مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1393، دوره 14، شماره 10، ص‌ص 121-128

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

پیاده‌سازی عددی و کالیبراسیون مدل ریزصفحه برای فوم‌های فلزی سلول بسته با ساختار سلولی کروی

امیر سوری[1]، شریف شاه‌بیک[2*]

1- کارشناس ارشد، مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
2- استادیار، مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
* تهران، صندوق پستی 143-14115، shahbeyk@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 03 بهمن 1392
پذیرش: 26 فروردین 1393
ارائه در سایت: 05 مهر 1393

کلید واژگان:
فوم فلزی سلول بسته
مدل ریزصفحه
اجزای محدود غیر خطی
پیاده‌سازی عددی
ریزساختار

چکیده

فوم‌های فلزی به دلیل دارا بودن خواص مکانیکی بسیار مناسب مانند نسبت سختی و مقاومت به وزن بالا، امکان جذب انرژی ناشی از برخورد و یا انفجار و قابلیت بازیافت، به سرعت در حال گسترش در کاربردهای مهندسی مانند صنایع هوافضا، خودروسازی، سازه های سبک وزن و مستهلک کننده‌ها انرژی می‌باشند و در هر سازه‌ای به کار روند این خواص را به ارمغان می‌آورند. به منظور شبیه سازی عددی این مواد می‌توان از روش‌های مختلفی استفاده نمود که از آن میان می‌توان به مدل دو مقیاسی ریزصفحه اشاره نمود. در این مقاله یک الگوریتم عددی کارآمد و ساده به منظور پیاده‌سازی مدل ریزصفحه برای شبیه‌سازی رفتار فوم‌های فلزی سلول ارائه می‌شود. در گام بعد و به منظور کالیبراسیون متغیرهای مدل ریزصفحه، ریزساختار فوم به صورت پوسته‌های کروی مماس بر هم به کمک روش اجزای محدود غیرخطی شبیه‌سازی شده و تحت بارگذاری‌های تک محوری و هیدروستاتیکی قرار می‌گیرد. در گام پایانی و در جهت صحه گذاری مدل ریزصفحه، نتایج دو مدل ریزصفحه و شبیه سازی ریزساختار برای یک نمونه‌ی مکعبی تحت بارگذاری دومحوری مقایسه می‌شود که این مقایسه نشان می‌دهد علی‌رغم کاهش قابل توجه زمان محاسبات در شبیه‌سازی ریزصفحه، این روش از دقت بالای برخوردار است.

Numerical Implementation and Calibration of Microplane Model for Closed-Cell Metal Foams with Spherical Cellular Structure

Amir Souri[1], Sharif Shahbeyk[2*]

1- Department of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
2- Department of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
* P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran, shahbeyk@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 23 January 2014
Accepted 15 April 2014
Available Online 27 September 2014

Keywords:
Closed-Cell Metal Foams
Microplane Model
Non-Linear Finite Element
Numerical Implementation
Mesostructure

ABSTRACT

Metal foams as a new class of materials with interesting properties such as high stiffness and strength to density ratios, capacity to absorb impact energy, and reproducibility, are rapidly growing their share in engineering applications such as aerospace, automotive industry, lightweight structures, and energy absorbers. Different numerical approaches have been already developed for the simulation of this class of materials from which the two-scale microplane model has been focused in this research. First a simple algorithm has been proposed for the numerical implementation of microplane model to simulate the mechanical behavior of closed-cell metal foams. The structure of foam is assumed to be an assembly of firmly bonded spherical shells. Next, in order to calibrate the microplane model, the mesostructure of foam has been simulated using non-linear finite element model. The FE model has been subjected to both uniaxial and hydrostatical loads and required steps for the extraction of model parameters from the results have been outlined. Finally, the results of microplane model and mesomodel have been compared for a more general biaxial loading condition. Despite tremendous reduction of computational cost, good agreement has been achieved.

1- مقدمه

مدل‌های رفتاری مواد در یک تقسیم‌بندی مرسوم به دو گروه تک مقیاسی و چند مقیاسی[1] تقسیم می‌شوند. در مدل‌های تک مقیاسی، تنش و کرنش بزرگ مقیاس[2] به صورت مستقیم و بدون توجه به سازوکارهای تغییرشکل ریزمقیاس[3] به گونه‌ای به هم مرتبط می‌شوند که منجر به پیش بینی مناسب

1- Multiscale

2- Macroscale
3- Microscale

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
A. Souri, S. Shahbeyk, Numerical Implementation and Calibration of Microplane Model for Closed-Cell Metal Foams with Spherical Cellular Structure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 121-128, 2014 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]

نتایج آزمایشگاهی گردد. قانون هوک[1] برای مواد ارتجاعی خطی[2] مثالی ساده‌ای از این دسته از مدل‌های رفتاری است. بر خلاف مدل‌های تک مقیاسی، تعیین رابطه تنش-کرنش در مدل‌های چند مقیاسی بر پایه‌ی سازوکارهای ریز مقیاس در ماده می‌باشند و در نتیجه به لحاظ محاسباتی و پیاده‌سازی عددی دارای پیچیدگی بیشتری هستند.

مدل ریزصفحه[3] نمونه‌ای از مدل‌های چند مقیاسی (دو مقیاسی) است. این مدل به عنوان یک مدل عددی کارآمد به صورت گسترده در شبیه‌سازی رفتار انواع مختلف مواد مانند خزش در رس ناهمسانگرد [1]، رفتار سه محوری خاک‌ها [2]، رفتار خمیری سنگ‌های نیمه ترد [3]، رفتار چند محوری بتن مسلح شده با فیبر [4]، رفتار سه‌محوری چرخه‌ای بتن [5]، رفتار سه محوری کامپوزیت‌های پلیمری [6]، رفتار بتن تحت بار ضربه [7]، رفتار غیر خطی بتن پیش‌تنیده [8] و انواع دیگر مواد و شرایط مختلف بارگذاری به کار رفته است.

این مدل همچنین برای شبیه‌سازی رفتار فوم‌های سلول بسته نیز مورد استفاده قرار گرفته است [9] اما در مرجع مورد نظر به روش پیاده سازی عددی و الگوریتم آن به گونه‌ای که بتوان از آن در نرم‌افزارهای اجزای محدودی برای حل مسایل مهندسی بهره برد، اشاره‌ای نشده است.

از این رو در این مقاله ابتدا الگوریتم عددی مدل ریزصفحه بر پایه روش انتگرال گیری صریح[4] برای فوم‌های سلول بسته ارائه می‌گردد و با پیاده‌سازی آن به صورت یک زیربرنامه در نرم افزار اجزای محدود آباکوس آماده کاربرد عملی می‌شود. در گام دوم ریزساختار فوم‌های سلول بسته به صورت انباشته‌ای از کره‌های مماس برهم شبیه‌سازی شده و تحت دو بارگذاری تک محوری و هیدروستاتیکی قرار می‌گیرد (ساختار به وجود آمده کاملا مشابه ساختار مشابه ساختار فوم‌های تولیدی به روش بریزینگ[5] است). نتایج این دو تحلیل به منظور کالیبراسیون متغیرهای مدل ریزصفحه به کار برده می‌شود و در پایان نتایج تحلیل‌های ریزصفحه و شبیه‌سازی ریزساختار با هم مقایسه می‌گردد.

