http://mme.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

مرداد ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ۵ ص‌ص ۳۹-۴۸

مقاله پژوهشی کامل
تاریخ دریافت ۹۱/۷/۱۶
تاریخ پذیرش ۹۱/۹/۱۲
ارائه در سایت ۹۲/۲/۳۰

شبیه‌سازی عددی دوبعدی انفجار زیر آب نزدیک سطح آزاد آب‌های کم‌عمق

عبدالحسین دارمی‌زاده[۱]، محمدرضا انصاری[۲*]

۱- دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵، mra_1330@modares.ac.ir

چکیده- هدف از این مقاله توسعه یک روش عددی برای شبیه‌سازی پدیده انفجار زیرسطحی با یک مدل ریاضی دوسیالی است. مدل دوسیالی پنج‌معادله‌ای کاپیلا و معادلات حالت گاز ایده‌آل برای فاز گاز و استیفند گاز برای فاز مایع انتخاب شد. برای شبیه‌سازی ناحیه‌های کاویتاسیون با فشار کم از مدل اصلاح‌شده کاویتاسیون اشمیت استفاده شد. روش عددی گودونوف و حلگر ریمن HLLC برای مدل دوسیالی در حالت دوبعدی توسعه داده شد. نتایج عددی حاصل و مقایسه کیفی آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی در دسترس بیانگر توانایی مدل در پیش‌بینی رفتار پیچیده فیزیک انفجار زیرسطحی و اثرات متقابل آن با سطح آزاد است. نتایج حاصله همچنین بیانگر عملکرد خوب و بدون نوسان عددی در شبیه‌سازی نواحی با کاویتاسیون در حالت دوبعدی است.

کلیدواژگان: انفجار زیرسطحی، مدل دوسیالی، کاویتاسیون، روش عددی گودونوف

2-D numerical simulation of underwater explosion near free surface of shallow water

A. Daramizadeh[1], M. R. Ansari[2*]

1- PhD graduate, Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran.
2- Assoc. Prof. of Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ. Tehran, Iran.
* P.O.B. 14115-143, Tehran, mra_1330@modares.ac.ir

Abstract- The aim of this paper is to develop a numerical procedure for simulating underwater explosion phenomena with a simplified mathematical and two fluid model. The two fluid Kapila five equation model is selected as the governing equations and the ideal gas and Stiffened gas equations of state (SG-EOS) are used to obtain pressure in the gas bubble and the surrounding water zone, respectively. The modified Schmidt EOS is used to simulate the cavitation regions with low pressure. A Godunov numerical method and HLLC Reiman solver is extended for Kapila two fluid model. The numerical results of the present method and comparing them with available experimental results, verify that the proposed method has good capability of predicting complex physics involved in a spherical underwater explosion and its interaction with free surface. The method also shows a very good performance with no spurious oscillation in cavitation zone simulation in two-dimensional problems.

Keywords: Underwater Explosion, Two Fluid Model, Cavitation, Godunov Numerical Method

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]

۱- مقدمه

با توجه به توسعه و پیشرفت روزافزون در زمینه تأسیسات دریایی و زیردریایی‌ها و تهدیدات مختلف ناشی از سلاح‌های دریایی، مانند مین‌های دریایی، موضوع شبیه‌سازی و تحقیق درخصوص انفجارهای زیر آب امروزه مورد توجه خاص محققان واقع شده است. از طرفی از دیدگاه زیست‌محیطی دانستن نحوه و دامنه انتشار امواج انفجاری و تأثیرگذاری آن‌ها بر جانداران دریایی از اهمیت بالایی برخوردار است. با توجه به آنکه کارهای آزمایشگاهی و تست‌های عملی انفجار غالباً مشکل و هزینه‌بر بوده[۱] و از طرفی امکان بررسی دقیق توزیع فشار و امواج ضربه‌ای و امواج انبساطی رقیق‌ساز به‌طور کامل میسر نیست، روش‌های عددی به‌عنوان ابزار مناسبی برای فهم بهتر این پدیده به‌حساب می‌آیند. در انفجار زیر آب، یک موج ضربه‌ای گذرا با سرعت و فشار بالا به‌صورت شعاعی انتشار می‌یابد و به‌دنبال آن گازهای داغ پرفشار انفجاری به‌صورت حباب منبسط می‌شوند. در نزدیکی سطح آب هم پدیده کاویتاسیون شدید ایجاد می‌گردد[۲]. از طرفی با برخورد موج ضربه‌ای به کف، امواج انعکاسی ایجاد می‌شود که به‌سمت سطح آب باز می‌گردند. موج ضربه‌ای اولین اثرات آسیبی را به سازه‌های در محدوده آن مانند کشتی‌ها، سکوهای دریایی و پایه‌های آن‌ها و زیردریایی‌ها به‌دلیل فشارهای بالای همراه موج ضربه‌ای ایجاد می‌نماید. پس از اثرات ضربه‌ای سنگین ناشی از موج ضربه‌ای اولیه، به‌دلیل وقوع کاویتاسیون زیر سطح آزاد و اطراف دیواره‌های جامد، فشار بسیار پایین ایجاد شده و سبب واردشدن ضربه سنگین کششی در جهت مخالف فشار اولیه ناشی از خلأ در زیر سطح آب شده و کشتی یا سازه دریایی آسیب جدی می‌بینند. اثرات متقابل موج ضربه‌ای و سازه‌های زیرآبی قبلاً به‌صورت آزمایشگاهی و محاسباتی بررسی شده است[۴،۳]. در مقالات روش‌های مختلف عددی جهت مدل‌سازی این جریان‌ها وجود دارند که از درجات متفاوتی از نظر پیچیدگی و قابلیت کاربردی برخوردار هستند. به‌طور عمومی آن‌ها را از نظر نحوه مدل‌سازی فصل مشترک به دو دسته می‌توان تقسیم‌بندی کرد. دسته اول روش‌هایی هستند که فصل مشترک را به صورت تیز مدل می‌کنند که به‌اختصار روش‌های SIM[1] خوانده می‌شوند، روش‌های فصل مشترک تیز، همان‌طور که از نامشان پیداست، بر فرض تیزبودن فصل مشترک استوار هستند. در این روش، تلاش ویژه و جداگانه‌ای، غیر از حل معادلات میدان جریان، جهت یافتن و اصلاح فصل مشترک به‌صورت صریح نیاز می‌باشد. در ادامه به چند نمونه از شبیه‌سازی‌های انجام‌شده با این دسته روش‌ها اشاره می‌شود. پیشه‌ور و امیری‌فر[۴] از روش عددی ALE[2] برای شبیه‌سازی انفجار زیر آب استفاده کردند. در کار آن‌ها فقط انتشار امواج زیر آب شبیه‌سازی شد. در هیچ یک از این کارها سطح آزاد آب لحاظ نشد. ضعف کلی این روش پیچیدگی بالا، هزینه محاسباتی و زمان CPU بالا و ضعف در شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون است. تاراشیما و تریگوسن[۶،۵] روش عددی ترکیبی ردگیری جبهه[3] و GFM[4] را برای شبیه‌سازی جریان دوفازی تراکم‌پذیر پیشنهاد نمودند. این روش زیرمجموعه روش‌های لاگرانژی به‌حساب می‌آید و به‌طور ذاتی از پیچیدگی بالایی برخوردار است. لیو و همکاران[۷] از روش عددی SPH[5] برای شبیه‌سازی پدیده انفجار زیر آب استفاده نمودند. این روش عددی نیز زیرمجموعه روش‌های لاگرانژی به‌حساب آمده و محدودیت‌های عمده‌ای از نظر پیچیدگی بالا و زمان حل بالا دارد. در این کار نیز اثرات سطح آزاد درنظر گرفته نشد.

