

تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر با درنظر گرفتن اثرات تماس متقابل و پیوستگی سطح ورق‌ها

سیدعلی هاشمیان^۱، بهنام معتمد ایمانی^{۲*}

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
*مشهد، صندوق پستی ۹۱۷۷۹۴۸۹۷۴-۱۱۱۱

چکیده

در یک مجموعه مکانیکی، وجود خطاهای ناشی از ساخت قطعات و یا فرایند موئاز، می‌تواند باعث تغییرات زیادی در مجموعه نهایی سببت به مدل ایده‌آل شده و بر کیفیت و عملکرد آن تأثیرگذار باشد. در سازه‌های ورقی فلزی، به دلیل انعطاف‌پذیری زیاد ورق‌ها، خطاهایی که به هنگام موئاز رخ می‌دهد، به اندازه خطاهای ناشی از ترانسی تولیدی ورق‌ها تأثیرگذار هستند؛ لذا در اختیار داشتن مدلی جامع که بتواند فرایند موئاز این سازه‌ها را تحلیل و ارتباط بین ترانسی قطعات و تغییرات نهایی مجموعه را بیان نماید، سیار حائز اهمیت است. اما باید به این نکته نیز توجه داشت که فرایندهای موئاز معمولاً پیچیده و دانای غیرخطی هستند. مهمترین عاملی که باعث غیرخطی شدن فرایند موئاز سازه‌های ورقی می‌شود، تماس متقابل سطوح با یکدیگر در حین موئاز می‌باشد. نادیده گرفتن این اثر و بیان فرایند موئاز صرفاً بر اساس رابطه خطی نیرو-جایجایی منجر به تداخل ورق‌ها در مدل و بروز اختلافات زیاد بین نتایج تئوری و عملی خواهد شد. فاکتور مهم دیگر در تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی، پیوستگی سطح ورق‌هاست که باعث ایجاد ارتباطی متقابل بین تغییرشکل نقاط مختلف یک ورق می‌شود. هدف از این مقاله ارائه روشی جدید در تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی فلزی انعطاف‌پذیر است که در آن تحلیل اجزای محدود غیرخطی با شکل بهبودیافته تحلیل آماری بدون حساسیت ترکیب می‌شود تا بتواند اثرات تماس متقابل و پیوستگی سطح ورق‌ها را در نظر گرفته و خطاهای حاصل در مجموعه موئاز را محاسبه نماید. دقت این روش نیز به کمک نتایج بدست آمده از آزمایش و شبیه‌سازی مونتاژ کارلو تأیید شده است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۲۸ فروردین ۱۳۹۳
پذیرش: ۰۹ مهر ۱۳۹۳
ارائه در سایت: ۱۲ مهر ۱۳۹۳

کلید واژگان:
تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر
تماس متقابل سطوح
پیوستگی سطوح
تحلیل اجزای محدود غیرخطی
تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته

Tolerance analysis of flexible sheet metal structures including effects of contact interaction and surface continuity of components

Seyed Ali Hashemian¹, Behnam Moetakef Imani^{2*}

۱- Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran.

۲- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

*P.O.B. 9177948974-1111 Mashhad, Iran, imani@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 17 April 2014

Accepted 01 October 2014

Available Online 04 October 2014

Keywords:

Tolerance Analysis of Compliant Sheet Metal Assemblies
Contact Interaction
Surface Continuity
Nonlinear Finite Element Analysis
Improved Sensitivity-Free Probability Analysis

ABSTRACT

In a mechanical assembly, errors arising from part manufacturing or assembly process may cause significant variation in final assembly with respect to the ideal model and affect the quality and performance of product. In sheet metal products due to high order of compliancy of components, errors generated during assembly process are as important as parts' manufacturing tolerances. Therefore, it is crucial to have a comprehensive model in order to analyze the assembly process of these structures and represent the relationship between part tolerances and final assembly errors. However, it should be noted that assembly processes are often complex and nonlinear in nature. In sheet metal structures, the most important factor that makes the assembly process nonlinear is contact interaction between mating parts during assembly. If this factor is disregarded and the assembly process is only represented based on linear force-displacement relationship, the model will result in part penetration and a remarkable difference between theoretical and experimental results will occur. Another important feature in sheet metal tolerance analysis is the surface continuity of components which makes the deformation of the neighboring points of a plate correlated. This paper aims to present a new methodology for tolerance analysis of compliant sheet metal assemblies in which a nonlinear finite element analysis is integrated with improved sensitivity-free probability analysis in order to account for effects of contact interaction and surface continuity of components and calculate the assembly error. The accuracy of this approach is confirmed by an experimental case study and Monte Carlo simulation.

۱- مقدمه

اع vadی و هندسی قطعات، بر کیفیت و عملکرد کلی مجموعه تأثیرگذار خواهد بود. خطاهای ناشی از ترکیب این ترانس‌ها، می‌تواند مشکلات زیادی از جمله در یک مجموعه که از قطعات مختلفی تشکیل شده است، ترکیب ترانس‌ها

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S.A. Hashemian, B. Moetakef Imani, Tolerance analysis of flexible sheet metal structures including effects of contact interaction and surface continuity of components, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 199-208, 2014 (In Persian)

Please cite this article using:

S.A. Hashemian, B. Moetakef Imani, Tolerance analysis of flexible sheet metal structures including effects of contact interaction and surface continuity of components, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 199-208, 2014 (In Persian)



شکل ۱ چند نمونه سازه ورقی فلزی [9,8]

ماهیت تصادفی متغیرهای مسأله باعث می‌شود که برای بیان ارتباط بین تغییرات مشخصه کلیدی و ترانسی متغیرهای ورودی نیاز به استفاده از روش‌های آماری باشد. ساده‌ترین روش برای این منظور، استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو است که اولین بار به وسیله دی‌دانکر و اسپنسر در مبحث تحلیل ترانسی از آن استفاده شده است [14]. نتایج روش مونت‌کارلو در صورت انتخاب جامعه آماری مناسب از دقت قابل قبولی برخوردار است. اما این روش نیازمند شبیه‌سازی مجموعه به ازای تمامی متغیرهای موجود در جامعه آماری بوده و به هیچ‌وجه مقرن به صرفه نیست؛ لذا در ادامه جای خود را به روش جذر مجموع مربعات^۵ داده است. روش جذر مجموع مربعات می‌تواند مقدار میانگین و واریانس مشخصه کلیدی مجموعه را بر حسب ترانسی متغیرهای ورودی به کمک تعریف ماتریس حساسیت محاسبه نماید [15]. در روش‌های نوین تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر، همان‌طور که پیشتر اشاره شد، ارتباط بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی از طریق یک تحلیل اجزای محدود غیرخطی بیان می‌شود. در نتیجه به دلیل عدم وجود رابطه‌ای خطی بین متغیرها (عدم وجود ماتریس حساسیت) روش جذر مجموع مربعات کاربرد چندانی نداشت. بدین منظور باید به کمک تحلیل آماری بدون حساسیت^۶ و به وسیله محاسبه گشتاورهای آماری، شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی را محاسبه نمود [16]. از سوی دیگر، این روش نیازمند محاسبه انتگرال‌های چندمتغیره مسأله است [18]، عملًا امکان انتگرال‌گیری تحلیلی وجود ندارد. همچنین استفاده از روش‌های عددی انتگرال‌گیری چند متغیره با بالارفت تعداد متغیرهای سیار زمانبر و پرهزینه خواهد بود. برای رفع این مشکل، رحمان و زو [16] روشی تحت عنوان کاهش بعد (دی‌آر)^۷ ارائه کرده‌اند که می‌تواند یک انتگرال چندمتغیره را به ترکیب چند انتگرال تک‌متغیره بدل نماید.

یون و همکاران [17] در ادامه با تکمیل روش دی‌آر و مرتفع ساختن برخی از ابرادهای وارد بر آن، روشی تحت عنوان کاهش بعد ارتفا یافته (دی‌آر)^۸ ارائه کرده‌اند. این روش که در ادامه بیشتر به بررسی آن پرداخته می‌شود، کاربرد مهمی در تحلیل آماری بدون حساسیت دارد.

5- Root Sum Squares

6- Sensitivity-Free Probability Analysis

7- Dimension Reduction (DR)

8- Enhanced Dimension Reduction (EDR)

ضایع شدن مجموعه، انجام عملیات اضافه برای اصلاح خطاهای افزایش هزینه‌های تولید و گارانتی و در نهایت نارضایتی مشتری را به دنبال داشته باشد. در این میان، در اختیار داشتن یک مدل جامع که بتواند ارتباط بین ترانسی‌های قطعات و خطاهای مجموعه را به خوبی تحلیل نماید، بسیار حائز اهمیت است. از این‌رو، استفاده از روش‌های تحلیل ترانسی امروزه از ارزش قابل ملاحظه‌ای برخوردار شده است.

یکی از رایج‌ترین انواع مسائل در مبحث تحلیل ترانسی، فرایند مونتاژ سازه‌های متشكل از قطعات انعطاف‌پذیر است که بیشتر معمولی سازه‌های ورقی فلزی است. البته در موارد خاصی نیز به تحلیل انعطاف‌پذیری در سایر سازه‌های مکانیکی مثل مکانیزم‌ها پرداخته شده است [11]. سازه‌های ورقی فلزی که محور اصلی این تحقیق هستند، در صنایع مختلفی از جمله ساخت‌دهنه هواپیما و بدنه خودرو مورد استفاده قرار می‌گیرند (شکل ۱).

