Numerical study of the impact of the initial turbulent integral length scale on the dynamics of a two dimensional shear-free turbulent mixing layer

Mostafa Khoshnami Deshiri, Mani Fathali*

1- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University, Tehran, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University, Tehran, Iran

* P.O.B. 16765-3381 Tehran, Iran, mfathali@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 04 November 2013

Accepted 12 February 2014

Available Online 13 July 2014

Keywords:

DNS

Pseudo-Spectral

Free Shear Layer

Two Dimensional Turbulence

Anisotropy

ABSTRACT

The impact of the different integral scales of two isotropic turbulent fields on the dynamics of a shear-free turbulent mixing layer is investigated. To this end, two-dimensional incompressible navier-stokes equation is numerically solved using pseudo-spectral method. Governing equations are considered in the vorticity-stream function formulation to guarantee the divergence freeness of the velocity field. Dynamics of the turbulent interaction is examined through relevant statistical parameters such as skewness and kurtosis of the velocity components and their spatial derivatives. Moreover, the efficiency of mixing is investigated by considering the length and curvature of the mixing layer. It has been observed that increasing the difference between the initial integral length scales of two isotropic turbulent fields increases the mixing and anisotropic level of interaction.

جریان بسیار بزرگتر از بعد سوم باشد، می توان جریان مغشوش را تقریباً

دو بعدی فرض کرد. برای نمونه طول مشخصه افقی جریان مغشوش در اتمسفر زمین، نزدیک به ده هزار کیلومتر است در حالی که تروپوسفر^۱ فقط ده کیلومتر عمق دارد.

همچنین در شرایط آرامیشگاهی، مانند داشتن میدان مغناطیسی قوی و با دوران زیاد، می توان از بعد سوم حرکت چشم پوشی کرد^[۱].

از طرف دیگر در یک شرایط برابر از نظر سخت افزاری، مطالعه عددی روی میدان مغشوش دو بعدی نسبت به میدان مغشوش سه بعدی، باوضوح

3- Troposphere

۱- مقدمه

طبق آبشار انرژی ریچاردسون^۱، انرژی در جریان مغشوش^۲ سه بعدی از گردابهای بزرگتر به گردابهای کوچکتر منتقل می شود و گردابهای بزرگتر به گردابهای کوچکتر شکسته می شوند. اما در جریان مغشوش دو بعدی انرژی در جهت عکس منتقل می شود یعنی انرژی از گردابهای کوچک به گردابهای بزرگ منتقل می شود.

اصولاً جریان مغشوش، سه بعدی است اما در مواردی که دو بعد از میدان

1- Richardson's energy cascade

2- Turbulence

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Khoshnami Deshiri, M. Fathali, Numerical study of the impact of the initial turbulent integral length scale on the dynamics of a two dimensional shear-free turbulent mixing layer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 113-123, 2014 (In Persian)

روی اسکیونس و کورتوسیس بیش از گرداههای کوچکتر می‌باشد. برای جریان آشفته دوبعدی دی سانتی و توردلار^[۱۲] در پژوهشی میزان نفوذ و تغییرات اسکیونس با تغییرات نسبت انرژی را مورد بررسی قرار دادند و ملاحظه کردند که نفوذ در حالت دوبعدی سیار بیشتر از حالت سهبعدی می‌باشد. همچنین مشاهده نمودند که ضخامت لایه اختلاط، در جریان مغشوش سهبعدی، نسبت به جریان مغشوش دوبعدی، با سرعت بیشتری افزایش می‌باشد.

در این پژوهش میدان‌های همگن و همسان اولیه براساس طیف انرژی جنبشی ایجاد شده و به کمک روش شبه طیفی اقدام به شبیه‌سازی عددی مستقیم معادلات ناویر-استوکس به فرم چرخش شده است. حساسیت دینامیک لایه اختلاط بدون برش به تغییر مقیاس انتگرالی اغتشاشات در دو سوی لایه اختلاط بررسی شده و میزان تاهمسانی و اختلاط توسط پارامترهای آماری جریان اندازه‌گیری شده است.

۲- معادلات و روش عددی

۲-۱- معادلات حاکم

معادلات ناویر-استوکس در حالت تراکم ناپذیر و بدون حضور نیروهای خارجی به فرم چرخش به صورت معادله‌های (۱) و (۲) است.

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{U} + \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (2)$$

سرعت با $\vec{v} = \vec{U} - u\hat{i}$ ، چرخش با $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U}$ و لزجت سینماتیک با γ نشان داده می‌شود. عبارت اول سمت راست معادله (۱) مربوط به کشش گرداههای^[۱۱] است. در حالت دوبعدی بردار سرعت و چرخش برهم عمود بوده و این عبارت معادله برابر صفر خواهد شد، در واقع عدم حضور کششگرداهه یکی از مشخصه‌های ویژه جریان مغشوش دوبعدی می‌باشد. بنابراین معادله نهایی چرخش در حالت دوبعدی و بدون حضور نیروهای خارجی به صورت رابطه (۳) خواهد شد که مبنای کار در این پژوهش قرار دارد.

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (3)$$

در جریان تراکم ناپذیر دوبعدی، با بازنویسی معادلات بر حسب تابع جریان، ψ ، معادله پیوستگی را می‌توان در فرآیند حل لحاظ نمود^[۱۳].

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial x}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4)$$

در این حالت، بردار چرخش را می‌توان بر حسب تابع جریان نوشت.

$$\omega = -\nabla^2 \psi \quad (5)$$

با حل معادله (۵)، ψ بدهست می‌آید که مولفه‌های سرعت با توجه به معادله (۴) از آن استخراج می‌گردد. سپس با داشتن میدان سرعت، معادله (۳) به صورت عددی حل خواهد شد.

می‌توان نشان داد که معادله حاکم بر انرژی جنبشی جریان مغشوش و انستروفی^[۱۲] به صورت رابطه‌های (۶) و (۷) ساده می‌شوند^[۱].

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} (U^2) \right] = -\nu (\omega^2) \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} (\omega^2) \right] = -\nu ((\nabla \omega)^2) \quad (7)$$

علامت (~) متوسط‌گیری آماری است. در حالت دوبعدی انستروفی به وسیله شرط اولیه محدود می‌ماند. اگر لزجت به سمت صفر میل نماید به دلیل اینکه انستروفی مقدار محدودی است سمت راست معادله (۶) به سمت صفر میل می‌کند^[۱].

11- Vortex stretching
12- Enstrophy

بالاتر قابل انجام است. از این رو در ۴۰ سال اخیر این جریان مورد توجه پژوهشگران این حوزه قرار دارد. تئوری کلاسیک بچلر^[۱] (۱۹۶۹) انرژی جنبشی را به عنوان تنها نامتفیر^[۲] جریان مغشوش دوبعدی بیان کرد و بیشینی نمود که مقیاس انتگرالی میدان مغشوش به صورت $t^{-0.5}$ در سال ۱۹۹۹^[۲] و دانشمندان دیگر نشان داد که مقیاس انتگرالی به صورت $t^{-0.5}$ تغییر می‌کند. بارتلو و وارن^[۳] و مک ویلیام^[۴] عنوان نمودند که در صورت زیاد بودن عدد رینولدز جریان مغشوش دوبعدی نامتفیر دومی به نام بیشینه چرخش دارد. این موضوع به صورت گسترده‌ای توسعه داشتماندان پذیرفته شده است و این به معنی توسعه تئوری بچلر می‌باشد^[۵]. در ادامه نشان داده خواهد شد که در این پژوهش نیز نرخ $R^0.5$ مشاهده شده است که مطابق با آخرین نتایجی است که از جریان مغشوش دوبعدی به دست آمده است.

لایه اختلاط بدون برش آشفته حاصل تعامل دو میدان همگن و همسان^[۴] آشفته، بدون اختلاف در سرعت میانگین است. خاصیت ویژه این نوع لایه اختلاط صفر بودن میدان برشی جریان متوسط است که بدبناه آن میدان، تولید انرژی آشفتگی نخواهد داشت. آشفتگی توسعه اختلالات^[۵] فشار و سرعت در میدان توزیع خواهد شد. خواص آماری نسبت به ناهمسانی^[۶] حساس بوده و برای اندازه‌گیری ناهمسانی می‌توان از کمیات آماری استفاده کرد. ناهمسانی را می‌توان مربوط به اختلاط دانست، بنابراین با افزایش اختلاط در لایه مرزی، ناهمسانی نیز افزایش یافته و برخی پارامترهای جریان مانند ممان‌های آماری سوم و چهارم نرمال (اسکیونس^[۷] و کورتوسیس^[۸]) نیز افزایش خواهد یافت.

این نوع جریان اختلاط برای میدان سهبعدی اولین بار توسط گیلبرت^[۹] در سال ۱۹۸۰ با تمرکز بر میزان افزایش ضخامت لایه اختلاط با زمان به صورت تجربی مطالعه شد. ویروالی و ورہت^[۷] در سال ۱۹۸۹ با جزیبات بیشتر، آزمایش تجربی مشابه‌ای را انجام داده و نشان دادند که خواص آماری مانند اسکیونس و کورتوسیس در لایه اختلاط، از توزیع نرمال فاصله می‌گیرند. آن‌ها مشاهده کردند که مکان بیشینه اسکیونس و کورتوسیس در مرکز لایه اختلاط قرار ندارد. نتایج نشان داد که این نقطه بیشینه نزدیک به ناحیه‌ای با انرژی کمتر قرار دارد. این موضوع بیانگر این واقعیت است که اختلاط، همراه با نفوذ^[۹] گرداههای ناحیه پر انرژی به سمت ناحیه کم انرژی اتفاق می‌افتد. نتایج حل عددی مستقیم برقیگز^[۸] در سال ۱۹۶۶ و ناپن^[۹] در سال ۲۰۰۴ نیز نتایج تجربی را تایید می‌نمایند.

