



# توسعه روش «تبادل انرژی» برای محاسبه دامنه ارتعاش کابل دارای بیش از یک میراگر و تعیین بهترین محل نصب

مرتضی صادقی<sup>1\*</sup>، آریو رضایی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز  
 2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز  
 \* morteza@tabrizu.ac.ir, 5166614766

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 29 فروردین 1394  
 پذیرش: 24 خرداد 1394  
 ارائه در سایت: 31 تیر 1394

کلید واژگان:

ارتعاشات آولین  
 روش تبادل انرژی  
 میراگر استاک بریج  
 محل نصب بهینه  
 میراگر بهینه

## چکیده

ارتعاشات «آولین» کابل‌های خطوط انتقال برق، خسارت زیادی به شبکه‌های انتقال توان الکتریکی وارد می‌کند. رایج‌ترین روش برای کنترل دامنه ارتعاش، استفاده از میراگر «استاک‌بریج» است. به دلیل پیچیدگی اندرکنش باد و کابل، از روش «تبادل انرژی» برای محاسبه دامنه ارتعاش حالت پایا استفاده می‌شود، همچنین برای در نظر گرفتن انتشار موج، پاسخ کابل به صورت برهم‌نهی دو موج رونده فرض می‌شود. در تحقیق حاضر روش تبادل انرژی و موج هم‌ساز رونده برای محاسبه دامنه پایای ارتعاش کابل دارای تعداد دلخواه میراگر توسعه داده می‌شود و با استفاده از آن تأثیر تعداد، محل نصب و امپدانس میراگر در انرژی اتلافی و عملکرد میراگرها بررسی می‌شود. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد نصب میراگر در محل بهینه موثرتر از افزایش تعداد میراگر است و افزایش تعداد میراگر لزوماً افزایش انرژی اتلافی را به دنبال ندارد. در ادامه این تحقیق رابطه بین «نسبت موج ایستاده» و «ضریب جذب» میراگر استخراج و ارائه می‌شود. اهمیت این رابطه از آن جاست که در تست تجربی اندازه‌گیری «نسبت موج ایستاده» میسر است ولی به دلیل عدم امکان سنجش دامنه موج‌های رونده، ضریب جذب (شاخص عملکرد میراگر در اتلاف انرژی) قابل محاسبه نیست. در نهایت بررسی اثر مشخصات دینامیکی میراگر بر ضریب جذب نشان می‌دهد که مقدار حقیقی امپدانس میراگری که بتواند کل انرژی گسیل شده را جذب کند، مستقل از فرکانس ارتعاش است و چنان‌که بزرگی امپدانس، همواره (برای همه مقادیر فرکانسی) کمتر از امپدانس کابل باشد، جذب کامل انرژی هرگز رخ نمی‌دهد.

## Extending "Energy Balance Method" for Calculating Cable Vibration with Arbitrary Number of Dampers and their Optimal Placement

Morteza Sadeghi<sup>1\*</sup>, Ario Rezaei<sup>2</sup>

- Mechanical Engineering Department, University of Tabriz, Tabriz, Iran.  
 \* P.O.B. 5166614766 Tabriz, Iran, morteza@tabrizu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 18 April 2015  
 Accepted 14 June 2015  
 Available Online 22 July 2015

#### Keywords:

Aeolian Vibration  
 Energy Balance Method  
 Stockbridge  
 Optimum damper  
 Optimum Location

### ABSTRACT

Aeolian vibration of conductors could cause extensive damages to the electric power transmission networks. The use of Stock Bridge dampers is a very common method to control the transmission line vibration amplitude. Due to the complexity of the cable-wind interaction, the Energy Balance Method (EBM) is extensively used for calculating the steady state amplitude of the system. In the present study EBM incorporating the traveling wave method are developed for calculating the steady state amplitude of the cable with arbitrary number of dampers. The wave propagation was produced by superposition of two travelling waves. The proposed method is subsequently employed to study the effect of the number, location and impedance of dampers on dissipated energy and damper performance as well. The results show that damper installation at optimum location is more effective than the damper number increase, in which case does not necessarily lead to the dissipated energy increase. Furthermore, in this study a simple equation relating ISWR (Inverse Standing Wave Ratio) to Absorption Coefficient is introduced. The importance of this equation is due to the fact that only ISWR can be readily measured, but not the absorption coefficient itself, which is based upon the measurement of the travelling wave amplitudes. Finally, investigation on damper dynamic characteristics effects on absorption coefficient reveals that the real parts of damper impedance having complete absorption is independent of vibration frequency; and if the magnitude of damper impedance is lower than that of the cable for all the frequency range, complete absorption will never occur.

## 1- مقدمه

ارتعاشات کابل‌های خطوط هوایی انتقال برق در اثر عوامل محیطی، صدمات و

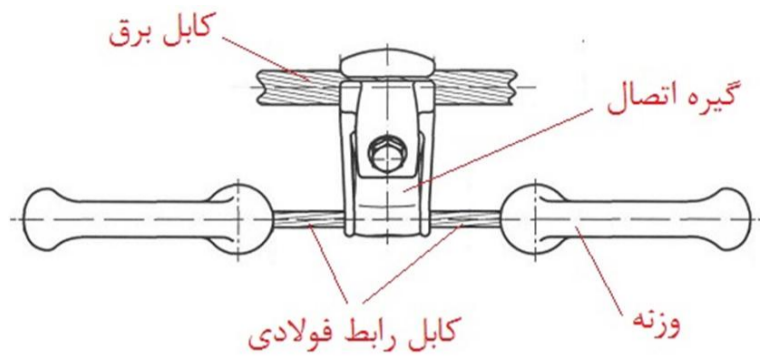
هزینه‌های زیادی بر شبکه‌های انتقال برق وارد می‌کند. ارتعاشات «آولین»<sup>1</sup>

1- Aeolian

Please cite this article using:

M. Sadeghi, A. Rezaei, Extending "Energy Balance Method" for Calculating Cable Vibration with Arbitrary Number of Dampers and their Optimal Placement, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 438-448, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 1 میراگر استاک بریج [3]

در روش تعادل انرژی به جای حل معادله دیفرانسیلی ارتعاش کابل و استخراج پاسخ ارتعاشی برحسب مکان و زمان، دامنه ارتعاش پایای موج ایستاده معادل، از حل معادله جبری برقرارکننده تعادل انرژی‌های ورودی و اتلافی به دست می‌آید.

مقدار به دست آمده برای دامنه ارتعاش پایا از روش تعادل انرژی، به مقدار انرژی اتلافی برآورد شده وابسته است و این انرژی براساس فرض در نظر گرفته شده برای شکل مود ارتعاش تخمین زده می‌شود. حل معادله تعادل انرژی با فرض برقراری موج هم‌ساز<sup>2</sup> ایستاده در کل دهانه، در مقایسه با حل معادله دیفرانسیلی از روش‌های عددی، بسیار ساده‌تر است، ولی اثر سفتی خمشی کابل، جرم میراگر و روندگی موج را در نظر نمی‌گیرد. برای رفع این کاستی‌ها، پاسخ ارتعاش کابل به صورت انتشار دو موج هم‌ساز رونده خلاف جهت هم در نظر گرفته شد. این روش به نتایج قابل قبولی در پیش‌بینی بیشینه دامنه ارتعاش پایای کابل دارای یک میراگر آن‌جامید و به عنوان روش عملی پذیرفته شد [9-12]. با در نظر گرفتن موج رونده و انتقال انرژی روی کابل، کمیت «ضریب جذب»<sup>3</sup> به عنوان شاخص عملکرد میراگر در اتلاف انرژی معرفی شد و انرژی اتلافی میراگر برحسب ضریب جذب فرمولبندی شد. همچنین اثر محل نصب و مشخصات دینامیکی میراگر در اندازه ضریب جذب نشان داده شد [3, 11].

اگرچه در روش بالا اثر امیدانس میراگر در تغییر شکل مود ارتعاشی و اثر روندگی موج لحاظ می‌شود، ولی روابط به دست آمده فقط برای یک میراگر معتبر است. پیش‌بینی دامنه ارتعاشات کابل دارای چندین میراگر با استفاده از روش تعادل انرژی، با فرض اتلاف یکسان برای میراگرها یا فرض موج ایستاده است [13] و تأثیر روندگی موج یا محل نصب میراگر در انرژی اتلافی هر میراگر نادیده گرفته می‌شود. مرور ادبیات تحقیق نشان می‌دهد، روش جامعی که بتواند بدون نیاز به محاسبات پیچیده عددی، دامنه ارتعاشی کابل دارای چندین میراگر را با لحاظ کردن اثر روندگی موج و محل نصب میراگرها محاسبه کند، ارائه نشده است. برای رفع این کمبود، در تحقیق حاضر روش موج هم‌ساز رونده به نحوی توسعه داده می‌شود که بتواند انرژی اتلافی چندین میراگر نصب شده روی یک دهانه را با در نظر گرفتن اثر امیدانس و محل نصب میراگر در تغییر شکل مود ارتعاشی به دست آورد و با محاسبه دقیق‌تر انرژی اتلافی میراگرها، دامنه ارتعاشی کابل را از روش تعادل انرژی محاسبه کند. به کمک این روش ضمن نشان دادن تأثیر محل نصب میراگر بر انرژی اتلافی، محل‌های نصب بهینه محاسبه می‌شود. همچنین از آن‌جا که محاسبه ضریب جذب میراگر براساس دامنه موج‌های رفت و برگشت است، ولی در آزمایش عملی به دلیل عدم امکان تجزیه موج روی کابل، اندازه‌گیری دامنه موج‌های رونده ممکن نیست و فقط دامنه‌های شکم و گره اندازه‌گیری می‌شود، در ادامه این پژوهش با استخراج رابطه بین نسبت موج ایستاده<sup>4</sup>

شایع‌ترین نوع ارتعاش کابل است که در فرکانس بالا با دامنه کوچک رخ می‌دهد و به شکست ناشی از خستگی رشته‌های کابل می‌انجامد. این ارتعاش معمولاً در باد با جریان لایه‌ای (یا با اغتشاش کم) با سرعت 0/5 تا 10 متر بر ثانیه روی می‌دهد و دامنه قله تا قله‌اش به قطر کابل می‌رسد. بعضی منابع وقوع اولین تا دو برابر قطر کابل را هم ذکر کرده‌اند [1, 2]. وزش باد به صورت عمود بر کابل سبب ایجاد گرداب «ون کارمن»<sup>1</sup> در پشت کابل و اعمال نیروی عمودی متناوب و تحریک کابل در صفحه قائم می‌شود. به دلیل مقادیر کوچک اتلاف داخلی کابل، بویژه در فرکانس‌های پایین، استفاده از میراگرها و جاذب‌های دینامیکی مناسب برای کنترل دامنه ارتعاش کابل و افزایش طول عمر خطوط، ضرورت دارد. استفاده از میراگر استاک بریج، متداول‌ترین راه برای نیل به این مقصود است (شکل 1). این نوع میراگر علاوه بر این‌که به دلیل لغزش رشته‌های کابل رابط، سبب اتلاف انرژی می‌شود، به عنوان جاذب دینامیکی نیز عمل می‌کند.

پیش‌بینی دامنه ارتعاشات کابل دارای میراگر، برای هر حالت خاصی از شرایط هندسی و فیزیکی، در طراحی خطوط کابل‌های هوایی، محاسبه طول عمر خطوط و بررسی عملکرد میراگرها لازم است. به همین دلیل تحلیل ارتعاشات کابل و مطالعه عوامل و آثار آن، هم‌زمان با توسعه شبکه‌های انتقال توان الکتریکی شروع شده است. نوشتن «تعداد نیرو» برای المان کابل مرتعش، به یک معادله دیفرانسیلی تابع زمان و مکان منجر می‌شود که شامل نیروی وارده از باد، نیروی میرایی کابل و عکس‌العمل میراگر است. لازم است این نیروها پس از اندازه‌گیری تجربی، به صورت ریاضی مدل شوند.