روش‌های قدیمی در مبحث تحلیل ترانسی، که بر فرض صلب بودن قطعات استوار هستند [3,2] قادر به تخمین اثر انعطاف‌پذیری قطعات در مجموعه نخواهند بود. از این‌رو، روش‌های بعدی به تدریج در جهت بررسی سازه‌های انعطاف‌پذیر ارتقا یافته‌اند [4-7]. در واقع، پیشگامان تحلیل ترانسی سازه‌های انعطاف‌پذیر را باید لیو و هو [4] دانست. در تئوری پیشنهادی آنها که به روش ضرایب تأثیر^۱ معروف است، تغییرشکل یا ترانس اولیه ورق‌ها به عنوان متغیرهای ورودی و تغییرشکل ناشی از ترکیب آنها در مجموعه مونتاژی به عنوان مشخصه کلیدی^۲ مجموعه تعریف شده است. در این روش ارتباط بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی مجموعه در قالب یک ماتریس حساسیت^۳ و مبتنی بر رابطه خطی نیرو‌جابجایی به کمک تحلیل اجزاء محدود^۴ بیان شده است. اما نکته قابل توجه این است که فرایندهای مونتاژ معمولاً پیچیده و تا حد زیادی نیز غیرخطی هستند.

عوامل مختلفی مانند رفتار غیرخطی مواد و تغییرشکل‌های بزرگ می‌تواند باعث غیرخطی شدن فرایند شود. در مونتاژ مجموعه‌های ورقی، مهمترین عاملی که باعث غیرخطی شدن فرایند می‌شود، تماس باعث می‌شود که ارتباط سطح ورق‌ها در حین مونتاژ است. این تماس باعث می‌شود که ارتباط خطی بین نیرو و جابجایی دیگر در برقرار نباشد. از این‌رو، تحقیقاتی جدید انجام شده به سمت تحلیل‌های غیرخطی و در نظر گرفتن اثر تماس متقابل ورق‌ها پیش رفته و باعث ایجاد نوآوری‌هایی در زمینه تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی شده است [13-10]. در اولین تحقیقی که در این زمینه توسط کی و همکاران [10] صورت گرفته، نشان داده شده است که مدل سازی خطی فرایند مونتاژ، موجب درهم فرو رفتن قطعات خواهد شد. در میان تحقیقاتی انجام شده، روشنی که توسط زیه و همکاران [13] ارائه شده، کامل‌تر و جامع‌تر از سایر روش‌های است به این دلیل که کل فرایند را به صورت غیرخطی در محیط اجزای محدود تحلیل می‌کند. توضیحات کامل‌تر در مورد چگونگی انجام تحلیل اجزای محدود غیرخطی در بخش ۲ ارائه خواهد شد.

در یک فرایند تحلیل ترانسی، برای هر یک از متغیرهای ورودی، یک محدوده تغییرات (محدوده ترانسی) تعریف می‌شود و هر متغیر می‌تواند یک مقدار تصادفی در محدوده ترانسی خود داشته باشد. بدین ترتیب در تولید این‌به، برای هر متغیر یک سری از ابعاد موجود است که همگی درون محدوده ترانسی آن متغیر پراکنده شده‌اند.

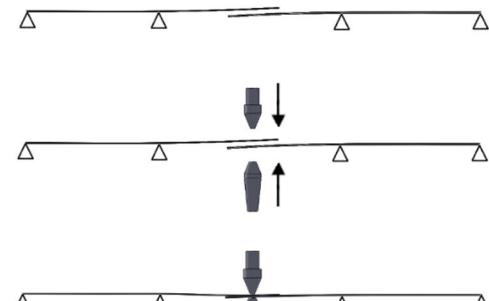
1- Method of Influence Coefficients

2- Key Characteristics

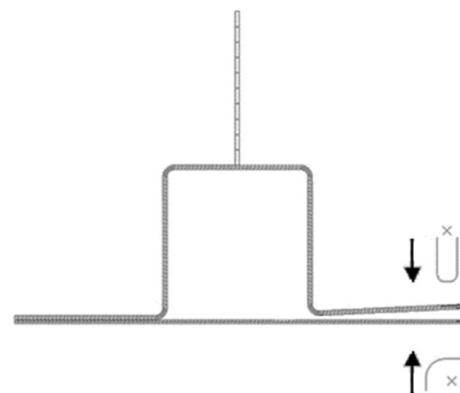
3- Sensitivity Matrix

4- Finite Element Analysis

هدف از انجام این تحقیق، معرفی روشی جامع در تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی فلزی انعطاف‌پذیر است که علاوه بر درنظرگرفتن اثر تماس متقابل قطعات در قالب یک تحلیل اجزای محدود غیرخطی، اثر پیوستگی هندسی سطح ورق‌ها را نیز لحاظ می‌نماید. در تئوری، ارائه شده در این مقاله، با ترکیب تحلیل اجزای محدود غیرخطی با مدل بهبود یافته تحلیل آماری بدون حساسیت، می‌توان محدوده ترانسی و توزیع آماری مشخصه کلیدی مجموعه را با دقتی به مراتب بیشتر از روش‌های فعلی محاسبه کرد. در این روش، ابتدا به کمک تئوری پی‌سی‌ای متغیرهای ورودی وابسته به متغیرهای مستقل تبدیل و پس از شناسایی الگوهای تغییرشکل غالب در ورق‌ها، این الگوها به عنوان ورودی به روش ایدی‌آر داده می‌شوند. بدین ترتیب می‌توان با کم کردن حجم بالای محاسبات، به شکل قابل ملاحظه‌ای به افزایش سرعت تحلیل کمک کرد. ارائه ایده‌های جدید در ترکیب تئوری‌های پی‌سی‌ای و ایدی‌آر و همچنین بهره‌مندی از روش اجزاء محدود غیرخطی مبتنی بر آنالیز تماسی، در نهایت منجر به معرفی یک روش جامع در تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر شده است. صحت و دقت تئوری ارائه شده نیز به کمک نتایج آزمایشگاهی حاصل از مونتاژ مجموعه‌هایی متشکل از ورق‌های فولادی مورد بررسی قرار گرفته است. در این آزمایش، تغییرشکل اولیه ورق‌ها به عنوان متغیرهای ورودی مسئله و تغییرشکل‌جag شده پس از مونتاژ در نقطه‌ای معلوم از مجموعه به عنوان مشخصه کلیدی تعریف شده است. توضیحات تکمیلی در این خصوص در بخش 4 آمده است.



شکل 2 نمایش شماتیک مراحل مونتاژ یک مجموعه ورقی



شکل 3 نمایش یک سازه ورقی انعطاف‌پذیر پیش از مونتاژ [13]

2- مدل سازی فرایند مونتاژ به کمک تحلیل اجزاء محدود غیرخطی
استفاده از تحلیل اجزای محدود به عنوان یکی از اصلی‌ترین مراحل فرایند تحلیل ترانسی سازه‌های انعطاف‌پذیر شناخته می‌شود که هدف از انجام آن مدل سازی فرایند مونتاژ مجموعه است. بطور کلی مراحل مونتاژ یک مجموعه ورقی را می‌توان به چهار بخش کلی تقسیم نمود: (1) قرار دادن ورق‌ها بروی فیکسچرهای، (2) حرکت فک‌های دستگاه جوش در جهت بستن فالصله بین ورق‌ها، (3) اتصال دو ورق به وسیله فرایند جوشکاری نقطه‌ای مقاومتی و (4) آزاد شدن فک‌ها و برگشت فنری³ مجموعه. این مراحل به صورت شماتیک در شکل 2 نمایش داده شده است.

پیشتر اشاره شد که عامل اصلی غیرخطی شدن تحلیل اجزاء محدود، تماس متقابل سطوح ورق‌ها و همچنین تماس ورق‌ها با فک‌های دستگاه جوش و یا سایر ابزارهای مورد استفاده در فرایند مونتاژ می‌باشد. البته باید توجه داشت که قطعات انعطاف‌پذیر در اثر اعمال نیرو، طبق قانون هوک، به شکل خطی تغییرشکل می‌دهند؛ اما این رابطه فقط تا زمانی معتبر خواهد بود که سطوح با یکدیگر تماسی نداشته باشند. به هنگام تماس سطوح، در نظر نگرفتن اثر تماس متقابل در تحلیل باعث درهم فرو رفتن قطعات خواهد شد. شکل‌های 3 و 4 یک سازه ورقی را به ترتیب پیش و پس از مونتاژ نمایش می‌دهند. همان‌طور که در شکل 4 مشاهده می‌شود، نادیده گرفتن اثر تماس متقابل سطوح منجر به درهم فرو رفتن قطعات شده است.

روش اجزاء محدود غیرخطی که برای بیان ارتباط بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی مجموعه مورد استفاده قرار خواهد گرفت، دو هدف کلی را دنبال می‌نماید: اول این که فرایند مونتاژ ورق‌ها کاملاً به شکل واقعی مدل شود و دوم این که اثر تماس متقابل بین ورق‌ها و همچنین تماس بین ورق‌ها و فک‌های دستگاه جوش که عامل غیرخطی شدن فرایند است، در مدل لحاظ شود.

