



# Determination of Mechanical Properties of a Micro-Cellular Auxetic Structure Using Modified Strain Gradient Theory

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Akhavan Alavi S. M.<sup>1</sup>,  
Ghajar R.<sup>1\*</sup>

### How to cite this article

Akhavan Alavi S. M., Ghajar R.  
Determination of Mechanical  
Properties of a Micro-Cellular  
Auxetic Structure Using Modified  
Strain Gradient Theory. Modares  
Mechanical Engineering,  
2024;24(01):11-20.

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

### \*Correspondence

Address: Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

ghajar@kntu.ac.ir

### Article History

Received: October 25, 2023

Accepted: March 2, 2024

ePublished: April 14, 2024

## ABSTRACT

In this article, the determination of the mechanical properties of a micro-cellular auxetic structure is investigated. This lattice structure consists of hexagonal cells, whose cell-wall dimensions are on a micro-scale. First, using modified strain gradient theory (MSGT) and energy method, the mechanical properties of the micro-cellular auxetic structure are analytically obtained. Then for validation, Young's modulus of a micro-cellular auxetic structure is derived by tensile test and compared with theoretical results. The comparison of analytical and experimental results shows good agreement. A nanosecond laser cutting machine is used to fabricate the microcellular auxetic structure, and the ISO 6892-1 standard is used to perform tensile tests. The results show that the modified strain gradient theory plays an important role in determining the mechanical properties of micro-cellular auxetic structures. In some cases, the results of this theory are more than 100% different from the classical theory. In addition, it can be seen that by changing the dimensional parameters of the micro-cells, the mechanical properties of the auxetic structure can be tunable. For example, by reducing the magnitude of the angle of the cell wall, Young's modulus in the  $X_1$  direction increases, and Young's modulus in the  $X_2$  direction and the shear modulus of the structure decrease.

**Keywords** Auxetic, Micro-Cellular Structure, Micro Beam, MSGT

## CITATION LINKS

1- Auxetic tubular scaffolds via ... 2- Auxetic cellular materials-a review. 3- Auxetic materials. Proceedings of ... 4- A new auxetic structure with ... 5- In-plane elasticity of a novel ... 6- In-plane elasticity of a multi ... 7- Nano-and micro-auxetic plasmonic materials. 8- Deformation mechanisms of auxetic ... 9- Cellular Solids: Structure and properties. 10- Models for the elastic deformation ... 11- Mechanical properties of semi-regular lattices. 12- Active control of micro Reddy beam ... 13- Nonlinear strain gradient analysis of ... 14- Bending analysis of cantilever micro-beams ... 15- Experiments and theory in strain ... 16- Dynamic stability of a size-dependent micro-beam. 17- Magneto-thermo-mechanical dynamic buckling analysis ... 18- Nonlinear dynamic characteristics of FGCNTs ... 19- Tensile test of very thin sheet ... 20- Mechanical characterization of auxetic ... 21- The Evaluation of Laser Weldability of ... 22- Comparison of deformation behavior of ... 23- A method to determine material length ... 24- A formulation for the characteristic lengths of ...

## تعیین خواص مکانیکی یک سازه آگزتیک میکروسلولی با بهره‌گیری از تئوری گرادیان کرنشی اصلاح‌شده

سید محمد اخوان علوی<sup>۱</sup>، رحمت الله قاجار\*

<sup>۱</sup> گروه طراحی کاربردی، آزمایشگاه خواص مکانیکی مواد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

### چکیده

در این مقاله به تعیین خواص مکانیکی یک سازه آگزتیک میکروسلولی پرداخته می‌شود. این سازه مشبک متشکل از سلول‌های شش ضلعی درون‌رو است که ابعاد دیواره‌ی سلول‌های آن در مقیاس میکرو می‌باشد. ابتدا با استفاده از تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده (MSGT) و روش انرژی، خواص مکانیکی سازه آگزتیک میکروسلولی به روش تحلیلی استخراج می‌گردد. سپس جهت صحت‌سنجی نتایج، ضریب یانگ یک سازه آگزتیک میکروسلولی توسط آزمون کشش تعیین و با نتایج تحلیلی مقایسه می‌گردد. مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی تطابق خوبی را نشان می‌دهند. برای ساخت سازه آگزتیک میکروسلولی از دستگاه برش لیزر نانوآئینه استفاده می‌شود. همه آزمون‌های کشش مطابق استاندارد ISO 6892-1 انجام می‌گردد. نتایج نشان می‌دهند که تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده نقش مهمی را در تعیین خواص مکانیکی سازه‌های مشبک میکروسلولی ایفا می‌کند، به طوری که در برخی از موارد، نتایج حاصل از این تئوری با تئوری کلاسیک بیش از ۱۰۰٪ اختلاف دارند. همچنین مشاهده می‌شود که با تغییر پارامترهای هندسی میکروسلول، خواص مکانیکی سازه آگزتیک قابل تنظیم است. به عنوان نمونه با کاهش اندازه زاویه دیواره سلول، ضریب یانگ در راستای  $X_1$  افزایش و ضریب یانگ در راستای  $X_2$  و ضریب برشی سازه کاهش می‌یابند.

**کلیدواژه‌ها:** آگزتیک، سازه میکروسلولی، تیر میکرو، تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۸/۰۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۱۲

\* نویسنده مسئول: ghajar@kntu.ac.ir

### ۱- مقدمه

یکی از مواد پیشرفته و جدیدی که در سال‌های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است، فراماده آگزتیک می‌باشد. این فراماده دارای ثابت پواسون منفی است؛ به طوری که در جهت عمود بر راستای بارگذاری کششی منبسط و در بارگذاری فشاری منقبض می‌شوند [1]. آگزتیک‌ها دارای مزیت‌های متعددی از قبیل عمر خستگی بالا، میرایی ارتعاشی مناسب و جاذب انرژی قوی می‌باشند. همچنین از آن‌ها در سازه‌های ساندویچی به عنوان هسته، برای محافظت در برابر ضربه استفاده و موجب افزایش حساسیت حسگرهای پیزوالکتریک نیز می‌شوند [2]. سازه‌های آگزتیک در صنعت پزشکی به عنوان استنت پزشکی کاربرد دارند [3].