2- تاریخچه‌ی مدل ریزصفحه

موهر برای اولین بار در سال 1900 میلادی ایده‌ی بیان رفتار مواد بر روی یک صفحه را پیشنهاد داد. این ایده مدت‌ها ناشناخته ماند تا آن‌که در سال 1938 تیلور رفتار غیرارتجاعی مواد پلی‌کریستالی را بر پایه‌ی رفتار بر روی صفحات دارای جهات مختلف ارائه کرد [10]. در سال 1949 با تکیه بر تحقیقات تیلور، نظریه‌ی لغزش خمیری توسط باتدورف و بودیانسکی مطرح شد [11]. در این نظریه تنش‌هایی که روی صفحات مختلف لغزش وجود دارند، برآیند تنش‌های بزرگ مقیاس هستند و کرنش‌های خمیری هم از جمع آثار همه‌ی صفحات حاصل می‌شوند. در نظریه‌ی لغزش خمیری از قید استاتیکی[6] برای نوشتن معادلات استفاده می‌شود. در این قید، بردار تنش‌های عمل‌کننده روی ریزصفحات، تصویر تنش‌های بزرگ مقیاس روی همان صفحه می‌باشند.

در سال 1983 بازانت و اوه [12] نشان داد که قید استاتیکی در شرایط نرم‌شدگی کرنشی ناپایداری عددی به وجود می‌آورد، بنابراین بازانت قید کینماتیکی[7] را برای مواد دارای رفتار نرم‌شونده پیشنهاد کرد و برای نخستین بار نام ریزصفحه را بر مدل نهاد. در قید کینماتیکی بردار کرنش روی ریزصفحات از تصویر کردن تانسور کرنش بزرگ مقیاس روی همان ریزصفحه به‌دست می‌آید. پس از این همان گونه که در مقدمه اشاره شد، مدل ریزصفحه به دلیل سادگی و در عین حال کارا بودن، در شبیه‌سازی بسیاری از مواد با سازوکارهای متفاوت تغییرشکل در سطح ریزساختار مورد استفاده قرار گرفته است.

در ایران نیز از این مدل برای تحلیل سد بتنی قوسی [13]، و بتن تحت بارگذاری چرخه‌ای [14] و همچنین برای مدل‌سازی رفتار آلیاژهای حافظه‌دار (آلیاژهایی که شکل اولیه‌ی خود را به خاطر می‌سپارند) [15] استفاده شده است.

3- فرمول‌بندی مدل ریزصفحه

به صورت کلی می‌توان بیان نمود که مدل ریزصفحه بر پایه‌ی دو ایده‌ی اصلی زیر پایه ریزی شده است.

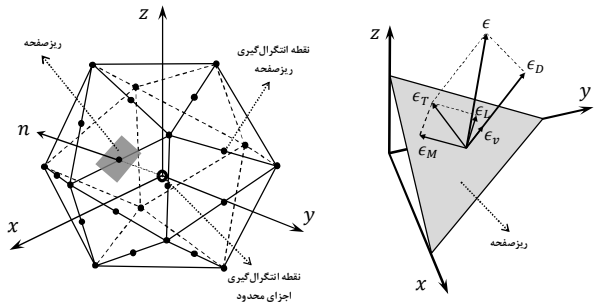
- رفتار ماده به جای روابط تانسوری در سطح بزرگ مقیاس، به‌وسیله‌ی روابط پایه‌ای برداری بر روی ریزصفحات بیان می‌شوند.
- برای ارتباط بین تنش و کرنش بزرگ مقیاس و کوچک مقیاس از تصویر سازی تانسورها و اصل کار مجازی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که استفاده از این اصل به صورت خودکار محدودیت‌های نامتغییرهای تانسوری[8] را برآورده می‌سازد.

در شکل 1، یک نقطه‌ی انتگرال‌گیری نشان داده شده است که باید بین تنش و کرنش آن در سطح بزرگ مقیاس ارتباط برقرار شود. در مدل ریزصفحه به بیان ساده، به جای محاسبات تانسوری در نقطه انتگرال‌گیری، ابتدا کره‌ای به شعاع واحد فرض می‌گردد، سپس سطح کره توسط صفحات به هم پیوسته تقریب زده می‌شود و در نهایت محاسبات برداری بر روی هر صفحه صورت می‌پذیرد.

معادلات ریزصفحه را می‌توان بر پایه مدل مورد نظر به سه شکل متفاوت زیر فرمول‌بندی نمود و در شبیه‌سازی‌های عددی به کار برد [9].

3-1- فرمول‌بندی مدل ریزصفحه با قید کینماتیکی

مشخصه‌ی اصلی هر صفحه در مدل ریزصفحه بردار واحد عمود بر آن می‌باشد که جهت آن را مشخص می‌کند و به صورت $n = n_i e_i$ نشان داده می‌شود. در فرمول‌بندی مدل ریزصفحه با استفاده از قید کینماتیکی، بردار



شکل 1 نمایش نقطه‌ی انتگرال‌گیری و ریزصفحات تشکیل دهنده‌ی کره [9]

1- Hooke's Law
2- Linear Elastic
3- Microplane
4- Explicit
5- Brazing
6- Static Constraint
7- Kinematic Constraint
8- Tensor Invariant

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]

کرنش هر ریزصفحه، ϵ، از تصویرکردن تانسور کرنش بزرگ مقیاس، ε، بر روی همان ریزصفحه طبق رابطه 1 به‌دست می‌آید، یعنی

$$\epsilon_i = \varepsilon_{ij} n_j \tag{1}$$

این بردار کرنش، خود یک مولفه عمود بر ریزصفحه دارد که اندازه آن مطابق معادله 2 برابر است با

$$\epsilon_N = n_i \epsilon_i = n_i \varepsilon_{ij} n_j = N_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad N_{ij} = n_i n_j \tag{2}$$

برای هر ریزصفحه دو متغیر کرنش حجمی، ϵ_V، و کرنش انحرافی، ϵ_D، طبق رابطه 3 تعریف می‌شود.

$$\epsilon_V = \varepsilon_{kk}, \quad \epsilon_D = \epsilon_N - \frac{1}{3}\epsilon_V \tag{3}$$

برای مشخص کردن کرنش‌های برشی روی ریزصفحه از دو جهت عمود بر هم درون صفحه‌ای M و L استفاده می‌شود که بردارهای یکه متناظر با این جهات به ترتیب عبارتند از m و l. اندازه بردار کرنش‌های برشی روی ریزصفحه از ضرب بردار واحد مربوطه در بردار کرنش ریزصفحه از معادله 4 به‌دست می‌آید.

$$\epsilon_M = m_i(\varepsilon_{ij} n_i), \quad \epsilon_L = l_i(\varepsilon_{ij} n_i) \tag{4}$$

به دلیل تقارن تانسور کرنش رابطه‌ی 4 به صورت رابطه‌ی 5 قابل بیان است.

$$\epsilon_M = M_{ij}\varepsilon_{ij}, \quad \epsilon_L = L_{ij}\varepsilon_{ij}$$
$$M_{ij} = \frac{m_i n_j + m_j n_i}{2}, \quad L_{ij} = \frac{l_i n_j + l_j n_i}{2} \tag{5}$$

بعد از آن‌که کرنش‌های ریزصفحات محاسبه شدند، مولفه‌های تنش مزدوج هر کدام از کرنش‌ها با توجه به قانون پایه‌ای که برای هر یک از ریزصفحات در نظر گرفته می‌شود، تعیین می‌گردد. در نهایت تنش بزرگ مقیاس با استفاده از اصل کار مجازی از معادله 6 به گونه‌ای تعیین می‌شود که کار مجازی انجام شده توسط نیروهای خارجی برابر با مجموع کار مجازی انجام شده توسط نیروهای روی ریزصفحات باشد، یعنی

$$\delta w^c = \left(\frac{4\pi}{3}\right)\Sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} = 2f(n)\left\{\int_\Omega \sigma_N \delta\epsilon_N d\Omega + \int_\Omega \sigma_M \delta\epsilon_M d\Omega + \int_\Omega \sigma_L \delta\epsilon_L d\Omega\right\} \tag{6}$$

