



## تأثیر وجود پره و تغییر نسبت ابعادی بر جابجایی آزاد سیال بین حلقوی‌های هم محور

اکرم جهانبخشی<sup>1</sup>، افشین احمدی ندوشن<sup>2\*</sup>، آرش شاد<sup>2</sup>، مهسا فرزانه<sup>3</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

3- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

شهرکرد، صندوق پستی 115، ahmadi@eng.sku.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 دی 1395

پذیرش: 02 بهمن 1395

ارائه در سایت: 09 اسفند 1395

کلید واژگان:

حلقوی‌های هم مرکز

جابجایی آزاد

پره، شبیه‌سازی عددی

## چکیده

در مقاله حاضر، به بررسی عددی اثر وجود پره‌های دندان‌های بر انتقال حرارت جابجایی آزاد بین حلقوی‌های هم مرکز پرداخته شده است. کانال خارجی در حلقوی‌های مورد بررسی، دایره‌ای بوده و کانال‌های داخلی شامل سه سطح مقطع دایره‌ای، مربعی و مثلثی است. مساحت حلقوی‌ها و همچنین قطر کانال بیرونی حلقوی به عنوان یک قید هندسی در تمامی موارد مورد بررسی در این پژوهش یکسان فرض شده است. مساحت پره‌ها نیز یکسان است و بر روی سطح داخلی قرار گرفته‌اند تا بتوان اثر آن‌ها را بر خواص گرمایی حلقوی با شرط مرزی دما ثابت روی سطوح آن و در بازه اعداد رایلی بین  $10^5$  تا  $10^8$  مقایسه نمود. نتایج نشان داد که با افزایش عدد رایلی و در نتیجه سرعت، ضریب انتقال حرارت جابجایی سطوح افزایش پیدا می‌کند. با این وجود، حضور پره‌ها مقادیر ضریب انتقال حرارت کانال داخلی را تا حدود 50% کاهش داده در حالیکه این ضریب برای کانال خارجی افزایش می‌یابد. همچنین برای حلقوی دایره‌ای با افزایش عدد رایلی در دو حالت بدون پره و پره‌دار، عدد ناسلت به ترتیب حدود 71% و 64% افزایش دارد و به‌طور کلی وجود پره‌ها باعث افزایش 13 درصدی نرخ انتقال حرارت نسبت به حالت بدون پره از سطوح حلقوی‌ها شده است. همچنین مشخص شد که با افزایش نسبت ابعادی حلقوی‌ها انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

## Effects of Fin Presence and change the Aspect Ratio on Natural Convection in Coaxial Annuli

Akram Jahanbakhshi<sup>1</sup>, Afshin Ahmadi Nadooshan<sup>1\*</sup>, Arash Shad<sup>2</sup>, Mahsa Farzaneh<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

\*P.O.B. 115, Shahrekord, ahmadi@eng.sku.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 28 December 2016  
Accepted 21 January 2017  
Available Online 27 February 2017

## Keywords:

Coaxial Annuli  
Natural Convection  
Fin  
Numerical Simulation

## ABSTRACT

In the present paper, the effect of fins presence on natural convection between coaxial annuli was investigated, numerically. The external duct was circular and the internal ducts included three circular, square, and triangular cross sections for discussed annuli. As a geometrical constraint, both cross section area and diameter of external duct of annuli were considered equivalent for all investigated cases. The area of fins installed on the internal ducts was constant, and their effects on thermal behavior of annuli were compared by considering the constant wall temperature boundary condition for surfaces in the range of  $10^5 \leq Ra \leq 10^8$ . The results showed that with increase of Rayleigh number and consequently velocity, the heat transfer coefficient was increased for both surfaces. However, the presence of fins reduced the values of heat transfer coefficient of internal ducts about 50%, while they increased those values for external ducts. Also, in the case of circular annulus, with increase of Rayleigh number, the Nusselt number increased about 71% and 64% for non-finned and finned ones, respectively. As a result, fins increased the overall heat transfer rate of both surfaces of annuli about 13% in comparison with non-finned surfaces. It was also found that increasing the aspect ratio of coaxial annuli increases heat transfer

## 1- مقدمه

سیالاتی شامل لوله‌ها و خطوط انتقال، وسایل الکترونیکی و مبدل‌های حرارتی ایفا می‌کند. یکی از مواردی که انتقال حرارت جابجایی نقش مهمی در آن دارد، جریان طبیعی سیال بین سیلندرهایی هم محور است که در کلکتورهای خورشیدی نیز کاربرد وسیعی دارد. کارهای عددی و آزمایشگاهی بسیاری در این زمینه انجام شده است که اغلب به جریان بین سیلندرها پرداخته‌اند. یکی از مهم‌ترین مطالعات انجام شده در زمینه انتقال حرارت جابجایی آزاد بین حلقوی‌های هم مرکز که مرجع بسیاری از تحقیقات بعد از

جابجایی آزاد یکی از مکانیزم‌های انتقال حرارت سیال است و زمانی روی می‌دهد که یک نیروی حجمی به واسطه وجود اختلاف چگالی در سیال به آن اعمال شود. لازم به ذکر است که اختلاف چگالی ناشی از اختلاف دما است و نیروی حجمی وارده در عمل همان نیروی شناوری است. اگرچه آهنگ انتقال گرمای جابجایی آزاد کمتر از میزان آن برای جابجایی اجباری است اما این نوع انتقال حرارت نقش مهمی در طراحی یا عملکرد سیستم‌های حرارتی و

Please cite this article using:

A. Jahanbakhshi, A. Ahmadi Nadooshan, A. Shad, M. Farzaneh, Effects of Fin Presence and change the Aspect Ratio on Natural Convection in Coaxial Annuli, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 10-18, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Jahanbakhshi, A. Ahmadi Nadooshan, A. Shad, M. Farzaneh, Effects of Fin Presence and change the Aspect Ratio on Natural Convection in Coaxial Annuli, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 10-18, 2017 (in Persian)

آب آهنگ گرمای بیشتری نسبت به نانوسیال آلومینیوم اکسید-آب و تیتانیوم اکسید-آب دارد. طالبی و شریفی [11] به بررسی آزمایشگاهی انتقال حرارت جابجایی درون لوله‌های هم مرکز با شار گرمایی متغیر کسینوسی پرداختند و نشان دادند که بیشترین دما در مرکز است و همچنین به این نکته اشاره کردند که با افزایش عدد رینولدز حداکثر دمای سطح به دمای متوسط سطح نزدیک می‌شود و عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز بیشتر می‌شود. نظری و رضانی [12] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربع شکل را مورد مطالعه قرار دادند. قاسمی و امین الساداتی [13] به مطالعه انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید مس در یک محفظه مثلثی شکل با منبع حرارتی بر روی دیواره عمودی پرداختند. آن‌ها اثر پارامترهای همچون عدد رایلی، نسبت ابعاد محفظه و در صد حجمی نانوذرات را بررسی نمودند. در مطالعه‌ی حاضر با روش عددی، اثر وجود پره‌های دندانه‌ای با سطح مقطع مستطیلی در حالیکه کانال خارجی دایره‌ای و کانال داخلی دارای هندسه‌های متفاوت دایره، مربع و مثلث با مساحت یکسان است، شبیه‌سازی شده است. "شکل 1" هندسه‌های مورد بررسی در مقاله حاضر را نشان می‌دهد. هدف این پژوهش عددی مقایسه بین وجود و عدم حضور این پره‌های دندانه‌ای بر میزان انتقال گرمای جابجایی سیال و همچنین الگوی جریان است.