در چند دهه گذشته، بسیاری از محققان بر روی خواص مکانیکی سازه‌های سلولی تمرکز کرده‌اند. در سال‌های اخیر، تحقیق بر روی دسته‌ای از سازه‌های سلولی با نسبت پواسون منفی (آگزتیک)

مورد توجه قرار گرفته است. زیرا این سازه‌ها دارای خواص فیزیکی کاربردی و غیرمعمول می‌باشند. در تحقیقات اخیر سعی شده است خواص مکانیکی سازه‌های آگزتیک به صورت تئوری مدل‌سازی و بعضاً توسط آزمایش‌های تجربی درستی روابط تئوری تایید شود. کیوسام و سرات [4] یک ساختار آگزتیک درون‌رو جدیدی را پیشنهاد کردند که دارای تمرکز تنش کمتری نسبت به ساختار درون‌رو متداول است. آن‌ها این ادعا را با استفاده از مدل‌سازی تئوری و آزمایش‌های تجربی اثبات کردند. وانگ و همکاران [5] با تمرکز بر بهبود عملکرد مکانیکی سازه‌های آگزتیک، سلول جدیدی از نوع درون‌رو را با اضافه کردن دیواره‌های قوس‌دار پیشنهاد دادند. آن‌ها خواص مکانیکی سازه پیشنهادی خود را به صورت تئوری استخراج کردند. تحلیل تئوری آن‌ها بر پایه خمش و کشش دیواره‌های سلولی استوار بود. همچنین تاثیر پارامترهای هندسی بر خواص مکانیکی سازه آگزتیک پیشنهادی خود را بررسی کردند. هارکاتی و همکاران [6] تأثیر تغییرات سفتی و ثابت پواسون را بر رفتار مکانیکی یک ساختار آگزتیک با چند درون‌روی تکرار شونده بررسی کردند. آن‌ها یک مدل تحلیلی جدید مبتنی بر روش انرژی ارائه و با شبیه‌سازی‌های عددی اعتبار سنجی نمودند.

از طرفی دیگر در سال‌های گذشته، ساختارهای آگزتیک مقیاس میکرو به دلیل کاربرد گسترده، توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده‌اند. به عنوان یک مطالعه تجربی در حوزه سازه‌های آگزتیک میکروسلولی، والنث و همکاران [7] یک سازه آگزتیک درون‌رو با خواص نوری پلاسمونیک را برای اولین بار ارائه نمودند. آن‌ها این ساختارهای آگزتیک را در محدوده چند میکرومتری تا چند صد نانومتری از جنس طلا ساختند. این ساختارهای با ثابت پواسون بین  $-۰/۳$  و  $-۰/۵$  به عنوان مدولاتور نوری کاربرد داشته و دارای خواص نوری بهتری نسبت به ساختارهای معمولی با ثابت پواسون مثبت هستند. کودلکا و همکاران [8] با بررسی تجربی دو سازه میکروسلولی آگزتیک اعلام نمودند که این سازه‌ها برای کاربردهای جذب انرژی مانند حفاظت از انفجار مناسب می‌باشند.

از آنجا که سازه‌های آگزتیک میکروسلولی بالقوه دارای طیف وسیعی از کاربردها هستند؛ بدون شک مدل‌سازی خواص مکانیکی و ساخت سازه‌های آگزتیک میکروسلولی با نسبت وزن به استحکام بالا از اهمیت زیادی برخوردارند. به عنوان یک خلاء مطالعاتی در ادبیات پیشین، بهره‌گیری از تئوری‌های مقیاس میکرو با در نظر گرفتن تمامی پارامترهای ابعادی برای مدل‌سازی و تعیین خواص مکانیکی سازه آگزتیک شش ضلعی درون‌رو در مقیاس میکرو مورد استفاده قرار نگرفته‌اند. این خلاء در مقاله حاضر به صورت تجربی و تئوری مورد بررسی می‌گردد. رفتار دیواره‌های سازه آگزتیک میکروسلولی مشابه یک تیر میکرو منظور و تغییر شکل‌های آن با استفاده از تئوری گرادیان کرنشی

از آنجایی که دیواره‌های سلول آگرتیک در مقیاس میکرو می‌باشند، استفاده از یک تئوری مقیاس میکرو الزامی است در غیر این صورت تخمین تغییر شکل دیواره‌های سلول آگرتیک با خطا همراه خواهد بود. یکی از تئوری‌های متداول مقیاس میکرو، تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده است. با استفاده از این تئوری و روش انرژی، تغییر شکل الاستیک سازه آگرتیک تعیین و از آن خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی استخراج می‌گردد. روند استخراج خواص مکانیکی یعنی ضرایب یانگ، ثوابت پوآسون و ضریب برشی از روند ارائه شده توسط گیبسون و اشپی [9] الگو گرفته شده است.

در شکل ۲،  $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$  بیشینه خیز عرضی و تغییر شکل محوری دیواره میکروسلول آگرتیک از تئوری تیر اویلر-برنولی بدست می‌آیند. میدان جابجایی تئوری تیر اویلر برنولی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [11]:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, t) - z \frac{\partial w_0(x, t)}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) &= 0 \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

$u$  و  $v$  و  $w$  به ترتیب مؤلفه‌های جابجایی در جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  و زیر نویس صفر معرف جابجایی صفحه میانی ( $z = 0$ ) می‌باشند. روابط کرنش-جابجایی برای یک تیر میکرو (دیواره میکروسلول آگرتیک) به صورت زیر است [12]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u_0(x, t)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x^2}, \varepsilon_z = \varepsilon_y = \gamma_{xy} \\ &= \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

اصل هامیلتون به صورت زیر ارائه می‌گردد [13]:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta K + \delta W_{ext}) dt = 0 \quad (3)$$

در رابطه (۳)  $\delta U$  و  $\delta W_{ext}$  به ترتیب به حساب تغییرات انرژی پتانسیل و کار ناشی از نیروی خارجی اشاره دارند. حساب تغییرات کار خارجی به صورت زیر است [14]:

$$\begin{aligned} \delta W_{ext} &= \int_0^L q_1(x) \delta w(x) + q_2(x) \delta u(x) dx \\ &+ [V \delta w]_0^L + [M \delta w']_0^L \\ &+ [M^h \delta w'']_0^L \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن  $q_i(x)$ ،  $V$ ،  $M$  و  $M^h$  به ترتیب نیروی خارجی، نیروی برشی مرزی، گشتاور کلاسیک و گشتاور غیر کلاسیک (مرتبه بالا) می‌باشند.