توردلار و اینوویا^[۱۰] در سال ۲۰۰۶ علاوه بر گرادیان انرژی، گرادیان طول انتگرالی اغتشاشات را نیز مورد توجه قرار داده و نشان دادند که این خواص آماری نه تنها با تغییر نسبت انرژی بلکه با تغییر طول انتگرالی نیز تغییر می‌کند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که بیشترین تناوب^[۱۰] و نفوذ از سمت ناحیه پر انرژی به سمت ناحیه کم انرژی زمانی اتفاق می‌افتد که گرادیان انرژی و گرادیان طول انتگرالی هم‌جهت باشند.

کنگ و منووی^[۱۱] در سال ۲۰۰۸ نتایج تجربی مشابه‌ی ویروالی و ورہت را با رینولدز بالاتر و همچنین با استفاده از مدل شبیه‌سازی گرداههای بزرگ به صورت عددی انجام دادند و نشان دادند که تأثیر گرداههای بزرگ بر

1- Batchelor classical theory

2- Invariant

3- DNS (Direct Numerical Simulation)

4- Isotropic

5- Fluctuations

6- Anisotropy

7- Skewness

8- Kurtosis

9- Penetration

10- Intermittency

$$\hat{\omega} = 4\pi^2 k^2 \hat{\psi} \quad (11)$$

که در آن k عدد موج می‌باشد.

$$\vec{k} = (k_x, k_y), k^2 = k_x^2 + k_y^2$$

عبارت دوم سمت چپ معادله (۱۰) ترم غیرخطی معادله ناویر-استوکس است.

برای محاسبه سرعت‌ها از معادله (۴) تبدیل فوریه گرفته می‌شود.

$$\hat{u} = ik_y \hat{\psi}, \hat{v} = -ik_x \hat{\psi} \quad (12)$$

با استفاده از تبدیل فوریه معادلات (۳) و (۵) به معادلات دیفراسیل معمولی

(۱۰) و (۱۱) تبدیل می‌شوند، سپس این معادلات با استفاده از روش رانگ کوتا مرتبه ۴^۴ انتگرال گیری زمانی می‌شوند [۱۹].

۳- توصیف مسئله

یکی از ساده‌ترین جریان‌های ناهمگن، لایه اختلاط بدون برش^۷ است که از دو ناحیه همگن با انرژی و یا طول گردابهای متفاوت تشکیل شده که توسط لایه میانی گذرا با یکدیگر در حال اندرکنش^۸ می‌باشند. چون هیچ‌گونه سرعت نسبی بین دو ناحیه وجود ندارد به این نوع لایه اختلاط، بدون برش گفته می‌شود [۹]. در این پژوهش به مطالعه اثر تغییرات اندازه گردابهای روی شدت آشفتگی در لایه اختلاط بدون برش پرداخته شده است. با توجه به شکل ۲ هندسه جریان از ترکیب دو ناحیه با نسبت انرژی، E_2/E_1 ، برابر ۳۰ و با طول‌های انتگرالی متفاوت تشکیل شده است. علت استفاده از این نوع هندسه، حفظ شرایط پریودیک^۹ می‌باشد. عرض کل میدان با طول کل آن برابر است. جهت همگن با \hat{x} و جهت ناهمگن با \hat{z} نشان داده می‌شود. ناحیه همگن وسط به عنوان مرجع ثابت نگاه داشته و با اندیس ۲ نشان داده می‌شود و ناحیه کناری در شبیه‌سازی‌های مختلف، محدوده گذرا از ناحیه ۱ به ۲ نمایش داده می‌شود. منظور از لایه اختلاط، محدوده گذرا از ناحیه ۱ به ۲ است. با کاهش طول انتگرالی در ناحیه ۱ و به دنبال آن تفاوت استهلاک انرژی در این ناحیه، نسبت انرژی تغییر خواهد کرد. بنابراین با گذشت زمان اثر ناهمگنی در طول مشخصه بر توسعه میدان در لایه اختلاط مشاهده می‌شود. طبق تعریف، انرژی جنبشی جریان مغذی^{۱۰} و انستروفی از رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) بدست می‌آیند.

$$E = \frac{1}{2}((u^2) + (v^2)) \quad (13)$$

$$Z = \frac{1}{2}(\omega^2) \quad (14)$$

طول انتگرالی، عدد رینولدز و مقیاس زمانی نیز به صورت رابطه‌های (۱۷-۱۵) تعریف شده‌اند [۱].

$$l = \sqrt{\frac{E}{Z}} \quad (15)$$

$$Re = \frac{\sqrt{E}l}{v} \quad (16)$$

$$\tau = \frac{l}{\sqrt{E}} \quad (17)$$

همچنین برای مقایسه بهتر، پارامتر بی بعدی به عنوان ضریب طول انتگرالی، r به صورت رابطه (۱۸) تعریف شده است، که طول کل میدان محاسباتی و l طول انتگرالی اغتشاشات است.

$$r = \frac{L}{l} \quad (18)$$

5- Ordinary Differential Equations (ODE)

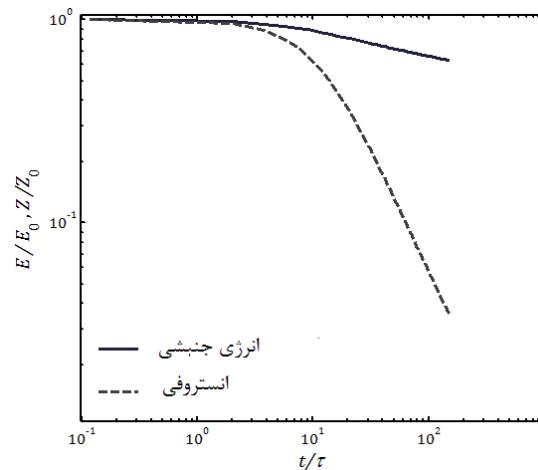
6- Fourth- order runge- kutta

7- Free shear mixing layers

8- Interaction

9- Periodic condition

10- Turbulence kinetic energy



شکل ۱ نمودار تغییرات انرژی جنبشی و انستروفی بی بعد شده بر حسب تغییر زمان بی بعد (زمان با ثابت زمانی گردابهای در لحظه اولیه بی بعد شده است).

$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} \langle U^2 \rangle \right] = 0$$

بنابراین انرژی جنبشی برای یک جریان در یک بازه زمانی محدود با مرتبه Re^{-1} پایستار می‌ماند [۱]. در شکل ۱ مشاهده می‌شود که انستروفی مقدار محدودی است و با سرعت بیشتری نسبت به انرژی در حال کاهش است.

۲- روش عددی به کار رفته

شبیه‌سازی عددی مستقیم [۱۴] و روش شبیه‌سازی گردابهای بزرگ [۱۵] دو روشی است که در شبیه‌سازی رفتار سیال مورد توجه پژوهشگران قرار دارد. در شبیه‌سازی لایه اختلاط بدون برش بهدلیل حساسیت زیاد این نوع جریان، مناسب‌ترین روش، شبیه‌سازی عددی مستقیم معادلات ناویر استوکس به کمک روش‌های دقیق طیفی است [۹]. در این پژوهش با کمک روش شبیه طیفی^۱ براساس سری‌های فوریه^۲ اقدام به شبیه‌سازی عددی مستقیم معادلات ناویر-استوکس شده است. روش شبیه طیفی اولین بار توسط ارسزآگ و پترسون [۱۶] در شبیه‌سازی سه‌بعدی و توسط ارسزآگ و فاکس [۱۷] برای شبیه‌سازی دوبعدی مورد استفاده قرار گرفته است.

در روش طیفی برای محاسبه ترم غیرخطی که حاصل ضرب دو جز سرعت و چرخش می‌باشد نیاز به محاسبه انتگرال کانولوشن^۳ است. این امر باعث صرف هزینه محاسبات بسیار بالا است. بنابراین در روش شبیه‌طیفی برای کاهش زمان محاسبه، عبارت غیرخطی در فضای فیزیکی محاسبه شده و سپس با گرفتن تبدیل فوریه به فضای فوریه انتقال می‌یابد. هرچند این روش باعث کاهش محسوس زمان محاسبات می‌شود، اما موجب پدیده هم‌اثرسازی^۴ اثرسازی^۵ می‌شود. بنابراین نیاز به حذف این تاثیر نامطلوب است، برای این کار از روشی موسوم به قانون '۲/۳' بهره گرفته می‌شود [۱۸].

تبدیل فوریه مختلط را طبق رابطه (۸) و (۹) در نظر بگیرید.

$$\hat{f}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-2\pi i k x} dx, i = \sqrt{-1} \quad (8)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(k) e^{2\pi i k x} dk \quad (9)$$

با گرفتن تبدیل فوریه از معادله‌های (۳) و (۵)، معادله‌های (۱۰) و (۱۱) به دست می‌آیند.

$$\frac{\partial \hat{\omega}}{\partial t} + \bar{U} \cdot \nabla \hat{\omega} = -\nu 4\pi^2 k^2 \hat{\omega} \quad (10)$$

1- Pseudo- spectral

2- Fourier series

3- Convolution

4- Aliasing

و ۲ توسط رابطه (۲۳) بدست می آید،

$$\omega = \omega_1 [1 - f(x)] + \omega_2 [f(x)] \quad (23)$$

شرایط اولیه مطلوب با ترکیب میدان ناحیه ۲ با میدان های ناحیه ۱ حاصل می شوند. نمونه هایی از تولید میدان بدون برش به روش مشابه در مراجع [۱۰، ۸] به کار رفته است.

