

ماهنامه علمى پژوهشى

ں م**کانیک مدر** س



ملاقات زمان-بهینه زباله فضایی با بهره گیری از سامانه تدر الکترودینامیک

حميد گازريور¹، محمدعلي اميري آتشگاه^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
 2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
 * تهران، صندوق پستی 143951374، atashgah@ut.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این پژوهش، شبیهسازی و کنترل بهینه سامانه تدر الکترودینامیک به عنوان یک سامانه نیروی محرکهی فضایی جدید و ارزان بررسی شده	مقاله پژوهشی کامل دریاه تر: 11 آذ، 1303
است. این سامانه بدون نیاز به سوخت با استفاده از برهمکنش جریان الکتریکی درون تدر با میدان مغناطیسی زمین، شتاب مورد نیاز برای انجام	دریافت: ۱۱ ادر ۱۵۶۶ پذیرش: 12 فروردین 1394
مانورهای مداری را میتواند تامین کند. به همین دلیل ندر الخترودینامیک کزینهی بسیار مناسبی جهت انجام ماموریتهای پاکسازی قصا از 	ارائه در سایت: 14 اردیبهشت 1394 کار داشگاری
عناصر مداری کلاسیک و امکانسنجی انجام مانورهای مداری مورد بررسی واقع شده است. همچنین به بررسی حرکت نسبی و ملاقات به وسیله	<i>عيد وروى.</i> تدر الكتروديناميك
تدر، دستگاه مختصات مناسب، شرایط مسئله و روش حل پرداخته شده است. نتایج شبیهسازی نشان میدهد این سامانه جهت انجام انواع	ملاقات مداری
مانورهای مداری در صفحه و خارج از صفحه با بازه زمانی بزرگ در مدارهای کم ارتفاع زمین قابل استفاده است. مسئله ملاقات دو بعدی با زباله	زباله فضایی
فضایی نیز با استفاده از روش مرتبسازی مستقیم در نرمافزار متلب و توسعه یک برنامه حلکننده متناسب با مسئله موجود و رفع محدودیتهای	کنترل بهینه
آن، حل شده و کنترل بهینه جهت انجام ماموریت ملاقات در زمان کمینه به دست آمده و مسیر بهینه مشخص شده است.	

Time-Optimal Rendezvous with the Space Debris USING Electrodynamic Tether System (EDT)

Hamid Gazerpour, Mohammad Ali Amiri Atashgah*

Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran * P.O.B. 143951374, Tehran, Iran, atashgah@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 02 December 2014 Accepted 01 April 2015 Available Online 04 May 2015

مكانىڭ

Keywords: Electrodynamic Tether System Space Rendezvous Space Debris Optimal Control

Abstract

In this paper, simulation and time-optimal control of an electro-dynamic tether system as a new and inexpensive form of space propulsion system are investigated. The EDT, can provide desired acceleration by interaction between a current in the tether wire and earth's magnetic field, without any fuel consumption, for any orbital maneuver. For this reason, it is an appropriate choice for space debris mitigation missions. In this work, firstly, dynamics of the EDT, together with the earth's magnetic field are simulated. Secondly, exploiting the developed simulation toolset, variations of classical orbital elements are observed and then feasibility studies of non-impulsive orbital maneuvers are conducted. In this manuscript, distinctly, relative motion and rendezvous by means of the EDT, adoption of appropriate coordinate system, problem conditions and also the method of solution are discussed. Simulation results demonstrate that the EDT can perform a wide range of in-plane and out-of-plane orbital maneuvers in low-earth-orbits (LEO). Eventually, an in-plane rendezvous problem with space debris, is solved by implementation of Direct Collocation method in Matlab by developing a solver program and resolving its limitations

- مقدمه	فضایی است. به منظور یک ملاقات ایمن با یک ماهواره که تعادل خود را از
سعه روز افزون ماموریتهای فضایی و ضرورت تامین ایمنی و اعتمادپذیری	دست داده و کنترلپذیر نیست، نیاز به یک طراحی مسیر و یا قانون هدایت و
جاب مینماید که در برخی ماموریتهای فضایی حساس، قبل از قرارگیری	كنترل مناسب داريم.
هواره در مدار نامی، محیط عملیات ماهواره توسط یک سامانه کاوشگر	یکی از جدیدترین سامانههایی که در سالهای اخیر مورد توجه قرار
کسازی شود [1]. برای این منظور ضروری است که زبالههای فضایی مدار	گرفته، سامانه تدر الکترودینامیک است که به خصوص استفادهی آن در
رد نظر شناسایی و امحا شود. توانایی ملاقات یکی از تکنولوژیهای کلیدی	رباتهای فضایی و ماهوارههای زبالهروب رو به گسترش است. تدر
ی بسیاری از برنامههای فضایی از جمله پاکسازی محیط فضا از زبالههای	الکترودینامیک (EDT) سیم اتصال بلندی است که از ماهواره دارای تدر

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Gazerpour, M. A. Amiri Atashgah, Time-Optimal Rendezvous with the Space Debris USING Electrodynamic Tether System (EDT), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 309-317, 2015 (In Persian)

گسترش مییابد و بر اساس اصول الکترومغناطیس میتواند با تبدیل انرژی جنبشی به انرژی الکتریکی، به عنوان ژنراتور عمل کند، و یا با تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی جنبشی به عنوان موتور عمل کند. پتانسیل الکتریکی در سراسر تدر رسانا با حرکت در میدان مغناطیسی زمین ایجاد می شود.

تدر به عنوان بخشی از سیستم نیروی محرکه فضاپیما از کابلهای طولانی و هادی قوی برای تغییر مدار فضاپیما استفاده میکند. همین پتانسیل است که سفر در فضا را ارزانتر میکند. به زبان ساده تدر بادبان مغناطیسی کم هزینهای است که میتوان آن را برای سرعت بخشیدن و یا ترمز فضاپیما مورد استفاده قرار داد. هنگامی که تدر به سمت زمین گسترش یافته است، با ایجاد جریان مستقیم به سمت زمین در تدر، نیرویی توسط میدان مغناطیسی به تدر اعمال شده و در نتیجه تدر به فضاپیما شتاب میدان مغناطیسی از کنترل مقدار و جهت نیروی وارد بر تدر از طریق تغییر جریان میتوان حرکت فضاپیما را کنترل کرد.