دسته دوم روش‌های فصل مشترک انتشاری یا DIM[6] هستند. در این دسته از روش‌های عددی، فصل مشترک به‌صورت یک ناحیه دیفیوژن عددی مدل می‌شود که شبیه تسخیر یک عدم پیوستگی در دینامیک گاز است[۹]. درواقع می‌توان گفت که این فصول مشترک انتشاری نوعی مخلوط‌های مصنوعی هستند که به‌واسطه دیفیوژن عددی ایجاد می‌شوند. یکی از مدل‌های مناسب جهت شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی مدل دوسیالی پنج‌معادله‌ای کاهش‌یافته یا مدل کاپیلا است[۹-۱۳]. این مدل به‌عنوان زیرمجموعه روش‌های DIM به‌حساب می‌آید. این مدل مشتمل بر دو معادله بقای جرم، یک معادله بقای ممنتم و یک معادله بقای انرژی به‌صورت پایستار و یک معادله انتقال کسر حجمی به‌صورت ناپایستار است. به‌تازگی گرایش به ارائه روش عددی مناسب برای مدل پنج‌معادله‌ای افزایش یافته است[۱۰-۱۴]. مارون و

1. Sharp interface methods

2. Arbitrary Lagrangian Eulerian
3. Front tracking
4. Ghost fluid method
5. Smoothed particle hydrodynamics
6. diffuse interface method

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]

گیلارد[۱۱] مدل پنج‌معادله‌ای کاهش‌یافته را جهت شبیه‌سازی جریان‌های دوفازی استفاده نمودند. مسائل تست دوبعدی شبیه‌سازی شده در کار آن‌ها شامل مسائل با سرعت پایین بود و اثرات موج ضربه‌ای بر فصول مشترک جریان‌های دوفازی بررسی نگردید. کریفت و همکاران[۱۲] فرمولاسیون جدید مدل پنج‌معادله‌ای کاپیلا ارائه نمودند. مدل آن‌ها از عملکرد خوبی در مدل‌سازی دوبعدی جریان‌های تراکم‌پذیر گاز-گاز برخوردار است، ولی عملکرد این مدل برای فصول مشترک گاز-مایع به‌صورت دوبعدی تست نشده است. دلدیک و پاپل اکساندریس[۱۵] یک تقریب پایستار برای مدل پنج‌معادله‌ای پیشنهاد نمودند. این روش برای مدل‌سازی جریان‌های دوفازی گاز و جامد یا دوفازی، که از نظر خواص تفاوت زیادی دارند، مناسب است و فقط برای سیالات دوفازی گاز-جامد کاربرد دارد و دارای محدودیت کاربردی است. در این مقاله انتشار امواج ضربه‌ای و کاویتاسیون ایجادشده ناشی از انفجار زیر آب با مدل دوسیالی پنج‌معادله‌ای مدل‌سازی شد. از دیدگاه فصل مشترک بین فازها، انفجار زیر آب دارای فصول مشترک مختلف بین گازهای انفجاری و آب‌وهوای محیط و آب است؛ لذا روش عددی به‌کار گرفته شده برای شبیه‌سازی بایستی توانایی تسخیر دقیق فصول مشترک را داشته باشد. در کار حاضر، از روش عددی گودونوف و حلگر HLLC [۱۶] برای مدل دوسیالی پنج‌معادله‌ای کاپیلا[۸] استفاده به‌عمل آمد. برای شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون نیز مدل اصلاح‌شده کاویتاسیون اشمیت[1] به‌کار برده شد. چالش‌های عمده و مهم محاسباتی در زمینه مدل‌های دوسیالی مخصوصاً در حالت اندرکنش موج ضربه‌ای و فصل مشترک دوفازی عبارت‌اند از:

- مشکل در محاسبه و تسخیر موج ضربه‌ای با وجود ترم‌های ضرایب ناپایستار در معادلات.
- منفی‌شدن کسر حجمی، زمانی که میدان جریان دارای امواج ضربه‌ای و امواج انبساطی قوی باشد. در این حالت گسسته سازی معادله انتقال کسر حجمی مشکل است[۹]. این موضوع در جریان‌های کاویتاسیون هم مشکل‌ساز می‌شود.
- رفتار غیریکنوا سرعت صوت در مخلوط دوفازی[۱۱] که منجر به انتقال غیردقیق یا ناممکن موج ضربه‌ای از فصل مشترک می‌شود. در فصل مشترک دوفازی سرعت صوت دچار تغییرات زیاد شده که منجر به رفتار غلط آکوستیک موج و عدم همگرایی کد در گام‌های زمانی نخست می‌شود.
- عدم کارایی اغلب معادلات حالت برای فاز مایع در مسائل با ماخ بالا و همچنین در مسائل فشارپایین مانند جریان‌های کاویتاسیون و منفی‌شدن فشار در این نواحی.

نوآوری‌های پژوهش حاضر از جنبه‌های عددی به‌شرح زیر است:

- توسعه روش عددی دوبعدی دقت مرتبه دوم و پایستار با مدل دوسیالی هیپربولیک جهت تسخیر فصل مشترک جریان‌های دوفازی تراکم‌پذیر مایع-گاز.
- پیشنهاد یک سرعت صوت مناسب که توانایی پیش‌بینی رفتار دینامیک موج ضربه‌ای را در گذر از فصول مشترک مایع-گاز داشته باشد.
- گسسته‌سازی مناسب ترم ضرایب ناپیستار در معادلات بقا و معادله انتقال کسر حجمی.
- پیشنهاد یک معادله حالت مناسب که توانایی پیش‌بینی میدان جریان دوفازی تراکم‌پذیر از ماخ‌های پایین تا ماخ‌های بالا را داشته باشد.
- ادغام مدل دوسیالی دوفازی با مدل کاویتاسیون اشمیت اصلاح‌شده به‌منظور جلوگیری از محاسبه فشارهای منفی در هنگام وجود جریان‌های با کاویتاسیون.

۲- مدل دو سیالی و زیرمدل‌های لازم

مدل پنج‌معادله‌ای دوسیالی کاپیلا به‌عنوان مدل کاهش‌یافته مدل بائر و نونزیاتو[۱۷] است. معادلات این مدل در حالت دوبعدی بدون درنظر گرفتن انتقال حرارت و انتقال جرم به‌صورت ذیل است:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + U_i \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + V_i \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} = \mu(P_1 - P_2) \quad (۱)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = 0 \quad (۲)$$

$$U = \begin{bmatrix} \alpha_1\rho_1 \\ \alpha_2\rho_2 \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \alpha_1\rho_1 u \\ \alpha_2\rho_2 u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ u\cdot(\rho E + P) \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \alpha_1\rho_1 v \\ \alpha_2\rho_2 v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ v(\rho E + P) \end{bmatrix} \quad (۳)$$

1. Schmidt modified cavitation model

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]

α، ρ، v، u، P، E، e به‌ترتیب عبارت‌اند از کسر حجمی، چگالی، سرعت عمودی، سرعت افقی و فشار، انرژی کل و انرژی داخلی.

چگالی از طریق رابطه $\rho=(\alpha_1\rho_1+\alpha_2\rho_2)$ به‌دست می‌آید. انرژی داخلی مخلوط دوفازی نیز از طریق رابطه $e=Y_1\cdot e_1(\rho_1,P)+Y_2\cdot e_2(\rho_2,P)$ محاسبه می‌شود که $Y_K=\frac{(\alpha\rho)_K}{\rho}$ است. در کار حاضر اثرات ثقلی به معادله ممنتم اضافه شد.

۲-۱- معادله حالت و سرعت صوت

در کار حاضر، از معادله حالت استیفند گاز[1] استفاده شد. در این حالت انرژی داخلی فازها $e_k=e_k(\rho_k,P)$ بر اساس روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\forall k\ ,\quad \rho_k e_k=\frac{P_k+\gamma_k.P_{\infty,k}}{\gamma_k-1} \qquad (۴)$$

در شرایط تعادل فشاری رابطه مورد نیاز برای بستن مدل به‌صورت زیر است :

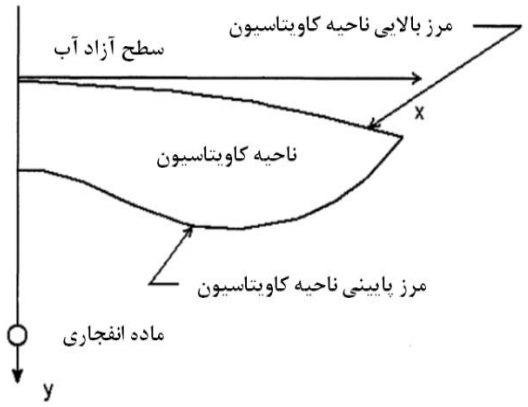
$$P(\rho,e,\alpha_k)=\frac{\rho e-\sum_k\frac{\alpha_k\gamma_k P_{\infty,K}}{\gamma_k-1}}{\sum_k\frac{\alpha_k}{\gamma_k-1}} \qquad (۵)$$

برای این مدل سرعت صوت مخلوط براساس رابطه $c_{eq}^2=Y_1\cdot c_1^2+Y_2\cdot c_2^2$ تعریف می‌شود که Y_k عبارت از کسر جرمی و c_k سرعت صوت در فاز مربوطه است. برای آب مقدار $P_{\infty,k}=10^8$ Pa و برای هوا صفر است.