با استفاده از تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده، معادله انرژی کرنشی دیواره میکرو سلول به صورت زیر توسعه داده می‌شود [15]:

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + m_{ij} \delta \chi_{ij} + p_i \delta \gamma_i \\ &+ \tau_{ijk} \delta \eta_{ijk}) \end{aligned} \quad (5)$$

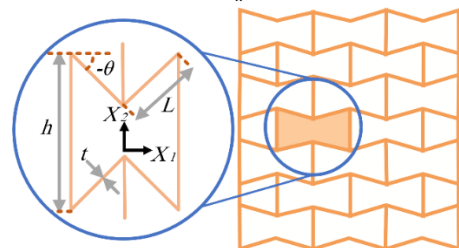
اصلاح شده و روش انرژی محاسبه می‌شود. سپس این تغییر شکل‌ها با استفاده از روابط هندسی و روابط ساختاری (تنش-کرنش) به خواص مکانیکی سازه ارتباط داده می‌شود. منظور از خواص مکانیکی ضرایب یانگ، ثوابت پوآسون و ضریب برشی سازه می‌باشد که بر حسب ضریبی از خواص مکانیکی ماده‌ای که سازه آگرتیک از آن ساخته شده، گزارش می‌شوند. روابط تئوری با آزمایش‌های تجربی اعتبارسنجی می‌گردند. همچنین، تأثیر برخی از پارامترها مانند زاویه، طول و ضخامت دیواره سلولی بر خواص مکانیکی بررسی می‌شوند.

## ۲- تحلیل تئوری خواص مکانیکی سازه آگرتیک

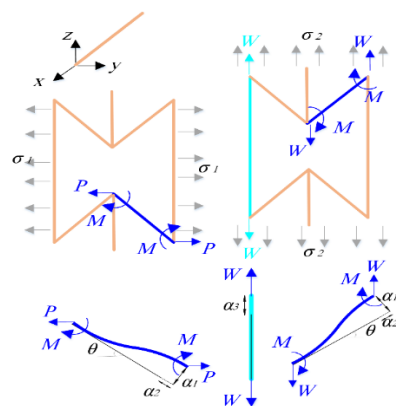
### میکروسلولی

شکل ۱ یک سلول واحد از سازه آگرتیک میکروسلولی را نشان می‌دهد که در آن پارامترهای  $L$ ،  $h$ ،  $t$  و  $\theta$  به ترتیب طول، پهنا و زاویه دیواره سلولی و  $X_1$  و  $X_2$  محورهای مختصات کارتزین درون صفحه می‌باشند. همچنین در روابط تئوری پارامتر  $b$  نماینده ضخامت سازه آگرتیک میکروسلولی است.

همانطور که رفتار دیواره سلول شش ضلعی مقیاس ماکرو مشابه یک تیر ساده است [9, 10]، دیواره سلول آگرتیک در مقیاس میکرو تحت بارگذاری درون-صفحه‌ای نیز مشابه یک تیر ساده مقیاس میکرو عمل می‌کند. شکل ۲ نمایی از تغییر شکل دیواره‌های میکروسلول آگرتیک را نشان می‌دهد.



شکل ۱) نمایی از سازه آگرتیک میکروسلولی و سلول واحد آن



شکل ۲) پاسخ میکروسلول آگرتیک تحت بارگذاری کششی

$$w^{(i)} = \frac{\partial^i w}{\partial x^i}, \quad (i = 3, 4, 5, 6)$$

همچنین  $\mu$ ،  $E$  و  $A$  نماینده ی ضریب برشی، ضریب یانگ ماده پایه (ماده ای که سازه آگرتیک از آن ساخته شده است) و سطح مقطع دیواره میکروسولول می باشند.

با به کارگیری اصل هامیلتون، انرژی کل دیواره میکروسولول به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \delta(U - W_{ext}) &= \int_0^L [\chi \cdot w^{(4)} - \beta \cdot w^{(6)} - q_1] \delta w \\ &+ [\xi \cdot u^{(4)} - \zeta \cdot u'' - q_2] \delta u dx \\ &+ [-\chi \cdot w^{(3)} + \beta \cdot w^{(5)} - V] \delta w|_0^L + [\chi \cdot w'' \\ &- \beta \cdot w^{(4)} - M] \delta w'|_0^L \\ &+ [\lambda \cdot w^{(3)} - M^h] \delta w''|_0^L \\ &+ [\zeta \cdot u' - \xi \cdot u^{(3)} - V] \delta u|_0^L \\ &+ [\xi \cdot u'' - M] \delta u'|_0^L = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

در نهایت با استفاده از معادله (۱۰)، معادلات حاکم بر دیواره میکروسولول تحت بارگذاری های عرضی و محوری به همراه شرایط مرزی متناظر به صورت روابط (۱۱) و (۱۲) استخراج می گردد.

$$\chi \cdot w^{(4)} - \beta \cdot w^{(6)} - q_1 = 0 \quad (11-الف)$$

$$\begin{aligned} [V(L) - [\beta \cdot w^{(5)}(L) - \chi \cdot w^{(3)}(L)]] \delta w(L) \\ - [V(0) - [\beta \cdot w^{(5)}(0) - \chi \cdot w^{(3)}(0)]] \delta w(0) = 0 \\ [M(L) - [\chi \cdot w''(L) - \beta \cdot w^{(4)}(L)]] \delta w'(L) \\ - [M(0) - [\chi \cdot w''(0) - \beta \cdot w^{(4)}(0)]] \delta w'(0) = 0 \\ [M^h(L) - \beta \cdot w^{(3)}(L)] \delta w''(L) - [M^h(0) - \beta \cdot w^{(3)}(0)] \delta w''(0) = 0 \end{aligned} \quad (11-ب)$$

$$\xi \cdot u^{(4)} - \zeta \cdot u'' - q_2 = 0 \quad (12-الف)$$

$$\begin{aligned} [V(L) - [\zeta \cdot u'(L) - \xi \cdot u^{(3)}(L)]] \delta u(L) \\ - [V(0) - [\zeta \cdot u'(0) - \xi \cdot u^{(3)}(0)]] \delta u(0) = 0 \\ [M(L) - [\xi \cdot u''(L)]] \delta u'(L) - [M(0) - [\xi \cdot u''(0)]] \delta u'(0) = 0 \end{aligned} \quad (12-ب)$$

با حل معادلات حاکم بر مسئله، بیشینه تغییر شکل های عرضی و محوری دیواره های میکروسولول آگرتیک ( $\alpha_i$ ) به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\alpha_1 = w(L), \alpha_2 = u(L), \alpha_3 = u(h) \quad (13)$$

گشتاور  $M$  و نیروی  $P$  نشان داده شده در شکل ۲ که سبب ایجاد خمش در دیواره میکروسولول می گردند، به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$M = \frac{PL \sin \theta}{2} \quad (14)$$

$$P = S_1(h + L \sin \theta) h_c \quad (15)$$

با توجه به شکل ۲ کرنش ها در راستای  $X_1$  و  $X_2$  به صورت زیر به دست می آیند:

$$\varepsilon_1 = \frac{\alpha_1 \sin \theta + \alpha_2 \cos \theta}{L \cos \theta} \quad (16)$$