3- Spring-back

یکی از نکات مهم در هر تحلیل آماری، بررسی وابستگی متقابل¹ متغیرهای مسئله است که از آن به عنوان کوواریانس نیز یاد می‌شود. مستقل فرض کردن تغییرات متغیرها بخصوص زمانی که وابستگی بین آنها زیاد باشد، باعث بروز خطاها بزرگی در تحلیل خواهد شد. در مورد سازه‌های ورقی، عاملی که باعث بروز این وابستگی می‌شود، شرایط پیوستگی سطح ورق‌هاست که حکم می‌کند که ارتباط متقابلی بین تغییرشکل نقاط مختلف یک ورق وجود داشته باشد. این ارتباط متقابل، تحت عنوان کوواریانس هندسی، اولین بار توسط مولکلی [19] در تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی مطرح شده است. کاملیو و همکاران [7] توانستند با استفاده از تئوری تحلیل مؤلفه‌های اصلی (پی‌سی‌ای)² [20] الگوها و یا شکل مودهای اصلی تغییرشکل یک ورق را از ماتریس کوواریانس هندسی آن استخراج کنند. بدین ترتیب با محدود کردن تحلیل به درنظرگرفتن این الگوهای اصلی و صرف نظر از سایر الگوهای، تا حد زیادی حجم محاسبات کاهش می‌یابد. البته این روش فقط برای تحلیل‌های خطی (تحلیل‌های مبتنی بر رابطه خطی نیرو-جایجاوی) مورد استفاده قرار گرفته و با توجه به جدید بودن رویکرد غیرخطی به مبحث تحلیل ترانسی مجموعه‌های ورقی، تاکنون نظریه‌ای برای منظور کردن اثر پیوستگی سطح ورق‌ها در تحلیل‌های غیرخطی نشده است. روش ایدی‌آر موجود در تحلیل آماری بدون حساسیت نیز قادر به درنظرگرفتن این وابستگی نمی‌باشد. در بخش 3 با بهبود تحلیل آماری بدون حساسیت، روشی جدید برای بررسی اثر کوواریانس هندسی و پیوستگی سطح ورق‌ها در تحلیل‌های غیرخطی معرفی خواهد شد.

1- Correlation

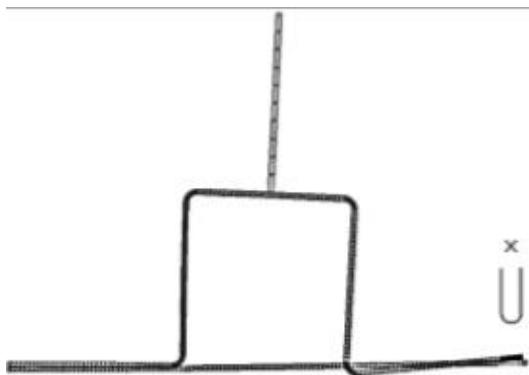
2- Principal Component Analysis (PCA)

استفاده از آن از فرایند فرمدهی فلزات گرفته شده است. لازم به توضیح است که مدل‌سازی بخش استاتیکی فرایند مونتاژ یعنی آزاد شدن انرژی الاستیک (برگشت فرنگی مجموعه) به کمک تحلیل ضمنی در محیط انسیس قابل انجام است. اما برای مدل‌سازی حرکت فک‌های جوش و تغییر شکل‌های ناشی از آن در ورق‌ها (با در نظر گرفتن اثر تماس بین ورق‌ها و فک‌ها و همچنین تماس متقابل سطوح ورق‌ها با یکدیگر) استفاده از یک تحلیل صریح و بهره‌گیری از توانایی‌های بالای [الاس‌داینا](#) بسیار سودمند بوده و کمک قابل توجهی به همگرایی تحلیل می‌کند. توضیحات کامل‌تر در مورد چگونگی انجام یک تحلیل صریح‌ضمنی در راهنمای انسیس/[الاس‌داینا](#) [21] آمده است. یکی از مهم‌ترین و حساس‌ترین بخش‌های یک تحلیل تماسی در نرم‌افزارهای اجزای محدود تعریف صحیح المان‌های تماسی، جهت بردارهای نرمال، تنظیمات کلیدی⁴ و ثوابت حقیقی⁵ این المان‌هاست [22,12] که در بعضی مواقع، نبود دقت و اطلاعات کافی در چگونگی انتخاب آنها منجر به نتایج نادرست و حتی واگرایی حل خواهد شد. یکی از مزیت‌های مهم استفاده از ترکیب نرم‌افزاری انسیس و [الاس‌داینا](#) این است که در این محیط فقط باید اجمامی که باهم در تماس هستند و یا در طول حل تماس پیدا می‌کنند، تعیین شوند؛ بسیاری از مراحل فوق‌الذکر در آنالیز تماسی به صورت خودکار توسط نرم‌افزار اجرا می‌شود که این امر نه تنها باعث افزایش نرخ همگرایی، بلکه منجر به کاهش خطای کاربر نیز خواهد شد.

شکل 5 چگونگی اجرای مراحل چهارگانه مدل‌سازی فرایند مونتاژ سازه‌های ورقی در محیط انسیس/[الاس‌داینا](#) را نمایش می‌دهد که طی آن متغیرهای ورودی (ترانس اولیه ورق‌ها) به مشخصه کلیدی مجموعه (به عنوان مثال تغییرشکل یک نقطه از مجموعه مونتاژی) مرتبط شده است. همان‌طوری که در این شکل مشاهده می‌شود، پس از مدل‌سازی هندسی ورق‌ها بر اساس تغییرشکل اولیه در هر ورق، خواص مکانیکی مواد تعیین شده و المان بندی ورق‌ها و فک‌های جوش به ترتیب به کمک المان‌های صریح پوسته⁶ 163 و سالید⁷ 164 صورت می‌گیرد. پس از انجام تحلیل صریح در مرحله دوم، در مرحله بعد المان جوش نقطه‌ای به صورت پیش‌فرض به عنوان ترکیبی از المان‌های تماسی (کانتکت⁸ 175 و تارگت⁹ 170) و المان قید چند نقطه‌ای (امپسی¹⁰ 184) در محیط نرم‌افزار انسیس تعریف می‌شود. این المان می‌تواند در محل نقطه اتصال، تمام درجات آزادی دو ورق را تا شعاع تعیین شده (شعاع نقطه جوش) با هم کوپل کند. در این مرحله لازم است تا المان‌های صریح به ضمیم تبدیل شده و شرایط انجام تحلیل ضمیمی در مرحله چهارم مهیا شود. فرایند تبدیل نوع المان‌ها همواره یکی از بخش‌های اصلی یک تحلیل صریح‌ضمنی است که در آن المان‌های پوسته ورق‌ها و اجزای صلب (فک‌های جوش) به صورت اتوماتیک با المان‌های پوسته 181 و سالید 185 جایگزین خواهد شد.

3- تحلیل ترانسی آماری

همان‌طور که پیشتر نیز اشاره شد، آمار نقش بسیار مهمی در تحلیل ترانسی مجموعه‌های مکانیکی ایفا می‌کند. اما تئوری‌های آماری رایج که تاکنون در مبحث تحلیل ترانسی استفاده می‌شده، قادر به تخمین اثر پیوستگی هندسی سطوح ورق‌ها نیستند.



(الف)



(ب)

شکل 4 نمایش سازه ورقی نشان داده شده در شکل 3 پس از مونتاژ (الف) بدون لحاظ نمودن اثر تماس متقابل سطوح (ب) با لحاظ نمودن اثر تماس متقابل سطوح [13]

برای این منظور با استناد به چهار مرحله‌ای که در ابتدای این بخش به آن اشاره شد، می‌توان روال کلی تحلیل اجزاء محدود فرایند مونتاژ سازه‌های ورقی را به شکل زیر دسته‌بندی نمود:

1- مدل‌سازی ورق‌ها مطابق با تغییرشکل اولیه هر ورق، تعریف خواص مواد، المان بندی و مقید نمودن نقاط تکیه گاهی (لازم به توجه است که فک‌ها باید به شکل صلب مدل شوند که این فرض با توجه به سختی زیاد فک‌ها در مقایسه با انعطاف‌پذیری زیاد ورق‌ها کاملاً منطقی است)؛

2- حرکت فک‌ها و تغییرشکل ورق‌ها در جهت بستن فاصله موجود با درنظر گرفتن تماس متقابل بین ورق‌ها و همچنین بین ورق‌ها و فک‌ها؛

3- تعریف المان جوش نقطه‌ای در محل اتصال دو ورق (این المان قادر است در محل نقطه جوش، تمام درجات آزادی دو سطح را به هم کوپل نماید)؛

4- باز شدن فک‌ها (حذف فک‌ها از مدل) و تغییرشکل مجموعه مونتاژی در اثر برگشت فرنگی.

در این تحقیق برای انجام مراحل فوق از محیط نرم‌افزار انسیس¹ مجهز به حلگر [الاس‌داینا](#)² کمک گرفته شده است. با توجه به توانایی بالای [الاس‌داینا](#) در حل مسائل غیرخطی، مسائل شباهستاتیکی با تغییرشکل‌های بزرگ و مسائل مربوط با تماس متقابل اجسام، استفاده از آن در محیط نرم‌افزار انسیس بسیار پرکاربرد خواهد بود. یکی از بهترین شکل‌های مدل‌سازی غیرخطی فرایند مونتاژ، بهره‌گیری از تحلیل صریح‌ضمنی³ است که ایده

4- Key Options
5- Real Constants
6- Shell Element (SHELL)
7- Solid Element (SOLID)
8- Contact Element (CONTA)
9- Target Element (TARGET)
10- Multipoint Constraint Element(MPC)

در حالت کلی اگر مشخصه کلیدی مجموعه،تابع دلخواهی از متغیرهای ورودی به فرم $u = u(v_1, v_2, \dots, v_N)$ باشد، توزیع آماری (تابع چگالی احتمال)² آن بر اساس سیستم پیرسون³ [23] و با محاسبه گشتاورهای آماری تعیین خواهد شد. در مبحث آمار چندمتغیره، گشتاور آام تابع u حول مبدأ به صورت رابطه (1) قابل محاسبه است [24].

$$\begin{aligned} m^r &= E[u^r(v_1, \dots, v_N)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} u^r(v_1, \dots, v_N) f_v(v_1, \dots, v_N) dv_1 \dots dv_N \end{aligned} \quad (1)$$