به دلیل تغییرات زمانی و مکانی سرعت و جهت جریان باد، نیروی وارده از باد به کابل انعطاف‌پذیر، ماهیت پیچیده‌ای دارد و تابع عوامل مختلفی است. این نیرو از طریق آزمایش تونل باد، اندازه‌گیری و مدل‌سازی شده است [4]. بیان رابطه تحلیلی میرایی داخلی کابل نیز به دلیل وابستگی آن به اصطکاک خشک بین رشته‌ای و میرایی ساختاری داخل رشته‌ها، دشوار است. روش‌های استاندارد اندازه‌گیری تجربی میرایی داخلی کابل و روابط ریاضی آن در منابع مختلف ذکر شده است [5, 6, 13]. همچنین در استخراج تابع ریاضی نیروی وارده از میراگر به کابل، با در نظر گرفتن وابستگی نیرو به دامنه و فرکانس جابه‌جایی، از نتایج اندازه‌گیری تجربی امیدانس میراگر در آزمایشگاه استفاده می‌شود.

بدین ترتیب با استخراج روابط ریاضی نیروهای وارده و در نظر گرفتن شرایط مرزی جابه‌جایی صفر در دو انتها، معادله ارتعاشات واداشته کابل به یک مساله مقدار مرزی می‌انجامد. محققین برای حل این معادله و به دست آوردن پاسخ ارتعاشی به صورت تابعی از زمان و مکان، تا مدت‌ها براساس روش «مس» از روش‌های عددی نظیر ریتز- گالرکین و تفاضل محدود استفاده می‌کردند [7, 8]. به دلیل کوچک بودن فواصل فرکانس‌های طبیعی (حدود 0/1 هرتز)، در ارتعاشات اولین خطوط انتقال برق مودهای بسیار زیادی حضور دارند. برای این‌که نتایج روش‌های عددی دقت قابل قبولی داشته باشد، باید مودها تا مرتبه بالا حفظ شوند. این کار سبب افزایش حجم محاسباتی این روش‌ها می‌شود. از سوی دیگر بیان نیروهای پیچیده اعمالی به صورت توابع ریاضی، با ساده‌سازی‌های متعددی همراه خواهد بود که نتایج به دست آمده را تحت تأثیر قرار می‌دهد، همچنین از دیدگاه عملی، به جای پاسخ ارتعاشی واقعی کابل برحسب زمان، بیشینه دامنه ممکن اهمیت دارد [9, 10]. به همین دلیل در کاربردهای عملی روش «تعداد انرژی» به جای «تعداد نیرو»، به کار می‌رود [8].

2- Harmonic  
3- Absorption Coefficient  
4- ISWR

1- Von Karman Vortex

فرکانس حل و بیشینه دامنه موج ایستاده به دست آورده شود [9-12].

$$P_w(A, f) = P_d(A, f) + P_c(A, f) \quad (3)$$

در رابطه بالا  $A$  دامنه ارتعاش پایای موج ایستاده معادل،  $f$  فرکانس طبیعی کابل،  $P_w$  توان نیروهای آئرو دینامیکی ورودی به سیستم (در یک سرعت مشخص باد)،  $P_d$  توان اتلافی میراگر و  $P_c$  توان اتلافی داخلی کابل است. البته در کابل دارای میراگر، توان اتلافی کابل در مقایسه با توان اتلافی میراگر بسیار ناچیز است [10, 12]. نحوه محاسبه این جملات در ادامه بیان شده است.

مطالعه ارتعاشات اولین خطوط انتقال برق در فرکانس‌های بالاتر از 10 هرتز صورت می‌گیرد، زیرا براساس نتایج تجربی، در فرکانس‌های کمتر از آن، ارتعاشات بی‌اهمیت و نتایج تئوری به دست آمده از نظر فیزیکی بی‌معنی است [9, 10]. همچنین در ارتعاشات واداشته سیستم پیوسته، در حالت کلی همه مودهای طبیعی سیستم تحریک می‌شوند و براساس مشاهدات تجربی، ارتعاشات اولین کابل‌ها معمولاً به صورت «ضربان»<sup>5</sup> هستند [13]. با این وجود، به لحاظ اهمیت عملی زیاد، ارتعاش کابل را در حالت ایده‌آلی که به صورت تک فرکانس در حالت رزونانس است، در نظر می‌گیرند.

## 2-2- توان ورودی باد

آزمایشات تجربی تونل باد تأیید کرده است، فرکانس نیروی دینامیکی اعمالی باد با جریان یکنواخت به استوانه ساکن، برابر فرکانس ریزش گرداب ون کارمن ( $f_s$ ) است که از رابطه (4) به دست می‌آید [4].

$$f_s = C_{sh} \frac{V_w}{D} \quad (4)$$

در این رابطه  $C_{sh}$  عدد اشتروهال،  $V_w$  سرعت جریان باد (عمود بر کابل) و  $D$  قطر استوانه است. عدد اشتروهال بین 0/18 تا 0/22 قرار دارد و وابسته به عدد رینولدز است [2, 11]. البته مکانیزم تحریک باد و نیروی اعمالی برای کابل انعطاف‌پذیر بسیار پیچیده‌تر از ریزش گرداب کارمن در اطراف استوانه ساکن است. جابه‌جایی کابل سبب تغییرات اساسی در فرآیند ریزش گرداب شده و در نهایت وقوع پدیده قفل‌شدگی را سبب می‌شود [10, 13].

بیشینه توان ورودی از باد با جریان لایه‌ای عمود بر کابل، از رابطه (5) به دست می‌آید که  $P(A/D)$  تابع توان کاهش یافته<sup>6</sup> است [9-12].

$$P_w = L f^3 D^4 P(A/D) \quad (5)$$

توان کاهش یافته به صورت تجربی توسط محققین متعددی اندازه‌گیری و ارائه شده است [4, 8, 12]. شکل 2 تغییرات این تابع را در مقیاس لگاریتمی نشان می‌دهد و شامل نتایج به دست آمده توسط اغلب محققین برجسته این زمینه است. چنانچه مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده تفاوت قابل ملاحظه‌ای باهم دارند. در این تحقیق از منحنی میانگین استفاده شده است.

## 2-3- توان اتلافی کابل

اتلاف انرژی در کابل چندین منشاء مختلف دارد. میرایی خشک حاصل از لغزش رشته‌ها روی یکدیگر در کابل تحت خمش و میرایی متالوژیکی که در سطح میکروسکوپی در داخل رشته‌ها رخ می‌دهد، دو نوع اصلی آن هستند. ترکیب همه انواع میرایی‌های کابل به عنوان خودمیرایی کابل<sup>7</sup> نامیده می‌شود [13]. با افزایش نیروی کشش کابل، لغزش بین رشته‌ها و اتلاف داخلی کاهش می‌یابد. به همین دلیل در کابل‌های فاقد میراگر کشش در محدوده پایین‌تر نگهداشته می‌شود.

(نسبت دامنه گره به شکم) و ضریب جذب، درصد اتلاف انرژی میراگر از روی بیشینه و کمینه دامنه‌های مشاهده شده در آزمون تجربی به دست آورده می‌شود. در بخش آخر تحقیق حاضر، مشخصات دینامیکی میراگر دارای جذب کامل انرژی (میراگر ایده‌آل) بررسی می‌شود و با استخراج و ساده‌سازی رابطه ضریب جذب با امپدانس و محل نصب میراگر، مقادیر بهینه پارامترهای بالا به دست آورده می‌شود. نتایج کمی و کیفی به دست آمده، می‌تواند راهنمای مفیدی در طراحی میراگر بهینه باشد.

## 2- روش تعادل انرژی

### 2-1- معادله ارتعاش کابل و تعادل انرژی

در ارتعاشات اولین خطوط انتقال برق، نسبت شکم به دهانه بسیار کوچک و اثر آن بر ارتعاشات فرکانس بالای اولین ناچیز است؛ بنابراین معادله ارتعاش صفحه‌ای کابل به صورت رابطه (1) در نظر گرفته می‌شود [9-12].

$$EI u^{IV} - Tu'' + \rho \ddot{u} = F_w(x, t) + F_c(u, \dot{u}, t) \quad (1)$$

$$0 \leq x \leq L$$

که  $EI$  سفتی خمشی کابل رشته‌ای،  $T$  نیروی کششی کابل،  $\rho$  جرم واحد طول کابل،  $u(x, t)$  جابه‌جایی قائم کابل،  $F_w$  نیروی باد (حاصل از گرداب کارمن)،  $F_c$  نیروی میرایی داخلی کابل و  $L$  طول دهانه است. علامت دات نشانگر مشتق نسبت به زمان ( $t$ ) و علامت پریم نشانگر مشتق نسبت به مختصه مکان ( $x$ ) است. نیروی میرایی کابل ( $F_c$ ) ماهیت بسیار پیچیده‌ای دارد. اندازه این نیرو علاوه بر مشخصات هندسی و فیزیکی کابل (مانند جنس، تعداد و نحوه تنیدگی رشته‌ها) به عوامل دیگری مانند نیروی کشش، انحنای کابل، عمر کابل<sup>1</sup>، دامنه و فرکانس ارتعاش وابسته است. اثر میرایی هوا نیز بر نتایج تجربی به دست آمده تأثیر دارد [6, 13].

مقدار سفتی خمشی واقعی کابل رشته‌ای، بین دو حد کمینه (با فرض اصطکاک صفر در لغزش بین رشته‌ها) و بیشینه (با فرض اتصال صلب بین رشته‌ها و عدم لغزش) قرار دارد و مقدار واقعی آن که به طور تجربی به دست می‌آید، در مقایسه با استوانه فولادی هم‌قطرش بسیار کوچک است. مقدار سفتی خمشی کابل در حد مقدار کمینه آن در نظر گرفته می‌شود [2, 13].

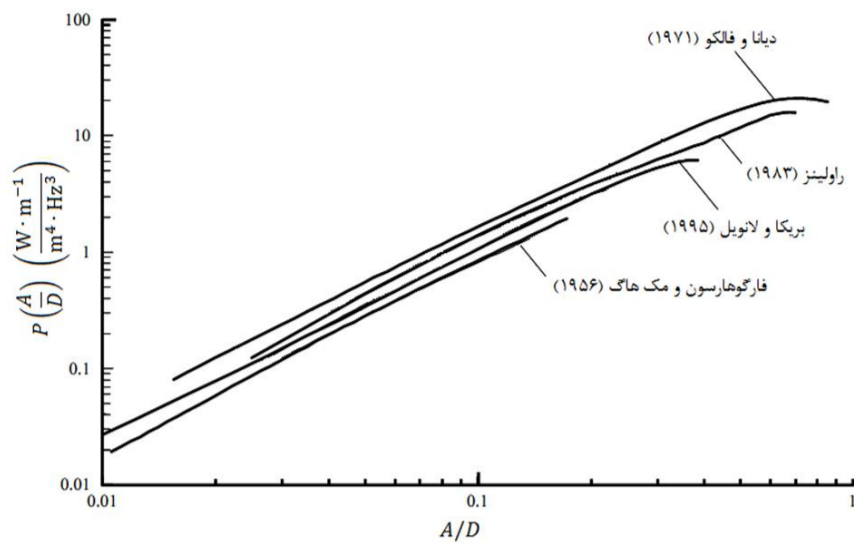
در خطوط انتقال توان الکتریکی، از یک طرف نسبت طول به قطر و کشش به سفتی خمشی خیلی بزرگ است، از سوی دیگر سفتی خمشی و میرایی داخلی کابل در تعیین فرکانس و شکل مود اثر ناچیزی دارند [9, 10] و اثر سفتی خمشی در شکل ارتعاش، به افزایش طول قوس<sup>2</sup> های نزدیک گیره<sup>3</sup> ها محدود می‌شود [13]. علاوه بر آن، به دلیل تراکم بالای فرکانسی و وقوع پدیده قفل‌شدگی<sup>4</sup>، وزش باد پایا با هر سرعتی، سبب ارتعاش پایای کابل در حالت رزونانس می‌شود. یعنی فرکانس و شکل مود ارتعاش واداشته پایای کابل همواره منطبق بر یکی از فرکانس‌های طبیعی و شکل مود مربوطه (در ارتعاش آزاد) خواهد بود [9, 10]؛ بنابراین برای به دست آوردن شکل مود ارتعاش پایای کابل، معادله بالا به معادله (2) که همان معادله انتشار موج است، کاهش داده می‌شود که  $V_c$  سرعت انتشار موج است.