که در آن  $m_{ij}$ ،  $p_i$  و  $\tau_{ijk}$  تنش های مرتبه بالا و  $\chi_{ij}$ ،  $\gamma_i$  و  $\rho_{ijk}$  ترتیب تانسور گرادیان چرخشی متقارن، بردار گرادیان اتساع و تانسور گرادیان کششی انحرافی می باشند که به صورت زیر ارائه می شوند [16-18]:

$$\begin{aligned} \chi_{ij} &= \frac{1}{2} (e_{ipq} \frac{\partial \varepsilon_{qj}}{\partial x_p} + e_{jpa} \frac{\partial \varepsilon_{qi}}{\partial x_p}) \\ \gamma_i &= \frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_i} \\ \rho_{ijk} &= \frac{1}{3} \left( \frac{\partial \varepsilon_{jk}}{\partial x_i} + \frac{\partial \varepsilon_{ki}}{\partial x_j} + \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_k} \right) \\ &- \frac{1}{15} [\delta_{ij} \left( \frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_k} \right. \\ &+ 2 \frac{\partial \varepsilon_{mk}}{\partial x_m} \left. \right) \\ &+ \delta_{jk} \left( \frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial \varepsilon_{mi}}{\partial x_m} \right) \\ &+ \delta_{ki} \left( \frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_j} + 2 \frac{\partial \varepsilon_{mj}}{\partial x_m} \right)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} m_{ij} &= 2l_0^2 \mu \chi_{ij} \\ p_i &= 2l_1^2 \mu \gamma_i \\ \tau_{ijk} &= 2l_2^2 \mu \rho_{ijk} \end{aligned} \quad (7)$$

در معادلات (۶) و (۷)،  $\delta_{ij}$ ،  $e_{jpa}$  و  $l_i$  به ترتیب دلتای کرونیکر، تانسور جایگشت و پارامتر مستقل مقیاس طول ماده هستند. با استفاده از قانون هوک و جایگذاری معادلات (۲)، (۶) و (۷) در معادله (۵)، حساب تغییرات انرژی کرنشی دیواره میکروسولول به صورت زیر تعیین می شود:

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_0^L [\chi w^{(4)} - \beta w^{(6)}] \delta w + [\xi u^{(4)} \\ &- \zeta u''] \delta u dx + [-\chi w^{(3)} \\ &+ \beta w^{(5)}] \delta w|_0^L \\ &+ [\chi w'' - \beta w^{(4)}] \delta w'|_0^L \\ &+ [\beta w^{(3)}] \delta w''|_0^L \\ &+ [\zeta u'] \delta u|_0^L + [\xi u''] \delta u'|_0^L \\ &- [\xi u^{(3)}] \delta u|_0^L \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \beta &= I \left( 2\mu l_0^2 + \frac{4}{5} \mu l_1^2 \right) \\ \chi &= EI + 2\mu A l_0^2 + \frac{8}{15} \mu A l_1^2 + \mu A l_2^2 \\ I &= \frac{1}{12} b t^3 \\ \zeta &= EA \\ \xi &= \frac{38}{5} l_0 \mu A \end{aligned} \quad (9)$$

خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی شامل  $E_1^*$ ،  $E_2^*$ ،  $\nu_{12}^*$ ،  $\nu_{21}^*$  و  $G_{12}^*$  در معادلات (۱۷)، (۲۱)، (۲۲) و (۲۷) ارائه می‌شوند. لازم به ذکر است که به دلیل طولانی بودن روابط خواص مکانیکی، معادلات مذکور بسط داده نمی‌شوند. به عنوان نمونه، جهت محاسبه ثابت پواسون  $\nu_{12}^*$ ، ابتدا گشتاور و نیرو متنظر با بارگذاری (روابط ۱۴ و ۱۵) در شرایط مرزی معادلات (۱۱) و (۱۲) وارد می‌شوند. سپس با حل معادلات (۱۱) و (۱۲)، تغییر شکل‌های عرضی و محوری دیواره سلول محاسبه و با جایگذاری در رابطه (۲۲) ثابت پواسون  $\nu_{12}^*$  استخراج می‌گردد. همچنین محاسبه ثابت پواسون  $\nu_{21}^*$  به طور مشابه صورت می‌پذیرد، با این تفاوت که گشتاور و نیرو متنظر با بارگذاری از روابط (۱۸) و (۱۹) بدست می‌آیند.

### ۳- اعتبارسنجی تجربی خواص مکانیکی سازه آگرتیک

#### میکروسلولی

سازه آگرتیک میکروسلولی مورد نظر با ایجاد میکروسلول‌ها به روش برش لیزری روی یک ورق نازک با ضخامت ۵۰ میکرومتر ساخته می‌شود. بنابراین خواص مکانیکی این سازه ضریبی از خواص مکانیکی ورق زمینه خواهد بود. این نکته در روابط بخش ۲ قابل مشاهده است. به منظور اعتبارسنجی روابط تئوری خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی، ضریب یانگ این سازه توسط آزمون کشش استخراج و با نتایج تحلیلی مقایسه می‌گردد. برای محاسبه تئوری ضریب یانگ سازه آگرتیک میکروسلولی، تعیین ضریب یانگ ورق که سازه آگرتیک از آن ساخته شده، الزامی است. بر اساس تحقیقات پیشین [19, 20] ضریب یانگ ورق‌های بسیار نازک تابع ضخامت می‌باشد. لذا آزمون کشش برای ورق با ضخامت میکرومتری ضروری می‌باشد. آزمون‌های کشش این بخش به دو قسمت تقسیم می‌شوند:

الف) آزمون کشش جهت استخراج ضریب یانگ ورق

ب) آزمون کشش جهت یافتن ضریب یانگ سازه آگرتیک میکروسلولی

از آنجا که جنس ورق تأثیری در اعتبارسنجی تجربی ندارد، لذا با توجه به سهولت بکارگیری و ملاحظات اقتصادی، ورق فولاد ضد زنگ SS316L جهت ساخت سازه‌های آگرتیک انتخاب می‌گردد. طرح‌واره نمونه آگرتیک آزمون کشش، در شکل ۱ و ابعاد آن در جدول ۱ ارائه می‌گردد.