۲-۲- مدل اصلاح‌شده کاویتاسیون اشمیت

در انفجار زیر آب به‌واسطه انعکاس امواج انبساطی قوی از سطح آزاد به‌سمت داخل آب، فشار به مقادیر بسیار کم کاهش می‌یابد[۲] (شکل ۱). چون بیشتر معادلات حالت مانند استیفند گاز برای فاز مایع در فشارهای بالا طراحی شده‌اند، غالباً در فشارهای پایین برای فاز آب دچار خطا شده و مقدار فشار ممکن است منفی محاسبه شود. به محض منفی‌شدن فشار، سرعت گاز به‌دلیل استفاده از معادله حالت گاز ایده‌آل به‌صورت عدد مختلط درآمده و به‌دلیل موهومی‌شدن عدد، کد به‌واسطه خطای عددی از حل خارج می‌شود.

1. Stiffened gas equation of state



شکل ۱ شکل نمادین از توزیع ناحیه کم‌فشار و پدیده کاویتاسیون در زیر سطح آزاد[۱۸]

در کار حاضر، برای غلبه بر این مشکل، از مدل کاویتاسیون اصلاح‌شده اشمیت برای محاسبه فشار در نواحی کاویتاسیون استفاده می‌شود. روش کار به این ترتیب است که به‌محض رسیدن فشار به محدوده فشار اشباع مایع، معادله حالت تغییر کرده و مدل کاویتاسیون اصلاح شده اشمیت[۱۹] جهت محاسبه فشار به‌کار برده می‌شود. برای مدل پنج‌معادله‌ای و به‌طور کلی برای مدل دوسیالی این کار برای نخستین مرتبه صورت می‌پذیرد. مدل کاویتاسیون اصلاح‌شده اشمیت به‌صورت زیر ارائه شده است:

$$P=\begin{cases} Eq.(۵) & P\geq P_{sat}\\ P_{sat}+P_{gl}\cdot\log(A) & P_\varepsilon<P<P_{sat}\\ P_\varepsilon & P<P_\varepsilon\end{cases}$$

$$P_{gl}=\frac{\rho_1c_1^2\rho_2c_2^2(\rho_1-\rho_2)}{\left(\rho_1^2c_1^2-\rho_2^2c_2^2\right)}$$

$$A=\frac{\rho_1c_1^2\rho_2c_2^2\cdot(\rho_2+\alpha.(\rho_1-\rho_2)}{\rho_2\left(\rho_1^2c_1^2-\alpha(\rho_1^2c_1^2-\rho_2^2c_2^2)\right)} \qquad (۶)$$

با تبعیت از [۱۹] مقدار فشار اشباع ۲۰۰۰ پاسکال لحاظ گردید و مقدار $P_\varepsilon=10^{-7}$ لحاظ شد.

۳- روش حل عددی

در این مقاله، از روش عددی گودونوف و حلگر ریمان HLLC [۱۶] استفاده شد. در حالت یک‌بعدی قسمت پایستار مدل پنج‌معادله‌ای را می‌توان به‌صورت ماتریسی به‌شکل زیر نوشت:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]

$$u=\begin{bmatrix}\alpha_1\rho_1\\ \alpha_2\rho_2\\ \rho u\\ \rho E\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{f}=\begin{bmatrix}\alpha_1\rho_1 u\\ \alpha_2\rho_2 u\\ \rho u^2+P\\ u(\rho E+P)\end{bmatrix} \tag{۷}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x}=0 \tag{۸}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t}+u\frac{\partial \alpha}{\partial x}=0 \tag{۹}$$

براساس روش عددی گودونوف گسسته‌سازی به‌ترتیب زیر انجام می‌شود:

$$u_j^{n+1}=u_j^n-\frac{\Delta t}{\Delta x}[\boldsymbol{f}(u^*(u_j^n,u_{j+1}^n))-\boldsymbol{f}(u^*(u_{j-1}^n,u_j^n))] \tag{۱۰}$$

روش عددی گودونوف دارای محدوده پایداری خطی است. برای سیستم معادلات (۸) و (۹) شرایط زیر به‌کار برده می‌شود:

$$\Delta t=C_{\text{cfl}}\frac{\Delta x}{S_{\max}^n} \tag{۱۱}$$

که Δx فاصله گره‌ها، $S_{\max}^n$ سریع‌ترین موج در گام زمانی n و C_{cfl} ضریب کورانت که $C_{\text{cfl}}\in(0,1]$ است. یکی از انتخاب‌های مطمئن براساس سریع‌ترین موج است که بیشترین کاربرد را توسط محققان داشته است. این رابطه به‌شرح زیر می‌باشد:

$$S_{\max}^n=\max_i\left\{\left|u_i^n\right|+c_i^n\right\} \tag{۱۲}$$

شار درون سلول حلگر ریمان HLLC توسط تورو[۱۶] طبق رابطه (۱۳) ارائه شده است:

$$F_{j+\frac{1}{2}}^{\text{HLLC}}=\begin{cases} f(u_L) & 0\le S_L\\ f(u_L^*)=f(u_L)+S_L(u_L^*-u_L) & S_L\le 0\le S^*\\ f(u_R^*)=f(u_R)+S_R(u_R^*-u_R) & S^*\le 0\le S_R\\ f(u_R) & 0\ge S_R\end{cases} \tag{۱۳}$$