۳-۴-۱- پارامترهای شرط اولیه

میدان با وضوح $10^{24} \times 10^{24}$ حل می شود. ناحیه ۲ را به عنوان مرجع، ثابت نگاه داشته و با تغییر ناحیه ۱، نسبت l_1/l_2 از مقدار 0.46476 تا $2/1517$ تغییر داده می شود.

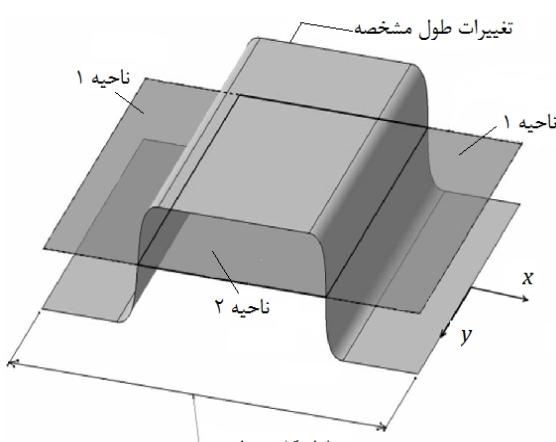
ضریب طول انتگرالی میدان مرجع، c_2 برابر 232 و رینولدز آن، Re_2 برابر 90 می باشد. در جدول ۱ شرایط ناحیه ۱ و در جدول ۲ شرایط ناحیه ۲ مشاهده می شود. نسبت انرژی، E_2/E_1 ، برای کلیه شبیه سازی ها برابر 30 می باشد و برای مقایسه بین نتایج ثابت زمانی گردابه های ناحیه ۲ در لحظه اولیه به عنوان مقیاس زمانی انتخاب شده است.

۳-۵- اعتبارسنجی

برای اطمینان از اینکه شرط اولیه میدان به درستی ایجاد شده و شبیه سازی عددی صحیح باشد، نمودار طیف انرژی میدان اولیه به مقیاس خود مشابه^۵ منتقل و با شرط اولیه مرجع [۲۱] مقایسه شده است. برای این منظور طیف انرژی جنبشی به صورت $(l/E_0)/(E_0/l)$ و محور افقی به صورت kl نرمالایز می شوند. در شکل ۶ منحنی ممتد مربوط شبیه سازی عددی مستقیم توسط لویی در مرجع [۲۱] است که میدان در آن تا 9 ثابت زمانی حل شده است و نمودار خط چین میدان اولیه ناحیه ۲ پس از پیش محاسبه عددی تا 9 ثابت زمانی است. چنانچه مشاهده می شود نتایج تطبیق خوبی با یکدیگر دارند. همچنین داویدسون و لویی در مرجع [۵] برای افزایش طول انتگرالی در جریان مغذی دو بعدی که از قانون^۶ $t \sim l^{\alpha}$ پیروی می کند، مقدار α را بین 0.49 تا 0.56 بدست آورده اند. در این پژوهش مطابق شکل ۷ مشاهده می شود که α برابر 0.53 بدست آمده است.

۴- نتایج

در جریان مغذی همگن همسان توان استهلاک انرژی، m به صورت رابطه (۲۴) تعریف می شود.



شکل ۲ شکل شماتیک میدان مورد نظر؛ توزیع طول مشخصه از ناحیه ۱ به ناحیه ۲ توسط یکتابع میانی انطباق پیدا کرده است.

5- Self-similar

۳-۱- ایجاد شرط اولیه

برای حل معادلات (۳-۵) احتیاج به شرط اولیه می باشد. شرط اولیه این مسئله شامل اغتشاشات اولیه میدان چرخش است که برای بدست آوردن آن نیاز به طی سه مرحله است. ابتدا با انتخاب طیف انرژی اولیه، میدان چرخش را از آن استخراج کرده و سپس با توسعه این میدان همگن، میدان چرخش مانند شکل ۳ ایجاد می شود. سپس به ترکیب دو نمونه از میدان همگن با طول انتگرالی متفاوت پرداخته و میدان نهایی مانند شکل ۴ حاصل می شود.

۳-۱-۱- استخراج میدان چرخش از طیف انرژی جنبشی

برای آماده سازی شرط اولیه، طیف انرژی جنبشی اغتشاشات میدان سرعت براساس رابطه (۱۹)، درنظر گرفته شده است که در ادامه میدان اغتشاشات چرخش از میدان سرعت بدست آمده، استخراج می شود. این روش در مراجع [۱۱، ۶، ۲] مورد استفاده قرار گرفته است.

$$E(k, 0) = \frac{Q}{k_p} \left(\frac{k}{k_p} \right)^7 \exp \left[-3.5 \left(\frac{k}{k_p} \right)^2 \right] \quad (19)$$

k_p عدد موج مربوط به بیشینه طیف انرژی جنبشی می باشد، این پارامتر تعیین کننده طول انتگرالی شرط اولیه میدان جریان است به طوری که هر چه k_p بزرگ تر باشد طول انتگرالی برای میدان شرط اولیه، که براساس طیف انرژی جنبشی متناظر تولید می شود، کوچک تر خواهد بود. می توان نشان داد که طول انتگرالی برای طیف انرژی جنبشی (۱۹) به صورت رابطه ۲۰ خواهد شد.

$$l = \sqrt{\frac{7}{8}} k_p^{-1} \quad (20)$$

۳-۱-۲- توسعه میدان همگن و همسان

از آنجا که مدت زمانی طول خواهد کشید که میدان از شرایط اولیه و حالت گذرا^۱ به آشفتگی کامل^۲ توسعه یافته^۳ مانند شکل ۳ برسد و فازهای میدان به صورت فیزیکی شوند (توزیع طیف انرژی به توزیع طیف انرژی واقعی نزدیک و شکل گردابه ها طبیعی شوند)، نیاز است میدان حاصله برای رسیدن به شرایط مطلوب و همچنین برای رسیدن به طول انتگرالی مورد نظر برای ناحیه ۱ و ۲، در یک پیش محاسبه عددی^۴ توسعه داده شود.

۳-۱-۳- ترکیب دو میدان و ایجاد میدان ناهمگن

اکنون با استفاده از دو میدان همسان و همگن، ω_1 و ω_2 ، که در قسمت قبلی به دست آمده است، اقدام به ترکیب آنها می شود تا میدانی مطابق شکل ۴ به دست آید. برای آنکه تغییرات از یک سمت به سمت دیگر به صورت پیوسته در یک لایه گذرا اتفاق بیافتد، دو میدان توسط تابع تطبیقی^۵ که در رابطه های (۲۱) و (۲۲) معرفی شده و در شکل ۵ نشان داده شده است با یکدیگر تطبیق داده می شوند.

$$f(x) = \frac{1}{2} \left[1 + p(0) p\left(\frac{L}{4}\right) p\left(\frac{3L}{4}\right) \right] \quad (21)$$

$$p(s) = \tanh \left(c \frac{x-s}{L} \right) \quad (22)$$

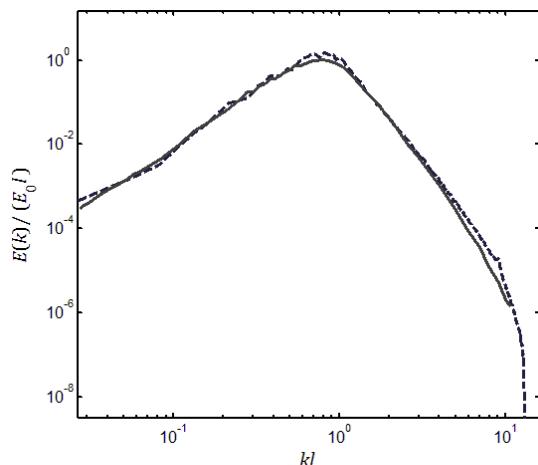
که پارامتر c تعیین کننده ضخامت لایه گذرا، Δ ، است. این ضخامت فاصله بین دو نقطه ای است که $(E - E_1)/(E_2 - E_1) = 0.25$ و 0.75 است. پارامتر Δ طوری تعیین می شود که شبکه در لایه گذرا به خوبی حل شود [۱۳، ۹]. همچنین این پارامتر طوری انتخاب می شود که ضخامت لایه گذرا از مرتبه طول انتگرالی میدان باشد [۱۳]. بنابراین میدان چرخش نهایی شامل ناحیه ۱

1- Transition period

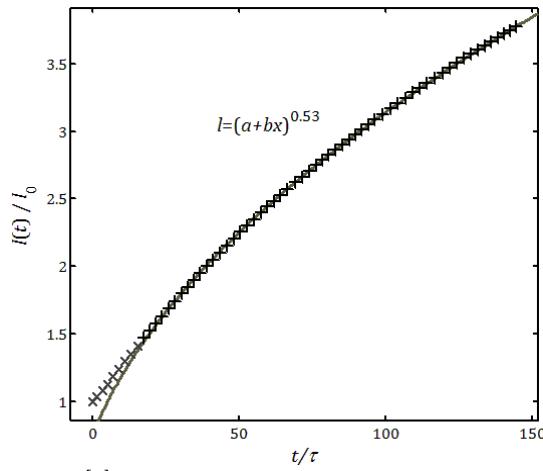
2- Fully developed turbulence

3- Pre-processing

4- Matching function



شکل ۶ نمودار طیف انرژی نرمالایز شده؛ خط ممتد شبیه‌سازی عددی [۲۳] است و خط چین شرط اولیه آماده شده برای ناحیه ۲ می‌باشد.

