مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1397، دوره 18، شماره 01، ص‌ص 345-354

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی رفتار خمشی تیر کامپوزیتی از جنس پلیمر حافظه‌دار با بدنه موج‌دار

سمیرا اکبری آذر[1]، مصطفی باغانی[2*]، حمید شهسواری[3]، محمدرضا ذاکرزاده[2]، سعید سهراب پور[4]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
3- دکترا، مهندسی مکانیک ، دانشگاه تهران، تهران
4- استاد، مهندسی مکانیک ، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
* تهران، صندوق پستی 4563-1155، baghani@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 19 آبان 1396
پذیرش: 02 دی 1396
ارائه در سایت: 22 دی 1396

کلید واژگان:
پلیمرهای حافظه‌دار
تیر ساندویچی
تئوری تیر اویلر- برنولی
سازه موج‌دار
روش تفاضلات محدود

چکیده

در این مقاله، رفتار خمشی یک تیر کامپوزیتی متشکل از یک بخش موج‌دارکه حفره‌های آن با ماده پلیمری حافظه‌دار پر شده است، مورد بررسی قرار گرفته است. تیر مورد نظر یک تیر ساندویچی ازجنس پلیمر حافظه‌دار است که بدنه‌ای موج‌دار از جنس پلیمری دارد. این تیر در سنسورها و فعال‌کننده‌ها کاربرد فراوانی دارد. از آنجایی که در پروفیل‌های موج‌دار نسبت استحکام به وزن در راستای عمود به موج بیشتر است، لذا تیرهایی که بخش موج‌دار در راستای عرضی تیر قرار دارد، نسبت به تیرهایی که بخش موج‌دار در راستای طولی است، مستحکم‌تر هستند. با استفاده از مدل ساختاری ارائه شده توسط چن ولاگوداس برای مواد پلیمری حافظه‌دار و همچنین با کمک تئوری تیر اویلر- برنولی، رفتار تیر کامپوزیتی بررسی شده است. به دلیل اینکه مدل ساختاری استفاده شده به فرم انتگرالی است، از روش تفاضلات محدود برای جداسازی معادلات استفاده شده است. با استفاده از یک نرم‌افزار المان محدود نیز نتایج تحلیل خمشی تیر بدست آمده است و با نتایج روش تفاضلات محدود مقایسه گردیده است. نتایج نشانگر دقت بالای روش تفاضلات محدود در حل این مسئله است. نتایج تحلیل خمشی تیر با هسته موج‌دار دارای شکل‌های مثلثی، سینوسی و ذوزنقه‌ای بدست آمده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج نمایانگر آن است که توانایی حمل بار در تیر کامپوزیتی در مقایسه با تیر پلیمری خالص افزایش یافته است. توانایی تحمل بار بیشتر، با اندکی کاهش در تثبیت شکل تیر بدست می‌آید. در نهایت، شرایط مربوط به چرخه بازیابی تنش مقید نیز برروی تیر کامپوزیتی اعمال و نتایج مربوط به این چرخه نیز بدست آمده‌اند.

Investigation on bending behavior of shape memory polymeric composite beam with a corrugated skin

Samira Akbari Azar[1], Mostafa Baghani[1*], Hamid shahsavari[1], Mohammad Reza Zakerzadeh[1], Saeed Sohrabpour[2]

1- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 11155-4563 Tehran, Iran, baghani@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 10 November 2017
Accepted 23 December 2017
Available Online 12 January 2018

Keywords:
Shape Memory Polymers (SMPs)
Sandwich beam
Euler-Bernoulli beam theory
Corrugated structures
Finite difference method

ABSTRACT

In this paper, a sandwich beam of a SMP material which have a corrugated core is studied. The corrugated core is from a polymeric material. Structures with corrugated profiles show higher stiffness-to-mass ratio in the transverse to corrugation direction compared to flat structures. As a result, the beam with corrugation along the transverse direction is stiffer than the one with corrugation along the beam length. The flexural behavior of the composite corrugated beam is studied employing a developed constitutive model for SMP and the Euler-Bernoulli beam theory. The constitutive model utilized is in integral form and is discretized employing finite difference scheme. To verify the results of the Euler-Bernoulli beam theory and finite difference method, finite element models of different corrugated sections have been simulated in a 3D finite element program. The results demonstrate that the developed model for the composite beam presented in this study predicts the behavior of the beam successfully. The sandwich beam with different corrugated cores (triangular, sinusoidal and trapezoidal shapes) are compared with each other. Also, results show that the shape fixity is decreased a little, like any other reinforcing method. This decrease in shape fixity results in increase of load capacity in composite beams. The stress-free strain recovery and constrained stress-recovery cycles are both studied.

1- مقدمه

پلیمرهای حافظه‌دار، دسته‌ای از مواد هوشمند هستند که توانایی بازگشت به شکل اولیه خود را پس از تغییر شکل‌های مختلف دارند. برخی از مزیت‌های پلیمرهای حافظه‌دار در مقایسه با آلیاژهای حافظه‌دار عبارتند از قیمت پایین،

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Akbari Azar, M. Baghani, H. shahsavari, M. R. Zakerzadeh, S. Sohrabpour, Investigation on bending behavior of shape memory polymeric composite beam with a corrugated skin, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 345-354, 2018 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

چگالی کم، انرژی پایین برای ایجاد شکل موقت، زیست تخریب پذیری، قابلیت ساخت بالا و توانایی ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ. بازیابی شکل در پلیمرهای حافظه‌دار بر اثر وجود یک محرک خارجی نظیر حرارت، رطوبت، تشعشع، نور، فرآیند شیمیایی و یا میدان مغناطیسی، رخ می‌دهد. به دلیل کاربرد گسترده پلیمهای حافظه‌دار حساس به حرارت، تحقیقات گسترده‌تری بر روی این دسته صورت گرفته است و مدل‌های ساختاری مختلفی برای مدل‌سازی آن‌ها ارائه شده است. به همین دلیل در این پژوهش نیز یکی از همین پلیمرها مورد مطالعه قرار گرفته است.

اثر حافظه‌شکلی[1]، مهم‌ترین خاصیت پلیمرهای حافظه‌دار است. به منظور ایجاد شکل موقت در این مواد، ابتدا باید آن‌ها را تا دمایی بالاتر از دمای گذار شیشه‌ای (انتقال فاز) گرم نمود. چرخه ترمومکانیکی پلیمرهای حافظه‌دار با محرک حرارتی در شکل 1 نشان داده شده است. این چرخه از نقطه a شروع می‌شود که به آن شکل دائمی ماده گفته می‌شود. در این نقطه، ماده خالی از تنش است و تحت یک بارگذاری مکانیکی خالص قرار می‌گیرید تا به نقطه b برسد. در نقطه b کرنش ثابت نگاه داشته می‌شود و دما تا پایین‌تر از دمای گذار شیشه‌ای کاهش می‌یابد. سپس از نقطه c تا نقطه d باربرداری از روی ماده انجام می‌شود. در این حالت ماده دارای شکل موقتی شده است و در نقطه d با افزایش دما، بازیابی شکل رخ می‌دهد و ماده به شکل اولیه خود بازمی‌گردد. این چرخه، چرخه‌ی بازیابی کرنش بدون تنش[2] نام دارد. روش دیگری که می‌توان از خاصیت حافظه‌شکلی این مواد استفاده کرد، به این صورت است که کرنش در نقطه d ثابت نگاه داشته شده و دما تا رسیدن به نقطه e افزایش داده شود. این چرخه، چرخه‌ی بازیابی تنش در کرنش ثابت نام دارد.

به دلیل برخی از مزیت‌های پلیمرهای حافظه‌دار نسبت به سایر مواد هوشمند، از آن‌ها در بسیاری از کاربردهای پزشکی، سیستم‌های دارورسانی[3]، صنایع هوافضا، میکروسازه‌هایی نظیر میکروشیرها، سوئیچ‌ها، سنسورها[4] و فعال‌کننده‌ها[5] استفاده می‌شود [1-3]. تاکنون تحقیقات بسیاری برای طراحی سازه‌های هوشمند مورد استفاده در صنایع هوافضا [4,5]، سیستم‌های میکروالکترومکانیکی و سیستم‌های مورد استفاده در پزشکی [6]، با استفاده از پلیمرهای حافظه‌دار انجام شده است. علاوه بر کاربردهایی که ذکر گردید، این پلیمرها به دلیل وزن پایین و توانایی بازیابی شکل دائمی در پوسته‌های شکل پذیر[6] مورد استفاده قرار می‌گیرند. چن و همکاران [7] مطالعاتی بر روی تاثیرات استفاده از تیوب‌های پلیمری حافظه‌دار در پوسته‌های شکل پذیر انجام دادند. آن‌ها نوعی پوسته شکل پذیر طراحی کردند که از رزین سیلیکون تیوب‌های پلیمری حافظه‌دار ساخته می‌شود. آن‌ها از قاعده ترکیب‌ها[7] برای پیش‌بینی خواص موثر پوسته استفاده نمودند.

