



# مطالعه تحلیلی و تجربی پارامترهای مؤثر در فرایند خمش ورقهای فلزی با لیزر

محمد حسین پورگلو<sup>۱\*</sup>، حسن مسلمی نائینی<sup>۲</sup>، غلامحسین لیاقت<sup>۳</sup>، سعید جلوانی<sup>۴</sup>

۱- استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی

۲- استاد بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

۳- استاد بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

۴- استادیار پژوهشکده لیزر سازمان انرژی اتمی ایران

\*اردبیل، صندوق پستی ۱۷۹، hosein.pour@uma.ac.ir

**چکیده-** در این مقاله مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی زاویه خم در فرایند شکلدهی ورقهای فلزی با استفاده از پرتو لیزر ارائه شده است. در مدل ارائه شده منبع حرارتی چند نقطه‌ای با شرایط اتلاف حرارتی همرفتی در سطح ورق، برای تعیین محدوده تحت گرمایشی که باعث خمش می‌شود در نظر گرفته شده است. در ادامه برای مطالعه تجربی فرایند و بررسی پارامترهای مؤثر بر آن از روش طراحی آزمایشها - که یکی از روشهای مطالعه اثر تغییر عوامل در سیستمها است - استفاده شده است. با شناخت عوامل مؤثر آرایه‌ای مناسب برای طراحی آزمایشها انتخاب شده و داده‌های به‌دست آمده به روش تحلیل واریانس تفسیر شده است. در ادامه با مقایسه نتایج حاصل از مدل تحلیلی با داده‌های تجربی، دقت مدل تحلیلی ارزیابی شده است.

**کلیدواژگان:** شکلدهی با لیزر، خمش خطی ورقهای فلزی با لیزر، طراحی آزمایشها (DOE)، تحلیل واریانس.

## Theoretical and Experimental Study of the Effects of Process Parameters on Bending Angle in Laser Bending process

M. Hoseinpour Gollo<sup>1\*</sup>, H. Moslemi Naeini<sup>2</sup>, G.H. Liaghat<sup>3</sup>, S. Jelvani<sup>4</sup>

1- Assis. Prof. of Mechanical Engineering, University of Mohaghegh ardabili

2- Prof. of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University.

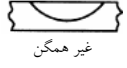


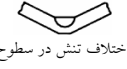
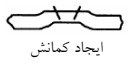
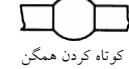
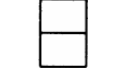





3- Prof. of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University.

4- Assis. Prof. of Laser & Optics Research School, Nuclear Science & Technology Research Institute

\*P.O.B. 179, Ardabil, hosein.pour@uma.ac.ir

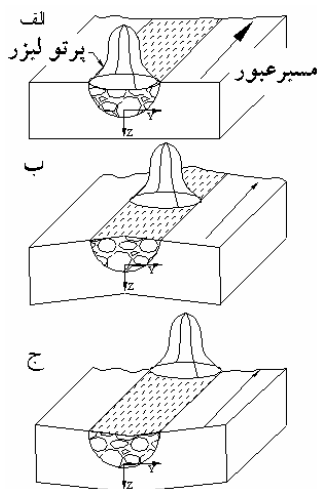
**Abstract-** In this paper an analytical model for prediction of angular deformation is presented. In this model convective heat losses and a multipoint distributed heat source is used for determination of the inherent strain zone which causes the bending angle. The effects of laser bending process parameters including laser power, beam diameter, scan velocity and pulse duration on the bending angle were investigated experimentally. Main effects of factors were considered and the regression line was derived. An L9 Taguchi's standard orthogonal array was employed as experimental design and the level of importance of the laser bending process parameters on the bending angle was determined using analysis of variance (ANOVA). Comparison of the analytical model and experimental results has shown a reasonable agreement.

**Keywords:** Laser Forming, Laser Bending, Design of Experiments (DOE), ANOVA

سازوکار مؤثر	روش گرادیان دمایی <sup>۴</sup>	روش کمانشی <sup>۳</sup>	روش کوتاه کردن <sup>۲</sup>
توزیع دما	 غیر همگن	 همگن	 همگن
شکل گیری به هنگام سرد شدن	 اختلاف تنش در سطوح	 ایجاد کمانش	 کوتاه کردن همگن
جهت های گرمایش			
نمونه کار	 خمش ورق	 عرقچین	 خمش پروقیل

شکل ۱ روشهای شکلدهی فلز با استفاده از لیزر

در شکل (۱) روشهای مختلف شکلدهی فلز با لیزر از نظر توزیع دمایی، شکل گیری در هنگام سرد شدن، مسیرهای گرمایش و شکل های ایجاد شده به صورت طرحواره ای آورده شده است [۴] و [۳]. با توجه به اینکه در این تحقیق به تدوین مدلی تحلیلی برای روش گرادیان دمایی پرداخته شده این روش به صورت طرحواره در شکل (۲) در سه مرحله ارائه شده است.



شکل ۲ مراحل خمش در روش گرادیان دمایی الف- قبل از عبور اشعه ب- در هنگام عبور و ایجاد خمش منفی<sup>۵</sup> ج- پس از عبور خمش مثبت<sup>۶</sup>

## ۱- مقدمه

بیشینه شکلدهی ورقهای فلزی با لیزر، به خمش ورقهای فلزی با استفاده از شعله یا حرارت اکسی استیلن برمی گردد. اما شکل دهی با لیزر تفاوتی اساسی با روش سنتی شکل دهی با شعله دارد. نخست آنکه لیزر شار حرارتی ثابتی را به سطح ورق وارد کرده و توانایی ایجاد درجه حرارت بسیار بالایی را در سطح فلز دارد. بنابراین در مقایسه با شعله که دمای ثابتی را به سطح قطعه کار می دهد، لیزر می تواند گرادیان دمایی مناسبی را در ورق های نازک و فلزهایی مانند مس - که ضریب هدایت حرارتی بالایی دارند - ایجاد کند. اما در شکلدهی با شعله، شار حرارتی به دمای سطح ورق بستگی داشته و دمای سطح ورق به بیش از دمای شعله نمی رسد، بنابراین ایجاد گرادیان دمایی مناسب برای خمش در فلزهای با قابلیت هدایت حرارتی بالا ناممکن است.

تفاوت مهم بعدی در قابلیت کنترل گرمایش است. قطر مقطع پرتو لیزر از دهم میلی متر تا چند سانتی متر و شار انرژی آن از چند میلی وات تا چند کیلووات است [۱]. اما کنترل شعله نسبت به لیزر مشکل تر است زیرا دمای شعله به اندازه اکسیژن و مخلوط گازهای دیگر بستگی دارد و کنترل نسبت این دو عامل دشوار است. به علاوه، قطر مقطع شعله بسیار بزرگتر از مقطع پرتو لیزر و تنظیم آن بسیار مشکل است. شکلدهی با لیزر به خلاف شکل دهی سنتی، به هیچ گونه تماس مکانیکی نیاز ندارد. به همین دلیل این روش را ابزار مجازی<sup>۱</sup> شکلدهی فلزها نام داده اند. از مزایای دیگر این روش، انعطاف پذیری سیستم و قابلیت خوب خودکارسازی در کاربردهایی مانند برش و جوشکاری است [۲].

پرتو لیزر با القای تنش های حرارتی و بدون ایجاد ذوب شدگی در سطح قطعه کار، به صورت کنترل شده ای برای ایجاد خمش به کار می رود. بنابراین تنش های داخلی ایجاد شده باعث القای کرنش پلاستیک در قطعه کار شده و این عامل موجب خمش، کوتاه شدن یا کمانش در محل برخورد پرتو می شود.

2. Upsetting Mechanism (UM)
3. Buckling Mechanism (BM)
4. Temperature Gradient Mechanism (TGM)
5. Counter Bending
6. Positive Bending

1. Virtual Tooling

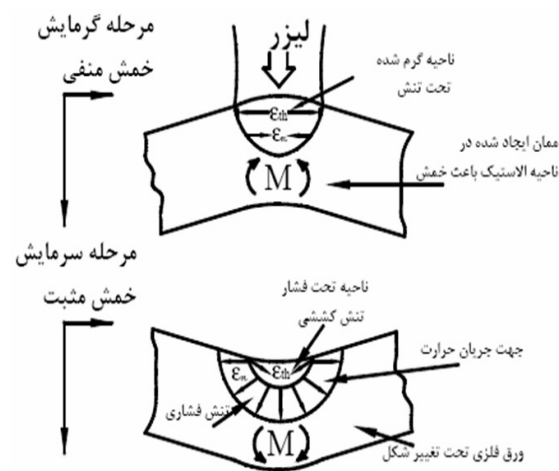
پیش‌بینی شده و رابطه برآزش برای پیش‌بینی زاویه خم ارائه شده است.

۲- تدوین مدلی تحلیلی برای فرایند شکلدهی فلزها با استفاده از لیزر

در شکل (۳) فرایند خمش با لیزر نشان داده است. بر اثر گرم شدن سطح ورق و انبساط حرارتی موضعی، خمش منفی در ورق اتفاق می‌افتد. با ادامه گرمایش، تنش فشاری افزایش یافته و بر اثر گشتاور ایجاد شده در ناحیه الاستیک، کاهش تنش سیلان در ناحیه گرم شده و با سرد شدن قطعه کار خمش مثبت به وجود می‌آید.

فرضیه‌های ساده کننده در تحلیل ترمو الاستوپلاستیک فرایند عبارتند از:

(۱) توزیع هم‌دمایی در ضخامت ورق به صورت نیم‌بیضی است.



شکل ۳ فرایند خمش با گرادیان دمایی

(۲) ورق فلزی نامحدود فرض می‌شود. این فرض در حالتی که ابعاد ورق کوچک باشد بر نتیجه فرایند تأثیرگذار بوده و باعث می‌شود که نتایج به دست آمده با مقدار واقعی اندکی تفاوت داشته باشند.

