مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 14، ص‌ص 69-78

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مدل بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب در مقابل نوک ترک مواد اورتوتروپیک

محمدحسین صبور[1]، مهدی فکور[2*]، نبی مهری خوانساری[3]

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، دانشکده علوم و فنون نوین، تهران
2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، دانشکده علوم و فنون نوین، تهران
3- دانشجوی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، دانشکده علوم و فنون نوین، تهران
* تهران، صندوق پستی 14395-1561، mfakoor@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 06 خرداد 1393
پذیرش: 22 تیر 1393
ارائه در سایت: 19 مهر 1393

کلید واژگان:
خواص مکانیکی
ناحیه آسیب
مواد اورتوتروپیک
میکروترک

چکیده

فرآیند شکست قطعات اورتوتروپیک، عموماً با پیدایش ناحیه‌ای تحت عنوان ناحیه آسیب (ناحیه فرآوری شکست) در نوک ترک همراه است. تعیین خواص مکانیکی این ناحیه، می‌تواند به پیش‌بینی میزان و یا حتی جهت رشد ترک موجود در قطعات اورتوتروپیک کمک کند. این ناحیه شامل انبوهی از میکروترک‌ها است که به دلایل متعدد، تحلیل و بررسی فرآیند شکست در این‌گونه مواد را بسیار دشوار کرده است و از طرفی باعث نوعی مقاومت در ناحیه آسیب می‌شود که این عامل نیز می‌تواند در بهبود خواص شکست ماده تأثیرگذار باشد. تاکنون مدل‌هایی به منظور تعیین خواص مکانیکی این ناحیه ارائه‌شده است اما به دلیل پیچیدگی‌های بسیار زیاد این ناحیه، نتایج حاصله به درستی مبین رفتار این ناحیه نبوده است. ضمناً مدل‌های موجود با روش‌های نوین تجربی و عددی مقایسه و صحت‌سنجی نشده است. در تحقیق حاضر مدلی جدید بر مبنای نتایج تجربی و عددی به منظور بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب در مواد اورتوتروپیک ارائه شده است. این مدل برخلاف مدل‌های پیشین می‌تواند با ارائه یک بازه برای مدول الاستیسیته، خواص مکانیکی این ناحیه را برای حالت وجود یا عدم وجود برهم‌کنش بین میکروترک‌ها تخمین بزند. همچنین به منظور کارایی بیشترِ مدل ارائه شده، این مدل با روش‌های تجربی و عددی مقایسه و صحت‌سنجی شد.

A model for investigation of damaged zone mechanical properties in crack tip vicinity of orthotropic materials

Mohammad Hosein Sabour ,Mahdi Fakoor*, Nabi Mehri Khansari

Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
*P.O.B. 1561-14395 Tehran, Iran, mfakoor@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 May 2014
Accepted 13 July 2014
Available Online 11 October 2014

Keywords:
Mechanical properties
damaged zone
orthotropic materials
micro crack

ABSTRACT

Fracture phenomenon in orthotropic materials is generally associated with damaged zone (fracture process zone) in crack tip vicinity. Determination of mechanical properties in this region can help predict the value or even the direction of crack growth in orthotropic materials. This area contains a multitude of micro cracks which cause difficulties in analytical process of the region and also cause resistance in damaged zone that can affect the material fracture properties. So far, several models have been proposed to determine the mechanical properties of this region, however the results have not demonstrated the behavior of this region properly because of its immense complexity. Moreover, the existence methods have not been verified with new experimental and numerical data, yet. In the present research, a new approach based on experimental and numerical results is proposed to investigate the orthotropic damaged zone properties. This model, unlike previous models, can determine the mechanical properties of this region for the presence or absence of micro-cracks interaction among them by offering a range for effective elasticity modulus. For better efficiency the proposed model was also validated and compared with experimental and numerical results.

1- مقدمه

امروزه مواد اورتوتروپیک و شبه شکننده (اعم از چوب، بتن و کامپوزیت‌ها) کاربرد گسترده‌ای در صنایع مختلف دارند. در نواحی اطراف نوک ترک قطعات اورتوتروپیک در فرآیند شکست، ناحیه‌ای تحت عنوان ناحیه آسیب[1] پدید می‌آید که این ناحیه در مواد شبه شکننده[2] به ناحیه فرآوری شکست[3] معروف است. به موادی شبه شکننده گفته می‌شود که خواص دوگانه داشته باشند به نحوی که نه می‌توان آن‌ها را شکننده[4] و نه چکش‌خوار[5] دانست.

1- Damage zone

2- Quasi brittle
3- Fracture process zone(FPZ)
4- Brittle
5- Ductile

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M. H. Sabour ,M. Fakoor*, N. Mehri Khansari, A model for investigation of damaged zone mechanical properties in crack tip vicinity of orthotropic materials, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 14, pp. 69-78, 2015 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

این ناحیه در اطراف نوک ترک ایجاد شده و عموماً شامل تعداد بی‌شماری میکروترک در بستر ماده‌ای چسبنده است که هر کدام از آن‌ها می‌توانند جهت‌گیری خاصی نسبت به افق داشته باشند. در مواد ایزوتروپیک[1] و چکش‌خوار، عمدتاً این منطقه به صورت یک ناحیه پلاستیک در نواحی نوک ترک ظاهر می‌شود، اما در قطعات غیر ایزوتروپیک[2]، عموماً این ناحیه شامل میکروترک‌هایی است که به دلیل اتلاف انرژی توسط آن‌ها، مقاومت ماده در مقابل رشد ترک افزایش می‌یابد و همین امر باعث عدم تخریب ماده به صورت ناگهانی می‌شود.

وجود انبوه میکروترک‌ها در ناحیه آسیب، باعث بروز رفتاری پیچیده توسط این ناحیه شده است به نحوی که تاکنون برآورد صحیحی از خواص مکانیکی این ناحیه صورت نپذیرفته است. همچنین، در اکثر روش‌های مرسوم، مدول الاستیسیته مواد جامد میکروترک‌دار بر مبنای مفهوم میدان مؤثر یا متوسط مؤثر[3] تخمین زده می‌شود و به ندرت سایر روش‌ها، مورد توجه قرار می‌گیرد. در این مفهوم، با اتخاذ یک المان حجمی از ماده، مدول الاستیسیته مواد جامد میکرورترک‌دار بررسی می‌شود. حال بسته به اینکه چگالی میکروترک در المان انتخابی به چه صورت باشد، مدل‌های مختلفی به منظور تبیین مدول الاستیسیته ارائه شده است. در حالتی که چگالی میکروترک‌ها در ناحیه آسیب کم است، مدل تیلور (که به طور کامل برهم‌کنش میکروترک‌ها را نادیده می‌گیرد) می‌تواند یک روش ساده اما مؤثر به منظور تعیین مدول الاستیک مؤثر باشد [1].

اما هنگامی‌که در ناحیه آسیب، برهم‌کنش ضعیفی از میکروترک‌ها داشته باشیم، می‌توان به منظور محاسبه مدول الاستیک مؤثر از روش‌های دیگری مانند روش‌های خود سازگار[4] [2-3]، روش موری تاناکا[5] [4-5]، روش دیفرانسیلی[6] [6]، روش جامع خود سازگار[7] [7-9]، روش خود سازگار مؤثر[8] [10] و روش‌های دیگر که بر مبنای مفهوم میدان مؤثر یا متوسط مؤثر هستند استفاده کرد. روش‌های معمول ذکر شده، اگرچه برهم‌کنش میکروترک‌ها را تا حد مطلوبی بررسی می‌کنند اما با چند استثناء، تقریباً در همه موارد از محل دقیق و جهت‌گیری آن‌ها غفلت می‌شود.

بنابراین، کاربرد این روش‌ها به موادی محدود می‌شود که در آن‌ها میکروترک‌ها از لحاظ آماری دارای توزیع یکنواخت بوده و ماده تحت بار و یا جابه‌جایی یکنواخت قرار داشته باشد [11].

در هر صورت، محاسبه خواص مکانیکی واقعی ناحیه آسیب به منظور پیش‌بینی رشد ترک و استحکام باقی‌مانده در قطعه هنوز به صورت یک مسئله حل نشده باقی‌مانده است. در مدل‌های تیلور، کراجسینویک و فنلا [13-12] یک تئوری ساختاری و میکرومکانیکی برای مواد شکننده تحت کشش ارائه دادند. ضعف تئوری‌های پیشین در نادیده گرفتن اثر متقابل میکروترک‌های موجود در ناحیه آسیب، فنگ و همکاران را بر آن داشت تا با ارائه مدل ناحیه رشد میکروترک‌ها برای مواد شکننده در سال 1995 بتوانند ناحیه آسیب را تحت بارگذاری‌های مختلف بررسی کنند [15،14].

سوماراک، کراجسینویک [16] و جوولی [17] در سال‌های به ترتیب 1987 و 1991مدل‌های خود سازگار را برای مواد شکننده و تحت بارگذاری کششی و فشاری توسعه دادند. اخیراً گوهری و همکاران با استفاده از روش انرژی، خواص مکانیکی ناحیه آسیب‌دیده در نوک ترک موجود در یک قطعهٔ چوبی را استخراج کردند [18].