به علاوه، یک سیستم گرمایش برای تحریک پوسته نیز طراحی نمودند. نهایتاً با استفاده از تست مادون قرمز، پخشندگی دمایی در پوسته نشان داده شده است. مانزو و گارسیا [8] یک اتصال[8] کامپوزیتی از جنس پلیمر حافظه‌دار و آلیاژ حافظه‌دار طراحی نمودند. آن‌ها نشان دادند که این اتصال می‌تواند در بال‌های تغییر شکل پذیر به عنوان یک لولای خودتحریک به کار برده شود. سان و همکاران [9] خواص مکانیکی کامپوزیت‌های پلیمری

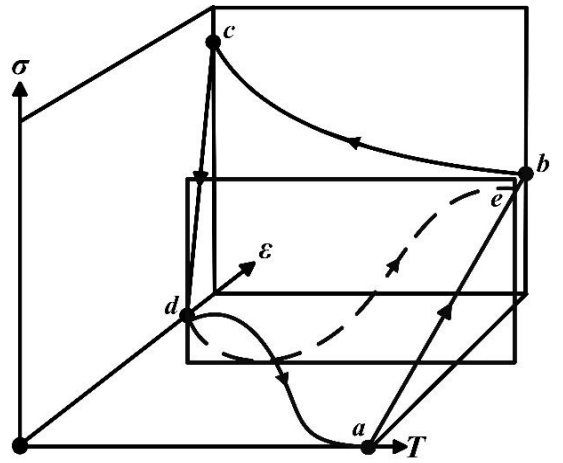


Fig. 1 Shape memory polymer's thermo-mechanical cycle

شکل 1 چرخه ترمومکانیکی پلیمر حافظه‌دار

حافظه‌داری که با رشته‌های الاستیک تقویت شده‌اند را به دست آوردند و کاربرد آن‌ها را در پوسته‌های شکل پذیر با سفتی متغیر نشان دادند. از آنجایی که پلیمرهای حافظه‌دار در فاز شیشه‌ای سخت هستند و در فاز لاستیکی به سرعت پاره می‌شوند، آن‌ها این ماده را با رشته‌های الاستیک تقویت نمودند تا بر این مشکل فائق آیند. همچنین آن‌ها نشان دادند که استحکام و مدول یانگ این کامپوزیت بیشتر از مقادیر مربوط به سازه متشکل از پلیمر حافظه‌دار خالص هستند.

اثر حافظه‌شکلی عموما در یک جهت وجود دارد؛ به این معنی که پلیمر حافظه‌داری که شکل اولیه خود را بازیابی نموده است، بدون وجود نیروی خارجی توانایی تکمیل دوباره چرخه ترمومکانیکی را ندارند. پلیمرهای حافظه‌دار به طور گسترده در فعال کننده‌ها استفاده می‌شوند و این مسئله مستلزم آن است که ماده مورد استفاده توانایی تحریک شدن چندین باره را داشته باشد. ایمای و ساکورای [1] یک روش عملکرد جدید برای فعال کننده‌های ساخته شده از پلیمرهای حافظه‌دار ارائه نمودند. آن‌ها از دو نوع پلیمر حافظه‌دار با دمای گذار شیشه‌ای مختلف استفاده نمودند که خواص حافظه‌شکلی ماده دوم در جهت عکس عملکرد ماده اول است. این سیستم، تنها با اعمال تغییرات دمایی در یک چرخه عمل می‌کند. به طور مشابه وانگ و همکاران [10] از همین روش برای طراحی فعال کننده استفاده نمودند. آن‌ها از یک هسته استوانه‌ای از جنس پلیمر حافظه‌دار با دمای گذار شیشه‌ای پایین که با یک لایه نازک از یک پلیمر حافظه‌دار دیگر با دمای گذار بالاتر احاطه شده است، استفاده نمودند.

علی‌رغم تعداد بالای مدل‌های ساختاری ارائه شده برای پلیمرهای حافظه‌دار، به دلیل تنوع و گستردگی این مواد، همچنان محققان بسیاری در تلاشند تا مدل‌های دقیق‌تری را ارائه نمایند [11-13]. در اینجا به طور خلاصه مروری بر تعدادی از این مدل‌ها انجام می‌گردد. یکی از شناخته‌شده‌ترین مدل‌های ساختاری ارائه شده در جهت مدل‌سازی رفتار ترمومکانیکی پلیمرهای حافظه‌دار مدل لیو و همکاران [14] است. آن‌ها رفتار ترمومکانیکی یک رزین اپوکسی را در محدوده کرنش کوچک تحت بارگذاری تک محوری مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها یک مدل ساختاری پدیدارشناسانه کرنش کوچک ارائه نمودند که در آن ماده پلیمری حافظه‌دار به صورت ترکیبی از دو فاز فعال (لاستیکی) و غیرفعال (شیشه‌ای) در نظر گرفته شده است. همچنین کرنش کل به سه بخش حرارتی، الاستیک و ذخیره

[1] Shape memory effect (SME)
[2] Stress-free strain recovery
[3] Drug delivery systems
[4] Sensors
[5] Actuator
[6] Morphing skins
[7] Rule of mixture
[8] Joint

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

تقسیم‌بندی شده است. علاوه بر این، معادله تحول ماده[1] تنها برای فرآیند سرد کردن تعریف شده است. پس از ارائه این مدل، محققان بسیاری با تکیه بر این مدل، معادلات جدیدی ارائه نمودند تا نواقص موجود در مدل لیو و همکاران [14] را بهبود ببخشند. یکی از این مدل‌ها، مدل چن و لاگوداس [15] است. آن‌ها با بهبود همین مدل، مدل کرنش بزرگ خود را ارائه نمودند که بعدتر با خطی سازی آن، مدلی نیز برای محدوده کرنش کوچک ارائه کردند [16]. آن‌ها از قانون ساختاری از نوع نئوهوکین برای هر یک از دو فاز استفاده نمودند. یکی دیگر از مدل‌های ساختاری پدیدارشناسانه توسط باغانی و همکاران ارائه شده است [17]. مدل آن‌ها برای بارگذاری‌های ترمومکانیکی چند محوره وابسته به زمان مناسب است. باغانی و همکاران مدل ساختاری دیگری نیز برای پلیمرهای حافظه‌دار برمبنای مدل قبلی خود [17] برای محدوده تغییرشکل‌های کوچک ارائه نمودند [18]. آن‌ها با استفاده از کرنش لگاریتمی[2]، یک مدل کرنش بزرگ ماکرومکانیکی ارائه نمودند. آن‌ها همچنین معادلات تحول را برای هر دو مرحله سرد کردن و گرم کردن به طور مجزا ارائه نمودند. بالوگان [19] یک مدل ساختاری ترمومکانیکی یک بعدی برای پلیمرهای حافظه‌دار با محرک حرارتی ارائه نمود و سپس آن را به بارگذاری‌های سه بعدی نیز بسط داد. همچنین مدل‌سازی عددی، صحت‌سنجی تجربی و کاربرد مدل در سازه‌های شکل‌پذیر هواپیما نیز ارائه شده است. یک مدل ویسکوالاستیک جدید بر مبنای تغییر فاز توسط لی و همکاران [20] ارائه شده است. این مدل برای مسائل کرنش بزرگ مناسب است. گو و همکاران [21] یک مدل ساختاری برای پلیمرهای حافظه‌دار براساس ویسکوالاستیسیته و تئوری‌های تغییر فاز ارائه نمودند. مدل ساختاری ویسکوالاستیک دیگری نیز توسط گو و همکاران [22] ارائه شده است که برای فرآیند سرد کردن و گرم کردن معادلات تحول فاز متفاوتی در نظر گرفته است.

ورق و صفحات با پروفیل موج‌دار، سازه‌های موج‌دار نامیده می‌شوند [23]. با موج‌دار کردن یک ورق مسطح ایزوتروپ رفتار آن در جهات مختلف متفاوت خواهد شد. برای ورق‌های موج‌دار نسبت سفتی به وزن در جهت عمود بر موج در مقایسه با جهت موج بیشتر است. به دلیل همین ویژگی، سازه‌های موج‌دار به طور گسترده در صنایع کشتی‌سازی، ساخت سقف‌ها، بسته بندی و صنایع هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرند [24,25]. در صنعت هوافضا، اخیرا از ورق‌های موج‌دار در ساخت بال‌های تغییر شکل پذیر استفاده می‌شود. نسل جدید بال‌های هواپیما نیاز دارند که قدرت مانور بیشتری داشته باشند و در هر رژیم پروازی شکل بهینه را داشته باشند [7]. سازه‌های موج‌دار به دلیل انعطاف پذیری در جهت موج، در این راستا دچار تغییر شکل‌های بزرگی می‌گردند و بالعکس در جهت عمود بر موج می‌توانند نیروهای آئرودینامیکی و اینرسی را تحمل کنند و تغییر چندانی نکنند [7]. تحقیقات مختلفی در این زمینه انجام شده است [26,27].

اصلی‌ترین نقص پلیمرهای حافظه‌دار سفتی پایین آن‌هاست که روش‌های مختلفی برای غلبه بر آن ارائه شده است. مقبول‌ترین روش برای غلبه بر این کاستی، تقویت پلیمر حافظه‌دار با یک ماده قوی‌تر است [28]. با تقویت کردن پلیمرهای حافظه‌دار، قابلیت تحمل بار آن‌ها و چندین خاصیت دیگر از جمله رسانندگی الکتریکی بهبود خواهند یافت [29]. در پژوهش حاضر، رفتار خمشی یک تیر موج‌دار که با ماده پلیمری حافظه‌دار پر شده است و دو لایه بسیار نازک در بالا و پایین آن قرار داده شده است، بررسی شده است. یک ماده پلیمری شیشه‌ای شکل پذیر که سفتی بالایی ندارد برای بخش موج‌دار و لایه‌های نازک بالا و پایین تیر استفاده شده است. پلیمر مذکور با سفتی پایین انتخاب شده است تا قابلیت تغییر شکل به وسیله پلیمر حافظه‌دار را داشته باشد. با استفاده از مدل ساختاری ارائه شده توسط چن و لاگوداس [15] و با استفاده از روش تفاضلات محدود[3]، تاثیر شکل موج‌های مختلف و خواص مکانیکی پلیمر حافظه‌دار بر روی پاسخ مکانیکی تیر کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفته است. از آنجایی که مدل ساختاری چن و لاگوداس [15] به فرم انتگرالی است، از روش تفاضلات محدود برای جداسازی آن استفاده شده است. جمالی مهر و همکاران [28] تیر کامپوزیتی موج‌داری را مورد بررسی قرار دادند که در آن بخش موج‌دار در راستای عرضی تیر قرار داشته است. در پژوهش حاضر، تیر کامپوزیتی موج‌داری بررسی و تحلیل شده است که در آن، بخش موج‌دار در راستای طولی تیر قرار گرفته است. از مقایسه این دو تیر می‌توان به این نتیجه رسید که نیروهای مورد نیاز برای خمش تیر در راستای موج، کمتر از نیروهای مورد نیاز برای خمش تیری با موج در راستای عرضی هستند. بنابراین، با اعمال نیروی یکسان، تغییر شکل ایجاد شده در تیر با موج راستای طولی بیشتر از تغییر شکل ایجاد شده در تیر با موج عرضی است.