**جدول ۱** پارامترهای هندسی سازه آگرتیک میکروسلولی ساخته شده با دستگاه برش لیزر

$t$	$L$	$H$	$\theta$	ضخامت ورق ( $b$ )
۷۱ ( $\mu\text{m}$ )	۳۷۰ ( $\mu\text{m}$ )	۹۰۰ ( $\mu\text{m}$ )	-۰/۹ (rad)	۵۰ ( $\mu\text{m}$ )

$$\varepsilon_2 = \frac{\alpha_2 \sin\theta - \alpha_1 \cos\theta}{h + L \sin\theta}$$

با توجه به شکل ۲ و معادلات (۱۳) - (۱۶)، ضریب یانگ سازه آگرتیک میکروسلولی در راستای  $X_1$  به صورت زیر است:

$$E_1^* = S_1 / \varepsilon_1 \quad (17)$$

مشابه با روند طی شده برای  $E_1^*$ ، ضریب یانگ سازه آگرتیک میکروسلولی در راستای  $X_2$  ( $E_2^*$ ) را می‌توان بدست آورد. با این تفاوت که گشتاور و نیروی متنظر در شکل ۲ به صورت زیر محاسبه می‌گردند.

$$M = \frac{W L \cos\theta}{2} \quad (18)$$

$$W = S_2 L b \cos\theta \quad (19)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\alpha_2 \sin\theta - \alpha_1 \cos\theta}{L \cos\theta} \quad (20)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\alpha_1 \cos\theta + \alpha_2 \sin\theta + \alpha_3}{h + L \sin\theta}$$

بنابراین ضریب یانگ در راستای  $X_2$  به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$E_2^* = S_2 / \varepsilon_2 \quad (21)$$

ثوابت پواسون با در نظر گرفتن نسبت معکوس و منفی کرنش‌ها محاسبه می‌شوند. برای محاسبه  $\nu_{21}^*$  و  $\nu_{12}^*$  به ترتیب از معادلات (۱۶) و (۲۰) بهره گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} \nu_{12}^* &= -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \\ &= -\frac{(\alpha_2 \sin\theta - \alpha_1 \cos\theta)(L \cos\theta)}{(\alpha_1 \sin\theta + \alpha_2 \cos\theta)(h + L \sin\theta)}, \nu_{21}^* \\ &= -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = -\frac{(\alpha_2 \sin\theta - \alpha_1 \cos\theta)(h + L \sin\theta)}{L \cos\theta (\alpha_1 \cos\theta + \alpha_2 \sin\theta + \alpha_3)} \end{aligned} \quad (22)$$

برای محاسبه ضریب برشی سازه آگرتیک روند محاسباتی عیناً مشابه روند ارائه شده توسط گیسون و اشبی [9] دنبال شده و خیز برشی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_s = \frac{h}{2} + \alpha_1 \quad (23)$$

همچنین گشتاور، کرنش و تنش متنظر با بارگذاری پیچشی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

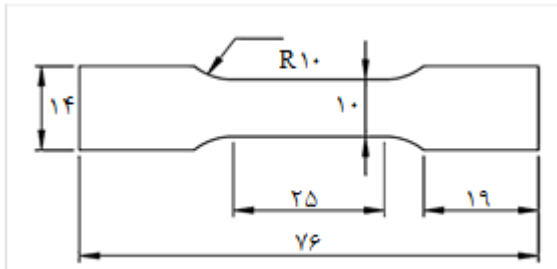
$$M = \frac{F h}{4} \quad (24)$$

$$\gamma = \frac{2u_s}{(h + L \sin\theta)} \quad (25)$$

$$\tau = F / 2 L b \cos\theta \quad (26)$$

که در آن  $M$  و  $F$  به ترتیب گشتاور و نیروی برشی ناشی از اعمال بار برشی می‌باشند. در نهایت ضریب برشی سازه آگرتیک میکروسلولی به صورت زیر ارائه می‌گردد.

$$G_{12}^* = \tau / \gamma \quad (27)$$



شکل ۵) طرحواره نمونه استاندارد تست کشش ورق نازک مطابق با استاندارد ISO 6892-1

جهت اتصال کامل نمونه‌ها در فک‌های دستگاه کشش، ۴ عدد نوار پلیمری از جنس PVC (پلی وینیل کلراید) و با ضخامت ۲/۵ میلی‌متر به دو سر نمونه چسبانده می‌شود. نوارهای PVC سبب می‌شوند تا از لغزش ورق نازک فلزی در فک‌های دستگاه جلوگیری شود. نمایی از نمونه‌های آزمون کشش ورق و آزمون کشش سازه آگرتیک میکرو-سلولی در شکل ۶ نشان داده می‌شود. همچنین تصویری از نمونه‌های در حال آزمایش در شکل ۷ ارائه می‌شود. نتایج حاصل از انجام آزمون‌های کشش برای محاسبه ضرایب یانگ ورق ساده و سازه آگرتیک میکرو سلولی در جدول ۲ نمایش داده می‌شود. هر آزمون سه بار تکرار می‌شود و میانگین نتایج معیار محاسبات بعدی خواهد بود.

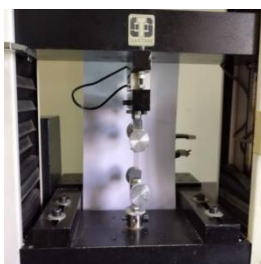


(ب)



(الف)

شکل ۶) الف) نمونه تست کشش ورق ساده (ب) نمونه تست کشش سازه آگرتیک میکروسلولی



(ب)

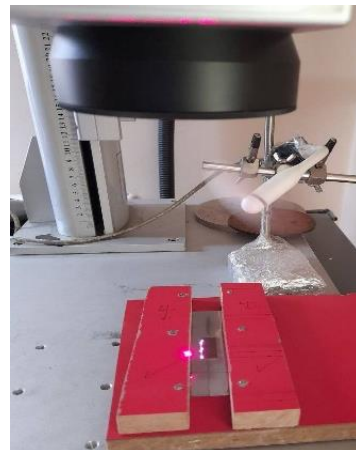


(الف)

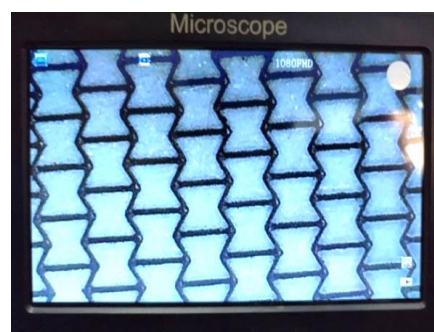
شکل ۷) نمایی از نمونه‌های الف) ورق ساده و ب) سازه آگرتیک میکروسلولی حین آزمایش

برای ساخت سازه‌های آگرتیک میکروسلولی از دستگاه لیزر نانو ثانیه استفاده می‌شود. این دستگاه از نوع لیزر فیبری و دارای طول موج ۱۰۶۴ نانومتر می‌باشد. نمونه‌های آگرتیک میکرو-سلولی با توان ۵۰ وات، سرعت ۳۰۰۰ میلی‌متر در دقیقه و فرکانس ۲۰ هرتز ساخته می‌شوند. با توجه به تنش‌های پسماند ناشی از ساخت ورق و همچنین تنش‌های حرارتی ناشی از پرتو لیزر، لازم است ورق فولادی با فیکسچری چوبی کاملاً مهار شود. شکل ۳ نمایی از نمونه در حال ساخت با دستگاه برش لیزر را نشان می‌دهد. زمان ساخت هر نمونه آگرتیک میکروسلولی ۵ ساعت می‌باشد. عملیات پس از ساخت از جمله براده‌برداری از داخل سلول‌ها ضروری است. شکل ۴ سلول‌های سازه آگرتیک میکروسلولی را زیر میکروسکوپ نمایش می‌دهد.