به هر حال، شاید بتوان تفاوت روش‌های ارائه‌شده به منظور بررسی مدول الاستیسیته مؤثر را در عوامل زیر جستجو کرد:

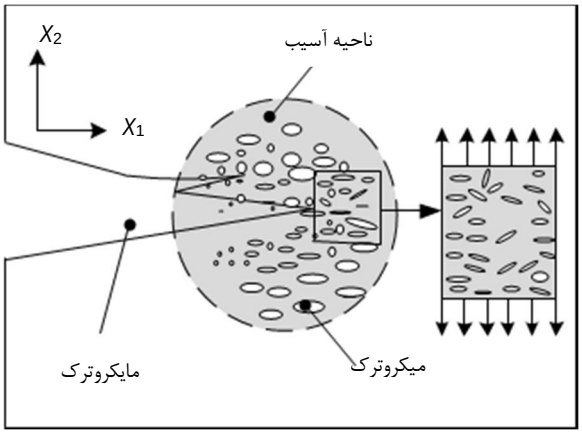
- تنش و کرنش اعمال‌شده به قطعه
- المان حجمی معرف[9]
- میزان جابه‌جایی عمود و موازی میکروترک
- توجه به موقعیت و جهت‌گیری میکروترک‌ها در المان حجمی معرف
- برهم‌کنش بین میکروترک‌های موجود در المان حجمی معرف
- شکل و اندازه میکروترک‌ها
- و اینکه میکروترک‌ها در چه بستری رشد می‌کنند.

هدف از این مطالعه، ارائه کردن یک مدل به منظور محاسبه خواص مکانیکی ناحیه آسیب در نوک ترک بر مبنای آزمایش‌های تجربی است. به این ترتیب که با اتخاذ یک المان حجمی معرف از نوک ترک مواد اورتوتروپیک، خواص مکانیکی ناحیه آسیب محاسبه شد(شکل1).

1-1- مرور تئوری مسئله

شاید بتوان موری و تاناکا را پیشگامان عرصه بررسی ناحیه آسیب دانست. ایشان در سال 1972 روابطی به منظور بررسی خواص مکانیکی ماده جامد میکروترک‌دار ارائه دادند. این روابط بر مبنای نادیده گرفتن اثر برهم‌کنش میکروترک‌ها ارائه شده بود. این روش اگرچه اثر برهم‌کنش میکروترک‌ها را نادیده می‌گرفت اما تا حد زیادی خواص مکانیکی ماده را پیش‌بینی کرد. شاید علت این امر در آن باشد که حضور میکروترک‌ها هیچ‌گونه تأثیری بر روی تنش میانگین درون ماده ندارد [4].

کمی بعد یعنی در سال1976 بودیانسکی و همکاران روشی تحت عنوان روش خود سازگار را ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از روش انرژی، خواص مکانیکی ناحیه آسیب‌دیده در نوک ترک موجود در یک قطعهٔ غیر ایزوتروپیک را بر حسب پارامتر چگالی میکروترک تخمین زدند [2]. در این روش برخلاف سابق، شکل میکروترک‌ها به دو صورت دایره‌ای و بیضوی باریک در نظر گرفته می‌شد و خواص مکانیکی ناحیه آسیب اعم از مدول الاستیسیته، مدول برشی و چگالی میکروترک در هر دو حالت تخمین زده شد. بدین ترتیب برای



شکل 1 ناحیه آسیب‌دیده ناشی از پیدایش و رشد میکروترک در ماده

1- Isotropic
2- Anisotropic
3- Effective medium or effective field
4- Self-consistent(SCM)
5- Mori-Tanaka(MTM)
6- Differential scheme(DS)
7- Generalized self-consistent method(GSCM)
8- Effective self-consistent method(ESCM)
9- Representative volume element (RVE)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

حالتی که میکروترک‌ها دایره‌ای باشند خواص مکانیکی به صورت رابطه (1) برآورد می‌شود[2]:

$$\frac{\bar{G}}{G} = 1 - \frac{32}{45}\frac{(1-\bar{\nu})(5-\bar{\nu})}{(2-\bar{\nu})}w$$
$$\frac{\bar{E}}{E} = 1 - \frac{16}{45}\frac{(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{(2-\bar{\nu})}w$$
$$w = \frac{45}{16}\frac{(\nu-\bar{\nu})(2-\bar{\nu})}{(1-\bar{\nu}^2)[10\nu-\bar{\nu}(1+3\nu)]} \quad (1)$$

که در آن، $\bar{E}$، $\bar{G}$، w و $\bar{\nu}$ به ترتیب مدول الاستیسیته (یا مدول یانگ مؤثر)، مدول برشی، چگالی میکروترک و ضریب پواسن جسم آسیب‌دیده (یا ضریب پواسن مؤثر) و E، G و ν به ترتیب مدول الاستیسیته، مدول برشی و ضریب پواسن جسم سالم می‌باشند. این روش اگرچه تا حد زیادی خواص‌مکانیکی ناحیه آسیب را پیش‌بینی می‌کرد، اما به دلیل نادیده گرفتن اثر برهم‌کنش میکروترک‌ها، با نتایج تجربی سازگاری کمتری داشت. پس از آن در سال 1987 روش چگالی محدود میکروترک[1] توسط هاشین ارائه شد [6]. این روش مدول الاستیسیته ماتریس ایزوتروپیک ورق‌های اورتوتروپیک را زمانی که میکروترک دایره‌ای یا بیضی شکل داشته باشیم، تعیین می‌کند. خواص مکانیکی ناحیه آسیب به روش دیفرانسیلی به صورت رابطه (2) محاسبه می‌شود[6]:

$$\frac{\bar{E}_D}{E} = \left(\frac{\bar{\nu}_D}{\nu}\right)^{10/9}\left(\frac{3-\nu}{2-\bar{\nu}_D}\right)^{1/9}$$
$$\frac{\bar{G}_D}{G} = \frac{\bar{E}_D}{E}\left(\frac{1+\nu}{1+\bar{\nu}_D}\right)$$
$$\bar{w} = \frac{5}{8}\ln\left(\frac{\nu}{\bar{\nu}_D}\right) + \frac{15}{64}\ln\left(\frac{1-\bar{\nu}_D}{1-\nu}\right) + \frac{45}{128}\ln\left(\frac{1+\bar{\nu}_D}{1+\nu}\right) + \frac{5}{128}\ln\left(\frac{3-\bar{\nu}_D}{3-\nu}\right) \quad (2)$$

که در آن، $\bar{E}_D$، $\bar{G}_D$ و $\bar{\nu}_D$ به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته، مدول برشی و ضریب پواسون جسم آسیب‌دیده در تئوری دیفرانسیلی هستند که در آن، اندیس D نشان‌دهنده پارامتر آسیب در تئوری دیفرانسیلی است. همان طور که ذکر شد، در این روش از جهت‌گیری میکروترک‌ها، برهم‌کنش بین آن‌ها و موقعیت آن‌ها صرف‌نظر شد که این فرض نادرست است.

در سال 1994، هانگ و همکاران مدلی تحت عنوان ترک-ماتریکس-کامپوزیت[2] برای مواد جامد میکروترک‌دار ارائه دادند. این مدل برخلاف مدل‌های قبلی، تأثیر برهم‌کنش ضعیف میکروترک‌ها را روی مدول الاستیک مواد جامد میکروترک‌دار بررسی می‌کرد و چون این مدل، اصلاح‌شده روش خود سازگار است بعضاً به روش خود سازگار توسعه‌یافته یا اصلاح‌شده نیز معروف است. در این روش، فرمول‌های ارائه‌شده برای حالتی بود که ماده دارای میکروترک‌هایی با شکل دایره و تونلی (بیضوی) شکل و دارای توزیع یکنواخت باشند. همچنین، تفاوت بین مدل ترک-ماتریکس-کامپوزیت و مدل‌هایی که در آن از برهم‌کنش میکروترک‌ها صرف‌نظر شده است، در میزان توان چگالی میکروترک به نحوی بیان شد که توان چگالی میکروترک زمانی که میکروترک‌های دایره شکل داریم، 2/5 و زمانی که میکروترک‌های تونلی شکل داریم، 2 باشد [9].

در هر صورت، خواص مکانیکی ناحیه آسیب در این مدل به‌صورت رابطه (3) تخمین زده شد[9]:

$$\frac{\bar{E}_{Gsc}}{E} = \left[1 + \frac{16(1-\nu^2)(10-3\nu)w}{45(2-\nu)} + D_E(\nu)w^{-5/2}\right]^{-1}$$
$$\frac{\bar{G}_{Gsc}}{G} = \left[1 - \frac{32(1-\nu)(5-\nu)w}{45(2-\nu)} + D_G(\nu)w^{-5/2}\right]^{-1} \quad (3)$$

که در آن، $\bar{E}_{Gsc}$، $\bar{G}_{Gsc}$ و w به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته، مدول برشی، چگالی میکروترک جسم آسیب‌دیده در تئوری هانگ و همکاران هستند. همچنین، $D_E(\nu)$ و $D_G(\nu)$ دو تابع بر حسب ضریب پواسون ماتریس آسیب‌ندیده هستند و سایر پارامترها مشابه رابطه (1) تعریف می‌شوند. برای مثال می‌توانند مقادیری به شرح ذیل داشته باشند:

$D_E(0.2) = 1.45 \quad D_E(0.3) = 1.43 \quad D_E(0.4) = 1.35$

$D_G(0.2) = 1.03 \quad D_G(0.3) = 0.93 \quad D_G(0.4) = 0.80$

و $\bar{E}_{Gsc}$ و $\bar{G}_{Gsc}$ به ترتیب مدول الاستیسیته و برشی ماده آسیب دیده بر اثر وجود میکروترک است.