مدل‌های عددی متعددی در سالهای اخیر برای شکلدهی فلزها با استفاده از لیزر ارائه شده که از میان آنها می‌توان به الگوریتم عددی ارائه شده توسط کرسنیدی<sup>۱</sup> - که با نرم‌افزار انسیس<sup>۲</sup> انجام شده - اشاره کرد [۵]. سپس شی<sup>۳</sup> شبیه‌سازی ورقهای بزرگ را در ابعاد چند برابر کوچکتر پیشنهاد کرد [۶]. سپس یائو<sup>۴</sup> تأثیر نیروهای خارجی را بر خمش فلزها با استفاده از لیزر بررسی کرد [۷]. به تازگی تحلیل عددی کوپل حرارتی- مکانیکی<sup>۵</sup> توسط نویسندگان این مقاله با نرم‌افزار اباکس<sup>۶</sup> ارائه شده و پارامترهای مؤثر بر خمش مطالعه شده است [۸]. اما بررسی تحلیلی سازوکار گرادیان دمایی توسط ولرتسن<sup>۷</sup> با ارائه مدل تحلیلی بسیار ساده‌ای آغاز شد [۹، ۱۰]. و با فرض ورق به‌عنوان تیر ساده دو لایه توسعه یافت [۱۱]. سپس مدل‌های ارائه شده توسط یائو<sup>۸</sup> با در نظر گرفتن خمش منفی و خاصیت الاستیک ماده تکمیل شد [۱۲]. در هیچ یک از این مدل‌های تحلیلی از اندازه محدوده تحت گرمایش برای محاسبه زاویه خمش استفاده نشده است.

در کار دیگری از نویسندگان این مقاله مطالعه‌ای تجربی برای شناخت فرایند و بررسی پارامترهای مؤثر انجام شده است [۱۳]. هدف مقاله حاضر تعیین زاویه خم با استفاده از محدوده گرمایشی دارای کرنش پلاستیک است و این محدوده گرمایش از تحلیل حرارتی ارائه شده محاسبه شده و سپس در تحلیل محاسبه زاویه خم جایگذاری شده و زاویه خمش پیش‌بینی می‌شود. در ادامه با استفاده از روش طراحی آزمایش، عوامل مؤثر بر فرایند

1. Kyrzanidi
2. ANSYS
3. Shi
4. Yao
5. Couple Thermomechanical
6. ABAQUS/Standard
7. Vollertsen
8. Yau

$$\varepsilon_r = \frac{du_D}{dr} = \frac{1}{E_D} (\sigma_r - \nu_D \sigma_\theta) + \varepsilon_r^* \quad (1)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_D}{r} = \frac{1}{E_D} (\sigma_\theta - \nu_D \sigma_r) + \varepsilon_\theta^* \quad (2)$$

با توجه به فرض یکنواخت بودن فشار در اطراف قرص، رابطه (۲) به شکل زیر ساده می‌شود:

$$u_D = \left[ \frac{1}{E_D} (1 - \nu_D) \sigma_D + \varepsilon^* \right] r \quad (3)$$

جابه‌جایی شعاعی در ورق سوراخدار تحت فشار یکنواخت P با شعاع a برابر است با [۱۵]:

$$u_p = \frac{pa^2}{E_p r} (1 + \nu_p) \quad (4)$$

در فصل مشترک ( $r=a$ )، تأثیر ناحیه الاستیک بر ناحیه پلاستیک به صورت ضریب سفتی K تعریف شده، رابطه ۴ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$K = \frac{P}{u_p} = \frac{E_p}{a(1 + \nu_p)} \quad (5)$$

برای محاسبه تنش روی قرص می‌توان نوشت:

$$\sigma_D = -Ku_D \quad (6)$$

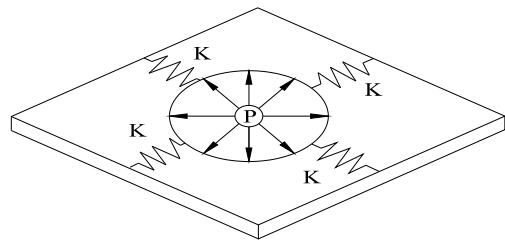
تنش در فصل مشترک قرص و ورق ( $r=a$ ) برابر است با:

$$\sigma = \frac{-\varepsilon^* aK}{1 + \frac{(1 - \nu_D)}{E_D} Ka} \quad (7)$$

تنش بیشینه در  $r=a$  که  $\sigma = \sigma_D = \sigma_P$  زمانی روی می‌دهد که دما در قرص به بیشترین مقدار خود برسد. جابه‌جایی قرص در این لحظه، مجموع کرنش الاستیک، پلاستیک و حرارتی ضربدر شعاع قرص است:

(۳) تأثیر لبه‌های ورق بر اندازه خمش در نظر گرفته نشده است. لازم است ذکر شود که سفتی ورق در هنگام رسیدن پرتو به لبه کاهش می‌یابد که این در خمش ورقهای کوچک بیشتر محسوس است.

(۴) فرایند ترموالاستو پلاستیک در منطقه‌ای کوچک و گرد به صورت متقارن اتفاق می‌افتد. ناحیه‌ای که به صورت الاستیک باقی‌مانده در هنگام انبساط و انقباض ناحیه پلاستیک از خود مقاومت نشان می‌دهد. سفتی این ناحیه که در شکل (۴) با K نشان داده شده از برابر گرفتن فشار اعمالی حاصل از انبساط محدوده تحت گرمایش با فشار یکنواخت اعمالی بر حفره در ورق نامحدود محاسبه می‌شود.



شکل ۴ مدل ناحیه الاستیک با سفتی K

(۵) افزایش دما باعث انبساط حرارتی و ایجاد ناحیه پلاستیک و کاهش دما باعث بازگشت از منطقه پلاستیک و باقی‌ماندن کرنش پسماند خواهد شد که این کرنش پسماند موجب بروز خمش می‌شود.

(۶) خمش نهایی از برابری خمشهای ناشی از کرنشهای پسماند محدوده‌های تحت گرمایش گرد که در شکل (۴) نشان داده شده محاسبه می‌شود.

### ۳- تحلیل تئوری تعیین زاویه خمش

با برابر گرفتن بارگذاری حرارتی با محدوده تحت فشار که قبلاً به آن پرداخته شد، ارتباط بین تنش و کرنش به صورت زیر است [۱۴]:

ناحیه تحت تأثیر کرنش پلاستیک اندازه خمش را تعیین می‌کند؛ بنابراین منطقه تحت تأثیر کرنش پلاستیک به صورت نیم بیضی با معادله زیر تعریف می‌شود.

$$b_z = b \sqrt{1 - \frac{1}{d^2} \left( z + \frac{g}{2} \right)^2} \quad (13)$$

که  $b_z$  عرض ناحیه کرنش پلاستیک در عمق  $z$  از ضخامت ورق است.

### ۵- محاسبه زاویه خمش

با داشتن کرنش پسماند و شرایط گرمایش مشخص، زاویه خمش حاصل از حرکت پرتو قابل محاسبه است. بر اساس فرضی‌های گفته شده و با توجه به عمود بودن پرتو لیزر بر سطح ورق، گشتاورهای خمشی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

مطابق قانون هوک و با توجه به هندسه تغییر شکل می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) = 0 \quad (14)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) = \frac{\sigma_y}{E} (1 - \nu^2)$$

اگر  $\rho$  شعاع انحنا ورق نسبت به لایه خنثی ورق باشد، نسبت به هندسه ورق تحت بار می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_y = -\frac{zd\theta}{dy} = -\frac{z}{\rho} \quad (15)$$

با توجه به روابط (۱۴) در (۱۵) و حل آن نسبت به  $\sigma_y$  داریم:

$$\sigma_y = \frac{-Ez}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{\rho} \quad (16)$$

گشتاور خمشی ایجاد شده ناشی از تنش موجود در ورق به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(\varepsilon_{eD} + \varepsilon_{pm} + \alpha T_C) a = -\frac{\sigma_{yD}}{K} \quad (8)$$

با محاسبه کرنش الاستیک قرص از رابطه هوک در لحظه‌ای که قرص به تسلیم رسیده و با جایگذاری آن در رابطه (۸) نتیجه می‌شود:

$$\left( \frac{\sigma_{yD}}{E_D} (1 - \nu_D) + \varepsilon_{pm} + \alpha T_C \right) a = -\frac{\sigma_{yD}}{K} \quad (9)$$

با توجه به این‌که در دماهای بالا، تنش تسلیم و مدول الاستیسیته بسیار کم است با قرار دادن تنش تسلیم در دمای  $T$  ( $\sigma_{yDT}$ ) در رابطه (۹) و حل آن نسبت به  $\sigma_{yDT}$  داریم:

$$\sigma_{yDT} = -\frac{(\varepsilon_{pm} + \alpha T_C)}{\frac{(1 - \nu_D)}{E_D} + \frac{1}{Ka}} \quad (10)$$

و با حل آن نسبت به  $\varepsilon_{pm}$  داریم:

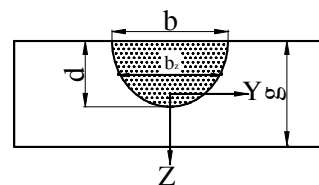
$$\varepsilon_{pm} = -\alpha T_C + \sigma_{yDT} \left[ (1 - \nu) / E_D + 1 / aK \right] \quad (11)$$

بیشینه کرنش پلاستیک را می‌توان از رابطه (۱۱) محاسبه کرد. با توجه به رفتار ماده، کرنش باقیمانده  $\varepsilon^*$  پس از سرمایه‌گذاری، از تفاضل بیشینه کرنش پلاستیک و الاستیک به دست می‌آید:

$$\varepsilon^* = -\alpha T_C + (\sigma_{yDT} + \sigma_{yD}) \left[ (1 - \nu) / E_D + 1 / aK \right] \quad (12)$$

### ۴- تعیین ناحیه کرنش پلاستیک

فرض ناحیه متأثر از کرنش پلاستیک در صفحه حرکت پرتو لیزر به صورت نیم بیضی در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل ۵ ناحیه متأثر از کرنش پلاستیک

دوم این است که اگر انرژی وارد به ورق زیاد یا سرعت عبور پرتو کم باشد، محدوده انتگرالگیری در رابطه (۲۱) متفاوت خواهد بود.

در حالت اول محدوده انتگرالگیری از  $-g/2$  تا  $g/2$  بوده و پس از انتگرالگیری، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\delta = -\frac{\nu(1-\nu^2)}{g^2} \varepsilon^* b d \left[ \nu d - \frac{3\pi}{4} g \right] \quad (22)$$

در حالت دوم محدود انتگرالگیری از  $-g/2$  تا  $g/2$  بوده و پس از انتگرالگیری، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\delta = -\frac{\nu(1-\nu^2)}{g^2} \varepsilon^* b d \left[ -\nu d \left( \left( 1 - \left( \frac{g}{d} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) - \frac{3g}{4} \left( \frac{g}{d} \sqrt{1 - \left( \frac{g}{d} \right)^2} + \sin^{-1} \left( \frac{g}{d} \right) \right) \right] \quad (23)$$

بر اساس هر دو رابطه بالا زمانی که کل ضخامت ورق دچار کرنش پلاستیک می‌شود، مقدار یکسانی برای زاویه خمش به دست می‌آید.