آزمون‌های کشش با دستگاه STM-20 شرکت سنتم انجام می‌شود. جهت استخراج ضریب یانگ ورق فولادی از نیروسنج ۵۰۰ کیلوگرم-نیرو و فک متناسب با این نیرو استفاده و نیروسنج ۶ کیلوگرم-نیرو برای یافتن ضریب یانگ سازه آگرتیک میکروسلولی استفاده می‌شود. آزمون‌های کشش مطابق با استاندارد ISO 6892-1 انجام [21] و نمونه‌های استاندارد تهیه شده با دستگاه برش در شکل ۵ نشان داده می‌شوند.



شکل ۳) سازه آگرتیک میکروسلولی حین ساخت با دستگاه برش لیزر



شکل ۴) سلول‌های سازه آگرتیک میکروسلولی زیر میکروسکوپ

جدول ۲) نتایج آزمون کشش برای ورق ساده و سازه آگزتیک میکروسلولی

شماره نمونه	نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۳	میانگین
ضریب یانگ ورق	۴۳/۸۸۰ (GPa)	۳۷/۸۳۰ (GPa)	۴۰/۰۷۰ (GPa)	۴۰/۵۹۰ (GPa)
ضریب یانگ سازه آگزتیک میکرو-سلولی	۲/۶۵۱ (GPa)	۲/۷۳۱ (GPa)	۲/۳۸۵ (GPa)	۲/۵۸۹ (GPa)

جدول ۳) مقایسه ضریب یانگ سازه آگزتیک میکروسلولی حاصل از روش‌های مختلف

خاصیت مکانیکی	تئوری کلاسیک بدون استفاده از نتایج آزمون کشش ورق میکرومتری	تئوری کلاسیک	تئوری گرادیان کرنشی
ضریب یانگ	۸/۶۰۰ (GPa)	۲/۱۰۵ (GPa)	۲/۶۳۰ (GPa)
خطا	۲۳۲٪	۱۸/۶٪	۱/۶٪

در تحقیقات پیشین ضریب یانگ فولاد ضد زنگ SS316L، ۲۱۰ گیگاپاسکال گزارش شده است [22]. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که ضریب یانگ تابع ضخامت ورق است. به طوری که برای ضخامت‌های میکرومتری این ضریب به حدود ۴۰ گیگاپاسکال کاهش می‌یابد. این نتیجه مطابق با نتایج گزارش شده توسط لکسیز و هافمن [20, 19] می‌باشد. در نهایت ضرایب یانگ سازه آگزتیک میکروسلولی حاصل از نتایج آزمایش‌های تجربی و تحلیل تئوری (بسط رابطه ۱۷) در جدول ۳ مقایسه می‌شوند. همانطور که ملاحظه می‌گردد نتایج تحلیلی از تطابق مناسبی با نتایج تجربی برخوردار است. در حالی که نتایج تئوری حاصل از تئوری‌های کلاسیک اختلاف فاحشی با نتایج تجربی دارند و هر چه ابعاد سازه کوچک‌تر شود، این اختلاف بیشتر می‌گردد. لذا در تحلیل تئوری سازه‌های آگزتیک بهره‌گیری از تئوری‌های مقیاس میکرو الزامی است. لازم به ذکر است جهت اعتبارسنجی نتایج از پارامترهای هندسی ذکر شده در جدول ۱ استفاده شده است و پارامتر مقیاس طول برای فولاد ضد زنگ SS316L برابر ۶/۵ میکرومتر لحاظ شده است [23-24].

از روابط بخش تئوری (معادله ۲۲) و مرجع [7] مشخص می‌شود که تاثیر در نظر گرفتن اثرات مقیاس میکرو در محاسبه ثوابت پوآسون سازه‌های آگزتیک میکروسلولی بسیار ناچیز است و بر خلاف تاثیر زیاد آن در محاسبه ضرایب یانگ و برشی، تفاوتی با روابط مقیاس ماکرو ندارد. لذا در بخش اعتبارسنجی تجربی

#### ۴- نتایج و بحث

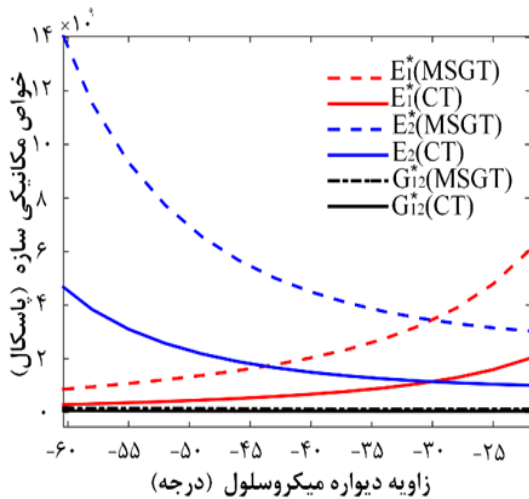
در این بخش به بررسی نقش تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده در تعیین خواص مکانیکی سازه آگزتیک میکروسلولی پرداخته می‌شود. همچنین تاثیر پارامترهای هندسی روی خواص مکانیکی سازه آگزتیک میکروسلولی بررسی می‌گردد. بدین منظور خواص مکانیکی ماده پایه که سازه آگزتیک از آن ساخته می‌شود و پارامترهای ابعادی سازه آگزتیک به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \theta &= -20(\text{deg}), L = 250(\mu\text{m}), t = 50(\mu\text{m}) \\ h &= 500(\mu\text{m}), b = 50(\mu\text{m}), E = 62(\text{GPa}) \\ v &= 0.33, l_0 = 15 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (28)$$

شکل ۸ تاثیر در نظر گرفتن تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده و تغییر زاویه‌ی دیواره سلول ( $\theta$ ) را بر خواص مکانیکی سازه

میکروسلولی ندارد. زیرا افزایش پهنای دیواره میکرو-سلول باعث افزایش ممان اینرسی دیواره سلول (تیر میکرو) شده و خیز آن کاهش می‌یابد. این کاهش خیز که معرف افزایش سفتی است، موجب افزایش ضرایب یانگ و برشی می‌گردد. به همین دلیل، افزایش این شاخصه هندسی باعث افزایش ضرایب یانگ و برشی سازه می‌گردد.