در سال 1996، روش تیلور یا روش چگالی محدود میکروترک[3] توسط کراجسینویک ارائه شد. این روش ساده، زمانی استفاده می‌شود که چگالی میکروترک‌ها در ماده و به تبع آن برهم‌کنش بین میکروترک‌ها کم است. اما به دلیل همین نقص ذاتی (نادیده گرفتن برهم‌کنش بین میکروترک‌ها) کاربرد آن محدود شد چرا که نتایج آن با نتایج تجربی هم‌خوانی نداشت[19].

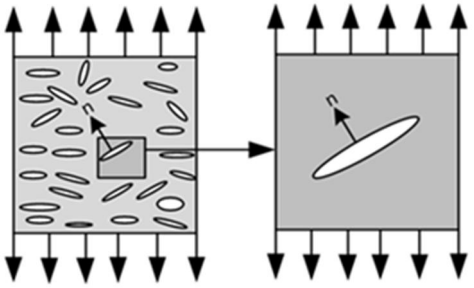
طبق رابطه (4) داریم:

$$\frac{\bar{E}_T}{E} = \left[1 + \frac{16(1-(\nu)^2)(10-3\nu)w}{45(2-\nu)}\right]^{-1}$$
$$\frac{\bar{G}_T}{G} = \left[1 + \frac{32(1-\nu)(5-\nu)w}{45(2-\nu)}\right]^{-1} \quad (4)$$

که در آن، $\bar{E}_T$ و $\bar{G}_T$ به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته و مدول برشی جسم آسیب‌دیده در تئوری تیلور است که در آن، اندیس T نشان‌دهنده پارامتر آسیب در تئوری تیلور است.

به طور کلی، در روابط فوق اندیس‌های T، Gsc و D به ترتیب نشان‌دهنده روش‌های تیلور، خود سازگار توسعه‌یافته و روش دیفرانسیلی است. سه سال بعد، یعنی در سال 2000 فنگ و همکاران با تکیه بر اصول روش‌های چگالی محدود میکروترک و خود سازگار، روش چگالی محدود اصلاح‌شده را ارائه دادند [20] که در آن فرض شد ماده جامد ایزوتروپیک وجود دارد که به واسطه حضور میکروترک‌ها تضعیف شده است.

این تئوری ابتدا برای میکروترک‌های دایره‌ای به‌کاربرده شد ولی بعدها میکروترک‌هایی با شکل بیضوی نیز مورد استفاده قرار گرفت. مبنای این تئوری، روش چگالی محدود میکروترک است که تا حد امکان، معایب این روش برطرف شده است. در این تئوری، یک المان حجمی‌معرف مطابق شکل در نظر گرفته شد که در آن n بردار عمود بر سطح میکروترک است(شکل2).



شکل 2 المان حجمی معرف به‌منظور بررسی ماده تضعیف شده با میکروترک

1- Differential scheme(DS)
2- Crack-matrix-composite(CMC)
3- dilute concentration method(DCM)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

فنگ مدول مؤثر ناحیه آسیب را به صورت رابطه (5) محاسبه کرد[20]:

$$\frac{E}{E^{\mathrm{m}}} = \left[1 + \frac{16(1-(\nu)^2)(10-3\nu)w}{45(2-\nu)(1-\xi w^{\eta})}\right]^{-1}$$
$$\frac{G}{G^{\mathrm{m}}} = \left[1 + \frac{32(1-\nu)(5-\nu)w}{45(2-\nu)(1-\xi w^{\eta})}\right]^{-1}$$
$$\frac{\nu}{\nu^{\mathrm{m}}} = \frac{1}{\nu}\left[(1+\nu)\frac{E}{E^{\mathrm{m}}}\frac{G^{\mathrm{m}}}{G} - 1\right]$$
$$= \frac{E}{E^{\mathrm{m}}}\left[1 + \frac{16(1-(\nu)^2)w}{45(2-\nu)(1-\xi w^{\eta})}\right] \qquad (5)$$

که در آن، η و ξ دو پارامتر قابل تنظیم و توان m نشان‌دهنده جسم بدون میکروترک است. همچنین، W پارامتر عددی چگالی میکروترک است.

روش فنگ و همکاران توانست تا حد زیادی خواص ناحیه آسیب را تخمین بزند اما ذکر این نکته ضروری به نظر می‌رسد که اصولاً در این روش، توزیع مناسب میکروترک‌ها و موقعیت قرارگیری آن‌ها در نظر گرفته نشد.

موقعیت میکروترک‌ها از این منظر دارای اهمیت است که به طور مثال برای بررسی ناحیه فرآروی شکست[1]، میکروترک‌های نزدیک به لبه ترک رشد سریع‌تری نسبت به سایر میکروترک‌ها دارند. بر این اساس می‌توان، تابع توزیع چگالی میکروترک‌ها را در ناحیه آسیب به صورت رابطه (6) مطرح کرد[20]:

$$P_{\alpha}(a,\theta,\varphi) = \frac{1}{2\pi}\delta_{\mathrm{D}}(\theta-\theta_{\alpha})\delta_{\mathrm{D}}(a-a_{\alpha}) \qquad (6)$$

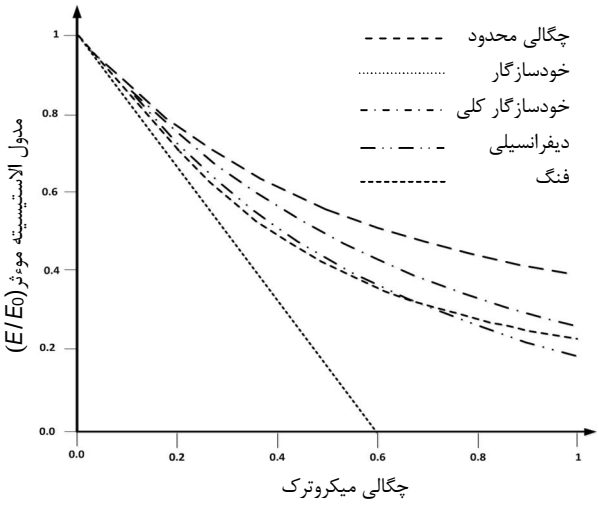
که در آن δ_{D}، تابع دلتای دیراک است که به دلیل خواص ذاتی، این تابع به درستی نشان‌دهنده توزیع زاویه و اندازه میکروترک‌ها نیست. مقادیر θ و a به ترتیب نشان‌دهنده زاویه و اندازه میکروترک است که اندیس α نشان‌دهنده α امین میکروترک است. در شکل3 تئوری‌هایی که تاکنون در حوزه محاسبه خواص مکانیکی ماده مطرح‌شده است با یکدیگر مقایسه شدند.

همان‌طور که از شکل برمی‌آید، تا میزان چگالی میکروترک حدوداً 0/4، نتایج مدول الاستیسیته تئوری خود سازگار (علی‌رغم عدم لحاظ تأثیرات برهم‌کنش بین میکروترک‌ها) مشابه سایر روش‌ها است ولی بعد از این مقدار، مدول الاستیسیته با رابطه‌ای خطی کاهش می‌یابد.

2- مدل‌سازی رفتار ناحیه آسیب با توزیع تصادفی میکروترک

2-1- تانسور نرمی مؤثر

اگر حجم (v) از میکروترک ناحیه آسیب مواد اورتوتروپیک را در المان



شکل3 مقایسه مدول یانگ مؤثر تئوری‌های مطرح شده

1- Fracture process zone(FPZ)

حجمی‌معرف در نظر بگیریم (به گونه‌ای که تعداد کل میکروترک‌ها را با N نشان دهیم). در این صورت به منظور بیان موقعیت میکروترک‌ها از دو سیستم مختصات کلی[2] و محلی[3] استفاده می‌شود(شکل4).