در این رابطه E اپراتور امید ریاضی⁴ و $f_v(v_1, v_2, \dots, v_N)$ تابع چگالی احتمال مجموعه متغیرهای ورودی است. پس از محاسبه گشتاورهای اول تا چهارم تابع u شاخصه‌های توزیع آن یعنی مقدار میانگین (μ)، واریانس (σ^2)، عدم تقارن⁵ (γ_1) و کشیدگی⁶ (β_2) با روابط (2)-(5) قابل تعیین هستند [25].

$$\mu = m_1 \quad (2)$$

$$\sigma^2 = m_2 - \mu^2 \quad (3)$$

$$\gamma_1 = \frac{m_3 - \mu^3 - 3\mu\sigma^2}{\sigma^3} \quad (4)$$

$$\beta_2 = \frac{m_4 - \mu^4 - 6\mu^2\sigma^2 - 4\mu\sigma^3\gamma_1}{\sigma^4} \quad (5)$$

مشکل اصلی فرایند فوق در محاسبه توزیع آماری مشخصه کلیدی مجموعه، این است که با بالا رفتن تعداد متغیرهای ورودی، نمی‌توان حلی تحلیلی برای رابطه (1) پیدا کرد و حل عددی آن نیز پرهزینه خواهد بود. رحمان و زو [16] با معرفی روش کاهش بعد (دی‌آر) توانستند بر اساس تعریف اپراتور امید ریاضی، این انگرال را با تقریبی مناسب به ترکیبی از چند انتگرال تک متغیره بدل نمایند. بدین ترتیب گشتاور آام تابع u بر اساس روش دی‌آر با رابطه (6) قابل محاسبه است.

$$m_r \cong E \left[\sum_{j=1}^N u^r(\mu_1, \dots, v_j, \dots, \mu_N) \right] - (N-1)u^r(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N) \quad (6)$$

با توجه به تعریف اپراتور امید ریاضی و معرفی (v_j) $f(v_j)$ به عنوان تابع چگالی احتمال متغیر v_j می‌توان رابطه (7) را نوشت.

$$\begin{aligned} E \left[\sum_{j=1}^N u^r(\mu_1, \dots, v_j, \dots, \mu_N) \right] \\ = \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} u^r(\mu_1, \dots, v_j, \dots, \mu_N) f(v_j) dv_j \end{aligned} \quad (7)$$

بون و همکاران [17] با محوریت روش دی‌آر روش جدیدی به نام کاهش بعد ارتقا یافته (ای‌دی‌آر) ارائه نمودند که به کمک آن، فرایند محاسبه گشتاورهای تابع هدف تسهیل می‌شود. در روش ایدی‌آر پیشنهاد شده که برای محاسبه انتگرال رابطه (7) به جای استفاده از تابع اصلی u از تقریب تک متغیره آن استفاده شود. در مسائلی مانند تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی که مقادیر مشخصه کلیدی مجموعه از یک تحلیل اجزای محدود غیرخطی بدست می‌آید، عملأ تابع اصلی u در اختیار نیست و استفاده از تقریب تک متغیره آن بسیار پرکاربرد است. یکی از نکات مهم در این تقریب، تعداد و نحوه پراکندگی نقاط لازم برای برازش می‌باشد. طبیعتاً هرچه تعداد این نقاط بیشتر باشد، تابع u بهتر تخمین زده می‌شود. البته افزایش نقاط داده چندان هم مقرر نیست زیرا باعث افزایش تعداد دفاتر حل اجزای محدود خواهد شد. روش ایدی‌آر پیشنهاد می‌کند برای N متغیر ورودی، تعداد $1 + 4N$ تا $2N + 1$ نقطه بسته به میزان غیرخطی بودن مسئله لازم است که

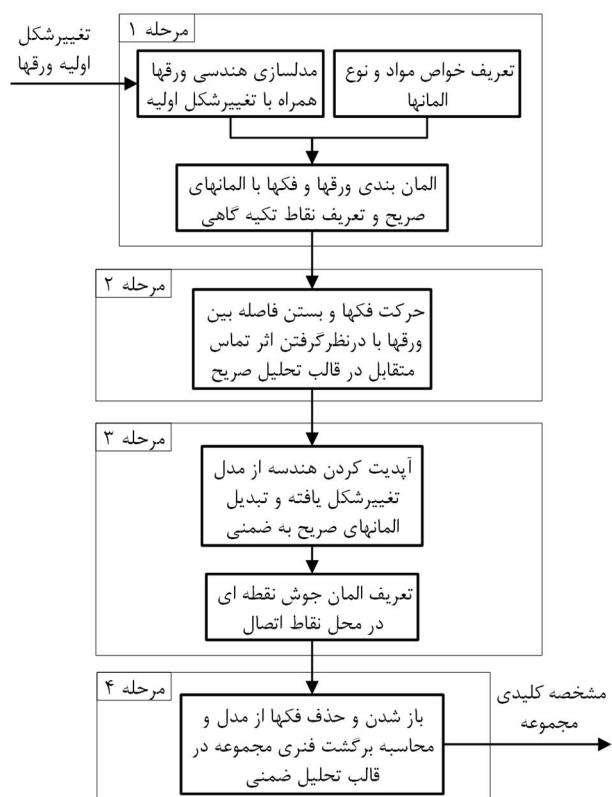
2- Probability Density Function

3- Pearson System

4- Expectation Operator

5- Skewness

6- Kurtosis



شکل 4 مراحل چهارگانه مدل‌سازی فرایند موتانتاز سازه‌های ورقی در محیط انسیس / إل‌اس‌داینا

لذا در این تحقیق سعی شده تا با معرفی روشی جدید که در واقع شکل بهبود یافته تحلیل آماری بدون حساسیت است، فرایند تحلیل ترانسی سازه‌های اعطاف‌پذیر تکمیل‌تر و نتایج آن به واقعیت نزدیک‌تر شود. اما پیش از معرفی تئوری جدید، لازم است مروری اجمالی از تئوری‌های موجود ارائه شود.

3-1- مروری بر تحلیل‌های آماری رایج

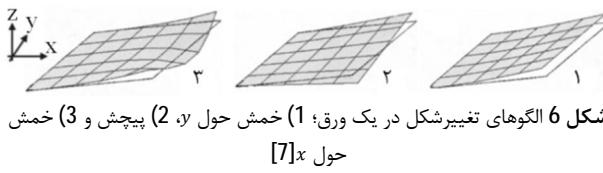
3-1-3- تحلیل حساسیت¹

در تحلیل ترانسی خطی مجموعه‌های ورقی، ارتباط بین تغییر شکل اولیه ورق‌ها به عنوان متغیرهای ورودی $v = [v_1, v_2, \dots, v_N]$ و مشخصه کلیدی مجموعه (u) به کمک ماتریس حساسیت (S) و به شکل $S = SV$ بیان می‌شود [4]. در نتیجه می‌توان مقدار میانگین و واریانس مشخصه کلیدی را به صورت $\mu_u = \sum_{i=1}^N S_{i1} \mu_i$ و $\sigma_u^2 = \sum_{i=1}^N S_i^2 \sigma_i^2$ محاسبه کرد که در این روابط μ_i و σ_i به ترتیب مقدار میانگین و انحراف استاندارد متغیرهای ورودی هستند [15]. وجود رابطه خطی در اینجا حکم می‌کند که اگر توزیع آماری تمام متغیرهای ورودی نرمال باشد، مشخصه کلیدی مجموعه نیز توزیعی نرمال داشته باشد.

3-2- تحلیل آماری بدون حساسیت

در مقایسه با روش قبلی، زمانی که رابطه بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی مجموعه از تحلیل اجزای محدود غیرخطی بدست می‌آید، به دلیل عدم امکان تعریف ماتریس حساسیت عملأ نمی‌توان از روابط فوق استفاده کرد. ضمناً حتی اگر توزیع تمام متغیرهای ورودی نرمال باشد، در یک تحلیل غیرخطی هیچ تضمینی وجود ندارد که تابع خروجی نیز نرمال باشد و ممکن است شکل دیگری از یک توزیع آماری همچون بتا یا گاما پیدا کند.

1- Sensitivity Analysis

شکل 6 الگوهای تغییرشکل در یک ورق؛ ۱) خمش حول x , ۲) پیچش و ۳) خمش حول x

با توجه به جبر ماتریسی می‌توان نتیجه گرفت که تمام مؤلفه‌های غیرقطري در Δ برابر صفر هستند و لذا هیچ واستنگی و یا کوواریانسی بین v_i ها وجود ندارد. بدین ترتیب به کمک تحلیل پی‌سی‌ای می‌توان متغیرهای وابسته v_1, v_2, \dots, v_N را به متغیرهای مستقل v'_1, v'_2, \dots, v'_N تبدیل نمود. ضمناً رابطه فوق نشان می‌دهد که مقادیر ویژه Σ یا به عبارت دیگر واریانس‌های اصلی Σ در واقع همان واریانس‌های Σ می‌باشند.

در یک مجموعه ورقی انعطاف‌پذیر، Σ حکم تغییر شکل اولیه و Σ حکم ماتریس کوواریانس هندسی ورق‌ها را دارد. در نتیجه هریک از بردارهای ویژه Σ بیانگر یک شکل مود یا الگوی تغییر شکل در ورق می‌باشد. مقادیر ویژه (واریانس‌های اصلی) متناظر با این بردارهای ویژه نیز بیانگر میزان تأثیر شکل مود مربوطه در تغییرشکل کلی سطح ورق خواهد بود. چند نمونه از الگوهای رایج تغییرشکل برای یک ورق در شکل 7 قابل نشان داده شده است.