## 2- هندسه حل

هندسه مورد بررسی شامل حلقوی‌های دایروی با کانال‌های داخلی متفاوت همانند "شکل 1" است. شرایط مرزی اعمال شده و قیود هندسی به کار رفته در این پژوهش (مساحت سطح مقطع سیال و همچنین قطر کانال بیرونی حلقوی) در تمامی هندسه‌ها یکسان است و از این طریق ابعاد کانال داخلی حلقوی‌ها مشخص می‌شود. پره‌ها با مساحت ثابت نیز روی سطح خارجی کانال داخلی نصب شده‌اند. اختلاف دمای سطوح داخلی و خارجی باعث می‌شود تا جریان جابجایی آزاد در فضای بین سطوح کانال برقرار گردد. برای تمام حلقوی‌ها قطر کانال خارجی دایره‌ای شکل برابر 9.25(mm) و قطر کانال داخلی برابر 3.56(mm) است. مساحت سطح مقطع سیال در تمامی هندسه‌ها یکسان است و ضخامت و طول پره‌ها نیز در موارد مورد بررسی به ترتیب برابر 0.4(mm) و 0.5(mm) می‌باشد که در "شکل 2" نشان داده شده است. همچنین در ادامه برای هندسه 2 رفتار حرارتی حلقوی برای نسبت‌های ابعادی برابر 0.9، 0.12 و 0.15 در عدد رایلی ثابت  $Ra=10^7$  بررسی شده است.

## 3- آنالیز عددی و معادلات حاکم

معادلات حاکم شامل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی در جریان دائم و آرام سیال در مختصات استوانه‌ای دو بعدی به ترتیب به صورت زیر است:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_\theta}{r \partial \theta} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r^2} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \frac{V_r}{r^2} \right) + \rho g \beta \Delta T \cos \theta \quad (2)$$

$$\rho \left( V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_\theta V_r}{r} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left( \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r^2} \right) + \rho g \beta \Delta T \sin \theta \quad (3)$$

خود به حساب می‌آید، توسط کن و گلدستین صورت گرفته است [2,1]. آن‌ها تأثیر خروج از مرکزیت سیلندر داخلی و عدد رایلی جریان را بر انتقال حرارت سیلندرهای افقی بررسی کرده و نشان دادند که خروج از مرکزیت باعث تغییر در عدد ناسلت روی سطوح سیلندرها شده است ولی تغییر کمی در ضریب انتقال حرارت کلی حلقوی دارد. آن‌ها همچنین با کمک روش عددی و تئوری، توزیع دما، سرعت و ضریب انتقال حرارت جابجایی را نیز تحلیل کردند. پژوهش‌های متعدد دیگری در این زمینه انتشار یافته است که در اینجا به طور خاص به جریان داخل حلقوی‌های دو بعدی که انتقال حرارت جابجایی آزاد نقش اصلی را در آن‌ها ایفا کرده است، پرداخته می‌شود تا به درک بهتری از کارهای انجام شده در راستای پژوهش حاضر دست یافته شود. داوود و همکاران [3] در یک مقاله مروری، به تشریح کارهای آزمایشگاهی و عددی انجام شده در زمینه انتقال حرارت جابجایی آزاد و ترکیبی جریان بین حلقوی‌های افقی، شیب‌دار و عمودی پرداختند. آن‌ها همچنین لیستی از مهم‌ترین کارهای انجام شده را به تفکیک روش به کار گرفته شده ارائه کردند. ساکر و همکاران [4] جریان جابجایی آزاد بین دو بیضوی هم مرکز افقی را به روش آزمایشگاهی و عددی بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش قطر هیدرولیکی، عدد ناسلت ابتدا کاهش می‌یابد و بعد از آن روند افزایشی خواهد داشت. سیدی و همکاران [5] انتقال حرارت جابجایی آزاد را برای یک نانوسیال بین یک حلقوی شبیه‌سازی کردند. در مطالعه انجام شده توسط آن‌ها، دیواره داخلی تحت شار حرارتی ثابت و دیواره خارجی دارای دمای ثابت بود. نتایج کار آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت با افزایش عدد رایلی و افزایش نسبت منطری افزایش می‌یابد. حبیبی و همکاران [6] جابجایی آزاد جریان نانوسیال مس را داخل یک حلقوی غیر هم مرکز با شرط مرزی دما ثابت برای دیواره‌ها به روش عددی بررسی کردند. پارامترهای مورد بررسی شامل نسبت خروج از مرکزیت، نسبت شعاع‌های مختلف، عدد رایلی، عدد پرانتل و غلظت نانوذرات بود که تأثیر آن‌ها بر عدد ناسلت میانگین، خطوط جریان و دما بررسی کردند. پادبلا و همکاران [7] جریان جابجایی آزاد بین حلقوی افقی در اعداد رایلی کوچک و متوسط را با استفاده از روش حجم محدود شبیه‌سازی کرده و نتایج حاصله را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند. ژانگ و همکاران [8]، جریان جابجایی آزاد و ناپایای سیال بین حلقوی‌ها را به روش عددی شبیه‌سازی کردند. در این تحقیق سیلندر داخلی تحت شار حرارتی سینوسی متغیر با زمان قرار داشت در حالی که سیلندر خارجی در دمای ثابت قرار گرفته بود. با بررسی پارامترهایی نظیر شعاع سیلندر داخلی، دامنه و فرکانس نوسانات شار، نشان داده شد که نوسانات دما باعث تغییر در الگوی جریان و دمای سیال می‌شود. محدودیت‌هایی نظیر ابعاد حلقوی‌ها باعث شده محققان با استفاده از پره‌ها آهنگ انتقال حرارت سیال داخل حلقوی‌ها را افزایش دهند. پره‌ها عمدتاً برای افزایش آهنگ انتقال گرما به کار گرفته می‌شوند و در مورد حلقوی‌ها به‌طور خاص، باعث افزایش زبری و مساحت سطح تماس و همچنین تغییر در الگوی جریان و دمای سیال می‌شوند. در این زمینه نیز کارهای متعددی گزارش شده است که می‌توان به عنوان مثال به کار پاتانکار و چائی [9] اشاره کرد. آنها جریان سیال بین حلقوی‌های افقی که سیلندر داخلی دارای شش عدد پره بود را به روش عددی تحلیل کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که جهت‌گیری پره‌ها روی ضریب انتقال حرارت کلی تأثیر چندانی ندارد و تنها روی عدد ناسلت محلی و الگوی جریان و دمای سیلندر داخلی موثر است. اربابان و سلیم‌پور [10] نیز انتقال حرارت جابجایی آزاد و آرام جریان نانوسیال بین حلقوی پره‌دار را به روش عددی شبیه‌سازی و بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که نانوسیال مس-