Ω در این رابطه سطح کره به شعاع واحد است. $f(n)$، برای نشان دادن اثرات ناهمسانگردی مواد به کار می‌رود (اگر ماده همسانگرد باشد برابر 1 فرض می‌شود). ضریب $\frac{4\pi}{3}$ در طرف چپ معادله به دلیل محاسبه‌ی انتگرال روی حجم کره به شعاع واحد می‌باشد. به دلیل این که مقادیر پارامترهای داخل انتگرال برای هر دو نقطه‌ی قطری روی سطح کره برابر است، لازم نیست روی کل سطح کره انتگرال گرفته شود بنابراین در طرف راست رابطه، محاسبه برای نصف کره انجام می‌شود. با جایگذاری مقادیر مربوط به $\delta\epsilon_N$، $\delta\epsilon_M$، و $\delta\epsilon_L$، در رابطه‌ی بالا و حذف، $\delta\varepsilon_{ij}$، از دو طرف تساوی، مولفه‌های تنش بزرگ مقیاس، Σ_{ij}، از معادله 7 صورت زیر به دست می‌آید.

$$\Sigma_{ij} = \frac{3}{2\pi}f(n)\left\{\int_\Omega \sigma_N N_{ij} d\Omega + \int_\Omega \sigma_M M_{ij} d\Omega + \int_\Omega \sigma_L L_{ij} d\Omega\right\} \tag{7}$$

3-2- فرمول‌بندی مدل ریزصفحه با قید استاتیکی

در فرمول‌بندی مدل ریزصفحه به روش قید استاتیکی، ابتدا فرض می‌شود که مولفه‌های تنش روی هر ریزصفحه تصویر تانسور تنش بزرگ مقیاس روی همان ریزصفحه است. به لحاظ ریاضی این تصویرسازی از رابطه 8 تبعیت می‌کند.

$$\sigma_N = N_{ij}\Sigma_{ij}, \quad N_{ij} = n_i n_j$$
$$\sigma_V = \frac{\Sigma_{kk}}{3}, \quad \sigma_D = \sigma_N - \sigma_V$$
$$\sigma_M = M_{ij}\Sigma_{ij}, \quad \sigma_L = L_{ij}\Sigma_{ij} \tag{8}$$

سپس با استفاده از اصل کار مجازی، کرنش بزرگ مقیاس طبق رابطه 9 برابر است با

$$\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2\pi}f(n)\left\{\int_\Omega \epsilon_N N_{ij} d\Omega + \int_\Omega \epsilon_M M_{ij} d\Omega + \int_\Omega \epsilon_L L_{ij} d\Omega\right\} \tag{9}$$

3-3- فرمول‌بندی مدل ریزصفحه با دو قید کینماتیکی و استاتیکی

اگر مدل‌سازی رفتار ماده به شکلی باشد که از قید کینماتیکی برای کرنش‌ها و از قید استاتیکی برای تنش‌ها استفاده شده باشد، گفته می‌شود که مدل دوقیدی است. در این شرایط باید هر دو رابطه‌ی 7 و 9 برقرار باشند. این نوع فرمول‌بندی برای مدل‌سازی پدیده خرابی مناسب می‌باشد [16-18].

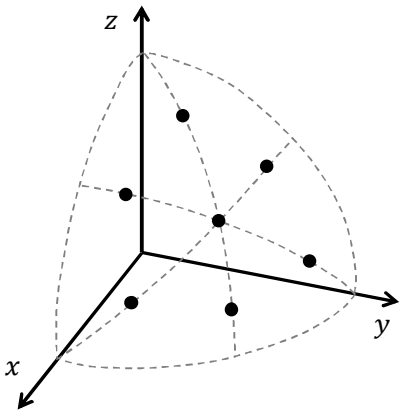
3-4- انتگرال‌گیری عددی روی سطح کره

در اغلب موارد محاسبه انتگرال‌های روابط 7 و 9 به صورت تحلیلی امکان‌پذیر نیست و یا دارای هزینه محاسباتی قابل توجه می‌باشد. از این رو در عمل، مقدار این انتگرال‌ها به صورت عددی و با استفاده از رابطه 10 تعیین می‌شود.

$$\int_\Omega f(n) d\Omega = \sum_{\alpha=1}^{N} w_\alpha f(n_\alpha) \tag{10}$$

در این رابطه، w_α، وزن نقاط و، N، تعداد نقاط انتگرال‌گیری روی سطح کره می‌باشد. به کمک این رابطه می‌توان تعداد محدودی ریزصفحه در نظر گرفت و حاصل انتگرال را به‌دست آورد.

مراجع [19،20] الگوهای متفاوتی برای انتخاب بهینه محل نقاط انتگرال‌گیری و وزن آن‌ها ارایه کرده‌اند. باید توجه نمود که استفاده از تعداد زیاد نقاط به تناسب، موجب پرهزینه شدن محاسبات می‌گردد بنابراین باید از کمترین تعداد نقاط با لحاظ نمودن شرط همگرایی استفاده نمود. دو آزمون مرسوم برای کنترل همگرایی عبارتند از: 1) انجام بارگذاری تک محوری در جهات مختلف و دست یابی به جواب مورد انتظار (در حالت همسانگرد باید رفتار در تمام جهات یکسان باشد) و 2) عدم ایجاد تغییر در پاسخ‌ها در صورت افزودن تعداد نقاط. با بررسی دو مورد اشاره شده، در این مقاله از الگوی 56 نقطه‌ای شکل 2 (28 نقطه در هر نیم‌کره) استفاده شده است. مکان نقاط انتگرال‌گیری و ضریب وزن متناظر با این نقاط در جدول 1 مشخص شده‌اند [20].



شکل 2 توزیع نقاط انتگرال‌گیری با الگوی 56 نقطه‌ای [20] (تنها 7 نقطه بر روی یک هشتم سطح کره نمایش داده شده است)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]

جدول 1 بردار ریزصفحات و وزن نقاط انتگرال‌گیری [17]

w_α	n_3^α	n_2^α	n_1^α	α
0/01607	0/57735	0/57735	0/57735	1
0/01607	-0/57735	0/57735	0/57735	2
0/01607	0/57735	-0/57735	0/57735	3
0/01607	-0/57735	-0/57735	0/57735	4
0/02047	0/25056	0/25056	0/93511	5
0/02047	-0/25056	0/25056	0/93511	6
0/02047	0/25056	-0/25056	0/93511	7
0/02047	-0/25056	-0/25056	0/93511	8
0/02047	0/25056	0/93511	0/25056	9
0/02047	-0/25056	0/93511	0/25056	10
0/02047	0/25056	-0/93511	0/25056	11
0/02047	-0/25056	-0/93511	0/25056	12
0/02047	0/93511	0/25056	0/25056	13
0/02047	-0/93511	0/25056	0/25056	14
0/02047	0/93511	-0/25056	0/25056	15
0/02047	-0/93511	-0/25056	0/25056	16
0/01584	0/69475	0/69475	0/18616	17
0/01584	-0/69475	0/69475	0/18616	18
0/01584	0/69475	-0/69475	0/18616	19
0/01584	-0/69475	-0/69475	0/18616	20
0/01584	0/69475	0/18616	0/69475	21
0/01584	-0/69475	0/18616	0/69475	22
0/01584	0/69475	-0/18616	0/69475	23
0/01584	-0/69475	-0/18616	0/69475	24
0/01584	0/18616	0/69475	0/69475	25
0/01584	-0/18616	0/69475	0/69475	26
0/01584	0/18616	-0/69475	0/69475	27
0/01584	-0/18616	-0/69475	0/69475	28

در این جدول پارامتر، α، شمارنده‌ی ریزصفحات و متغیرهای n_1^α، n_2^α، و n_3^α، مولفه‌های بردار واحد هر ریزصفحه می‌باشند. w_α، وزن هر ریزصفحه را مشخص می‌کند [20].