3-2-2- ترکیب روش ایدی آر و تحلیل پی‌سی‌ای
در روش ایدی آر، به کمک تئوری پی‌سی‌ای و با استفاده از تبدیل $T' = TV$ می‌توان تابع هدف یعنی $(v_1, v_2, \dots, v_N)u$ را به شکل $U(v'_1, v'_2, \dots, v'_N)$ برحسب متغیرهای مستقل بیان کرد. بنابراین مقادیر گشتاورهای تابع U در فضای متغیرهای مستقل با رابطه (9) قابل محاسبه خواهد بود.

$$m_r = E \left[\sum_{j=1}^N U^r(\mu'_1, \dots, v'_j, \dots, \mu'_N) \right] - (N-1)U^r(\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_N) \quad (9)$$

یکی از مزیت‌های اصلی روش پی‌سی‌ای، به خصوص زمانی که وابستگی متغیرهای ورودی زیاد باشد، این است که معمولاً یک یا چند واریانس اصلی توزیع Σ برابر صفر و یا نزدیک به صفر خواهد شد. نکته مهم اینجاست که صفرشدن یکی از واریانس‌های اصلی توزیع Σ و یا به عبارت دیگر، صفر شدن واریانس یکی از v_i ها، به منزله حذف آن متغیر از معادله (9) می‌باشد، زیرا متغیری که واریانس صفر داشته باشد، عملاً یک متغیر آماری محسوب نمی‌شود و انتگرال تابع چگالی احتمال آن نیز برابر صفر خواهد شد. در سازه‌های ورقی نیز با توجه به محدود بودن الگوهای تغییرشکل، ماتریس کوواریانس هندسی هر ورق فقط می‌تواند تعداد کمی واریانس اصلی غیر صفر داشته باشد که متناظر با الگوهای غالب تغییر شکل در آن ورق خواهد بود. بدین ترتیب فقط با درنظر گرفتن M متغیر متناظر با الگوهای غالب، رابطه محاسبه گشتاورها به شکل رابطه (10) اصلاح می‌شود لازم به ذکر است که سایر متغیرها فقط با مقادیر میانگین خود در رابطه شرکت می‌کنند.

$$m_r = E \left[\sum_{j=1}^M U^r(\mu'_1, \dots, v'_j, \dots, \mu'_N) \right] - (M-1)U^r(\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_N) \quad M \ll N \quad (10)$$

رابطه (10) نشان می‌دهد که در روش پیشنهادی جدید به محاسبه انتگرال‌های کمتر و در نتیجه تعداد حللهای اجزای محدود کمتری نیازمند خواهد بود که این موضوع در افزایش سرعت تحلیل بسیار مؤثر است. روال کلی فرایند تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر با درنظر گرفتن اثر تماس متقابل و پیوستگی سطح ورق‌ها را می‌توان در قالب دیاگرام شکل 8 بیان کرد.

این نقاط باید در راستای بردارهای ویژه (جهات اصلی) ماتریس کوواریانس متغیرهای ورودی و در بازه $3\sigma' \pm 3\sigma'$ انتخاب شوند (σ' و σ به ترتیب برابر مقدار میانگین و انحراف استاندارد در جهات اصلی هستند) [17]. همان‌طور که مشاهده می‌شود، روش ایدی آر کاربرد زیادی در ساده‌سازی تحلیل آماری بدون حساسیت دارد. در ادامه شکل بهبود یافته این روش برای استفاده در تحلیل ترانسی مجموعه‌های ورقی انعطاف‌پذیر معرفی خواهد شد.

3-2- تحلیل آماری بدون حساسیت بهبود یافته

در سازه‌های ورقی، وجود کوواریانس بین متغیرهای ورودی امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد؛ زیرا اساس شکل 6، شرایط پیوستگی هندسی سطح حکم می‌کند که تغییرشکل یک نقطه از ورق، بروی نقاط مجاور نیز تأثیرگذار باشد. به عبارت دیگر دامنه تغییرات نقاط مختلف یک ورق نمی‌تواند از هم مستقل باشند و بین آنها یک ارتباط متقابل وجود دارد که اصطلاحاً کوواریانس هندسی نامیده می‌شود [19]. با این وجود رابطه (6) در روش ایدی آر نمی‌تواند اثر این کوواریانس را در نظر بگیرد، زیرا ارتباط متقابل بین متغیرها در تبدیل انتگرال چندمتغیره به تک‌متغیره لاحظ نشده است.

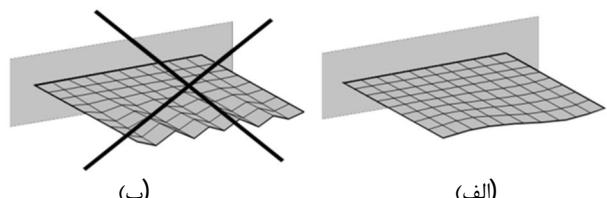
برای مرتفع ساختن این مشکل و بهبود تحلیل آماری بدون حساسیت در جهت درنظر گرفتن اثر پیوستگی سطح ورق‌ها، در این تحقیق روش جدیدی پیشنهاد شده که مبتنی بر ترکیب روش ایدی آر و تئوری پی‌سی‌ای است. استفاده از تئوری پی‌سی‌ای در این تحقیق دو مزیت بسیار مهم دارد. اول اینکه متغیرهای ورودی وابسته را می‌تواند به متغیرهای مستقل تبدیل کند و دوم اینکه الگوهای اصلی سطح که بیشترین نقص را در تغییرشکل ورق‌ها دارند، شناسایی می‌کند. بدین ترتیب روش پیشنهادی نه تنها روش ایدی آر موجود را برای استفاده در یک مجموعه از متغیرهای وابسته بهبود می‌بخشد، بلکه با یافتن متغیرهای مرتبط با الگوهای اصلی تغییرشکل در ورق‌ها و کنار گذاشتن آن دسته از متغیرها که تأثیر چندانی در حل ندارند باعث افزایش سرعت تحلیل می‌شود.

3-2-1- تئوری تحلیل مؤلفه‌های اصلی (پی‌سی‌ای)

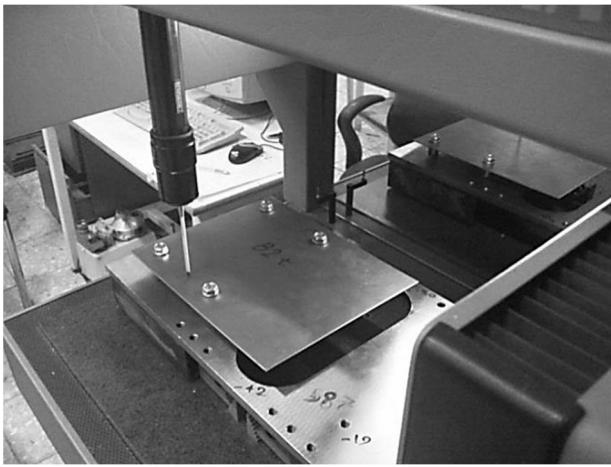
تئوری تحلیل مؤلفه‌های اصلی، یک روش آماری پر کاربرد و شناخته شده در تحلیل‌های چند متغیره است که برای تبدیل مجموعه متغیرهای وابسته $[v_1, v_2, \dots, v_N]$ به متغیرهای مستقل $[v'_1, v'_2, \dots, v'_N]$ از آن استفاده می‌شود.

این تبدیل از طریق ماتریس انتقالی مانند T و به شکل $V' = TV$ صورت می‌گیرد که در آن ستون‌های ماتریس انتقال T متناظر با بردارهای ویژه ماتریس کوواریانس متغیرهای ورودی Σ می‌باشد. در این صورت بنا به تعریف ریاضی کوواریانس می‌توان نوشت (در این رابطه Λ ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل است) [20]. طبق رابطه (8) داریم:

$$\Sigma = T \Lambda T^t \quad (8)$$



شکل 5 کوواریانس هندسی سطح در یک ورق؛ مدل‌های الف- صحیح و ب- نادرست پروفیل سطح [9]



شکل 9 اندازه‌گیری تغییر شکل اولیه یکی از ورق‌ها به وسیله سی‌ام‌ام

4- بررسی تغوری ارائه شده در قالب یک مثال آزمایشگاهی
کاربرد، صحت و دقت مطالی که تاکنون مطرح شده، در این بخش در قالب یک مثال آزمایشگاهی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. این مثال شامل بررسی 30 مجموعه یکسان، متشکل از دو ورق فولادی استی 12 به ابعاد 240×300 میلی‌متر مربع و ضخامت‌های 1 و $1/5$ میلی‌متر است که به اندازه 60 میلی‌متر بروی هم همپوشانی دارند. مدولینگ و ضربی پواسون ورق‌ها نیز به ترتیب برابر 200 گیگاپاسکال و $0/3$ هستند. شکل 9 یکی از این مجموعه‌ها را نشان می‌دهد که بر روی بستری صلب قرار گرفته‌اند. فاصله‌ای که بین ورق‌ها در این شکل دیده می‌شود به دلیل وجود تغییر شکل اولیه در هر دو ورق است. بستر صلب و فیسچرهای بکار رفته در این آزمایش همگی به کمک فرایند فرزکاری سیانسی¹ تولید و سپس سنگ زده شده‌اند تا کمترین خطای ممکن را در اندازه‌گیری مجموعه بر جای گذارند. برای مونتاژ ورق‌ها از چهار نقطه جوش که محل آنها در شکل 9 دیده می‌شود، استفاده شده است. فرایند جوشکاری نقطه‌ای نیز به وسیله یک دستگاه جوش پدالی مدل میگ-تیگ‌آر² انجام شده که اطلاعات فنی آن در [28] آمده است.

در این مسأله، داده‌های بدست آمده از اندازه‌گیری سطح اولیه ورق‌ها برای تعیین متغیرهای ورودی در تغوری ارائه شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. اندازه‌گیری تغییر شکل اولیه (ترانس) ورق‌ها نسبت به مقاره ایده‌آل و همچنین اندازه‌گیری تغییر شکل مجموعه پس از مونتاژ به عنوان مشخصه کلیدی همانند شکل 10 به وسیله یک دستگاه سی‌ام‌ام³ مدل رنسیا سایکلون⁴ صورت می‌گیرد.

