ماهنامه علمى پژوهشى





mme.modares.ac.ir

# بررسی رشد خرابی ترک ماتریسی و جداشدگی بین لایهای در چندلایههای متعامد تحت بارکششی

## امین فرخ آبادی<sup>1\*</sup>، حمیدرضا مددی<sup>2</sup>

1– استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی amin-farrokh@modares.ac.ir ،14115-111

چکیدہ	اطلاعات مقاله
• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 29 خرداد 1396 پذیرش: 02 مهر 1396 ارائه در سایت: 05 آبان 1396 <i>کلید واژگان:</i> مایکرومکانیک
رزین که یکی از اولین مودهای خرابی حاکم هست، از روش ناحیه چسبنده استفاده میشود و با شبیهسازی صورت گرفته، جدایش الیاف از ماتریس به کمک روش توسعهیافته در این مقاله با نتایج پژوهشهای صورت گرفته صحتسنجی میشود. در ادامه، بهمنظور در نظرگیری مود خرابی ترک ماتریسی، از روش المان محدود تعمیمیافته استفاده گردیده و در نهایت جدایش بین لایهای ناشی از ترک ماتریسی نیز با به کارگیری ناحیه چسبنده شبیهسازی می گردد. بدیهی است که در مطالعه موجود برهمکنش ناشی از این سه مود خرابی بهصورت همزمان موردمطالعه قرار می گیرد و رفتار خواص مکانیکی کامپوزیتهای چندلایه متعامد باوجود ترک ماتریسی و جدایش بین لایهای ناشی از ترک ماتریسی مورد بررسی قرار گرفتند. بهطورکلی مدل سازی این حجم از الیاف و رزین به کمک اسکریپت نویسی در زبان برنامهنویسی پایتون در نرمافزار آباکوس صورت گرفته و روش شبیهسازی و حل مبتنی بر استفاده از روش المان محدود و نرمافزار آباکوس می میشی در زبان برنامهنویسی پایتون در نرمافزار آباکوس صورت	ناحيه چسبنده ترک ماتريسی جدايش بين لايهای المان محدود توسعهيافته

# Evaluation of the matrix cracking and induced delamination formation in crossply composite laminates under tension loading

#### Amin Farrokhabadi<sup>\*</sup>, Hamid Reza Madadi

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran \* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, amin-farrokh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT
Original Research Paper Received 19 June 2017 Accepted 24 September 2017 Available Online 27 October 2017	Studying the behavior of composite materials reveals that various types of failure modes occur when material experiences different loading conditions, which may have a significant impact on performance and properties of a structure. In this research, we study the mechanical response of orthogonal multi-layers by considering different failure modes at micro-scale and their development in macro-scale. For
Keywords: Micromechanics Cohesive zone Matrix cracking Induced delamination Extended finite element method	this purpose, the effect of the emergence and growth of fiber separation and subsequent formation of matrix cracks are investigated in the micro-scale. Furthermore, interlayer separation caused by leaving the matrix are studied in macro-scale. To model the separation of fiber matrix which is the first dominant failure mode, the sticky area method is used. The model verification and obtained results are compared with the previous research. Then, XFEM method is used to take into account the failure mode of matrix. Finally, using of the sticky area method, we are able to simulate the separation of matrix layers and the behavior of mechanical properties of cross-ply composites was studied because of matrix cracking and induced delamination. The FE-program ABAQUS via its user scripting interface (Python) are employed in this research for modeling of fibers embedded into matrix.

#### 1- مقدمه

مختلف دیده می شود که ترکخوردگی عرضی ی یکی از اولین مکانیزهای شکست است که تحت تأثیر بارهای حرارتی یا مکانیکی ایجاد می شود [1]. اگرچه وقوع ترک ماتریسی و گسترش آن در ماتریس به طور معمول به فروپاشی ساختاری منجر نمی شود، اما به سرعت باعث کاهش مقاومت لایه

مواد مرکب تقویتشده با الیاف امروزه بهطور گسترده در کاربردهای مهندسی و در قطعاتی که نیازمند سفتی ویژه و استحکام بالا میباشند مورداستفاده قرار میگیرد. در بررسی رفتار مواد مرکب لایهای چندین مکانیزم شکست

#### Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

از اولین مکانیزهای 1:102220400

حاوی ترک میگردد [2]. علاوه بر این، ترک عرضی باعث جدا شدن لایهها از هم میشود که ممکن است عواقب جدیتری از دیدگاه سازهای داشته باشد.

مطالعات بسیاری در دیدگاه میکرومکانیک در مورد خرابی در این نوع مواد انجام شده است که بهصورت مدلهای تجربی، تحلیلی، نیمه تحلیلی و عددی دسته بندی شده اند. به عنوان مثال می توان به اولین مدل تحلیلی میکرومکانیک اشاره کرد که در آن گودیر [3] با استفاده از روابط الاستیسیته یک اینکلوژن دایره ای الاستیک داخل ماتریس الاستیک را تحت تنش عرضی مور دمطالعه قرارداد. یونگ و براتمن [4] اثر استحکام اینترفیس بین ماتریس ایوکسی و پلی استر تقویت شده با الیاف شیشه در انرژی ضربه را مور دمطالعه قراردادند. آنها مشاهده کردند که با افزایش مقاومت برشی بین لایه می توان برای تعیین استحکام بین الیاف و رزین استفاده کرد.

در مدلهای تحلیلی میکرومکانیک همواره تعیین خواص مواد کامپوزیتی از موضوعات موردعلاقه محققین بوده است. همگنسازی در واقع تبدیل ساختار ماده از یک ساختار ناهمگن شامل چند فاز به یکفاز همگن است، که در مورد مواد كامپوزيتى اين فازها شامل فاز تقويت كننده و فاز ماتريس میباشد [5]. در استفاده از روشهای تحلیلی مطالعاتی بر اساس تئوری اشلبی [6] و مورى-تاناكا [7] در مقياس ميكرو-ماكرومكانيك صورت گرفته است كه این مدلها در ادامه توسط هیل مورداستفاده قرار گرفت [8]. مدلهای نیمه تحلیلی میکرومکانیک در مقالات برای پیشبینی خواص کلی و رفتار مواد ناهمگن ارائه شدهاند که به سه مکتب تقسیم می شوند. اولین مکتب بر اساس اصل تغییرات، مرزهای بالا و پایین مدول الاستیک مؤثر مواد کامپوزیت به دست مىآيد [9]. مكتب دوم بهعنوان تئورى متوسط مؤثر است كه مشهور به روش خودسازگاری [10] است و مدل دیفرانسیلی مک لاکن[11] و هشین [12] روش عمومی خودسازگاری [13] را ارائه دادند. هدف از مکتب سوم تعیین مستقیم خواص مؤثر مواد کامپوزیت بر اساس مفاهیم ميكرومكانيك است. در اين مكتب تعامل بين اجزا تشكيل دهنده و اثر هندسی با توجه به توزیع پراکندگی ذرات در ماتریس موردمطالعه قرار میگیرد. به عنوان مثال، فرمول متوسط گیری حجم کل توسط جو و چن [14] برای ذرات کروی که بهصورت همسانگرد و بهطور تصادفی قرارگرفتهاند و توسط جو و ژانگ [15] برای الیاف بیضوی که به صورت یکنواخت هم راستای هم قرار گرفتهاند ارائه شده است.