## ۶- تحلیل حرارتی برای تعیین ناحیه کرنش پلاستیک

در ادامه برای محاسبه پارامترهای  $b$  و  $d$  یعنی ابعاد ناحیه کرنش پلاستیک حاصل از حرارت، از تحلیل حرارتی استفاده می‌کنیم. در این تحلیل محور مختصات مطابق شکل (۷) در نظر گرفته شده و پرتو لیزر با سرعت ثابت  $v$  در امتداد محور  $x$  حرکت می‌کند. مبدأ مختصات دیگری نیز بر روی پرتو قرار گرفته و با آن حرکت می‌کند. بنابراین در هر لحظه، فاصله از مبدأ از رابطه  $x - vt = t$  محاسبه می‌شود که  $t$  طول زمان حرکت

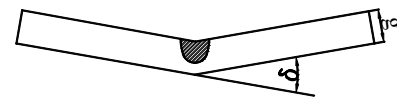
$$M = \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} \sigma_y dz = \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} \frac{-Ez}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{\rho} dz = \frac{-Eg^2}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{\rho} \quad (17)$$

اگر  $b$  بیشینه عرضی از ورق که تحت تأثیر کرنش پلاستیک و  $\delta$  اندازه خمش ورق بر حسب رادیان باشد، مطابق شکل (۶) می‌توان رابطه زیر را بین این دو نوشت

$$b = \rho \delta \quad (18)$$

با حل رابطه (۱۷) نسبت به  $\rho$  و با جایگذاری در رابطه (۱۸) داریم:

$$\delta = -b \frac{12(1-\nu^2)}{g^2} \cdot \frac{M}{E} \quad (19)$$



شکل ۶ خمش زاویه‌ای  $\delta$  در صفحه Y-Z

با توجه به این که عرض منطقه تحت تأثیر کرنش در ضخامت ورق متغیر است، بنابراین گشتاور ایجاد شده در ورق از رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود. همچنین با قرار دادن  $b_z$  از رابطه (۱۳) و  $\varepsilon^*$  از رابطه (۱۲) زاویه خمش از رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود:

$$M = E \varepsilon^* \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} \frac{b_z}{b} z dz \quad (20)$$

$$\delta = -\frac{12(1-\nu^2)}{g^2} \varepsilon^* \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} b_z z dz \quad (21)$$

با توجه به این که خمش به پارامترهای مختلفی مانند انرژی وارد به ورق و سرعت حرکت منبع لیزر بستگی دارد، دو حالت می‌تواند در فرایند روی دهد. حالت اول این است که اگر انرژی وارد به ورق کم یا سرعت عبور پرتو زیاد باشد، بخشی کمتر از ضخامت ورق تحت تأثیر کرنش پلاستیک قرار خواهد گرفت. حالت

$$q'(z) = q'(0) \cdot \sum_{n=0}^N A_n \cos\left(\frac{n\pi}{g} z\right) \quad (24)$$

که  $q'(0)$  شار حرارتی در واحد ضخامت بر روی سطح و  $N$  عدد صحیح مثبتی است. با استفاده از رابطه فوریه، تبدیل مختصات به مختصات استوانه‌ای، جداسازی متغیرها و مرتب کردن رابطه به دست آمده داریم:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{u}{2\alpha} \theta - \left(\frac{u}{2\alpha} + \frac{u}{\alpha}\right) = \left(\frac{u}{2\alpha}\right)^2 \theta \quad (25)$$

$$\frac{1}{R} \left( \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} - \left(\frac{u}{\alpha}\right)^2 R \right) = -\frac{1}{Z} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) = \lambda^2$$

با مشخص بودن جواب معادله بسل و زمانی که  $r \rightarrow \infty$  آنگاه  $I_0(w) = 0$  و توزیع دمایی به صورت زیر است:

$$T - T_\infty = \phi(\xi) \cdot [c_1 I_0(w) + c_2 k_0(w)] = \phi(\xi) \cdot [c_1 k_0(w)] \quad (26)$$

که یکی از معادلات حاصل از رابطه (۲۵) به شکل معادله بسل نوع دوم اصلاح شده مرتبه صفر است. که  $\lambda$  باید مشخص شود. مقدار  $\lambda$  از معادله دوم با اعمال شرایط مرزی محاسبه می‌شود:

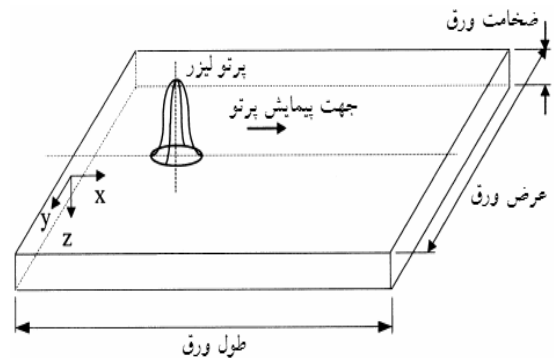
$$\theta_n = A'_n \cos\left(\frac{n\pi}{g} z\right) \cdot K \cdot \left[ \sqrt{\left(\frac{u}{2\alpha}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{g}\right)^2} r \right] \quad (27)$$

با جایگذاری جوابهای به دست آمده در رابطه (۲۶) می‌توان نوشت:

$$\theta = e^{-\frac{u}{2\alpha} \xi} \sum_{n=0}^N A'_n \cos\left(\frac{n\pi}{g} z\right) \cdot K \cdot \left[ \sqrt{\left(\frac{u}{2\alpha}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{g}\right)^2} r \right] \quad (28)$$

ضریب  $A'_n$  که در معادله توزیع دمایی ظاهر شده با ضریب  $A_n$  در سری فوریه برای شار حرارتی تفاوت

منبع تا لحظه حاضر است. تحلیل‌های حرارتی در ادامه برای مشخص کردن گرادیان دمایی و محدوده تحت گرمایش بحرانی در برای ضخامت ورق انجام شده است.



شکل ۷ طرحواره شکلهی فلز توسط لیزر و نمایش محورهای مختصات

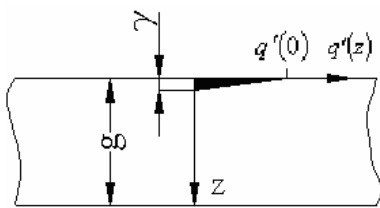
۱. تحلیل اول با در نظر گرفتن منبع دارای قدرت متغیر در برای ضخامت و بدون اتلاف حرارتی انجام شده است. در این تحلیل مسائل دوبعدی تحلیل شده، به مسائلی سه بعدی تبدیل خواهد شد.
۲. تحلیل دوم در ادامه تحلیل اول و با در نظر گرفتن اتلاف حرارتی در سطوح انجام شده است.
۳. تحلیل سوم با استفاده از منبع چند نقطه‌ای به جای منبع متمرکز انجام شده است.

## ۱-۶ استخراج معادلات منبع گرمایی با قدرت متغیر و بدون اتلاف حرارتی

بر اساس تحلیل روزنتال<sup>۱</sup>، می‌توان از منبع حرارتی با قدرت متغیری که با تابع  $q'(z)$  به صورت نوعی سری کسینوسی بین  $z = 0$  و  $z = g$  تعریف می‌شود، استفاده کرد [۱۶]:

1. Rosenthal

که کسری از ضخامت است - به صفر می‌رسد. توزیع مثلثی مزبور زمانی که تعداد مناسبی از جملات سری فوریه نگاه داشته شود می‌تواند تقریب خوبی برای حل مسأله باشد. زمانی که  $\gamma$  کم شود، دقت شار حرارتی ارائه شده بالاتر می‌رود اما تعداد جملات بیشتر، باعث افزایش زمان تحلیل می‌شد [۱۷].



شکل ۸ توزیع شار حرارتی مثلثی

لازم است ذکر شود که  $q'(z)$  باید دو جمله در بخش غیرصفر یعنی بین  $z = \gamma$  و  $z = 0$  داشته باشد تا بتوان ضرایب لازم را با حداقل دقت قابل قبولی لازم محاسبه کرد. تعداد جملات مورد نیاز برابر است با  $g/\gamma + 1$ . برای محاسبه ضریب  $A_n$  به عنوان یکی از ضرایب سری فوریه، دوطرف معادله (۲۴) را در  $\cos\left(\frac{m\pi}{g}z\right)$  ضرب کرده و انتگرال می‌گیریم:

$$\frac{q'(0)}{\gamma} \left(\frac{g}{m\pi}\right)^{\gamma} \left[\cos\left(\frac{m\pi}{g}\gamma\right) - 1\right] = q'(0) \sum_{n=1}^N A_n \left(\frac{g}{\gamma} + \frac{g}{im\pi} \sin\left(\frac{\gamma m\pi g}{g}\right)\right) + \frac{q'(0)\gamma}{\gamma} \cdot \frac{g}{m\pi} \sin(m\pi) \quad (33)$$

سپس ضرایب با توجه به مقادیر  $m$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{q'(0)}{\gamma} \left(\frac{g}{m\pi}\right)^{\gamma} \left[\cos\left(\frac{m\pi}{g}\gamma\right) - 1\right] = q'(0) A_m \cdot \frac{g}{\gamma} \quad (34)$$

$$A_m = -\frac{\gamma g}{\gamma(m\pi)^{\gamma}} \left[\cos\left(\frac{m\pi\gamma}{g}\right) - 1\right] \quad (35)$$

دارد. این ضرایب از توابع شار حرارتی با اعمال شرایط مرزی محاسبه می‌شوند:

$$-\gamma\pi rk \frac{\partial T}{\partial r} = -e^{-\frac{u}{\gamma\alpha}z} \cdot \gamma\pi k \sum_{n=1}^N A'_n \cos\left(\frac{n\pi}{g}z\right) \cdot \frac{\partial K}{\partial r} \cdot r = q'(z) \quad (29)$$

$$r \rightarrow 0$$

وقتی مؤلفه تابع بسل نوع دوم مرتبه صفر به سمت صفر میل کند، تابع به سمت بی‌نهایت میل خواهد کرد. با توجه به اینکه مشتق تابع بسل نیز چنین خاصیتی دارد، بنابراین مشتق تابع بسل در رابطه (۲۹) زمانی که  $\gamma$  به سمت صفر میل کند برابر ۱- شده و مقدار تابع نمایی به سمت ۱ میل خواهد کرد و در نتیجه داریم:

$$\gamma\pi k \sum_{n=1}^N A'_n \cos\left(\frac{n\pi}{g}z\right) = q'(0) \cdot \sum_{n=1}^N A_n \cos\left(\frac{n\pi}{g}z\right) \quad (30)$$

برای هر ضریب خواهیم داریم:

$$A'_n = q'(0) \cdot \frac{A_n}{\gamma\pi k} \quad (31)$$

و با جایگذاری رابطه فوق، توزیع دما به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T - T_{\infty} = \frac{q'(0)}{\gamma\pi k} \sum_{n=1}^N A_n \cos\left(\frac{n\pi}{g}z\right) \cdot K \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{u}{\gamma\alpha}\right)^{\gamma} + \left(\frac{n\pi}{g}\right)^{\gamma}} r\right) \quad (32)$$

که  $A_n$  از رابطه شار حرارتی (۲۴) محاسبه می‌شود.