در ادامه ابتدا به طور خلاصه معادلات ساختاری مدل مورد استفاده برای بخش پلیمر حافظه‌دار مرور می‌گردند. سپس براساس تئوری تیر اویلر- برنولی معادلات خمش تیر کامپوزیتی موج‌دار به دست آورده می‌شوند و با استفاده از روش تفاضلات محدود، جداسازی شده و نتایج عددی حاصل می‌گردند. در نهایت، جمع‌بندی و خلاصه‌ای کوتاه ارائه می‌گردد.

2- روش حل مسئله

مدل‌های ساختاری مختلفی در مقالات و تحقیقات مختلف برای مدل‌سازی و بررسی رفتار مواد پلیمری حافظه‌دار ارائه گردیده است که شامل مدل‌های دو و سه بعدی کرنش کوچک و کرنش بزرگ می‌شوند. به دلیل تنوع و گستردگی پلیمرها و رفتار متفاوت آن‌ها، ارائه مدل‌های ساختاری همچنان ادامه دارد تا بتوان مدل‌هایی هرچه دقیق‌تر برای مطابقت هرچه بیشتر با واقعیت ارائه کرد. یکی از اولیه‌ترین مدل‌های تک بعدی ارائه شده در جهت مدل‌سازی رفتار ترمومکانیکی پلیمرهای حافظه‌دار، مدل لیو و همکاران [14] است. پس از ارائه این مدل، محققان بسیاری با تکیه بر این مدل، معادلات جدیدی ارائه نمودند تا نواقص موجود در مدل لیو و همکاران [14] را بهبود ببخشند. چن و لاگوداس [15] نیز همین مدل را بهبود بخشیدند و مدل کرنش بزرگ خود را ارائه نمودند که بعدتر با خطی‌سازی این مدل، آن را برای محدوده کرنش کوچک، ساده‌سازی کردند. در ادامه معادلات ارائه شده توسط چن و لاگوداس [16] به طور خلاصه مرور می‌گردند. لازم به ذکر است که در این پروژه، به دلیل سادگی مدل چن و لاگوداس از آن برای مدل سازی رفتار بخش پلیمری حافظه‌دار تیر کامپوزیتی استفاده شده است. بر پایه این مدل، کرنش کلی طبق معادله (1) به دست می‌آید:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^t\big(\theta(t)\big) + C\big(\theta(t)\big)\sigma(t) + \int_0^t D\big(\theta(\tau)\big)\sigma(\tau)\tilde{\theta}'(\tau)d\tau \tag{1}$$

معادله (1) نشانگر این است که رفتار این مواد کاملا وابسته به تاریخچه‌ی دمایی است. در این معادله، $\varepsilon^t(\theta(t))$ رنش حرارتی است. عبارت دوم در سمت راست معادله مربوط به کرنش الاستیک است و عبارت آخر کرنش ذخیره‌شده است. $\varepsilon(t)$ نشانگر کرنش کل و $\sigma(t)$ تنش کل ماده پلیمری حافظه‌دار است. همچنین $\theta(t)$ نشان دهنده دما و $\tilde{\theta}(\tau)$ بیانگر

[1] Evolution Equation
[2] Logarithmic or Hencky
[3] Finite differences

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

تاریخچه سرد کردن خالص است که با استفاده از جایگذاری یک دمای ثابت به جای هر بخش سرمایش/گرمایش تاریخچه اصلی به دست می‌آید (شکل 2). همچنین t متغیر زمان و τ متغیر انتگرال است. در این معادله $C(\theta)$ تابع نرمی الاستیک و $D(\theta)$ تابع نرمی الاستیک پخش شده هستند که از طریق معادلات (2) و (3) به دست می‌آیند:

$$C(\theta) = \frac{1-\phi(\theta)}{E_a(\theta)} + \frac{\phi(\theta)}{E_f(\theta)} \tag{2}$$

$$D(\theta) = \left[\frac{1}{E_a(\theta)} - \frac{1}{E_f(\theta)}\right]\phi'(\theta) \tag{3}$$

در این روابط، $E_a(\theta)$ و $E_f(\theta)$ به ترتیب نشان دهنده مدول الاستیسیته ماده پلیمری حافظه‌دار در فاز فعال (لاستیکی) و فاز غیر فعال (شیشه‌ای) هستند. $\phi'(\theta)$ مشتق $\phi(\theta)$ نسبت به دما است. $\phi(\theta)$ بیانگر نسبت حجمی فاز غیر فعال است که با استفاده از معادله (4) محاسبه می‌گردد. به دلیل اینکه معادله ارائه شده برای محاسبه $\phi(\theta)$ توسط چن و لاگوداس [16] دارای پیچیدگی‌هایی است، از مدل ساده‌سازی شده لیو و همکاران [14] به صورتی که در معادله (4) نشان داده شده است، استفاده می‌شود.

$$\phi(\theta) = 1 - \frac{1}{1+c(\theta_0-\theta)^n} \tag{4}$$

در این معادله، θ_0 دمای اولیه (بالاترین دمای چرخه ترمومکانیکی) است. c و n نیز ثابت‌های مربوط به ماده هستند که از طریق تجربی به دست می‌آیند.

ماده سازنده بخش موج‌دار، الاستیک خطی در نظر گرفته شده است. تنش در این بخش به صورت حاصل‌ضرب مدول الاستیسیته در کرنش مکانیکی است. کرنش مکانیکی برابر با تفاضل کرنش کل و کرنش حرارتی است. کرنش حرارتی نیز طبق تعریف از حاصل‌ضرب ضریب انبساط حرارتی ماده در تغییرات دما به دست می‌آید. به دلیل فرض کرنش‌های کوچک، با در نظر گرفتن رفتار الاستیک خطی برای بخش موج‌دار می‌توان با تقریب بالایی رفتار این بخش را مدل‌سازی نمود.

3- خمش تیر پلیمری حافظه‌دار تقویت شده

سازه‌هایی که از مواد پلیمری حافظه‌دار ساخته می‌شوند در واقعیت حتماً باید به طریقی تقویت شوند. زیرا این مواد به تنهایی بسیار ضعیف هستند و توانایی تحمل بار[1] زیادی ندارند. اخیراً سازه‌های بسیاری از این جنس ساخته

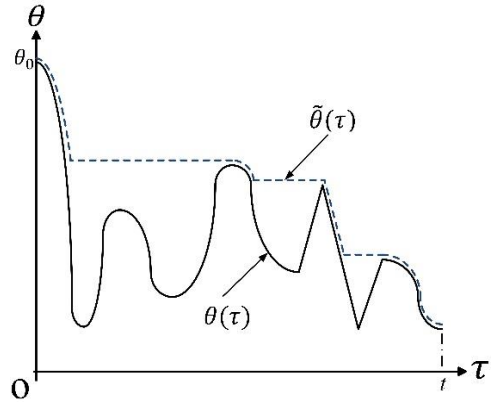


Fig. 2 Net and actual cooling history

شکل 2 تاریخچه سرد کردن خالص و واقعی

[1] Load Capacity

و تقویت شده‌اند. از بین روش‌های مختلف موجود، تقویت سازه پلیمری حافظه‌دار با استفاده از یک سازه موج‌دار، روشی مقرون به صرفه است. در این پژوهش شکل‌های مختلف سازه موج‌دار به جهت تقویت ماده پلیمری حافظه‌دار استفاده شده‌اند.

در این بخش به استخراج معادلات خمش تیر پلیمری حافظه‌دار تقویت شده با استفاده از تئوری تیر اویلر- برنولی پرداخته خواهد شد. فرضیات اساسی این تئوری عبارتند از فرض جابجایی خطی در طول ضخامت تیر و صرف نظر از تغییرات ضخامت تیر و تغییرات شکل جانبی. همچنین اثرات برش عرضی نیز در این تئوری در نظر گرفته نمی‌شوند. به دلیل همین فرضیات، این تئوری فقط در شرایطی که مسئله دارای کرنش‌ها و چرخش‌های کوچک باشد قابل استفاده است. تئوری اویلر- برنولی رفتار تیری که تغییر شکل آن در محدوده کرنش کوچک باشد را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی می‌نماید. از آنجایی که تیر مورد استفاده در این مسئله نیز در محدوده کرنش کوچک است، در این پژوهش از همین تئوری استفاده شده است.

تیری که در این مقاله بررسی شده است به صورت شماتیک در شکل 3 نشان داده شده است. محور تیر موازی با محور x است و راستای عرضی همان محور y است. سازه موج‌دار در راستای طولی تیر قرار دارد. تیر مورد بررسی، از نوع یک‌سر گیردار است و نیرویی در انتهای آزاد تیر وارد می‌گردد که در راستای محور y است و در نتیجه ممان خمشی ایجاد شده حول محور z است.

براساس تئوری تیر اویلر- برنولی، کرنش در هر نقطه از تیر برابر با حاصل‌ضرب انحنای تیر در فاصله از تار خنثی آن نقطه است. برای تیری از جنس پلیمر حافظه‌دار، معادله اساسی مطابق معادله (1) است. با استفاده از معادله (1) و با در نظر داشتن تئوری تیر اویلر- برنولی، معادله اساسی تیر به دست می‌آید. از آنجایی که مدل ساختاری چن و لاگوداس به صورت انتگرالی است، برای حل معادله حاصل باید از روشی عددی و مرحله به مرحله مثل روش تفاضلات محدود استفاده کرد. بنابراین بازه زمانی $[0,t]$ درمعادله (1) به بازه‌های کوچکتری تقسیم شده است و معادلات تحول ماده در یک زیر بازه کلی $[t_n, t_{n+1}]$ حل شده‌اند که در آن $t_{n+1} > t_n$ است.