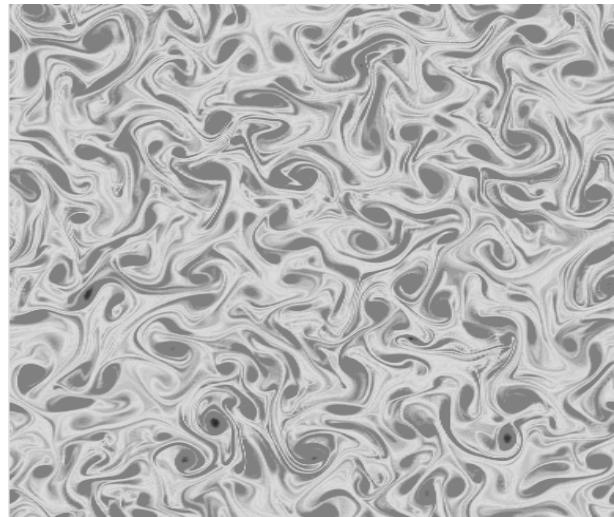


شکل ۷ نمودار تغییرات طول انتگرالی با زمان که با نتایج مرجع [۵] همخوانی دارد؛ زمان با ثابت زمانی گردابه‌ها در لحظه اولیه بی بعد شده است.

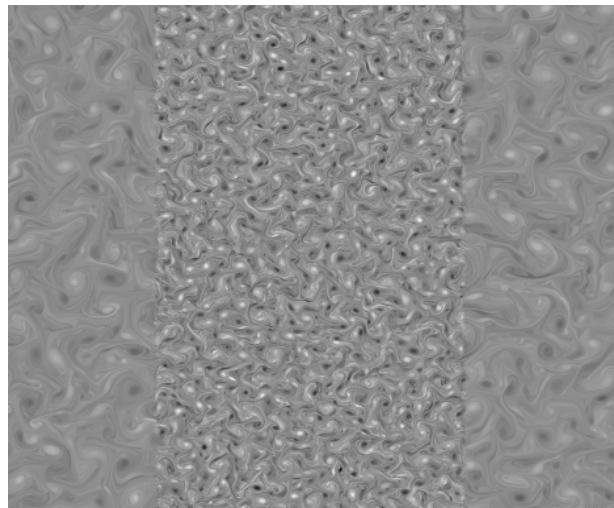
جدول ۱ مشخصات شرایط اولیه ناحیه ۱			
τ	l_2/l_1	r	Re
$1/73 \times 10^{-2}$	۰/۴۶۴۸	۱۰۸	۳۵/۳۵
$1/48 \times 10^{-2}$	۰/۵۴۳۴	۱۲۶	۳۰/۲۴
$1/18 \times 10^{-2}$	۰/۶۷۸۷	۱۵۸	۲۴/۲۱
$9/35 \times 10^{-3}$	۰/۸۶۰۷	۲۰۰	۱۹/۰۹
$7/48 \times 10^{-3}$	۱/۰۷۵۸	۲۵۰	۱۵/۲۷
$6/15 \times 10^{-3}$	۱/۳۰۸۲	۳۰۴	۱۲/۵۶
$5/22 \times 10^{-3}$	۱/۵۴۰۶	۳۵۸	۱۱/۰۲
$4/58 \times 10^{-3}$	۱/۷۵۵۸	۴۰۸	۹/۹۸
$4/15 \times 10^{-3}$	۱/۹۳۷۸	۴۵۰	۹/۳۵
$3/88 \times 10^{-3}$	۲/۰۷۳۱	۴۸۱	۸/۴۷
$3/74 \times 10^{-3}$	۲/۱۵۱۷	۵۰۰	۷/۶۳

جدول ۲ مشخصات شرط اولیه ناحیه ۲

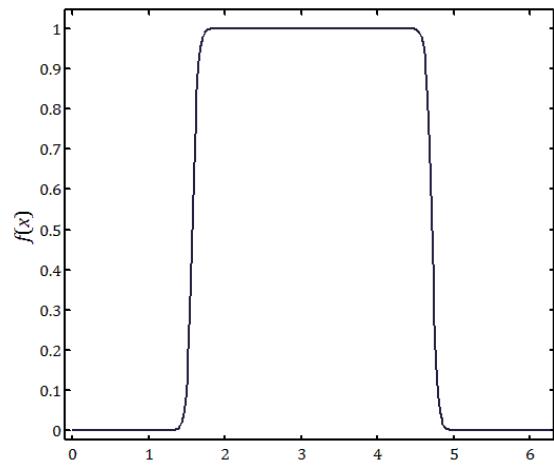
τ	r	Re
$1/47 \times 10^{-3}$	۲۳۲	۹۰



شکل ۳ نمونه جریان مغذوش کاملاً توسعه یافته همگن و همسان که با روش عددی شبیه‌سازی شده است



شکل ۴ نمونه‌ای از شرط اولیه؛ میدان ۲ دارای ضریب طول انتگرالی، r_2 ، برابر ۲۳۲ و میدان ۱ دارای ضریب طول انتگرالی، r_1 ، برابر ۵۰۰ می‌باشد.



شکل ۵ نمودار تابع تطبیقی برای انتباق دو میدان ناحیه ۱ و ۲؛ پارامتر c برابر 100π و در نتیجه آن، نسبت ضخامت اولیه لایه اختلاط به طول میدان، L/Δ ، برابر $100/35$ می‌شود.

$$n = \frac{d \ln \langle U^2 \rangle}{d \ln t} \quad (24)$$

ناهمسانی در ممان های مرتبه بالا، بهتر مخصوص می شود. بنابراین برای رصد کردن ناهمسانی میدان از ممان های نرمال سوم و چهارم موسوم به اسکیونس و کورتوسیس طبق رابطه های (۲۵) و (۲۶) استفاده می شود [۲۰].

$$S = \frac{\langle u^3 \rangle}{\langle u^2 \rangle^{\frac{3}{2}}} \quad (25)$$

$$K = \frac{\langle u^4 \rangle}{\langle u^2 \rangle^2} \quad (26)$$

مولفه اغتشاش سرعت، η ، که در جهت ناهمنگن میدان می باشد وظیعه انتقال انرژی جنبشی در عبور از لایه اختلاط را دارد و همین مولفه در طول فرآیند اختلاط، یک ناهمسانی در لایه اختلاط بوجود می آورد. مقدار ممان های نرمال که با زمان تغییر می کنند، میزان ناهمسانی را نمایش می دهند. توزیع اسکیونس ابزار اصلی در تشخیص میزان تنابو^۱ و ناهمسانی است که مقدار آن در میدان همگن همسان صفر می باشد.

برای وضوح بهتر مختصات جهت ناهمنگن، η طبق رابطه (۲۷) با ضخامت لایه اختلاط، l_1 ، بی بعد شده است.

$$\eta = \frac{x}{\Delta(t)} \quad (27)$$

ثابت زمانی ناحیه ۲ نیز به عنوان مرجع برای بی بعد کردن زمان در رابطه (۲۸) استفاده می شود.

$$\tau = \frac{l_2(0)}{\sqrt{E_2(0)}} \quad (28)$$

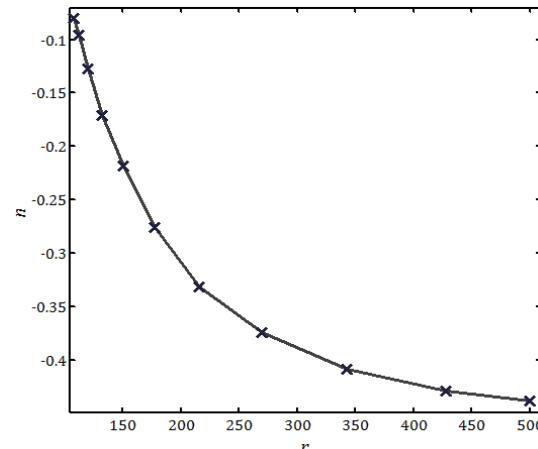
که (۰) طول انتگرالی ناحیه ۲ در لحظه اولیه و (۰) E انرژی جنبشی جریان مغشوش ناحیه ۲ در لحظه اولیه می باشد.

شکل ۱۰ نمودار تغییرات ممان ها و مشتقات آن ها را در جهت ناهمنگن با تغییرات η برای نسبت l_1/l_2 برابر با $2/1517$ و زمان های بی بعد شده، t/τ ، برابر $1, 10, 5, 15$ نشان می دهد.

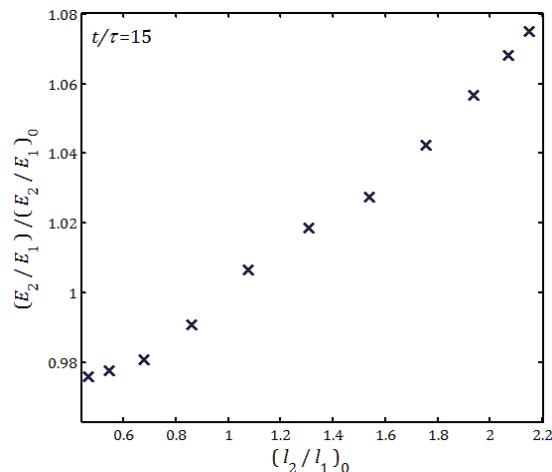
شکل ۱۰-الف اندازه اسکیونس مولفه سرعت در جهت ناهمنگن، η ، را با تغییر η نشان می دهد. مقدار اسکیونس در خارج از لایه اختلاط نزدیک به صفر است که این مقدار مربوط به یک میدان مغشوش همسان و همگن می باشد. مقدار اسکیونس در لایه اختلاط مقدار متفاوتی پیدا می کند و به حداقل مقدار خود می رسد. مشابه همین روند در شکل ۱۰-ب برای تغییرات کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمنگن، K ، با تغییرات η دیده می شود. مقدار کورتوسیس برای جریان مغشوش همگن و همسان برابر ۳ است [۱]. اندازه کورتوسیس در خارج از لایه اختلاط که جریان مغشوش در آن ناحیه همگن و همسان است نزدیک به ۳ است. کورتوسیس نیز مانند اسکیونس دارای بیشینه در ناحیه داخل لایه اختلاط است. مقدار کورتوسیس به مقادیر بسیار بیشتر از ۳ می رسد.