در این صورت، تانسور نرمی مؤثر(S) و تانسور سفتی(L) به‌صورت رابطه (7) تعریف می‌شود [20]:

$$\bar{\varepsilon} = S:\sigma^{\infty}$$
$$\bar{\sigma} = L:\varepsilon^{\infty} \qquad (7)$$

که در آن، $\bar{\varepsilon}$ (ε^{∞}) و $\bar{\sigma}$ (σ^{∞}) به ترتیب نشان‌دهنده کرنش وارده به المان معرف حجمی (کرنش ناحیه آسیب) و تنش وارده به المان معرف حجمی (تنش ناحیه آسیب) است. به همین ترتیب، تانسور نرمی کلی بر اساس تئوری چگالی محدود میکروترک می‌تواند به صورت رابطه (8) بیان شود [20]:

$$S = s^{0} + s^{c} \qquad (8)$$

که در آن، s^{0} و s^{c} به ترتیب به تانسور نرمی ماتریس و میکروترک‌ها مربوط می‌شود. تانسور نرمی، همان تانسور کامپلیانس است که در واقع ارتباط بین تنش و کرنش را برقرار می‌کند. تانسور نرمی میکروترک خود شامل دو بخش است، بخشی که مربوط به توزیع میکروترک‌ها بدون توجه به برهم‌کنش بین آن‌ها است (s^{c0}) و بخشی که مربوط به اختلاف بین تانسور نرمی میکروترک و s^{c0} می‌شود که به آن s^{ci} گفته می‌شود [20]. در این صورت طبق رابطه (9) خواهیم داشت[20]:

$$S^{c} = s^{c0} + s^{ci} \qquad (9)$$

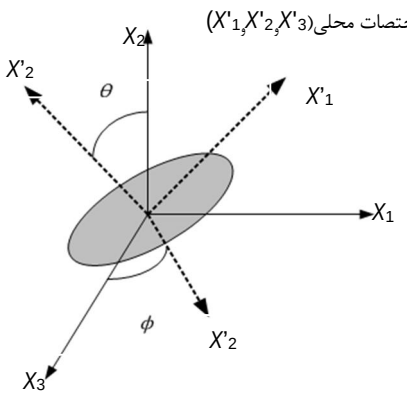
با جاگذاری معادله (9) در (8) رابطه (10) به دست می‌آید.

$$S = s^{0} + s^{c0} + s^{ci} \qquad (10)$$

نکته‌ای که وجود دارد این است که، تأثیر برهم‌کنش میکروترک‌ها بر یکدیگر تنها در عبارت s^{ci} وجود دارد که می‌توان به‌منظور سادگی از آن صرف‌نظر کرد. لذا رابطه (10) به صورت رابطه (11) ساده می‌شود [20]:

$$S = s^{0} + s^{c0} \qquad (11)$$

از دید آماری نیز برهم‌کنش میکروترک‌ها تأثیر ناچیزی روی جابجایی باز شدن ترک دارد لذا می‌توان این تأثیر را بدون در نظر گرفتن هرگونه اصلاحیه‌ای روی s^{c0} نادیده گرفت. اگر یک میکروترک در المان حجمی معرف به نحوی در نظر گرفته شود که تنش σ^{o} به آن اعمال شود، تانسور نرمالیزه بدون در نظر گرفتن برهم‌کنش میکروترک‌ها می‌تواند به فرم رابطه (12)



شکل4 جهت‌گیری میکروترک درمختصات کلی و محلی

2- Global coordinate system
3- Local coordinate system

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

تعریف شود[20]:

$$S = s^{o} + \sum_{\alpha=1}^{N} (s^{co})^{\alpha} \tag{12}$$

که در آن $(s^{c0})^{\alpha}$ نشان‌دهنده تانسور نرمی به مشارکت α امین میکروترک در ماتریس و s^{o} تانسور نرمی ماتریس است. برای زمانی که میکروترک در یک زمینه غیر ایزوتروپیک به وجود می‌آیند، معادله فوق می‌تواند به صورت رابطه (13) بازنویسی شود [20]:

$$S_{ijkl} = S^{o}_{ijkl} + \sum_{\alpha=1}^{N} \left(S^{co}_{ijkl}\right)^{\alpha} \tag{13}$$

اگر بتوان با توجه به جابه‌جایی، جهت‌گیری و موقعیت قرارگیری هر میکروترک، نرمی مؤثر آن را محاسبه کرد، می‌توان با مجموع گرفتن از آن‌ها، تانسور نرمی مؤثر کل $H_{ijkl} = \sum_{\alpha=1}^{N}\left(S^{co}_{ijkl}\right)^{\alpha}$ را محاسبه کرد. در حین بارگذاری، تانسور کرنش کلی به دو بخش کرنش الاستیک خطی ε_{ij}^{-e} و غیر الاستیک غیر خطی ε_{ij}^{-c} تقسیم می‌شود [21] که طبق رابطه (14) داریم:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{-e} + \varepsilon_{ij}^{-c} \tag{14}$$

به عبارت دیگر،کرنش متوسط ماده از دو عامل سرچشمه می‌گیرد، کرنش ماتریس (بستر چسبنده) و کرنش ناشی از حضور میکروترک‌های توزیع شده در ماتریس که می‌توان چنین کرنشی را به صورت رابطه (15) نوشت[21]:

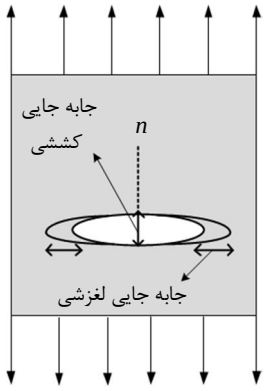
$$\varepsilon_{ij}^{-c} = \sum_{i=1}^{N} [\varepsilon_i n_i \otimes n_i + sym(\gamma_i \otimes n_i)] \tag{15}$$

که در آن، ε_i و γ_i و n_i به ترتیب بردارهای جابه‌جایی باز شدن میکروترک در جهت عمود بر صفحه[1] و در راستای ترک[2] و بردار عمود بر i امین میکروترک هستند(شکل5). در حالت کلی، جابه‌جایی باز شدن میکروترک در جهت عمود بر صفحه نسبت به راستای ترک بحرانی‌تر است[21].

بنابراین، طبق رابطه (7)، (13) و (15)، نرمی مؤثر مربوط به هر میکروترک در المان حجمی‌مؤثر واحد را می‌توان به صورت رابطه (16) تعریف کرد[21].

$$\frac{1}{2}\int_{s} \left(\langle u_i\rangle n'_j + \langle u_j\rangle n'_i\right) ds = \left(S^{co}_{ijkl}\right)^{\alpha} \sigma_{kl} \tag{16}$$

که در آن n و u به ترتیب، بردارهای عمود بر صفحه میکروترک و بردار جابه‌جایی آن در حالت کلی است و مقادیر نرمی مؤثر میکروترک به صورت



$^{0}(\varepsilon^{0})\sigma$

شکل 5 بردار های جابه‌جایی باز شدن میکروترک در دو راستا

1- extension
2- sliding

رابطه (17) قابل محاسبه است[11].

$$S^{co}_{33} = \frac{16(1-\nu^2)}{3E} a^3$$
$$S^{co}_{13} = S^{co}_{23} = \frac{8(1-\nu^2)}{3E(2-\nu)} a^3 \tag{17}$$

چون در ماده توزیع میکروترک به صورت تصادفی است بنابراین، با فرض جابه‌جایی میکروترک در راستای مختلف، می‌توان مقدار نرمی موثر غیر الاستیک را به صورت رابطه (18) محاسبه کرد[20]:

$$H_{ijkl} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} p(a,\theta,\varphi) N \left(S^{co}_{ijkl}\right)^{\alpha} \cos\varphi \, d\varphi d\theta \tag{18}$$

که در آن، عبارت $p(a,\theta,\varphi)$، N، θ و φ به ترتیب نشان‌دهنده تابع توزیع احتمال (که توزیع جهت‌گیری و اندازه میکروترک‌ها در بستر ماتریس را نشان می‌دهد)، تعداد میکروترک، جهت‌گیری میکروترک در جهت عمود و راستای صفحه میکروترک (مطابق شکل4) است. برای مواردی که میکروترک‌ها با اندازه‌های یکسان و به صورت یکنواخت جهت‌گیری شده‌اند، مقدار تابع توزیع احتمال به صورت $p(a,\theta,\varphi) = \frac{1}{2\pi}$ نوشته می‌شود. با جاگذاری مقادیر محاسبه شده در رابطه (18) تابع توزیع احتمال، مقدار نرمی موثر غیر الاستیک به صورت رابطه (19) محاسبه می‌شود:

$$H_{1111} = H_{2222} = H_{3333} = \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\frac{1}{\bar{E}} a^3 N$$
$$H_{1122} = H_{2233} = H_{3311} = \frac{16\bar{\nu}(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\frac{1}{\bar{E}} a^3 N$$
$$H_{1212} = H_{2323} = H_{3131} = \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(5-\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\frac{1}{\bar{E}} a^3 N \tag{19}$$

که در آن، $\bar{\nu}$ ، $\bar{E}$ و H به ترتیب نشان‌دهنده مقادیر ضریب پواسون و مدول الاستیسیته مربوط به ناحیه آسیب و تانسور نرمی مؤثر کل هستند. حال اگر مقدار چگالی میکروترک را به صورت $w = a^3 N$ در نظر بگیریم، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون برای حالتی که بین میکروترک‌ها برهم‌کنشی وجود ندارد، به صورت رابطه (20) محاسبه می‌شود [20]:

$$\frac{\bar{E}_2}{E} = 1 - \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})} w$$
$$\frac{\bar{E}_1}{E} = \frac{\bar{E}_3}{E} = 1 - \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})} w \tag{20}$$

تابع دلتای دیراک به‌کاربرده شده در تئوری فنگ به دلیل اوج گرفتن ناگهانی و عدم پوشش تمامی زوایا و اندازه‌ها به درستی مبین چگونگی توزیع میکروترک‌ها در این ناحیه نیست، لذا می‌توان به منظور توصیف صحیح چگونگی توزیع میکروترک‌ها در این ناحیه، از تابع چگالی توزیع احتمال گاوسی[3] استفاده کرد. بر این اساس، معادله احتمال (18) به صورت رابطه (21) تغییر می‌کند:

$$P_\alpha(a,\theta,\varphi) = \frac{1}{2\pi} \times P_\theta\left(\theta,\mu_\theta,\sigma_\theta^2\right) \times P_a\left(a,\mu_a,\sigma_a^2\right)$$
$$= \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\theta^2}} e^{\frac{-(\theta-\mu_\theta)^2}{(2\sigma_\theta^2)}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} e^{\frac{-(a-\mu_a)^2}{(2\sigma_a^2)}}\right) \tag{21}$$

که در آن، $\mu_\theta, \sigma_\theta^2$ و μ_a, σ_a^2 به ترتیب واریانس و میانگین جهت‌گیری میکروترک‌ها نسبت به افق و واریانس و میانگین اندازه میکروترک‌ها نسبت به افق هستند.