از آنجایی که دیفرانسیل در معادله (1)، $d\tilde{\theta}$، دیفرانسیل تاریخچه سرد کردن خالص است ولی $D(\theta)$ و $\sigma(\theta)$ هر دو تابعی از تاریخچه سرد کردن هستند، معادله را نمی‌توان به صورت نرخی یا سرعتی ارائه کرد. بنابراین باید آن را با روشی گام به گام مثل روش تفاضلات محدود حل کرد. در نتیجه این معادله به صورت معادله (5) گسسته سازی می‌شود [28]:

$$\begin{aligned} -k_{n+1}y = {} & C_{n+1}(\theta)\sigma_{n+1}(\theta,y) + \varepsilon_{n+1}^{t} + S_n \\ & + \tfrac{1}{2}\big(D_{n+1}\sigma_{n+1}(\theta,y) + D_n\sigma_n(\theta,y)\big)\delta\tilde{\theta} \end{aligned} \tag{5}$$

در این معادله، k انحنای تیر و y فاصله از تار خنثی در هر نقطه از تیر هستند. تار خنثی در این مسئله در راستای محور y است و در نتیجه فاصله از

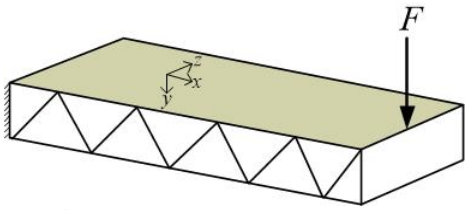


Fig. 3 A view of the corrugated composite cantilever beam

شکل 3 نمایی از تیر کامپوزیتی موج‌دار یک‌سر گیردار

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

تار خنثی در راستای محور z اندازه‌گیری می‌شود. S_n در این معادله مجموع انباشته شده $D(\theta)\sigma(\theta,y)$ گام‌های قبلی، از دمای T_l تا T است. همچنین n و $n+1$ زیروندهایی هستند که دو گام متوالی را نشان می‌دهند. در مرحله اول از چرخه ترمومکانیکی، دما ثابت نگاه داشته شده است. بنابراین، دو عبارت آخر در سمت راست معادله (5) صفر هستند و هیچ کرنشی نیز ذخیره نمی‌شود.

تیر مورد استفاده در این پژوهش یک تیر موج‌دار است که با ماده پلیمری حافظه‌دار پر شده است. بنابراین تیر کامپوزیتی محسوب می‌گردد. با استفاده از تئوری مواد کامپوزیتی و معادلات تعادل تیر، نتیجه می‌شود که ممان کل در تیر برابر است با ممان بخش پلیمری به اضافه ممان بخش تقویتی. با استفاده از این نکته و همچنین با داشتن معادلات تنش بخش پلیمر حافظه‌دار (از معادله (5)) و بخش موج‌دار، انحنای تیر برای حالتی که تغییرات دما وجود نداشته باشد (همانند مرحله بارگذاری)، از معادله (6) به دست می‌آید:

$$k=\frac{M}{E_sI_s+E_rI_r} \tag{6}$$

E_s و E_r به ترتیب مدول الاستیسیته ماده پلیمری حافظه‌دار و بخش موج‌دار هستند. همچنین I نشان دهنده ممان اینرسی حول محور z و M نیز ممان کل است. زیروندهای "s" و "r" نیز به ترتیب مربوط به ماده پلیمری حافظه‌دار و بخش موج‌دار هستند.

در طی مرحله دوم چرخه ترمومکانیکی، به دلیل تغییر دمای ماده فاز آن به تدریج تغییر می‌نماید. بنابراین، مدول الاستیسیته و در نتیجه تارخنثی هر مقطع از تیر با تغییر دما، تغییر می‌نمایند. با استفاده از تئوری مواد کامپوزیتی، موقعیت تار خنثی در هر مقطع از ماده از رابطه (7) به دست می‌آید:

$$\bar{y}_{cs}=\frac{E_sA_s\bar{y}_s+mE_rA_r\bar{y}_r}{E_sA_s+mE_rA_r} \tag{7}$$

$\bar{y}_s$، $\bar{y}_r$ و $\bar{y}_{cs}$ به ترتیب موقعیت مکانی تار خنثی بخش پلیمری، بخش موج‌دار و کل مقطع هستند. به منظور تبدیل کل مقطع به ماده‌ای با جنس یکسان از پلیمر حافظه‌دار، بخش موج‌دار را در نسبت مدول الاستیسیته دو جنس ضرب نموده‌ایم. m در این رابطه برابر با نسبت مدول الاستیسیته دو ماده است. همان‌طور که پیشتر نیز اشاره گردید، از معادله (7) چنین برمی‌آید که با تغییر مدول الاستیسیته بخش پلیمری با دما، موقعیت تار خنثی کل مقطع نیز تغییر می‌نماید. در هر دمای معین، خمش در هر مقطع، حول تار خنثی در همان دما رخ می‌دهد که از رابطه (7) به دست می‌آید.

معادلات (5) تا (7) مربوط به مرحله دوم چرخه ترمومکانیکی هستند. با ضرب معادله (5) در $(-y)$ و انتگرال‌گیری از آن بر روی سطح جانبی بخش پلیمری حول تارخنثی، معادله (8) بدین صورت به دست می‌آید [28]:

$$k_{n+1}I_s(\theta)=C_{n+1}(\theta)M^s_{n+1}(\theta)+\widehat{M}^s_n+M^s_{th}+\frac{1}{2}(D_{n+1}M^s_{n+1}+D_nM^s_n)\delta\tilde{\theta} \tag{8}$$

در این معادله، M^s نشان‌دهنده ممان مربوط به بخش پلیمر حافظه‌دار است که برای دو گام متوالی n و n+1 با استفاده از معادلات (9) و (10) به دست می‌آیند. زیروند "th" مربوط به متغیرهای دمایی است. پارامترهای $\widehat{M}^s_n$ و M^s_{th} از جنس ممان هستند و به ترتیب ممان ذخیره‌ای و ممان حرارتی نام‌گذاری شده و با استفاده از معالات (11) و (12) به دست می‌آیند [28]:

$$M^s_n=-\int y\sigma_n dA_s \tag{9}$$
$$M^s_{n+1}=-\int y\sigma_{n+1} dA_s \tag{10}$$
$$M^s_{th}=-\int y\varepsilon^t_{n+1} dA_s \tag{11}$$
$$\widehat{M}^s_n=-\int yS_n dA_s \tag{12}$$

لازم به ذکر است که انتگرال موجود در معادلات (9) تا (12) بر روی سطح جانبی بخش پلیمر حافظه‌دار است.

به دلیل اینکه سطح مقطع تیر در حالت کلی متقارن نیست، ممان حرارتی در معادله (8) مقدار قابل ملاحظه‌ای خواهد شد که و در نتیجه‌ی مسئله تاثیر به سزایی می‌گذارد. همان‌طور که در شکل 4 نشان داده شده است، تار خنثی برای بخش پلیمری، موج‌دار و کل مقطع در حالت کلی دقیقا بر روی یکدیگر قرار نمی‌گیرند، به جز در حالتی که بخش موج‌دار دقیقا از مرکز مقطع می‌گذرد. بنابراین، ممان اول کل سطح مقطع صفر نیست و این باعث ایجاد ممان حرارتی می‌گردد. ممان دوم سطح مقطع بخش پلیمری حافظه‌دار حول تار خنثی به صورت تابعی از دما با $I_s(\theta)$ نشان داده شده است. تمامی ممان‌ها و ممان‌های اینرسی حول تار خنثی کل مقطع محاسبه می‌گردند که در هر مقطع، با تغییرات دما تغییر می‌نماید.

با در نظر داشتن این نکته که ممان کل برابر است با مجموع ممان بخش پلیمری و بخش موج‌دار، و همچنین در نظر گرفتن رفتار الاستیک خطی برای بخش موج‌دار و استفاده از معادله (8)، معادله اصلی برای کل تیر کامپوزیتی از رابطه (13) به دست می‌آید [28]:

$$(E_rI_r+\bar{E}_sI_s)k_{n+1}=M-M^r_{th}+\bar{E}_s(\frac{1}{2}D_nM^s_n\delta\bar{\theta}+\widehat{M}^s_n+M^s_{th}) \tag{13}$$

که در آن، M^r_{th} ممان حرارتی در بخش موج‌دار و $\bar{E}_s$ مدول الاستیسیته موثر لحظه‌ای بخش پلیمری هستند که مطابق معادلات (14) و (15) تعریف می‌گردند:

$$\bar{E}_s=(C_{n+1}+\frac{1}{2}D_{n+1}\delta\tilde{\theta})^{-1} \tag{14}$$
$$M^r_{th}=E_r\alpha_rQ\Delta\theta \tag{15}$$

در این معادلات، $\delta\tilde{\theta}$ تغییرات دما در طول مرحله سرد کردن است. همچنین Q ممان اول سطح بخش موج‌دار حول تار خنثی کل مقطع، α_r ضریب انبساط حجمی مربوط به قسمت موج‌دار و $\Delta\theta$ نیز بیانگر تغییرات دما هستند. انحنای تیر در مرحله سرد کردن با استفاده از رابطه (13) به دست می‌آید. با استفاده از مقدار انحنا و همچنین با استفاده از معادلات (5) و (8) تنش و ممان وارده محاسبه می‌گردند.

در مرحله سوم چرخه ترمومکانیکی، باربرداری به صورت الاستیک رخ می‌دهد. در این مرحله مدول یانگ در انتهای مرحله سرد کردن به جای مدول یانگ موجود در معادله (13) جایگذاری می‌گردد. این مرحله دقیقاً در جهت عکس مرحله اول است.