شکل ۱۰-ج نمودار تغییرات مشتق اسکیونس مولفه سرعت در جهت ناهمنگن، $K_{du/dx}$ را نشان می دهد. مقدار اسکیونس مشتق در خارج لایه اختلاط، نزدیک به صفر می باشد که با اسکیونس مشتق یک میدان مغشوش همگن و همسان در مرجع [۱] هم خوانی دارد. مقدار اسکیونس مشتق در لایه اختلاط غیر صفر بوده و به اندازه بیشینه خود می رسد. شکل ۱۰-د نمودار تغییرات مشتق کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمنگن، $K_{du/dx}$ را نشان می دهد. مقدار کورتوسیس مشتق در خارج لایه اختلاط، نزدیک به ۳ است و مقدار اسکیونس مشتق در لایه اختلاط به اندازه بیشینه خود می رسد. از نتایج موجود در شکل ۱۰ نتیجه گرفته می شود که تفاوت زیاد مقدار ممان ها و ممان های مشتق مولفه سرعت، η ، در لایه اختلاط نسبت به خارج از لایه اختلاط نشان دهنده تنابو زیاد در این ناحیه است.

1- Intermittency



شکل ۸ نمودار تغییرات توان استهلاک انرژی جنبشی بر حسب تغییرات ضریب طول انتگرالی، r

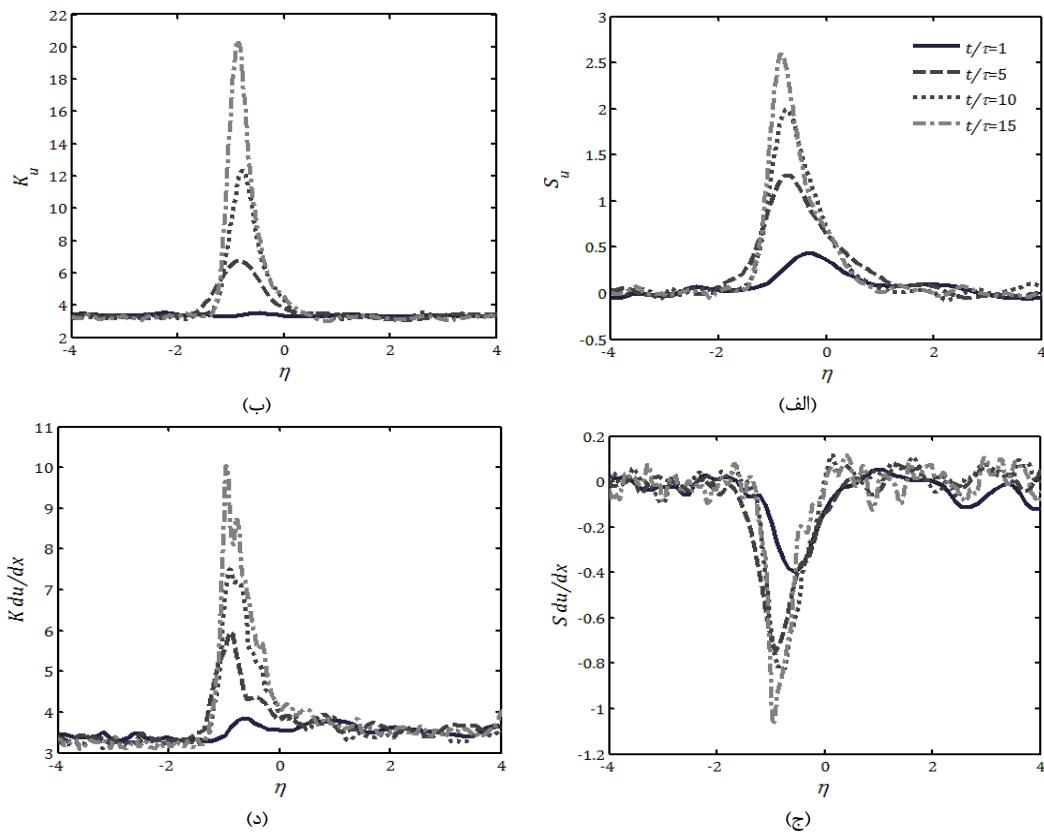


شکل ۹ تغییرات نسبت انرژی جنبشی ناحیه ۲ به ناحیه ۱ که با مقدار اولیه آن بی بعد شده است، بر حسب نسبت طول انتگرالی ناحیه ۲ به ناحیه ۱ اولیه

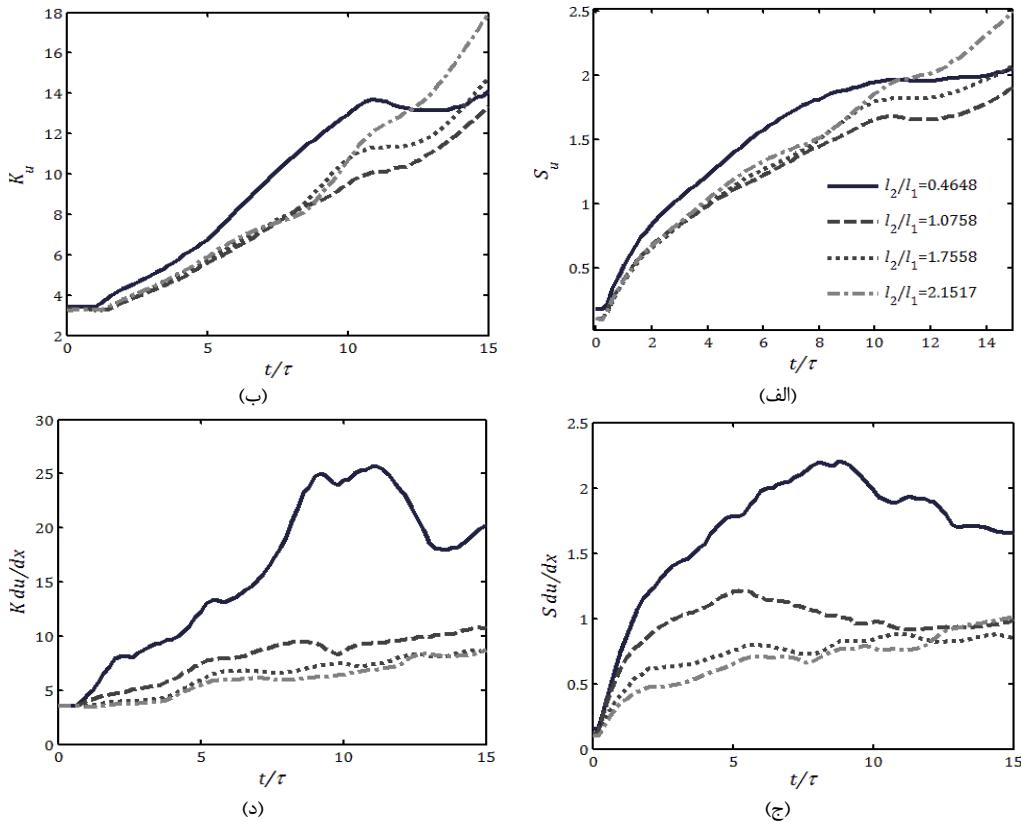
شکل ۸ تغییرات توان استهلاک انرژی، n ، را با تغییرات ضریب طول انتگرالی، r نشان داده شده است.

از آنجا که طول انتگرالی در ارتباط با گردابه های بزرگ میدان است با افزایش طول انتگرالی، سهم انرژی جنبشی گردابه های بزرگ در طیف انرژی جنبشی افزایش یافته و سهم انرژی جنبشی گردابه های کوچکتر کمتر می شود در نتیجه میدان جریان، استهلاک انرژی جنبشی کمتری خواهد داشت. بنابراین در شکل ۸ با افزایش ضریب طول انتگرالی (کاهش طول انتگرالی) مشاهده می شود که قدر مطلق استهلاک انرژی، n ، افزایش می یابد. از شکل ۸ نتیجه گرفته می شود که تفاوت در طول انتگرالی در ناحیه ۱ و ۲ منجر به تفاوت استهلاک انرژی، n ، می شود بنابراین بررسی اثر تغییر نسبت طول انتگرالی، l_1/l_2 ، روی سطح انرژی دو ناحیه، در یک لحظه مشخص نیاز می باشد.

شکل ۹ تغییرات نسبت انرژی جنبشی، E_2/E_1 ، بر حسب نسبت l_1/l_2 اولیه در لحظه t/τ برابر ۱۵ را نمایش می دهد. مشاهده می شود که برای $1 > l_1/l_2 > 1$ (که گرادیان طول انتگرالی و گرادیان انرژی هم جهت هستند) چون گردابه های کوچکتر استهلاک انرژی بیشتری دارند با گذشت زمان نسبت E_2/E_1 افزایش می یابد، ولی برای $1 < l_1/l_2 < 1$ (که گرادیان انرژی و گرادیان طول انتگرالی در خلاف جهت یکدیگر بوده) با گذشت زمان نسبت E_2/E_1 کاهش یافته است.