همگام با توسعه مدلهای تحلیلی و نیمهتحلیلی، مدلهای عددی نیز بهطور گستردهای جهت مشخصه سازی مواد کامپوزیت مورداستفاده قرارگرفتهاند. مطالعات عددی جامعی بر روی رفتار خرابی کامپوزیتهای تقویتشده با در نظرگیری جدایش الیاف/رزین توسط جو و همکارانش [16] انجام گرفت. مدلهای آسیبهای مختلف با در نظر گرفتن شکل-ذره تقویتکننده [17] و مقدار پیوستگی الیاف [18] و رشد آن و همچنین اثر هندسه و سطح مقطع الیاف بر رفتار کلی کامپوزیت بررسی شده است.

مدل ناحیه چسبنده<sup>۱</sup> (CZM) توجهات بسیاری را در طی دهه گذشته به دست آورده است، چراکه یک روش قدرتمند و درعینحال کارآمد برای مطالعات محاسباتی شکست میباشد. مطالعات اولیه مربوط به مدل ناحیه چسبنده توسط بارنبلات [19] انجام گرفت. در ادامه مدل ناحیه بههم پیوسته توسط دوگدایل [20] برای نشان دادن پلاستیسیته کامل مواد مورداستفاده قرار گرفت. مدل ناحیه چسبنده برای تشریح جدایش بین الیاف و رزین مناسب است زیرا از یک مفهوم میکرو مکانیکی با کمک معادلات ساختاری استفاده میکند. دوگدایل، در ادامه مفهوم منطقه شکست را برای بررسی

رفتار خرابی مواد انعطاف پذیر استفاده نمود. از مدل ناحیه چسبنده برای بررسی جدایش الیاف- رزین استفاده شده است. بدین منظور یک لایه بسیار نازک (گاهی اوقات بینهایت کوچک یا دوبعدی) محصور بین دو ماده مدل میشود که رفتار در آن توسط قوانین کشش – جدایش خاص کنترل میگردد. مدل ناحیه چسبنده توسط پژوهشگران متعددی در مطالعات بر پایه المان محدود مورداستفاده گرفته است. زو و نیدلمن [21] یک مفهوم کشش - جدایش منحصربهفرد بر اساس منحنی نمایی پیشنهاد دادند. آنها رشد سریع ترک در مواد شکننده را در مدل خود بررسی نمودند. مانتیک [22] اثر اندازه با استفاده از قوانین مدل منطقه چسبنده مختلف برای توصیف جدایش الیاف رزین در المان محدود را انجام داده است.

با مرور منابع ذکر شده میتوان پی برد که تاکنون مطالعهای بر روی تأثير جدايش اتصال الياف از رزين بر وقوع ترك ماتريسي و متعاقباً شکل گیری جداشدگی بین لایه ای ناشی از ترک ماتریسی به صورت عددی صورت نگرفته است. لذا مطالعه حاضر در ابتدا به مدلسازی عددی و بررسی شروع و گسترش خرابی جدایش الیاف از رزین می پردازد. در ادامه گسترش خرابی درون لایهای که سبب پدیده ترک ماتریسی می شود به کمک روش المان محدود توسعه یافته مورد بررسی قرار می گیرد. با گسترش ترک ماتریسی و رسیدن خرابی ترک ماتریسی به مرز دولایه غیر همجهت، جدایش بین لایهای اتفاق میافتد و که تأثیر همزمان و برهمکنش این سه نوع مود خرابی از اهداف مهم این پژوهش میباشد. روش انجام کار به این صورت است که در چندلایه کامپوزیتی لایه 90 درجه متشکل از مجموعهای از الیاف و رزین است که میبایست به صورت فیزیکی مدل سازی می شوند. لذا در یک سلول واحد فرضى متعامد الياف و رزين در ابعاد ميكروسكوبي مدل مىشوند و اتصال بين الياف و رزين با استفاده از مدل ناحيه چسبنده (CZM) تعريف می شود. نوع تعریف و شرایط الیاف و رزین در RVE مطابق مقاله پژوهش فرخآبادی و نقدینسب [23] میباشد. لازم به ذکر است چیدمانهای تصادفی الیاف و چیدمان RVE ها و تشکیل لایه 90 درجه در ابعاد ماکروسکوپیک با استفاده از روش هرارز و همكاران [24] انجام مي گيرد.

#### 2- روش تحقيق

در این بخش توضیحات و روابط کلی حاکم بر روشها و مدلهای مرتبط به همراه روش حل (بهطور خاص مدل ناحیه چسبنده و روش المان محدود تعمیمیافته) موردبررسی قرارگرفته و ملزومات موردنیاز برای انجام شبیهسازی توضیح داده میشوند.

#### 1-2- مدل ناحیه چسبنده

مفهوم مدل ناحیه چسبنده (CZM) که امروزه بهعنوان روشی قدر تمند برای تحلیل فرآیند شکست در نظر گرفته می شود در ابتدا توسط بارنبلات [19] و دوگدایل [20] ارائه شد. CZM پیش از این برای مدل سازی فرآیند شکست در برخی از مواد از قبیل پلیمرها، فلزات، سرامیکها، مواد مرکب، بتن و کامپوزیتها مورداستفاده قرار گرفته است. علاوه بر این از CZM می توان برای شبیه سازی دینامیکی رشد ترک در مواد جامد نیز استفاده کرد [25].

زمانی که یک قطعه یا ماده دارای ترک تحت بارگذاری قرار گیرد، اتلاف انرژی به وقوع می پیوندد. به طور خاص این اتلاف انرژی ناشی از میکروترکها و تغییر شکل محلی در ماده موردنظر است که عموماً در نواحی کوچکی به وقوع می پیوندد که تحت عنوان ناحیه فرآیند شکست<sup>۲</sup> شناخته می شوند. این

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Cohesive Zone Model

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Fracture process zone



Fig. 1 A schematic model for Cohesive zone and its related damage mode  $\left[ 26 \right]$ 

**شکل 1** مدلی شماتیک از ناحیه چسبنده و خرابی مربوط به آن [26].



Fig. 2 Three common categories for traction-separation law [26] شكل 2 سه دستهبندى متداول براى قوانين تنش- جدايش [26].

مدلسازی المان محدود و همچنین مشکلات مربوط به پیشبینی مسیر رشد ترک بخصوص برای مسیرهای رشد دلخواه برای ترکهای منحنی شکل، ازجمله مشکلات همراه با روش ناحیه چسبنده هستند.