#### ۶-۱-۱- محاسبه ضریب $A_n$

برای محاسبه ضریب  $A_n$  در سری فوریه توزیع شار حرارتی، مطابق شکل (۸) فرض می‌شود که کل شار حرارتی  $q'(0)$  بر روی سطح وارد شده و در عمق  $\gamma$



۶-۱-۲- رفتار معادلات

در حالت  $z = 0$  تمامی جملات رابطه (۳۲) مثبت بوده و باهم جمع می‌شوند، اما در سطح پایینی ورق ( $z = g$ ) جملات به صورت یک در میان مثبت و منفی بوده و جمله بعدی از جمله قبلی کوچکتر است. که این بیانگر کاهش تغییرات دمایی است. هنگامی که مؤلفه تابع بسط افزایش می‌یابد، تابع بسط به سرعت افت می‌کند و این افت به مقدار  $N$  بستگی دارد. در حقیقت می‌توان گفت که فقط دو یا سه جمله اول بیشترین تأثیر را در محاسبه تغییر دمایی دارد.

بار دیگر توزیع شار حرارتی به صورت مثلثی فرض شده و در سطح ورق  $q'(0)$  بیشترین مقدار را داشته و در ضخامت  $\gamma$  به صفر می‌رسد [۱۷]:

$$q'(z) = q'(0) \sum_{n=1}^N A_n \left[ \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] \quad (40)$$

با اعمال شرط مرزی که حاصل تغییر حرارت با توجه به فاصله و ضریب هدایت برای ناحیه کوچکی نزدیک به منبع، با شار گرمایی در آن نقطه برابر است:

$$-\frac{\partial T}{\partial r} \gamma \pi r k \rightarrow q'(z) \quad (41)$$

$$r \rightarrow 0$$

و رابطه (۳۹) برای نشان دادن افزایش دما در هر نقطه به صورت مجموعی از جملات به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$T - T_0 = e^{-\lambda v \xi} \sum_{n=0}^N A'_n \left[ \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] K_0 [\Lambda_n r] \quad (42)$$

از روابط (۴۱) و (۴۲) ارتباط بین ضرایب  $A'_n$  و ضرایب  $A_n$  برای افزایش دما در یک نقطه به صورت زیر است:

$$-e^{-\lambda v \xi} \gamma \pi k \sum_{n=1}^N A'_n \left[ \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] \frac{\partial K_0}{\partial r} r \rightarrow q'(z) \quad (43)$$

$$r \rightarrow 0$$

تابع بسط نوع دوم مرتبه صفر زمانی که متغیر آن به سمت صفر میل کند، به بی‌نهایت میل می‌کند. مشتق تابع بسط نیز چنین رفتاری دارد و با میل کردن فاصله شعاعی از منبع به صفر، مشتق تابع به  $-1$  و جمله دمایی به  $1$  خواهد می‌گراید. با اعمال شرایط مرزی رابطه بالا به صورت زیر ساده می‌شود.

۶-۲- منبع حرارتی با قدرت متغیر در برای ضخامت با در نظر گرفتن اتلاف حرارتی سطوح

با در نظر گرفتن ضرایب اتلاف حرارتی همرفتی  $h_U$  و  $h_L$ ، به ترتیب برای سطوح بالایی و پایینی، شرایط مرزی واقعی تر شده و به پیچیدگی تحلیل اضافه می‌شود:

$$k e^{-\lambda v \xi} R(r) \frac{dZ}{dz} = h_U e^{-\lambda v \xi} Z(z) R(r) \quad z = 0 \quad (36)$$

$$k e^{-\lambda v \xi} R(r) \frac{dZ}{dz} = h_L e^{-\lambda v \xi} Z(z) R(r) \quad z = g \quad (37)$$

پس از تعیین  $Z$  از رابطه (۲۵) و با استفاده از مشتق آن در سطح بالایی و پایینی ورق و جایگذاری نتایج در روابط (۳۶) و (۳۷) برای سطح بالایی ورق ( $Z = 0$ ) و سطح پایینی آن ( $Z = g$ ) داریم:

$$\tan(cg) = \frac{-(h_U + h_L)kc}{h_U h_L - k^2 c^2} \quad (38)$$

با توجه به اینکه حل تحلیلی رابطه (۳۸) ممکن نیست، ریشه‌های معادله به صورت تصویری محاسبه شده. و معادله توزیع دمایی به صورت زیر می‌شود:

$$T - T_0 = e^{-\lambda v \xi} \left[ A'_0 \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] K_0 [\Lambda_n r] \quad (39)$$

حالت توزیع شار مثلثی،  $\gamma$  برابر یک درصد از ضخامت ورق باشد، حداقل به ۱۰۱ ضریب لازم است تا دو نقطه بر روی بخش غیر صفر توزیع شار گرما وجود داشته باشد. تعداد بیشتر جملات زمان محاسبه را افزایش می‌دهد. مقادیر ضرایب  $A_n$  برای توزیع شار حرارتی و تغییر دما، از حل دستگاه معادلات خطی ایجاد شده توسط جایگزینی مقادیر  $Z$  در سری فوریه نمایانگر توزیع شار حرارتی به دست می‌آیند:

$$q'(z) = q'(\cdot) \sum_{n=1}^N A_n \left[ \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] \quad (47)$$

مقدار  $\gamma$  نه تنها مقدار  $q'(\cdot)$  بلکه تعداد جملات شار حرارتی را مشخص می‌کند. انتخاب مقدار مناسب باعث کم شدن تعداد معادلات نیز خواهد شد:

حداقل دو نقطه باید در محدوده  $Z = \gamma$  و  $Z = 0$  وجود داشته باشد یا به بیانی دیگر باید تعداد  $a$  جمله برای توزیع شار حرارتی به کار رود. اگر  $N$  برابر  $g/\gamma$  تعریف شود به  $N+1$  جمله نیاز است. همچنین  $N+1$  ضریب  $A_n$  از دستگاه معادلات خطی باید محاسبه شود و به  $M+1$  معادله برای مشخص کردن  $N+1$  ضریب نیاز است که  $M=N$ . این معادلات به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$z_n = \left(\frac{g}{N}\right)n \quad (n = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (48)$$

$$A_{m,1} \mu_{m,1} + A_{m,2} \mu_{m,2} + \dots + A_{m,i} \mu_{m,i} + \dots + A_{m,N} \mu_{m,N} = q'(z_m) \quad (49)$$

$$\mu_{m,i} = \cos(c_{m,i} z_m) + \frac{h_U}{c_{m,i} k} \sin(c_{m,i} z_m) \quad (50)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_{1,1} & \mu_{1,2} & L & \mu_{1,N} \\ \mu_{2,1} & \mu_{2,2} & L & \mu_{2,N} \\ M & M & M & M \\ \mu_{M,1} & \mu_{M,2} & L & \mu_{M,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ M \\ A_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q'(z_1) \\ q'(z_2) \\ M \\ q'(z_M) \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$2\pi k \sum_{n=1}^N A_n' \left[ \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] = q'(z) \quad (44)$$

به کمک روابط (۴۰) و (۴۴) رابطه بین ضرایب  $A_n'$  و  $A_n$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A_n' = \frac{q'(\cdot)}{2\pi k} A_n \quad (45)$$

ارتباط بین ضرایب در رابطه (۳۹) جایگزین می‌شود، بنابراین محاسبه تغییرات دمایی در هر نقطه از ورق فلزی با منبع گرمایی متحرک و با مقادیر مختلف ضرایب همرفتی در دو سطح به صورت زیر انجام می‌شود:

$$T - T_\infty = \frac{q'(\cdot)}{2\pi k} e^{-\lambda_n z} \sum_{n=1}^N A_n \left[ \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] K_0[\Lambda_n r] \quad (46)$$

### ۶-۲-۱- ضرایب $A_n$

$c_n$  بدون در نظر گرفتن اتلاف حرارتی برابر  $n\pi/g$  است. جملات کسینوسی و سینوسی در رابطه توزیع شار حرارتی و تغییر دمایی همواره متعامد بوده و این تعامد استفاده از انتگرال سری فوریه را برای محاسبه ضرایب  $A_n$  در توزیع شار حرارتی میسر می‌کند و در نتیجه با تعداد کم ضرایب، دقت نسبتاً بالایی به دست می‌آید. اما در حالتی که ضرایب اتلاف حرارتی در نظر گرفته شده متعامد نبودن جملات سینوسی و کسینوسی باعث ناکارآمدی روش انتگرالگیری در به دست آوردن ضرایب شده و ضرایب باید با استفاده مستقیم از توزیع شار حرارتی محاسبه شوند. از آنجا که توزیع حرارتی فرض شده فقط در درصد کوچکی از ضخامت مخالف صفر است، بنابراین به تعداد زیادی از ضرایب برای رسیدن به سری فوریه‌ای با دقت بالا نیاز است. برای مثال چنانچه در

توزیع شده به جای شار متمرکز مناسبتر است. مقادیر شار در این چند نقطه توزیع شده، با توجه به پروفیل شار حرارتی محاسبه می‌شود.