شکل ۱۰ شکل های (الف) و (ب) نمودار تغییرات اسکیونس و کورتوبسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن با تغییرات مکان است. شکل های (ج) و (د) نمودار تغییرات مقادیر مشتق اسکیونس و کورتوبسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن است. نمودارها برای نسبت $l_2/l_1 = 2/1517$ ترسیم شده اند. η تغییرات مکان در جهت ناهمگن است که با ضخامت انژی Δ بی بعد شده است.

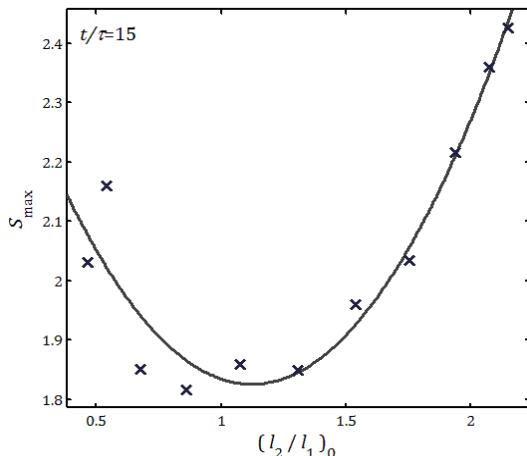


شکل ۱۱ شکل های (الف) و (ب) نمودار تغییرات بیشینه اسکیونس و کورتوبسیس مولفه ناهمگن سرعت با تغییر زمان هستند. زمان با ثابت زمانی ناحیه ۲ بی بعد شده است. شکل های (ج) و (د) نمودار تغییرات مقادیر بیشینه مشتق اسکیونس و کورتوبسیس مولفه ناهمگن سرعت با تغییر زمان می باشد. نمودارها برای چهار نسبت طول انتگرالی ترسیم شده است.

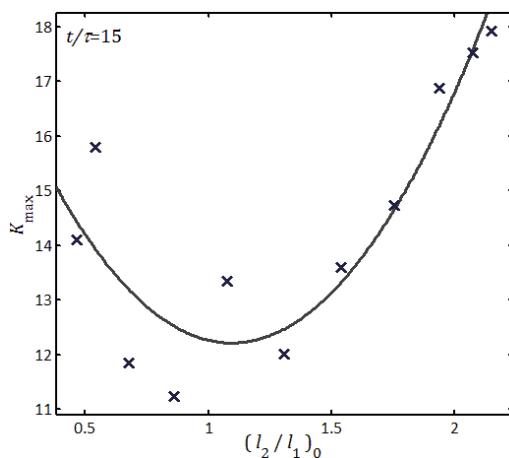
نتیجه مشابه در مرجع [۲۳] که $a = ۲/۵۲ \pm ۰/۳$ به دست آمده است، تطبیق خوبی دارد. در شکل ۱۵ تغییرات مکان بیشینه اسکیونس نسبت به تغییرات زمان نشان داده شده است، این پارامتر نفوذ^۱ نام دارد و با η نشان داده می شود. مشاهده می شود که قدر مطلق اندازه نفوذ در ابتدا روندی افزایشی نشان می دهد و بعد از رسیدن به t/l_2 برابر ۵ تغییرات آن کم شده و تقریباً خود مشابه باقی می ماند.

ضخامت لایه اختلاط یکی از پارامترهایی است که میزان اختلاط را نمایش می دهد. شکل ۱۶ تغییرات ضخامت لایه اختلاط بر حسب تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه را نمایش می دهد. مشاهده می شود که بیشترین مقدار افزایش ضخامت لایه اختلاط مربوط به نسبت های l_1/l_2 نزدیک به یک می باشد و با دور شدن از نسبت یک، مقدار ضخامت لایه اختلاط کاهش و سپس مقدار ثابتی می شود. کاهش ضخامت لایه اختلاط به معنی شدت اختلاط بیشتر می باشد. بنابراین با دور شدن از نسبت طول انتگرالی یک، مقدار شدت اختلاط بیشتر می شود.

در شکل ۱۷ رشد $(\Delta(t)/\Delta(0))$ با زمان برای نسبت l_1/l_2 برابر $۲/۱۵۱۷$ مشاهده می شود، با گذشت زمان نمودار بر یک خط با شیب $۰/۷۶$ منطبق می شود که با نتایج مراجع [۲۳، ۱۲] همخوانی دارد.



شکل ۱۲ منحنی تغییرات بیشینه اسکیونس مولفه ناهمگن سرعت با تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه (علامت ضربدر نقاط بدست آمده از شبیه سازی و خط ممتد نمایانگر منحنی برآش شده می باشد).



شکل ۱۳ منحنی تغییرات بیشینه کورتوسیس مولفه ناهمگن سرعت با تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه (علامت ضربدر نقاط بدست آمده از شبیه سازی است).

1- Penetration

شکل ۱۱ نمودار تغییرات ممانها و مشتقات آنها در جهت ناهمگن با تغییرات زمان بی بعد شده، t/l_2 ، برای نسبت های l_1/l_2 های مشخص نشان می دهد. شکل ۱۱-الف تغییرات اسکیونس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، K را با تغییر زمان نشان می دهد. در ثابت زمانی اول تا پنجم، مقدار اسکیونس در حال افزایش است و پس از آن در شبیه سازی های انجام شده، برای نسبت های $1 < l_1/l_2$ تغییرات مقادیر اسکیونس کم شده و تقریباً ثابت ماند ولی برای $l_1/l_2 > 1$ روند افزایشی، زمان بیشتری ادامه دارد.

شکل ۱۱-ب تغییرات کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، $K_{du/dx}$ را با تغییر زمان نشان می دهد. در ثابت زمانی اول تا پنجم مقدار کورتوسیس در حال افزایش است و پس از آن در شبیه سازی های انجام شده، برای نسبت های $1 < l_1/l_2$ تغییرات مقادیر کورتوسیس کم شده و تقریباً ثابت ماند ولی برای نسبت های $l_1/l_2 > 1$ روند افزایشی مدت بیشتری ادامه خواهد یافت. بین روند افزایش اسکیونس و کورتوسیس ارتباط مستقیم مشاهده می شود.

شکل ۱۱-ج نمودار تغییرات مقادیر اسکیونس مشتق مولفه ناهمگن سرعت، $S_{du/dx}$ را برای نسبت های l_1/l_2 مشخص نشان می دهد. ابتدا منحنی ها با شیب زیاد رشد می نمایند و پس از رسیدن به جریان توسعه یافته برای نسبت های $1 < l_1/l_2$ منحنی ها دارای یک بیشینه هستند و سپس با گذشت زمان منحنی ها روند کاهشی پیدا می کنند. برای نسبت های $l_1/l_2 > 1$ منحنی ها دارای بیشینه نمی باشند و روند صعودی خود را ادامه می دهند. شکل ۱۱-د نمودار تغییرات مقادیر کورتوسیس مشتق مولفه ناهمگن سرعت، $K_{du/dx}$ را برای نسبت های l_1/l_2 مشخص نشان می دهد. تغییرات کورتوسیس مشتق مشابه با تغییرات اسکیونس مشتق مولفه برای نسبت $l_1/l_2 > 1$ گذشت زمان برای نسبت های $l_1/l_2 > 1$ روند صعودی برای کورتوسیس مشتق دیده می شود. برای نسبت های $l_1/l_2 < 1$ کورتوسیس مشتق بعد از رسیدن به یک بیشینه روند نزولی را نشان می دهد. با افزایش نسبت l_1/l_2 مانند اسکیونس مشتق، اندازه کورتوسیس مشتق نیز کاهش می یابد. از شکل ۱۱-ج و شکل ۱۱-د می توان نتیجه گرفت که با افزایش ممان های مشتق، ناهمسانی در مقیاس کوچک افزایش یافته و در نتیجه آن اختلاط در این مقیاس بهتر صورت می گیرد. در شکل ۱۲ و شکل ۱۳ تغییرات اسکیونس و کورتوسیس با تغییر نسبت طول انتگرالی در ناحیه ۲ به ناحیه ۱ مشاهده می شود. نمودار دارای یک نقطه کمینه است. می توان یک منحنی درجه ۲ به فرم رابطه (۲۹) را برآش داد. ملاحظه می شود که این منحنی به صورت مناسبی روند تغییرات را شبیه سازی می نماید.

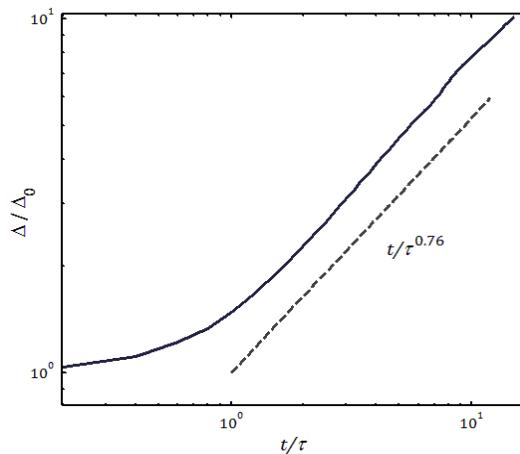
$$S_{max} = a \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^2 + b \frac{l_2}{l_1} + c \quad (29)$$

که در آن $a = ۰/۵۸$, $b = -۱/۳۰۷$, $c = ۲/۵۶$. به همین ترتیب برای کورتوسیس طبق رابطه (۳۰) منحنی مشابه ای برآش می شود.