معادلات ساختاری مرحله آخر تنها در مقدار تغییرات دما با معادلات

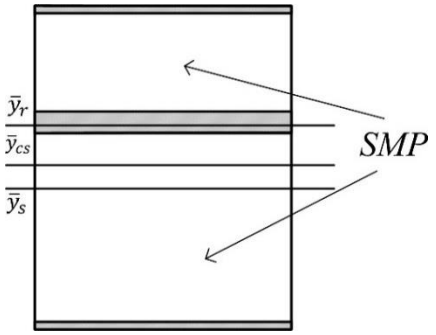


Fig. 4 Relative location of neutral axis of the SMP($\bar{y}_s$), corrugated part ($\bar{y}_r$) and the whole section ($\bar{y}_{cs}$), generally

شکل 4 محل نسبی تار خنثی برای بخش پلیمری حافظه‌دار ($\bar{y}_s$)، بخش موج‌دار ($\bar{y}_r$) و کل مقطع ($\bar{y}_{cs}$) در حالت کلی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

ساختاری مرحله سرد کردن متفاوت هستند. در این مرحله تغییرات دمای مثبت رخ می‌دهد ولی در مرحله سرد کردن، تغییرات دمای منفی رخ می‌دهد. بنابراین، معادله (1) به صورت معادله (16) تغییر می‌نماید:

$$\varepsilon = -ky = C(\theta)\sigma(\theta,y) + \varepsilon^t + \int_{T_l}^{T} D(\theta)\bar{\sigma}(\theta,y)d\bar{\theta} \qquad (16)$$

در این معادله، $d\bar{\theta}$، تغییرات دما در طول مرحله گرم کردن و $\bar{\sigma}$، تنش در این مرحله را نشان می‌دهند. فرم گسسته‌سازی شده این معادله به صورتی که در معادله (17) نشان داده شده است، به دست می‌آید:

$$-k_{n+1}y = C_{n+1}(\theta)\sigma_{n+1}(\theta,y) + \varepsilon_{n+1}^t + \bar{S}_n + \frac{1}{2}\left(D_{n+1}\bar{\sigma}_{n+1}(\theta,y) + D_n\bar{\sigma}_n(\theta,y)\right)\delta\bar{\theta} \qquad (17)$$

با ضرب معادله (17) در $(-y)$ و انتگرال‌گیری در طول سطح مقطع جانبی بخش پلیمر حافظه‌دار، معادله (18) برای بخش پلیمری در طول مرحله چهارم، به دست می‌آید:

$$k_{n+1}I_s(\theta) = C_{n+1}(\theta)M_{n+1}^s(\theta) + \widehat{M}_n^s + M_{th}^s + \frac{1}{2}(D_{n+1}\bar{M}_{n+1}^s + D_n\bar{M}_n^s)\delta\bar{\theta} \qquad (18)$$

همان‌طور که پیشتر ذکر گردید، تغییر دما در مرحله چهارم $(\delta\bar{\theta})$ منفی تغییرات دما در مرحله سرد کردن $(\delta\tilde{\theta})$ است. همچنین $\bar{M}_{n+1}^s$ و $\bar{M}_n^s$ در معادله (18) و $\bar{\sigma}$ در معادله (16) قبلا از مرحله سرد کردن به دست آمده‌اند.

در چرخه بازیابی کرنش بدون تنش، در مرحله آخر ممان خارجی حذف می‌گردد و مجموع ممان در بخش پلیمری و بخش موج‌دار صفر خواهد شد. با در نظر داشتن این نکته و با استفاده از معادله (18) و طی کردن روندی مشابه همان روندی که در مرحله سرد کردن انجام شد، معادله نهایی مربوط به مرحله گرم کردن طبق معادله (19) به دست می‌آید:

$$(E_rI_r + \bar{E}_sI_s)k_{n+1} = \widehat{M}_n^s + M_{th}^s - M_{th}^r + \frac{1}{2}(D_{n+1}\bar{M}_{n+1}^s + D_n\bar{M}_n^s)\delta\bar{\theta} \qquad (19)$$

با استفاده از مجموعه‌ی معادلاتی که استخراج گردید، می‌توان رفتار خمشی تیر کامپوزیتی موج‌دار را در هر دو چرخه بازیابی کرنش بدون تنش و بازیابی تنش مقید[1]، به صورت عددی بررسی نمود.

4- بحث و نتیجه‌گیری

دو هدف عمده‌ی استفاده از مواد پلیمری حافظه‌دار در سازه‌های متشکل از ورق‌های موج‌دار، استفاده از خاصیت حافظه‌شکلی و تولید نیروی بیشتر است. خاصیت حافظه‌شکلی عمدتا در سازه‌های خود باز شونده[2] و تولید نیرو ناشی از بازیابی شکل مواد پلیمری در عملگرها مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از معایب اصلی مواد پلیمری حافظه‌دار، تولید نیروی کم است. برای غلبه بر این عیب، غالبا مواد پلیمری به وسیله مواد مستحکم‌تری تقویت می‌گردند. از بین تمامی روش‌های تقویت مواد پلیمری حافظه‌دار، مناسب‌ترین روش استفاده از سازه موج‌داری است که حفره‌های آن با استفاده از مواد پلیمری حافظه‌دار پر شده‌اند. در این پژوهش رفتار خمشی تیرهای کامپوزیتی متشکل از بخش موج‌دار و بخش پلیمری حافظه‌دار تحلیل و بررسی شدند.

در این بخش، تیرهایی با نسبت طولی $L/L_0 = 5$ استفاده شده‌اند که در آن‌ها L طول کل تیر و L_0 طول واحد موج‌دار است. به عبارتی در این مسئله تعداد واحدهای موج‌دار در هر تیر، پنج عدد است. طول واحدهای موج‌دار و پارامترهای آن‌ها در شکل 5 نشان داده شده‌اند و مقادیر مربوط به هر پارامتر در جدول 1 آورده شده است.

در این نوع تیر از رزین اپوکسی به عنوان ماده پلیمری حافظه‌دار استفاده

[1] Constrained Stress Recovery
[2] Self-deployable

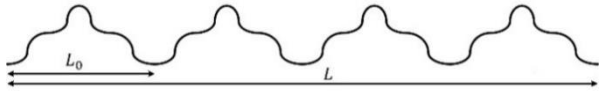
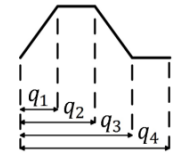
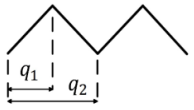
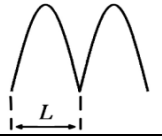


Fig. 5 Unit length and total length of the corrugated part

شکل 5 طول واحد و طول کل بخش موج‌دار

جدول 1 پارامترهای هندسی واحدهای موج‌دار مختلف (ابعاد به متر هستند)

Table 1 Geometrical parameters for different corrugated unit cells (in meters)

نوع واحد موج‌دار	مقادیر پارامترها	شکل واحد موج‌دار
ذوزنقه‌ای	$q_1 = 0.025$ $q_2 = 0.05$ $q_3 = 0.075$ $q_4 = 0.1$	
مثلثی	$q_1 = 0.05$ $q_2 = 0.1$	
سینوسی	$\sin \pi x/L$ $L = 0.1$	

شده است. خواص مکانیکی این ماده در جدول 2 آورده شده‌اند. برای بخش موج‌دار نیز از ماده پلیمری به نام پلی (1-تری‌متیل‌سیلیل-1-پروپین)[3] که به اختصار پلی (تی ام اس پی)[4] نامیده می‌شود، استفاده شده است که ضخامت این بخش نیز 1 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور حفظ دو بخش پلیمری حافظه‌دار و سازه موج‌دار در کنار یکدیگر، از دو لایه بسیار نازک در بالا و پایین تیر استفاده شده است. این دو لایه نیز از جنس مشابه بخش موجدار و با ضخامت 0.1 میلی‌متر در نظر گرفته شده‌اند. ماده پلیمری استفاده شده برای بخش موج‌دار دارای خواصی از جمله وزن ملکولی بالا، قابلیت حلالیت بالا در بسیاری از حلال‌ها، قابلیت ساخت لایه نازک (فیلم نازک) با روش ریخته‌گری محلولی، دمای گذار بالا (بیشتر از 250 درجه سانتی‌گراد) و دوام حرارتی قوی است. از کاربردهای پلی (تی ام اس پی) می‌توان به قابلیت جداسازی به روش پراکنده‌سازی (به صورت یک غشای جداسازی آب - اتانول)، کاربرد در سنسورها، باتری‌ها، مقاومت‌های نوری و غیره نام برد. خواص مکانیکی این ماده در جدول 3 آورده شده‌اند. همان‌طور که از جدول مشخص است، این ماده بسیار نرم و شکل‌پذیر است. در بازه دمایی 150- تا 200+ درجه سانتی‌گراد، مدول ذخیره، مدول تلف شده و تانژانت تلف شده پلی (تی ام اس پی) تقریباً ثابت هستند. نقطه نرم شدگی ظاهری ماده پلی (تی ام اس پی) تقریبا در دمای بین 325 تا 345 درجه سانتی‌گراد اتفاق می‌افتد. از آنجایی که برای ماده پلی (تی ام اس پی) دمای گذار شیشه‌ای بالاتر از 250 درجه سانتی‌گراد است (یعنی بالاتر از دمای تجزیه حرارتی آن)، امکان تولید فیلم (لایه نازک) با استفاده از روش ذوب[5] وجود ندارد. به همین دلیل از روش ریخته‌گری محلولی برای تولید فیلم‌های نازک استفاده می‌گردد. بالاترین دما در چرخه ترمومکانیکی پلیمر حافظه‌دار استفاده شده در این مقاله، 358 کلوین است. بنابراین، ماده‌ای که برای بخش موج‌دار و دو لایه بالا و پایین تیر استفاده می‌گردد باید دمای گذاری بالاتر از

[3] Poly [1-(trimethylsilyl)-1-propyne]
[4] [poly (TMSP)]
[5] Melt-processing

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

این دمای ماکزیمم داشته باشد تا در محدوده کاری تیر، در حالت شیشه‌ای قرار داشته باشد و نه در حالت لاستیکی. همچنین، همان‌طور که از جدول مشخص است، پلی (تی ام اس پی) ماده‌ی چندان سفتی نیست و با نیروهایی که یک ماده پلیمری حافظه‌دار ایجاد می‌نماید قابل تغییرشکل است و انتخاب مناسبی برای این مسئله است.