بردار پایستار در ناحیه میانی یعنی در ناحیه بین موج‌های راست‌رو و چپ‌رو به‌شرح ذیل نوشته می‌شود:

$$\mathrm{U}_k^*=\begin{bmatrix}\alpha_1\rho_1\dfrac{S_k-u_k}{S_k-S^*}\\ \alpha_2\rho_2\dfrac{S_k-u_k}{S_k-S^*}\\ \rho\dfrac{S_k-u_k}{S_k-S^*}S^*\\ \rho\dfrac{S_k-u_k}{S_k-S^*}\left[E_k+(S^*-u_k)\times\left[S^*+\dfrac{P_k}{\rho_k(S_k-u_k)}\right]\right]\end{bmatrix} \tag{۱۴}$$

که k عبارت از L و R یعنی مرزهای چپ و راست سلول است. موج‌های راست‌رو و چپ‌رو با تبعیت از روش مرجع [۱۷] تخمین زده می‌شود:

$$S_R=\max(u_L+c_L,u_R+c_R)$$
$$S_L=\min(u_L-c_L,u_R-c_R) \tag{۱۵}$$

سرعت موج میانی با استفاده از روش HLL تخمین زده می‌شود:

$$S^*=\frac{(\rho u^2+P)_L-(\rho u^2+P)_R-S_L(\rho u)_L+S_R(\rho u)_R}{(\rho u)_L-(\rho u)_R-S_L\rho_L+S_R\rho_R} \tag{۱۶}$$

با توجه به اینکه در این مدل از آسایش فشار استفاده نشده است، کسر حجمی در طول گذر فصل مشترک ثابت می‌ماند:

$$\alpha_{kR}^*=\alpha_{kR}\quad,\quad \alpha_{KL}^*=\alpha_{KL} \tag{۱۷}$$

ترم ناپایستار ظاهرشده در سمت چپ معادله انتقال فاز $u\,\partial\alpha/\partial x$ است. ابتدا ترم ناپایستار به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\alpha=\operatorname{div}(\alpha\cdot u)-\alpha\cdot div(u) \tag{۱۸}$$

با جایگذاری این ترم در معادله (۹)، ترم $\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\alpha$ حذف می‌شود و رابطه انتقال کسر حجمی در حالت یک‌بعدی به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha_1 u)}{\partial x}=(\alpha_1)\frac{\partial u}{\partial x} \tag{۱۹}$$

که سمت چپ این معادله به‌صورت پایستار است. فرم گسسته‌سازی شده این معادله با استفاده از روش گودونوف برای ترم‌های جابه‌جایی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\alpha_{1j}^{n+1}=\alpha_{1j}^n-\frac{\Delta t}{\Delta x}[(u\alpha_1)^*_{j+\frac{1}{2}}-(u\alpha_1)^*_{j-\frac{1}{2}}-\alpha_{1j}.(u^*_{j+\frac{1}{2}}-u^*_{j-\frac{1}{2}})] \tag{۲۰}$$

این نحوه گسسته‌سازی تا حد زیادی مثبت‌ماندن کسر حجمی را تضمین می‌نماید و بر دقت محاسبه کسر حجمی می‌افزاید[۹]. برای ارتقای دقت مدل‌سازی از مرتبه ۱ به مرتبه ۲، از تکنیک MUSCL [۱۶] استفاده شد. برای توسعه شبیه‌سازی به دوبعدی از روش حجم محدود و شبکه ساده با سازمان مربعی استفاده شد. جزئیات این روش توسط انصاری و دارمی‌زاده[۱۰] شرح داده شده است.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]

۴- مسائل تست و اعتبارسنجی

در این قسمت مسائل تست استاندارد، که شامل فصول مشترک است، شامل لوله ضربه گاز-مایع خالص، انفجار یک ماده انفجاری زیر سطح آزاد و انفجار یک سیلندر هوای پر فشار زیر سطح آزاد شبیه‌سازی و تحلیل شد.

۴-۱-لوله ضربه هوا-آب

این مسئله شامل یک لوله ضربه می‌باشد که سمت چپ آن با مایع فشاربالا و سمت راست آن با هوا پر شده است. این مسئله آزمایش دارای حل دقیق[۹] است. هر سیال توسط معادله حالت استیفند-گاز مشخص می‌شود. شرایط اولیه این مسئله طبق جدول ۱ قابل بیان است. در شکل ۲ حل عددی مدل ۵ معادله‌ای با حل حقیقی[1] معادلات اویلر[۹] مقایسه می‌شود. در شکل ۲ از تعداد شبکه یکنواخت ۱۰۰۰ استفاده شد.