شرایط مرزی به این صورت تعریف شده‌اند که دیواره داخلی در دمای 373 کلوین و دیواره خارجی در دمای 327 کلوین ثابت نگه داشته شده‌اند. عدد پراکتل برای آب برابر 0.706 بر اساس دمای حجمی سیال محاسبه شده است. در نهایت با محاسبه ضریب جابجایی، عدد ناسلت برای سطح داخلی و خارجی همانند روابط (6) بدست می‌آید.  $h_o$  ضریب جابجایی روی سطح خارجی،  $h_i$  ضریب جابجایی روی سطح داخلی و  $k_f$  ضریب رسانندگی گرمایی سیال است.

$$Nu_i = \frac{h_i L}{k_f} \quad \text{و} \quad Nu_o = \frac{h_o L}{k_f} \quad (6)$$

کمیت‌های بی‌بعد مورد استفاده، شامل عدد گراش (Gr)، عدد پراکتل (Pr) و عدد رایلی (Ra) است که توسط روابط زیر مشخص شده‌اند:

در روابط (7) تا (9)،  $d_h$  و  $\Delta T$  به ترتیب قطر هیدرولیکی و اختلاف بین دمای سطوح در نظر گرفته می‌شود. همچنین،  $\beta$  ضریب انبساط حجمی است که در تقریب بوزینسک<sup>2</sup> به منظور ارتباط بین تغییرات چگالی و دما استفاده می‌شود. عدد رایلی نیز معیاری برای گذار جریان جابجایی آزاد است. یکی از نکات قابل توجه نحوه محاسبه ضریب انتقال حرارت جابجایی است، ضریب انتقال حرارت جابجایی بر حسب دمای حجمی<sup>3</sup> سیال بین حلقوی تعیین می‌شود و در هندسه‌های مورد بررسی در این تحقیق (در حلقوی‌ها) به صورت میانگین دمای سطوح محاسبه شده است.

معادلات ناویر استوکس و انرژی برای حلقوی دو بعدی به روش عددی و با استفاده از نرم‌افزار آنسیس - سی اف ایکس<sup>4</sup> بر پایه روش حجم محدود گسسته‌سازی شده است و جملات انتقالی معادله ممنتوم توسط الگوریتم

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (7)$$

$$Gr = \frac{g\beta\Delta T d_h^3}{\nu^2} \quad (8)$$

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T d_h^3}{\nu\alpha} \quad (9)$$

دقت بالا<sup>5</sup> حل شده است. در واقع این نرم افزار برای حل معادلات آن‌ها را به روش حجم محدود استفاده می‌کند لذا المان‌ها برای تحلیل هندسه و المان‌ها از روش المان محدود استفاده می‌کند. پس با استفاده از این گره‌ها گرفته شده و گره‌های شبکه به وجود می‌آید. سپس با استفاده از این گره‌ها حجم‌های کنترلی تشکیل می‌شوند تا از انعطاف پذیری هر دو روش المان محدود و حجم محدود استفاده گردد. به منظور گسسته‌سازی، با استفاده از نقاط انتگرال‌گیری از معادلات حاکم بر روی حجم انتگرال‌گیری شده و با استفاده از قضیه گاوس به انتگرال سطح تبدیل می‌گردند. برای تشکیل حجم‌های کنترلی وسط هر المان هندسی تعیین شده و با اتصال صفحه میانی المان‌ها، حجم کنترل مورد نظر مشخص می‌شود. نحوه ایجاد این حجم‌ها در "شکل 3" مشاهده می‌شود [14]. سی اف ایکس معادلات گسسته شده دینامیک سیال را به صورت کاملاً کوپل<sup>6</sup> در حوزه مکان و کاملاً ضمنی<sup>7</sup> در حوزه زمان حل می‌کند و از الگوریتم‌های تصحیح فشار (مانند سیمپل<sup>8</sup>) استفاده نمی‌کند. در نتیجه سرعت حلگر آن بالاتر بوده ولی به حافظه در

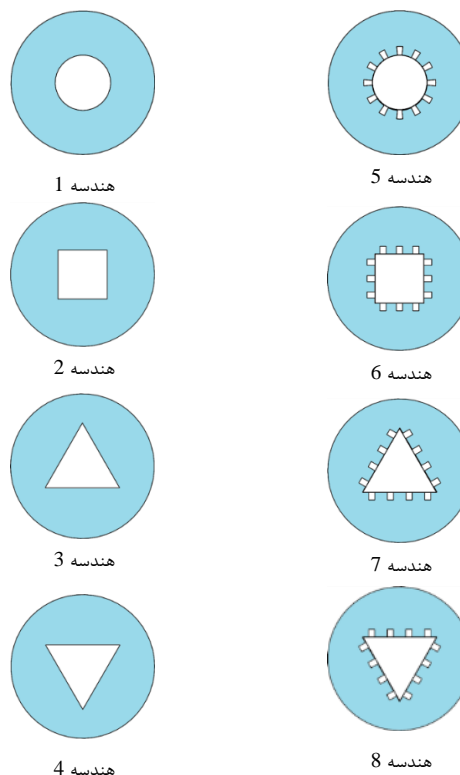


Fig. 1 cross section of different different annuli

شکل 1 سطح مقطع حلقوی‌های مختلف مورد بررسی

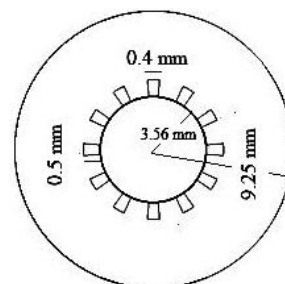


Fig. 2 The size of annuli geometry

شکل 2 ابعاد هندسه حلقوی‌ها

$$V_f \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_0}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \mu \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_0}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (4)$$

در این مطالعه از اتلاف ویسکوز<sup>1</sup> به دلیل پایین بودن سرعت‌ها در جابجایی طبیعی نیز صرف نظر شده است. وجود جمله شناوری در معادله مومنوم باعث می‌شود که تمامی معادلات با همدیگر کوپل شوند. جابجایی طبیعی از نوع آرام و دائم است و ناشی از اختلاف دمای سطوح حلقوی است. برای اطمینان از روش عددی از کمیت رسانندگی معادل استفاده می‌شود. رسانندگی گرمایی معادل  $K_{eq}$  بیان کننده نسبت انتقال حرارت جابجایی آزاد به رسانش خالص است که معیاری برای مقایسه این دو نوع انتقال حرارت است و برای کانال‌های داخلی و خارجی به صورت رابطه (5) بیان می‌شود:

$$K_{eq} = \frac{hd \ln\left(\frac{d_o}{d_i}\right)}{2k_f} \quad (5)$$

در رابطه (5)،  $h$  ضریب جابجایی روی سطح مورد نظر،  $d_i$  قطر داخلی،  $d_o$  قطر خارجی و  $k_f$  ضریب رسانندگی سیال است.