3- Gaussian statistic distribution function

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

2-2- مدل‌سازی رفتار ناحیه آسیب با طبقه‌بندی میکروترک‌ها

از آنجا که میکروترک‌های موجود در ناحیه آسیب دارای توزیع تصادفی هستند، لذا می‌توان به منظور سادگی، میکروترک‌ها را بر مبنای جهت‌گیری آن‌ها نسبت به حالت مرجع، به N دسته تقسیم‌بندی کرد. منظور از حالت مرجع حالتی است که در آن بردار عمود بر سطح میکروترک با جهت اعمال تنش موازی است (حالت بحرانی). ضمناً در هر دسته، همه میکروترک‌ها دارای جهت و اندازه یکسان هستند (شکل6).

در این صورت، جهت قرارگیری بحرانی میکروترک‌ها به جهتی گفته می‌شود که در آن، زاویه بین بردار عمود بر سطح میکروترک در دسته n ام با راستای تنش وارده به المان حجمی‌معرف موازی باشند (یعنی $\theta = 0$). به عبارت دیگر، بردار جابه‌جایی عمودی میکروترک (در راستای بردار عمود بر سطح)، در این حالت بیشتر است.

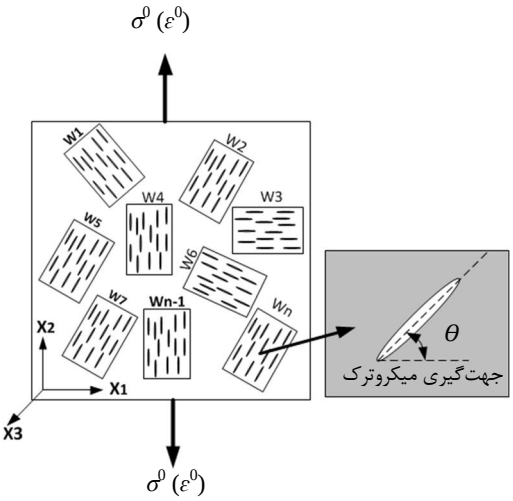
بنابراین اگر دو دسته کاملاً یکسان ولی در جهات مختلف (برای مثال دسته‌های w_3 و w_4) را در نظر بگیریم، دسته‌ای که بردار نرمال آن مماس با جهت اعمال نیرو است بحرانی‌تر است (دسته w_3 نسبت به w_4 بحرانی‌تر بوده و میکروترک‌های موجود در آن نقش بیشتری در کاهش استحکام ماده ایفا می‌کنند). در دو بعد، با توجه به شکل، اگر θ تغییر کند، مدول الاستیسیته در راستای 2 و1 تغییر می‌کند به نحوی‌که با افزایش یکی، دیگری کاهش می‌یابد.

3-2- مدل‌سازی رفتار ناحیه آسیب با روش عددی

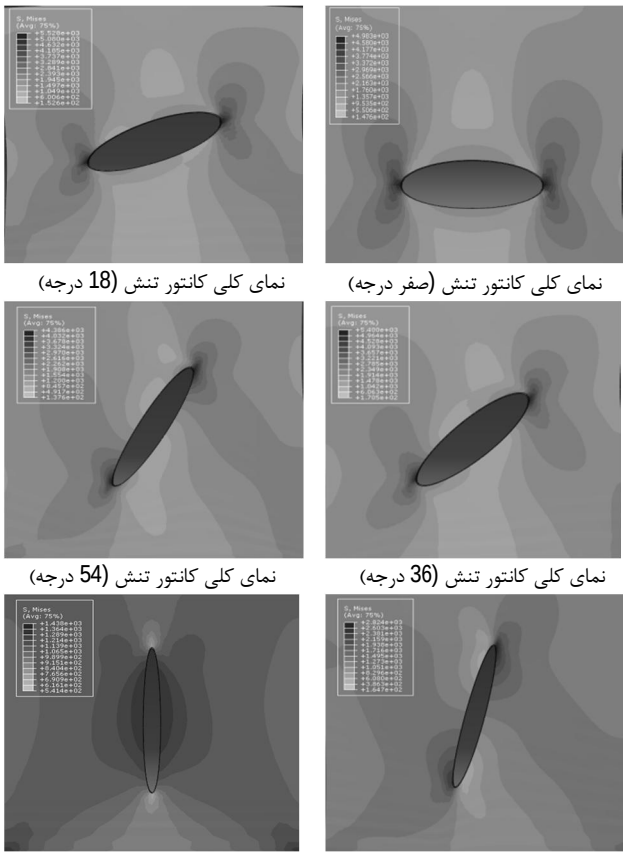
به منظور بررسی دقیق‌تر تأثیر جهت‌گیری میکروترک‌ها روی خواص مکانیکی ماده اورتوتروپیک، از روش المان محدود نیز استفاده شد. در این بررسی، یک میکروترک در زمینه کامپوزیت لمینای کربن اپوکسی مدل (بر طبق نتایج تجربی) و تأثیر تغییر زاویه آن روی مدول الاستیسیته در راستای الیاف، استخراج شد (شکل7).

مدول الاستیسیته ماده کامپوزیت (E_0) در راستای الیاف برابر 3/4 گیگاپاسگال و ابعاد المان حجمی نمونه، 40×40×2 انتخاب شد[22]. میکروترک دارای شکلی بیضی گون بوده و فاصله کانونی آن 1میلی‌متر در نظر گرفته شد (اندازه میکروترک در تمام نمونه‌ها ثابت در نظر گرفته شد).

نتایج عددی تغییر تنش در ازای افزایش زاویه میکروترک در جدول 1 جمع‌بندی شده است.



شکل6 جهت‌گیری دسته‌های میکروترک در المان حجمی‌معرف



شکل7 تغییر تنش در ازای افزایش زاویه میکروترک

جدول1 نتایج عددی تغییر تنش به ازای افزایش زاویه میکروترک

زاویه (درجه)	تنش ناحیه آسیب (گیگا پاسکال)	کرنش ناحیه آسیب(10^{-6})	مدول الاستیک موثر($\frac{\bar{E}}{E_0}$)
0	5/8	1/78	0/958
18	5/5	1/67	0/966
36	5/4	1/63	0/974
54	4/38	1/32	0/977
72	2/82	0/84	0/987
90	1/46	0/44	0/995

این نتایج نشان می‌دهد که با افزایش میزان زاویه میکروترک نسبت به افق، مدول الاستیسیته کمتر کاهش می‌یابد یا به عبارت بهتر، هرچه زاویه ما بین بردار عمود بر میکروترک و جهت اعمال نیرو بیشتر باشد، آن میکروترک از حالت بحرانی خود فاصله بیشتری می‌گیرد و نقش کمتری در کاهش استحکام ماده ایفا می‌کند.

به منظور برقراری ارتباط بین زاویه میکروترک و مدول الاستیسیته یک تابع فوریه معرفی شد. این مدل فوریه کلی1 بر اساس نتایج المان محدود استخراج شده است و می‌توان با ضرب آن در چگالی میکروترک، مدول مؤثر را محاسبه کرد . طبق رابطه (22) داریم:

1- General model Fourier

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

$$\lambda(\theta) = A_0 + A_1\cos(\theta) + A_2\cos(2\theta) + B_1\sin(\theta) + B2\sin(2\theta) \quad (22)$$

که در آن θ نشان‌دهنده زاویه بردار عمود بر میکروترک با راستای اعمال تنش و یا زاویه میکروترک نسبت به افق است. همچنین، ضرایب A_0، A_1، A_2، B_1 و B_2 با توجه به ماده و شرایط بارگذاری قابل تعیین است. می‌توان تغییرات مدول الاستیسیته نسبت به جهت‌گیری دسته‌های میکروترک را با بهره‌گیری از تئوری بودیانسکی و همکارانش [2]، در دو بعد به صورت رابطه (23) بیان کرد.