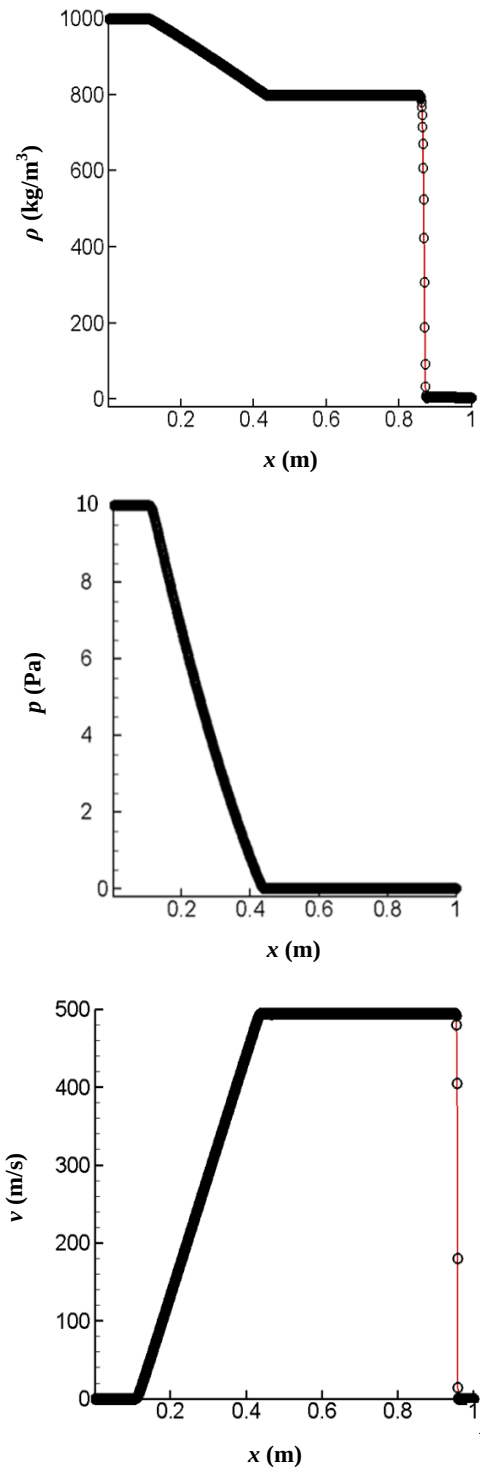
مقایسه نتایج عددی و حل حقیقی در هر دو شکل در زمان ۲۴۰μs انجام شده است. همان‌طور که در شکل ۲ دیده می‌شود، در این مسئله، موج‌های تراکمی قوی انتشار می‌یابند. جواب‌های به‌دست آمده کاملاً پایدار بوده و تطابق عالی بین نتایج عددی و حل دقیق آن مشهود است که بیانگر توانایی بالای مدل است.

جدول ۱ شرایط اولیه مسئله لوله ضربه

متغیر	۱<X<۰/۷		X>۰/۷	
	هوا	آب	هوا	آب
ρ(kg/m3)	۱	۱۰۰۰	۱	۱۰۰۰
u(m/s)	۰	۰	۰	۰
P(Pa)	$۱۰^{۵}$	$۱۰^{۵}$	$۱۰^{۹}$	$۱۰^{۹}$
α		$۱۰^{-۶}$	$۱۰^{-۶}$	

۴-۲-انفجار ماده منفجره AgN_3[2]

در این قسمت، یک مسئله دوبعدی انفجار زیرسطحی درنظر گرفته شد. این پدیده به‌تازگی توسط کلین و همکاران[۲۰] به‌صورت تجربی مطالعه شد و براساس دانش نویسنده جز جدیدترین و معدود نتایج در دسترس به‌حساب می‌آید. در این مسئله، انفجار ۱۰ میلی‌گرم AgN_3 به‌صورت یک هسته کروی با قطر ۱ سانتی‌متر مدل‌سازی شد که از آن انرژی ۲۵/۵J/m آزاد می‌شود.



شکل ۲ لوله ضربه گاز-مایع، مقایسه نتایج عددی (نشانه) با نتایج حل دقیق[۹] (خط توپر) و تعداد شبکه ۱۰۰۰ (از بالا به پایین: چگالی مخلوط دوفازی، فشار و سرعت)

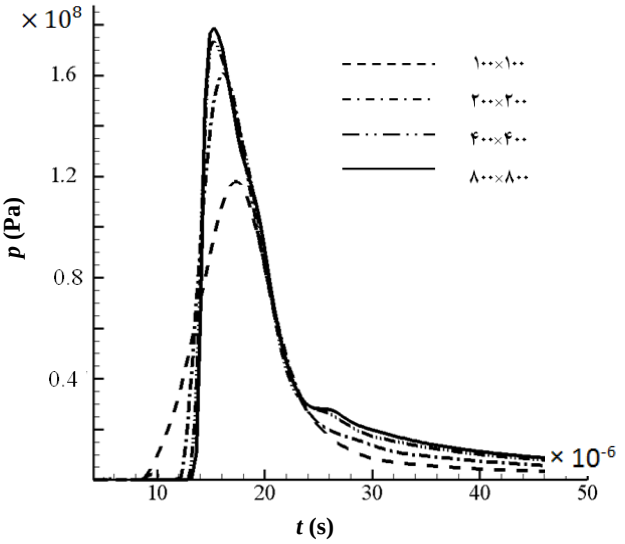
1. Exact
2. Silver Azide

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]

فشار حاصل از انفجار براساس نتایج تجربی[۲۰] معادل $۱۰^{۹}$Pa است. دامنه محاسباتی شامل یک میدان مربعی به ابعاد m^2 ۰/۳۵ ×۰/۳۵ است. در زمان t=۰s سطح آزاد افقی آب در موقعیت y= ۰/۱۷۵ m قرار دارد. ماده منفجره در عمق ۰/۱۲۵ متر زیر سطح آزاد قرار دارد. شرط مرزی کف شامل دیواره جامد و شرایط مرزی بالایی، چپ و راست به‌صورت غیرانعکاسی درنظر گرفته شد. در شکل ۳ نتایج مطالعه استقلال جواب‌ها از تعداد شبکه نشان داده شده است. در این شکل تغییرات زمانی فشار در زمان‌های مختلف در یک نقطه زیر محل انفجار با مختصات (۰/۱۷۵m , ۰/۰۸۷۵m) ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، به‌ازای تعداد شبکه بیشتر از ۴۰۰×۴۰۰، تغییرات معنی‌داری در جواب ظاهر نشده و لذا همین تعداد شبکه در محاسبات بعدی این مسئله به‌کار برده شد. همچنین، همان‌طور که دیده می‌شود، هیچ‌گونه نوسان ناخواسته عددی در جواب دیده نمی‌شود که این امر به‌واسطه هیپربولیک‌بودن مدل دوسیالی و مناسب‌بودن روش عددی است. در شکل ۴ مقایسه نتایج عددی در زمان‌های مختلف به‌صورت تصویر شلرین (گرادیان چگالی) با نتایج تجربی[۲۰] ارائه شده است. تطابق کیفی خوبی بین نتایج شبیه‌سازی عددی و نتایج تجربی مشاهده می‌شود. کانتور توزیع فشار در زمان‌های ۱۴ و ۴۲ میکروثانیه در شکل ۵ نمایش داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، یک ناحیه کاویتاسیون نسبتاً وسیعی در زیر سطح ایجاد شده که فشار در این ناحیه بین صفر تا ۲۰۰۰ پاسکال است. پس از وقوع انفجار، یک موج ضربه‌ای قوی به‌صورت شعاعی درون آب منتشر می‌شود. این موج ضربه‌ای قوی به سطح آزاد اصابت می‌کند و سبب ایجاد امواج انبساطی انعکاسی پرانتل-مایر می‌شود و مقداری از آن نیز به هوا عبور می‌کند. تنش ایجادشده به‌واسطه موج ضربه‌ای منعکس شده و امواج انبساطی انعکاسی از سطح آزاد سبب ایجاد یک ناحیه کاویتاسیون در نزدیک سطح آزاد می‌شود (شکل ۵). در شکل ۶ تاریخچه زمانی فشار در یک نقطه زیر هسته انفجاری و واقع در y=۰/۰۶۲۵ m نشان داده شده است. دو پیک فشاری در شکل ۶ مشاهده می‌شود. پیک اول، به‌واسطه گذر موج ضربه‌ای اصلی از نقطه مورد نظر، ایجاد شده و پیک دوم به‌واسطه عبور موج ضربه‌ای ضعیف‌تر منعکس‌شده از کف سطح جامد به‌وجود آمده است.