نسبت  $\frac{h}{L}$  نیز به عنوان یک پارامتر هندسی میکرو-سلول بر خواص مکانیکی سازه آگرتیک تاثیرگذار است. با افزایش نسبت  $\frac{h}{L}$  ضرایب  $E_1^*$ ،  $E_2^*$  و  $G_{12}^*$  کاهش و  $\nu_{12}$  و  $\nu_{21}$  افزایش می‌یابند. اثرات پارامترهای هندسی  $t$ ،  $\theta$  و  $\frac{h}{L}$  روی خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی قابل توجه است. به طوری که با تغییر این پارامترها خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی قابل تنظیم خواهد بود. قابل تنظیم بودن خواص مکانیکی سازه در پیش‌بینی رفتار مکانیکی سازه حائز اهمیت و در تحلیل ارتعاشات و کنترل سازه نیز موثر است.



شکل ۸) مقایسه خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی حاصل از دو تئوری MSGT و CT

آگرتیک میکروسلولی نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌گردد به طور کلی در این مسئله، تئوری مقیاس میکرو (MSGT) سازه را سفت‌تر از تئوری کلاسیک (CT) مدل می‌کند و مقادیر خواص مکانیکی با در نظر گرفتن تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده بزرگ‌تر از تئوری کلاسیک حاصل می‌شود. علاوه بر این با تغییر زاویه دیواره سلول، اثرگذاری تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده بر ضرایب یانگ و برشی سازه ثابت است. به طور مثال در شکل ۸ با در نظر گرفتن تئوری مقیاس میکرو، ضرایب یانگ و برشی در تمامی زوایا ۳ برابر ضرایب محاسبه شده با تئوری کلاسیک است. همچنین با توجه به رابطه (۲۲)، اثر در نظر گرفتن تئوری‌های مقیاس میکرو روی ثوابت پواسون سازه بسیار ناچیز است.

با به کارگیری روابط تئوری (۱۷)، (۲۱)، (۲۲) و (۲۷) تاثیر پارامترهای هندسی روی خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی بررسی و در جداول ۴ تا ۶ درج شده‌اند. مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه  $\theta$ ،  $E_2^*$ ،  $G_{12}^*$  و  $\nu_{21}$  افزایش ولی  $E_1^*$  و  $\nu_{12}$  کاهش می‌یابند. توجه فیزیکی این اثر را می‌توان در تغییر شکل سلول مورد نظر جستجو کرد. به عنوان مثال در خصوص  $E_1^*$ ، با کاهش زاویه دیواره سلول، شکل سلول مورد نظر به یک سلول مستطیلی ( $\theta = 0$ ) نزدیک می‌شود که تنها دو ضلع عمودی آن تحت بارگذاری کششی می‌باشد و در این صورت ضریب یانگ سازه به ضریب یانگ ماده پایه نزدیک می‌شود. زیرا در این حالت سازه به جز در راستای دیواره‌های خود در جهت دیگری تحت بارگذاری نیست و تغییر شکل سلول تنها شامل تغییر شکل محوری دیواره‌های عمودی خواهد بود. به عبارتی دیگر خیز در دیواره‌های سلول رخ نمی‌دهد، چون در رابطه (۱۴) گشتاور با کاهش زاویه دیواره سلول به صفر میل می‌کند.

از سویی دیگر افزایش پهنای دیواره سلول ( $t$ ) باعث افزایش  $E_1^*$ ،  $G_{12}^*$  می‌شود و تاثیر روی ثوابت پواسون سازه آگرتیک

جدول ۴) تغییرات خواص سازه آگرتیک میکروسلولی بر حسب زاویه دیواره سلول

زاویه دیواره سلول (درجه)			خاصیت مکانیکی
-۶۰ درجه	-۴۵ درجه	-۳۰ درجه	
۰/۸۴	۱/۵۶	۳/۵۱	$(GPa)E_1^*$
۱۴/۷۲	۵/۶۹	۳/۵۱	$(GPa)E_2^*$
۰/۱۷	۰/۱۴	۰/۱۳	$(GPa)G_{12}^*$
-۰/۲۳	-۰/۵۲	-۱/۰۴	$\nu_{12}$
-۴/۱۹	-۱/۹	-۱/۰۴	$\nu_{21}$



جدول ۵) تاثیر نسبت  $h/L$  سلول روی خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی

خاصیت مکانیکی			$h/L$
۴	۳	۲	
۳/۲۷	۴/۵۰	۷/۲۲	$(GPa)E_1^*$
۶/۵۷	۴/۷۷	۲/۹۸	$(GPa)E_2^*$
۰/۰۴	۰/۰۷	۰/۱۳	$(GPa)G_{12}^*$
-۰/۷۱	-۰/۹۷	-۱/۵۶	$\nu_{12}$
-۱/۴۲	-۱/۰۳	-۰/۶۴	$\nu_{21}$

جدول ۶) تاثیر نسبت پهناي دیواره سلول به پارامتر مقیاس طول ( $t/l_0$ ) بر خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی

خاصیت مکانیکی			$t/l_0$
۴	۳	۲	
۱۳/۸۲	۷/۴۷	۳/۵۳	$(GPa)E_1^*$
۵/۷۰	۳/۰۸	۱/۴۶	$(GPa)E_2^*$
۰/۲۵	۰/۱۴	۰/۰۶	$(GPa)G_{12}^*$
-۱/۵۶	-۱/۵۶	-۱/۵۶	$\nu_{12}$
-۰/۶۴	-۰/۶۴	-۰/۶۴	$\nu_{21}$

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی با سلول‌های شش ضلعی درون‌رو به صورت تحلیلی با روش انرژی و تئوری گرادبان کرنشی اصلاح شده بررسی شد. به منظور صحت‌سنجی، نمونه‌های آگرتیک میکروسلولی توسط لیزر نانو ثانیه ساخته و تحت آزمون کشش تک محوره قرار گرفتند. انطباق بسیار خوب نتایج تحلیلی و تجربی صحت روش تحلیلی را نشان داد. در این مقاله تاثیر بکارگیری تئوری‌های مقیاس میکرو و پارامترهای هندسی روی خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که تئوری گرادبان کرنشی اصلاح شده به عنوان یک تئوری مقیاس میکرو، نقش مهمی را در مدل‌سازی و تعیین خواص مکانیکی سازه‌های آگرتیک میکروسلولی ایفا می‌کند. به طوری که تاثیر مقیاس میکرو در این سازه‌ها غیر قابل چشم‌پوشی است و در برخی از موارد اختلاف تئوری مقیاس میکرو با تئوری کلاسیک به بیش از ۱۰۰ درصد می‌رسد. همچنین پارامترها هندسی به طور ویژه‌ای خواص مکانیکی سازه آگرتیک میکروسلولی را قابل تنظیم نموده