تدر الکترودینامیک میتواند برای اثر گذاری روی مانورهای مداری فضاپیما، خارج از حرکت کپلری و بدون از دست دادن سوخت سیستم پیشرانش سنتی به کار گرفته شود. اخیرا، مطالعات مختلفی برای ایجاد یک چارچوب برای هدایت و کنترل مانورهای مداری، از جمله بهینه سازی یک مانور خاص و انتقال مداری توسط تدر الکترودینامیک انجام شده و هنوز از جمله مباحثی است که در مراکز تحقیقاتی مختلف در دنیا در حال گسترش است.

سابقهی تحقیقات در زمینهی تدر شاید به سی سال نرسد و در این مدت مقالاتی منتشر شدهاند. اسمیرنف و همکاران به بررسی خصوصیات رفتار دینامیکی تدر در زمان استقرار و گسترش آن در مدار کم ارتفاع زمین¹ در آزمایش یس²² در ماموریت فوتون -ام³³، و تجزیه و تحلیل دادههای آن پرداختند [2]. کومار و همکاران، طراحی کنترل بهینه غیرخطی با استفاده از روش بهینه معکوس جهت کنترل وضعیت ماهواره دارای تدر را انجام دادند. آنها همچنین موارد مختلفی را در مورد زمانی که گسترش تدر تمام میشود و شکست اتفاق میافتد بررسی کردند [3]. کارتمل و همکاران به بررسی تحقیقات انجام شده در مورد تدر تا سال 2008 پرداختند و در مقالهی خود خلاصهای شامل اصول عملکرد، ماموریتها، محدودیتها و ریسکها، استراتژیهای مدلسازی و کنترل، طراحی کاربردی و سناریو گسترش و زمادهسازی جهت شروع ماموریت را آوردند [4]. اسلانف و همکاران نیز یک میستم پاکسازی زبالههای فضایی بزرگ را با استفاده از تدر مورد بررسی قرار دادند [5].

هدف این پژوهش، استفاده از سامانه تدر جهت انجام فاز ملاقات ماهواره زبالهروب با زباله فضایی است که یکی از مهمترین و حساسترین فازهای این ماموریت است. مطالعات انجام شده در زمینه ملاقات را میتوان به دو گروه، بسته به این که مانورها ضربهای و یا غیرضربهای (با محدوده زمانی) باشند، تقسیم کرد. میله و همکاران [6] تدوین و بررسی عددی تابع تراست مورد نیاز برای به حداقل رساندن زمان و یا سوخت مورد نیاز برای فاز ترمینال ملاقات دو فضاپیما را انجام دادند. ساهو و همکاران [7] یک قانون کنترلی برای دستیابی به ملاقات با وسیلهی متحرک مستقل در فضای سه بعدی با استفاده از حداقل حس اطلاعات پیشنهاد کردند. ایشان یک قانون کنترل بهینه پیشنهاد دادند که اجازه میدهد زوایای پیچ و یاو وسیله نقلیه به طور

همزمان در جهت مورد نیاز قرار گرفته و هدف را دنبال کند. تامیتا و همکارش [8] یک الگوریتم برای محاسبه مسیر بهینه برای مانورهای ماهوارهای با استفاده از ارائه یک برنامه نویسی غیر خطی برای یک مسئله کنترل بهینه پیشنهاد دادند. لو و همکارانش [9] یک رویکرد جهانی جدید برای طراحی کنترلر درجه دوم خطی ملاقات در این مقاله ارائه دادند که به جای حل معادله جبری ریکاتی، یک الگوریتم SA⁴ پیوسته برای طراحی الگوریتم ملاقات استفاده شده است. تانگ و همکارانش [10] بهینهسازی ملاقات ضربهای خطی زمان ثابت با کنترل عدم قطعیت را مورد بررسی قرار دادند. یاژونگ و همکارانش [11] نیز به بررسی مطالعات انجام شده بر روی دینامیک و کنترل ملاقات دو فضاپیما پرداختند و خلاصهای از نتایج بدست

مرور گسترده منابع نشان میدهد که بسیاری از مطالعات بهینهسازی ملاقات در گذشته انجام شده است اما پژوهشی در رابطه ملاقات در زمان بهینه به وسیلهی سامانه تدر انتشار نیافته است. در این پژوهش، پس از بررسی نحوه اثرگذاری سامانه تدر بر دینامیک ماهواره، معادلات دینامیکی ماهواره برحسب عناصر مداری کلاسیک، میدان مغناطیسی زمین و شتاب وارده شده به سیستم در محیط سیمولینک شبیهسازی شده و تغییرات عناصر مداری بررسی میشود. پس از بررسی معادلات دینامیک نسبی، معادلات و شرایط مسئله در محیط متلب پیادهسازی شده و مسئله ملاقات بهینه با زباله فضایی، با توسعه حل کننده بهینه ایمپریال کالج لندن⁵ و رفع محدودیتهای آن، حل میشود.