<sup>1</sup> Viscose dissipation

<sup>2</sup> Boussinesq  
<sup>3</sup> bulk temperature  
<sup>4</sup> ANSYS CFX  
<sup>5</sup> high resolution  
<sup>6</sup> Fully Coupled  
<sup>7</sup> Fully Explicit  
<sup>8</sup> Simple

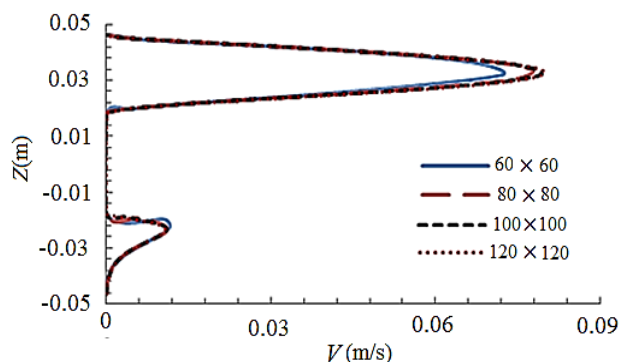


Fig. 4 Grid study for cylindrical annulus

شکل 4 بررسی استقلال شبکه برای حلقوی دایروی

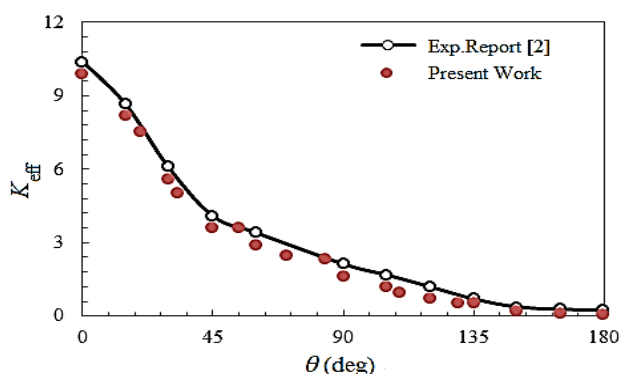


Fig. 5 Comparison of results with experimental data

شکل 5 مقایسه نتایج عددی کار حاضر با نتایج آزمایشگاهی

جدول 1 خواص آب در دمای توده سیال

Table 1 Water properties at bulk temperature

مقادیر	خواص آب
974 (kgm <sup>-3</sup> )	چگالی ( $\rho$ )
365×10 <sup>-6</sup> (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	لزجت دینامیکی ( $\mu$ )
0.665 (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	رسانندگی گرمایی ( $k$ )
4195 (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	گرمای ویژه ( $C_p$ )
2.29	پرانتل (Pr)
10 <sup>5</sup> , 10 <sup>6</sup> , 10 <sup>7</sup> , 10 <sup>8</sup>	عدد رایلی (Ra)
0.0006 (K <sup>-1</sup> )	ضریب انبساط حرارتی ( $\beta$ )

کانتور مربوط به تغییرات دمای سیال برای اعداد رایلی مختلف در "شکل‌های 6 و 7" برای هر دو حالت پره‌دار و بدون پره نشان داده شده است. "شکل 6" کانتور دمای سیال در حالت بدون پره و "شکل 7" کانتور دمای سیال در حالت پره‌دار را نشان می‌دهد.

همانگونه که مشخص است با افزایش عدد رایلی و افزایش اختلاط و سرعت جریان، آهنگ انتقال حرارت جابجایی افزایش می‌یابد و سهم انتقال حرارت جابجایی بر انتقال حرارت رسانش غلبه می‌کند. باید ذکر شود که در اعداد رایلی کم، به دلیل حرکت کم سیال، رسانش، مکانیزم غالب انتقال حرارت است که تأییدی بر صحت کانتور به دست آمده برای تغییرات دمای سیال است. تغییرات دمای سیال در قسمت بالای حلقوی به دلیل اینکه سطح گرم‌تر پایین‌تر از سطح سردتر قرار گرفته است، شدیدتر می‌باشد. با افزایش عدد رایلی نمودار دما در سمت بالای حلقوی تغییرات بیشتری دارد زیرا ناپایداری حرارتی جریان ناشی از اختلاف دما در قسمت بالای حلقوی

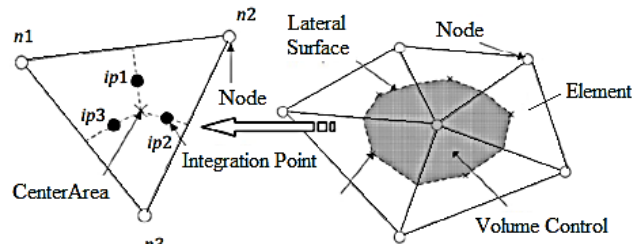


Fig. 3 Finite element and the limited control volume

شکل 3 المان‌های محدود و تشکیل حجم کنترل محدود [14]

دسترس بیشتری نیاز دارد. لازم به ذکر است که سی اف ایکس قابلیت حل مستقیم مسایل دو بعدی را ندارد و لازم است برای بعد سوم از شرط مرزی تقارن استفاده شود. در این پژوهش حل معادلات تازمانی ادامه می‌یابد که دقت برای معادلات ممنوم و پیوستگی حل، کمتر از  $10^{-5}$  و برای معادله انرژی کمتر از  $10^{-6}$  شود.

#### 4- استقلال حل از شبکه

شبکه‌بندی نهایی، از چندین روند تجربی تکرار، حاصل می‌شود و ضروری است که حل یک مسئله دینامیک سیالات عددی مستقل از شبکه‌بندی بوده و تغییرات جواب‌ها به ازای ریزتر شدن شبکه، قابل نظر کردن باشد. در این کار برای شبکه‌بندی دامنه حل، از شبکه‌های با سازمان استفاده شده است. به منظور بررسی استقلال نتایج از شبکه‌بندی، تعداد شبکه‌ها تا زمانیکه پروفیل‌های سرعت (روی خط قائم مرکزی) در حلقوی بر هم منطبق گردند، افزایش می‌یابد. "شکل 4" تغییرات سرعت را برای شبکه‌بندی‌های مختلف نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود پروفیل‌های سرعت با افزایش تعداد شبکه، به تدریج بر روی هم منطبق می‌شوند و در دو مورد آخر از شبکه‌بندی‌ها، این انطباق به خوبی قابل مشاهده است. بنابراین جهت کاهش هزینه محاسبات، شبکه با اندازه  $100 \times 100$  گره انتخاب شده است.

با توجه به پروفیل سرعت سیال مشاهده می‌شود که مقادیر سرعت در قسمت بالای حلقوی بزرگ‌تر از قسمت پایین آن است. این پدیده به این صورت تفسیر می‌شود که در قسمت بالایی حلقوی، سطح گرم‌تر، پایین‌تر از سطح سردتر قرار گرفته است ( $T_i > T_o$ ) و همین امر باعث شدت یافتن جابجایی آزاد سیال می‌شود. در قسمت پایینی نیز شرایط تقریباً پایداری برای سیال برقرار است و سرعت سیال به نسبت کمتر است.

#### 5- اعتبارسنجی روش حل

خواص آب در دمای حجمی مورد نظر برای این سیال که در تمامی شبیه‌سازی‌ها استفاده شده در جدول 1 آورده شده است. نتایج عددی حاصل از شبیه‌سازی برای حلقوی دایره‌ای بدون پره در عدد رایلی  $10^4$  و با شرایط یکسان با نتایج آزمایشگاهی مرجع [2] در "شکل 5" مقایسه گردید و تطابق خوبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی مشاهده شد.