4- مدل ریزصفحه برای مواد سلولی

بحث کاملی در مورد رفتار مواد سلولی در کتاب گیبسون و اشبی ارایه شده است [21]. نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی فوم‌ها نشان می‌دهد که در هر دو حالت تک محوری و هیدروستاتیکی، پس از ناحیه ارتجاعی اولیه یک ناحیه تنش ثابت[1] در رفتار فوم‌ها مشاهده می‌شود که مربوط به تخریب مرتب و پیاپی لایه‌های سلولی است. این سازوکار موجب می‌گردد فوم‌ها توانایی تغییرشکل زیادی را در تنشی تقریبا ثابت و با سخت شوندگی محدود داشته باشند. این رفتار پایه مبنای توسعه مدل ریزصفحه فوم‌های فلزی سلول بسته توسط بروکا و همکارانش بوده است [9]. البته در مدل مذکور از شبیه‌سازی پدیده‌هایی مانند خزش، خستگی و نامتقارنی در رفتار کششی و فشاری صرف‌نظر می‌شود و همچنین فشار گاز داخل سلول‌ها ناچیز فرض می‌گردد. ریزساختار فوم مورد بررسی به صورت کره‌های توخالی که دارای نسبت ضخامت دیواره به قطر یکسان اما اندازه‌های متفاوت هستند، لحاظ می‌گردد (شکل 3). این ریزساختار اولین بار توسط هاشین برای شبیه‌سازی رفتار این دسته از مواد به کار گرفته شد [22]. در این ریزساختار فرض می‌شود که کره‌های زیادی با اندازه‌های کوچک‌تر در بین کره‌های بزرگ‌تر قرار گرفته‌اند که این به صورت مجازی فضای خالی بین کره‌ها را پر می‌کند.

اگر نسبت ضخامت دیواره، t، به شعاع، R، کوچک باشد، چگالی نسبی فوم با تقریب خوبی از رابطه‌ی 11 به دست می‌آید [9].

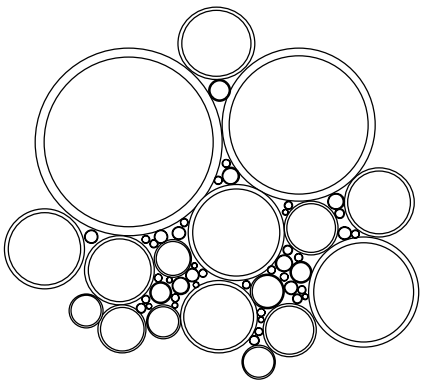
$$\frac{\rho}{\rho_M} = 3\alpha, \quad \alpha = \frac{t}{R} \qquad (11)$$

در این رابطه ρ چگالی فوم و ρ_M چگالی ماده‌ی پایه‌ی سازنده‌ی فوم می‌باشد. به دلیل این‌که فرض شده است اتصال بین کره‌های تشکیل دهنده‌ی ریزساختار به روش بریزینگ می‌باشد، در نتیجه هیچ‌گونه لغزشی بین کره‌ها ایجاد نخواهد شد و بنابراین استفاده از قید استاتیکی در فرمول‌بندی مدل ریزصفحه مناسب می‌باشد. در صورت استفاده از قید کینماتیکی، ایجاد چسبندگی کامل بین کره‌های مجاور غیرممکن می‌شود. تحت بارگذاری وارده تمام کره‌ها در تحمل بار مشارکت می‌کنند و تغییر شکل پیدا می‌کنند [9].

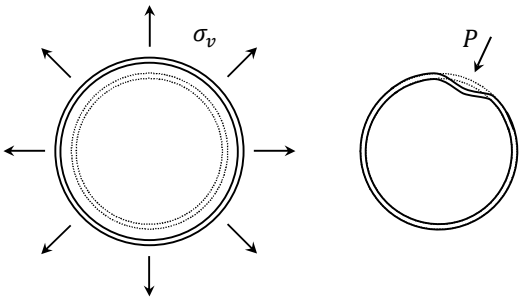
تغییر شکل هر کره به دو قسمت حجمی و انحرافی تفکیک می‌شود. در حالت حجمی تغییر شکل کره تحت فشارهای همه جانبه‌ی حجمی و در حالت انحرافی تحت بار نقطه‌ای می‌باشد که به صورت عمود بر سطح کره اعمال می‌شود و نشان‌گر برهم کنش کره‌های مجاور است (شکل 4).

مواد سلولی همان گونه که در مطالعات متنوع ذکر شده است [21،۹]، پس از یک پاسخ ارتجاعی اولیه، وارد ناحیه‌ی تنش پایا می‌شوند، بنابراین فرض می‌شود که بعد از یک مقدار تنش بحرانی، سختی ارتجاعی ماده با سختی خمیری مماسی[2] جایگزین می‌شود.

در مدل ریزصفحه رفتار بزرگ مقیاس نمونه، ترکیبی از رفتار کوچک مقیاس نمونه در حالت حجمی و انحرافی در نظر گرفته شده است. از این رو مدل ریزصفحه برای بیان رفتار بزرگ مقیاس فوم، نیازمند داشتن مدول



شکل 3 ریزساختار فرض شده برای فوم سلول بسته [9]



شکل 4 تغییر شکل انحرافی (سمت راست) و حجمی (سمت چپ) [9]

1- Plateau Stress

2- Tangential Plastic Modulus

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]

ارتجاعی اولیه و ثانویه و همچنین تنش تسلیم در هر دو حالت حجمی و انحرافی در سطح ریزمقیاس است. معادلات 12 و 13 این متغیرها را در قالب روابط بین نمو کرنش‌ها و تنش‌ها معرفی می‌کنند.

$$d\sigma_v = K_v d\epsilon_v, \quad f_v = \frac{1}{K_v} \tag{12}$$

$$d\sigma_d{}^{(\alpha)} = K_d{}^{(\alpha)} d\epsilon_d{}^{(\alpha)}, \quad f_d{}^{(\alpha)} = \frac{1}{K_d{}^{(\alpha)}} \tag{13}$$

در این رابطه $d\epsilon_v$ و $d\sigma_v$ نمو کرنش حجمی و تنش حجمی ریزصفحه می‌باشند. این دو مقدار برای تمام صفحات یکسان است. $d\sigma_d{}^{(\alpha)}$ نمو تنش انحرافی ریزصفحات است که برای هر ریزصفحه از روی بردار نرمال مربوطه به دست می‌آید و سپس طبق رابطه‌ی 13 کرنش انحرافی هر ریزصفحه محاسبه می‌شود. α شماره‌ی ریزصفحات است. K_v و $K_d{}^{(\alpha)}$ سختی ریزصفحات در حالت حجمی و انحرافی می‌باشند، که هر کدام به صورت شیب اولیه و شیب ثانویه در نظر گرفته می‌شوند و نحوه‌ی محاسبه‌ی آن‌ها در ادامه بیان شده است. با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده برای رفتار فوم‌ها و روابط بالا، در این حالت ارتباط بین تنش و کرنش بزرگ مقیاس به کمک فرضیات در نظر گرفته شده و با استفاده از قید استاتیکی برای سطح کوچک مقیاس طبق رابطه‌ی 9 به صورت معادله 14 خواهد بود.