2- کاربرد تدر در مانورهای فضایی

تدر الکترودینامیک وسایل کم هزینه تری برای انجام مانورهای فضایی ارائه می کند. سامانه تدر الکترودینامیک شامل هدایت کننده، گسترش دهنده، ساطع کننده الکترون و ابزارهای الکترونیکی مرتبط خواهد بود. به عنوان مثال هنگامی که یک ماهواره در مدار کم ارتفاع زمین به پایان عمر عملیاتی خود می رسد، تدر پایان دهنده که حدود 2% از جرم ماهواره را شامل می شود، از ماهواره خارج شده و گسترش می یابد. تدر می تواند تماس الکتریکی با محیط پلاسما در هر دو سر خود داشته باشد. این امر اجازه می دهد تا جریان

از آنجا که تدر در میدان مغناطیسی زمین حرکت میکند، جریان از الکترونهای جمعآوری شده از یونوسفر، ایجاد شده و از تدر به ساطعکننده الکترونی انتقال مییابد. در حالتی که تدر به سمت زمین گسترش یافته، برای ایجاد نیروی درگ (جهت کاهش سرعت)، جریان القا شده، که به عنوان جریان بار مثبت تعریف شده، باید در جهت ماهواره باشد. تعامل بین جریان القا شده و میدان مغناطیسی زمین نیروی لورنتس⁶ در خلاف جهت بردار سرعت ماهواره را تولید میکند. این نیروی پسا⁷، انرژی مداری ماهواره را کاهش داده و در نتیجه ارتفاع مداری سریعتر کاهش مییابد. در بالا استفاده از تدر الکترودینامیک برای کاهش سرعت ماهواره مقابل بردار سرعت ماهواره میشود. اگر ممکن باشد جریان به خلاف جهت مقابل بردار سرعت ماهواره میشود. اگر ممکن باشد جریان به خلاف جهت بریان مورد نظر تغییر کند، نتیجه میتواند اعمال نیرو در جهت مسیر پرواز

63511

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.6.35.1]

4- Simulated Annealing5- Imperial College London Optimal Control Software6- Lorentz7- Drag Force

1- Low Earth Orbit 2- YES2 3- FOTON-M3

مهندسی مکانیک مدرس، شهریور 1394، دوره 15، شماره 6

310

نیروی وارده باید بر نیروی محرکه¹ و نیروی پسا جریان هوا، به طور مثال N - 0/5-1/1 نیروی پسا که توسط اتمسفر به ایستگاه بین المللی فضایی در مدار کم ارتفاع زمین وارد میشود، غلبه کند. رانش² به طور متوسط از N / 0/ N می تواند توسط تدر بطول 10 کیلومتر و جرم 200 کیلوگرم (بدون عایق) جمع آوری شود. انرژیای که باید جهت مخالفت با جریان طبیعی اعمال شود بین 5 تا 10 کیلو وات است و می تواند از طریق آرایههای خورشیدی تامین شود. آرایههای خورشیدی که لازم است این انرژی مورد نیاز را تامین کنند، مقرون به صرفهتر هستند از پروژههای حال حاضر که هزینهی سوخت زیادی دارند [12].

یکی از مزایای این سامانه نامحدود بودن زمان استفاده از آن است. با توجه به عدم نیاز به سوخت و در دسترس بودن و رایگان بودن میدان مغناطیسی زمین میتوان چندین ماموریت را با استفاده از این سامانه انجام داد. همین قابلیت باعث شده تا ایده جمعآوری زبالههای فضایی با استفاده از تدر در سالهای اخیر گسترش یابد. ماهواره زبالهروب با استفاده از تدر میتواند پس از ملاقات با زباله و گرفتن آن، به ارتفاع پایینتر رفته و آن را رها کند و سپس به سراغ زبالهی دیگر رفته و ماموریت را تکرار کند.

2- مدلسازی سامانه تدر

بردار حالت انتخاب شده جهت بررسی اثر سامانه تدر بر حرکت فضاپیما (موقعیت و سرعت)، شامل شش عنصر مداری کلاسیک است (معادله 1)، که به طور کامل یک مدار منحصر به فرد را توصیف میکنند در جدول شماره 1 متغیرهای حالت سیستم توضیح داده شده است.

$$\boldsymbol{x}^{\mathsf{T}} = [\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{i}, \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}] \tag{1}$$

3 -1-مدل ميدان مغناطيسي زمين

میدان مغناطیسی زمین، زمینه تعامل با تدر ماهواره را فراهم می کند. مدل دو قطبی میدان B بر اساس خطوط شار مغناطیسی، هر چند متغیر است، اما بطور محسوسی با توجه به جهت بردار میدان B تغییر نمی کند.

مهمترین مسئله در مطالعه تدر الکترودینامیک تاثیر میدان مغناطیسی زمین بر روی ماهوارههای دارای تدر است. معادلات شماره (2) توصیف سادهای از میدان مغناطیسی دو قطبی زمین را نشان میدهد [13].

$$B_{i} = -2\frac{\mu_{m}}{R^{3}}\sin(\omega + v)\sin(i)$$

$$B_{j} = \frac{\mu_{m}}{R^{3}}\cos(\omega + v)\sin(i)$$

$$B_{\kappa} = \frac{\mu_{m}}{R^{3}}\sin(i)$$
(2)

نکته اساسی در عملکرد تدر الکترودینامیک، نیروی وارد بر یک ذره باردار در میدان مغناطیسی، به نام لورنتس فیزیکدان هلندی است.

معادله نیروی لورنتس مطابق معادله (3) است، که در آن F نیروی لورنتس، L طول تدر و B میدان مغناطیسی زمین است. I جریان درون تدر

كلاسيك	مدارى	عنصر	شش	سيستم،	حالت	متغيرهاي	جدول 1
--------	-------	------	----	--------	------	----------	--------

نماد	متغير
a	نیم قطر اصلی
е	خروج از مرکزی
i	شیب مداری
arOmega	زاويه بعد
ω	آرگومان حضيض
V	آنومالى حقيقى

 $V_{\rm emf} = \int_0^L (\vec{v}_{\rm orb} \times \vec{B}) d\vec{L}$

فرض بر این است سیستم تدر در مدار زمین است و نسبت به میدان مغناطیسی زمین حرکت میکند. به طور مشابه، اگر جریان در تدر ایجاد شود، مطابق با معادله (5)، نیرو به تدر وارد می شود:

 $\vec{F} = \int_0^L I(L) m d\vec{L} \times \vec{B}$

در حالت کاهش مداری⁵، این نیروی الکتروموتیو حرکتی را میتوان توسط سیستم تدر برای به حرکت درآوردن جریان، ساطع کردن الکترون در انتها و جمع کردن الکترون در جهت مخالف استفاده کرد. در حالت افزایش مداری، منابع توان باید با ایجاد جریان در جهت مخالف، بر این نیرو غلبه کنند، که در نتیجه باعث ایجاد یک نیرو در جهت مخالف و افزایش سرعت میشود.