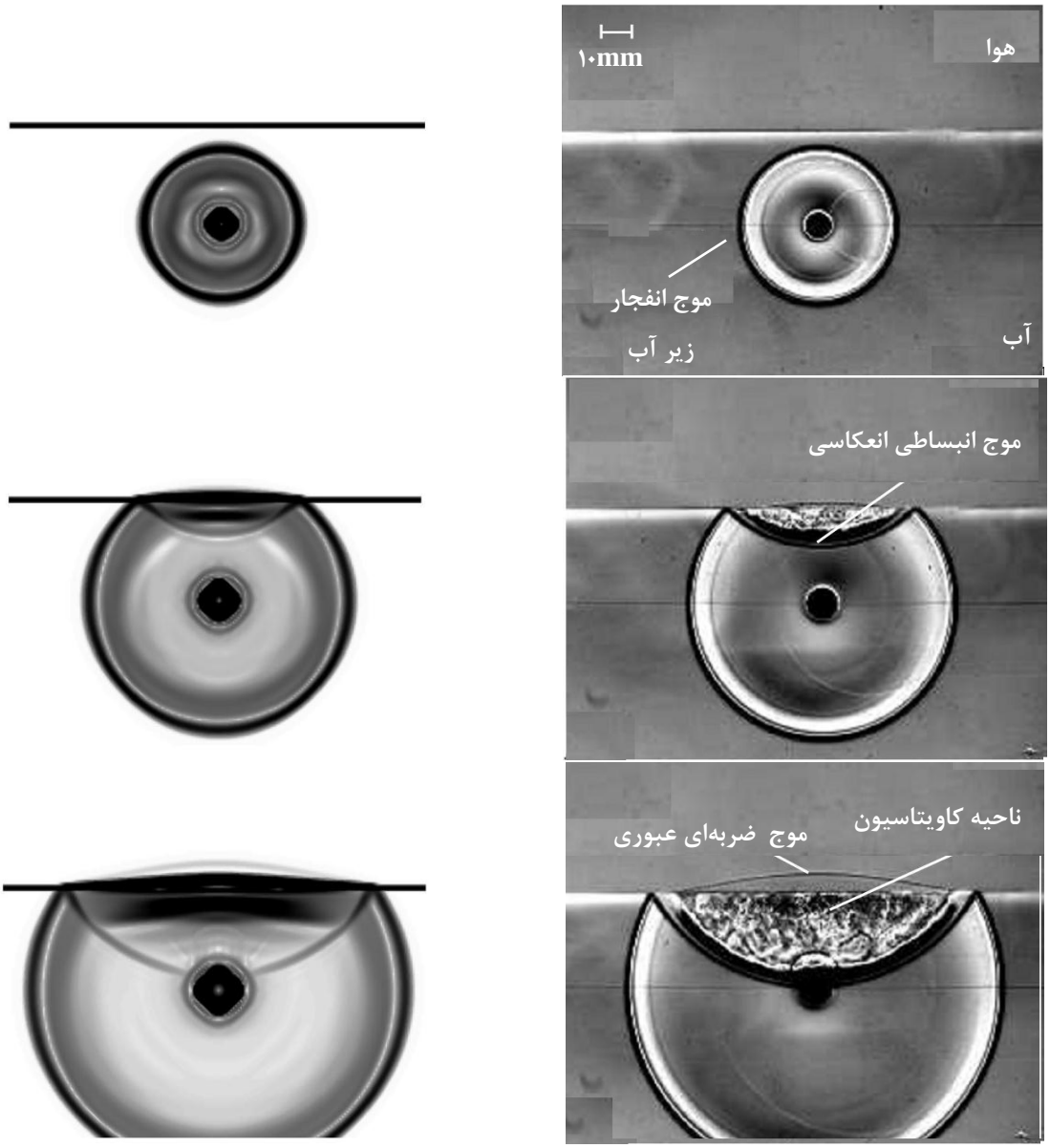
۴-۳- انفجار سیلندر پرفشار هوا زیر آب با سطح آزاد