جدایش اتصال فیبر از رزین در مقاله حاضر با استفاده از سطوح چسبنده در نرمافزار آباکوس و محیط استاندارد<sup>۱</sup> این نرمافزار انجام شده است. رفتار مکانیکی مربوط به سطح تماس با استفاده از قانون تنش – جدایش و عمدتاً مبتنی بر مدل دوخطی آن شبیهسازی شده است و این مدل در شکل 3 نشان داده شده است. در غیاب هر نوع خرابی، رفتار سطح تماس خطی فرض شده است. این رفتار خطی با پیدایش خرابی از بین رفته و بر اساس معیار تنش ماکزیمم برای آن بهصورت رابطه (3) بیان میشود:

$$\max\left\{\frac{\langle t_n \rangle}{N}, \frac{t_s}{S}\right\} = 1 \tag{3}$$

که در آن rt و  $t_s$  به ترتیب اشاره به مؤلفههای نرمال و مماسی تنش اعمال شده به سطح تماس دارند، همچنین از آنجاکه تنشهای نرمال فشاری سبب باز شدن ترک نمیشوند بنابراین مقدار rt مثبت یا صفر است.  $N \in S$ نیز به ترتیب استحکام نرمال و مماسی سطح تماس هستند که بهمنظور سادهسازی مساوی فرض شدهاند.

انرژی شکست یا همان G نیز پارامتر دیگری است که در تعیین رفتار سطح تماس مؤثر میباشد و همانند معادله 2 مقدار بحرانی آن با Gc نشان داده میشود. مدل خرابی سطح تماس فرض میکند که انرژی مصرف شده در خراب شدن سطح تماس مستقل از مسیر بارگذاری است. انرژی شکست بهصورت رابطه (4) بیان میشود:

$$G = \frac{1}{2} t \,\Delta\delta \tag{4}$$

1 Abaqus Standard

موضوع سبب میشود تا بهطورکلی یک ناحیه نرم شوندگی کرنشی (یعنی شیب منفی در نمودار تنش- کرنش) به وجود آید. بااینحال، رفتار ماده خارج از این ناحیه میتواند همچنان الاستیک خطی باشد. درصورتی که اندازه ناحیه فرآیند شکست در مقایسه با طول ترک بهاندازه کافی بزرگ باشد فرضیات مرتبط با مکانیک شکست الاستیک خطی دیگر صادق نخواهند بود. یکی از روشهایی که معمولاً ناحیه فرآیند شکست را سادهسازی کرده و در مدلسازی خود بر روی ناحیه نوک ترک تمرکز نموده و سپس خصوصیات آن را در قالب تنش- جابجایی و با در نظر گرفتن ناحیه نرم شوندگی تعیین مینماید مدل خرابی چسبنده است.

CZM در ابتدا برای محاسبه ویژگیهای اصلی رفتار مواد غیرخطی در ناحیه نوک یک ترک موجود ارائه شد. در این ارتباط فرض می شود در حالتی که تنش همچنان از یک سطح به سطح دیگر منتقل می شود ترک به گسترش و باز شدن خود ادامه می دهد. برای وارد کردن ZZM به یک مدل المان محدود، المانها چسبنده در ناحیه سطح تماس المانهای پیوسته وارد می شوند. رفتار ماده خارج از ناحیه چسبنده به وسیله معادلات ساختاری معمولی تعیین می شود. بااین حال، المانهای چسبنده دارای یک قانون تنش-معمولی تعیین می شود. بااین حال، المانهای چسبنده دارای یک قانون تنش جدایش ویژه هستند. قانون جداشدگی سطح تماس در حقیقت تنشهای سطحی را با جابجاییهای نسبی یا جدایش در سطحی که ممکن است در آن عمودی و دو مؤلفه مماسی هستند که در ارتباط با مود باز شوندگی و جابجایی ترک می باشند. پیدایش ترک یا خرابی متناسب با استحکام سطح تماس یا همان تنش ماکزیمم در نمودار تنش- جدایش است. زمانی که مساحت ناحیه زیر این نمودار برابر با مقدار انرژی شکست بحرانی شود، تنش تا مقدار صفر کاهشیافته و سطوح جدیدی از ترک شکل می گیرند.

شکل 1 به صورت شماتیک مود اول شکست یک ماده را نشان می دهد که به سولیه تنش نرمال ناحیه چسبنده ( $T_0$ ) به عنوان تابعی از جابجایی نسبی  $(\delta)$  بین دو سطح بیان شده است.

بهطور کلی میتوان رابطه (1) را نوشت:

 $T_{\rm n} = f(\delta) \tag{1}$ 

که در آن f تابعی است که برای بیان توزیع تنش در امتداد وجوه ترک در ناحیه چسبنده مورداستفاده قرار می گیرد. در این مدل فرض می شود که تمامی مکانیزمهای ساختار مایکرو فرآیند شکست را می توان به وسیله دو پارامتر موردتوجه قرار داد: الف) تنش ماکزیمم یا استحکام ناحیه چسبنده، مستر موردتوجه قرار داد: الف) تنش ماکزیمم یا استحکام ناحیه چسبنده، مستر می جدایش بحرانی  $\delta_0$ ، که به ازای مقادیر بیشتر از آن سطح چسبنده ظرفیت تحمل تنش خود را از دستداده و ترک رشد می کند، (یا  $\delta_1$  یعنی جدایش در نقطه تنش ماکزیمم). علاوه بر این،  $G_c$  نیز انرژی جدایش یا ناحیه زیر نمودار  $(\delta)$  است که در معادله (2) آورده شده و از آن نیز می توان بهعنوان یکی از پارامترهای ناحیه چسبنده (البته در ناحیه نرم شوندگی) استفاده کرد.

$$G_{\rm c} = \int_0^{\delta_{\rm max}} f(\delta) \, \mathrm{d}\delta \tag{2}$$

تا به امروز مدلهای تنش- جدایش بسیاری ارائه شده است. بهطورکلی خرابی در ناحیه چسبنده مبتنی بر سه مود جدایش است، مود اول (باز شوندگی)، مود دوم (برش)، مود سوم (پارگی) و جابجاییهای مود ترکیبی. مدلهای مختلف تنش- جدایش در سه دستهبندی اصلی قرار می گیرند که بهصورت شماتیک در شکل 2 نشان داده شدهاند.

تعیین پارامترهای مناسب برای ماده، مشکلات مرتبط با مش و



**Fig. 3** The traction-separation law which is used for this study [27] شکل 3 قانون تنش- جدایش استاندارد استفاده شده [27].

که در آن t ای  $t_n$  یا  $t_n$ ) استحکام ناحیه چسبنده و  $\delta$  نیز جابجایی در راستای این ناحیه است.

#### 2-2- روش المان محدود تعميم يافته (XFEM)

بهمنظور مدلسازی ناپیوستگیهای ثابت از قبیل ترک به کمک روش المان محدود معمولی لازم است مش بندی با ناپیوستگیهای هندسی مطابقت داشته باشد. بنابراین اصلاحات قابلتوجهی برای مش بندی در نزدیکی نوک ترک موردنیاز است تا میدانهای مجانب تکین در نوک ترک بهخوبی موردتوجه قرار گیرند. مدلسازی یک ترک در حال رشد نیز بهمراتب سختتر است، به این دلیل که مش بندی بایستی بهطور پیوسته بهروزرسانی شود تا به لحاظ هندسی با ناپیوستگی ناشی از رشد ترک مطابقت داشته باشد.