$$\ddot{u} = V_c^2 u'', \quad V_c^2 = \frac{T}{\rho} \quad (2)$$

در ارتعاش پایا، دامنه ارتعاش در هر فرکانس (یا هر سرعت وزش باد)، به اندازه‌ای است که توان ورودی نیروهای آئرو دینامیکی (برای یک سرعت معین باد)، با مجموع توان‌های اتلافی میراگر و کابل برابر است، رابطه (3). به این ترتیب در روش تعادل انرژی باید معادله جبری غیرخطی رابطه (3) برای هر

5- Beating  
6- Reduced Power  
7- Conductor self-damping

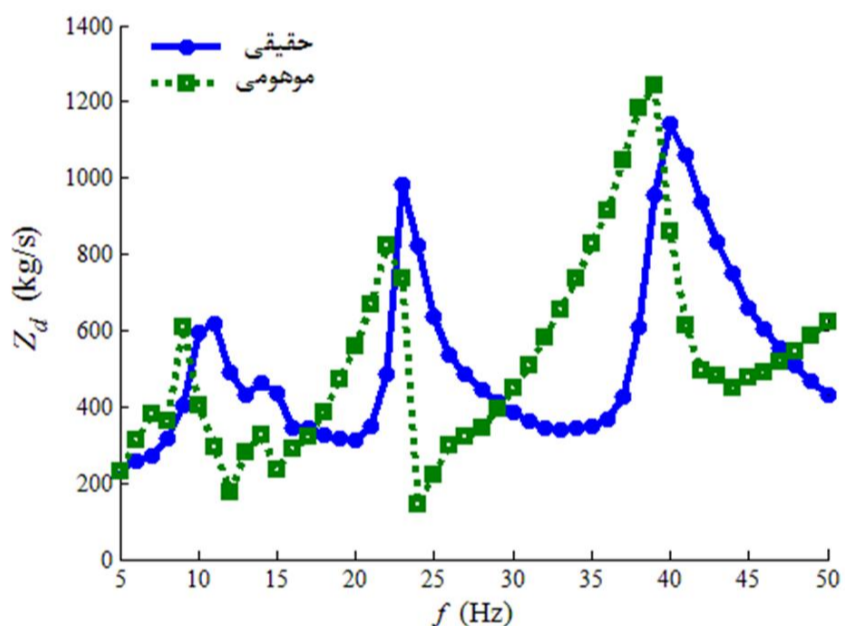
1- Ageing  
2- Loop  
3- Clamp  
4- Lock in



شکل 2 نمودار تغییرات توان کاهش یافته بر حسب نسبت دامنه به قطر کابل [12]



شکل 3 نمایش اتصال میراگر استاک بریج به لرزاننده به همراه حسگرهای نیرو



شکل 4 نمودار قسمت حقیقی و موهومی امپدانس میراگر استاک بریج (تست تجربی)

دقت نتیجه به دست آمده برای دامنه ارتعاش پایا از روش تعادل انرژی رابطه (3)، به مقدار به دست آمده برای توان اتلافی میراگر از رابطه (10) بستگی دارد. از آنجا که دامنه ارتعاش میراگر ( $A_d$ ) از روی شکل مود فرض شده برای ارتعاش کابل، محاسبه و در رابطه بالا جاگذاری می شود، شکل مود فرض شده برای ارتعاش کابل تأثیر اساسی در دقت نتایج نهایی دارد و فرضیات مختلف برای شکل ارتعاش کابل، به نتایج متفاوت در برآورد توان اتلافی میراگر و دامنه ارتعاش می انجامد.

### 3- شکل ارتعاش کابل دارای یک میراگر

شکل مود ارتعاش کابل دارای میراگر به حالت های مختلفی در نظر گرفته می شود و محاسبه توان اتلافی میراگرها براساس این شکل مودها صورت می گیرد.

توان اتلافی ناشی از میرایی داخلی کابل از طریق روش های «توان<sup>1</sup>»، «موج ایستاده» و «کاهش<sup>2</sup>» طبق استاندارد [14] محاسبه و اغلب از طریق یکی از روابط (6،7) تعیین می شود [5،9-13].

$$P_c = K L \frac{\left(\frac{A}{D}\right)^{m1} f^{m2}}{T^{m3}} \quad (6)$$

$$P_c = K L \beta^{m4} f^{m5} \left(\frac{T_u}{T}\right), \beta = \frac{2\pi}{\lambda} A \quad (7)$$

که  $T_u$  کشش نهایی کابل<sup>3</sup> و  $\beta$  زاویه خمشی<sup>4</sup> و  $\lambda$  طول موج است.  $K$  ضریب تناسب مشخصه هر کابل است و همراه با نماهای  $m1$  تا  $m5$  به روش تجربی به دست می آید. ضریب تناسب و نماهای بالا توسط برخی محققین به صورت تجربی استخراج و ارائه شده است. به دلیل وجود منابع اتلاف دیگری نظیر مقاومت هوا، اثر تکیه گاه نتایج ارائه شده باهم تفاوت دارند [6،12،13].

### 2-4- توان اتلافی میراگر

متوسط توان اتلافی میراگر استاک بریج " $P_d$ " پس از اندازه گیری تجربی امپدانس میراگر از طریق رابطه 8 محاسبه می شود که  $\tau$  دوره تناوب ارتعاش است.

$$P_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \text{Real}(\bar{F}_d \cdot \bar{V}_d) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \text{Real}(\bar{Z}_d \cdot (\bar{V}_d)^2) dt \quad (8)$$

(زیر نویس  $d$  برای کمیت های مربوط به میراگر استفاده شده است).

با توجه به این که در نظر گرفتن مختصه دورانی و جابه جایی قائم برای کابل و استفاده از امپدانس کامل میراگر استاک بریج (با چهار مؤلفه مختلط)، تأثیر محسوسی بر انرژی تلف شده و بنابراین دامنه ارتعاشی کابل ندارد [10]، به همین دلیل فقط امپدانس میراگر در جابه جایی قائم اندازه گیری می شود. امپدانس مکانیکی میراگر براساس روش استاندارد [15] به صورت تجربی در آزمایشگاه تعیین می شود. مطابق این روش، پس از اتصال گیره میراگر به لرزاننده، ارتعاش هم ساز با دامنه سرعت ثابت (0/1 متر بر ثانیه)، به گیره میراگر اعمال و نیروی وارده به گیره با نیروسنج اندازه گیری می شود، سپس امپدانس مکانیکی مختلط طبق رابطه (9) محاسبه می شود.

$$\bar{F}_d = F_d e^{i(\omega t + \theta_F)}, \bar{V}_d = V_d e^{i(\omega t + \theta_V)}, V_d = \omega A_d$$

$$\bar{Z}_d = \frac{\bar{F}_d}{\bar{V}_d} = Z_d e^{i\theta_z}, \omega = 2\pi f \quad (9)$$

شکل 3 نمایش اتصال میراگر استاک بریج به لرزاننده و حسگرهای نیروی به کار رفته در آزمایش تعیین تجربی امپدانس میراگر در آزمایشگاه تحقیقاتی ارتعاشات دانشگاه تبریز است و شکل 4 نتایج به دست آمده از این آزمایش را نشان می دهد.

نتایج به دست آمده نشان می دهند تابع امپدانس میراگر، علاوه بر فرکانس تحریک، به دامنه جابه جایی (یا سرعت) نیز وابسته است. یعنی رفتار غیرخطی دارد، ولی از آنجا که جمله مربوطه به تغییر امپدانس در اثر تغییر دامنه جابه جایی و تغییر امپدانس از نمونه ای به نمونه دیگر در یک نوع میراگر (به دلیل خطای تولید) در معادلات دینامیکی حاکم، هم مرتبه هستند، با صرف نظر از تأثیر دامنه جابه جایی، برای هر نوع میراگر از امپدانس میانگین به دست آمده از تست های تجربی استفاده می شود [10].

پس از استخراج امپدانس از رابطه (9) و جاگذاری آن در رابطه (8) توان اتلافی میراگر با در دست داشتن دامنه جابه جایی آن از طریق رابطه (10) محاسبه می شود.

$$P_d = \frac{1}{2} Z_d (\omega A_d)^2 \cos(\theta_z) \quad (10)$$

- 1- Power method
- 2- Decay method
- 3- Limit Load
- 4- Bending Angle

## 3-1- فرض موج ایستاده با دامنه ثابت

در ساده‌ترین حالت، شکل ارتعاش کابل دارای میراگر در کل دهانه به صورت موج هم‌ساز ایستاده فرض می‌شود. در این حالت با فرض این که میراگر در محل شکم نصب شده است، دامنه جابه‌جایی میراگر برابر دامنه موج ایستاده در نظر گرفته می‌شود، ولی از آن جا که محل میراگر نمی‌تواند در همه مقادیر فرکانسی منطبق بر شکم کابل باشد، در روش تغییر یافته، دامنه جابه‌جایی میراگر از رابطه (11) محاسبه می‌شود که  $x_d$  فاصله محل نصب میراگر از تکیه‌گاه است [16.2].

$$A_d = A \sin(kx_d), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (11)$$

در این روش اثر روندگی موج، تأثیر جرم و امپدانس میراگر در تغییر شکل موج نادیده گرفته شده است. تغییر سریع شیب کابل در محل نصب میراگر عامل مهمی در تعیین طول عمر کابل است که با روش بالا قابل محاسبه نیست.

## 3-2- فرض موج رونده با دامنه ثابت

برای رفع کاستی‌های روش موج ایستاده، پاسخ ارتعاش پایای کابل دارای یک میراگر استاک‌بریج در یک انتها (شکل 5)، براساس رابطه (12) به صورت برهم‌نهی دو موج رونده هم‌فرکانس که خلاف جهت هم، روی کابل منتشر می‌شوند، در نظر گرفته می‌شود [9]. موج گسیل‌شده از وسط دهانه به سمت میراگر و موج برگشتی، در حالت کلی دارای دامنه‌های متفاوت  $A_f$  و  $A_b$  هستند. با اعمال شرایط مرزی و نیرویی، دامنه موج‌های رفت و برگشتی استخراج و دامنه جابه‌جایی میراگر و توان اتلافی آن به دست می‌آید.

$$u(x, t) = G_1 \sin(k(x + V_c t)) + G_2 \cos(k(x + V_c t)) + H_1 \sin(k(x - V_c t)) + H_2 \cos(k(x - V_c t)) \quad (12)$$

$$\begin{cases} A_f = \sqrt{G_1^2 + G_2^2} \\ A_b = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} \end{cases} \quad (13)$$

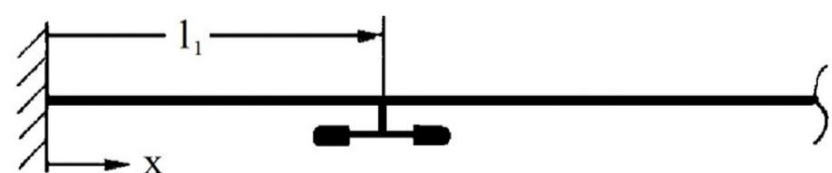
در روش بالا، از آن جا که طول دهانه‌های خطوط انتقال برق در حد چند صد متر است، و انرژی باد از وسط دهانه به دو طرف منتقل می‌شود، کابل محدود، به صورت دو کابل نیمه‌بینهایت در نظر گرفته می‌شود [9].