روابط پارامتری مهمی برای سایر متغیرها در معادلات حالت در این قسمت آمده است، به طور خاص نیمه پارامتر P که مطابق معادله (6) تعریف می شود، اندازه حرکت زاویه ای مداری h (معادله 7) و شعاع مدار r (معادله 8). از این روابط برای تغییر این بردار حالت از عناصر کلاسیک مداری به مجموعه عناصر وابسته به زمان شب و روز، استفاده می شود.

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{1} - \boldsymbol{e}^2) \tag{6}$$

$$h = \sqrt{\mu p} \tag{7}$$

$$r = \frac{p}{(1 + e\cos(v))} \tag{8}$$

متغیر کنترلی همان جریان تدر، *۱*، در واحد آمپر⁶ است و طبق معادله (9) مقدار آن به 2Amp محدود شده است. در قسمت شبیهسازی جریان 1Amp- ثابت در نظر گرفته شده است.

$$\vec{\boldsymbol{u}} = [\boldsymbol{I}] = \{(\boldsymbol{u}) : \boldsymbol{u} \le |\mathbf{2}|\} \tag{9}$$

3-2-معادلات حرکت مداری

(4)

(5)

با استفاده از برهمکنش جریان کنترلی با میدان مغناطیسی زمین، شتاب حاصل از نیروی لورنتس، محرک اصلی برای تغییر دینامیک متغیرهای حالت است. در توصیف میدان مغناطیسی زمین زیرنویسهای *I*، *I* و *K* جهت هر یک از مؤلفههای میدان *B* است. ثابت μ حاصل ضرب گشتاور میدان دو قطبی مغناطیسی زمین⁷ و ثابت نفوذپذیری⁸ و واحد آن Tesla.m³ است. درنتیجه واحد هر جزء میدان *B* برحسب تسلا⁹ است. هنگامی که مولفههای میدان *B* تعیین شد، شتاب اغتشاشی که بر

است و با تغییر جریان تدر و طول آن میتوان سیستم را کنترل کرد. $\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B})$ (3) با حرکت تدر در میدان مغناطیسی نیروی الکتروموتیو حرکتی³ (EMF) در تدر ایجاد میشود. این نیرو توسط قانون القای فارادی⁴ داده شده است:

- 5- Deorbit6- Ampere7- Earth's Dipole Magnetic Field8- Permeability Constant9- Tesla
- 311

- 1- Electromotive Force
- 2- Thrust
- 3- Electromotive Force
- 4-Faraday

حرکت ماهواره تاثیر می گذارد را می توان طبق معادلات شماره 10 محاسبه کرد. ترم اول در سمت راست معادلات *I* جریان تدر است. واحدهای میدان *B* بر حسب تسلا است. تجزیه و تحلیل واحدها نشان می دهد واحد سمت راست معادله m/s^2 همان واحد شتاب است. شتاب *r* و θ ، و *h* همان شتاب در جهتهای شعاعی، مماسی و نرمال مدار است. شتابهای وارد شده به ماهواره توسط تدر الکترودینامیک، به صورت معادلات شماره (10) بدست می آید:

$$f_{r} = \frac{IL(B_{z}\sin(\theta)\cos(\varphi) - B_{y}\sin(\varphi))}{IL(B_{x}\sin(\varphi) - B_{z}\cos(\theta)\cos(\varphi))}$$

$$f_{\theta} = \frac{IL(B_{y}\cos(\theta)\cos(\varphi) - B_{x}\sin(\theta)\cos(\varphi))}{IL(B_{y}\cos(\theta)\cos(\varphi) - B_{x}\sin(\theta)\cos(\varphi))}$$
(10)

 $\varphi \in \Theta$ زوایایی هستند که راستای تدر به ترتیب با بردار موقعیت ماهواره φ و صفحهی مدار ماهواره میسازد. در اینجا فرض بر این است که این زوایا صفر بوده و صفر باقی میماند. در پژوهشهای بعدی میتوان تعمیم دقیقتری از این مسئله را بررسی کرد.

در واقع، برای تدر غیرنوسان کننده مولفههای شتاب اغتشاشی بالا به صورت معادلات شماره (11) کاهش مییابند:

$$f_{r} = 0$$

$$f_{\theta} = -\frac{IL(B_{z})}{Im}$$

$$f_{h} = \frac{IL(B_{y})}{Im}$$
(11)

مولفههای شتاب اغتشاش یافته در فرم گوس معادلات تغییرات یا به عبارتی معادلات حالت در معادلات شماره (12) آمده است:

$$\dot{a} = \left(\frac{2a^{2}}{h}\right) \left[e\sin(v)f_{r} + \left(\frac{p}{r}\right)f_{\theta}\right]$$

$$\dot{e} = \left(\frac{1}{h}\right) \left[p\sin(v)f_{r} + \left[\frac{p}{r}\right]\cos(v) + re\right]f_{\theta}\right]$$

$$\dot{f} = \frac{r\cos(\omega + v)}{h}f_{h}$$

$$\dot{\Omega} = \frac{r\sin(\omega + v)}{h\sin(i)}f_{h}$$

$$\dot{\omega} = \left(\frac{1}{he}\right) \left[-p\cos(v)f_{r} + (p + r)\sin(v)f_{\theta}\right]$$

$$-\frac{r\sin(\omega + v)\cos(i)}{h\sin(i)}f_{h}$$

$$\dot{v} = \frac{h}{r^{2}} + \frac{1}{he} \left[p\cos(v)f_{r} - (p + r)\sin(v)f_{\theta}\right]$$
(12)

4- حركت نسبي و ملاقات در فضا

یک مدل بنیادی جهت مطالعه حرکت نسبی به وسیله معادلات C-W توسط

فضاپیمای هدف، محور x آن در راستای بردار موقعیت مرکز جرم هدف، بردار y در راستای بردار سرعت هدف و محور z کامل کنندهی دستگاه راستگرد می باشد.