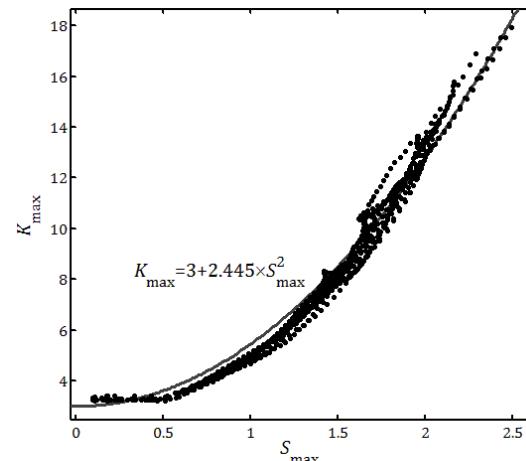
$$K_{max} = a \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^2 + b \frac{l_2}{l_1} + c \quad (30)$$

که در آن $a = ۵/۶۱$, $b = -۱۲/۲۸$, $c = ۱۸/۹۴$. در شکل ۱۲ می توان ملاحظه کرد در شرایطی که گرادیان طول انتگرالی با گرادیان انرژی ناهمسو می باشد، اسکیونس در حال کاهش است. سپس با همسو شدن گرادیان طول انتگرالی با گرادیان انرژی، اسکیونس افزایش می یابد. در شکل ۱۳ مشابه همین روند برای کورتوسیس دیده می شود.

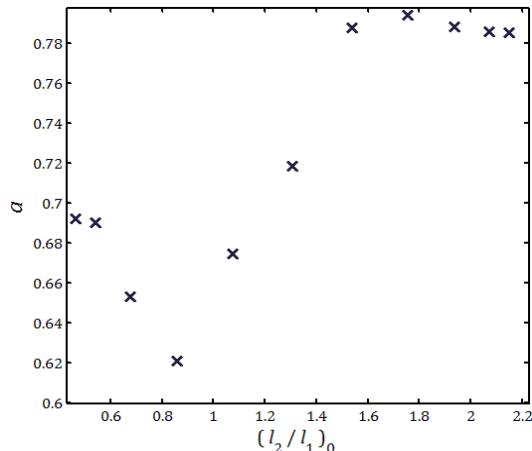
در شکل ۱۴ با درنظر گرفتن نتایج همه شبیه سازی های انجام شده بیشینه کورتوسیس به صورت تابعی از بیشینه اسکیونس به نمایش در آمده است که با عبور یک منحنی درجه دو به فرم $K_{max} = 3 + aS_{max}^2$ گرفته می شود که $a = ۲/۴۴۵ \pm ۰/۰۱۴$ خواهد شد. این نتیجه گیری با



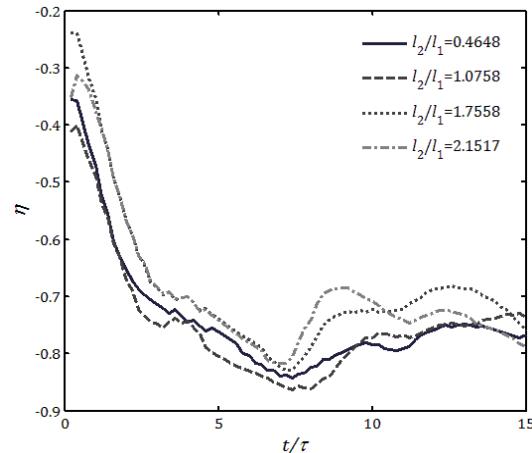
شکل ۱۷ نمودار تغییرات ضخامت لایه اختلاط بر حسب زمان بی بعد شده با ثابت زمانی ناحیه ۲ (نمودار برای نسبت l_2/l_1 برابر ۲/۱۵۱۷ است).



شکل ۱۸ نمودار تغییرات بیشینه کورتوسیس مولفه ناهمگن سرعت بر حسب تغییرات بیشینه اسکیونس این مؤلفه (این نتیجه تطبیق خوبی با [۲۳] دارد).



شکل ۱۹ تغییرات توان پخش آشفته‌گی بر حسب تغییرات نسبت طول انترگالی در لحظه اولیه



شکل ۲۰ نمودار تغییرات مکان بیشینه اسکیونس مولفه ناهمگن سرعت بر حسب زمان بی بعد شده (زمان با ثابت زمانی ناحیه ۲ بی بعد شده است).

مشاهده می‌شود که با تغییر طول انترگالی ناحیه ۱، مقدار توان پخش آشفته‌گی نیز تغییر می‌کند بنابراین یکی دیگر از تغییرات تغییر طول انترگالی، توان پخش آشفته‌گی لایه اختلاط است.

شکل ۱۸ تغییرات α را با طول انترگالی نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که نمودار یک کمینه در ناحیه نزدیک به نسبت l_2/l_1 برابر واحد، دارد. بنابراین با دور شدن از این نقطه، نسبت توان پخش آشفته‌گی لایه اختلاط افزایش یافته و اختلاط بهتر صورت می‌گیرد.

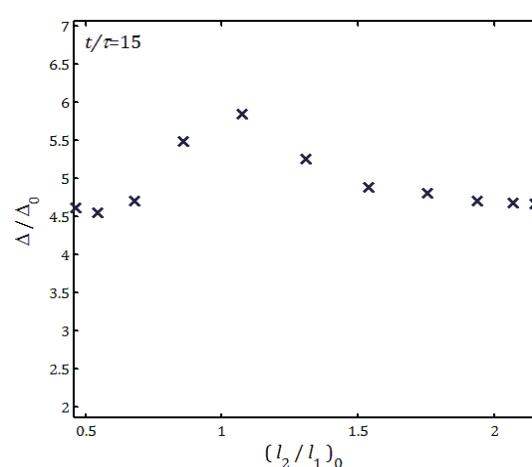
جبهه پیشروی لایه اختلاط دارای مختصاتی است که انرژی جنبشی $E(x, y) = (E_2 + E_1)/2$ است. این جبهه تشکیل یک منحنی می‌دهد که با نمایش داده می‌شود. بنابراین، طول و شعاع انحنای انرژی برای لایه اختلاط به صورت رابطه‌های (۳۳) و (۳۴) قابل تعریف می‌باشد [۲۳].

$$l_e = \oint E(s) ds \quad (33)$$

$$k_e = \nabla \cdot \frac{\nabla E}{|\nabla E|} \quad (34)$$

با گذشت زمان اندازه گردابه‌ها، بزرگتر می‌شوند و انرژی نیز کاهش می‌یابد پس α نیز کاهش قابل توجه‌ای پیدا می‌کند.

شکل ۱۹ تغییرات متوسط زمانی طول لایه اختلاط انرژی بر حسب تغییرات نسبت طول انترگالی اولیه را نشان می‌دهد. متوسط‌گیری در بازه زمانی $[0, 15] t/\tau$ انجام شده است.



شکل ۲۱ تغییرات ضخامت لایه اختلاط بر حسب تغییرات نسبت طول انترگالی اولیه (لایه اختلاط با مقدار اولیه آن بی بعد شده است).

می‌توان متوجه شد که پخش آشفته‌گی^۱ به صورت رابطه (۳۱) به دست می‌آید.

$$D = \frac{\Delta(t)}{\Delta(0)} \sim \left(\frac{t}{\tau}\right)^a \quad (31)$$

که a توان پخش آشفته‌گی می‌باشد. با مشتق گرفتن از (۲۷) نسبت به زمان، سرعت پخش آشفته‌گی به صورت رابطه (۳۲) به دست می‌آید.

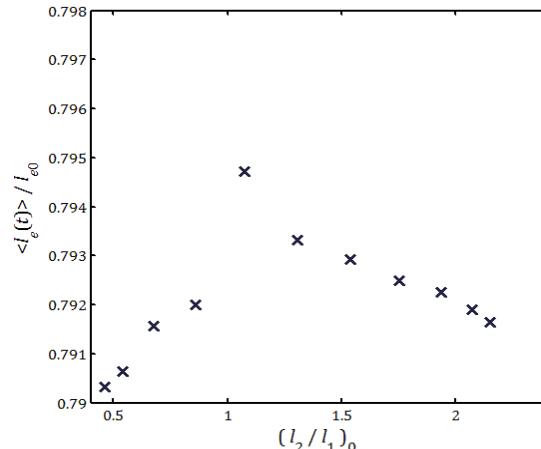
1-Turbulent diffusion

در دو سوی لایه اختلاط از $0/4648$ تا $0/1517$ با انجام یازده شبیه‌سازی عددی، به مطالعه اثر این تغییرات روی پارامترهای مرتبط با شدت اختلاط پرداخته شده است.