$$\frac{\bar{E}_2}{E} = \left[1 + \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right]\left(w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)\right) = \bar{M}_2\left(w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)\right)$$

$$\frac{\bar{E}_1}{E} = \frac{\bar{E}_3}{E} = \left[1 + \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right](w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)) = \bar{M}_1\left(w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)\right)$$

$$\frac{\bar{G}_{12}}{G} = \frac{\bar{G}_{32}}{G} = \left[1 + \frac{32(1-\bar{\nu})(5-\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right]\left(w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)\right) = \bar{M}_{12}\left(w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)\right)$$

$$\frac{\bar{G}_{13}}{G} = \left[1 + \frac{32(1-\bar{\nu})(5-\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right]\left(w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)\right) = \bar{M}_{13}\left(w\sum_{\alpha=1}^{N}\lambda(\theta_\alpha)\right) \quad (23)$$

که در آن، $\bar{E}_{ij}$ و $\bar{G}_{ij}$، w، θ_α، λ_{ij} و M_{ij} به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته و مدول برشی جسم آسیب‌دیده است، چگالی میکروترک، جهت‌گیری α امین دسته میکروترک، تابعی بر حسب جهت‌گیری فعلی میکروترک و تابعی که جایگزین بخشی از معادله می‌شود، هستند ($i,j = 1,2,3$). برای مثال اگر ماده ایزوتروپیک متقاطع[1] باشد، معادله (23) به صورت رابطه (24) بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\bar{E}_2}{E} = \bar{M}_2\,(w\sum_{\alpha=1}^{N}\cos^2(\theta_\alpha)(2-\bar{\nu}\cos^2(\theta_\alpha))$$

$$\frac{\bar{E}_1}{E} = \frac{\bar{E}_3}{E} = \bar{M}_1(w\sum_{\alpha=1}^{N}\sin^2(\theta_\alpha)(2-\bar{\nu}\sin^2(\theta_\alpha))$$

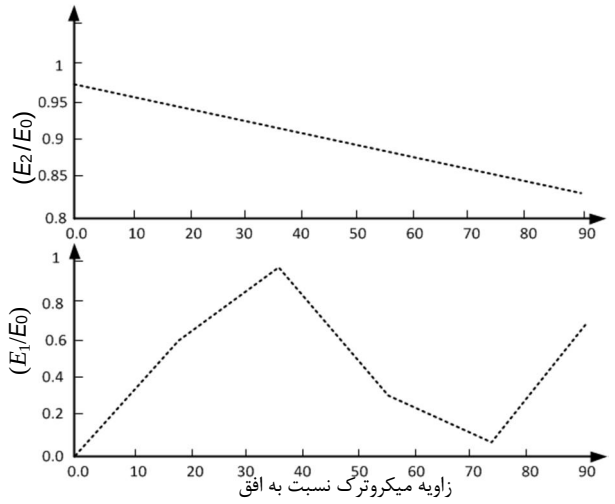
$$\frac{\bar{G}_{12}}{G} = \frac{\bar{G}_{32}}{G} = \bar{M}_{12}(w\sum_{\alpha=1}^{N}(2-\sin^2(\theta_\alpha)))$$

$$\frac{\bar{G}_{13}}{G} = \bar{M}_{13}\,(w\sum_{\alpha=1}^{N}\sin^2(\theta_\alpha)(4-\bar{\nu}\sin^2(\theta_\alpha)) \quad (24)$$

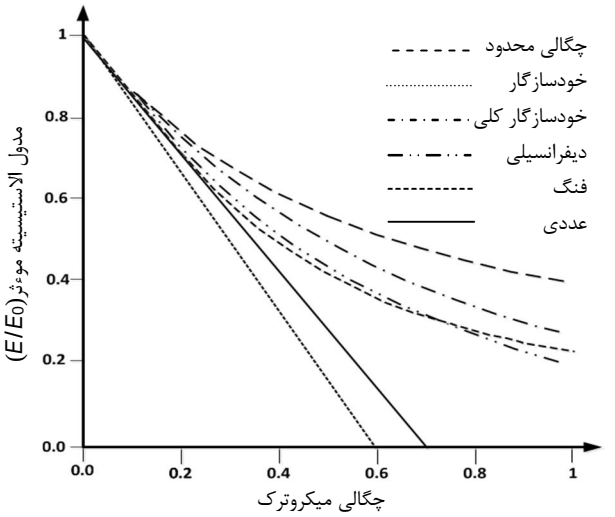
که در آن، $\bar{E}_{ij}$ و $\bar{G}_{ij}$ به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته و مدول برشی جسم آسیب‌دیده در ماده ایزوتروپیک متقاطع است. بدین ترتیب، مدول الاستیسیته در راستای الیاف (E_1) و در راستای عمود بر الیاف (E_2) با توجه به نادیده گرفتن اثر برهم‌کنش میکروترک‌ها محاسبه شد (شکل8).

بنابراین، با تغییر زاویه میکروترک‌ها و با استفاده از روش برازش منحنی نرم‌افزار متلب (با استناد به مدل ارائه‌شده) می‌توان نتایج مدول الاستیسیته مطرح شده در حوزه ناحیه آسیب را به صورت زیر ترسیم کرد (شکل9).

1- Transversely isotropic



شکل8 مدول الاستیسیته در راستای الیاف (E_1) و عمود بر الیاف($E2$)



شکل 9 مقایسه مدول یانگ مؤثرمدل‌های مطرح شده با مدل آسیب

اما همان طور که اشاره شد، بر اساس روش عددی، اندازه میکروترک‌ها ثابت در نظر گرفته شد و تنها جهت‌گیری آن‌ها تغییر کرد. این در حالی است که در عمل، علاوه بر تغییر جهت‌گیری میکروترک‌ها، اندازه آن‌ها نیز تغییر می‌کند. بنابراین، به منظور بررسی اثر اندازه میکروترک‌ها بر روی خواص مکانیکی ناحیه آسیب، آزمایشی تجربی بر روی ماده کامپوزیت کربن-اپوکسی طراحی و انجام شد.

4-2-بررسی تجربی ناحیه آسیب

مواد کامپوزیت با الیاف پیوسته و تک لایه (لمینا) را اغلب می‌توان به عنوان مواد اورتوتروپیک در نظر گرفت [22]. علت این امر آن است که در این‌گونه مواد (مانند لمینیت‌ها) خواص مکانیکی ماده در راستای الیاف و عمود بر الیاف تغییر می‌کند.

از این رو در تحقیق حاضر، سعی بر آن شد تا ماده کامپوزیت تک لایه کربن اپوکسی ساخته و اثر تغییر ابعاد و جهت‌گیری میکروترک‌ها بر خواص مکانیکی آن‌ها بررسی شود. بدین منظور، 10 نمونه کامپوزیت تک لایه کربن اپوکسی مطابق استاندارد E1922-ASTM و به روش قالب‌گیری انتقال رزین به کمک خلاء[2] ساخته شد(شکل10). مهم‌ترین علت استفاده از این روش،

2- Vacuum Assisted Resin Transfer Molding (VARTM)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

جلوگیری از نفوذ هوا به درون قالب و در نتیجه عدم ایجاد فضای خالی ناشی از ساخت در ترکیب رزین و الیاف است.

از آنجا که در استاندارد، پارامترهای هندسی قطعه مانند ابعاد سوراخ‌ها، ناچ و طول قطعه با توجه به عرض قطعه مشخص می‌شوند، لذا می‌توان با برش مناسب قطعات (بنا بر فیکسچر دستگاه تست کشش) این مقادیر را به طور نسبی محاسبه کرد.

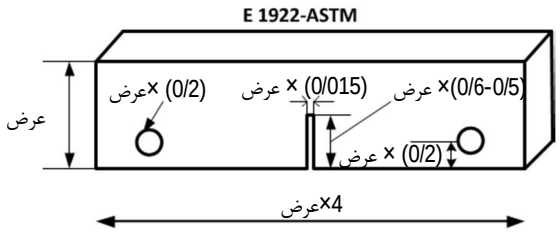
لذا در این تحقیق، مقادیر طول قطعه، طول ناچ، سوراخ‌ها و فاصله سوراخ‌ها (با توجه به عرض 30میلی متر نمونه‌های ساخته شده) به ترتیب برابر مقادیر 120، 15، 6 و 6 میلی متر محاسبه شدند.

در آزمایش انجام شده از الیاف کربن تک‌جهته 150گرم بر متر مربع و به ضخامت، 0/3 میلی متر استفاده شد. همچنین از رزین و هاردنر به ترتیب ایپونول-828 و اف-205 با در صد ترکیب 100 به 50 استفاده شد.

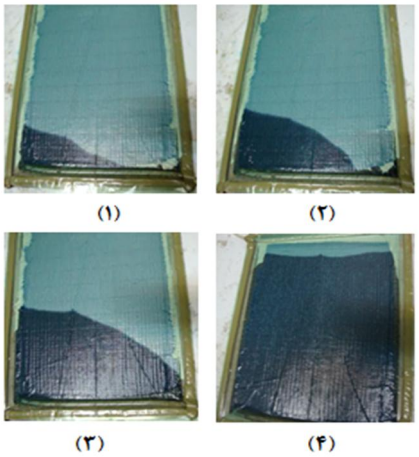
در روش قالب‌گیری انتقال رزین به کمک خلاء، علاوه بر رزین و الیاف، از پمپ خلا، پارچه داکرون، لایه توزیع، کیسه خلاء و چسب آب بندی به منظور انتقال رزین به الیاف استفاده می‌شود. مراحل انتقال رزین به قالب در شکل زیر آورده شده است (شکل11).