روش المان محدود تعمیمیافته نواقص مربوط به مش گذاری سطوح دارای ترک را کاهش می دهد. این روش در ابتدا توسط بلیتسچکو و بلک [28] معرفی شد. این روش مدل توسعهیافته مدلی از روش المان محدود معمولی است که مبتنی بر مفهوم پارتیشنبندی یکه ارائه شده توسط ملنک و بابوسکا[29] بوده و در آن امکان استفاده از توابع غنیسازی محلی در همراهی با یک تقریب المان محدود وجود دارد. وجود ناپیوستگی به وسیله توابع غنی شده ویژه با درجات آزادی اضافی مدل سازی می شود. بااین حال، شبکه المان محدود و خصوصیات آن از قبیل تراکم اندک مشها و تقارن، دست خورده باقی می مانند.

بهطورکلی برای روش XFEM دو تئوری مختلف در نرمافزار آباکوس وجود دارد:

تئوری رفتار تنش- جدایش چسبنده

تئورى مكانيك شكست الاستيك خطى

که در مقاله حاضر از تئوری اول استفاده خواهیم نمود و توضیحات مربوط به آن در ادامه بیان می شود.

این روش بهطورکلی در محیط آباکوس استاندارد ارائه میشود و دارای توانایی قابلتوجهی در پیشبینی پیدایش و رشد ترک است و از آن میتوان هم برای مواد نرم و همچنین مواد ترد استفاده کرد. این روش را برخلاف مدلهای ناحیه چسبنده که بایستی برای آنها مسیر خرابی را بهصورت دقیق مشخص کرد میتوان برای شبیه سازی پیدایش و رشد ترک در مسیری دلخواه و مبتنی بر روال حل مورداستفاده قرار داد. در این روش حتی امکان رشد ترک از میان المانها نیز وجود دارد.

در این روش از نودهای فرضی که بر روی نودهای اصلی المانها قرارگرفتهاند برای بیان گسستگی در المانهای حاوی ترک استفاده میشود

(شکل 4). قبل از وقوع خرابی، رفتار هر یک از نودهای فرضی کاملاً مقید به نود واقعی متناظر با آن است. با وقوع ترک در المان، المان به دو قسمت تقسیم شده و وابسته به راستای رشد ترک، هر بخش متشکل از ترکیبی از نودهای واقعی و فرضی خواهد بود و این نودها دیگر متصل به یکدیگر نخواهند بود.

مقدار جدایش بهوسیله قانون چسبندگی کنترل میشود و پسازآنکه استحکام چسبندگی المانهای ترکخورده برابر با صفر شود، نودهای واقعی و فرضی بهصورت مستقل از یکدیگر حرکت خواهند کرد. در مقاله حاضر، رفتار چسبندگی برای این روش مبتنی بر همان روش و روابط بیان شده برای مدل ناحیه چسبنده در بخشهای قبلی است، البته با این تفاوت که روش ناحیه چسبنده مرتبط با XFEM تنها دارای بخش نرم شوندگی است.

#### 3- مدلسازي و نتايج

مدلهای کامپوزیتی موردبررسی در این پژوهش متشکل از چندلایههای متعامد 0 و 90 درجه است که بهصورت دوبعدی مدل میشوند. هر لایه كامپوزيتى دارى درصد حجمى از نسبت الياف به كل لايه كامپوزيتى است اين مسئله به خاطر مدل شدن الیاف در رزین در لایه 90 درجه اهمیت دارد. در این مقاله درصد حجمی انتخاب شده 65 درصد است. چینش الیاف در رزین بهصورت نامنظم است. این مسئله برای تولید مدل اصلی منطبق با مدلهای واقعی حائز اهمیت است چراکه مدل تولید شده در نرمافزار باید دارای چینش نامنظم الیاف در کنار هم و با نسبت حجمی مشخص باشند. از کنار هم قرارگیری تصادفی تعداد زیادی از مدلهای RVE کنار یکدیگر در مقیاس ماكرو مكانيك مي توان يكلايه 90 درجه كامپوزيتي تشكيل داد. براي ساخت مدلی از مواد مرکب در اندازه ماکروسکوپیک (طول کامپوزیت یک سانتیمتر) که در لايه 90 درجه آن، همه الياف در مقياس ميکروسکوپي يک مدل شده باشند نیاز است در اولین مرحله، با کد نویسی در نرمافزار فورترن و در نظر گیری قطر الیاف و درصد حجمی تک لایه 90 درجه کامپوزیتی، مختصات هر الیاف را به صورت تصادفی مشخص کرد و با کنار هم چیده شدن الیاف در لايهاى باضخامت و طول مشخص، لايه 90 درجهاى با درصد حجمى مشخص از الیاف و بهصورت نامنظم تولید می شود. خروجی این کد کل مختصات همهی طول و عرض مرکز نقاط الیاف می باشد در یک فایل متنی ذخیره می شود. سپس با اسکریپت نویسی پایتون در آباکوس این مختصات وارد می-شود و الیافی متناظر با این دسته مرکز نقاط و همچنین رزینی که الیاف درون آن قرار می گیرد تولید می شود. خواص متناظر به رزین و الیاف تعریف می شوند و با وصل شدن الیاف و رزین به یکدیگر لایه 90 درجه تولید مى شود. سپس در ادامه اسكريپت نويسى نياز به تعريف نوع ارتباط بين الياف و رزین است. ارتباط بین هر الیاف و رزین به کمک ناحیه چسبنده انجام مدل می شود. به سبب توزیع غیریکنواخت خواص بین الیاف و رزین در مدل های



<sup>1</sup> Fortran

واقعى، لازم است اين غيريكنواختي خواص در مدل توليد شده نيز لحاظ شود. لذا با به کار گیری تابع ویبال<sup>۱</sup> اسکریپتی برای این منظور نوشته می شود و با كمك آن توزيع خواص اتصال بين الياف و رزين بهصورت غيريكنواخت در كل لايه 90 درجه اعمال مي گردد. اين پراکندگي طوري اعمال مي شود که میانگین خواص برابر مقدار واحدی باشد چراکه در مدل واقعی خواص در همه نقاط یکسان نیست و میانگین خواص برابر یک مقدار واحدی است. این کار انجام شد که مدل عددی مدل واقعی نزدیک تر باشد. در مرحله بعد با چینش لايههاى 0 درجه و توليد هر نوع لايه چينى دلخواه يک مدل کامپوزيت چندلایه تولید می شود. برای المان بندی مدل نهایی بهمنظور کاهش حجم محاسبات در لايه 0 درجه حداقل المان در نظر گرفته می شود و با نزديک شدن به مرز لايه 90 درجه بهاندازه المانها بهاندازه المانهاى لايه 90 درجه مىرسد. طول المان در لايه 90 درجه برابر با 3 درصد اندازه محيط الياف انتخاب شده است. المان بندی در الیاف به صورت تمرکز المان بر روی مرز الیاف میباشد چراکه تمرکز حساسیت ناحیه چسبنده در مرز دو ناحیه مىباشد. به سبب حساسيت ناحيه چسبنده، طول المان در اين ناحيه به صورت تجربى به دست آمده است. المان ريزتر باعث افزايش حجم محاسبات و زمان حل میشود که با توجه به بررسی حساسیت المان، ریزتر شدن المانها در این ناحیه تأثیر قابلتوجهی در نتایج ندارند. انتخاب المان با طول بیشتر هم به خاطر فاصل کم بین دو الیاف در بسیاری از محلها قابل قبول نمی باشد و همچنین نتایج همگرا نمی شوند. در مدل های نهایی بستگی به ضخامت لایههای 90 درجه بیش از چند میلیون المان به دست میآید. در ادامه برای اعمال شرایط مرزی مطابق مدل مکارتی [31] انجام شد که در شکل 5 قابل مشاهده است. و همه ی مدل ها تحت کشش به میزان 2 درصد طول مدل تحت باركششي قرار گرفتهاند. همچنين بهمنظور مطالعه خرابي، 2 نوع پارامتر خرابی در مدلسازی در نظر گرفته شده است که یکی از آنها برای رزین و رشد ترک ماتریسی و دیگری برای ناحیه چسبنده ناحیه اتصال بین الیاف و رزین و همچنین ناحیه اتصال بین لایه 0 و 90 درجه می باشد. با شروع بارگذاری، جدایش الیاف از رزین که به کمک مدل ناحیه چسبنده مدل شده است در محلهای که ضعیفتر است و تمرکز تنش وجود دارد شروع می شود. با ادامه بارگذاری و گسترش میکرو جدایش های الیاف از رزین و به هم پیوستن آنها و شکل گیری میکرو ترکها، ترک ماتریسی شکل می گیرد که وقوع ترک ماتریسی در نرمافزار به کمک روش XFEM موردبررسی قرار می گیرد.در انتها با ادامه روند بار گذاری و رسیدن ترک ماتریسی به مرز بین دولایه، جدایش بین دولایه اتفاق میافتد که خرابی ناشی از آن به کمک مدل ناحيه چسبنده موردبررسي قرار مي گيرد.