براساس معادلات C-W، دینامیک حرکت نسبی تعقیب کننده و هدف به صورت معادله (13) قابل نمایش است:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = a_x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = a_y \\ \ddot{z} + n^2z = a_z \end{cases}$$
(13)

در معادله فوق x، y و z مولفههای بردار موقعیت نسبی، n سرعت زاویهای ثابت هدف در چرخش حول زمین و a_x ، a_y و a_z نیز شتابهای اعمال شده بر فضاپیمای تعقیب کننده میباشند.

براساس معادلات فوق، با در نظر گرفتن هم صفحه بودن مدارهای اولیه تعقیب کننده و هدف ($x \neq 0, y \neq 0, z = 0$)، متغیرهای حالت را می توان به صورت معادله (14) تعریف کرد:

$$x_s(t) = \begin{bmatrix} x & y & \dot{x} & \dot{y} \end{bmatrix}^T \tag{14}$$

در نتیجه کل عملیات ملاقات را میتوان به صورت انتقال بردار حالت از مقدار اولیه غیر صفر $(t)_s x_s(t)$ به حالت نهایی $0 = (x_s(t_m) x_s) x$ توصیف کرد. هرچند که در عمل، قبل از این که متغیرها به صفر برسند سامانه کنترل داکینگ¹ فعال شده که علاوه بر موقعیت و سرعت نسبی، وضعیت نسبی را هم به صفر رسانده و مرحلهی نهایی که متصل شدن به زباله فضایی است را انجام میدهد. همچنین بردار ورودی کنترلی نیز به صورت معادله (15) تعریف میشود که شامل شتابهای وارد بر ماهواره زبالهروب توسط سامانه تدر در دو راستای x و y میباشد.

$$u(t) = \begin{bmatrix} a_x & a_y \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(15)

معادلات حالت سیستم نیز به معادلات (16) تا (18) است:

$$\dot{x}_{s}(t) = Ax_{s}(t) + Bu(t)$$
(16)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^{2} & 0 & 0 & 2n \\ 0 & 0 & -2n & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(17)

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{r_{\text{target}}^{3}}}$$
(18)

که در رابطهی فوق μ پارامتر جاذبه 2 است [16].



[Downloaded from mme.mo

شكل 1 دستگاه مختصات ملاقات [16]

Docking
 Gravitational Parameter

مهندسی مکانیک مدرس، شهریور 1394، دورہ 15، شمارہ 6

کلوهسی و ویلتشایر در سال 1960 ارائه شده است [14]. این مدل تا بحال به طور گسترده در مطالعه حرکت نسبی دو فضاپیمای نزدیک به هم زمانی که مدار فضاپیمای هدف تقریبا دایروی و فاصله بین آنها بسیار کمتر از شعاع مداری است، استفاده شده است[15].

چهارچوب مختصات ملاقات که معادلات C-W نیز در این دستگاه تعریف شدهاند، در شکل (1) مشخص است. در این پژوهش فرض شده دو فضاپیمای تعقیب کننده و هدف فاصلهی زیادی نسبت به شعاع مداری نداشته و دستگاه مختصات مداری یک دستگاه کارتزین راستگرد بوده که مبدا آن منطبق بر

312

مقادیر مختلف جریان، طول کابل و ارتفاع مدار اولیه بررسی کرد.

در جدول شماره 2 مقادیر اولیه متغیرهای حالت آورده شده است. معادلات حالت سیستم، میدان مغناطیسی زمین و شتابهای وارد بر سیستم در نرمافزار سیمولینک متلب مدلسازی شده و در طول 1 ماه تغییرات متغیرهای حالت سیستم بدست آمده است. مدلسازی انجام شده در نرمافزار سیمولینک در شکل 2 آورده شده است.

در ابتدا شبیه سازی رفتار سیستم با طول کابل 1km و جریان 1Amp-در جهت افزایش سرعت و با جرم 1000kg انجام شده است. شکل 3 تغییرات مدار در صفحه مدار را نشان میدهد که مدار اولیه بیضی داخلی و مدار نهایی پس از یک ماه بیضی خارجی است. شکل 4 نیز به صورت 3 بعدی تغییرات مدار را نشان میدهد.

در شکل 5 تاثیر طول کابل بر سرعت افزایش طول نیم قطر اصلی بررسی شده است. مشاهده می شود که با افزایش طول کابل سرعت افزایش شعاع مداری زیاد می شود که با توجه به رابطه ی مستقیم طول کابل با شتابهای وارد بر سیستم در معادلات (10) و (11) این نتیجه انتظار می فت. اما با زیاد شدن شعاع و کاهش مولفه های میدان مغناطیسی زمین، نیروها و همچنین تاثیر افزایش طول کابل نیز کمتر می شود از این و تقعر منحنی ها در شکل 5 رو به پایین است و شیب نمودار با گذشت زمان و افزایش شعاع مدار کاهش می یابد.

با توجه به معادلات شتابهای وارد شده بر سیستم (معادلات 10 و 11) تغییر جریان در تدر نیز تاثیر مشابهی بر رفتار سیستم دارد.

در شکل 6 تاثیر مقدار نیم قطر اصلی مدار در لحظه اول بررسی شده است. با توجه به رابطهی عکس شدت میدان مغناطیسی زمین با فاصله از زمین مشاهده میشود که با بزرگ شدن نیم قطر اصلی سرعت افزایش مدار کم میشود. در واقع هر چقدر شعاع مدار افزایش یابد شیب نمودار کاهش پیدا می کند. می توان گفت با افزایش فاصله از زمین نیروها کوچک تر شده و سامانه به زمان بیشتری برای انجام ماموریت احتیاج دارد.

اشکال 7 تا 11 نیز تغییرات سایر پارامترهای مداری را در طول 1 ماه با طول کابل 1km و جریان 1Amp- نشان میدهند.