نمونه‌ها سپس در دستگاه تست کشش (STM-150) مدل سنتام، از محل سوراخ‌ها با نرخ 1 میلی متر بر دقیقه تحت کشش قرار گرفتند.

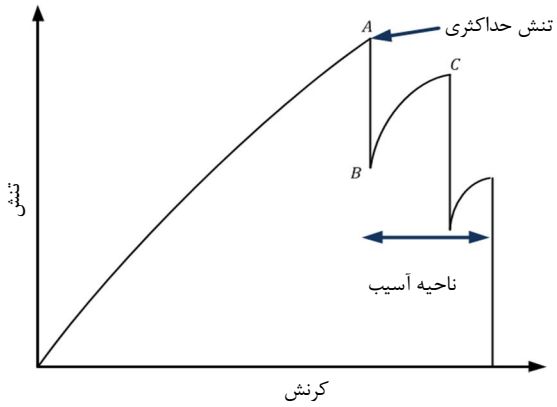
این فرآیند با استفاده از تصویر کردن لحظه به لحظه نمودارهای تنش-کرنش در کامپیوتر دستگاه تست کشش کنترل شد و به محض ثبت نخستین افت در میزان تنش، فرآیند متوقف شده و نمونه‌ها به منظور بررسی میکروساختاری آماده شدند. اولین افت از این جهت ثبت می‌شود که در آزمایش کشش اغلب مواد اورتوتروپیک یا شبه‌شکننده‌ای، مقدار تنش پس از یک افزایش، کاهش یافته (عموماً چشم‌گیر) و دوباره افزایش می‌یابد که البته افزایش میزان تنش ثانویه از میزان افزایش اولیه کمتر است (شکل 12).



شکل10 نمونه استاندارد شکست ASTM-E1922



شکل11 مراحل انتقال رزین به قالب به روش خلاء



شکل12 شماتیک نمودار تنش-کرنش ماده کربن-اپوکسی تک لایه

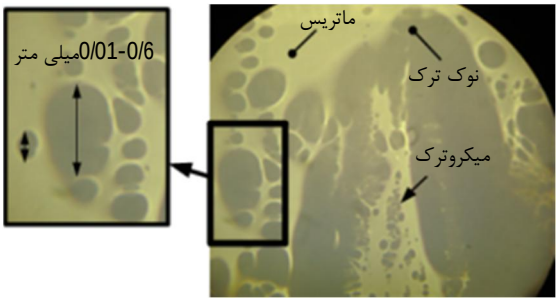
فاصله بین افت تنش اولیه تا افت تنش نهایی، نشان‌دهنده ناحیه آسیب است که در آن میکروترک‌ها در زمینه چسبنده اپوکسی ایجاد و در طی زمان رشد می‌کنند. البته ممکن است این افزایش و کاهش تنش چندین مرتبه تکرار شود ولی مسلم آن است که، میزان افزایش تنش ثانویه کمتر از حالت اولیه بوده و به مرور هم کمتر می‌شود. با این حال، اولین افت در میزان تنش از اهمیت خاصی برخوردار است چرا که در این حالت، ناحیه آسیب در نواحی نوک ترک ایجاد شده است و میکروترک‌ها قابل رؤیت خواهند بود.

حال بسته به نوع الیاف و رزین، تعداد لایه‌ها، راستای الیاف، راستای کشش و پارامترهای هندسی، ممکن است پیدایش و رشد میکروترک‌ها مختلف بوده و انتظار رفتاری متفاوت را از ناحیه آسیب داشت. اما به تدریج، با افزایش میزان بار اعمالی، ابعاد و تعداد میکروترک‌ها افزایش یافته و با تلفیق آن‌ها به یکدیگر، ترک بزرگ‌تری ایجاد می‌شود که با اتصال آن به ترک اصلی، استحکام ماده کاهش می‌یابد. بنابراین گرچه تا رسیدن به مرحله شکست نهایی ماده، با افزایش وکاهش استحکام ماده مواجه هستیم (به واسطه پیدایش ناحیه آسیب)، ولی در نهایت استحکام ماده کاهش می‌یابد.

بنابراین می‌توان علت اصلی افزایش قدرت باربرداری ماده ترک‌دار(مسیر B تا C) را در پیدایش و رشد میکروترک‌ها در بستر ماده چسبنده دانست که چون ماده علی‌رغم انتظار طراح، مقاومت بیشتری را در مقابل رشد ترک از خود نشان می‌دهد لذا بعضاً به آن بهبود خواص شکست نیز گفته می‌شود.

پس از بارگذاری نمونه‌ها، با انجام تحقیقات میکروساختاری، جهت‌گیری و ابعاد میکروترک‌ها در ناحیه آسیب به صورت تجربی تخمین زده شد. بدین منظور، میکروساختار ماده با استفاده از میکروسکوپ 100x مشاهده و اندازه متوسط میکروترک‌ها به صورت تقریبی در ناحیه آسیب نوک ترک تخمین زده شد (شکل13).

همان طور که در شکل13 نشان داده می‌شود، میکروترک‌ها می‌توانند هر



شکل13 میکروساختار کامپوزیت کربن-اپوکسی تک جهته

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]

شکلی داشته باشند (برای مثال دایره‌ای). همچنین بر اساس نتایج تجربی و به صورت تقریبی، محدوده اندازه میکروترک‌ها بین 0/6-0/01 میلی متر شد که می‌تواند برای هر نوع کامپوزیتی، متفاوت باشد(جدول2).

حال با استفاده از نتایج تجربی استخراج شده در جدول2، توزیع احتمال گاوسی اندازه و زاویه میکروترک در کامپوزیت کربن اپوکسی تک لایه با استفاده از نرم‌افزار متلب[1] محاسبه شد (شکل 14).

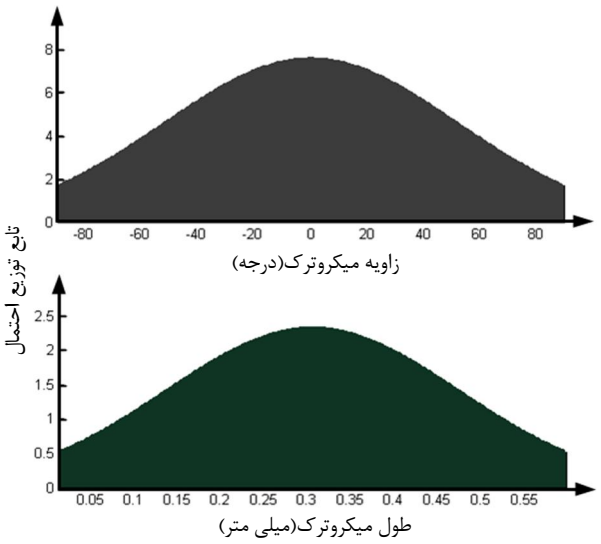
و با قرار دادن مقادیر محاسبه شده در رابطه (21) مدل تابع توزیع احتمال به صورت شکل 15 رسم می‌شود.

بنابراین، با محاسبه حجم زیر نمودار تابع چگالی گاوسی، عملاً مقدار عددی تابع احتمال $P_\alpha(a,\theta,\varphi)$ در رابطه (19) محاسبه شده و تأثیر اندازه میکروترک‌ها علاوه بر جهت‌گیری آن‌ها لحاظ خواهد شد. لذا، می‌توان رابطه (18) را برای تعداد محدود میکروترک به صورت رابطه (25) خلاصه کرد.

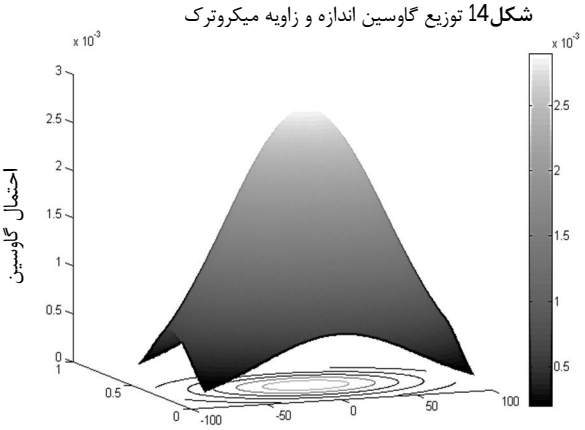
$$H_{ijkl} = 2\pi N P_\alpha \sum_{\alpha=1}^{N} \left(S_{ijkl}^{co}\right)^\alpha \tag{25}$$

جدول2 محدوده اندازه و جهت‌گیری میکروترک کربن-اپوکسی

پارامتر	زاویه میکروترک‌ها	اندازه میکروترک
محدوده مجاز	-90: 90	0/01-0/6
واریانس	2/7452+ 003	0/029
میانگین	0	0/3058