## 1-3- صحت سنجی

برای صحت سنجی نتایج حاصل از مطالعه موجود از دو پژوهش ارائه شده در منابع موجود استفاده می شود. در مثال اول پژوهش مکارتی و همکاران [31] مورد استناد قرار گرفت که در آن جدایش اتصال الیاف از رزین در یک سلول واحد مستخرج با استفاده از المانهای چسبنده موردمطالعه قرار گرفته است. در این مسئله توانمندی و صحت سنجی روش مدل سازی ارائه شده در این مقاله مورد بررسی قرار گرفت.

شرایط مرزی و مدل انتخاب شده جهت حل مطابق شکل 5 می باشد که یک سلول مستخرج با ابعاد 66 در 66 میکرومتر تحت بارمحوری قرار گرفته است. محور افقی در جهت عمودی بسته شده است و تنها در جهت افقی





**Fig. 5** The selected model to validate the McCarthy [31] results شکل 5 مدل انتخابی از پژوهش مکارتی [31] برای صحت سنجی

امکان حرکت دارد. محور عمودی نیز در جهت افقی بسته شده است و تنها در جهت عمودی قادر به حرکت میباشد. مدل تحت جابجایی کششی برابر با 2 درصد طول مدل میباشد. خواص استفاده شده مطابق جدول 1 است.

مدل نهایی شبکهبندی شده برای صحت سنجی مطابق مدل کارتی [31] در نرمافزار المان محدود آباکوس بهصورت شکل 6 میباشد.

لازم به ذکر است جهت شبکهبندی از المان دوبعدی کرنش صفحهای (CPE4) استفاده گردید. همانگونه که ذکر شد روش مورداستفاده در این

**جدول 1** خواص استفاده شده در صحت سنجی [31]

**Table 1** Properties of the composite material which has been used for validation [31]

vandation [51]		
	Fiber (HTA)	Matrix (6376)
<i>E</i> <sub>11</sub> (GPa)	238	3.63
$E_{22}$ (GPa)	28	-
$E_{33}$ (GPa)	28	0.34
$\gamma_{12}$	0.23	-
$\gamma_{23}$	0.33	-
γ <sub>31</sub>	0.03	-
$G_{12}$ (GPa)	24	-
$G_{23}$ (GPa)	7.2	-
$G_{31}$ (GPa)	24	-



Fig. 6 The simulated RVE based on the McCarthy model for validation in ABAQUS software [31]

**شکل 6** مدل تولید شده مطابق مدل مکارتی [31] برای صحت سنجی در نرمافزار آباکوس

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Weibull

پژوهش به کارگیری سطح ناحیه چسبنده می باشد، این در حالی است که مکارتی و همکاران [31] از المان ناحیه چسبنده جهت تحلیل خرابی استفاده شده است. مطابق با این مثال، خرابی و جدایش الیاف و رزین به دو صورت بررسی شده است. روش اول با فرض انرژی شکست برابر 10 J/m<sup>2</sup> و هر بار استفاده از تنشهای نهایی شکست متغیر انجام گرفت که نتایج آن در شکل 7 آمده است. روش دوم با فرض تنش نهایی شکست برابر 0 MPa و هر بار استفاده از انرژیهای شکست متغیر انجام گرفته است.

مقایسه نتایج حاصله از مطالعه موجود و مقاله مدل کارتی و همکاران [31] در سلول واحد مستخرج با فرض انرژی شکست 10 J/m<sup>2</sup> و تنشهای نهایی شکست مختلف نشان میدهد تطابق قابل قبولی بین نتایج المان چسبنده و سطح چسبنده وجود دارد. همچنین نتایج حاصله نشان میدهد که با افزایش مقدار در نظر گرفته شده برای تنش بیشینه سطح چسبنده، ماکزیمم تنش تحمل المان مستخرج نیز بهصورت متناسب افزایش می یابد.

در مثال دیگری، با به کارگیری مدل ارائه شده در این مقاله تنش شروع اولین ترک در لایه 90 درجه کامپوزیتهای متعامد [0/90n] باضخامتهای مختلف و طول ثابت یک سانتیمتر بررسی و با نتایج عددی و تحلیلی موجود در شکل 8 مقایسه گردیده است.



**Fig. 7** Fracture behavior of the unit cell under the effect of tensile loading obtained from McCarthy and the presented model in this study with respect to various levels of the stress [31] شکل 7 رفتار شکست تحت بار گزاری کششی عرضی در سلول واحد مستخرج از مدل کارتی و همکاران [31] و مدل ارائه شده در این پژوهش با سطحهای مختلفی از تنش



**Fig. 8** Mean value stress graph for initiation of matrix cracking in 90 degree layer with respect to the thickness of different layers and comparison between theoretical and numerical model which has been used by Herrraez et. al [24]

**شکل 8** نمودار تنش میانگین شروع ترک ماتریسی لایه 90 درجه برحسب ضخامت لایههای مختلف، با مقایسه حالت تئوری و حالت عددی المان چسبنده بررسی شده توسط هرارز و همکاران [24] با مدل ارائه شده در این مقاله

نتایج تئوری ارائه شده در شکل 8 بر اساس روابط مکانیک شکست ترک ماتریسی در چندلایه های متعامد است که توسط هرارز و همکاران [24] توسعه یافته است. بر این اساس تنش تک محوره، تنش بحرانی که منجر به انتشار ترک در ضخامت می شود با رابطه (5) برابر است:

$$\sigma_{\rm X} = \frac{P - \varepsilon_{\rm X} t_0 \frac{E_1}{(1 - \gamma_{12} \gamma_{21})}}{t_{90}} \tag{5}$$

که در آن  $E_2$ ،  $E_1$  و  $V_{12}$  به ترتیب مدول طولی و عرضی الاستیک لایه و نسبت پواسون در صفحه میباشند. P برابر جمع نیروهای وارد بر لایه 90 درجه تقسیم بر عرض و  $t_0$  و  $t_0$  به ترتیب ضخامت لایه 0 و 90 درجه است. حالت دیگر شکل 8، حالت محاسبات عددی میکرومکانیک که توسط هرارز و همکاران [24] گزارش شده است استفاده از روش ناحیه المان چسبنده است.که نتایج به دست آمده تطابق قابل قبول با نتایج حاصل از روابط تحلیلی دارد.