## 3-3- ضریب جذب و نسبت موج ایستاده

برای بررسی عملکرد میراگر در اتلاف انرژی، کمیت‌های «ضریب جذب» و «نسبت موج ایستاده» به کار گرفته می‌شوند. ضریب جذب به صورت نسبت انرژی جذب‌شده توسط میراگر به انرژی گسیل‌شده تعریف می‌شود و انرژی جذب‌شده، از تفاضل انرژی موج گسیل‌شده از وسط دهانه و موج برگشت خورده از میراگر به دست می‌آید. از آن جا که میانگین توان مکانیکی کابل دارای موج رونده با دامنه  $U$  برابر مقدار به دست آمده از رابطه (14) است، ضریب جذب به صورت رابطه (15) نوشته می‌شود [8,9].

$$P = \frac{1}{2} TV_c k^2 U^2 \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{\Delta P}{P_{in}} = \frac{(A_f)^2 - (A_b)^2}{(A_f)^2} = 1 - \left(\frac{A_b}{A_f}\right)^2 \quad (15)$$



شکل 5 کابل با یک میراگر استاک‌بریج در یک انتها

برای کابلی با یک میراگر نصب‌شده در فاصله  $l_1$  دامنه موج‌های رفت و برگشت از رابطه (16) و ضریب جذب از رابطه (17) به دست می‌آید.

$$\begin{cases} h = -\frac{\Gamma \sin^2(k l_1) [\Gamma \sin(2k l_1) - 2 \sin(\theta_z)]}{\Gamma^2 \sin^2(k l_1) + 2\Gamma \sin(k l_1) \sin(k l_1 - \theta_z) + 1} \\ g = \frac{\Gamma^2 \sin^2(k l_1) \cos(2k l_1) - \Gamma \sin(2k l_1) \sin(\theta_z) + 1}{\Gamma^2 \sin^2(k l_1) + 2\Gamma \sin(k l_1) \sin(k l_1 - \theta_z) + 1} \\ \Gamma = \frac{Z_d V_c}{T} = \frac{Z_d}{\sqrt{T\rho}} \end{cases} \quad (16)$$

$$\alpha = 1 - (h^2 + g^2) \quad (17)$$

به این ترتیب رابطه دیگری برای توان اتلافی میراگر برحسب ضریب جذب و دامنه موج ایستاده معادل (A) حاصل می‌شود [9-12].

$$P_d = \frac{1}{4} \frac{T}{V_c} \omega^2 A^2 \left(\frac{\alpha}{2 - \alpha}\right) \quad (18)$$

ضریب جذب همواره در بازه  $0 < \alpha < 1$  قرار دارد. مقادیر حدی یک و صفر به ترتیب بیانگر جذب کامل انرژی و جذب صفر هستند. با توجه به وابستگی ضریب جذب به محل نصب و مشخصات دینامیکی میراگر و همچنین اهمیت مقدار ضریب جذب در عملکرد میراگر و کاهش دامنه ارتعاش، در تحقیق حاضر افزایش ضریب جذب مبنای بهینه‌سازی محل نصب و طراحی میراگر قرار گرفته است.

نسبت موج ایستاده به صورت نسبت توان اتلافی به بیشینه توان تعریف می‌شود که برابر نسبت دامنه گره  $(A_f - A_b)$  به دامنه شکم  $(A_f + A_b)$  است [16].

$$S = \frac{\Delta P}{P_{max}} = \frac{A_f^2 - A_b^2}{(A_f + A_b)^2} = \frac{A_f - A_b}{A_f + A_b} \quad (19)$$

محدوده این نسبت نیز بازه صفر تا یک است. در موج کاملاً ایستاده که گره ساکن است، نسبت موج ایستاده برابر صفر و برای تک موج رونده که همه نقاط دامنه یکسان دارند، این نسبت برابر یک است. در سایر حالات که موج روی کابل ترکیبی از موج ایستاده و رونده است، نسبت موج ایستاده مقداری بین این صفر و یک دارد.

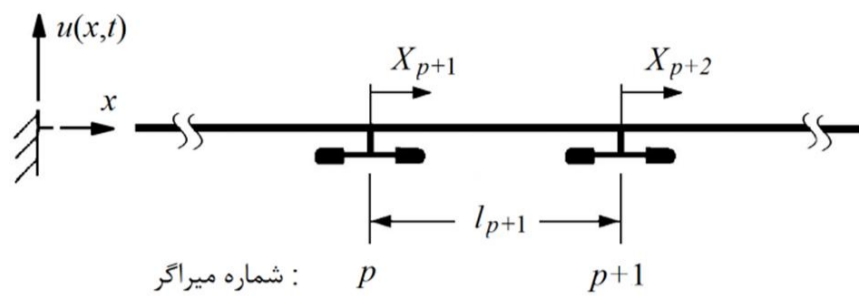
نسبت موج ایستاده از طریق تحریک تجربی کابل دارای میراگر در آزمایشگاه و اندازه‌گیری دامنه شکم و گره ارتعاش پایای آن محاسبه می‌شود، ولی با توجه به این که در تست تجربی نمی‌توان ارتعاش کابل را به موج‌های رونده تجزیه کرد و دامنه موج‌های رفت و برگشت را اندازه‌گیری کرد، نمی‌توان ضریب جذب را از طریق آزمایش تجربی به دست آورد. در ادبیات تحقیق نیز روشی برای محاسبه ضریب جذب از داده‌های تست تجربی ارائه نشده است. در پژوهش حاضر با دقت در مبانی و تعاریف این دو کمیت و بسط روابط مربوطه، معادله (21) برای ارتباط ضریب جذب و نسب دامنه به دست آورده شد.

$$\begin{cases} S = \frac{A_f - A_b}{A_f + A_b} = \frac{1 - \frac{A_b}{A_f}}{1 + \frac{A_b}{A_f}} \Rightarrow \frac{A_b}{A_f} = \frac{1 - S}{1 + S} \\ \alpha = \frac{(A_f)^2 - (A_b)^2}{(A_f)^2} = 1 - \left(\frac{A_b}{A_f}\right)^2 \end{cases} \quad (20)$$

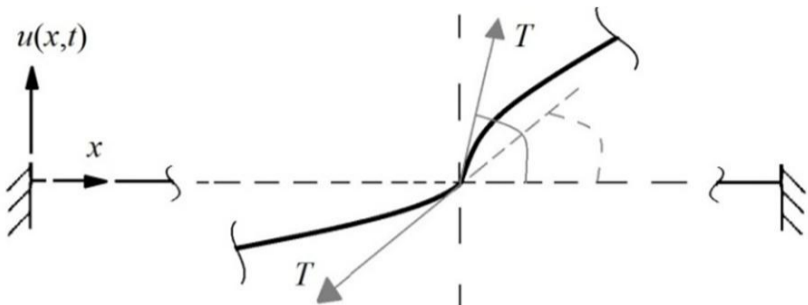
$$\alpha = 1 - \left(\frac{1 - S}{1 + S}\right)^2 = \frac{4S}{(1 + S)^2} \quad (21)$$

محاسبه ضریب جذب از دو روش مستقیم روابط (16,17) و از روی نسبت موج ایستاده، روش غیرمستقیم، روابط (20,19) نشان می‌دهد، نتایج به دست آمده از دو طریق کاملاً برهم منطبق هستند (شکل 6).

اهمیت رابطه (21) در آن است که امکان محاسبه ضریب جذب را در تست‌های تجربی از طریق اندازه‌گیری دامنه گره و شکم فراهم می‌کند.



شماره میراگر :  $p$   
شماره زیردهنه :  $p+1$   
شکل 7 کابل دارای بیش از یک میراگر



شکل 8 تغییر شیب کابل در محل میراگر

$$T \sin(\theta_u) \cong T \tan(\theta_u) = T du/dx \quad (23)$$

بنابراین شرایط مرزی هندسی و نیرویی در محل هر میراگر و شرط جابه‌جایی صفر در انتها به صورت روابط (25,24) می‌شود.

$$\begin{cases} \bar{u}(x_p = l_p, t) = \bar{u}(x_{p+1} = 0, t) \\ T \left( \left( \frac{d\bar{u}}{dx} \right)_{x_{p+1}=0} - \left( \frac{d\bar{u}}{dx} \right)_{x_p=l_p} \right) = \bar{Z}_d \frac{d\bar{u}}{dt} \\ p = 1, 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (24)$$

$$\bar{u}(x_1 = 0, t) = 0 \quad (25)$$

با در نظر گرفتن این که هر معادله مختلط شامل دو معادله اسکالر است، تعداد معادلات برابر  $2(2n_d + 1)$  خواهد بود. حال اگر موج گسیل شده (موج رونده دهانه آخر) به عنوان موج پایه انتخاب شود، به صورت رابطه (26) فازش صفر است.

$$(\theta_f)_{m+1} = 0 \quad (26)$$

برای دامنه بیشینه زیردهانه اصلی نیز رابطه (27) برقرار است.

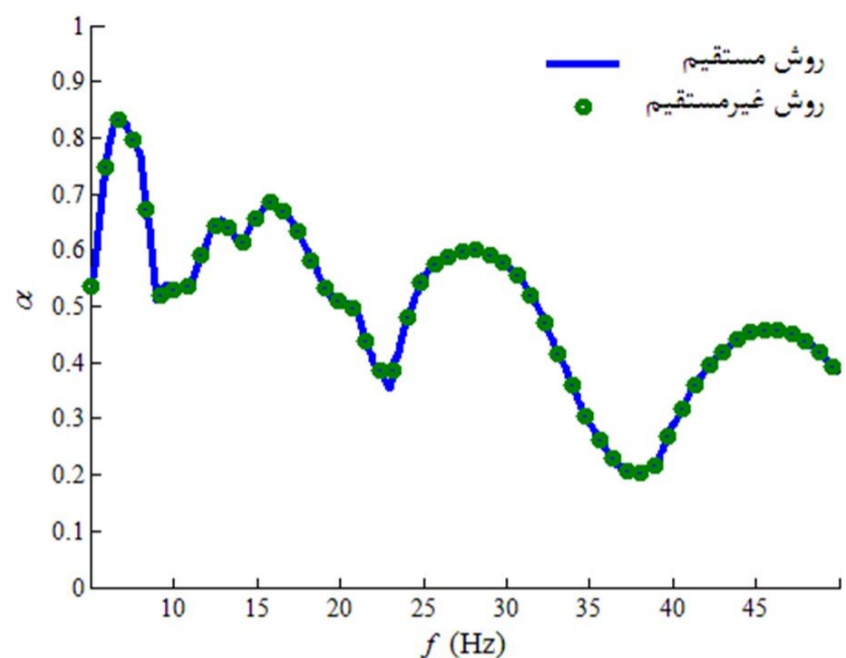
$$(A_f)_{n+1} + (A_b)_{n+1} = A_{\max} \quad (27)$$

بدین ترتیب تعداد معادلات تکمیل می‌شود و با حل دستگاه معادلات، دامنه موج‌های رفت و برگشت هر زیردهانه برحسب دامنه بیشینه  $A_{\max}$  به دست می‌آید و ضریب جذب مجموعه میراگرها برحسب فرکانس محاسبه می‌شود. سپس توان اتلافی مجموعه میراگرها از روش ضریب جذب، رابطه (18) برحسب دامنه بیشینه محاسبه می‌شود. لازم است دقت شود که در این حالت رابطه به دست آمده برای ضریب جذب نسبت به معادلات (17,16) (فقط برای یک میراگر معتبرند) شکل بسیار پیچیده‌تری دارد و قابل بیان به شکل بسته نیست.

با توجه به این که توان ورودی باد و توان اتلافی کابل، روابط (7-5) برحسب دامنه موج ایستاده استخراج و ارائه شده است، لازم است توان اتلافی میراگرها نیز برحسب دامنه موج ایستاده معادل (نه دامنه بیشینه) نوشته شود. از آن جا که طول زیردهانه‌های کناری در مقایسه با زیردهانه اصلی بسیار کوچک است، دامنه موج ایستاده معادل (A) از رابطه (28) برحسب دامنه بیشینه به دست آورده می‌شود.

$$\frac{1}{\tau \lambda} \int_0^\tau \left( \int_0^\lambda |(u(x,t))_{n_d+1}| dx \right) dt = \frac{1}{\tau \lambda} \int_0^\tau \left( \int_0^\lambda A |\sin(kx) \sin(\omega t)| dx \right) dt \quad (28)$$

سمت چپ رابطه (28)، میانگین دامنه زیردهانه اصلی برحسب  $A_{\max}$  و سمت راست، میانگین دامنه موج هم‌ساز ایستاده هم‌فرکانس است.