#### 6- نتایج و بحث

در این بخش به بررسی رفتار حرارتی حلقوی‌ها با حضور و عدم حضور پره‌ها پرداخته شده است و کانتورهای حاصل شده باهم مقایسه شده‌اند. لازم به ذکر است که مساحت سطح مقطع کانال‌ها یکسان در نظر گرفته شده است. همچنین در مورد کانال داخلی مثلی، دو حالت برای آن در نظر گرفته شده است. در حالت اول، قاعده مثلث رو به پایین و در حالت دوم رو به بالا است.

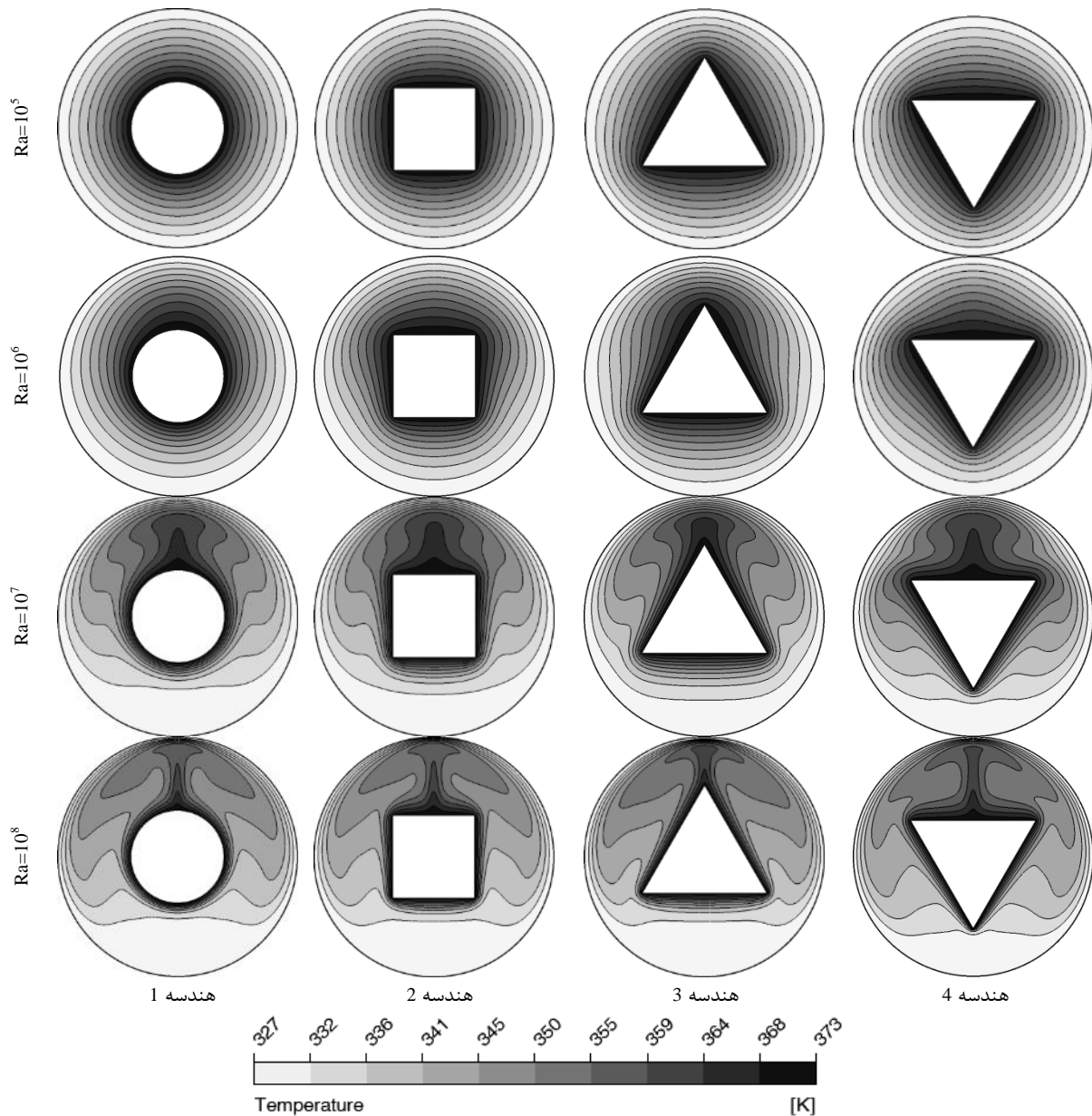


Fig. 6 Contours of fluid temperature at different Rayleigh numbers

شکل 6 کانتورهای دمای سیال در اعداد رایلی متفاوت در حالت بدون پره

می‌شود انتقال حرارت کل در حضور پرها برای سطوح داخلی و خارجی افزایش می‌یابد که نشان دهنده بهبود انتقال حرارت جابجایی از سطوح است. همچنین در بازه اعداد رایلی شبیه‌سازی شده در کار حاضر، حضور پرها درصد افزایش میزان انتقال حرارت را نسبت به حالت بدون پره افزایش می‌دهد که نشان از بهبود انتقال حرارت در هر عدد رایلی خاص است.

"شکل 10" خطوط جریان را در حلقوی‌ها نشان می‌دهد. همانگونه که مشخص است با افزایش عدد رایلی، سرعت جریان بیشتر شده و گردایان سرعت شدت می‌یابد. همچنین هسته گردابه تشکیل شده به دلیل جریان گردشی ناشی از اختلاف دمای بین سطوح به سمت بالای حلقوی حرکت می‌کند زیرا همانگونه که اشاره شد جابجایی آزاد در ناحیه‌ی بالای حلقوی قوی‌تر بوده و افزایش عدد رایلی باعث تقویت بیشتر انتقال گرمای جابجایی در این قسمت نسبت به سایر قسمت‌ها می‌شود. با توجه به شکل‌ها می‌توان نتیجه گرفت که وجود پرها باعث کاهش فضای چرخشی سیال بین سطوح و

زودتر و سریع‌تر از سایر نواحی شروع می‌شود. از نتایج جدول 2 استنباط می‌شود که وجود پره باعث افزایش نسبی عدد ناسلت سطح خارجی شده است. این پدیده به دلیل بیشتر بودن سهم سطح تماس کانال داخلی علیه کاهش ضریب جابجایی آن به واسطه حضور پرها بر انتقال گرمای این سطح است. از طرفی با ثابت بودن مقدار انتقال گرمای کل از سطوح (اتلاف یا تولید انرژی وجود ندارد)، طبق قانون موازنه انرژی، ضریب جابجایی سطح خارجی با توجه به ثابت بودن مساحت آن نیز افزایش می‌یابد. نتیجه‌ی دیگری که از جدول 2 می‌توان استخراج نمود این است که چرخش 180 درجه‌ای کانال داخلی مثلثی شکل، تأثیر چندانی بر ضریب جابجایی ندارد و فقط در اعداد رایلی بزرگ تغییرات کمی قابل مشاهده است که به دلیل قرار گرفتن قاعده مثلث (سطح تماس بیشتر) به سمت بالای حلقوی است که دارای آهنگ انتقال گرمای بیشتری می‌باشد. مقایسه نرخ انتقال حرارت کل از سطوح کانال‌ها در نمودارهای "شکل 8" و "شکل 9" نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده

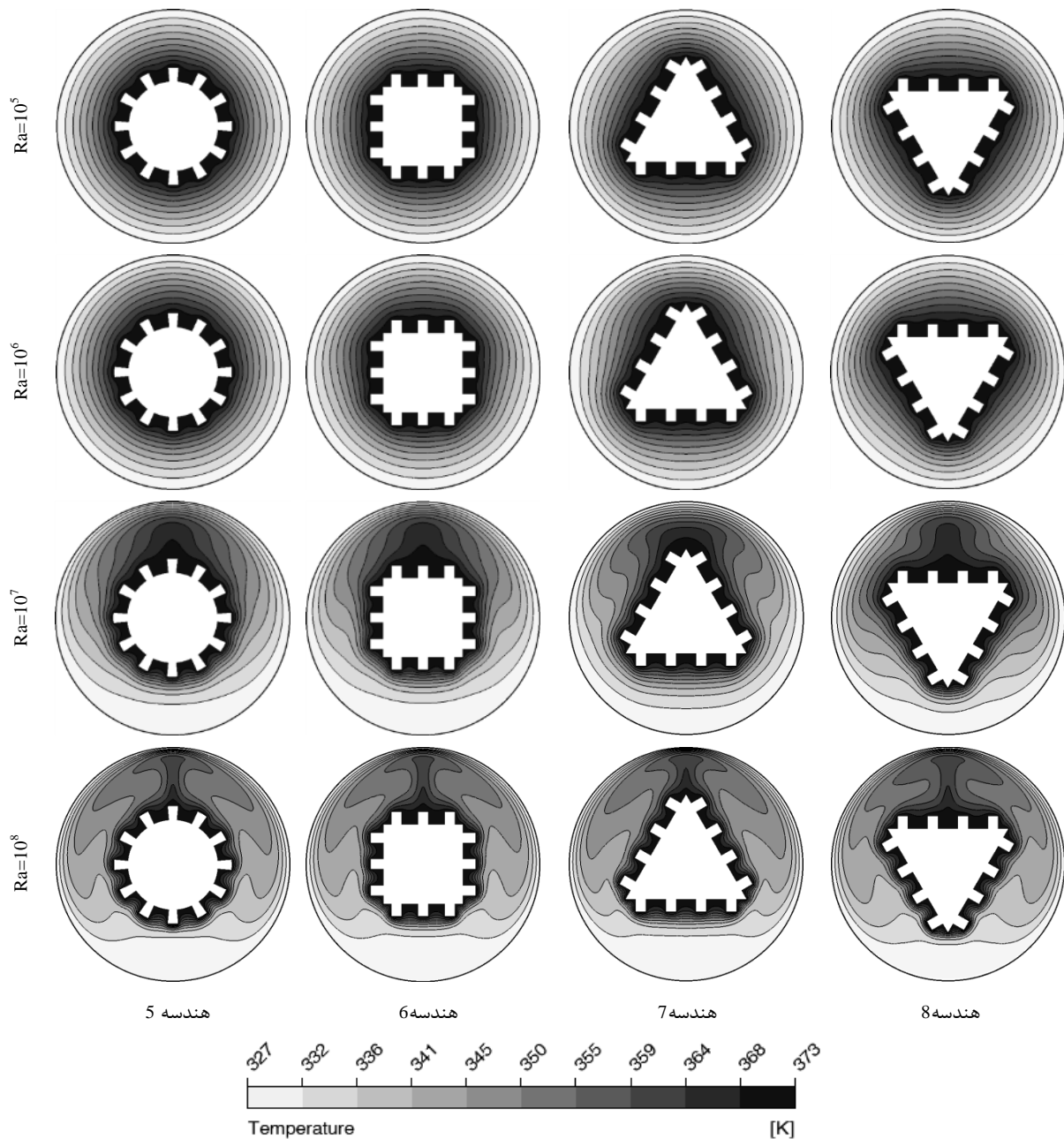


Fig. 7 Contours of fluid temperature at different Rayleigh numbers in jagged fin cases

شکل 7 کانتورهای دمای سیال در اعداد رایلی متفاوت در حالت پره‌دار

جدول 2 مقایسه اعداد ناسلت سطوح داخلی و خارجی در حالت پره‌دار و بدون پره

Table 2 Comparison of Nusselt numbers of internal and external surface with and without fins

Ra=10 <sup>8</sup>		Ra=10 <sup>7</sup>		Ra=10 <sup>6</sup>		Ra=10 <sup>5</sup>		عدد ناسلت
Nu <sub>i</sub>	Nu <sub>o</sub>	Nu <sub>i</sub>	Nu <sub>o</sub>	Nu <sub>i</sub>	Nu <sub>o</sub>	Nu <sub>i</sub>	Nu <sub>o</sub>	
31.61	26.57	18.4	15.46	9.75	8.19	8.95	7.53	هندسه 1
27.78	26.35	16.17	15.34	8.95	8.49	8.32	7.89	هندسه 2
26.97	29.15	15.18	16.41	8.65	9.35	8.05	8.7	هندسه 3
26.13	28.25	14.98	16.19	8.74	9.45	8.05	8.7	هندسه 4
15.95	28.68	8.96	15.78	6.1	9.73	5.67	9.5	هندسه 5
15.34	28.54	8.57	15.85	5.35	9.91	5.23	9.68	هندسه 6
15.13	30.01	8.22	16.3	5.4	10.7	5.27	10.45	هندسه 7
14.62	29	8.08	16.04	5.44	10.8	5.27	10.45	هندسه 8