#### 2-3- نتایج مدلسازیهای چندلایهای تحت بارکششی

در این بخش کامپوزیتهای چندلایه متعامدی با لایه چینیهای مختلف متشکل از لایههای 0 و 90 درجه موردبررسی قرار گرفت که در آنها، لایههای 90 درجه متشکل از مجموعه RVE هایی با چینش تصادفی می باشد. قطر الیاف 9 میکرومتر و درصد حجمی کامپوزیت برابر 65 درصد می باشد. خواص استفاده شده در جدول 2 مطابق مقاله هرارز و همکاران [24] است.

سطح تماس الیاف/ رزین نیز از نوع مدل چسبنده شبیهسازی شده است که در آن خواص مکانیکی در قالب قانون تنش- جدایش دوخطی بیان شدهاند که جابجایی در سطح تماس را با بردار تنش عمل کننده بر آن مرتبط مىسازد. ياسخ اوليه سطح تماس خطى و با سفتى K=5.0×10<sup>7</sup> MPa/mm است و این سفتی بهاندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده تا از پیوستگی جابجایی در سطح تماس اطمینان حاصل شود. رفتار خطی با شروع خرابی که مشخصه آن معيار تنش ماكزيمم براي ناحيه چسبنده است پايان مي پذيرد. رفتار مکانیکی سطح تماس توسط دو مؤلفه استحکام نرمال (N) و برشی (S) سطح تماس و انرژی موردنیاز برای جدایش کامل سطح تماس (Gint) کنترل می شود. مقدار مؤلفه های نرمال و برشی هر دو برابر با 53 MPa در نظر گرفته شدهاند و Gint نیز برابر با 10 J/m<sup>2</sup> است [32]. گزارش می شود که این اطلاعات محصول سلسله آزمایشهای میکرو تستها در ابعاد میکرومکانیک است که نتایج مدل همزمان با مدل متناظر عددی آن مقایسه شدهاند و اطلاعات گزارش شدهاند [32]. چراکه این اطلاعات خاص و بهشدت با کوچک ترین تغییر باعث تقدم و تأخر مودهای خرابی می شوند، در شکل 7 مشاهده می شود که با تغییر مؤلفهی تنش باعث تسریع یا تأخیر مود خرابی

جدول 2 خواص مكانيكي كامپوزيت [24]

Table 2 Mechanical properties of the composite [24]				
	Fiber	Matrix	Ply	
	(AS4)	(8552)	(AS4-8552)	
<i>E</i> <sub>11</sub> (GPa)	232	5.1	141	
$E_{22}$ (GPa)	13	-	14.5	
$\gamma_{12}$	0.3	0.35	0.32	
$\gamma_{23}$	0.46	-	-	
$G_{12}$ (GPa)	11.3	-	4.8	
$G_{23}$ (GPa)	0.45	-	-	
$\sigma_{\rm m}^{\rm t}$ (MPa)	-	121		
$G(\frac{J}{m^2})$	-	90	220	

میشود، همچنین روند خرابی بعد از شروع خرابی را آرام یا سریعتر میکند.

مدل تولید شده برای یک کامپوزیت 3 لایه به ضخامت 0.2 میلیمتر در شکل 9 نشان داده شده است.

برای بررسی میزان افت تنش و خواص در کامپوزیت [0/90/0] مدل یکبار با همهی مودهای خرابی و با دیگر بدون هیچگونه خرابی و بهصورت خطی مدلسازی میشود که بتوان از مقایسه میزان افت تنش بین این دو مدل مقدار افت خواص را به دست آورد. در شکل 10 با اعمال بارگذاری در مدل کامپوزیت 3 لایه [0/90/0] باضخامت 0.2 میلیمتر مشاهده میشود با شروع ترکهای ماتریسی شدت میزان افت تنش زیاد میشود و بر روی نمودار متمایز میشود.

با تعیین شیبخط نمودار تنش خطی نسبت به تنش غیرخطی میزان کاهش سفتی کامپوزیت را میتوان به دست آورد. با توجه به شکل 11 میزان افت سفتی با رسیدن با شروع ترکهای ماتریسی شدید میشود و در نهایت سفتی محوری چندلایه به میزان 0.96 مقدار اولیه خود میرسد. لازم به ذکر است در نتایج ارائه شده از افت سفتی ناشی از میکرو ترکهای قبل ترک ماتریسی صرفنظر شده است.

در شکل 12 تغییرات تنش در راستای طول بر روی مسیر ترک در راستای عرضی(ضخامت) در محلی که لایه 90 دچار ترک ماتریسی شده است، بررسی شده است و در همین مسیر قبل از ترکخوردگی تنش بررسی و مقایسه شده است. در زمان قبل از شروع ترک ماتریسی، سطح تنش در



**Fig. 9** Modeling view for the thickness of the 3-ply composite [0/90/0] with 0.2 mm in the finite element software.

**شکل 9** نمای مدلسازی کامپوزیت 3 لایه [0/90/0] باضخامت 0.2 میلیمتر در نرمافزار المان محدود



**Fig. 10** Stress reduction for a [0/90/0] Composite with 0.2 mm thickness and under tensile loading in comparison to the linear model without any failure modes

**شکل 10** افت تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلیمتر تحت بارگذاری کششی نسبت به مدل خطی بدون مودهای خرابی



Fig. 11 Stiffness reduction graph for [0/90/0] composite with, 0.2 mm thickness and under tensile loading and ignoring the effects of microcracks

شکل 11 نمودار افت خواص تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلیمتر تحت بارگذاری کششی با صرف ازنظر از ریز ترکهای

لایه 0 درجه و در مرز لایه 90 درجه بهصورت یکنواخت میباشد. همچنین سطح تنش در لایه 90 درجه بدون اغتشاش خاصی بوده و مقدار تنش در همهی نقاط بهطور متوسط حدود 80 مگاپاسکال است. بعد از ترکخوردگی در محلهایی که ترک باز شده است، تنش به صفر میرسد چراکه انرژی ترک آزاد شده است، در محلهای نزدیک نوک ترک به علت وجود تمرکز تنش، مقدار تنش افزایشیافته است، به همین علت اغتشاش تنش بعد از ترک عرضی مشاهده میشود. همچنین در لایه 0 درجه مرز دولایه نیز افزایش تنش مشاهده میشود، این اتفاق ناشی از باز شدن ترک در لایه 90 درجه و فشار به لایه 0 میباشد که باعث افزایش تنش بین لایهای میشود.

در ادامه تغییرات رشد چگالی ترک نسبت به کرنش اعمال شده بر چندلایه در شکل 13 نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می شود اولین ترک در کرنش تقریبی 1 درصد ایجاد گردیده و با ادامه بارگذاری تا مقدار 11 ترک بر میلی متر در کرنش 1.38 درصد رشد می کند.