شکل14 توزیع گاوسین اندازه و زاویه میکروترک



شکل15 توزیع احتمال گاوسین برای تحقیق حاضر

1- Matlab

که در آن، p_α، N و S_{ijkl}^{co} به ترتیب نشان‌دهنده مقدار عددی تابع احتمال، تعداد میکروترک و نرمی مؤثر است. سپس با بهره‌گیری از تئوری بودیانسکی و همکارانش [2]، مقادیر نرمی مؤثر(S_{ijkl}^{co}) را در رابطه (26) جایگزین کرده و مقدار نرمی موثر غیر الاستیک را به صورت رابطه (26) محاسبه می‌کنیم:

$$H_{1111} = H_{2222} = H_{3333} = \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\frac{1}{\bar{E}}w$$
$$H_{1122} = H_{2233} = H_{3311} = \frac{16\bar{\nu}(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\frac{1}{\bar{E}}w$$
$$H_{1212} = H_{2323} = H_{3131} = \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(5-\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\frac{1}{\bar{E}}w \tag{26}$$

که در آن، $\bar{\nu}$ و $\bar{E}$ به ترتیب نشان‌دهنده مقادیر ضریب پواسون و مدول الاستیسیته مربوط به ناحیه آسیب است. همچنین، w نشان‌دهنده چگالی میکروترک است که با رابطه (27) محاسبه می‌شود.

$$w = 2\pi \sum_{\alpha=1}^{N} \left(\frac{S^\alpha}{P^\alpha}\right)(P_\alpha)^\alpha \tag{27}$$

که در آن، S^α و P^α به ترتیب نشان‌دهنده سطح و محیط α امین میکروترک است که با توجه به شکل میکروترک می‌توانند مقادیر مختلفی را اتخاذ کنند. همچنین، P_α نشان‌دهنده مقدار تابع احتمال است. رابطه (27) نشان می‌دهد که با افزایش سطح و تعداد میکروترک‌ها، چگالی میکروترک افزایش می‌یابد. لذا، مدول الاستیسیته و برشی برای حالتی که تعداد میکروترک‌ها محدود بوده و بین میکروترک‌ها برهم‌کنش ضعیف وجود داشته باشد، به صورت رابطه (28) محاسبه می‌شود:

$$\frac{\bar{E}_2}{E} = \left[1 + \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right]w$$
$$\frac{\bar{E}_1}{E} = \frac{\bar{E}_3}{E} = \left[1 + \frac{16(1-\bar{\nu}^2)(10-3\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right]w$$
$$\frac{\bar{G}_{12}}{G} = \frac{\bar{G}_{32}}{G} = \left[1 + \frac{32(1-\bar{\nu})(5-\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right]w$$
$$\frac{\bar{G}_{13}}{G} = \left[1 + \frac{32(1-\bar{\nu})(5-\bar{\nu})}{45(2-\bar{\nu})}\right]w \tag{28}$$

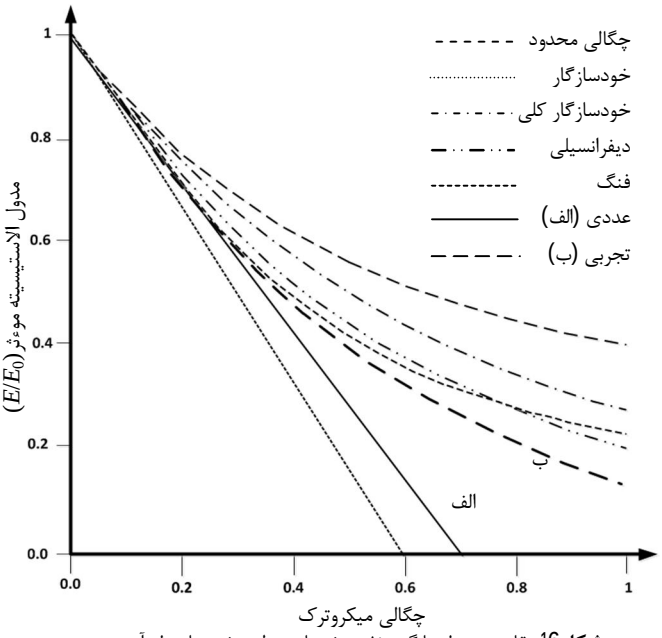
که در آن، w چگالی میکروترک بوده که از رابطه (27) محاسبه می‌شود. با ترسیم همزمان مقادیر مدول الاستیسیته (در راستای الیاف) روش‌های تجربی و عددی محاسبه شده و با فرض دایره‌ای بودن میکروترک‌ها شکل16را داریم.

همان طور که مشاهده می‌شود، برخلاف نتایج عددی، به دلیل لحاظ برهم‌کنش میکروترک‌ها، نمودارِ مدل ارائه‌شده تجربی به صورت غیرخطی است. بنابراین، بر اساس اینکه تعداد، شکل، ابعاد و جهت‌گیری میکروترک‌ها به چه صورت باشد، چگالی میکروترک (رابطه (27)) تغییر کرده و می‌توان انتظار برهم‌کنش بین میکروترک و همچنین خواص مکانیکی متفاوتی از ناحیه آسیب داشت. لذا، با تغییر در چگالی میکروترک‌ها، مدول الاستیسیته می‌تواند از حالت الف (خط ممتد) به حالت ب (خط چین) تغییر کند.

3- نتیجه‌گیری

همان طور که اشاره شد، تاکنون مدل‌هایی به منظور تعیین خواص مکانیکی ناحیه آسیب ارائه‌شده است اما به دلیل پیچیدگی‌های بسیار زیاد این ناحیه، نتایج ارائه شده به درستی مبین رفتار این ناحیه نبوده‌اند. ضمناً مدل‌های موجود با روش‌های جدید تجربی و عددی مقایسه و صحت‌سنجی نشده است.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]



شکل 16 مقایسه مدول یانگ مؤثر روش‌های مطرح شده با مدل آسیب

در تحقیق حاضر مدلی جدید بر مبنای نتایج تجربی و عددی به منظور بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب در مواد اورتوتروپیک ارائه شد. این مدل برخلاف مدل‌های پیشین می‌تواند با ارائه یک بازه برای مدول الاستیسیته، خواص مکانیکی این ناحیه را برای حالت وجود یا عدم وجود برهم‌کنش بین میکروترک‌ها تخمین بزند. همچنین مدل ارائه شده، با روش‌های سابق مقایسه و صحت‌سنجی شد.

4- مراجع

[1] M. Kachanov, Elastic solids with many cracks and related problems. *Advances in applied mechanics*, pp. 260-446, 1994.
[2] B. Budiansky, R. O'connell, Elastic moduli of a cracked solid. *International Journal of Solids and Structures*, pp. 81-97, 1976.
[3] H. Horii, S. Nemat-Nasser, Overall moduli of solids with microcracks: load-induced anisotropy. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 155-171, 1983.
[4] T. Mori, K. Tanaka, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta metallurgica*, pp. 571-574, 1973.
[5] Y. Benveniste, On the Mori-Tanaka's method in cracked bodies. *Mechanics Research Communications*, pp. 193-201, 1986.
[6] Z. Hashin, The differential scheme and its application to cracked materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 719-734, 1988.
[7] R. M. Christensen, K. H. Lo, Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 315-330, 1979.
[8] J. Aboudi, Y. Benveniste, The effective moduli of cracked bodies in plane deformations. *Engineering fracture mechanics*, pp. 171-184, 1987.
[9] Y. Huang, K. X Hu, A. Chandra, A generalized self-consistent mechanics method for microcracked solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 1273-1291, 1994.
[10] Q. S. Zheng, D.X. Du, Closed-form interacting solutions for overall elastic moduli of composite materials with multi-phase inclusions, holes and microcracks, *Key Engineering Materials*, pp. 479-488, 1997.
[11] S. Nemat-Nasser, M. Hori, Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials, *Elsevier*, 1999.
[12] J. W. Ju, T. M. Chen, Effective elastic moduli of two-dimensional brittle solids with interacting microcracks, part I: basic formulations. *Journal of applied mechanics*, pp. 349-357, 1994.
[13] J. W. Ju, K. Tseng, A three-dimensional statistical micromechanical theory for brittle solids with interacting microcracks, *International Journal of Damage Mechanics*, pp. 102-131, 1992.
[14] I. A. Kunin, Elastic media with microstructure, *Springer Verlag Springer Series on Solid State Sciences*, pp. 26-35, 1982.
[15] X. Q. Feng, D. Gross, Three-dimensional micromechanical model for quasi-brittle solids with residual strains under tension, *International Journal of Damage Mechanics*, pp. 79-110, 2000.
[16] I. N. Sneddon, Fourier transforms. *Courier Dover Publications*, pp. 85-510 1995.
[17] L. J. Walpole, On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous systems—I, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 151-162, 1966.
[18] A. R. Gohari Anaraki, M. Fakoor, Mixed mode fracture criterion for wood based on a reinforcement micro-crack damage model, *Materials Science and Engineering: A*, pp. 7184-7191, 2010
[19] D. Krajcinovic, Damage mechanics, *Elsevier*, 1996.
[20] X. Q. Feng, S. W. Yu, Estimate of effective elastic moduli with microcrack interaction effects, *Theoretical and applied fracture mechanics*, pp. 225-233, 2000.
[21] L. Gambarotta, S. Lagomarsino, A microcrack damage model for brittle materials, *International Journal of Solids and Structures*, pp. 177-198, 1993.
[22] A. K. Kaw, Mechanics of composite materials, *CRC press*, pp.58-125, 2005.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.14.17.2]