شکل 6 انطباق ضریب جذب به دست آمده از دو روش مستقیم و غیرمستقیم

بررسی رفتار دو کمیت ضریب جذب و نسبت موج ایستاده نشان می‌دهد، اگرچه هر دو کمیت در بازه صفر تا یک تغییر می‌کنند و در ابتدا و انتهای بازه برهم منطبق هستند، ولی مقدار مطلق آن‌ها در وسط بازه تا حدود 0/42 (87 درصد) باهم تفاوت دارند؛ بنابراین استفاده از نسبت موج ایستاده به جای ضریب جذب (معیار توان اتلافی نسبی میراگر) به هیچ وجه درست نیست.

#### 4- کابل دارای چندین میراگر

##### 1-4- بیان روش

در خطوط انتقال برق که به دلیل شرایط هندسی و اقلیمی خاص نظیر دهانه بزرگ یا عبور از زمین‌های مسطح و هموار، احتمال وقوع ارتعاشات با دامنه بزرگ بیشتر است، تعداد میراگرهای بیشتری نصب می‌شود. در حالی که نتایج به دست آمده برای توان اتلافی و ضریب جذب، روابط (16-18)، برای حالتی که فقط یک میراگر در طول دهانه نصب شده، معتبر است. برای محاسبه دامنه ارتعاش دهانه‌های دارای بیش از یک میراگر، دامنه جابه‌جایی همه میراگرها برابر دامنه موج ایستاده فرض می‌شود و یا دامنه جابه‌جایی هر میراگر با فرض برقراری موج ایستاده و بدون تأثیر میراگر در تغییر شکل مود ارتعاشی، تخمین زده می‌شود. یعنی در ادبیات تحقیق هیچ روشی برای محاسبه انرژی اتلافی چندین میراگر که در محل‌های متفاوت روی کابل نصب شده‌اند، ارائه نشده است. در تحقیق حاضر شکل ارتعاش کابل دارای چند میراگر با لحاظ کردن اثر امیدانس میراگرها استخراج می‌شود و توان اتلافی هر میراگر با در نظر گرفتن اثر محل نصب به طور جداگانه محاسبه می‌شود.

به منظور مدل‌سازی کابل دارای چندین میراگر، فرض انتشار دو موج رونده در خلاف جهت هم به همه زیردهانه‌ها تعمیم داده می‌شود. با استفاده از توابع مختلط پاسخ ارتعاشی کابل در هر زیردهانه به شکل معادله 22 نوشته می‌شود که  $x$  مختصات موضعی هر زیردهانه است.

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \text{real}(\bar{u}(x,t)) \\ \bar{u}(x,t) &= e^{i\omega t} (A_f e^{i(kx+\theta_f)} + A_b e^{i(-kx+\theta_b)}) \end{aligned} \quad (22)$$

پس در حالت کلی دهانه‌هایی که  $n_d$  میراگر روی آن نصب شده، دارای  $(n_d + 1)$  زیردهانه است و  $4(n_d + 1)$  مجهول خواهد داشت (شکل 7) که دامنه و فاز موج‌های رونده زیردهانه‌هاست. برای استخراج این مجهولات نیاز به همین تعداد معادله است.

با توجه به این که شیب خط مماس بر کابل  $(\theta_u)$  برابر مشتق جابه‌جایی کابل نسبت به  $x$  است، برای مؤلفه کشش کابل در راستای قائم به صورت رابطه (23) می‌توان نوشت (شکل 8).

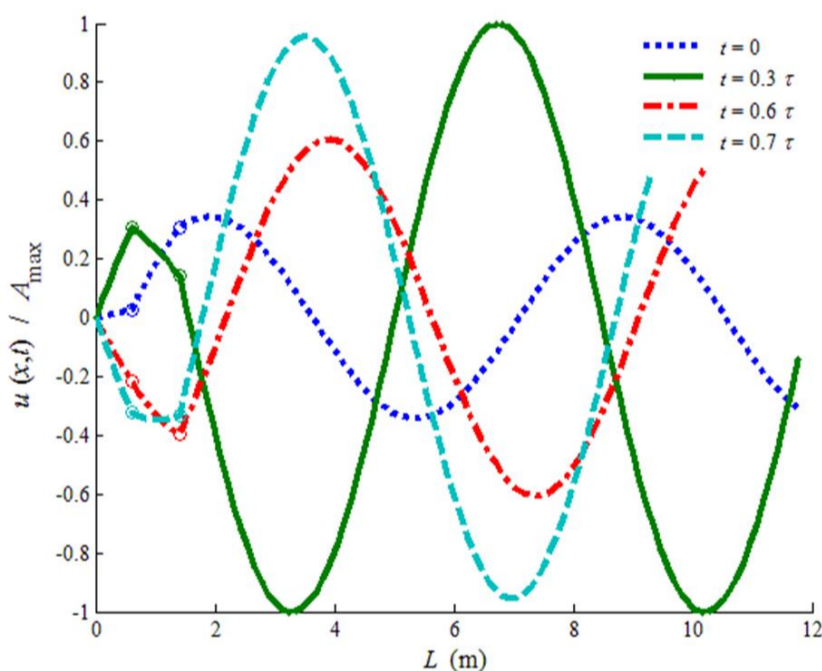
اتلافی هر میراگر به صورت جداگانه از رابطه (10) به دست آمده و در شکل 11 ترسیم شده است. حاصل جمع این توان‌ها به همراه توان اتلافی کل به دست آمده از روش ضریب جذب، رابطه (18)، در شکل 12 ارائه شده است. تطابق نتایج به دست آمده، صحت روش ارائه شده در این مقاله برای محاسبه شکل واقعی ارتعاش و قابلیت این روش در محاسبه جداگانه توان‌های اتلافی را تأیید می‌کند. مقایسه توان اتلافی میراگرهای نصب شده روی کابل در شکل 11 نشان می‌دهد میزان انرژی تلف شده در میراگرها تفاوت چشمگیری باهم دارند. این نتیجه فرض برابری توان اتلافی میراگرها را بی‌اعتبار می‌کند.

#### 4-3- اثر تعداد و محل نصب میراگر

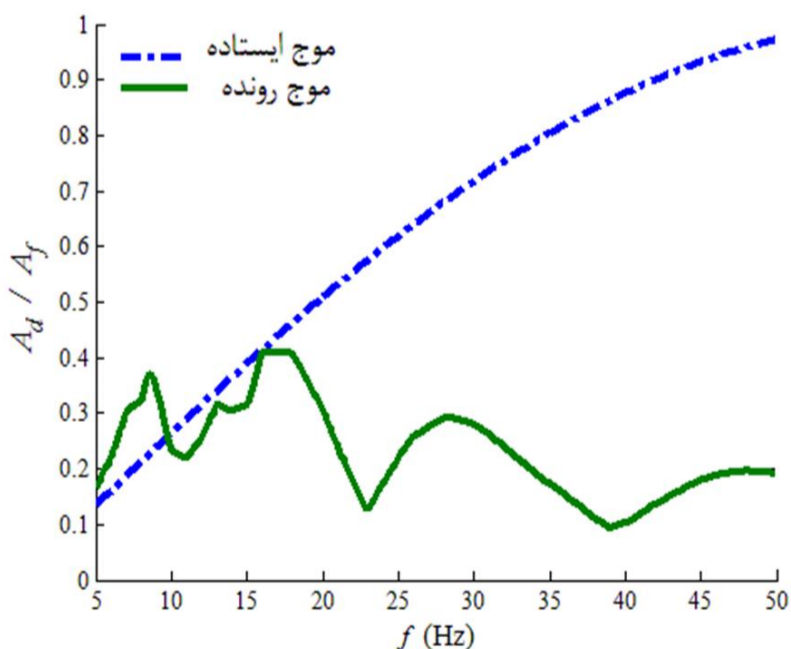
روش ارائه شده در این تحقیق، مدل ریاضی مورد نیاز برای بررسی تأثیر عوامل مختلف بر پاسخ ارتعاشی کابل را فراهم می‌کند. در تحقیق حاضر با استفاده از این روش، تأثیر تعداد و محل نصب میراگر در توان اتلافی بررسی شده است.

جدول 1 مشخصات فیزیکی و هندسی کابل

نوع کابل	قطر (mm)	چگالی طولی (kg/m)	نیروی کششی (kN)	سفتی خمشی (N·m <sup>2</sup> )	طول دهانه (m)
آلومینیومی هسته فولادی <sup>1</sup>	30	2	31	15	300



شکل 9 موج رونده روی کابل و شکستگی در محل نصب میراگر



شکل 10 مقایسه دامنه جابه‌جایی محل نصب میراگر با فرض موج ایستاده و رونده

بدین ترتیب همه جملات معادله تعادل انرژی، برحسب دامنه موج ایستاده و فرکانس در دست است؛ بنابراین با برقراری تعادل انرژی در هر فرکانس، دامنه موج ایستاده و سپس دامنه واقعی موج‌های رونده هر زیردهانه محاسبه شده و از روی آن توان‌های اتلافی واقعی هر میراگر به دست می‌آید. از آنجا که طراحی خطوط براساس معیارهایی نظیر زاویه خمشی یا دامنه کرنش خمشی صورت می‌گیرد، پس از استخراج دامنه ارتعاش واقعی، لازم است مقادیر زاویه خمشی محاسبه شود.

چنانچه یاد شد دامنه ارتعاش کابل و عملکرد میراگر در اتلاف انرژی به محل نصب میراگر وابسته است. به همین دلیل انتخاب محل نصب مناسب از نظر عملی اهمیت زیادی دارد. در تحقیق حاضر بهترین محل برای نصب میراگر براساس بیشینه کردن ضریب جذب انتخاب می‌شود. بدین منظور ابتدا برای هر حالت خاصی از شرایط هندسی و فیزیکی، تابع هزینه براساس مساحت زیر نمودار «ضریب جذب - فرکانس» در بازه فرکانسی و برای همه جایگشت‌های ممکن برای نصب میراگر، براساس یکی از فرمول‌های رابطه (29)، محاسبه می‌شود، سپس محل‌های متناظر با مقادیر کمینه تابع هزینه، به عنوان محل‌های بهینه نصب میراگر به دست می‌آید.

$$1 - \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \alpha d\omega}{\omega_2 - \omega_1}, 1 - \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \alpha^2 d\omega / (\omega_2 - \omega_1)} \quad (29)$$

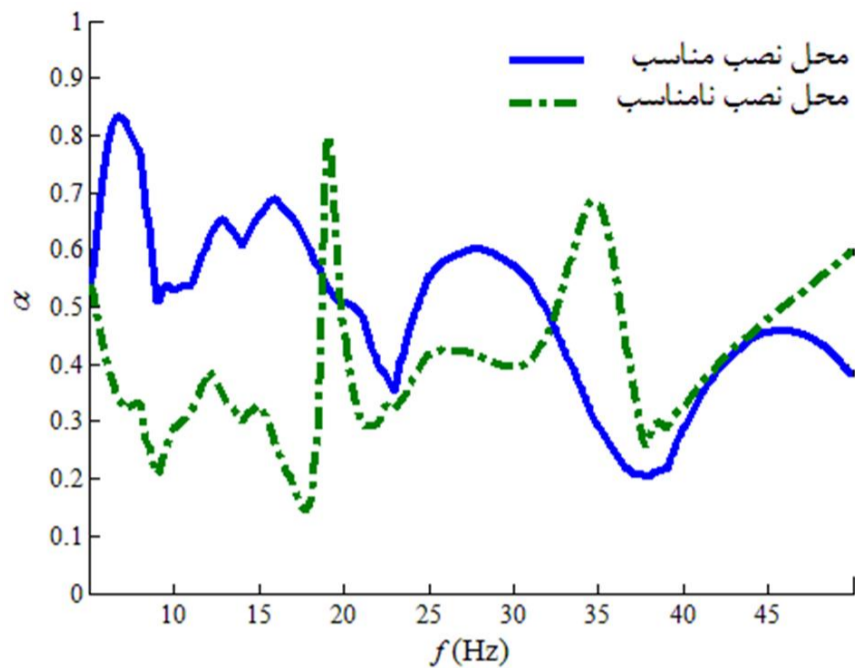
#### 4-2- برجستگی‌های روش

ویژگی اصلی روش کلی ارائه شده در تحقیق حاضر و دلیل ترجیح آن نسبت به سایر روش‌ها، محاسبه دقیق‌تر شکل ارتعاش کابل و توان اتلافی میراگرهاست. برای کابل دارای مشخصات هندسی و فیزیکی ارائه شده در جدول 1 پاسخ ارتعاشی با استفاده از روش ارائه شده در این تحقیق به دست آورده می‌شود.