نمای از مدل [0/90/0] در نرمافزار المان محدود تحت بارکششی نهایی 1.38 درصد طول و رسیدن فاصله دو ترک بهاندازه ضخامت لایه در شکل 14 دیده می شود.

در شکل 15 تغییرات سطح تنش در راستای طول چندلایه و در لایه 0 درجه در نزدیکی مرز لایهها در زمان قبل و بعد اتفاق افتادن ترک ماتریس بررسی شده است. همانگونه که مشاهده میشود با وقوع ترک ماتریسی،



**Fig. 12** The graph for changing behavior of the Stress in crack position for a [0/90/0] composite with 0.2 mm thickness, before and after the initiation of cracks in composite thickness direction

شکل 12 نمودار تغییرات رفتار تنش در محل ترک تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی متر در زمان قبل و بعد ترک در راستای ضخامت کامپوزیت



Fig. 13 Crack density graph for a [0/90/0] composite with 0.2 mm thickness under the effects of tensile loading

**شکل 13** نمودار چگالی ترک تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلیمتر برحسب بارگذاری کششی



Fig. 14 Crack growth view under tensile loading and for different magnifying scales.

سطح تنش در لایه 0 درجه در محل وقوع ترک ماتریسی تغییر میکند و افزایش مییابد. از افزایش ناگهانی و محلی سطح تنش در لایه 0 درجه



Fig. 15 The graph for changing behavior of the Stress for a [0/90/0] composite with 0.2 mm thickness-along the border of the composite layers and under the effects of the crack

شکل 15 نمودار تغییر رفتار تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلیمتر در راستای طول بین مرز دولایه کامپوزیت تحت تأثیر ترک

میتوان به محل وقوع ترک پی برد.

## 3-3- نتایج مدلسازی چندلایهای دچار جدایش بین لایهای ناشـی از ترک ماتریسی تحت بار کششی

در این قسمت به بررسی تنش شروع ترک ماتریسی در لایـهی 90 درجـه و جدایش بین لایهای ناشی از ترک ماتریسی بـه دو صـورت تحلیلـی و عـددی پرداخته میشود. درروش تحلیلی، تنش شروع اولین تـرک ماتریسـی توسـط داویلاو همکاران [33] و جدایش بین لایهای ناشی از ترک ماتریسـی توسـط زوبیلاگا و همکاران [34] ارائه شده است.

مکانیک ترکخوردگی ماتریس عرضی در چندلایههای متعامد توسط داویلا و همکاران [33] از دیدگاه مکانیک شکست تحلیل شد و نرخ آزادسازی انرژی را برای انتشار ترک در ضخامت لایه و بهموازات الیاف محاسبه نمودند. بر اساس مفاهیم مکانیک شکست، انتشار ترک زمانی رخ میدهد که نرخ آزادسازی انرژی با انرژی شکست G<sub>I</sub> برابر شود. لذا با بهکارگیری روابط بهدستآمده برای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در حالت تنش تکمحوره عمود بر الیاف، تنش بحرانی که منجر به انتشار ترک در ضخامت میشود از روابط (6) و(7) بدست میآید:

$$Y_{\rm is Thin}^{\rm T} = \sqrt{\frac{8G_{\rm IC}(L)}{\pi t \Lambda_{22}^0}}$$
(6)  
$$\Lambda_{22} = 2\left(\frac{1}{E_2} - \frac{v_{12}^2}{E_1}\right)$$
(7)

که در آن  $E_2$ ،  $E_1$  و  $v_{12}$  به ترتیب مدول طولی و عرضی الاستیک لایه و نسبت پواسون در صفحه می باشند. در شکل 16 مدل شماتیک تحلیلی داویلا و همکاران [33] نشان داده شده است.

همچنین پژوهش انجام شده توسط زوبیلاگا و همکاران [34] آنها معیار خرابی مناسبی برای وقوع جدایش بین لایهای ناشی از ترک ماتریسی را ارائه کردند. بر اساس این روابط سطح تنش لایه 90 درجه در لایه چینی که لایه 90 درجه در وسط چندلایه قرار گرفته، در زمان جدایش بین لایهای به صورت روابط (8) تا (10) می باشد:

$$\sigma_{90 \text{ Thin}}^{\text{Del}} = \frac{E_2}{2h\bar{E}} \sqrt{\frac{2G_{\text{IC}}}{\frac{1}{2t_0E_1} - \frac{1}{2h\bar{E}}}}$$
(8)

$$\bar{E} = \frac{E_1 \cdot t_0 + E_2 \cdot t_{90}}{h} \tag{9}$$

$$u = t_0 + t_{90} \tag{10}$$

با استفاده از روابط تحلیلی ارائهشده و بهکارگیری مدل توسعهیافته عددی در این مقاله در ادامه به بررسی ترک ماتریسی و جدایش بین لایهای ناشی از آن در چندلایههای  $s_2[0/90n_2]$  به ازای *n*های مختلف پرداخته خواهد شد که در شکل 17 نشان دادهشده است.

بهطورکلی در روش توسعهیافتهی این مقاله از سطوح چسبنده بهجای المان چسبنده استفاده شده است تا در مقایسه با مقاله هراز و همکاران [24] زمان حل مسئله کاهش یابد. علاوه بر این با بهکارگیری المان محدود توسعه یافته، وقوع جدایش از نوک ترکهای ماتریسی مدلسازی و مطالعه گردید. از



**Fig. 16** Crack geometry in a thick embedded 90 degree ply شکل 16 هندسه شکاف ترک در لایه 90 درجه داخلی [33]

DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.10.34.2

رسیدن ترک ماتریسی به مرز دولایه باعث افزایش و تمرکز تنش در مرز بین دولایه میشود که این تمرکز تنش در ادامه موجب جدایش بین لایهای میشود.