$$d\varepsilon_{ij} = 6\sum_{\alpha=1}^{N} w^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} \left\{ \frac{f_v \delta_{kl}}{3} + f_d^{(\alpha)} \left(n_k^{(\alpha)} n_l^{(\alpha)} - \frac{\delta_{kl}}{3} \right) \right\} d\Sigma_{kl} \tag{14}$$

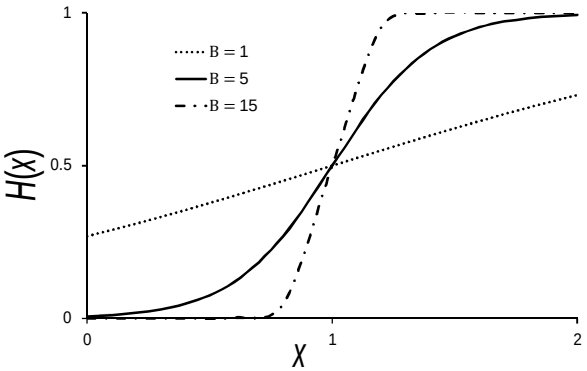
به منظور شبیه‌سازی انتقال آرام سختی نمونه از حالت ارتجاعی خطی با شیب اولیه به حالت خمیری با شیب ثانویه، در این مقاله از تقریب تابع انتقال پله‌ای هویساید[1] به شکل رابطه 15 استفاده شده است [23].

$$H(x) = \frac{1}{1 + e^{-B(x-x_0)}} \tag{15}$$

پارامترهای B و x_0 به ترتیب سرعت انتقال و محل انتقال تابع هویساید را مشخص می‌کنند. شکل 5 تغییرات این تابع را برای مقادیر متفاوت x در نقطه‌ی $x_0 = 1$ نشان می‌دهد. استفاده از این تابع پیوسته و مشتق‌پذیر از واگرایی الگوریتم عددی جلوگیری می‌نماید [23،24].

4-1- مدل ریزصفحه برای کرنش‌های بزرگ

فوم‌ها موادی هستند که در بسیاری از کاربردها تغییر شکل‌های بزرگ را تجربه می‌کنند، بنابراین برای پیاده‌کردن مدل ریزصفحه‌ی بیان شده در بخش قبل باید تانسورهای تنش و کرنش مناسبی انتخاب شوند. تانسورهای تنش و کرنشی که در حالت تغییر شکل‌های بزرگ به کار می‌روند باید مزدوج



شکل 5 تابع تقریب زننده‌ی تابع انتقال هویساید

1- Heaviside Step Function

کاری[2] باشند به این معنی که حاصل ضرب اسکالر آن‌ها تعریف درستی از انرژی داخلی ماده ارائه کند. به منظور آن که در تغییرشکل‌های بزرگ مولفه‌های تنش روی یک ریزصفحه تنش واقعی روی همان صفحه باشد تا مدل به لحاظ فیزیکی معنادار باقی بماند باید از تانسور تنش کوشی چرخیده[3] که با رابطه‌ی 16 بیان می‌شود استفاده شود [25].

$$S = R^T \Sigma R \tag{16}$$

دراین رابطه Σ تانسور تنش کوشی و R تانسور چرخش است. در حالت استفاده از قید استاتیکی می‌توان نشان داد که تانسور نرخ تغییر شکل چرخیده[4] مزدوج تانسور تنش کوشی چرخیده است، بنابراین در هر مرحله کرنش از رابطه 17 به دست می‌آید [25].

$$\Delta\varepsilon = (R^T D R)\Delta t \tag{17}$$

D تانسور نرخ تغییر شکل می‌باشد که بر حسب تانسور گرادیان سرعت، L، از معادله 18 تعیین می‌شود.

$$D = \frac{1}{2}(L + L^T), \quad L = \frac{\partial v}{\partial x} \tag{18}$$

با فرض جداسازی جمعی[5]، نمو کرنش‌های حجمی از رابطه 19 به دست می‌آیند.

$$\Delta\varepsilon_V = D_{ii}$$
$$\Delta\varepsilon_{ij\,D} = \Delta\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\Delta\varepsilon_V \delta_{ij} \tag{19}$$

4-2- الگوریتم عددی پیشنهادی برای مدل ریزصفحه

هرچند مقاله‌ی بروکا و همکارانش [9] برای نخستین بار چارچوب مدل ریزصفحه برای فوم‌های سلول بسته را پیشنهاد داده است اما الگوریتمی به منظور پیاده سازی عددی این مدل در این مرجع ارائه نشده است. از این رو این بخش از مقاله به ارائه الگوریتم عددی ساده برای این مدل می‌پردازد. مراحل این الگوریتم عددی عبارت است از

- نخست، در هر مرحله از تحلیل صریح، تمام نمو کرنش بزرگ مقیاس، ارتجاعی فرض می‌شود و از رابطه 20 نمو تنش بزرگ مقیاس محاسبه می‌شود (μ و K ثابت‌های ارتجاعی می‌باشند) [26].

$$\Delta\Sigma_{ij} = 2\mu\Delta\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} K \Delta\varepsilon_{kk} \tag{20}$$

- دوم، نمو تنش حجمی مطابق رابطه‌ی 8 محاسبه می‌شود.
- سوم، نموکرنش حجمی مطابق رابطه‌ی 12 محاسبه می‌گردد.
- چهارم، نمو تنش انحرافی هر یک از ریزصفحات مطابق رابطه‌ی 8 محاسبه می‌شود.
- پنجم، نمو کرنش انحرافی هر یک از ریزصفحات مطابق رابطه‌ی 13 محاسبه می‌شود.
- ششم، نموکرنش بزرگ مقیاس مطابق رابطه‌ی 14 به دست می‌آید.
- هفتم، نموکرنش به دست آمده از گام ششم با نموکرنش ورودی گام نخست مقایسه می‌شود.

2- Work Conjugate
3- Cauchy Back-Rotated Stress Tensor
4- Back-Rotated Rate of Deformation
5- Additive Decomposition

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]

- هشتم، همگرایی طبق حلقه‌ی نیوتن رافسون کنترل می‌شود (تابعی به شکل رابطه‌ی 21 که تفاضل نمو کرنش گام ششم با گام نخست می‌باشد تعریف می‌شود، سپس این تابع مطابق روش نیوتن-رافسون برای کنترل همگرایی مورد استفاده قرار می‌گیرد).

$$f(d\Sigma_{ij}) = d\varepsilon_{ij} - \Delta\varepsilon_{ij} \qquad (21)$$

- نهم، متغییرها در هر مرحله‌ی بارگذاری، جایگذاری می‌شوند.

الگوریتم بیان شده به شکل یک زیربرنامه[1] به زبان برنامه‌نویسی فرترن با ساختار انتگرال‌گیری صریح به صورت عددی پیاده‌سازی و برای استفاده در نرم‌افزار آباکوس آماده گردید.