### ۳-۱- منبع گرمایی توزیع شده چند نقطه ای

در حالت استفاده از منبع گرمایی توزیع شده چند نقطه‌ای دما در هر نقطه متأثر از مجموع اثر تک تک منابع گرمایی بوده و معادله (۶۶) بصورت زیر به دست می‌آید:

(۵۲)

$$T - T_\infty = \sum_{i=1}^{NUM} \frac{q'(0)_i}{\sqrt{\pi k}} e^{-\lambda_i(x-x_s)} \sum_{n=1}^N A_n \left[ \cos(c_n z) + \frac{h_U}{c_n k} \sin(c_n z) \right] K_i [\lambda_n r]$$

NUM تعداد منابع گرمایی،  $q'(0)_i$  شار گرمایی محاسبه شده از توزیع گوسی،  $x_s$  و  $y_s$  موقعیت منابع گرمایی،  $r$  فاصله از مبدأ محور  $y - \xi$  در هر لحظه به صورت  $r = \sqrt{[(\xi - x_s)^2 + (y - y_s)^2]}$  و  $\xi$  به صورت  $\xi = x - x_s - ut$  است.

## ۷- آزمایشهای تعیین پارامترهای مؤثر بر

### خمش ورقهای فلزی با لیزر

#### ۷-۱- تجهیزات ونحوه انجام آزمایشها

در این آزمایشها از ورق فولاد کم کربن (ST-۱۲) استفاده شده که مشخصه‌های حرارتی و مکانیکی آن در جدول (۱) آورده شده است. برای انجام آزمایشهای شکلدهی فلز با لیزر از لیزر پالسی Nd:YAG نوع "IQL-۱۰" با بیشینه توان ۴۰۰ W استفاده شده است. گازهای محافظ استفاده شده در آزمایشها شامل آرگون و نیتروژن بود. همچنین به منظور حرکت نمونه‌ها از میز XYZ کنترل شده با کامپیوتر استفاده شد.

با افزایش N، جمله کسینوسی در حل معادلات اهمیت بیشتری می‌یابد که ناشی از افزایش سریع  $c_n$  و کاهش اهمیت جمله سینوسی است. پس از حل معادلات  $A_n$  محاسبه می‌شود که می‌تواند برای توزیع شار حرارتی و تغییرات دمایی به کار رود.

#### ۶-۲- رفتار تحلیل

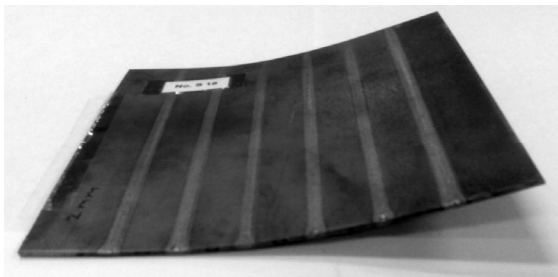
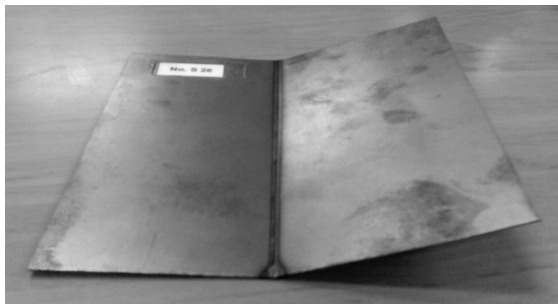
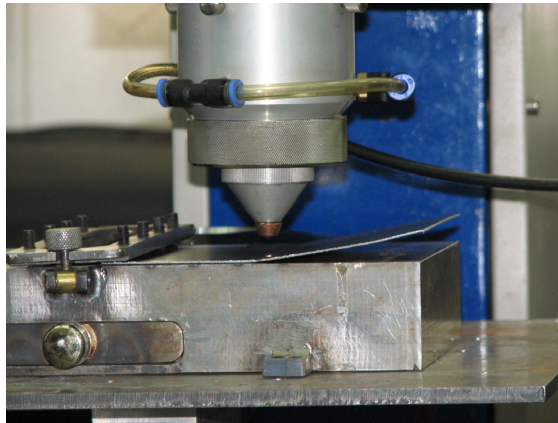
اگر اتلاف حرارتی وجود داشته و  $c_n$  به صورت عددی محاسبه شده، باشد همیشه بزرگتر از زمانی است که اتلاف حرارتی در تحلیل ملحوظ نشده باشد. مقدار بزرگ  $c_n$  هم جمله مثلثاتی و هم جمله مربوط به تابع بسل را تحت تأثیر قرار داده و جمله کسینوسی نیز کاهش می‌یابد. زمانی که  $c_n$  افزایش می‌یابد در نتیجه کاهش کلی در تغییرات دمایی خواهیم داشت. اختلاف بین  $c_n$  نیز در چند جمله اول ظاهر می‌شود.

$c_n$  بیشترین تأثیر را از ضرایب اتلاف حرارتی می‌گیرد و افزایش مؤلفه تابع بسل سریعاً کاهش می‌یابد و با توجه به اینکه  $c_n$  همواره بزرگتر از حالتی است که ضرایب اتلاف حرارتی در نظر گرفته نشده باشد، بنابراین مؤلفه تابع بسل همیشه بزرگتر از حالت قبل خواهد بود و از این رو مقدار تابع بسل نسبت به جمله متناسب خود کوچکتر شده و مقدار افزایش دما کوچکتر خواهد بود.

#### ۶-۳- منبع گرمایی توزیع شده

در تحلیل‌های قبلی منبع حرارتی به صورت متمرکز فرض شده بود و تأثیر انتقال حرارت به صورت همرفت بررسی شد. اما منبع حرارتی لیزر منبع حرارتی توزیع شده‌ای است که می‌تواند مدهای مختلف و قطرهای متفاوتی داشته باشد. بنابراین برای به دست آوردن توزیع دمایی با دقت بالاتر، استفاده از توزیع شار حرارتی

دستگاه چند نقطه از دوطرف قسمتهای خم شده را اندازه گیری کرده و با عبور دادن خط راستی از هر سه نقطه در دوطرف مسیر خم، زاویه بین این دو خط اندازه گیری شده و زاویه خمش به دست آمده است.



شکل ۹ دستگاه لیزر مورد استفاده و نمونه‌ای از قطعات شکل داده شده

چنانچه فرایند شکلدهی با لیزر، به دو بخش دوبعدی و سه بعدی تقسیم شود، در این تحقیق فرایند شکلدهی با لیزر، به صورت دوبعدی مدنظر بوده است. در شکلدهی

جدول ۱ مشخصه‌های حرارتی و مکانیکی AISI ۱۰۱۰ [۱۸] و [۱۹].

T °C	k $Wm^{-1}K^{-1}$	$C_p$ $JKg^{-1}K^{-1}$	$Wm^{-2}K^{-1}$	
			$h_u$	$h_{down}$
۰	۵۱/۹	۴۵۰		
۱۰۰	۵۱/۱		۷/۶۴۵۷۷	۳/۸۲۲۴۲
۲۰۰	۴۹	۵۱۹	۹/۰۴۴۹۵	۴/۵۲۲۴۸
۳۰۰	۴۶/۱	۵۵۷	۱۰/۰۸۶۳	۵/۰۴۳۱۵
۴۰۰	۴۲/۷	۵۹۹	۱۰/۳۳۵۶۴	۵/۱۶۷۸۲
۵۰۰	۳۹/۴	۶۶۲	۱۰/۵۲۵۶۳	۵/۲۶۲۸۲
۶۰۰	۳۵/۶	۷۴۹	۱۰/۷۳۶۹۱	۵/۳۶۸۴۵
۷۰۰	۳۱/۸	۸۴۶	۱۰/۸۹۴۷۰	۵/۴۴۷۳۵
۸۰۰	۲۶	۹۵۰	۱۱/۰۰۰۲	۵/۵۰۰۱۰
۱۰۰۰	۲۷/۲		۱۱/۱۷۴۴	۵/۵۸۷۲۲
۱۵۰۰	۲۹/۷	۴۰۰		

T °C	$\sigma_y$ (MPa)	E(GPa)	$\alpha(10^{-6}/^{\circ}C)$
۰	۲۹۰	۲۰۰	۱۰
۱۰۰	۲۶۰	۲۰۰	۱۱
۳۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۱۲
۴۵۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۳
۵۵۰	۱۲۰	۱۱۰	۱۴
۶۰۰	۱۱۰	۸۸	۱۴
۷۲۰	۹/۸	۲۰	۱۴
۸۰۰	۹/۸	۲۰	۱۴
۱۲۰۰	-	۲	۱۵

پس از انجام آزمایشها برای اندازه گیری زاویه از دستگاه CMM با دقت ۰/۰۰۱ میلی متر استفاده شد. زیرا زاویه خمش قطعات کوچک بود. برای آنکه بتوان با دستگاه CMM زاویه قطعات را اندازه گیری کرد، پراب

موجود است. برای آزمایش مورد نظر آرایه‌های استاندارد L9, L16, L18 قابل انتخاب است که آرایه L9 در جدول شماره ۳ آورده شده است.

جدول (۳) از جایگزین کردن مقادیر سطوح هر عامل به جای شماره سطوح آن در جدول (۲) به دست آمده است. هدف از طراحی آزمایش به دست آوردن آرایه متعادل است که دقیقاً مشخص می‌کند که در هر آزمایش، عوامل در چه سطحی باید در نظر گرفته شوند. سطرها شماره انجام آزمایش و ستونها سطوح عوامل را نشان می‌دهند [۲۰].

جدول ۳ آرایه متعادل تاگوچی

شماره	P	S	V	D	P	S	V	D	درجه $\Theta$
۱	۱	۱	۱	۱	۲۰۰	۲	۲	۷	۱/۰۹
۲	۱	۲	۲	۲	۲۰۰	۳	۲/۵	۹	۱/۲۳
۳	۱	۳	۳	۳	۲۰۰	۴	۳	۱۱	۱/۲۱
۴	۲	۱	۲	۳	۲۳۰	۲	۲	۱۱	۱/۴۰
۵	۲	۲	۲	۳	۲۳۰	۳	۲/۵	۷	۱/۲۴
۶	۲	۳	۳	۳	۲۳۰	۴	۳	۹	۱/۶۵
۷	۳	۱	۲	۳	۲۶۰	۲	۲	۹	۱/۴۹
۸	۳	۲	۲	۳	۲۶۰	۳	۲/۵	۱۱	۱/۹۷
۹	۳	۳	۳	۳	۲۶۰	۴	۳	۷	۱/۶۱

### ۳-۲- تحلیل داده‌ها

#### ۳-۲-۱- تأثیر فاکتورها و تعامل آنها با زاویه

##### خمش متوسط

نمودار تأثیر اصلی عوامل و نمودار تأثیر تعاملات عوامل می‌تواند برای ترسیم طرح استنتاجی اولیه‌ای در باره تأثیر عوامل و تعاملات آنها به کار رود. این نمودارها در شکل‌های (۱۰) الف، ب، ج، د به ترتیب نشان داده شده است. شکل (۱۰) الف نشان می‌دهد که پارامتر توان لیزر تأثیر مهمی بر خمش فلز با لیزر دارد. از شکل ارائه شده می‌توان دریافت که توان لیزر نسبت مستقیمی با زاویه

دوبعدی، ورق فقط در یک برای خم می‌شود تا به شکل مطلوب برسد. در شکل (۹) نمونه‌هایی از قطعات شکل داده شده به صورت دوبعدی با استفاده از لیزر نشان داده شده است.