با استفاده از فرمولاسیون به دست آمده، رفتار خمشی تیر کامپوزیتی یک سر گیردار مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا یک تیر یک سر گیردار از جنس پلیمر حافظه‌دار تحلیل شده است و نتایج مربوط به کرنش و انحنای آن به دست آورده شده است تا با مقادیر مربوط به تیر کامپوزیتی مورد مقایسه قرار بگیرد. سپس نتایج مربوط به تیر کامپوزیتی متشکل از سازه موج‌دار و بخش پلیمری حافظه‌دار به دست آورده شده‌اند. نمودار تغییرات انحنا با دما در انتهای گیردار تیر پلیمری خالص در شکل 6 نشان داده شده است. سطح مقطع جانبی این تیر مربعی با اندازه ضلع 10 سانتی‌متر است که در طول تیر تغییری نمی‌کند و ثابت است. به دلیل تقارن در سطح مقطع جانبی، ممان‌های حرارتی صفر هستند و در نتیجه انحنا در طول مرحله سرد کردن در هر نقطه از طول تیر تقریبا ثابت است. همچنین در شکل 7 نمودار تغییرات خیز انتهای تیر با دما برای همین تیر در انتهای مراحل سرد کردن و گرم کردن، نشان داده شده است. $d_{\max}$ خیز بیشینه در پایان مرحله سرد کردن در تیر پلیمری خالص است. به دلیل اینکه بخش اصلی کرنش ذخیره در مرحله سرد کردن در ماده ذخیره می‌شود، در مرحله باربرداری بخش خیلی کوچکی از کرنش بازیابی می‌شود و بخش اصلی آن در مرحله گرم کردن ماده بازیابی می‌گردد. به همین دلیل با افزایش دما، اثر حافظه‌شکلی پدیدار می‌شود و ماده شکل اولیه خود را بازیابی می‌نماید.

جدول 2 خواص مکانیکی ماده پلیمری حافظه‌دار (رزین اپوکسی)

Table 2 mechanical properties of epoxy resin [14]

$E_a = 8.8$ MPa		$E_f = 750$ MPa
$T_l = 270$ K	$T_g = 343$ K	$T_h = 358$ K
$\alpha_a = 1.8 \times 10^{-4} \frac{1}{\mathrm{K}}$		$\alpha_f = 0.9 \times 10^{-4} \frac{1}{\mathrm{K}}$

جدول 3 خواص مکانیکی Poly [1-(trimethylsilyl)-1-propyne]

Table 3 mechanical properties of Poly [1-(trimethylsilyl)-1-propyne] [30]

$E = 630$ MPa	$\alpha_r = 66 \times 10^{-6} \frac{1}{\mathrm{K}}$
$T_g = 503$ K	$\varepsilon_{\text{yield}} = 73\%$

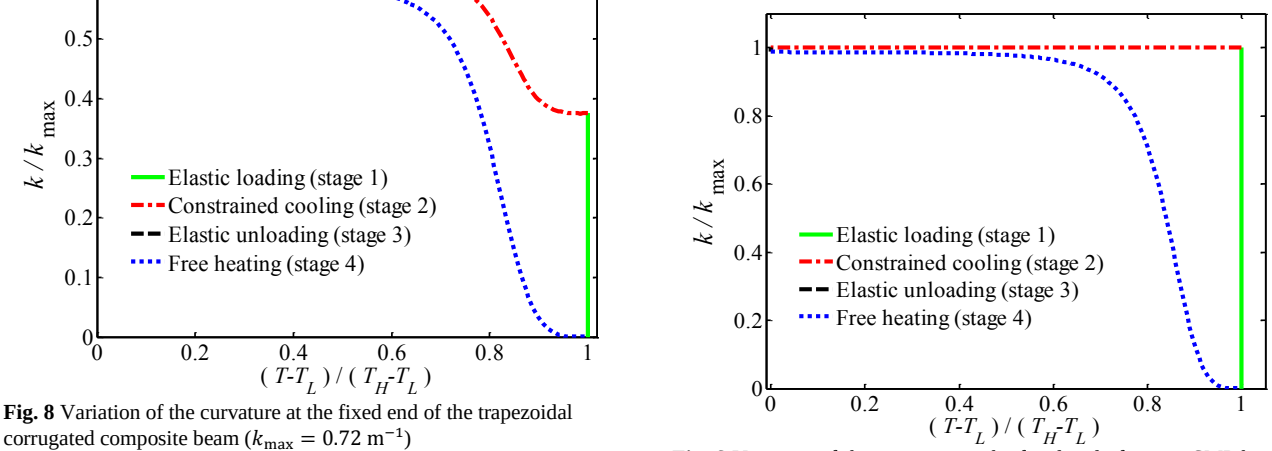


Fig. 6 Variation of the curvature at the fixed end of a pure SMP beam ($k_{\max} = 0.72\ \mathrm{m}^{-1}$)

شکل 6 تغییرات انحنا در انتهای گیردار تیر پلیمری خالص

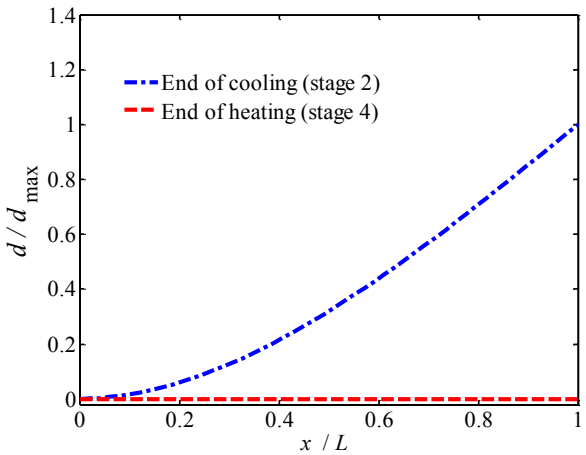


Fig. 7 Deflection of the pure SMP beam with respect to the maximum deflection at the end of loading, at the end of cooling and heating stage ($d_{\max} = 0.06$ m)

شکل 7 خیز تیر پلیمری حافظه‌دار خالص در انتهای مراحل سرد کردن وگرم کردن، نسبت به تغییر شکل ماکزیمم در انتهای بارگذاری

نمودار تغییرات انحنا در تیر کامپوزیتی، با تقسیم بر بیشینه انحنا در تیر پلیمری خالص ($k_{\max}$)، بی بعد شده است. برای تیر کامپوزیتی با بخش موج‌دار از نوع ذوزنقه‌ای، نمودار تغییرات انحنای بی‌بعد انتهای گیردار در شکل 8 نشان داده شده است. محل تار خنثی در هر مقطع از تیر با تغییرات دما تغییر می‌نماید. بنابراین، انحنا در هر مقطع پارامتری وابسته به دما است.

با مقایسه شکل 6 و شکل 8 واضح است که با پر کردن یک سازه موج‌دار با ماده پلیمری حافظه‌دار، قابلیت تثبیت شکل[1] (نسبت انحنا بعد از باربرداری به انحنا پیش از باربرداری) آن در مقایسه با تیر پلیمری خالص کاهش می‌یابد. اگرچه در تقویت تیرهای پلیمری حافظه‌دار این نتیجه قابل انتظار است، اما به دلیل بهبود سایر ویژگی‌های ماده پلیمری حافظه‌دار، همچنان از این روش برای تقویت پلیمرهای حافظه‌دار استفاده می‌گردد.

انحنای تیر کامپوزیتی که در آن بخش موج‌دار در طول تیر قرار گرفته است، برخلاف تیر کامپوزیتی که در آن بخش موج‌دار در جهت عرضی تیر قرار گرفته است، در مرحله سرد کردن با تغییرات دما تغییر می‌نماید. در مورد تیری که بخش موج‌دار آن در راستای عرضی قرار گرفته است (مشابه تیر

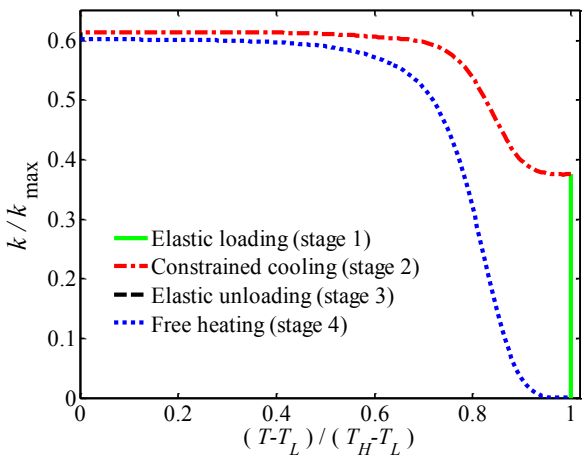


Fig. 8 Variation of the curvature at the fixed end of the trapezoidal corrugated composite beam ($k_{\max} = 0.72\ \mathrm{m}^{-1}$)

شکل 8 تغییرات انحنا در انتهای گیردار تیر موج‌دار ذوزنقه‌ای

[1] Shape Fixity

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

مورد استفاده توسط جمالی مهر و همکاران [28]، به دلیل اینکه در طول تیر شکل سطح مقطع و محل قرارگیری بخش موج‌دار تغییر نمی‌کند، تغییرات انحنا با دما در مرحله سرد کردن بسیار کم بوده و هرچه سطح مقطع به حالت متقارن نزدیکتر شود، تغییرات انحنا نیز به صفر نزدیک می‌شود. برای سطح مقطع متقارن (مثلا سطح مقطع مربعی) انحنا در مرحله سرد کردن ثابت است و هرچه سطح مقطع به حالت متقارن نزدیکتر شود، تغییرات انحنا نیز به صفر نزدیک می‌شود. از آنجایی که ضریب انبساط حرارتی ماده پلیمری و ماده تشکیل دهنده بخش موج‌دار با یکدیگر متفاوت هستند، ممان حرارتی در اثر سرد کردن در مقاطع غیر متقارن ایجاد می‌شود که موجب تغییرات انحنا با دما در مرحله سرد کردن می‌گردد. علت اینکه در مقاطع غیر متقارن این پدیده رخ می‌دهد، تفاوت در مکان تار خنثی بخش پلیمری، بخش موج-دار، و کل مقطع است. در حالت غیر متقارن، این سه تار خنثی بر روی یکدیگر قرار نمی‌گیرند.