5- کالیبراسیون مدل ریزصفحه بر پایه شبیه‌سازی ریزساختار

براساس فرمول‌بندی ارائه شده، کالیبراسیون مدل ریزصفحه‌ی فوم‌های سلول بسته شامل تعیین شش متغیر مدول ارتجاعی انحرافی و حجمی، تنش تسلیم انحرافی و حجمی و مدول خمیری انحرافی و حجمی می‌باشد. به همین منظور در این مقاله روشی جدید بر پایه‌ی مدل‌سازی ریزساختار جهت کالیبراسیون مدل ریزصفحه به کار رفته است. به بیان دیگر ساختار مفروض برای ارائه‌ی روابط مدل ریزصفحه (کره‌های مماس بر هم) به صورت عددی شبیه‌سازی و سپس با بارگذاری این مدل در دو حالت تک محوری و هیدروستاتیکی، مقادیر متغیرهای مورد نظر استخراج می‌گردد. لازم به ذکر است این ساختار هندسی در عمل مشابه با فوم‌های تولید شده به روش بریزینگ می‌باشد. به منظور ایجاد مدل‌های ریزساختار فوم، ابتدا برنامه‌ای بر پایه‌ی الگوریتم پیشنهادی در مراجع [27،28] برای انباشتن فشرده کره‌ها در فضا، تهیه گردید. این برنامه ضمن تبعیت از منحنی توزیع اندازه کره‌ها که توسط کاربر تعیین می‌شود، کره‌ها را با تراکم بسیار بالا در حالت مماس بر هم در نمونه‌ی مورد نظر جانمایی می‌کند. در گام بعد با انتقال این اطلاعات هندسی به نرم افزار اجزای محدود و تعریف تماس بین کره‌ها، المان‌بندی هندسه، معرفی خواص ماده‌ی سازنده‌ی کره‌ها و اعمال شرایط مرزی و بارگذاری مناسب، تحلیل‌های مورد نیاز انجام می‌پذیرد. در روش پیشنهادی این مقاله برای کالیبراسیون مدل ریزصفحه، از نتایج دو تحلیل تک محوری و هیدروستاتیکی بر روی نمونه‌های مکعبی استفاده شده است. لازم به ذکر است که در انتخاب ابعاد نمونه‌ی مکعبی باید دقت نمود که تعداد کافی از سلول‌ها در نمونه حضور داشته باشند تا اثر موضعی یک سلول نتایج را تحت تاثیر قرار ندهد.

5-1- بارگذاری هیدروستاتیکی

در حالتی که نمونه تحت بارگذاری همه جانبه قرار داده می‌شود تانسور نمو تنش اعمالی به شکل رابطه 22 است.

$$d\sigma = \begin{bmatrix} d\sigma & 0 & 0 \\ 0 & d\sigma & 0 \\ 0 & 0 & d\sigma \end{bmatrix} \qquad (22)$$

$d\sigma$، در این تانسور، نمو تنش اعمالی می‌باشد که به صورت هیدروستاتیکی اعمال می‌شود. ارتباط بین این نمو تنش با نمو کرنش، $d\epsilon$، در مدل ریزصفحه با تانسور مرتبه چهار نرمی، C_{ijkl}، از معادله 23 بدست می‌آید.

$$d\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} d\sigma_{kl} \qquad (23)$$

در بخش قبل بیان شد که، C_{ijkl}، به دو قسمت حجمی و انحرافی تفکیک می‌شود. با قرار دادن تانسور نمو تنش در رابطه‌ی بالا و بسط آن برای یکی از جهات دلخواه، طبق رابطه‌ی 12، f_v، از رابطه 24 محاسبه می‌شود.

$$f_v = \frac{1}{6\sum_{\alpha=1}^{N} w^{(\alpha)} (n_1^{(\alpha)})^2} \frac{d\varepsilon_{11}}{d\sigma} \qquad (24)$$

مقدار عبارت $\frac{1}{6\sum_{\alpha=1}^{N} w^{(\alpha)} (n_1^{(\alpha)})^2}$ در رابطه‌ی بالا برابر واحد می‌باشد، بنابراین همان طور که در ابتدای این بخش ذکر شد مقدار سختی ارتجاعی ریزصفحات، همان مقدار حاصل از مدل اجزای محدود کره‌های انباشته می‌باشد و سایر پارامترهای مورد نیاز در حالت حجمی همان مقادیر مدل اجزای محدود می‌باشند.

5-2- بارگذاری تک محوری

بارگذاری تک محوری برای استخراج مشخصات رفتاری ماده در حالت انحرافی اعمال می‌شود. این بارگذاری ترکیبی از دو بارگذاری هیدروستاتیکی و انحرافی می‌باشد و بنابراین شامل تمام پارامترهای مورد نیاز برای مدل ریزصفحه است. متغییرهای حالت حجمی در حالت بارگذاری هیدروستاتیکی محاسبه شدند و در حالت بارگذاری تک محوری به صورت ثابت قرار داده می‌شوند. بنابراین در این حالت متغییرهای حالت انحرافی محاسبه می‌شوند.

در حالتی که نمونه تحت بارگذاری تک محوری قرار داده می‌شود تانسور نمو تنش اعمالی به صورت رابطه 25 است.

$$d\sigma = \begin{bmatrix} d\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (25)$$

$d\sigma$، در این تانسور نمو تنش اعمالی تک محوری می‌باشد. با قرار دادن این تانسور در رابطه‌ی 14 و بسط آن برای یکی از جهات دلخواه ، $f_d^{(\alpha)}$ از رابطه 26 به دست می‌آید.

$$f_d^{(\alpha)} = \frac{\frac{d\varepsilon_{11}}{d\sigma} - 6\sum_{\alpha=1}^{N} w^{(\alpha)} (n_1^{(\alpha)})^2 \frac{f_v}{3}}{6\sum_{\alpha=1}^{N} w^{(\alpha)} (n_1^{(\alpha)})^2 \left[(n_1^{(\alpha)})^2 - \frac{1}{3}\right]} \qquad (26)$$

در این رابطه حاصل $\frac{d\sigma}{d\varepsilon_{11}}$ شیب نمودار تنش-کرنش به دست آمده از بارگذاری تک محوری روی ریزساختار شبیه‌سازی شده می‌باشد. در ابتدای بارگذاری، $f_d^{(\alpha)}$ برای تمامی صفحات یکسان می‌باشد و می‌تواند از داخل اپراتور جمع خارج شود. با قرار دادن f_v اولیه و شیب اولیه بارگذاری تک محوری روی ریز ساختار، $f_d^{(\alpha)}$ اولیه به دست می‌آید. در ادامه حالتی فرض می‌شود که در آن تمامی صفحات تسلیم شده‌اند و دوباره $f_d^{(\alpha)}$ برای تمامی صفحات یکسان می‌باشد و می‌تواند از داخل اپراتور جمع خارج شود. با قرار دادن f_v ثانویه و شیب ثانویه‌ی بارگذاری تک محوری روی ریز ساختار، $f_d^{(\alpha)}$ ثانویه به دست می‌آید. در نهایت برای محاسبه‌ی تنش تسلیم ماده در حالت انحرافی، از روش سعی و خطا استفاده می‌کنیم به گونه‌ای که نمودار تنش-کرنش خروجی مدل ریزصفحه تا حد امکان به نمودار تنش-کرنش ریزساختار منطبق شود.

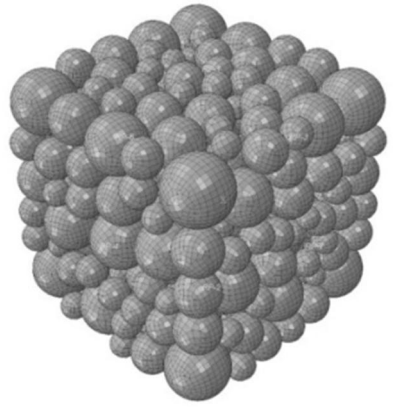
6- نتایج

در این بخش به منظور به کارگیری مدل ریزصفحه و روش کالیبراسیون پیشنهادی، نمونه‌ای مکعبی با ابعاد 50 میلی‌متر از کره‌های توخالی مماس بر هم با نسبت شعاع به ضخامت ثابت در نظر گرفته شده است (شکل 6).