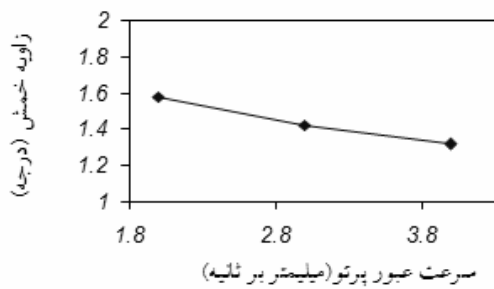
### ۲-۲- طراحی آزمایشها

پارامترهایی که در این آزمایشها تأثیر آنها بر میانگین خمش ورقهای فلزی بررسی شده شامل توان لیزر، قطر پرتو لیزر، سرعت عبور پرتو لیزر و عرض پالس لیزر است. طراحی آزمایشها به روش تاگوچی و انتخاب آرایه استاندارد از طریق تعیین درجه آزادی آزمایش انجام شده است. بنابراین اولین گام مشخص کردن تعداد عوامل، سطوح آنها و تعیین تعاملات بین آنها است. عوامل در نظر گرفته شده در این تحقیق و سطوح آنها در جدول (۲) آورده شده است. درجه آزادی آزمایش با مجموع درجه آزادی عوامل و تعاملات بین آنها برابر است. درجه آزادی هر عامل برابر تعداد سطوح آن منهای یک است و درجه آزادی تعامل دو عامل برابر است با حاصل ضرب درجات آزادی آن دو عامل مطابق جدول (۲) تعداد درجات آزادی این آزمایش بدون در نظر گرفتن تعامل بین عوامل برابر ۸ است [۲۰] و [۲۱].

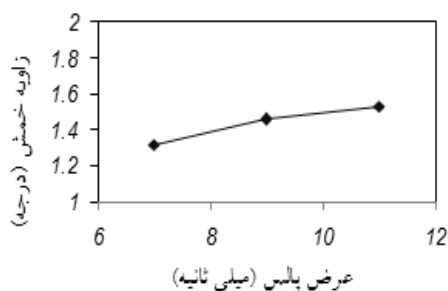
جدول ۲ عوامل یا پارامترهای فرایند و سطوح (مقادیر) آنها

عوامل		سطح اول	سطح دوم	سطح سوم
A	توان لیزر (W)	۲۰۰	۲۳۰	۲۶۰
B	قطر پرتو (mm)	۲	۲/۵	۳
C	سرعت عبور پرتو (mm/s)	۲	۳	۴
D	عرض پالس (ms)	۷	۹	۱۱

تعداد آرایه‌های استاندارد آزمایش باید بیشتر از ۸ باشد. این آرایه‌های استاندارد در مراجع "طراحی آزمایش"



شکل ۱۰ ج تأثیر سرعت حرکت پرتو لیزر بر متوسط زاویه خمش

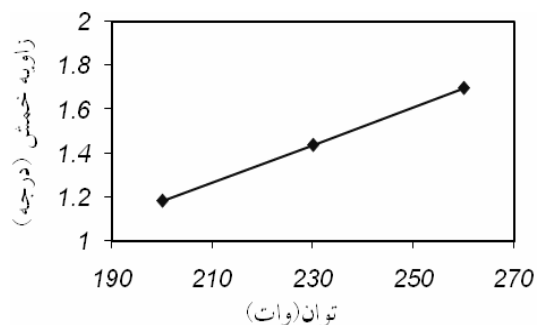


شکل ۱۰ د تأثیر عرض پالس بر متوسط زاویه خمش

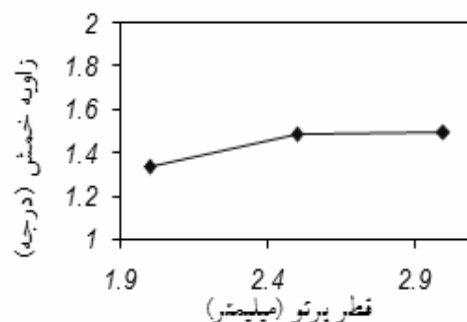
نمودارهای شکل‌های (۱۰) الف، ب، ج، د برای نتیجه‌گیری قطعی به کار نمی‌روند و نمودارهای دقیقی نیستند. به منظور غلبه بر این مشکل از تحلیل واریانس<sup>۱</sup> به‌طور گسترده‌ای توسط محققان استفاده می‌شود. تحلیل واریانس پرکاربردترین تحلیل برای بررسی اثر عوامل بر روی فرایند است. این تحلیل با فرض گوسی بودن توزیع خطا و استقلال آن و ثابت بودن واریانس، به آزمون فرضیه<sup>۲</sup> تهی<sup>۳</sup> با استفاده از مقدار  $P$  می‌پردازد. لذا منطقی است که قبل از به‌کارگیری این تحلیل، فرضیه‌های این روش در مورد داده‌های آزمایشی این تحقیق بررسی شود. گوسی بودن توزیع خطا از روی نمودار احتمال مقادیر باقیمانده که در شکل (۱۱) آورده شده، بررسی می‌شود.

1. Analysis of Variance (ANOVA)
2. Null Hypothesis
3. P-Value

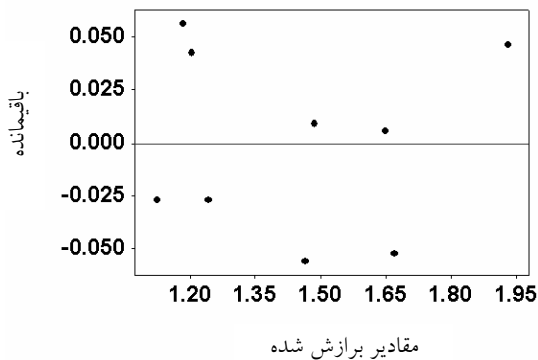
خمش دارد. به بیانی دیگر با افزایش توان لیزر، زاویه خمش افزایش می‌یابد. شکل (۱۰) ب تأثیر قطر پرتو لیزر را بر زاویه خمش نشان می‌دهد. چنان که دیده می‌شود که با افزایش قطر پرتو لیزر، نرخ افزایش زاویه خمش کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به شکل (۱۰) ج می‌توان دید که افزایش سرعت عبور پرتو لیزر باعث کاهش زاویه خمش می‌شود. علت کاهش زاویه خمش، مسأله توزیع گرادیان دمایی یا شار حرارتی وارده است. به بیانی دیگر هرچه سرعت عبور پرتو بیشتر باشد، متوسط انرژی تابیده شده کمتر و در نتیجه زاویه خمش کمتر می‌شود. شکل (۱۰) د تأثیر عرض پالس را بر زاویه خمش نشان می‌دهد با افزایش عرض پالس انرژی وارده به ورق بیشتر شده و اندازه خمش افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰ الف تأثیر توان لیزر بر متوسط زاویه خمش



شکل ۱۰ ب تأثیر قطر پرتو بر متوسط زاویه خمش



شکل ۱۲ نمودار مقادیر باقیمانده در برابر مقادیر برازش شده

جدول ۴ جدول تحلیل واریانس برای زاویه خمش

P	F	Adj MS	Adj SS	Seq SS	DF	
۰/۰۳۷	۳۵۶/۶۸	۰/۱۹۸۱	۰/۳۹۶	۰/۳۹۶	۲	توان لیزر
۰/۰۹۵	۵۴/۶۴	۰/۰۳۰۳	۰/۰۶۰	۰/۰۵۱	۲	قطر پرتو
۰/۰۷۳	۹۲/۶۴	۰/۰۵۱۴	۰/۱۰۲	۰/۱۰۱	۲	سرعت عبور
۰/۰۸۷	۶۶/۲۲	۰/۰۳۶۷	۰/۰۷۳	۰/۰۷۳	۲	عرض پالس
		۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱	خطا
				۰/۶۲۴	۹	مجموع

از جدول (۴) نتیجه می‌شود که به ترتیب توان لیزر، قطر پرتو، سرعت حرکت، عرض پالس و قطر پرتو لیزر بیشترین تأثیر را بر زاویه خمش ورق فلزی دارند.

### ۲-۳-۲- تحلیل رگرسیون

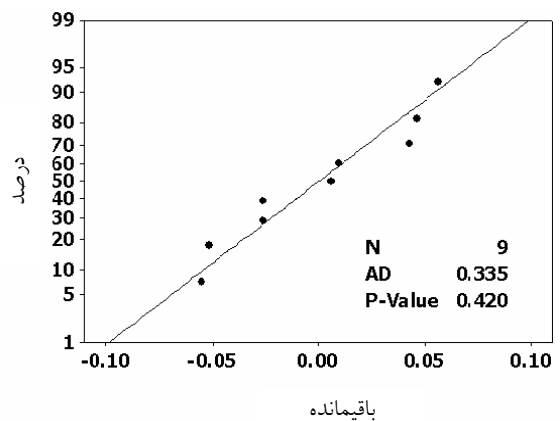
تحلیل برازش چندگانه برای یافتن رابطه‌ای بین پارامترها و زاویه خمش ورق فلزی انجام شد. با توجه به تحلیل واریانس، چند جمله‌ای مرتبه اول گزینه مناسبی بود. معادله برازش براساس عوامل جدول (۲) به شکل زیر ارائه شد:

$$S = 0.163 P + 0.0856 A - 0.03 + 0.0538 D + 0.130 V$$

جدول (۵) جدول تحلیل واریانس برای تحلیل برازش است. این جدول نشان می‌دهد که مدل تخمینی برازش

پراکندگی توزیع نقاط اطراف خط مورب نشان دهنده گوسی بودن توزیع مقادیر باقیمانده یا همان خطاها است. علاوه بر آن مقدار آماری اندرسون دارلینگ<sup>۱</sup> و مقدار P که مقادیر عددی آزمون گوسی بودن توزیع را در اختیار می‌گذارند، بر روی نمودار آورده شده است. بزرگتر بودن P از مقدار بازه اطمینان (که در این تحقیق ۰/۰۵ در نظر گرفته شده) نشان می‌دهد که خطا توزیع گوسی دارد. دو فرض دیگر نیز از روی نمودار مقادیر باقیمانده در برابر مقادیر برازش شده شکل (۱۲) بررسی می‌شود. پیروی نکردن از ساختاری مشخص توسط نقاط نمودار، ثابت بودن واریانس و مستقل بودن آن را نشان می‌دهد.