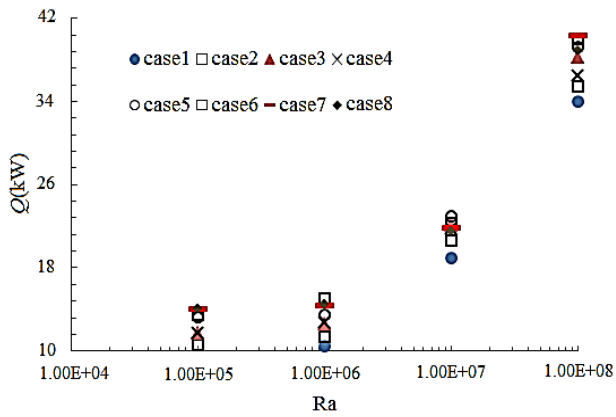


Fig. 9 Total heat transfer rate from surfaces of annuli in external surface

شکل 9 نرخ انتقال حرارت کل از سطوح حلقوی‌ها برای اعداد رایلی مختلف روی سطح خارجی

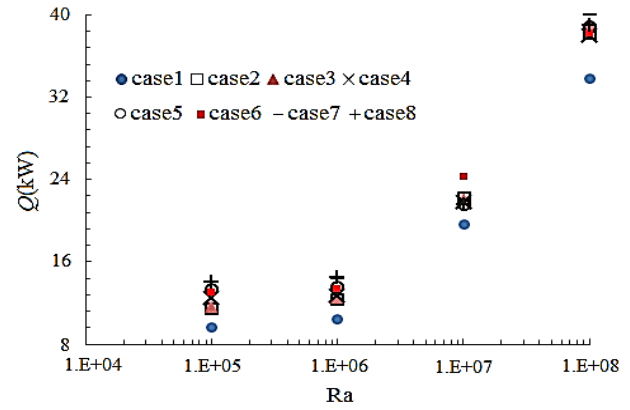


Fig. 8 Total heat transfer rate from surfaces of annuli in internal surface

شکل 8 نرخ انتقال حرارت کل از سطوح حلقوی‌ها برای اعداد رایلی مختلف روی سطح داخلی

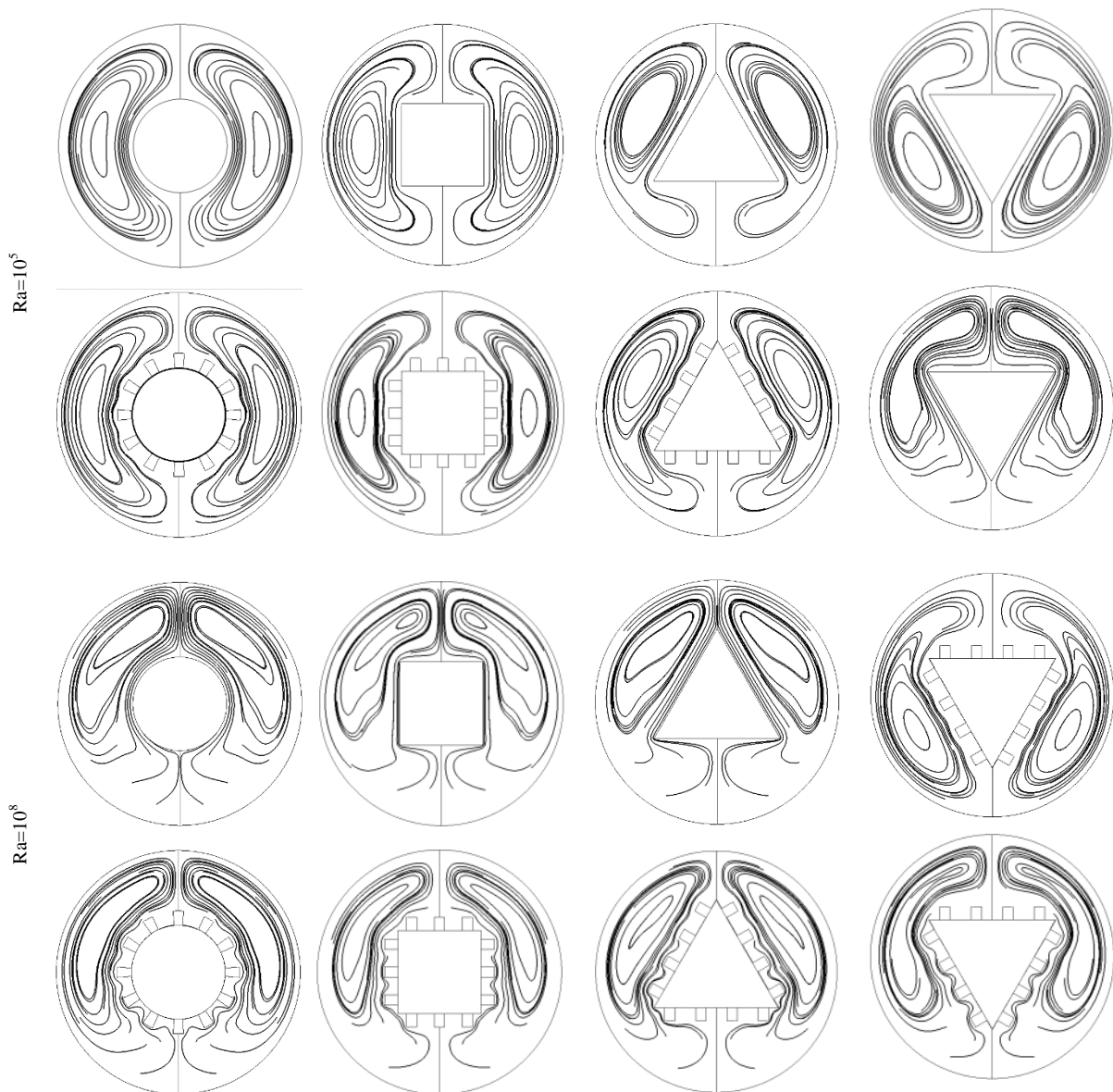


Fig. 10 Contours of fluid streamline at different Rayleigh numbers

شکل 10 کانتورهای خطوط جریان سیال در اعداد رایلی متفاوت

سطح سرد نیز افزایش می‌یابد. این روند در تمامی اعداد رایلی یکسان بوده و شدت آن با عدد رایلی جریان نسبت مستقیم دارد به گونه‌ای که درصد افزایش ضریب جابجایی در اعداد رایلی بزرگ برای سطح داخلی پره‌دار حدود 13% نسبت به حالت بدون پره کاهش می‌یابد.

در ادامه برای هندسه 2 به بررسی اثرات تغییر نسبت ابعادی کانال داخلی پرداخته شد که در "شکل 11" مشخص است. تغییر نسبت ابعادی در یک عدد رایلی ثابت بر روی عدد ناسلت محلی و الگوی جریان اثر گذار است به طوری که با افزایش نسبت ابعادی برای کانال داخلی هسته گردابه تشکیل شده به دلیل جریان گردشی ناشی از اختلاف دمای بین سطوح به سمت بالای حلقوی حرکت می‌کند و همچنان جابجایی آزاد در ناحیه بالای حلقوی قوی‌تر است. سرعت جریان نیز بیشتر شده و گردابان سرعت شدت می‌یابد. همچنین طبق "شکل 12" مشخص است که عدد ناسلت با افزایش عدد رایلی و نیز افزایش نسبت ابعادی افزایش می‌یابد.

### 7- جمع بندی

در این مقاله، به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی سیال آب در فضای بین دو کانال و اثر وجود پره‌ها بر سطح کانال داخلی پرداخته شد. کانال خارجی حلقوی دایروی بوده و سه کانال متفاوت دایره‌ای، مربعی و مثلثی با اندازه‌ی مساحت سطح مقطع یکسان برای کانال‌های داخلی لحاظ گردید. همچنین به منظور بررسی اثر پره‌ها روی سطوح داخلی حلقوی، پره‌های یکسان مستطیلی شکل قرار داده شد. شبیه‌سازی‌ها در چهار عدد رایلی  $10^5$  تا  $10^8$  انجام گرفت و نتایج بیانگر آن بود که با افزایش عدد رایلی آهنگ انتقال گرمای جابجایی نیز افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شد وجود پره‌ها بر ضریب انتقال حرارت سطحی که بر روی آن نصب شده‌اند، اثر معکوس دارد، زیرا باعث کاهش فضای جریان‌های چرخشی ناشی از اختلاف دما و به تبع آن تغییرات چگالی می‌شود. اگرچه ضریب انتقال حرارت جابجایی کاهش می‌یابد، اما به دلیل افزایش سطح تماس ناشی از وجود پره‌ها گرمای بیشتری از سطح داخلی حلقوی‌ها انتقال می‌یابد. همچنین با تغییر نسبت ابعادی در هندسه 2 این نتیجه حاصل شد که عدد ناسلت با افزایش نسبت ابعادی افزایش خواهد داشت.