1- Subroutine

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]



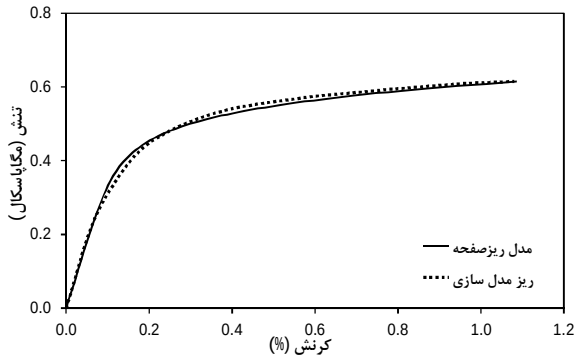
شکل 6 ریز ساختار مکعبی ساخته شده برای فوم توسط کره‌های مماس بر هم

کنترل دانه‌بندی به کمک تابع توزیع گاما[1] انجام پذیرفته است. چگالی نسبی 5 درصد، شعاع میانگین کره‌ها 4 و واریانس آن‌ها 1 میلیمتر فرض می‌شود.

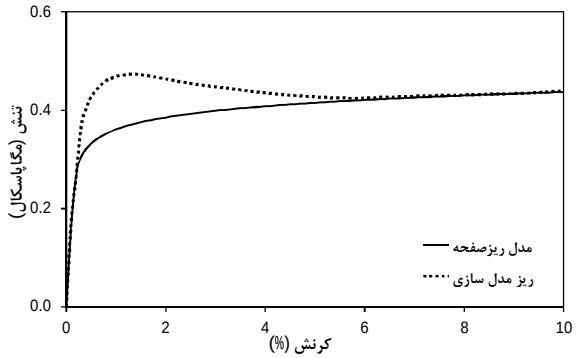
مقایسه‌ی نتایج حاصل از بارگذاری‌های هیدروستاتیکی و تک محوری برای دو مدل ریزساختار و مدل ریزصفحه به ترتیب در اشکال 7 و 8 ارائه شده است.

6-1- ضریب پواسون صفر برای مواد فومی

نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی فوم‌ها نشان می‌دهند هنگامی که این مواد تحت بارگذاری محوری قرار می‌گیرند و در آن‌ها تسلیم صورت می‌گیرد، تغییر شکل‌های جانبی بسیار کوچک می‌باشند [29]. این ویژگی فوم را قادر می‌سازد که تغییر شکل‌های بزرگ را بدون سخت‌شدگی قابل توجه حتی در حالت محصور شده، تجربه کند. این ویژگی زمانی که جذب و اتلاف ناگهانی



شکل 7 نمودار تنش در برابر کرنش تحت بارگذاری حجمی



شکل 8 نمودار تنش در برابر کرنش تحت بارگذاری تک محوری

1- Gamma Distribution Function

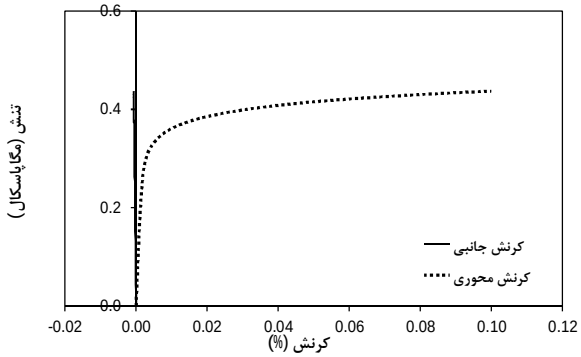
انرژی مهم باشد، بسیار حایز اهمیت است [9]. در شکل 9 کرنش جانبی و محوری در حالت بارگذاری تک محوری فشاری که به وسیله‌ی مدل ریزصفحه استخراج شده‌اند، نشان داده شده است. واضح است که مدل در واقع ضریب پواسون نزدیک صفر را نتیجه می‌دهد.

6-2- نتایج مدل ریزصفحه و ریزساختار در بارگذاری دومحوری

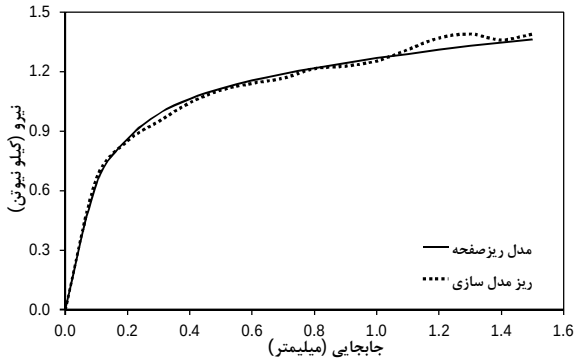
در این بخش به منظور اطمینان از عملکرد مدل ریزصفحه در دیگر شرایط بارگذاری (شرایطی متفاوت با بارگذاری‌های مورد استفاده در کالیبراسیون)، نمونه‌ی مکعبی مورد استفاده در بخش قبل تحت بارگذاری دومحوری قرار داده می‌شود. بارگذاری به صورت کنترل شونده‌ی جابجایی می‌باشد به گونه‌ای که مدل ساخته شده به میزان 1/5 میلیمتر در جهت عمودی و 0/75 میلیمتر در دو جهت افقی تغییر شکل داده می‌شود (شکل 10).

نتایج بارگذاری اعمال شده برای نمونه‌ی ریزساختار و مدل ریزصفحه در شکل 10 و شکل تغییر شکل یافته‌ی آن در شکل 11 نشان داده شده است.

با توجه به شکل 10 مشاهده می‌شود که نتایج مدل ریزصفحه و ریزساختار تطابق بسیار خوبی با هم دارند. لازم به ذکر است که اجرای نمونه‌ی ریزساختار با انجام تحلیل صریح حتی با اعمال مقیاس جرمی[2] در سیستم پردازنده‌ی هشت هسته‌ای برای اعمال بارگذاری ذکر شده نیاز به مدت زمان حدود 8 ساعت دارد در حالی که مدل ریزصفحه با سیستم پردازنده‌ی دو هسته‌ای بدون اعمال مقیاس جرمی در مدت زمان کمتر از 30 ثانیه اجرا می‌شود.