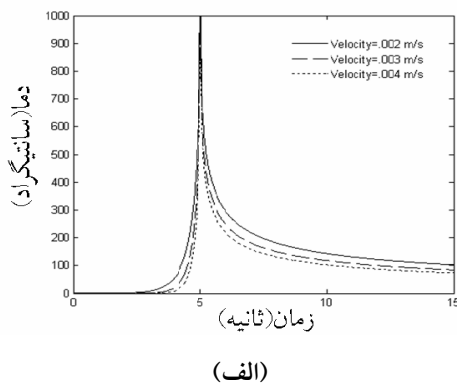
اکنون که صحت فرض‌های بالا اثبات شد، می‌توان به نتایج تحلیل واریانس که در جدول (۲) آورده شده اعتماد کرد. در این جدول، DF درجه آزادی، Seq SS مجموع مربعات متوالی، Adj SS مجموع مربعات تنظیم شده و Adj MS میانگین مربعات تنظیم یافته است [۲۰]. اطمینان در این تحقیق برابر ۹۵٪ انتخاب شده است؛ بنابراین P-value کمتر از ۰/۰۵ نشان‌دهنده آن است که پارامتر متناظر تأثیری معنادار بر خمش خطی با لیزر دارد.



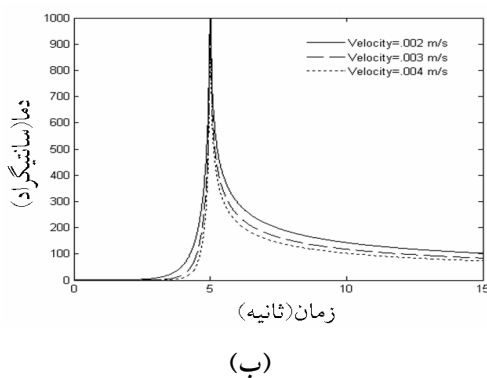
شکل ۱۱ نمودار احتمال گوسی مقادیر باقیمانده

1. Anderson-Darling (AD)

در ادامه مقایسه، شکل (۱۴) لف و ب تأثیر اتلاف حرارتی همرفتی سطوح را در حالتی که ضخامت ورق برابر  $4\text{mm}$ ، سرعت منبع گرمایی برابر  $2\text{mm/s}$  و شار گرمایی برابر  $600\text{J/s}$  با موقعیت یکسان و با ضرایب اتلاف حرارتی  $h_l = 5\text{W}/\text{m}^2\text{k}$  و  $h_u = 10\text{W}/\text{m}^2\text{k}$  برای سطوح بالایی و پایینی باشد نشان می‌دهد. با توجه به مطالب بخش ۶-۲-۲ اختلاف محسوسی بین دو تحلیل ارائه شده وجود ندارد. در نتیجه می‌توان گفت تأثیر اتلاف حرارتی بسیار ناچیز بوده و شکلهای با لیزر به علت انتقال حرارت رسانش در ورق فلزی انجام می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۱۴ تاریخچه زمان-دما بر روی سطح فوقانی ورق با منبع متحرک و سرعت‌های مختلف الف- بدون اتلاف حرارتی در سطح ورق ب- با اتلاف حرارتی همرفتی در سطح ورق

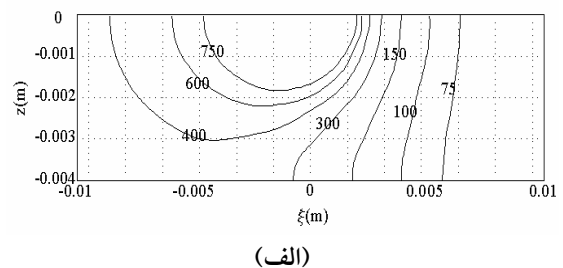
در سطح اطمینان ۰.۵، معنا دار است. این بدان معنا است که حداقل یکی از ضرایب مستقل از صفر است [۲۰].

جدول ۵ جدول تحلیل واریانس برای تحلیل برازش

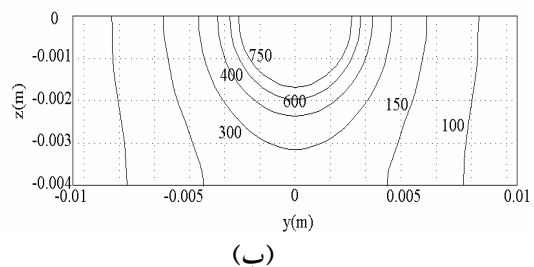
P	F	MS	SS	DF	
۰/۰۰۲	۴۲/۲۰	۰/۱۵	۰/۶۰	۴	رگرسیون
		۰/۰۰	۰/۰۱	۴	باقیمانده خطا
			۰/۶۲	۸	مجموع

## ۸- بررسی نتایج و ارزیابی مدل تحلیلی تدوین شده

شکل (۱۳) تغییرات دمایی را برای شار حرارتی برابر  $600\text{J/s}$  و سرعت عبور منبع برابر  $2\text{mm/s}$  و ضخامت برابر  $4\text{mm}$  در ضخامت ورق نشان می‌دهد. که نتایج حاصل از تحلیل اول بوده و اتلاف حرارتی به صورت همرفتی در آن در نظر گرفته نشده است.



(الف)

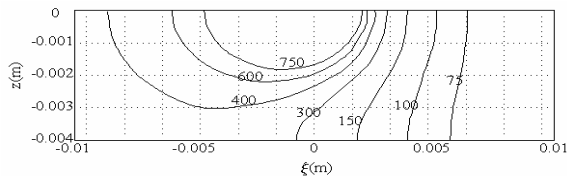


(ب)

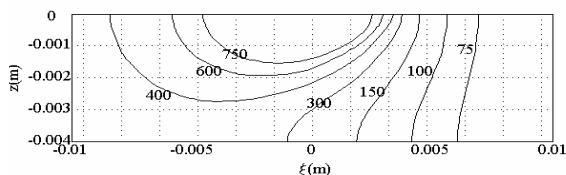
شکل ۱۳ گرایان دمایی در ضخامت ورق با منبع متحرک (الف) در مقطع طولی (ب) در مقطع عرضی



در ادامه، شکل (۱۵) و (۱۶) مقایسه توزیع دمایی را در مقطع  $\xi-Z$  و  $\eta-Z$  در دو حالت بدون اتلاف حرارتی و با اتلاف حرارتی همرفت نشان می‌دهد. و باز بیانگر آن است که تأثیر اتلاف حرارتی به صورت همرفت بسیار کم است.

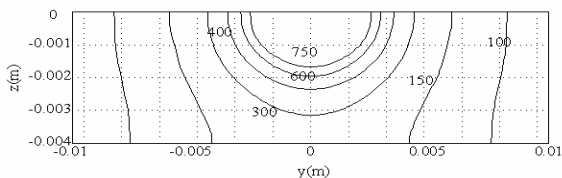


(الف)

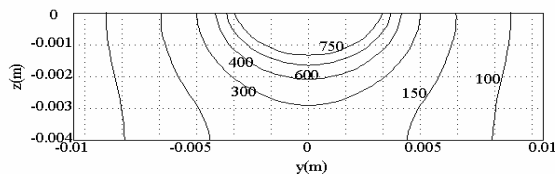


(ب)

شکل ۱۷ گرادیان دمایی در ضخامت ورق با منبع متحرک در مقطع عرضی الف) منبع حرارتی یک نقطه‌ای با اتلاف حرارتی در سطح ورق ب) منبع حرارتی چند نقطه‌ای با اتلاف حرارتی همرفتی در سطح



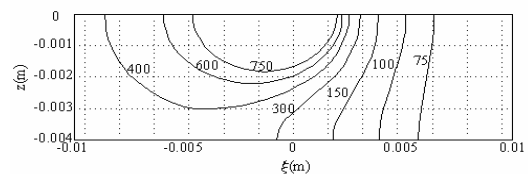
(الف)



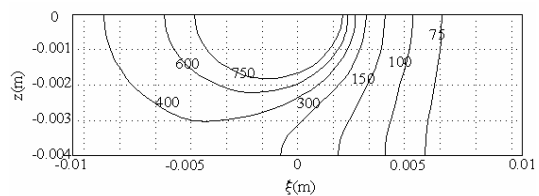
(ب)

شکل ۱۸ گرادیان دمایی در ضخامت ورق با منبع متحرک در مقطع عرضی الف) منبع حرارتی یک نقطه‌ای با اتلاف حرارتی در سطح ورق ب) منبع حرارتی چند نقطه‌ای با اتلاف حرارتی همرفتی در سطح ورق

همچنین اگر مقایسه‌ای بین رابطه (۳۲) و (۴۶) انجام شود تأثیر اتلاف حرارتی سطحی با اضافه شدن جمله سینوسی و ضریب  $h_u/c_n k$  که تأثیر مستقیمی از شرایط مرزی را به تحلیل وارد می‌کند آشکار می‌شود. با توجه به اینکه  $h_u/c_n k$  کم است، تأثیر زیادی بر تحلیل نیز نخواهد داشت.