نمودارها نشان میدهند در حالتی که جریان تدر در جهت افزایش سرعت است، خروج از مرکزیت مدار افزایش و شیب مداری کاهش مییابد. زوایای بعد و آرگومان حضیض نیز حول مقادیر اولیهی خود نوسانات کوچکی دارند.

6- حل بهينه مسئله

جهت حل مساله بهینه، در ابتدا فرض شده که عناصر مداری کلاسیک در لحظهی ابتدایی متعلق به زباله فضایی مطابق معادله (19) است:

 $Orbit_{debris} = [52000 \ 0.0015 \ 157 \ 51 \ 151 \ 100]$ (19)



شکل 2 مدلسازی تدر الکترودینامیک و محیط در نرمافزار سیمولینک متلب



شکل 3 نمودار تغییرات مدار در صفحه مداری در طول یک ماه



شکل 4 نمودار 3 بعدی تغییرات مدار در طول یک ماه



درایههای ماتریس فوق به ترتیب از چپ به راست نشاندهنده اندازه

جدول 2 مقادیر اولیه متغیرهای حالت در شبیهسازی					
واحد	مقدار اوليه	عنصر مداری			
km	6700	نيم قطر اصلى			
	0/0015	خروج از مرکزی			
Rad	1	شیب مداری			
Rad	0	زاويه بعد			
Rad	1	آرگومان حضيض			
Rad	0	آنومالى حقيقى			

313







314

	x 10 [°]	0 0 1 9 5	r	r	r	r	r	
t(s)		0.0100	0.5	1	1.5	2	2.5	3
کل 10 نمودار تغییرات زاویه آر گومان حضیض در یک ماه	شک				t(s)))	x 10 ⁶
مت که شرایط نهایی مطابق م ع ادله 21 است:	و واضح اس	، ماه	کزی در یک	روج از مر ً	ر تغييرات خ	ل 7 نمودا	شکل	
$x(t_{\rm f}) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$	(21)	رگومان حضيض و	يه ميل، آ	بعد، زاو	کزی، زاویه	،ج از مر	بەاى، خرو	حرکت زاوی
پایین متغیرهای حالت برای جلوگیری از بروز خطا و خارج	حد بالا و	،ها برحسب درجه	شند (زاویه	یی میباد	رت روری ر زباله فضا	ار اوليەي	ىقيقى مدا	آنومالي ح
دهی مجاز معادلات C-W به صورت معادلات (22) تعریف شده	شدن از محدود	، نسبی در دو بعد)	ت و سرعت	موقعيد (موقعيد	۔ رهای حالت	ليه متغي	. شرايط او	مىباشند)
x = (t) - [-100000 - 100000 - 10000 - 1000 - 1000 - 1000 - 1000 - 1000	است. آمم					ىت:	ادله 20 اس	مطابق معا
$x_{\min}(t) = [-1000000 - 1000000 - 10000 - 1000 - 1000 - 1000 - 1000 - 1$	(22)	x(0) = [10100	0 10200	00 65 7	5]			(20)

3

مهندسی مکانیک مدرس، شهریور 1394، دوره 15، شماره 6

0

0.5

1

1.5

2

2.5



همچنین محدوده قابل قبول برای متغیر کنترلی یعنی جریان تدر را مطابق معادله (23) در نظر گرفتهایم:

مشاهده است. هدف پیدا کردن کنترل بهینه مناسب برای رسیدن به مبدا مختصات یعنی فضاپیمای هدف (زباله فضایی) در زمان کمینه است.

$$j = \int_{t_0}^{t_f} dt \tag{24}$$

برای حل این مسئله از روش مستقیم استفاده می کنیم. امروزه روشهای مستقیم بسیاری توسعه یافتهاند. دو مورد از سادهترین و مرسومترین روشهای مستقیم برای حل مسائل کنترل بهینه روش پرتاب مستقیم¹ و روش پرتاب چندگانه² میباشد [18,17]. رویکرد دیگر، بهرهگیری از روشهای مرتبسازی مستقیم³ [20,19] میباشد، که در آن هم متغیر کنترلی و هم متغیر حالت، با استفاده از یک مجموعه قیدهای جبری-دیفرانسیلی در یک سری نقاط هم نشانی شده به صورت عددی به دست میآیند. در روش مرتبسازی مستقیم متغیرهای حالت و کنترل همزمان گسسته سازی شده و مسئله کنترل بهینه پیوسته با زمان، به معادلات جبری گسسته تبدیل میشود. روش مرتبسازی مستقیم در مقایسه با دو روش پرتاب مستقیم و پرتاب چندگانه دارای این برتری بوده که نیاز به دانش قبلی در مورد فعال روش مرتبسازی مستقیم نامساوی در طول مسیر نمیباشد، بنابراین روش مرتبسازی مستقیم نسبت به سایر روشهای ذکر شده، برای حدس

جهت حل مسئله بهینه متغیرهای حالت و کنترل گسستهسازی شده و شرایط مسئله متناسب با حلکننده امپریال کالج لندن کدنویسی شده است.

متغیرهای حالت به صفر رسیده و ماموریت ملاقات انجام شود.

در ابتدا فاصله ماهواره زبالهروب و زباله فضایی حدود 143km است و این فاصله در زمان بهینه به دست آمده که 4645 ثانیه است، به صفر میرسد. تغییرات متغیر کنترلی یعنی جریان درون تدر باید به گونهای باشد که نیروی لورنتس در کمترین زمان، متغیرهای حالت یعنی موقعیت و سرعت نسبی در راستای x و y را به صفر برساند. اشکال 12 و 13 تغییرات موقعیت نسبی ماهواره زبالهروب را در دستگاه مختصات ملاقات (شکل 1) نشان میدهند. اشکال 14 و 15 نیز تاریخچه تغییرات سرعت نسبی در دو راستا را نشان میدهند. همان طور که انتظار میرود زمانی که شیب نمودار موقعیت نسبی مثبت است، مقدار سرعت نسبی نیز مثبت است. همچنین تقعر نمودار نقان میدهند. در واقع مجهول اصلی مسئله است، نشان میدهند. در انتهای ماموریت تلاش کنترلی بیشتری مشاهده میشود که برای ثابت کردن نشان میدهند. تقار کرت نیزی میناه دار است، نشان میدهاد. در موقعیت و شیب نمودار سرعت هماد اصلی مسئله است، نشان میدهند. در نشان ماهوریت تلاش کنترلی بیشتری مشاهده میشود که برای ثابت کردن نشاندهنده تغییرات موقعیت ماهواره زبالهروب و زباله فضایی از ابتدا تا انتهای ماموریت ملاقات در صفحهی مداری (دستگاه یو زباله فضایی از ابتدا تا انتهای