شایان ذکر است استفاده از روش اندازه‌گیری تماسی که در این آزمایش مورد استفاده قرار گرفته، ممکن است مقدار کمی تغییر شکل اضافه و خطای اندازه‌گیری در ورق‌ها ایجاد کند. البته مقدار این خطای به دلیل نیروی ناچیز اعمالی به وسیله پروب‌های اندازه‌گیری، که در حدود 10 تا 15 گرم نیرو می‌باشد [29]. بسیار کمتر از تغییر شکل اولیه ورق‌ها و تغییر شکل نهایی مجموعه مونتاژی است. پس از اتمام عملیات اندازه‌گیری پروفیل سطح، خروجی دستگاه به شکل ابر نقاط و در قالب یک فایل دی‌ایکس‌اف⁵ است. در این تحقیق، برای اینکه مجموعه به شکل واقعی (همراه با ترانس اولیه ورق‌ها) در محیط اجزای محدود مدل شود، برنامه‌ای در نرم‌افزار متلب⁶ نوشته شده است. این برنامه قابلیت دارد که پس از استخراج داده‌ها از فایل

1- Computerized Numerical Control (CNC)

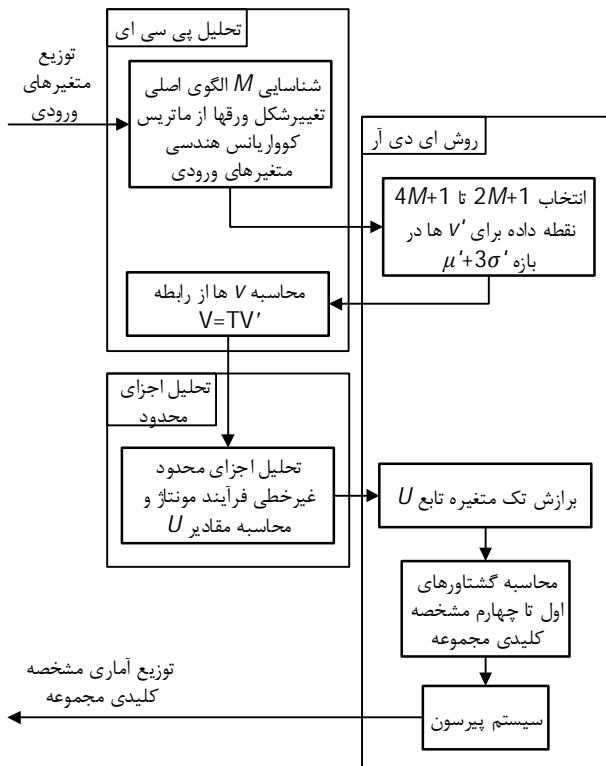
2- Migtigarc®

3- Coordinate Measurement Machine (CMM)

4- RENISHAW® Cyclone

5- DXF

6- MATLAB



شکل 7 فرایند تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر



شکل 8 نمایش مجموعه مورد آزمایش به همراه فاصله بین ورق‌ها و نقاط اتصال

همان‌طور که در این دیاگرام نشان داده شده است توزیع متغیرهای ورودی وابسته، که به عنوان مثال می‌توانند تغییر شکل اولیه ورق‌ها باشند، ابتدا به کمک تحلیل پی‌سی‌ای به توزیعی از متغیرهای مستقل تبدیل می‌شود و M متغیر مستقل مرتبط با الگوهای غالب تغییر شکل شناسایی می‌شوند. سپس نقاط داده لازم برای تحلیل اجزای محدود غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرند. خروجی این تحلیل مقادیر مشخصه کلیدی مجموعه هستند که برای برآش تابع (v_1, v_2, \dots, v_N) به کار می‌روند. این تابع در مرحله بعد برای محاسبه گشتاورهای آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد و نهایتاً به کمک سیستم پیرسون توزیع آماری مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی بدست خواهد آمد. لازم به توضیح است که در این تحقیق برای محاسبه انتگرال‌ها از روش انتگرال‌گیری عددی گوس-کرانز در بهره گرفته شده است. توضیحات کامل‌تر در مورد این روش انتگرال‌گیری در [27,26] آمده است.

جدول 1 مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس تغییرشکل ورق‌ها در نقاط اتصال

مقادیر میانگین (میلی‌متر)	ماتریس کوواریانس (میلی‌متر مربع)
$\Sigma_A = \begin{bmatrix} 0/400 & 0/427 & 0/428 & 0/409 \\ 0/427 & 0/490 & 0/512 & 0/502 \\ 0/428 & 0/512 & 0/550 & 0/552 \\ 0/409 & 0/502 & 0/552 & 0/577 \end{bmatrix}$	$\mu_A = \begin{bmatrix} 0/549 \\ 0/456 \\ 0/479 \\ 0/582 \end{bmatrix}$
	مجموعه ورق‌های A
$\Sigma_B = \begin{bmatrix} 0/663 & 0/756 & 0/748 & 0/637 \\ 0/756 & 0/926 & 0/946 & 0/812 \\ 0/748 & 0/946 & 0/993 & 0/885 \\ 0/637 & 0/812 & 0/885 & 0/857 \end{bmatrix}$	$\mu_B = \begin{bmatrix} 1/286 \\ 1/443 \\ 1/485 \\ 1/488 \end{bmatrix}$
	مجموعه ورق‌های B

جدول 2 مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل

مقادیر میانگین	ماتریس کوواریانس
$\Lambda_A = \begin{bmatrix} 0/000 & 0/000 \\ 0/009 & 0/00 \\ 0/000 & 0/076 \\ 0/001 & 0/932 \end{bmatrix}$	$\mu_A = \begin{bmatrix} 0/021 \\ -0/130 \\ 0/058 \\ 0/028 \end{bmatrix}$
	مجموعه ورق‌های A
$\Lambda_B = \begin{bmatrix} 0/000 & 0/000 \\ 0/029 & 0/00 \\ 0/000 & 0/132 \\ 0/003 & 0/277 \end{bmatrix}$	$\mu_B = \begin{bmatrix} 0/017 \\ 0/134 \\ 0/042 \\ -2/844 \end{bmatrix}$
	مجموعه ورق‌های B

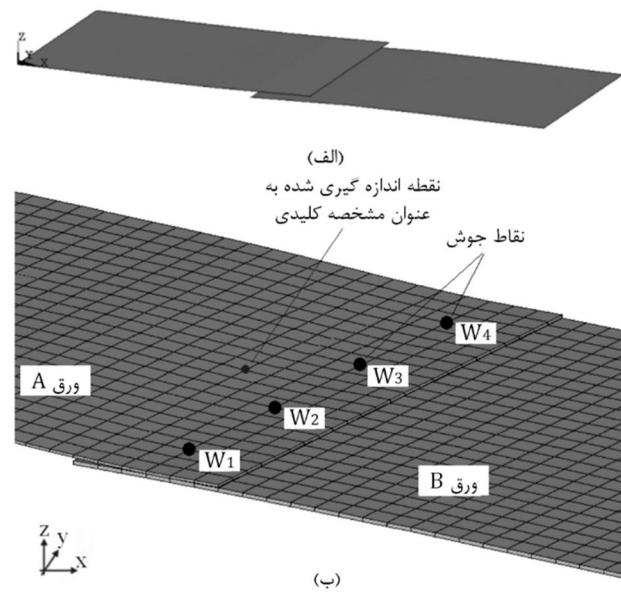
جدول 2 مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل را نشان می‌دهد. همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل که در اینجا با Λ نشان داده شده در واقع همان ماتریس واریانس‌های اصلی نقاط اتصال است که یک ماتریس قطبیست و عناصر آن حکم مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس نقاط اتصال (Σ) را دارد. بر اساس آنچه که در بخش قبل مطرح شد، هر بردار ویژه ماتریس کوواریانس هندسی متعلق به یک الگوی تغییرشکل و اندازه مقدار ویژه (واریانس اصلی) متناظر با آن نیز بیانگر میزان اثر آن الگو در تغییرشکل کلی رق می‌باشد. برای مجموعه ورق‌های مورد آزمایش، در ورق A بردار ویژه $t_4 = [0/430 \ 0/501 \ 0/531 \ 0/532]^T$ که واریانس اصلی مرتبط با آن مطابق جدول 2 به شکل قابل ملاحظه‌ای بزرگ‌تر از سایر واریانس‌هاست، مربوط به الگوی غالب تغییر شکل در ورق است. مقادیر ویژه متناظر با بردارهای $t_3 = [0/736 \ 0/222 \ -0/196 \ -0/609]^T$ و $t_2 = [-0/459 \ 0/436 \ 0/528 \ -0/566]^T$ نیز به ترتیب در دردهای بعدی قرار دارند. مقایسه این سه بردار با سه الگوی معرفی شده در شکل 7 نشان می‌دهد که بردار ویژه t_4 متعلق به الگوی شماره 1 (خمش حول محور y) بوده و بردارهای t_3 و t_2 نیز با درنظر گرفتن یک ضریب منفی به ترتیب به الگوهای 2 و 3 مربوط می‌شوند. همچنین با انجام بررسی مشابهی برای ورق‌های B مشاهده می‌شود ورق‌هایی که در این آزمایش مورد استفاده قرار گرفته‌اند، همگی به شکل قابل ملاحظه‌ای از الگوی شماره 1 پیروی می‌کنند و الگوهای 2 و 3 اثر کمتری در تغییرشکل این ورق‌ها دارند.