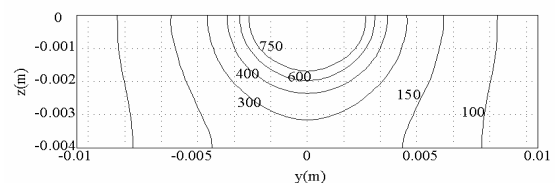


(الف)

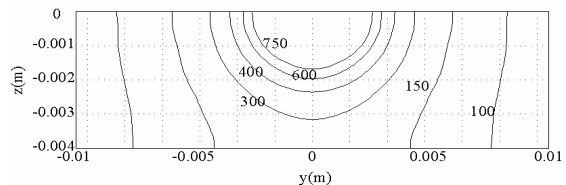


(ب)

شکل ۱۵ گرادیان دمایی در ضخامت ورق با منبع متحرک در مقطع طولی الف) بدون اتلاف حرارتی در سطح ورق ب) با اتلاف حرارتی همرفتی در سطح ورق

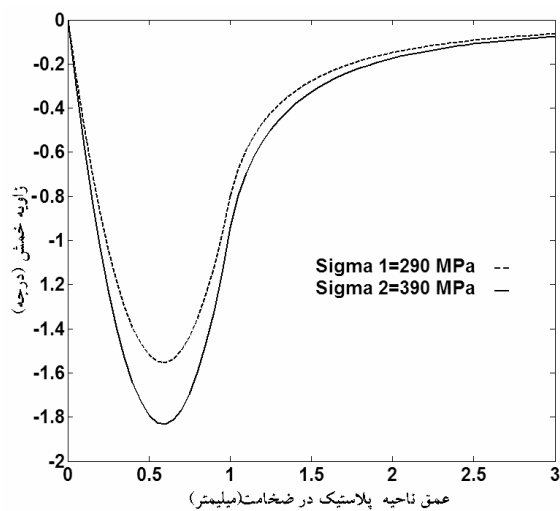


(الف)

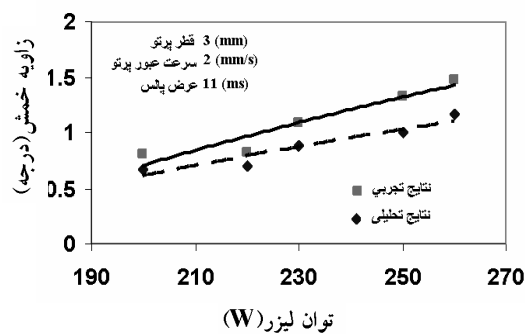


(ب)

شکل ۱۶ گرادیان دمایی در ضخامت ورق با منبع متحرک در مقطع عرضی الف) بدون اتلاف حرارتی در سطح ورق ب) با اتلاف حرارتی همرفتی در سطح ورق



شکل ۲۰ تأثیر استحکام اولیه ورق بر زاویه خمش ورق فلزی به منظور ارزیابی درستی مدل‌های تحلیلی ارائه شده، نتایج به دست آمده از روش تحلیلی سوم با نتایج حاصل از آزمایشهای تجربی مقایسه شده است.



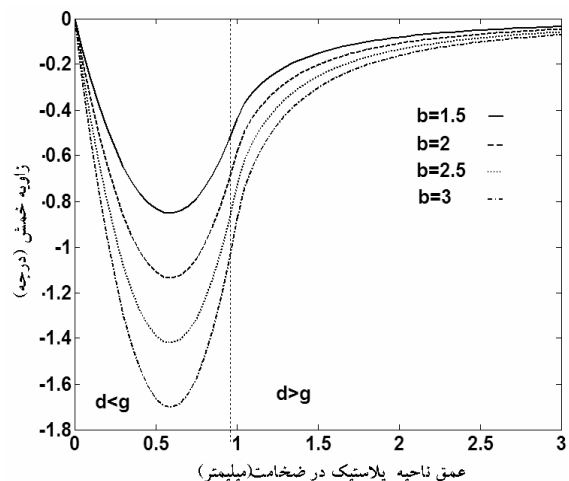
شکل ۲۱ مقایسه داده‌های مدل تحلیلی و تجربی

مقایسه داده‌های مدل تحلیلی و تجربی در شکل (۲۱) تطابق نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد.

## ۹- نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی زاویه خم ارائه شده است. در مدل ارائه شده از منبع حرارتی توزیع شده با

شکل (۱۷) الف و ب توزیع دمایی در مقطع  $y-z$  در سطح بالایی ورق با ضخامت  $4\text{ mm}$  را - که سرعت حرکت منبع برابر  $2\text{ mm/s}$  و شار حرارتی برابر  $600\text{ J/s}$  است - برای منبع متمرکز و توزیع شده نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۱۸) ب اندازه‌های  $d$  و  $b$  که در تحلیل مکانیکی مورد نیاز است قابل محاسبه است. قطر پرتو لیزر، توان لیزر (انرژی وارده)، سرعت عبور پرتو و ضریب هدایت رسانش ماده از جمله پارامترهای مؤثر بر اندازه این ناحیه است. پس از به دست آوردن اندازه ناحیه و قرار دادن در تحلیل مکانیکی، زاویه خمش محاسبه می‌شود. در شکل (۱۹) تأثیر اندازه‌های مختلف این ناحیه بر زاویه خمش بررسی شده است. می‌توان گفت که پیشینه زاویه خمش زمانی اتفاق می‌افتد که هنوز عمق ناحیه پلاستیک برابر با ضخامت ورق نباشد. همچنین با توجه به شکل (۲۰) می‌توان دید که هرچه استحکام فلز بیشتر باشد، زاویه خمش ایجاد شده کوچکتر خواهد بود.



شکل ۱۹ تأثیر عرض ناحیه کرنش پسماند ورق بر زاویه خمش ورق فلزی

ضخامت ورق	$g$	در نظر گرفتن اتلاف حرارتی همرفتی در سطح ورق برای
ضریب سفتی معادل	$K$	مشخص کردن محدوده تحت گرمایشی که موجب خمش
ضریب رسانش	$k$	می شود استفاده شده است. می توان گفت که بیشینه زاویه
دما	$T$	خمش زمانی اتفاق می افتد که هنوز عمق ناحیه پلاستیک
دمای اولیه	$T_0$	برابر با ضخامت ورق نباشد هرچه استحکام فلز بیشتر
دمای بحرانی	$T_C$	باشد، زاویه خمش با لیزر کمتر خواهد بود.
سرعت	$u$	در ادامه، تأثیر پارامترهای فرایند بر زاویه خمش ورق
افزایش شعاع بر اثر فشار	$u_p$	فلزی به صورت تحلیلی، تجربی و تجربی-آماري بررسی و

### ۱۱- منابع

- [1] F. Vollertsen. "Forming, Sintering and Rapid Prototyping." Handbook of the Eurolaser Academy, Vol. 2. Schuöcker, D (Editor), Chapman & Hall,; pp. 357-453,1998.
- [2] K. G. Watkins, S. P. Edwardson, J. Magee, G. Dearden, P. French "Laser Forming of Aerospace Alloys" AMTC, Seattle, Society of Automotive Engineers, Paper Number 2001-01-2610, September 2001.
- [3] S. P. Edwardson, K. G. Watkins, G. Dearden, J. Magee "3D LASER FORMING OF SADDLE SHAPES" LANE 2001, Erlangen, 28 -31 August, pp 559 - 568, 2001.
- [4] J. Magee, K.G. Watkins & W.M. Steen, 'Advances in Laser Forming', Journal of Laser Applications, 10, 6, 1998.
- [5] Kyrsanidi A K, Kermanidis T B and Pantelkis S G (1999) Numerical and Experimental Investigation of the Laser forming process, Journal of Materials Processing Technology, 87:281-290.
- [6] Y. Shi, H. Shen, Z. Yao "Application of similarity theory in the laser forming process" Computational Materials Science Volume 37, September 2006, Pages 323-327.
- [7] Z. Yao, H. Shen "Numerical study on laser forming of metal plates with pre-loads" Computational Materials Science Volume 40, July 2007, Pages 27-32.

از تحلیل واریانس برای تحلیل نتایج آزمایشها استفاده شد. پارامترهایی که به ترتیب بیشترین تأثیر را بر زاویه خمش ورق فلزی دارند به شرح زیر است:

(۱) توان لیزر (۲) سرعت حرکت پرتو لیزر (۳) عرض پالس (۴) قطر پرتو لیزر

رابطه همبستگی بین عوامل و زاویه خمش ورق فلزی را می توان از تحلیل برازش استخراج کرد.

### ۱۰- فهرست علائم

ضریب نفوذ حرارتی	$\alpha$
ضریب انبساط حرارتی	$\alpha'$
زاویه خمش	$\delta$
کرنش الاستیک و پلاستیک	$\epsilon_e, \epsilon_{pm}$
کرنشهای شعاعی، مماسی و پسماند	$\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon^*$
تنشهای شعاعی و مماسی	$\sigma_r, \sigma_\theta$
شعاع انحنا	$\rho$
تنش تسلیم	$\sigma_Y$
تنش تسلیم در ناحیه پلاستیک	$\sigma_{YD}$
تنش تسلیم در ناحیه پلاستیک	$\sigma_{YDT}$
ضریب پواسون در ناحیه قرص	$\nu_D$
عرض ناحیه پلاستیک	$b$
عرض ناحیه پلاستیک در عمق z	$b_z$
عمق ناحیه پلاستیک	$d$
مدول الاستیسیته قرص	$E_D$

- [15] S. P. Timoshenko and J. N. Goodier. Theory of Elasticity. McGraw-Hill, New York, third edition, 1970.
- [16] D. Rosenthal, "The theory of moving sources of heat and its application to metal Treatments" Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 68(1):849-866, January 1946.
- [17] F. B. Hildebrand. "Advanced Calculus for Applications". Prentice Hall, London, 1962.
- [18] S. Brown and H. Song "Finite element simulation of welding of large structures" Journal of Engineering for Industry, 114(4):441-451, 1992.
- [19] ASM Metals Handbook, ASM International, 10th Ed. (1990).
- [20] D.C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments, John Wiley & Sons, 2000.
- [21] H.M. Raymond, E.W. Ronald, Probability and Statistics for Engineers and Scientists, Macmillan Publishing Co., Inc., New York, 1978.
- [8] M. Hoseinpour Gollo, H. Moslemi Naeini, G.H. Liaghat "A numerical and experimental study of sheet metal bending by pulsed Nd: YAG laser with doe method" Proceedings of AMPT Conference, pp. 150, 2008.
- [9] F. Vollertson. "Mechanisms and Models for Laser Forming", Proceedings of LANE'94, pp. 345-359, 1994.
- [10] F. Vollertsen, "An analytical model for laser bending," Lasers Eng. 2, pp. 261-276, 1994.
- [11] F. Vollertsen, M. Rodle, "Model for the Temperature Gradient Mechanism of laser Bending," Proceedings of the LANE'94, Vol. 1, pp. 371 – 378, 1994.
- [12] C. L. Yau, K. C Chan, W. B. Lee, "A New Analytical Model for Laser Bending," Proceedings of the LANE'97, Vol. 2, pp. 357-366, 1997.
- [13] M. Hoseinpour Gollo, H. Moslemi Naeini, G.H. Liaghat "An experimental study of sheet metal bending by pulsed Nd:YAG laser with DOE method" International Journal of Material Forming, Springer 2008(In press).
- [14] K. Satoh, T. Terasaki, Effect of welding conditions on welding deformations in welded structural materials. Journal of the Japanese Welding Society, 45(4):302-308, 1976.