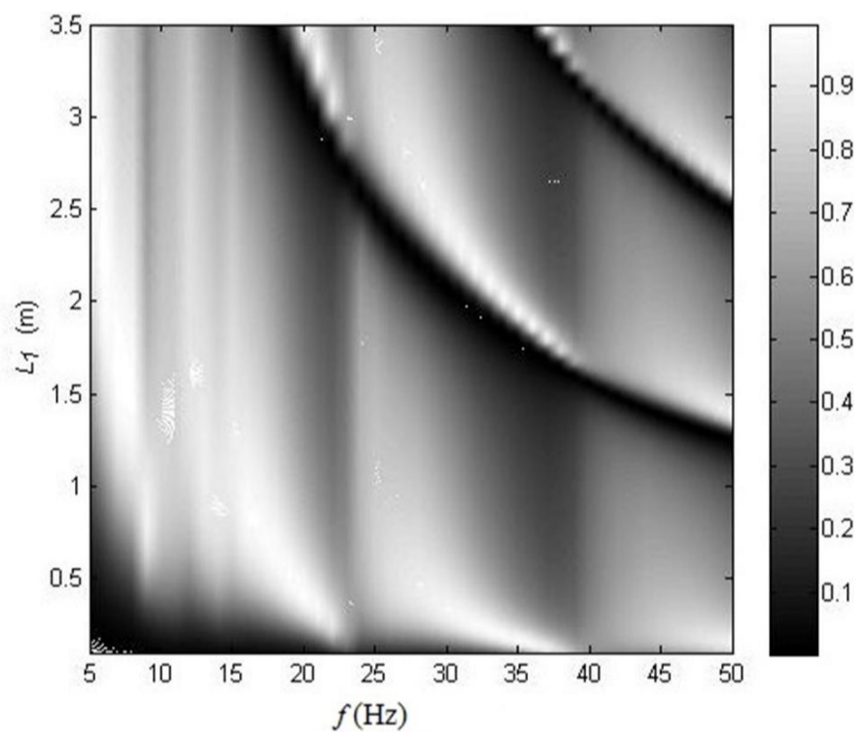
نتایج به دست آمده نشان می‌دهد شکل ارتعاش پایا برای کابل بدون میراگر به صورت موج ایستاده است، ولی برای کابل دارای میراگر در زیردهانه‌های متصل به تکیه‌گاه به صورت ایستاده و در سایر زیردهانه‌ها به شکل رونده است (شکل 9). این موضوع در تحقیقاتی که با روش‌های عددی پیچیده با حجم محاسبات بالا به دست آمده تأیید شده است [13]. علاوه بر آن شکل یاد شده نشان می‌دهد کابل در محل نصب میراگر دارای تغییر ناگهانی شیب (شکستگی) است که به دلیل اعمال نیروی متمرکز است. مشاهدات تجربی وقوع این پدیده را تأیید می‌کنند. ظاهر شدن شکستگی در پاسخ ارتعاشی کابل، به دلیل لحاظ کردن اثر امپدانس میراگر در تغییر شکل مود ارتعاشی است. شکستگی منحنی کابل و تغییر شیب آن در محل میراگر برای کابل واقعی دارای سفتی خمشی، کمتر از مقدار نشان داده شده در شکل خواهد بود.

مقادیر به دست آمده برای دامنه جابه‌جایی محل نصب میراگر با فرض شکل موج ایستاده و از روش حاضر (فرض موج رونده و احتساب اثر روندگی موج و امپدانس میراگر) در شکل 10 نشان داده شده است. با توجه به این شکل، محاسبه توان اتلافی میراگر براساس شکل موج ایستاده سینوسی و صرف نظر کردن از اثر روندگی موج، خطای زیادی دارد.

با توجه به این که تغییر شکل ارتعاش به دلیل روندگی موج و امپدانس میراگر در این روش لحاظ شده است، می‌توان با در نظر گرفتن محل نصب میراگر، دامنه جابه‌جایی و انرژی اتلافی هر میراگر را به صورت جداگانه محاسبه کرد. از سوی دیگر با به دست آوردن دامنه موج برگشتی، امکان محاسبه توان اتلافی کل (مجموعه میراگرها) نیز از رابطه ضریب جذب فراهم است. برای کابلی با دو میراگر در یک انتها، توان‌های



شکل 14 تغییرات ضریب جذب برحسب فرکانس برای دو محل نصب متفاوت



شکل 15 تغییرات ضریب جذب برحسب فرکانس و محل نصب میراگر

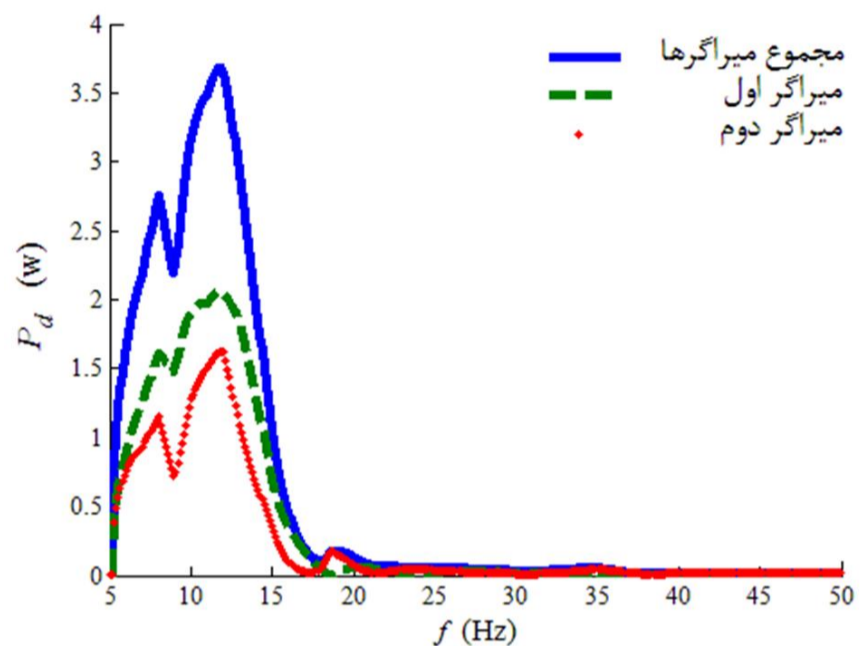
این نمودارها بر اهمیت محل نصب میراگر در جذب انرژی گسیل شده (به ویژه در فرکانس‌های پایین) تأکید می‌کنند؛ بنابراین لازم است برای هر شرایط هندسی و فیزیکی خاص، نقاط بهینه نصب میراگر از طریق کمینه کردن تابع هزینه شناسایی شوند. با نصب میراگرها در این نقاط، سیستم اتلافی بیشترین کارایی را خواهد داشت. برای کابل با مشخصات ارائه شده در جدول، فاصله 0/6 متری (به عنوان محل بهینه نصب نخستین میراگر به دست می‌آید. نمایش تغییرات ضریب جذب برحسب فرکانس و طول محل نصب در شکل 15 نتیجه به دست آمده برای محل بهینه را تأیید می‌کند.

چنانچه گفته شد شکل ارتعاش پایای کابل دارای میراگر در زیردهانه متصل به تکیه‌گاه به صورت موج ایستاده (یا گره‌های ساکن) است؛ بنابراین محل نخستین میراگر ممکن است منطبق بر گره باشد. منحنی‌های تیره رنگ شکل 15 که نقاط با ضریب جذب صفر بوده و برای  $n = 0, 1, 2$  در رابطه (30) صدق می‌کنند، شواهد وقوع همین اتفاق هستند.

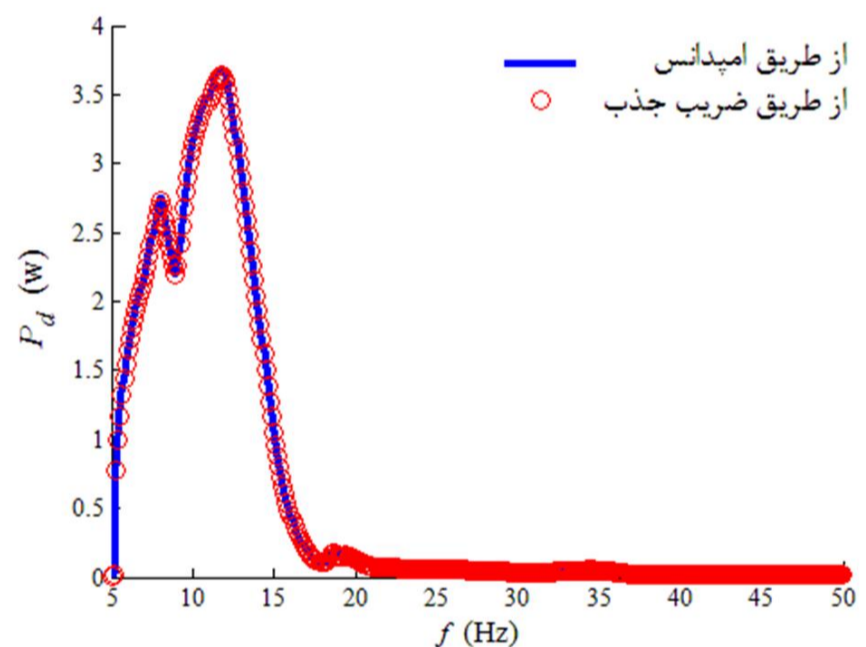
$$k l_1 = n\pi \Rightarrow f l_1 = \frac{n}{2} V_c, n = 0, 1, 2, \dots \quad (30)$$

رابطه (30) معادله ریشه‌های موج ایستاده سینوسی تشکیل شده در زیردهانه نخست است. از آنجا که برای کابل با بیش از یک میراگر، در سایر زیردهانه‌ها شکل موج به صورت رونده بوده و موج ایستاده تشکیل نمی‌شود، انطباق محل سایر میراگرها بر گره با جابه‌جایی صفر (نظیر اتفاقی که برای نخستین میراگر می‌افتد) رخ نمی‌دهد.

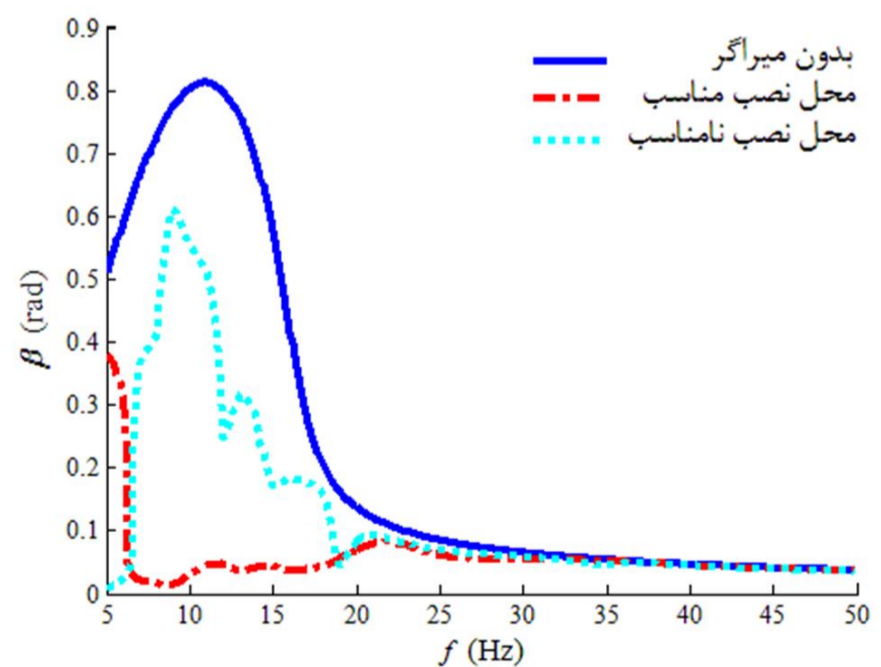
نتایج به دست آمده نشان می‌دهد افزایش تعداد میراگرها به معنی افزایش متناسب توان اتلافی نیست و اضافه شدن میراگر سبب کاهش کارایی میراگر پیشین می‌شود، همچنین در مقایسه با افزایش تعداد میراگر نصب میراگر در محل مناسب تأثیر بسیار بیشتری در کاهش سطح ارتعاشات کابل دارد. وابستگی دامنه ارتعاش به محل نصب میراگر در روابط بخش پیشین نشان داده شد. شکل‌های 13 و 14 به ترتیب تغییرات زاویه خمشی و ضریب جذب را برحسب فرکانس برای دو محل نصب متفاوت نشان می‌دهند.