شکل 8 و شکل 9 به ترتیب نشان دهنده تغییرات انحنا و همچنین خیز برای تیر کامپوزیتی با بخش موج‌دار ذوزنقه‌ای هستند. تغییرات انحنا در انتهای گیردار سایر تیرهای کامپوزیتی با بخش موج‌دار مثلثی و سینوسی نیز کاملا مشابه شکل 8 است، در حالی که تغییرات خیز در دو تیر دیگر متفاوت است. تغییرات خیز تیر با دما برای اشکال مثلثی و سینوسی به ترتیب در شکل 10 و شکل 11 نشان داده شده‌اند. این شکل‌ها به وضوح بیانگر این موضوع هستند که با مقدار یکسان از ماده پلیمری حافظه‌دار و همچنین با ضخامت یکسان برای بخش موج‌دار، خیز بیشینه در تیر با شکل موج مثلثی رخ می‌دهد و کمترین مقدار نیز مربوط به تیر با شکل موج ذوزنقه‌ای است. بنابرای سفت‌ترین تیر، تیر کامپوزیتی موج‌دار ذوزنقه‌ای است.

به منظور صحت سنجی نتایج حاصل از تئوری تیر اویلر- برنولی و روش تفاضلات محدود، مدل المان محدود تیر کامپوزیتی با شکل موج‌های مختلف در یک نرم‌افزار المان محدود سه بعدی شبیه‌سازی شده است. نتایج المان محدود در پایان مرحله بارگذاری برای انتهای آزاد تیر در جدول 4 با نتایج مربوط به تئوری اویلر- برنولی مقایسه شده‌اند. نتیجه این مقایسه بیانگر آن است که روش و تئوری استفاده شده برای تیر کامپوزیتی در این مسئله، رفتار تیر را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی می‌نماید.

همچنین ممکن است در مرحله سوم تمامی نیروی خارجی حذف نگردد.

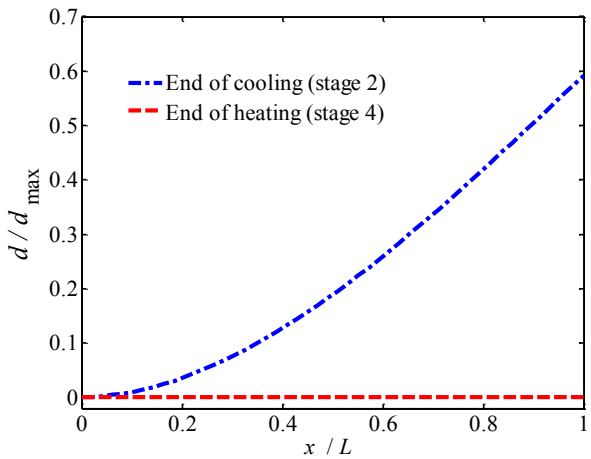


Fig. 9 Deflection of a trapezoidal corrugated composite beam with respect to the maximum deflection at the end of loading, at the end of cooling and heating stage ($d_{\max} = 0.06$ m)

شکل 9 خیز تیر کامپوزیتی موج‌دار ذوزنقه‌ای در انتهای مراحل سرد کردن وگرم کردن، نسبت به تغییر شکل ماکزیمم در انتهای بارگذاری

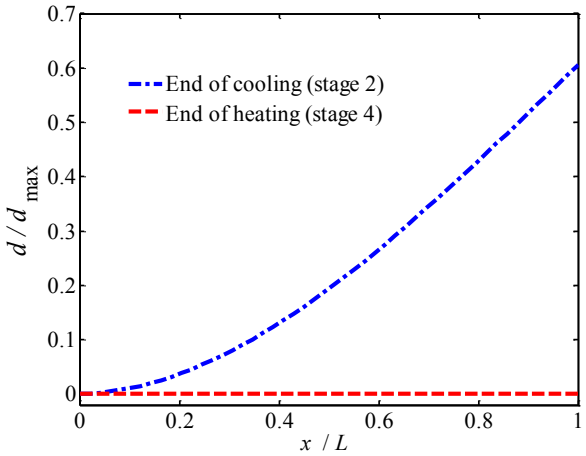


Fig. 10 Deflection of a triangular corrugated composite beam with respect to the maximum deflection at the end of loading, at the end of cooling and heating stage ($d_{\max} = 0.06$ m)

شکل 10 خیز تیر کامپوزیتی موج‌دار مثلثی در انتهای مراحل سرد کردن وگرم کردن، نسبت به تغییر شکل ماکزیمم در انتهای بارگذاری

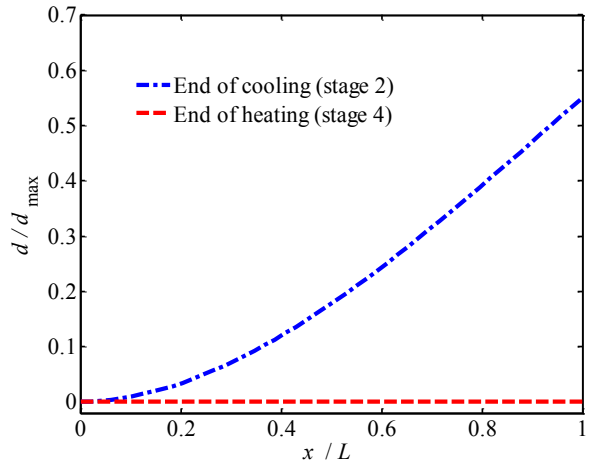


Fig. 11 Deflection of a sinusoidal corrugated composite beam with respect to the maximum deflection at the end of loading, at the end of cooling and heating stage ($d_{\max} = 0.06$ m)

شکل 11 خیز تیر کامپوزیتی موج‌دار سینوسی در انتهای مراحل سرد کردن وگرم کردن، نسبت به تغییر شکل ماکزیمم در انتهای بارگذاری

جدول 4 نتایج عددی مربوط به مقطع‌های موج‌دار مختلف با استفاده از روش المان محدود و روش تفاضلات محدود

Table 4 Numerical results of different corrugated sections with Euler-Bernoulli beam theory and 3D finite element analysis

شکل واحد موج‌دار	کرنش بیشینه	خیز انتهای آزاد (میلی‌متر)	
		المان محدود	اویلر- برنولی
ذوزنقه‌ای	0.02381	32.51	32.37
سینوسی	0.02354	29.90	29.65
مثلثی	0.02355	28.66	28.64

نتایج مربوط به این نوع از بازیابی در شکل 12 نشان داده شده است. در این نوع از بازیابی، ابتدا ماده به صورت کاملا الاستیک بارگذاری می‌شود و سپس نیرو ثابت نگاه داشته شده و دما کاهش داده می‌شود. پس از آن، ماده تا رسیدن به نیروی F باربرداری می‌شود و تمام بار از روی آن حذف نمی‌شود. در نهایت نیز دمای آن افزایش داده می‌شود. همان‌طورکه از شکل نیز مشخص است با کاهش نیروی باقی مانده در مرحله آخر، تفاوت بین مرحله

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

سرد کردن و گرم کردن بیشتر و واضح‌تر خواهد شد. این چرخه، بازیابی تنش جزئی نامیده می‌شود.

همان‌طور که پیشتر نیز لیو و همکاران [14] نشان داده‌اند، مرحله آخر در چرخه ترمومکانیکی می‌تواند متفاوت از آنچه ذکر شد باشد. می‌توان در مرحله آخر جسم را مقید نمود و دما را افزایش داد که با این کار، به وسیله‌ی مقید کردن جسم، نیرو تولید می‌شود. به چنین چرخه‌ای، چرخه بازیابی تنش مقید گفته می‌شود. در این مقاله، با ثابت نگه داشتن انحنا در تیر (مساوی با بیشترین انحنا در تیر پلیمری خالص)، نیروی تولید شده توسط آن در اثر افزایش دما گزارش شده است که نتیجه آن در شکل 13 نشان داده شده است. به دلیل تفاوت در معادلات (13) و (18) برای سرد کردن و گرم کردن، ممان خارجی در سمت راست معادله (18) برای چرخه بازیابی تنش غیر صفر خواهد بود.

5- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، با استفاده از مدل ساختاری ارائه شده توسط چن و لاگوداس [16] برای مواد پلیمری حافظه‌دار در کنار استفاده از تئوری تیر اویلر- برنولی و تئوری مواد کامپوزیتی، رفتار خمشی یک تیر کامپوزیتی که از یک بخش موج‌دار تشکیل شده است و با یک پلیمر حافظه‌دار پر شده است، مورد بررسی قرار گرفت. معادلات مربوط به تیر کامپوزیتی موج‌دار ارائه شدند و سپس با استفاده از روش تفاضلات محدود جداسازی بر روی این معادلات صورت گرفت. بخش موج‌دار و دو لایه‌ی بالایی و پایینی تیر از جنس پلیمری با سفتی پایین و دارای دمای کاری وسیع انتخاب شده‌اند. این پلیمر در محدوده دمایی مربوط به چرخه ترمومکانیکی رزین اپوکسی که به عنوان پلیمر حافظه‌دار مورد استفاده قرار گرفته است، یک ماده شیشه‌ای و شکل پذیر است؛ به این معنی که این پلیمر در محدوده دمایی چرخه ترمومکانیکی رزین اپوکسی در فاز شیشه‌ای است اما به دلیل سفتی پایین آن، شکل پذیر نیز می‌باشد.

در این مقاله، تیر کامپوزیتی موج‌دار پرشده با ماده پلیمری به نحوی بارگذاری شده است که که راستای طولی بخش موج‌دار دچار خمش شود. جمالی مهر و همکاران [28] تاثیر تقویت یک تیر پلیمری حافظه‌دار با یک بخش موج‌دار بیرونی را بررسی نموده‌اند. در مقاله جمالی مهر و همکاران [28]، تیر مورد بررسی در جهتی بارگذاری شده است که جهت عمود بر موج دچار خمش می‌شود. در واقع، در این مقاله برخلاف مقاله جمالی مهر و همکاران [28]، بخش موج‌دار در راستای طولی تیر قرار گرفته است. از آنجایی که سفتی یک سازه موج‌دار در جهت عمود بر موج بسیار بیشتر از جهت موج است، لذا تغییر شکل در جهت عمود بر موج نیز کمتر از جهت موج است. بنابراین، نیروی کمتری برای ایجاد تغییر شکل در تیری با بخش موج‌دار در راستای طولی احتیاج است. به دلیل عدم تقارن در سطح مقطع جانبی تیر و متفاوت بودن شکل آن در طول تیر، انحنا با تغییر دما در طول مرحله سرد کردن (مرحله دوم) در هر مقطعی، تغییر می‌کند. همچنین نتایج نشانگر یک افزایش قابل توجه در توانایی تحمل بار تیر کامپوزیتی به نسبت تیر پلیمری حافظه‌دار خالص است، در حالی که مقدار اندکی کاهش در خاصیت تثبیت شکل تیر مشاهده می‌شود. با توجه به نتایج حاصل، تغییر شکل بیشینه در تیری با شکل موج مثلثی مشاهده می‌شود. همچنین نشان داده شد که تئوری تیر اویلر- برنولی در این مسئله با دقت خوبی پاسخ‌ها را پیش‌بینی می‌نماید.