پس از تعیین متغیرهای اصلی مستقل به کمک تحلیل پی‌سی‌ای و یافتن متغیرهایی که بیشترین تأثیر در تغییرشکل مجموعه را دارند (متغیرهای t_4 و t_8 بر اساس جدول 2)، می‌توان فرایند تحلیل ترانسیس را بر اساس دیاگرام شکل 8 دنبال کرد. در این حالت مدل اجزای محدود مجموعه مونتاژی بر

دی‌ایکس‌اف، اطلاعات لازم برای مدل نمودن سطح ورق‌ها در محیط نرم‌افزار انسیس را به شکل یک فایل متن و به زبان ای‌پی‌دی‌ال¹ که زبان اصلی برنامه‌نویسی انسیس است، در اختیار قرار دهد.

شکل 11 یکی از این 30 مجموعه آزمایشگاهی در محیط انسیس را قبل و بعد از مونتاژ نشان می‌دهد. در این شکل، نقاط اتصال ورق‌ها (نقطه جوش) که همگی در راستای خط $x = 270\text{mm}$ و به فاصله $y = 120\text{mm}$ و $z = 240\text{mm}$ بروی هریک از ورق‌ها قبل از مونتاژ به عنوان متغیرهای ورودی (v_1 تا v_4 برای مجموعه ورق‌های A و v_5 تا v_8 برای مجموعه ورق‌های B) و میزان خیز ورق A در نقطه‌ای به مختصات $y = 120\text{mm}$ و $x = 240\text{mm}$ بروی مجموعه مونتاژی بعد از تمام فرایند مونتاژ به عنوان مشخصه کلیدی مجموعه (u) در نظر گرفته شده که در این شکل کاملاً مشخص است. لازم به یادآوریست فرایند جوشکاری نقطه‌ای ممکن است مقدار بسیار کمی تغییرشکل موضعی در محل نقاط جوش بر جای گذارد که علت اصلی آن تنش‌های حرارتی ناشی از فرایند جوشکاری مقاومتی است. در این آزمایش، سعی شده است که نقطه در محل نقاط جوش بر جای گذارد به عنوان مشخصه کلیدی مجموعه به اندازه کافی از محل نقاط جوش فاصله داشته باشد تا تغییر شکل‌های موضعی ناشی از جوش نقطه‌ای بر روی اندازه‌گیری تأثیری نداشته باشد. همچنین در انتخاب این نقطه دقت شده است که محل آن نسبتاً دور از فیکسچرها باشد تا میزان تغییرشکل مجموعه مونتاژی را بهتر نشان دهد.

مقدادر میانگین و ماتریس کوواریانس تغییرشکل ورق‌ها در نقاط اتصال W_1 تا W_4 در جدول 1 آمده است. (ترتیب آرایه‌ها بر اساس شکل 11 است). عناصر قطر اصلی هر ماتریس بیانگر واریانس نقاط اتصال و عناصر غیرقطیری نیز بیانگر کوواریانس بین نقاط اتصال هستند. همان‌طوری که مشاهده می‌شود، کوواریانس زیادی بین نقاط اتصال وجود دارد که ناشی از وجود شرایط پیوستگی سطح در هریک از ورق‌های باشد. لازم به توضیح است که بررسی داده‌ها نشان می‌دهد این نقاط همگی توزیعی نسبتاً نرمال دارند. همچنین کاملاً بدینهی است که تغییرات سطح دو ورق A و B کاملاً از هم مستقل هستند و در واقع، هیچ کوواریانسی بین نقاط اتصال متناظر در دو ورق وجود ندارد.



شکل 10 مدل اجزای محدود مجموعه در محیط انسیس (الف) پیش از مونتاژ (ب) پس از مونتاژ همراه با نمایش نقاط جوش و نقطه مورد نظر به عنوان مشخصه کلیدی

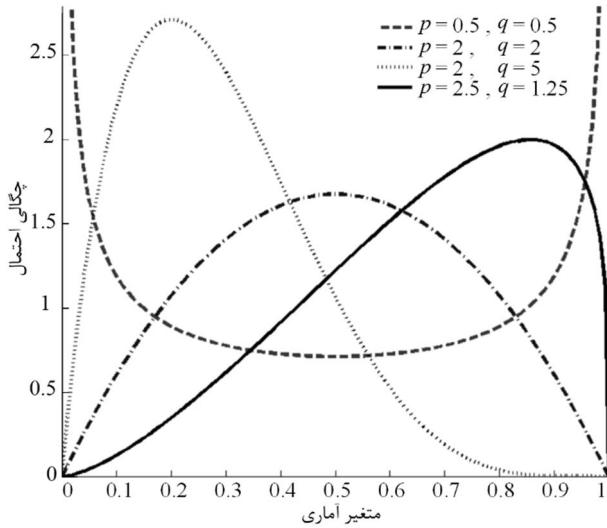
$$P(u) = \frac{1}{B(p, q)} \frac{(u-a)^{p-1}(b-u)^{q-1}}{(b-a)^{p+q-1}} \quad (12)$$

یک توزیع بتا بسته به مقادیر فاکتورهای p و q می‌تواند شکل‌های کاملاً متفاوتی داشته باشد. در شکل 12 چند نمونه توزیع بتا بر حسب مقادیر مختلف p و q و به ازای صفر $a=1$ و $b=1$ رسم شده است.

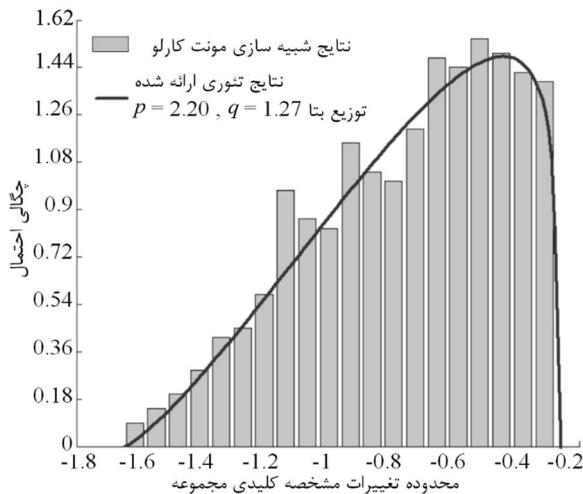
نمودار هیستوگرام مشخصه کلیدی (u) که از شبیه‌سازی 5000 مجموعه به روش مونت‌کارلو بدست آمده، در شکل 13 نشان داده شده است. در این شکل همچنین تابع چگالی احتمال که به وسیله سیستم پیرسون و بر اساس تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته تعیین شده نیز رسم شده است. مقایسه این دو نشانگر نزدیکی نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو و تئوری ارائه شده در این مقاله است.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جامع برای تحلیل ترانسی مجموعه‌های ورقی فلزی انعطاف‌پذیر ارائه شده است. در مقایسه با تحلیل‌های قبلی انجام شده در این زمینه، اثر پیوستگی (کوواریانس هندسی) سطح ورق‌ها در قالب یک تحلیل غیرخطی آماری که در آن تماس متقابل سطح ورق‌ها عامل اصلی غیرخطی شدن فرایند می‌باشد، بیان شده است.



شکل 12 نمایش چند نمونه توزیع بتا برای یک متغیر آماری دلخواه در بازه بین صفر و یک به ازای مقادیر مختلف فاکتورهای p و q



شکل 13 نمودار هیستوگرام و تابع چگالی احتمال مشخصه کلیدی مجموعه

اساس تغییرات این دو متغیر ایجاد و پس از استخراج مقادیر U می‌توان گشتاورهای مشخصه کلیدی مجموعه را با استفاده از رابطه (10) به شکل رابطه (11) تعیین نمود. در این رابطه، U فقط تابع متغیرهای v_4' و v_8' است و سایر متغیرها که واریانس بسیار کمی دارند با مقادیر میانگین در این رابطه حاضر می‌شوند.

$$m_r = E[U^r(\mu_1', v_4', \dots, v_8')] + E[U^r(\mu_1', \dots, \mu_7, v_8')] - E^r(\mu_1', \dots, \mu_8) \quad (11)$$

برای بررسی بهتر نتایج، تئوری ارائه شده در این مقاله (تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته) با شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای 5000 نمونه از این مجموعه‌ها مقایسه و صحت نتایج حاصل با داده‌های آزمایشگاهی ارزشیابی شده است. این مقادیر که در جدول 3 قابل مشاهده است، همچنین با تحلیلی که در آن اثر کوواریانس هندسی و پیوستگی سطوح ورق‌ها لاحظ نشده نیز مقایسه شده است. مقادیر خطأ که در این جدول مشاهده می‌شود، نسبت به نتایج بدست آمده از آزمایش‌ها محاسبه شده است.

از جدول 3 چند نتیجه مهم به شرح زیر می‌توان استخراج کرد:

- نتایج بدست آمده از تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته که در این تحقیق به عنوان روشی جدید در تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر معرفی شده، از دقت مناسب در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است.

- بر اساس این نتایج مشاهده می‌شود که در نظر نگرفتن اثر کوواریانس هندسی یا همان پیوستگی سطح ورق‌ها در تحلیل، اگرچه با خطای کمی در محاسبه مقدار میانگین مشخصه کلیدی مجموعه همراه است، اما به شکل قابل ملاحظه‌ای باعث بالا رفتن خطای محاسبه در سایر شاخصه‌های آماری توزیع u می‌گردد.

- در روش مونت‌کارلو مشخصه کلیدی مجموعه به ازای تغییرات تمامی متغیرهای ورودی محاسبه می‌شود. نزدیکی نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو با نتایج تئوری ارائه شده در این مقاله نشان می‌دهد که ایده کنار گذاشتن آن دسته از متغیرهای مستقل که واریانس بسیار کمی در مقایسه با v_4' و v_8' دارند، کاملاً صحیح بوده است. البته لازم به ذکر است که متغیرهای مذکور به طور کلی از تحلیل کنار نمی‌روند، بلکه همان‌طور که در رابطه (11) دیده می‌شود، با مقادیر میانگین خود در تحلیل حاضر خواهند بود.