شکل 11 انرژی اتلافی دو میراگر نصب شده روی یک دهانه و حاصل جمع آن‌ها



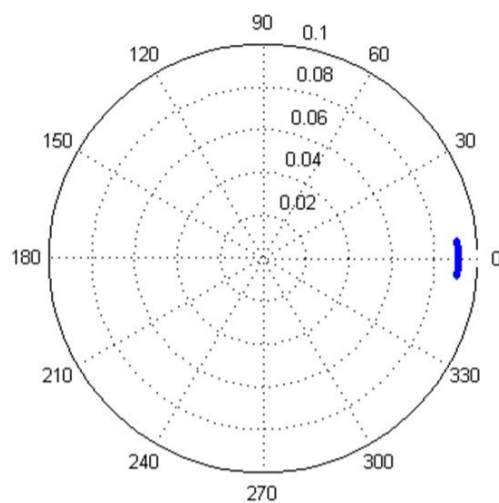
شکل 12 تطابق انرژی اتلافی مجموعه میراگرها از دو روش متفاوت



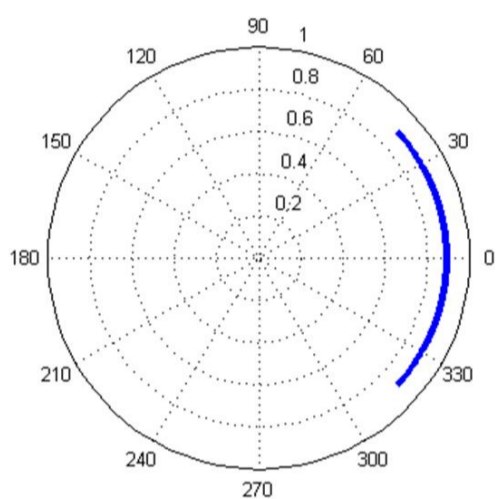
شکل 13 تغییرات زاویه خمشی برحسب فرکانس برای دو محل نصب متفاوت



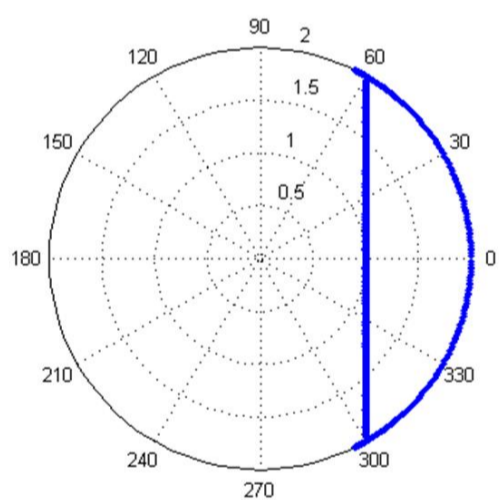
ضریب جذب برای مکان‌های روی خط راست برابر یک و برای مکان‌های روی دایره، بین صفر و یک است.



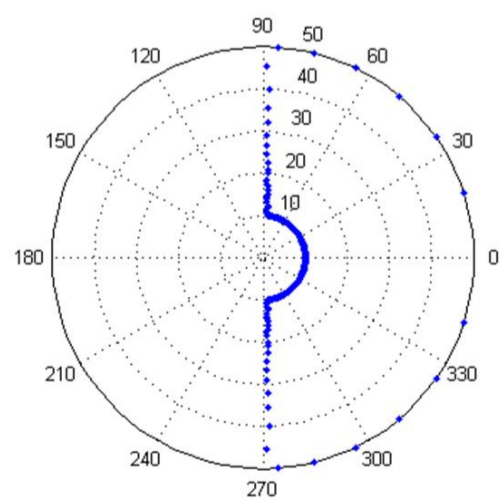
$$\frac{Z}{Z_c} < 0.09$$



$$\frac{Z}{Z_c} < 0.9$$



$$1 \leq \frac{Z}{Z_c} \leq 2$$



$$10 \leq \frac{Z}{Z_c} \leq 50$$

شکل 16 مکان هندسی امپدانس میراگر بهینه برای مقادیر متفاوت از بزرگی امپدانس

## 5- میراگر ایده‌آل و میراگر بهینه

طراحی میراگری که بتواند سطح ارتعاش کابل‌های خطوط انتقال برق را در بازه فرکانسی مورد نظر، تا حد ممکن کاهش دهد همواره مورد توجه بوده است. «حالت ایده‌آل» زمانی است که طول محل نصب و اندازه امپدانس میراگر به مقداری باشد که جذب کامل انرژی رخ دهد و ضریب جذب همواره برابر یک باشد، ولی از آنجا که به لحاظ عملی این حالت ممکن نیست، در محدوده مورد نظر، برای محل نصب و امپدانس میراگر «حالت بهینه» جستجو می‌شود که برای آن ضریب جذب بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

مقادیر ایده‌آل از استخراج ریشه‌های معادله جذب کامل ( $\alpha = 1$ ) به دست می‌آید. حل این معادله در حالتی که فقط یک میراگر روی کابل به فاصله  $l_1$  از تکیه‌گاه نصب شده است، به روابط (32,31) می‌انجامد.

$$\text{Abs}(Z) = \sqrt{T\rho} |\sin(kl_1)| = \sqrt{T\rho} |\csc(kl_1)| \quad (31)$$

$$\theta_z = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - kl_1, & 0 < kl_1 < \pi \\ \frac{\pi}{2} - (kl_1 - \pi), & \pi < kl_1 < 2\pi \end{cases} \quad (32)$$

یعنی بزرگی و فاز امپدانس میراگر ایده‌آل (دارای جذب کامل انرژی)، تابع حاصل ضرب فرکانس و محل نصب ( $kl_1$ ) هستند، ولی با محاسبه مقادیر حقیقی و موهومی امپدانس، معلوم می‌شود، تغییرات بزرگی و فاز امپدانس به نحوی است که قسمت حقیقی امپدانس ایده‌آل مستقل از فرکانس و محل نصب بوده و مقدار ثابتی به صورت رابطه (33) دارد.

$$\text{Real}(\bar{Z}) = \sqrt{T\rho}, \text{Imag}(\bar{Z}) = \sqrt{T\rho} \cot(kl_1) \quad (33)$$

با معرفی فاصله بی‌بعد  $q$  و «امپدانس کابل» ( $Z_c$ ) به صورت رابطه (34) است.

$$Z_c = \frac{T}{V_c} = \sqrt{T\rho}, q = \frac{kl_1}{\pi} = \frac{l_1}{\lambda/2} \quad (34)$$

چهار تابع بی‌بعد برای امپدانس ایده‌آل حاصل می‌شود که همگی توابع متناوبی از  $q$  با دوره تناوب 1 به صورت رابطه (35) است.

$$\frac{|Z|}{Z_c} = |\csc(q\pi)|, \theta_z = 0.5 - q, 0 < q < 1 \quad (35)$$

$$\frac{\text{Real}(\bar{Z})}{Z_c} = 1, \frac{\text{Imag}(\bar{Z})}{Z_c} = \cot(q\pi) \quad (36)$$

با توجه به رابطه بالا ( $\text{Real}(\bar{Z}) = Z_c$ ) مکان هندسی امپدانس ایده‌آل در صفحه مختلط، خط راست قائم نامحدود است، ولی از آنجا که امپدانس نمی‌تواند بی‌نهایت باشد، برای هر محدوده معینی از امپدانس، می‌توان مقادیر بهینه را که بیشترین ضریب جذب را به دست می‌دهد، محاسبه و رسم کرد. نتایج نشان می‌دهد منحنی امپدانس بهینه در صفحه مختلط ممکن است شامل نیم‌دایره و خط قائم یا فقط قسمتی از نیم‌دایره باشد. در هر حال منحنی در ربع اول و چهارم و نسبت به محور افقی متقارن خواهد بود. مقادیر بهینه امپدانس و ضرایب جذب مربوطه در شکل‌های 16 و 17 برای چهار محدوده متفاوت از بزرگی امپدانس نشان داده شده است.

شکل‌های بالا نشان می‌دهند، با تغییر  $q$  در طول یک دوره تناوب، قسمت موهومی و نیز بزرگی امپدانس بهینه به صورت توابع کوتانژانت و کوسکانت تغییر می‌کنند. وقتی  $q$  از مقادیر صحیح (در ابتدا و انتهای دوره تناوب) دور است، با افزایش  $q$  منحنی امپدانس بهینه در امتداد خط قائم (مقدار حقیقی ثابت) از بالا به پایین حرکت می‌کند. با نزدیک شدن  $q$  به مقادیر صحیح، قسمت موهومی و بزرگی امپدانس به بی‌نهایت میل می‌کنند، چون در عمل مقدار امپدانس محدود است، با نزدیک شدن به انتهای دوره تناوب، مکان هندسی امپدانس بهینه از حالت خط قائم به دایره با شعاع بیشترین مقدار امپدانس، تغییر شکل داده و به صورت پادساعت‌گرد حرکت می‌کند. با تغییر  $q$  در ابتدای دوره تناوب نیز روند مشابهی رخ می‌دهد.

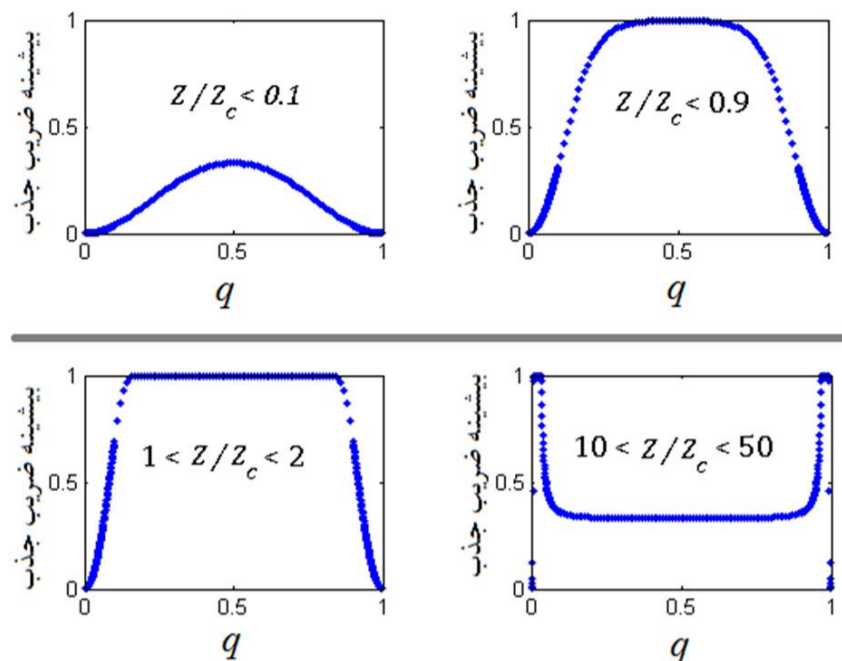
مقایسه نتایج روش جدید با روش‌های پیشین نشان می‌دهد اثرات روندگی موج و امپدانس میراگر در تغییر شکل ارتعاش کابل، قابل چشم‌پوشی نیست. نتایج تحقیق حاضر نشان داد ضریب جذب میراگر، دامنه ارتعاش و زاویه خمشی به شدت به محل نصب و مشخصات دینامیکی میراگر وابسته هستند و لازم است برای هر شرایط خاص، محل نصب بهینه از روی مقدار کمینه تابع هزینه، محاسبه شود، زیرا نصب میراگر در محل مناسب، در مقایسه با افزایش تعداد میراگر، تأثیر بسیار بیشتری در کاهش سطح ارتعاشات کابل دارد.