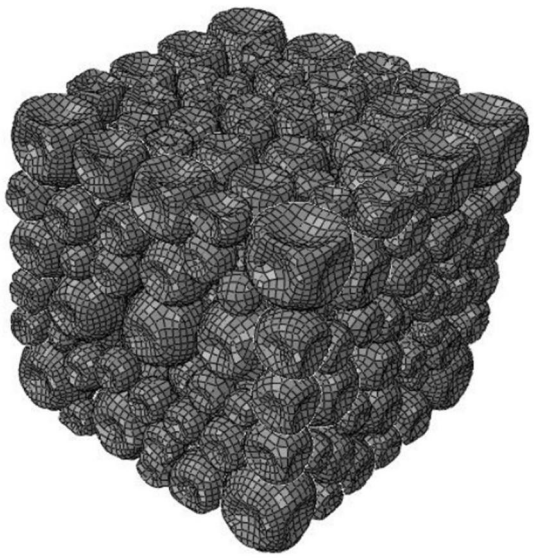
شکل 9 نمودار تنش در برابر کرنش محوری و جانبی(نمایش ضریب پواسون صفر)



شکل 10 نمودار نیرو-جابجایی نمونه تحت بارگذاری دومحوری

2- Mass Scaling

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]



شکل 11 تغییر شکل نمونه ریزساختارتحت بار دومحوری

7- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک الگوریتم عددی کارآمد و ساده به منظور پیاده‌سازی مدل ریزصفحه برای فوم‌های فلزی سلول بسته ارائه شد. الگوریتم بیان شده به شکل یک زیربرنامه به زبان برنامه‌نویسی فرترن با ساختار انتگرال‌گیری صریح به صورت عددی پیاده‌سازی و برای استفاده در نرم‌افزار آباکوس آماده گردید. همچنین برای نخستین بار به منظور کالیبراسیون پارامترهای مدل ریزصفحه، ریزساختار فوم به صورت پوسته‌های کروی مماس بر هم که منطبق بر فرضیات در نظر گرفته شده برای مدل ریزصفحه می‌باشد، به کمک روش اجزای محدود غیرخطی شبیه‌سازی گردید و سپس پارامترهای مورد نیاز مدل ریزصفحه با استفاده از بارگذاری تک محوری و هیدروستاتیکی به دست آمد. در پایان و به منظور اطمینان از صحت الگوریتم و روش کالیبراسیون پیشنهادی، یک نمونه‌ی مکعبی از ریزساختار تحت بارگذاری دومحوری قرار داده شد و با نتایج مدل ریزصفحه مقایسه گردید که این نتایج نشان دهنده دقت مناسب مدل مورد استفاده است. نکته‌ی بسیار حایز اهمیت در این مقایسه مربوط به زمان محاسبات می‌باشد که در مدل ریزصفحه به مقدار قابل توجهی کمتر از مدل ریزساختار است.

7- مراجع

[1] Z. P. Bazant, J. K. Kim, Creep of anisotropic clay: microplane model, *Journal of Geotechnical Engineering,* Vol. 112, No. 4, pp. 1050-1064, 1986.

[2] P. C. Prat, Z. P. Bazant, Microplane model for triaxial deformation of soils, *Proceeding of Symposium on Numerical Methods in Geomechanics,* pp. 139–146, 1989.

[3] D. W. Hu, Q. Z. Zhu, H. Zhou, J. F. Shao, A discrete approach for anisotropic plasticity and damage in semi-brittle rocks, *Computers and Geotechnics,* Vol. 37, No. 5, pp. 658-666, 2010.

[4] A. Beghini, Z. P. Bazant, Y. Zhou, O. Gouirand, F. C. Caner, Microplane model M5f for multiaxial behavior and fracture of fiber reinforced concrete, *ASCE Journal of Engineering Mechanics,* Vol. 133, No. 1, pp. 66-75, 2007.

[5] J. Ozbolt, Z .P. Bazant, Microplane model for cyclic triaxial behavior of concrete, *ASCE Journal of Engineering Mechanics,* Vol. 118, No. 7, pp. 66-75, 1992.

[6] F. C. Caner, Z. P. Bazant, C. G. Hoover, A. M. Waas, K. W. Shahwan, Microplane model for fracturing damage of triaxially braided fiber-polymer composites, *ASME Journal of Engineering Materials and Technology,* Vol.133, No. 2, 2011.

[7] V. Travas, J. Ozbolt, I. Kozar, Failure of plain concrete beam at impact load: 3D finite element analysis, *International Journal of Fracture,* Vol. 160, No. 1, pp. 31-41, 2009.

[8] H. Liu, T. Xiang, R. Zhao, Research on non-linear Structural behaviors of prestressed concrete beams made of high strength and steel fiber reinforced concretes, *Construction and Building Materials,* Vol. 23, No. 1, pp. 85-95, 2009.

[9] M. Brocca, Z. P. Bazant, I. M. Daniel, Microplane model for stiff foams and finite element analysis of core indentation, *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 38, No. 44, pp. 8111-8132, 2001.

[10] G. I. Taylor, Plastic strain in metals, *Twenty-Eighth May Lecture to the Institute of Metals,* Vol. 62, pp. 307-324, 1938.

[11] S. B. Batdorf, B. Budiansky, A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip, NACA TA1871, 1949.

[12] Z. P. Bazant, B. H. Oh, Microplane model for fracture analysis of concrete structures, *Proceeding of Symposium on the Interaction of Non-Nuclear Munitions with Structures,* U.S. Air Force Academy, Colorado Springs, pp. 49–53, 1983.

[13] M.Labibzadeh, S.A.Sadrnejad, Crack Analysis of Concrete Arch Dams Using Micro-Plane Damage Based Constitutive Relations, Science Publications, New York, USA, American Journal of Applied Sciences, (2007), 4(4): 197-202, 2007.

[14] M.Labibzadeh, S.A.Sadrnejad, Micro-Plane Damage Based Model for Concrete under monotonic And cyclic loadings, World Congress on Engineering WCE 2007.

[15] R.Mehrabi, M.Kadkhodaei, 3D Phenomenological Constitutive Modeling of Shape Memory Alloys Based on Microplane Theory, Smart Materials and Structures, Vol.22, No.02, 2013.

[16] I. Carol, Z. P. Bazant, Damage and plasticity in microplane theory, *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 34, No. 29, pp. 3807-3835, 1997.

[17] Z. P. Bazant, Y. Xiang, P. C. Prat, Microplane model for concrete. I: stress-strain boundaries and finite strain, *ASCE Journal of Engineering Mechanics,* Vol. 122, No. 3, pp. 245-254, 1996.

[18] M. Brocca, C. Brinson, Z. P. Bazant, Microplane constititue model for shape memory alloys, Report, Northwestern University, 2000.

[19] A. H. Stroud, *Approximate Calculation of Multiple Integrals,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.

[20] Z. P. Bazant, B. H. Oh, Efficinet numerical integration on the surface of a sphere, *Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Mechanik,* Vol. 66, No. 1, pp. 37-49, 1986.

[21] L. J. Gibson, M. F. Ashby, *Cellular Solids: Structure and Properties,* Pergamon Press, Oxford, 1997.

[22] Z. Hashin, The elastic moduli os heterogeneous materials, *ASME Journal of Applied Mechanics,* Vol. 29, pp. 143-150, 1962.

[23] M.Abramowitz, I.A.Stegun, Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series-55, 1972.

[24] Z.P.Bažant, Microplane Model for Strain-Controlled Inelastic Behavior, Mechanics of Engineering Materials, Chapter 3, John and Wiley, 1984.

[25] Z. P. Bazant, M. Adley, I. Carol, M. Jirasek, S. A. Akers, B. Rohani, J. Donald, F. Caner, Large strain generalization of microplane model for concrete and application, *ASCE Journal of Engineering Mechanics,* Vol. 126, No. 9, pp. 971-980, 2000.

[26] M.H.Sadd, Elasticity, theory, applications, and numerics, 2 edition, Elsevier Science, 2009.

[27] K. Bagi, An algorithm to generate random dense arrangements for discrete element simulations of granular assemblies, *Granular Matter,* Vol. 7, pp. 31-43, 2005.

[28] A. Benabbou, H. Borouchaki, P. Laug, J. Lu, Geometrical modeling of granular structures in two and three dimensions. application to nanostructures, *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 80, No. 4, pp. 425-454, 2009.

[29] M. F. Ashby, A. G. Evans, N. A. Fleck, L. J. Gibson, J. W. Hutchinson, H. N. G. Wadley, *Metal Foams: A Design Guide,* Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.19.6]