7- اعتبارسنجي نتايج

در این قسمت به اعتبارسنجی نتایج بدست آمده پرداخته و صحت نتایج









4- Perifocal Frame

315

این حل کننده محدودیتهایی نظیر تعداد متغیرهای حالت و تعداد نقاط گسستهسازی، دارد. همچنین با تغییر موقعیت مولفههای میدان مغناطیسی زمین تغییر کرده و باید تغییرات به صورت فعال در حین مسئله اعمال شود. با توسعه این حل کننده و نوشتن برنامه بهینهسازی مناسب با مسئله مورد نظر در نرمافزار متلب، کنترل بهینه یعنی جریان بهینه درون تدر با روش مرتبسازی مستقیم بدست آمده است؛ بطوری که در کمترین زمان ممکن

Direct Shooting Method
 Multiple Shooting Method
 Collocation Method



شکل 17 تغییرات مدار ماهواره زبالهروب و زباله فضایی در صفحه مداری

فضایی می شود یا خیر؟ دوم این که آیا ورودی بدست آمده ورودی بهینه است و این ورودی منجر به پیمودن مسیر بهینه برای رسیدن به هدف در کمترین زمان ممکن می شود یا خیر؟

برای بررسی قسمت اول، معادلات دینامیک نسبی در محیط سیمولینک شبیهسازی شده و با اعمال ورودی کنترلی بدست آمده، تغییرات متغیرهای حالت مشخص می شود. در نتایج برنامه بهینهسازی زمان به هزار بازهی کوچک تقسیم شده و مقادیر همهی متغیرها در هزار و یک نقطه، بدست آمده است. ورودی کنترلی به صورت یک ماتریس با اندازه 2×1001 که شامل زمان و مقدار متناظر ورودی کنترلی در آن زمان است، به برنامه شبیهسازی سیمولینک داده شد و همان نتایج با اختلاف کمتر از 0/01% بدست آمد. این اختلاف کم ناشی از ثابت بودن مقدار کنترل در هر بازه زمانی است، همانطور که در نمودارهای بدست آمده از برنامه بهینهسازی مشخص است، مقادیر متغیرها در نقاط گسستهشده، به صورت پیوسته متصل شدهاند، اما در سیمولینک، این نقاط به عنوان ورودی شبیهسازی به صورت گسسته وارده شدهاند و مقادیر در هر بازهی کوچک ثابت است.

نکتهی مهم دیگر بررسی بهینه بودن جواب بدست آمده است. به طور کلی برای سیستم معادلات حالت (25و26) و تابع هزینه (27)، تابع هزینه افزوده مطابق معادله (28) تعريف مي شود [21]:

$$f(X) = \mathbf{0} \tag{25}$$

$$\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{X}\right) = \left[\boldsymbol{f}_{1}\left(\boldsymbol{X}\right) \dots \boldsymbol{f}_{m}\left(\boldsymbol{X}\right)\right]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{m}$$
(26)

$$J = h(X(\tau_{r}), \tau_{r}) + \int_{\tau}^{\tau_{r}} g(X(\tau), U(\tau), \tau) d\tau$$
(27)

$$\overline{J}(X,\lambda) = J(X) + \lambda^{\mathsf{T}} f(X) \tag{28}$$



شکل 16 نمودار تغییرات متغیر کنترلی (جریان در تدر) بدست آمده را بررسی می کنیم. متاسفانه دادههای واقعی از ماموریت ملاقات و یا مانورهای مداری با استفاده از تدر الکترودینامیک در دسترس نیست. بنابراین مقایسه و اعتبارسنجی به صورت تجربی امکانپذیر نیست. اما همان طور که گفته شد هدف این پژوهش، انجام عملیات ملاقات زمان بهینه است. واضح است که جهت اعتبارسنجی نتایج، باید دو مسئله بررسی شود. اول این که آیا ورودی بدست آمده سیستم را به نقطهی انتهایی مورد نظر، يعنى مبدا مختصات منتقل مىكند يا خير؟ به عبارت ديگر بايد اطمينان حاصل شود که ورودی بدست آمده منجر به ملاقات ماهواره زبالهروب و زباله

 $J(X,\lambda) = J(X) + \lambda' f(X)$ با توجه به این که کنترل بهینه، کنترلی است که منجر به کمینه شدن تابع هزينه مي شود، داريم [21]: $\frac{\partial \overline{J}}{\partial II} = \mathbf{0}$ (29) در شکل (18) نمودار تغییرات معادله (29) بر حسب زمان رسم شده است. همان طور که در شکل (18) مشخص است مقدار $\frac{\partial J}{\partial u}$ همواره کمتر از 0/0004 است، بنابراین با تقریب خوبی می توان گفت که جواب بدست آمده

مهندسی مکانیک مدرس، شهریور 1394، دوره 15، شماره 6

316

حمید گازرپور و محمدعلی امیری آتشگاه

مداری با استفاده از سامانه تدر الکترودینامیک را بدست آورد. همچنین ابزار لازم جهت اعتبارسنجی نتایج فراهم شده است.