5- مراجع

- S. A. K. A. F. Bijan Mohammadi, Matrix cracking and induced delamination in symmetrically laminated composites subjected to static loading by using multi scale damage mechanics, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 1, pp. 9-24, 2017. (in Persian) (فارسی)
- [2] M. T. Abadi, Micromechanical fracture modeling of unidirectional composite material under transverse loading, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 3, No. 1, pp. 93-106, 2016. (in Persian فارسی)
- [3] J. Goodier, Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 1, No. 1, pp. 39-44, 1933.
- [4] L. J. B. Peter Yeung, The effect of glass-resin interface strength on the impact strength of fiber reinforced plastics, *Polymer Engineering Science*, Vol. 18, No. 2, pp. 62-72, 1978.
- [5] R. J. J. B. DH Allen, Micromechanical analysis of a continuous fiber metal matrix composite including the effects of matrix viscoplasticity and evolving damage, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 42, No. 3, pp. 505-529, 1994.
- [6] J. D. Eshelby, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proceedings of the Royal Society of London*, *Series A: Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 241, No. 1226, pp. 376-396, 1957.
- [7] K. T. Tanaka Mori, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, Vol. 21, No. 5, pp. 571-574, 1973.
- [8] R. Hill, Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical, Mechanics and Physics of Solids, Vol. 11, No. 5, pp. 357-372, 1963.
- [9] S. S. Z Hashin, On some variational principles in anisotropic and nonhomogeneous elasticity, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 10, No. 4, pp. 335-342, 1962.
- [10] B. Budiansky, On the elastic moduli of some heterogeneous materials, the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 13, No. 4, pp. 223-227, 1965.
- [11] R. McLaughlin, A study of the differential scheme for composite materials, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 15, No. 4, pp. 237-244, 1977.
- [12] Z. Hashin, The differential scheme and its application to cracked materials, Mechanics and Physics of Solids, Vol. 36, No. 6, pp. 719-734, 1988.
- [13] K. L. RM Christensen, Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 27, No. 4, pp. 315-330, 1979.
- [14] T. C. JW Ju, Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities, *Acta Mechanica*, Vol. 103, No. 4, pp. 123-144, 1994.
- [15] X. Z. JW Ju, Micromechanics and effective transverse elastic moduli of composites with randomly located aligned circular fibers, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, No. 9, pp. 941-960, 1998.
- [16] T. M. C. JW Ju, Micromechanics and effective moduli of elastic compositescontaining randomly dispersed ellipsoidal inhomogeneities, *Acta Mechanica*, Vol. 103, No. 1, pp. 103-121, 1994.
- [17] X. L. JW Ju, Micromechanical damage models for brittle solids. Part I: tensile loadings, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 7, pp. 1495-1514, 1991.
- [18] J. a. Y. Ju, Elastoplastic damage micromechanics for elliptical fiber composites with progressive partial fiber debonding and thermal residual stresses, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 35, No. 3, pp. 137-170, 2008.
- [19] G. I. Barenblatt, Mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, Advances in applied mechanics, Vol. 7, No. 1, pp. 55-129, 1962.
- [20] D. S. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 8, No. 2, pp. 100-104, 1960.
- [21] A. N. X-P Xu, Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 42, No. 9, pp. 1397-1434, 1994.
- [22] L. T. A. B. E. G. F. P. V Mantič, Application of a linear elastic brittle interface model to the crack initiation and propagation at fibre-matrix interface under biaxial transverse loads, *Materials Science*, Vol. 1, No. 2-3, pp. 1-23, 2013.
- [23] M. N. amin farrokhabadi, Micromechanical study of fibre- matrix debonding and matrix cracking using cohesive zone model and extended finite element method, *Journal of Scince and Technology of Composites*, Vol. 1, No. 3, pp. 21-30, 2015. (in Persian فارسى)
- [24] D. M. F. N. C. S. L. C. G. J. L. Miguel Herráez, Transverse cracking of cross-ply laminates: A computational micromechanics perspective, *Composites Science and Technology*, Vol. 110, No. 1, pp. 196-204, 2015.
- P. H. G. Y. Y. H. Dhirendra V Kubair, Analysis of rate –dependent cohesive model for dynamic crack propagation, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.



**Fig. 17** The obtained results of numerical  $[0/90n_{/2}]_s$  models with different n initiation matrix crackings and the induced delamination. شکل 17 نتایج بهدستآمده از مدلهای عددی  $[0/90n_{/2}]_s$  با شروع 17 نتایج بهدست مختلف با شروع ترک ماتریسی و رسیدن به جدایش بین لایهای

مزایای روش توسعهیافته میتوان به قابلیت مدلسازی فیزیکی مکانیزمهای ترک ماتریسی و جدایش بین لایهای اشاره کرد. همچنین این روش توانایی مدل سازی رشد و گسترش خرابیهای ذکر شده را بدون استفاده از توابع احتمال فراهم میسازد و میتوان از آن برای به دست آوردن افت سفتی کامپوزیتها تحت بارگذاری کششی، استحکام عرضی ناشی از ترک ماتریسی و جدایش بین لایهای استفاده کرد.

#### 4- نتیجه گیری

در مقاله حاضر با استفاده از مدل ناحیه چسبنده، خرابی اولیه و گسترش خرابی بین الیاف و رزین و رسیدن جدایش بین لایهای موردبررسی قرار گرفت. در پژوهشهای معمول از روش المان چسبنده استفاده میشود که در اين نوع مدل استفاده همزمان با مدل المان محدود تعميميافته وجود ندارد که روش ناحیه چسبنده این مشکل را پوشش میدهد چراکه در این پژوهش هدف مدل کردن رشد ترک در رزین به کمک مدل المان محدود تعمیمیافته بوده است که باعث میشود رشد ترک به صورت فیزیکی قابل مشاهده باشد که در روشهای مشابه هرگونه رشد ترک بهصورت مجازی و کانتورگونه قابل مشاهده است. همچنین در این پژوهش به صورت گسترده از غیریکنواختی خواص و اجزا استفاده شده است، بدینصورت که در هیچ دو ناحیهای از ناحیه چسبنده خواص برابر نیست و در کل میانگین خواص برابر یک مقدار واحد و برابر مقدار تجربی متناظر آن است، چراکه در مدل واقعی نیز خواص در دونقطه یکسان نیست و میانگینی از خواص برابر یک مقدار واحدی است. در نتایج بهدست آمده، نشان داده شد پیدایش خرابی و رشد آنها علاوه بر كاهش عمومي ميزان تحمل برگزاري، همچنين تعداد نقاط افت در نمودارهای تنش- کرنش آنها تأثیر گذار است که موجب افت خواص سفتي كاميوزيت مي شود.

همچنین سطح تنش در محل ترک بعد از اتفاق افتادن ترک دچار اغتشاش میشود و به علت آزاد شدن ترک، سطح تنش به صفر میل میکند.

- [30] Abaqus Standard, Version 6.14. Dassault systemes, Simulia.
- [30] Abadus Standard, Version 6.14. Dassault systemes, Simulia.
  [31] C. M. TJ Vaughan, Micromechanical modelling of the transverse damage behaviour in fibre reinforced composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 71, No. 3, pp. 388-396, 2011.
  [32] C. G. J. S. J. L. Luis Pablo Canal, Intraply fracture of fiber-reinforced composites: microscopic mechanisms and modeling, *Composites Science and Technology*, Vol. 72, No. 11, pp. 1223-1232, 2012.
- [33] P. P. C. Carlos G Davila, Physically based failure criteria for transverse matrix cracking, 9th Portuguese Conference on Fracture, Setúbal, 2004.
- [34] A. T. P. M. J. C. S. M. P. L. L Zubillaga, An energy based failure criterion for matrix crack induced delamination in laminated composite structures, Composite Structures, Vol. 112, No. 1, pp. 339-344, 2014.

70, No. 5, pp. 685-704, 2003.

- [26] M. M. F Javidrad, A Cohesive zone model for crack growth simulation in AISI 304 Steel, Journal of Solid Mechanics, Vol. 6, No. 4, pp. 378-388, 2014.
- [27] C. P. R Toni-Liong, Application of the cohesive zone model to the analysis of rotors with a transverse crack, *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics*, Leuven, 2011.
- [28] T. B. Ted Belytschko, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 45, No. 5, pp. 601-620, 1999.
- [29] I. B. Jens M Melenk, The partition of unity finite element method: basic theory and applications, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 139, No. 1-4, pp. 289-314, 1996.