و در تعیین خواص مکانیکی سازه بسیار موثر می‌باشند. به طور مثال می‌توان تنها با تغییر زاویه دیواره سلول، ثابت پواسون را در راستای مورد نظر تا بیش از ۴ برابر افزایش داد. این پژوهش می‌تواند به عنوان پیش زمینه تئوری برای کاربرد سازه‌های آگرتیک میکروسلولی در سنسورها، عملگرها، برداشت‌کننده‌های انرژی و ربات‌های نرم مورد استفاده قرار گیرد.

**تقدیر و تشکر:** نویسندگان کمال تشکر خود را از داوران محترم بابت نظرات ارزشمند و سازنده آنان اعلام می‌دارند. همچنین از دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی بابت حمایت‌های مادی و معنوی از این پژوهش قدرانی می‌گردد.

**تاییدیه اخلاقی:** نویسندگان در تهیه و تنظیم این مقاله رعایت کامل اصول اخلاقی را مد نظر قرار داده‌اند.

**تعارض منافع:** مطالب این پژوهش هیچ تضاد یا تعارض منافعی با فرد یا نهادی ندارد.

**منابع مالی:** منابع مالی این تحقیق توسط دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تامین شده است.

- 17- Allahkarami F, Nikkhah-bahrami M, Saryazdi MG. Magneto-thermo-mechanical dynamic buckling analysis of a FG-CNTs-reinforced curved microbeam with different boundary conditions using strain gradient theory. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*. 2018 Jun;14:243-61.
- 18- Yang WD, Fang CQ, Wang X. Nonlinear dynamic characteristics of FGCNTs reinforced microbeam with piezoelectric layer based on unifying stress-strain gradient framework. *Composites Part B: Engineering*. 2017 Feb 15;111:372-86.
- 19- Hoffmann H, Hong S. Tensile test of very thin sheet metal and determination of flow stress considering the scaling effect. *CIRP annals*. 2006 Jan 1;55(1):263-6.
- 20- Lekesiz H, Bhullar SK, Karaca AA, Jun MB. Mechanical characterization of auxetic stainless steel thin sheets with reentrant structure. *Smart Materials and Structures*. 2017 Jul 11;26(8):085022.
- 21- Pereira AB, Santos RO, Carvalho BS, Butuc MC, Vincze G, Moreira LP. The Evaluation of Laser Weldability of the Third-Generation Advanced High Strength Steel. *Metals*. 2019 Sep 27;9(10):1051.
- 22- Losertová M, Štamborská M, Lapin J, Mareš V. Comparison of deformation behavior of 316L stainless steel and Ti6Al4V alloy applied in traumatology. *Metalurgija*. 2016 Oct 1;55(4):667-70.
- 23- Song J, Wei Y. A method to determine material length scale parameters in elastic strain gradient theory. *Journal of Applied Mechanics*. 2020 Mar 1;87(3):031010.
- 24- Shodja HM, Tehranchi A. A formulation for the characteristic lengths of fcc materials in first strain gradient elasticity via the Sutton-Chen potential. *Philosophical Magazine*. 2010 May 14;90(14):1893-913.
- 1- Paxton NC, Daley R, Forrestal DP, Allenby MC, Woodruff MA. Auxetic tubular scaffolds via melt electrowriting. *Materials & design*. 2020 Aug 1;193:108787.
- 2- Novak N, Vesenjok M, Ren Z. Auxetic cellular materials-a review. *Strojniški vestnik-Journal of Mechanical Engineering*. 2016 Sep 15;62(9):485-93.
- 3- Alderson A, Alderson KL. Auxetic materials. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2007 Apr 1;221(4):565-75.
- 4- Meena K, Singamneni S. A new auxetic structure with significantly reduced stress concentration effects. *Materials & Design*. 2019 Jul 5;173:107779.
- 5- Wang T, Li Z, Wang L, Zhang X, Ma Z. In-plane elasticity of a novel arcwall-based double-arrowed auxetic honeycomb design: Energy-based theoretical analysis and simulation. *Aerospace Science and Technology*. 2022 Aug 1;127:107715.
- 6- Harkati E, Daoudi N, Bezazi A, Haddad A, Scarpa F. In-plane elasticity of a multi re-entrant auxetic honeycomb. *Composite Structures*. 2017 Nov 15;180:130-9.
- 7- Valente J, Plum E, Youngs IJ, Zheludev NI. Nano-and micro-auxetic plasmonic materials. *Advanced materials*. 2016 Jul 13;28(26):5176-80.
- 8- Koudelka P, Neuhauserova M, Fíla T, Kytýř D. Deformation mechanisms of auxetic microstructures for energy absorption applications. *Applied Mechanics and Materials*. 2016 Feb 10;821:428-34.
- 9- L. J. Gibson and M. F. Ashby, "Cellular Solids: Structure and properties," Pergamon Press, Oxford, 1988.
- 10- Masters IG, Evans KE. Models for the elastic deformation of honeycombs. *Composite structures*. 1996 Aug 1;35(4):403-22.
- 11- Omid M, St-Pierre L. Mechanical properties of semi-regular lattices. *Materials & Design*. 2022 Jan 1;213:110324.
- 12- AkhavanAlavi SM, Mohammadimehr M, Edjtahed S. Active control of micro Reddy beam integrated with functionally graded nanocomposite sensor and actuator based on linear quadratic regulator method. *European Journal of Mechanics-A/Solids*. 2019 Mar 1;74:449-61.
- 13- Allahyari E, Asgari M, Pellicano F. Nonlinear strain gradient analysis of nanoplates embedded in an elastic medium incorporating surface stress effects. *The European Physical Journal Plus*. 2019 May 1;134(5):191.
- 14- Kong SL. Bending analysis of cantilever microbeams based on strain gradient elasticity theory. *Advanced Materials Research*. 2013 Jul 1;694:172-5.
- 15- Lam DC, Yang F, Chong AC, Wang J, Tong P. Experiments and theory in strain gradient elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2003 Aug 1;51(8):1477-508.
- 16- Talimian A, Béda P. Dynamic stability of a size-dependent micro-beam. *European Journal of Mechanics-A/Solids*. 2018 Nov 1;72:245-51.