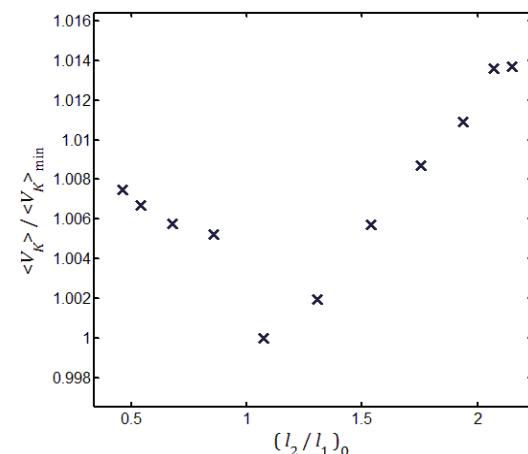
نتیجه‌گیری می‌شود که با افزایش و یا کاهش نسبت طول انتگرالی از مقدار واحد، پارامترهای اسکیونس و کورتوسیس مولفه سرعت در جهت ناهمگن، افزایش یافته و بنابراین میزان تناوب و ناهمسانی افزایش می‌یابد که نشان دهنده افزایش میزان اختلاط می‌باشد. اندازه اسکیونس و کورتوسیس مشتق مولفه سرعت در جهت ناهمگن، نشان داد که ناهمسانی در مقیاس‌های کوچک برای شرط اولیه‌ای که کمترین نسبت l_1/l_2 را دارد، بیشینه است. پارامترهای سرعت پخش آشفتگی و واریانس شاعع انحناء با دور شدن از نسبت طول انتگرالی واحد برای شرط اولیه، افزایش می‌یابند که نشان دهنده نفوذ و اختلاط بهتر دو ناحیه جریان با یکدیگر است. اندازه طول و ضخامت لایه اختلاط با دور شدن از نسبت طول انتگرالی واحد برای شرط اولیه، کاهش می‌یابد. کاهش ضخامت لایه اختلاط به معنی شدت اختلاط بیشتر در مقیاس‌های بزرگ می‌باشد. از کل نتایج به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش اختلاف طول انتگرالی بین دو میدان آشفته، میزان ناهمسانی و همچنین میزان اختلاط در لایه اختلاط بدون برش، افزایش می‌یابد.

۶- فهرست علامت

توان پخش آشفتگی	a
بردار یکه در جهت x	i
بردار یکه در جهت y	j
بردار عدد موج (m^{-1})	\vec{k}
عدد موج طول انتگرالی میدان جریان (m^{-1})	k_p
طول انتگرالی میدان جریان (m)	l
ضریب طول انتگرالی زمان (s)	r
بردار سرعت (ms ⁻¹)	\vec{U}
مولفه سرعت در جهت ناهمگن (ms ⁻¹)	u
مولفه سرعت در جهت همگن (ms ⁻¹)	v
مولفه مختصات در جهت ناهمگن (m)	x
مولفه مختصات عمود بر جهت ناهمگن (m)	y
پخش آشفتگی (m ² s ⁻²)	D
انرژی جنبشی آشفتگی (m ⁻² s ⁻³)	E
نرخ تولید پالینستروفی (m ⁻² s ⁻³)	G
ممان آماری چهارم نرمال (کورتوسیس)	K
طول کل میدان جریان (m)	L
عدد رینولدز	Re
ممان آماری سوم نرمال (اسکیونس)	S
انستروفی (s ⁻²)	Z
علامت یونانی	
ضخامت بی بعد لایه اختلاط	Δ
مولفه بی بعد مختصات در جهت ناهمگن	η
مولفه بی بعد مختصات بیشینه اسکیونس ویسکوزیته سینماتیکی (m ² /s)	η_s
سرعت پخش آشفتگی	ν
تابع جریان (m ² s ⁻¹)	ν_D
	ψ



شکل ۱۹ تغییرات متوسط زمانی طول لایه اختلاط انرژی بر حسب تغییر نسبت طول انتگرالی اولیه



شکل ۲۰ نمودار تغییرات متوسط زمانی واریانس شاعع انحناء انرژی بر حسب تغییرات نسبت طول انتگرالی اولیه (نقطه با اندازه نقطه کمینه، بی بعد شده‌اند).

هر چند این تغییرات بسیار کوچک‌تر از تغییرات کاهشی l_a با توسعه زمانی جریان است، اما از روند مشخصی تعیین می‌نماید. مشاهده می‌شود که هر چه از نسبت l_1/l_2 برابر یک، دور می‌شویم طول l_a کاهش بیشتری می‌یابد. کاهش l_a به معنی اختلاط بهتر است چرا که با اختلاط بهتر میدان انرژی یکنواخت‌تر شده و طول جبهه انرژی کاهش می‌یابد. واریانس شاعع انحناء را می‌توان در طول جبهه‌ی لایه اختلاط، s ، به صورت رابطه (۳۵) محاسبه نمود.

(۳۵) $V_K = \langle k_e(s) \rangle$
شکل ۲۰ تغییرات متوسط زمانی واریانس شاعع انحناء در طول لایه اختلاط را با تغییرات نسبت l_1/l_2 اولیه، نمایش می‌دهد. متوسط‌گیری در بازه زمانی $[0, 15] = [0, t/\tau]$ انجام شده است. با دور شدن از نسبت l_1/l_2 برابر یک، مقدار واریانس شاعع انحناء افزایش می‌یابد. این نمودار نشان می‌دهد که هر اندازه اختلاف بین طول انتگرالی در دو سوی لایه اختلاط بیشتر باشد، اختلاط بیشتر خواهد شد.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی تاثیر طول مشخصه میدان آشفته اولیه روی دینامیک لایه اختلاط بدون برش آشفته دوبعدی پرداخته شد. برای حل معادلات ناویر-استوکس از شبیه‌سازی عددی مستقیم به کمک روش شبه-طیفی بهره گرفته شد. برای ایجاد لایه اختلاط بدون برش از نسبت انرژی برابر ۳۰ در نمایی شبیه‌سازی‌ها استفاده شده و با تغییر نسبت طول انتگرالی

- [11] H. S. Kang, C. Meneveau, Experimental study of an active grid-generated shearless mixing layer and comparisons with large-eddy simulation, *Physics of Fluids*, Vol. 20, pp. 115-102, 2008.
- [12] F. De Santi, L. Ducasse, J. Riley, D. Tordella, Two-dimensional shearless turbulent mixing: kinetic energy self diffusion, also in the presence of a stable stratification, *3rd Turbulent Mixing and Beyond Conference*, Trieste, Italy, 2011.
- [13] A. J. Majda, *Vorticity and Incompressible Flow*, London:Cambridge, 2003.
- [14] Gh. Heidarnejad, A. Eskandari Sani, A. Zolfaghari, On the two-dimensional turbulent flow and transport phenomena using large eddy simulation method, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Issue. 10, No. 3, pp. 9-20, 2009. (In Persian)
- [15] M. J. Maghrebi, H. Eazi, A. Zarghami, Direct numerical simulation of 2d forced jet using the compact finite difference method, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Issue. 10, No. 2, pp. 79-87, 2007.(In Persian)
- [16] S. A. Orszag, G. S. Patterson, Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence, *Physical Review Letters*, Vol. 28, No. 2, pp. 76-79, 1972.
- [17] D. G. Fox, S. A. Orszag, Pseudospectral approximation to two-dimensional turbulence, *Journal of Computational Physics*, Vol. 11, No. 4, pp. 612-619, 1973.
- [18] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni, T. A. Zang, *Spectral Methods Fundamentals in Single Domains*, Berlin, Springer, 2006.
- [19] S. C. Chapra, R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, Sixth Ed., New York:Mc Graw Hill, 2010.
- [20] J. R. Chasnov, On the decay of two-dimensional homogeneous turbulence, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 1, pp. 171-180, 1997.
- [21] A. J. Lowe, *The Direct Numerical Simulation of Isotropic Two-Dimensional Turbulence in a Periodic Square*, Phd Thesis, Cambridge University Engineering Department, 2001.
- [22] D. Tordella, M. Iovieno, P. R. Bailey, A Sufficient Condition for Gaussian Departure in Turbulence, *Physical Review E*, Vol. 77, No. 1, pp. 016309, 2008.
- [23] D. Tordella, M. Iovieno, Decaying turbulence: what happens when the correlation length varies spatially in two adjacent zones, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 241, No. 3, pp. 178-185, 2012.
- [24] C. Zistl, R. Hilbert, G. Janiga, D. Thévenin, Increasing the efficiency of postprocessing for turbulent reacting flows, *Computing and Visualization in Science*, Vol. 12, No. 8, pp. 383-395, 2005.

نشانه‌ها	ω	(s^{-1})	چرخش
میانگین‌گیری آماری	$\langle \sim \rangle$		
مشتق مادی	$D \sim /Dt$		
پارامترها در فضای فوریه	\approx		
عملگر گرادیان	$\nabla \sim$		
پارامتر برداری	$\vec{\sim}$		

-۷- مراجع

- [1] P. A. Davidson, *Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers*, London, Oxford, 2004.
- [2] J.R. Herring, Y. Kimura, J. Chasnov, Evolution of decaying two-dimensional turbulence and self-similarity, *Trends in Mathematics: Fundamental Problematic Issues in Turbulence*, Birkhäuser Verlag Basel, Switzerland, 1999.
- [3] P. Bartello, T. Warn, Self-similarity of decaying two-dimensional turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 326, pp. 357-372, 1996.
- [4] J. C. McWilliams, The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 146, pp. 21-43, 1984.
- [5] A. J. Lowe, P. A. Davidson, The evolution of freely-decaying, isotropic two-dimensional turbulence, *European Journal of Mechanics B/ Fluids*, Vol. 24, No. 3, pp. 314-327, 2005.
- [6] B. Gilbert, Diffusion mixing in grid turbulence without mean shear, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 100, pp. 349-365, 1980.
- [7] S. Veeravalli, Z. Warhaft, The shearless turbulence mixing layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 207, pp. 191-229, 1989.
- [8] D. A. Briggs, J. H. Ferziger, Entrainment in a shear-free turbulent mixing layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 310, pp. 215-241, 1996.
- [9] B. Knaepen, O. Deblliquy, D. Carati, DNS and les of a shear-free mixing layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 514, pp. 153-172, 2004.
- [10] D. Tordella, M. Iovieno, Numerical experiments on the intermediate asymptotics of shear-free turbulent transport and diffusion, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 549, pp. 441-454, 2006.