در بخش پسین این تحقیق به روش‌های تجربی اندازه‌گیری ضریب جذب پرداخته شد. در تست تجربی به دلیل عدم امکان تجزیه موج روی کابل به موج‌های رونده، اندازه‌گیری ضریب جذب (شاخص عملکرد میراگر) مقدور نیست و به جای آن نسبت موج ایستاده سنجیده می‌شود. در این تحقیق با بسط روابط این دو کمیت، رابطه بین ضریب جذب و نسبت موج ایستاده استخراج و ارائه شد. اهمیت این رابطه از آنجاست که امکان محاسبه ضریب جذب در تست‌های تجربی را از طریق اندازه‌گیری دامنه گره و شکم فراهم می‌کند.

آخرین قسمت از پژوهش حاضر، به بررسی مشخصات دینامیکی میراگر ایده‌آل اختصاص یافت. نتایج این قسمت نشان داد به لحاظ تئوری، جذب کامل انرژی (با ضریب جذب یک) زمانی رخ می‌دهد که قسمت حقیقی امپدانس میراگر در هر فرکانسی برابر امپدانس کابل باشد. چنانچه نسبت امپدانس میراگر به امپدانس کابل بزرگتر یا کوچکتر از یک باشد ضریب جذب از مقدار ایده‌آل فاصله می‌گیرد. از آنجا که برابری امپدانس میراگر با امپدانس کابل در کل بازه فرکانسی، عملاً ممکن نیست، مقادیر بهینه (با بیشترین ضریب جذب) برای میراگرها بررسی شد و مکان هندسی امپدانس میراگر بهینه و منحنی تغییرات ضریب جذب مربوطه برای محدوده‌های مختلف از بزرگی امپدانس میراگر رسم گردید که می‌تواند راهنمای مفیدی در طراحی میراگر بهینه باشد.

#### 7- لیست علائم و نشانه‌ها

$A$	دامنه ارتعاش پایای موج ایستاده معادل (m)
$A_b$	دامنه موج برگشت خورده از میراگر (m)
$A_d$	دامنه جابه‌جایی میراگر (m)
$A_f$	دامنه موج گسیل شده به سمت میراگر (m)
$C_{sh}$	عدد اشتروهال
$D$	قطر استوانه (m)
$EI$	سفتی خمشی کابل ( $Nm^2$ )
$F$	نیرو (N)
$F_c$	نیروی میرایی داخلی کابل (N)
$F_d$	نیروی وارده از میراگر به کابل (N)
$F_w$	نیروی وارده از باد به کابل (N)
$f$	فرکانس ارتعاش کابل (Hz)
$f_s$	فرکانس ریزش گرداب ون کارمن (Hz)
$G$	دامنه موج گسیل شده به سمت میراگر (m)
$g$	پارامتر بی‌بعد به کار رفته در تعریف ضریب جذب
$H$	دامنه موج برگشت خورده از میراگر (m)
$h$	پارامتر بی‌بعد به کار رفته در تعریف ضریب جذب
$K$	ضریب تناسب توان اتلافی کابل



شکل 17 تغییرات ضریب جذب میراگر بهینه برای مقادیر متفاوت از بزرگی امپدانس بنابر نتایج به دست آمده چنانچه بزرگی امپدانس همواره (برای همه مقادیر  $q$ ) کمتر از امپدانس کابل باشد، جذب کامل هرگز رخ نمی‌دهد و مسیر خط قائم طی نمی‌شود. در این حالت منحنی امپدانس بهینه، کمانی به شعاع بیشترین مقدار محدوده امپدانس خواهد بود. هرچه بهینه محدوده امپدانس، کوچکتر باشد، کمان طی شده کوچکتر و مقدار فاز به صفر نزدیکتر می‌شود؛ بنابراین در این حالت قسمت حقیقی تغییرات کمی خواهد داشت و ضریب جذب مقدار کوچکی به خود می‌گیرد.

طبق نمودار ضریب جذب (شکل 17)، اگر بزرگی امپدانس همواره بزرگتر از امپدانس کابل باشد، باز هم جذب کامل رخ نمی‌دهد. در این حالت برخلاف حالت پیشین منحنی امپدانس بهینه، کمانی به شعاع کمترین مقدار محدوده امپدانس، خواهد بود. هرچه مقدار کمینه محدوده امپدانس بزرگتر از امپدانس کابل باشد، افت ضریب جذب شدیدتر می‌شود. به لحاظ فیزیکی می‌توان گفت امپدانس بسیار بزرگ سبب می‌شود محل نصب میراگر تبدیل به گره شده و کارایی میراگر کاهش یابد.

لازم به یاد است میراگرهای استاک‌بریج واقعی براساس تجربه طراحی شده‌اند و اغلب نسبت فرکانسی آن‌ها بزرگتر از یک و ضریب جذب واقعی آن‌ها کوچکتر از یک است. توجه شود که افزایش ضریب جذب ممکن است منجر به افزایش کرنش خمشی کابل در محل نصب میراگر شود. در این حالت باید با افزایش سفتی خمشی در محل اتصال، دامنه کرنش خمشی را به زیر حد مجاز رساند.

#### 6- نتیجه گیری

در مقاله حاضر مدلی برای ارتعاشات خطوط انتقال برق دارای بیش از یک میراگر در هر دهانه ارائه شد. بهره‌گیری از این مدل در روش تعادل انرژی، به روش جدیدی منجر شد که به دلیل در نظر گرفتن اثر روندگی موج و امپدانس میراگر در شکل مود ارتعاش، توان اتلافی میراگرها و دامنه ارتعاش کابل را با دقت بیشتری محاسبه می‌کند. این روش امکان محاسبه سهم هر میراگر در اتلاف انرژی را فراهم می‌آورد. در تحقیق حاضر به کمک این روش جدید تأثیر تعداد، محل نصب و نوع میراگر بررسی شد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد، توان‌های اتلافی میراگرهای نصب شده روی یک دهانه تفاوت قابل ملاحظه‌ای باهم دارند؛ بنابراین نتایج روش‌های مبتنی بر فرض اتلاف برابر، به دلیل ساده‌سازی‌های بیش از اندازه معتبر نیست، همچنین برخلاف تصور رایج، افزایش تعداد میراگرها، افزایش متناسب توان اتلافی را به همراه ندارد و با اضافه شدن میراگر جدید، انرژی اتلافی میراگرهای پیشین کاهش می‌یابد.

عدد موج ( $m^{-1}$ )	$k$	زیر نویس ها
طول دهانه ( $m$ )	$L$	$b$ برگشت خورده
فاصله نصب میراگر از تکیه‌گاه ( $m$ )	$l_1$	$c$ کابل
طول زیردهانه ( $m$ )	$l_p$	$d$ میراگر
نمای به کار رفته در توان اتلافی کابل	$m$	$f$ پیش‌رونده
شمارنده	$n$	$w$ باد

### 8- تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از همکاری شرکت «آلدا» (تولیدکننده یراق آلات خطوط انتقال برق) بابت در اختیار قرار دادن انواع میراگرهای استاک‌بریج برای تعیین تجربی امپدانس، تشکر می‌کنند.

### 9- منابع

- [1] C. R. Bayliss, B. Hardy, Transmission and distribution electrical engineering: Elsevier, 2012.
- [2] P. Nefzger, U. Kaintzyk, J. F. Nolasco, Overhead power lines: planning, design, construction: Springer Science & Business Media, 2003.
- [3] H. Krispin, S. Fuchs, P. Hagedorn, Optimization of the efficiency of Aeolian vibration dampers, in Proceeding of, IEEE, pp. 1-3, 2007.
- [4] G. Diana, M. Falco, On the forces transmitted to a vibrating cylinder by a blowing fluid, Meccanica, Vol. 6, No. 1, pp. 9-22, 1971.
- [5] D. Noiseux, Similarity laws of the internal damping of stranded cables in transverse vibrations, Power Delivery, IEEE Transactions on, Vol. 7, No. 3, pp. 1574-1581, 1992.
- [6] S. Guérard, Power line conductors, a contribution to the analysis of their dynamic behaviour, 2011.
- [7] H. Maass, Beobachtungen über das Auftreten und Versuche zur Bekämpfung der mechanischen Freileitungsschwingungen, Elektrotechnik und Maschinenbau, Vol. 52, pp. 13-18, 1934.
- [8] G. K. D. Hartmann, Wind Induced Vibrations on High Voltage Overhead Lines, Mosdorfer, Austria. 1994.
- [9] P. Hagedorn, Ein einfaches Rechenmodell zur Berechnung winderregter Schwingungen an Hochspannungsleitungen mit dämpfern, Ingenieur-Archiv, Vol. 49, No. 3-4, pp. 161-177, 1980.
- [10] P. Hagedorn, On the computation of damped wind-excited vibrations of overhead transmission lines, Journal of Sound and Vibration, Vol. 83, No. 2, pp. 253-271, 1982.
- [11] H. Wolf, B. Adum, D. Semenski, D. Pustaić, Using the energy balance method in estimation of overhead transmission line aeolian vibrations, Strojarstvo: časopis za teoriju i praksu u strojarstvu, Vol. 50, No. 5, pp. 269-276, 2008.
- [12] H. Kasap, Investigation of Stockbridge dampers for vibration control of overhead transmission lines, thesis, middle east technical university, 2012.
- [13] J. Vecchiarelli, I. Currie, D. Havard, Computational analysis of aeolian conductor vibration with a stockbridge-type damper, Journal of Fluids and Structures, Vol. 14, No. 4, pp. 489-509, 2000.
- [14] IEEE, IEEE Std 563- IEEE Guide on Conductor Self Damping Measurements, 1978.
- [15] IEC, IEC Std 61897- Requirements and tests for Stockbridge type Aeolian vibration dampers, 1998.
- [16] S. Sathikh, R. Chari, Acceptance curve—A practical means for EHV transmission line damper performance evaluation, Electric Power Systems Research, Vol. 4, No. 1, pp. 67-78, 1981.

تعداد میراگر	$n_d$	توان ( $w$ )	$P$
توان اتلافی داخلی کابل ( $w$ )	$P_c$	توان اتلافی میراگر ( $w$ )	$P_d$
توان نیروهای آئرویدینامیکی (باد) ( $w$ )	$P_w$	شمارنده مربوط به میراگر	$p$
پارامتر بی بعد فاصله محل نصب	$q$	نسبت موج ایستاده	$S$
نیروی کششی کابل ( $N$ )	$T$	کشش نهایی کابل ( $N$ )	$T_u$
مختصه زمان ( $s$ )	$t$	دامنه موج ( $m$ )	$U$
جابه‌جایی قائم کابل ( $m$ )	$u$	سرعت انتشار موج ( $ms^{-1}$ )	$V_c$
سرعت جابه‌جایی میراگر ( $ms^{-1}$ )	$V_d$	سرعت جریان باد ( $ms^{-1}$ )	$V_w$
مختصه مکان در طول دهانه ( $m$ )	$x$	مختصه مکان در طول زیردهانه ( $m$ )	$x_p$
امپدانس میراگر ایده‌آل و بهینه ( $Nm^{-1}s$ )	$Z$	امپدانس میراگر ( $Nm^{-1}s$ )	$Z_d$

### علائم یونانی

ضریب جذب	$\alpha$
زاویه خمشی (rad)	$\beta$
پارامتر بی بعد امپدانس میراگر	$\Gamma$
فاز موج گسیل شده به سمت میراگر (rad)	$\theta_b$
فاز نیروی وارده از میراگر (rad)	$\theta_F$
فاز موج برگشت خورده از میراگر (rad)	$\theta_f$
فاز سرعت جابه‌جایی میراگر (rad)	$\theta_V$
زاویه کابل با افق (rad)	$\theta_u$
فاز امپدانس میراگر (rad)	$\theta_z$
طول موج ( $m$ )	$\lambda$
جرم واحد طول کابل ( $kg m^{-1}$ )	$\rho$
دوره تناوب (s)	$\tau$
فرکانس دایره‌ای ارتعاش ( $rad s^{-1}$ )	$\omega$