### 8- فهرست علائم

$d$	قطر کانال
$Gr$	عدد گرافش
$Nu$	عدد ناسلت
$P$	فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )
$Pr$	عدد پرائتل
$Ra$	عدد رایلی
$Re$	عدد رینولدز
$T$	دما (K)
$V$	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )

### علائم یونانی

$\mu$	لزجت دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )

### 9- مراجع

- [1] T. H. Kuehn, R. J. Goldstein, An Experimental Study of Natural Convection Heat Transfer in Concentric and Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 100, No. 4, pp.

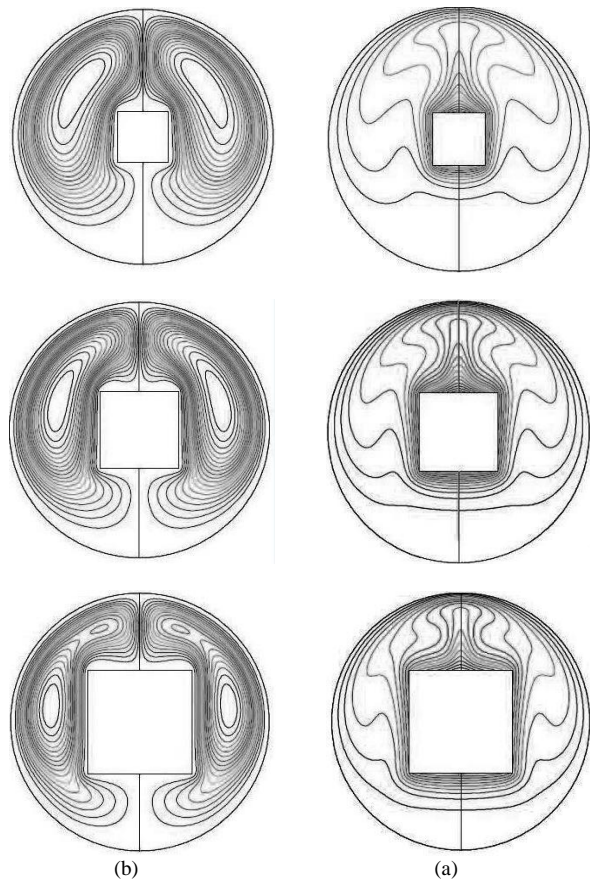


Fig. 11 Compare temperature contours (a) and stream lines (b) at the difrent aspect ratio in geometry 2 at  $Ra=10^7$

شکل 11 مقایسه کانتورهای دما (a) و خطوط جریان (b) در نسبت ابعاد مختلف برای هندسه 2 در  $Ra=10^7$

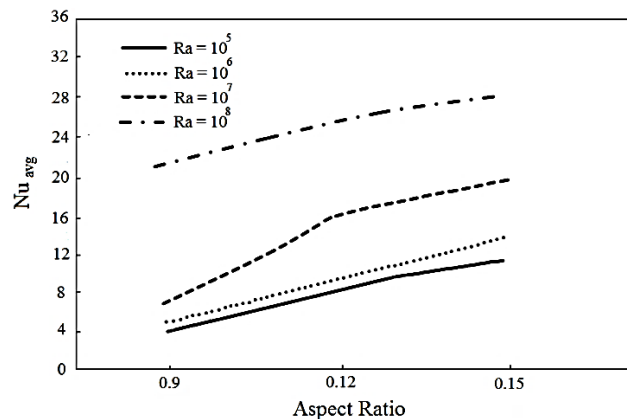


Fig. 12 The effect of the aspect ratio on the average Nusselt number for different Rayleigh numbers In geometry 2

شکل 12 اثر نسبت ابعاد در عدد ناسلت متوسط برای اعداد رایلی متفاوت در هندسه 2

کاهش انتقال حرارت می‌شود ولی به علت افزایش سطوح تماس ناشی از وجود پره‌ها گرمای بیشتری از سطح داخلی انتقال می‌یابد.

از آنجا که در حلقوی منبع تولید گرما وجود ندارد حرارت تبادل شده سطوح گرم و سرد با یکدیگر برابرند و از آنجا که انتقال گرمای سطح گرم افزایش یافته است، با توجه به ثابت بودن مساحت سطح سرد، انتقال گرمای



- Analysis of the Natural Convection in a Horizontal Annuli at Low and Moderate Ra, *Thermal Engineering*, Vol. 5, No. 2, pp. 58-65, 2006.
- [9] J.C. Chai, S.V. Patankar, Laminar Natural Convection in Internally Finned Horizontal Annuli, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 24, No. 1, pp. 6747, 1993.
- [10] M. Arbaban, M. R. Salimpour, Enhancement of laminar natural convective heat transfer in concentric annuli with radial fins using nanofluids, *Heat Mass Transfer*, Vol. 51, No. 3, pp: 353-362, 2014.
- [11] M.Talebi, M.Sharifi, Experimental Investigation Of Convective Heat Transfer In Concentric Annuli With Cosine Heat Flux, *In the 19th Annual Conference on Mechanical Engineering-ISME*, Shiraz, Iran, 2012.
- [12] M. Nazari, S. Ramzani, Natural Convection in Square Cavity with Heated Obstacle Using Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No 2, pp. 119-133, 2011 (In Persian فارسی)
- [13] B. Ghasemi, S. M. Aminossadati, "Brownian Motion of Nanoparticles in a Triangular Enclosure with Natural Convection", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 6, pp. 931-940, 2010
- [14] ANSYS CFX-Solver theory guide: ANSYS Inc, Southpointe. 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317, [ansysinfo@ansys.com](mailto:ansysinfo@ansys.com), <http://www.ansys.com>, (T) 724-746-3304, (F) 724-514-9494, November 2013
- 635-640, 1978.
- [2] T. H. Kuehn, R. J. Goldstein, An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 74, No. 4, pp. 695-719, 1976.
- [3] H. K. Dawood, H. A. Mohammed, N. A. Che Sidik, K.M. Munisamy, M. A. Wahid, Forced, natural and mixed-convection heat transfer and fluid flow in annulus: A review, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 62, pp. 45-57, 2015.
- [4] Ramadan Y. Sakr, Nabil S. Berbish, Natural Convection Heat Transfer in a Horizontal Concentric Elliptic Annulus Containing Saturated Porous Media, *Journal of Porous Media*, Vol. 15, No. 6, pp.567-584, 2012.
- [5] S.M. Seyyedi, M. Dayyan, Soheil Soleimani, E. Ghasemi, Natural convection heat transfer under constant heat flux wall in a nanofluid filled annulus enclosure, *Ain Shams Engineering Journal*, Vol. 6, pp. 267-280, 2015.
- [6] M. Habibi Matin a, I. Pop, Natural convection flow and heat transfer in an eccentric annulus filled by Copper nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 61, pp. 353-364, 2013.
- [7] Ch. Zhang, L. Zheng, Y. Jiang, X. Zhang, Unsteady natural convection heat transfer of nanofluid in an annulus with a sinusoidally heated source, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 69, No. 1, pp. 1-12, 2015.
- [8] E. L. M. Padilla, R. Campregher, and A. Silveira-Neto, Numerical