9- مراجع

- [1] C. R. Phipps, K. L. Baker, S. B. Libby, D. A. Liedahl, S. S. Olivier, L. D. Pleasance, A. Rubenchik, J. E. Trebes, E. V. George, B. Marcovici, J. P. Reilly, M. T. Valley, Removing orbital debris with lasers, *Advances in Space Research*, Vol. 49, no. 9, pp. 1283-1300, 2012.
- [2] N. N. Smirnov, Yu. A. Demyanov, A. V. Zvyaguin, A. A. Malashin, A. A. Luzhin, Dynamical simulation of tether in orbit deployment, *Journal of Acta Astronautica*, Vol. 67, no. 3, pp. 324-332, 2010.
- [3] K. D. Kumar, B. Tan, Nonlinear optimal control of tethered satellite systems using tether, *Journal of Acta Astronautica*, Vol. 66, no. 9, pp. 1434-1448, 2010.
- [4] M. P. Cartmell, D. J. Mckenzie, A review of space tether research. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 44, n. 1, pp. 1-21, 2008.
- [5] V. Aslanov, V. Yudintsef, Dynamics of large space debris removal using tethered space tug, *Acta Astronautica*, Vol. 91, no. 2, pp. 149-156, 2013.
- [6] A. Miele, M. Weeks, M. Ciarcia, Optimal Trajectories for Spacecraft Rendezvous, *Journal of optimization theory and applications*, Vol. 132, no. 3, pp. 353-376, 2007.
- [7] S. R. Sahoo, R. N. Banavar, Rendezvous in space with minimal sensing and coarse actuation, *Automatica*, Vol. 49, no. 2, pp. 519-525, 2012.
- [8] B. R. Feiring. K. TOMITA, Trajectory optimization for maneuvering, Systems & Control Letters, Vol. 5, no. 4, pp. 223-228, 1985.
- [9] Y. Luo, G. Tang, Spacecraft optimal rendezvous controller design using simulated annealing, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 9, no. 8, pp. 732-737, 2005.
- [10] G. Tang, Y. Luo, H. Li, Optimal robust linearized impulsive rendezvous, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 11, no. 7, pp. 563-569, 2007.
- [11] L. Yazhong, Z. Jin, T. Guojin, Survey of Orbital Dynamics and Control of Space Rendezvous, *Journal of Aeronautics*, Vol. 27, no. 1, pp. 1-11, 2014.
- [12] F. A. Carlson, Optimal Orbit Maneuvers with Electrodynamic tethers, Master Thesis of Naval Postgraduate School, 2006.
- [13] S. G. Tragesser, H. San, Orbital Maneuvering with Electrodynamic Tethers, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 26, n. 5, pp. 805-810, 2003.
- [14] W. H. Clohessy, R. S. Wiltshire, Terminal guidance system for satellite rendezvous, *Journal of Aerospace Science*, Vol. 27, no. 9, pp. 653–658, 1960.
- [15] V. Coverstone-Carrol, Near-optimal low-thrust trajectories via microgenetic algorithms, *Journal of guidance, control, and dynamics*, Vol. 20, no. 1, pp. 196-198, 1997.
- [16] X. Yang, H. Gao, Robust reliable control for autonomous spacecraft rendezvous with limited-thrust, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 24, no. 1, pp. 161-168, 2013.
- [17] W. E. Williamson, Use of Polynomial Approximations to Calculate Suboptimal Controls, *AIAA Journal*, Vol. 9, No. 11, pp. 2271–2273, 1971.
- [18] H. G. Bock, K. J. Plitt, A Multiple Shooting Algorithm for Direct Solution of Optimal Control Problems, *IFAC 9th World Congress*, Budapest, Hungary, 1984.
- [19] A. L. Herman, B. A. Conway, Direct Optimization Using Collocation Based on High-Order Gauss-Lobatto Quadrature Rules, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* Vol. 19, No. 3, pp. 592–599, 1996.
- [20] S. Kameswaran, L. T. Biegler, Convergence Rates for Direct Transcription of Optimal Control Problems Using Collocation at Radau Points, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 41, No. 1, pp. 81–126, 2008.
- [21] A. Tewari, Advanced Control of Aircraft, Spacecraft and Rockets, pp. 34-35, Kanpur, India: Wiley, 2011.



بهينه است.

8- نتيجه گيري

در این پژوهش، ابتدا سامانه تدر الکترودینامیک به عنوان یک سامانه پیشرانش جدید بررسی شد. نتایج شبیهسازیها نشان میدهد با استفاده از تدر می توان نیم قطر اصلی مدار را از 6700km در طول 1 ماه به 8190km افزایش داد. نکتهی دیگر این است که همراه با افزایش شعاع مدار زاویه شیب مداری کاهش می یابد که این در ماموریتهای ماهوارههای زمین آهنگ¹ که نیازمند صفر شدن زاویه شیب مداری هستند، می تواند سودمند باشد. در این ماموریتها پس از تزریق در مدار اولیه، چند مانور مداری جهت صفر شدن شیب مدار انجام شده سپس ماهواره وارد مدار انتقال می شود تا به شعاع مورد نظر برسد. با استفاده از تدر میتوان در بازه زمانی بزرگتر هم شیب مداری را به صفر نزدیک کرد و هم مقدار قابل توجهی از مسیر انتقال را بدون مصرف سوخت پیمود که این به معنی کاهش مصرف سوخت و وزن سیستم است. نتایج فوق نشان میدهد این سامانه برای انجام انواع مانورهای مداری البته در بازه زمانی بزرگتر قابل استفاده و مقرون به صرفه است و با بهینهسازی می توان زمان ماموریت را کاهش داد. همان طور که توضیح داده شد، هدف اصلی این پژوهش بررسی ماموریت ملاقات بهینه با زباله فضایی در دو بعد به وسیله تدر الکترودینامیک است. در این مسئله موقعیت و سرعت در دو بعد متغیرهای حالت و جریان الکتریکی درون تدر متغیر کنترلی بودند. با توسعه یک برنامه حل کننده و رفع محدودیتهای آن، یک برنامه بهینهسازی با استفاده از روش حل مرتبسازی مستقیم نوشته شد. در این برنامه معادلات تدر و میدان مغناطیسی زمین که در هر نقطه از نقاط گسستهسازی متغیر است، کدنویسی شده است. با برنامه حاضر می توان مسیر بهینه انواع مانورهای

317

1- Geostationary Satellite Orbit (GEO)