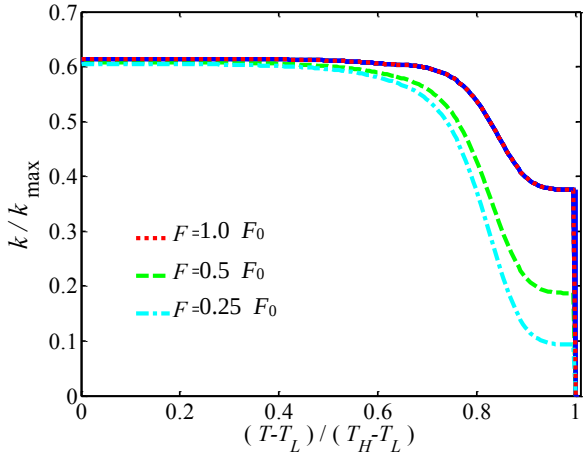


Fig. 12 Variation of the curvature at the fixed end of a cantilever trapezoidal corrugated composite beam in the partial force removing cycle (F_0 = 100 N)

شکل 12 تغییرات انحنا در انتهای گیردار تیر کامپوزیتی ذوزنقه‌ای در چرخه بازیابی تنش جزئی

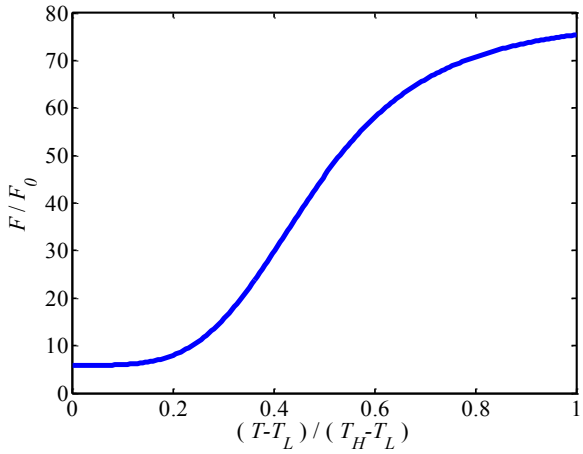


Fig. 13 The generated force of the trapezoidal corrugated composite beam at different temperatures to keep a constant curvature ($k_{\max}$ = 0.72 m^{-1}) (F_0 = 100 N)

شکل 13 نیروی تولید شده تیر کامپوزیتی موج‌دار در دماهای مختلف برای حفظ یک انحنای ثابت

6- تشکر و قدردانی

این پژوهش با حمایت مالی صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF) انجام پذیرفته است.

7- مراجع

[1] S. Imai, K. Sakurai, An actuator of two-way behavior by using two kinds of shape memory polymers with different Tgs, *Precision Engineering*, Vol. 37, No. 3, pp. 572-579, 2013.
[2] A. Basit, G. L'Hostis, B. Durand, High actuation properties of shape memory polymer composite actuator, *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, No. 2, pp. 025023, 2013.
[3] T. Hiroaki, J. Chenyang, U. Koichiro, E. Mitsuhiro, A. Takao, I. Takanori, Novel Microfluidic Valve Technology Based on Shape Memory Effect of Poly(ε-caprolactone), *Applied Physics Express*, Vol. 6, No. 3, pp. 037201, 2013.
[4] D. Bergman, B. Yang, An Analytical Shape Memory Polymer Composite Beam Model for Space Applications, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, Vol. 16, No. 02, pp. 1450093, 2016.
[5] D. Bergman, B. Yang, A finite element model of shape memory polymer composite beams for space applications, *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 103, No. 9, pp. 671-702, 2015.
[6] S. Reese, M. Böl, D. Christ, Finite element-based multi-phase modelling of shape memory polymer stents, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 199, No. 21–22, pp. 1276-1286, 2010.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]

[7] S. Chen, Y. Chen, Z. Zhang, Y. Liu, J. Leng, Experiment and analysis of morphing skin embedded with shape memory polymer composite tube, *Journal of intelligent material systems and structures*, Vol. 25, No. 16, pp. 2052-2059, 2014.
[8] J. E. Manzo, E. Garcia, The smart joint: model and optimization of a shape memory alloy/shape memory polymer composite actuator, in *ASME Conference on Smart Materials Adaptive Structures and Intelligent Systems*, 2008, pp. 577-583.
[9] J. Sun, Y. Liu, J. Leng, Mechanical properties of shape memory polymer composites enhanced by elastic fibers and their application in variable stiffness morphing skins, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 26, No. 15, pp. 2020-2027, 2015.
[10] Z. Wang, W. Song, L. Ke, Y. Wang, Shape memory polymer composite structures with two-way shape memory effects, *Materials Letters*, Vol. 89, pp. 216-218, 2012.
[11] Q. Yang, G. Li, Temperature and rate dependent thermomechanical modeling of shape memory polymers with physics based phase evolution law, *International Journal of Plasticity*, Vol. 80, pp. 168-186, 2016.
[12] H. Park, P. Harrison, Z. Guo, M.-G. Lee, W.-R. Yu, Three-dimensional constitutive model for shape memory polymers using multiplicative decomposition of the deformation gradient and shape memory strains, *Mechanics of Materials*, Vol. 93, pp. 43-62, 2016.
[13] E. Boatti, G. Scalet, F. Auricchio, A three-dimensional finite-strain phenomenological model for shape-memory polymers: Formulation, numerical simulations, and comparison with experimental data, *International Journal of Plasticity*, Vol. 83, pp. 153-177, 2016.
[14] Y. Liu, K. Gall, M. L. Dunn, A. R. Greenberg, J. Diani, Thermomechanics of shape memory polymers: Uniaxial experiments and constitutive modeling, *International Journal of Plasticity*, Vol. 22, No. 2, pp. 279-313, 2006.
[15] Y.-C. Chen, D. C. Lagoudas, A constitutive theory for shape memory polymers. Part I: large deformations, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 56, No. 5, pp. 1752-1765, 2008.
[16] Y.-C. Chen, D. C. Lagoudas, A constitutive theory for shape memory polymers. Part II: a linearized model for small deformations, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 56, No. 5, pp. 1766-1778, 2008.
[17] M. Baghani, R. Naghdabadi, J. Arghavani, S. Sohrabpour, A thermodynamically-consistent 3 D constitutive model for shape memory polymers, *International Journal of Plasticity*, Vol. 35, pp. 13-30, 2012.
[18] M. Baghani, J. Arghavani, R. Naghdabadi, A finite deformation constitutive model for shape memory polymers based on Hencky strain, *Mechanics of Materials*, Vol. 73, pp. 1-10, 2014.
[19] O. A. Balogun, *Thermo-mechanical constitutive model of shape memory polymer–numerical modeling, experimental validation and its application to aero-morphing structures*, Phd Thesis, School of Mechanical and Materials Engineering, Washington State University, 2015.
[20] Y. Li, Y. He, Z. Liu, A viscoelastic constitutive model for shape memory polymers based on multiplicative decompositions of the deformation gradient, *International Journal of Plasticity*, Vol. 91, pp. 300-317, 2017.
[21] X. Guo, L. Liu, B. Zhou, Y. Liu, J. Leng, Constitutive model for shape memory polymer based on the viscoelasticity and phase transition theories, *journal of intelligent material systems and structures*, Vol. 27, No. 3, pp. 314-323, 2016.
[22] J. Guo, J. Liu, Z. Wang, X. He, L. Hu, L. Tong, X. Tang, A thermodynamics viscoelastic constitutive model for shape memory polymers, *Journal of Alloys and Compounds*, Vol. 705, pp. 146-155, 2017.
[23] H. Mohammadi, S. Ziaei-Rad, I. Dayyani, An equivalent model for trapezoidal corrugated cores based on homogenization method, *Composite Structures*, Vol. 131, pp. 160-170, 2015.
[24] E. Syerko, A. A. Diskovsky, I. V. Andrianov, S. Comas-Cardona, C. Binetruy, Corrugated beams mechanical behavior modeling by the homogenization method, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 50, No. 6, pp. 928-936, 2013.
[25] G. Robin, M. Jrad, N. Mathieu, A. Daouadji, E. M. Daya, Vibration analysis of corrugated beams: The effects of temperature and corrugation shape, *Mechanics Research Communications*, Vol. 71, pp. 1-6, 2016.
[26] I. Dayyani, S. Ziaei-Rad, M. I. Friswell, The mechanical behavior of composite corrugated core coated with elastomer for morphing skins, *Journal of Composite Materials*, Vol. 48, No. 13, pp. 1623-1636, 2014.
[27] I. Dayyani, S. Ziaei-Rad, H. Salehi, Numerical and Experimental Investigations on Mechanical Behavior of Composite Corrugated Core, *Applied Composite Materials*, Vol. 19, No. 3, pp. 705-721, 2012.
[28] A. Jamalimehr, M. Baghani, M. Baniassadi, M. R. Zakerzadeh, An investigation on thermomechanical behavior of shape memory polymer beams reinforced by corrugated polymeric sections, *Meccanica*, Vol. 52, pp. 1947-1962, 2016.
[29] M. Baghani, A. Taheri, An analytic investigation on behavior of smart devices consisting of reinforced shape memory polymer beams, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 26, No. 11, pp. 1385-1394, 2015.
[30] J. Mark, *Polymer data handbook* pp. 863-865, New York: Oxford University Press, 2009.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.43.0]