- نکته مهم دیگری که از جدول استخراج می‌شود، شکل توزیع مشخصه کلیدی مجموعه است. با این که توزیع داده‌های ورودی همگی نرمال بوده‌اند ولی مشاهده می‌شود که به دلیل وجود رابطه‌ای غیرخطی بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی، توزیع u شکلی غیر نرمال به خود گرفته است. لازم به ذکر است در یک توزیع نرمال، مقدار عدم تقارن توزیع β_1 برابر صفر است. اگر مقدار β_1 بزرگ‌تر از صفر باشد توزیع به سمت راست و اگر کوچک‌تر از صفر باشد به سمت چپ عدم تقارن پیدا خواهد کرد. همچنین شاخص کشیدگی β_2 در یک توزیع نرمال برابر 3 می‌باشد. هر چه میزان این شاخص بزرگ‌تر باشد، قله منحنی توزیع، کشیدگی بیشتری به سمت بالا خواهد داشت [18].

در بخش 3 اشاره شد که برای تعیین توزیع مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی در یک تحلیل آماری بدون حساسیت باید از سیستم پیرسون کمک گرفته شود. شاخصه‌های پراکنده‌گی بدست آمده از جدول 3 نشان می‌دهد که شکل تابع چگالی احتمال u بر اساس تقسیم‌بندی پیرسون مربوط به یک سیستم پیرسون نوع یک¹ یا توزیع بتا خواهد بود. در حالت کلی، تابع چگالی احتمال توزیع بتا در بازه $a < u < b$ با فاکتورهای شکل p و q که هردو مقادیری مثبت هستند، به فرم رابطه (12) تعریف می‌شود (B در اینجا بیانگر تابع بتا است) [23].

1- Type I Pearson System

جدول ۳ شاخصه‌های برآکندگی مشخصه کلیدی مجموعه (u)

کشیدگی (β_2)	مقدار میانگین (γ_1)	عدم تقارن (σ)	انحراف استاندارد (μ)	نتایج آزمایشگاهی (30 مجموعه)
2/3164	-0/4217	0/2955	-0/7398	نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو (5000 نمونه)
2/3332	-0/4299	0/3091	-0/7429	(درصد خط)
(0/73 %)	(1/94 %)	(4/60 %)	(0/42 %)	تئوری ارائه شده در این مقاله (تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته)
2/3061	-0/4270	0/3080	-0/7427	(درصد خط)
(0/44 %)	(1/26 %)	(4/23 %)	(0/39 %)	بدون اثر پیوستگی سطوح در مدل (تحلیل آماری بدون حساسیت)
1/7111	-0/0453	0/1907	-0/6980	(درصد خط)
(26/13 %)	(89/26 %)	(35/47 %)	(5/65 %)	

- [9] M. Tonks, *A Robust Geometric Covariance Method for Flexible Assembly Tolerance Analysis*, Thesis, Department of Mechanical Engineering, Brigham Young University, Provo, UT, 2002.
- [10] W. W. Cai, C.-C. Hsieh, Y. Long, S. P. Marin, K. P. Oh, Digital Panel Assembly Methodologies and Applications for Compliant Sheet Components, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 128, No. 1, pp. 270-279, 2006.
- [11] S. Dahlstrom, L. Lindkvist, Variation Simulation of Sheet Metal Assemblies Using the Method 4of Influence Coefficients With Contact Modeling, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 129, No. 3, pp. 615-622, 2007.
- [12] X. Liao, G. G. Wang, Non-linear dimensional variation analysis for sheet metal assemblies by contact modeling, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 44, No. 1-2, pp. 34-44, 2007.
- [13] K. Xie, L. Wells, J. A. Camelio, B. D. Youn, Variation Propagation Analysis on Compliant Assemblies Considering Contact Interaction, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 129, No. 5, pp. 934-942, 2007.
- [14] D. DeDoncker, A. Spencer, *Assembly Tolerance Analysis with Simulation and Optimization Techniques*, 870263, SAE, 1987.
- [15] K. W. Chase, A. R. Parkinson, A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies, *Research in Engineering Design*, Vol. 3, No. 1, pp. 23-37, 1991.
- [16] S. Rahman, H. Xu, A univariate dimension-reduction method for multi-dimensional integration in stochastic mechanics, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 19, No. 4, pp. 393-408, 2004.
- [17] B. Youn, Z. Xi, P. Wang, Eigenvector dimension reduction (EDR) method for sensitivity-free probability analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 37, No. 1, pp. 13-28, 2008.
- [18] D. C. Montgomery, G. C. Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 3rd ed., New York, NY: Wiley & Sons, 2002.
- [19] K. G. Merkley, *Tolerance Analysis of Compliant Assemblies*, Thesis, Department of Mechanical Engineering, Brigham Young University, Provo, UT, 1998.
- [20] R. A. Johnson, D. W. Wichern, *Applied multivariate statistical analysis*, 6th ed., Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2007.
- [21] ANSYS, *ANSYS LS-DYNA User's Guide: ANSYS Release 12.0*, Canonsburg, PA: ANSYS Inc, 2009.
- [22] ANSYS, *Contact Technology Guide: ANSYS Release 12.0*, Canonsburg, PA: ANSYS Inc, 2009.
- [23] N. L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan, *Continuous univariate distributions*, New York, NY: Wiley & Sons, 1995.
- [24] J. Zhou, A. S. Nowak, Integration formulas to evaluate functions of random variables, *Structural Safety*, Vol. 5, No. 4, pp. 267-284, 1988.
- [25] A. Papoulis, S. U. Pillai, *Probability, random variables and stochastic processes*, 4th ed., Boston, MA: McGraw-Hill, 2002.
- [26] R. Piessens, M. Branders, A Note on the Optimal Addition of Abscissas to Quadrature Formulas of Gauss and Lobatto Type, *Mathematics of Computation*, Vol. 28, No. 125, pp. 135-139, 1974.
- [27] R. Piessens, E. deDoncker-Kapenga, C. W. Überhuber, D. K. Kahaner, *Quadpack: A Subroutine Package for Automatic Integration*, New York, NY: Springer-Verlag, 1983.
- [28] <http://www.migtigarc.co.uk>. Sureweld PB & PBP Pedestal Rocker Arm Machines Accessed 2011.
- [29] <http://www.renishaw.com/en>. Cyclone Scanning system, Accessed 2011.

بدین منظور، تئوری ارائه شده در این مقاله از دو بخش اصلی تشکیل شده است: ۱) تحلیل اجزای محدود غیرخطی که اثر تماس متقابل سطوح در حین فرایند مونتاژ را با استفاده از یک ترکیب تئوری‌های ایدی‌آر و تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته که با ترکیب تئوری‌های ایدی‌آر و پی‌سی‌ای، اثر پیوستگی سطح ورق‌ها را در توزیع مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی لاحظ می‌کند. در این روش، تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته همچنین می‌تواند با کم کردن تعداد متغیرهای آماری مؤثر در تغییرات مشخصه کلیدی مجموعه، به شکل قابل توجهی باعث کاهش زمان محاسبات و در نتیجه افزایش سرعت تحلیل شود. دقت نتایج بدست آمده بر اساس تئوری ارائه شده نیز به کمک انجام آزمایشات و همچنین استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو تأیید شده است. در مقایسه با روش‌هایی که تاکنون در تحلیل ترانسی سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر استفاده می‌شده است، نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تئوری جدید معرفی شده می‌تواند تخفیف بسیار دقیقی از توزیع آماری مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی، نسبت به حالاتی که اثر کوواریانس هندسی سطوح در تحلیل منظور نمی‌شود، داشته باشد. ادامه این تحقیق می‌تواند به بررسی یک مسئله کاربردی صنعتی بپردازد؛ به عنوان مثال، همواره یکی از نکات مهم در صنعت خودروسازی، بررسی کیفیت ظاهری بدن خودروست که بدون شک ارتباطی تنگاتنگ با ترانس اجزای بدن خواهد داشت.

6- مراجع

- [1] B. M. Imani, M. Pour, Tolerance analysis of flexible kinematic mechanism using DLM method, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, No. 2, pp. 445-456, 2009.
- [2] Y. Ding, D. Ceglarek, J. Shi, Modeling and Diagnosis of Multistage Manufacturing Process: Part I – State Space Model, in *Japan–USA Symposium of Flexible Automation*, Ann Arbor, MI, 2000.
- [3] R. Mantripragada, D. E. Whitney, Modeling and controlling variation propagation in mechanical assemblies using state transition models, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 1, pp. 124-140, 1999.
- [4] S. C. Liu, S. J. Hu, Variation Simulation for Deformable Sheet Metal Assemblies Using Finite Element Methods, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 119, No. 3, pp. 368-374, 1997.
- [5] J. Camelio, S. J. Hu, D. Ceglarek, Modeling Variation Propagation of Multi-Station Assembly Systems With Compliant Parts, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 125, No. 4, pp. 673-681, 2003.
- [6] J. A. Camelio, S. J. Hu, D. Ceglarek, Impact of fixture design on sheet metal assembly variation, *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 23, No. 3, pp. 182-193, 2004.
- [7] J. A. Camelio, S. J. Hu, S. P. Marin, Compliant Assembly Variation Analysis Using Component Geometric Covariance, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 126, No. 2, pp. 355-360, 2004.
- [8] M. Fitchie, N. Juster, *Presenting automotive tolerance analysis data within a virtual prototype environment*, Thesis, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, 2004.