در این قسمت، نتایج شبیه‌سازی عددی اثرات متقابل انفجار یک سیلندر هوای متراکم پرفشار در زیر آب با سطح آزاد ارائه می‌شود. این مسئله توسط مرجع [۱۴] نیز شبیه‌سازی شده است. روش عددی به‌کار گرفته شده در این مرجع ضد دیفیوژن و لاگرانژی است. این مسئله، از آن جهت که امواج تراکمی و انبساطی قوی و دو فصل مشترک در سطح آزاد و دیگری درون آب دارد، جز مسائل مشکل به‌حساب می‌آید. میدان محاسباتی این مسئله شامل یک مستطیل به ابعاد ۵×۵ متر بوده و عمق آب ۱/۵ متر است و سیلندر پرفشار با شعاع ۰/۲ متر در عمق ۰/۳ متر زیر سطح آزاد آب قرار دارد (شکل ۷). شرایط اولیه این مسئله به شرح جدول ۲ است. شرایط مرزی در کف به‌صورت مرز دیواره و در بقیه جاها به‌صورت شرایط برون‌یابی لحاظ شده است. نتایج به‌صورت دیاگرام شلرین در زمان‌های ۰/۲، ۰/۴، ۰/۸۵ و ۱/۲ میلی‌ثانیه در شکل ۸ نشان داده شده است. ابتدا یک موج ضربه‌ای قوی به‌صورت دایره‌ای از فصل مشترک سیلندر جدا می‌شود. حباب هوا شروع به انبساط می‌کند و سطح آزاد آب را به‌سمت بالا پرتاب می‌کند. همان‌طور که در زمان‌های ۰/۸۵ و ۱/۲ میکروثانیه دیده می‌شود، مقداری از موج ضربه‌ای از محیط آب عبور کرده و به هوا منتقل می‌شود. وقتی که موج ضربه‌ای به دیواره جامد برخورد می‌کند، منعکس می‌شود و یک ناحیه پرفشار پشت موج ضربه‌ای ایجاد می‌شود.

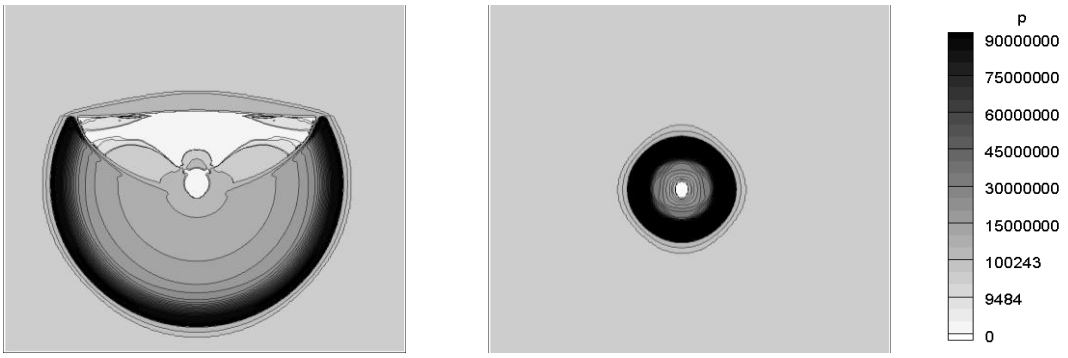


شکل ۳ تاریخچه زمانی تغییرات فشار در موقعیت مکانی (۰/۱۷۵m , ۰/۰۸۷۵m) به‌ازای تعداد شبکه مختلف

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]



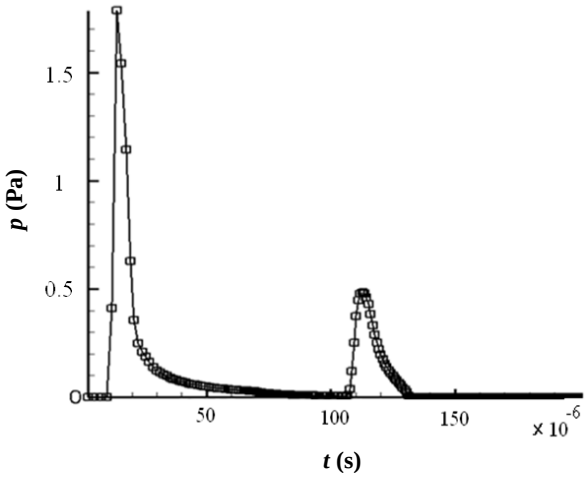
شکل ۴ انفجار زیر آب، گرادیان چگالی به‌صورت تصاویر شلرین، سمت چپ نتایج عددی کار حاضر، سمت راست نتایج تجربی مرجع [۱۸]، به‌ترتیب از بالا به پایین ۱۴ و ۲۸ و ۴۲ میکرو ثانیه



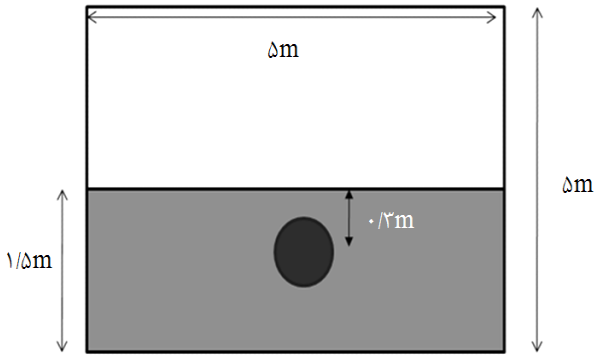
شکل ۵ انفجار زیر آب، نتایج عددی توزیع فشار برحسب Pa در زمان‌های ۱۴ و ۴۲ میکروثانیه

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]



شکل ۶ تاریخچه زمانی تغییرات فشار در موقعیت مکانی (۰/۱۷۵ , ۰/۰۸۷۵)

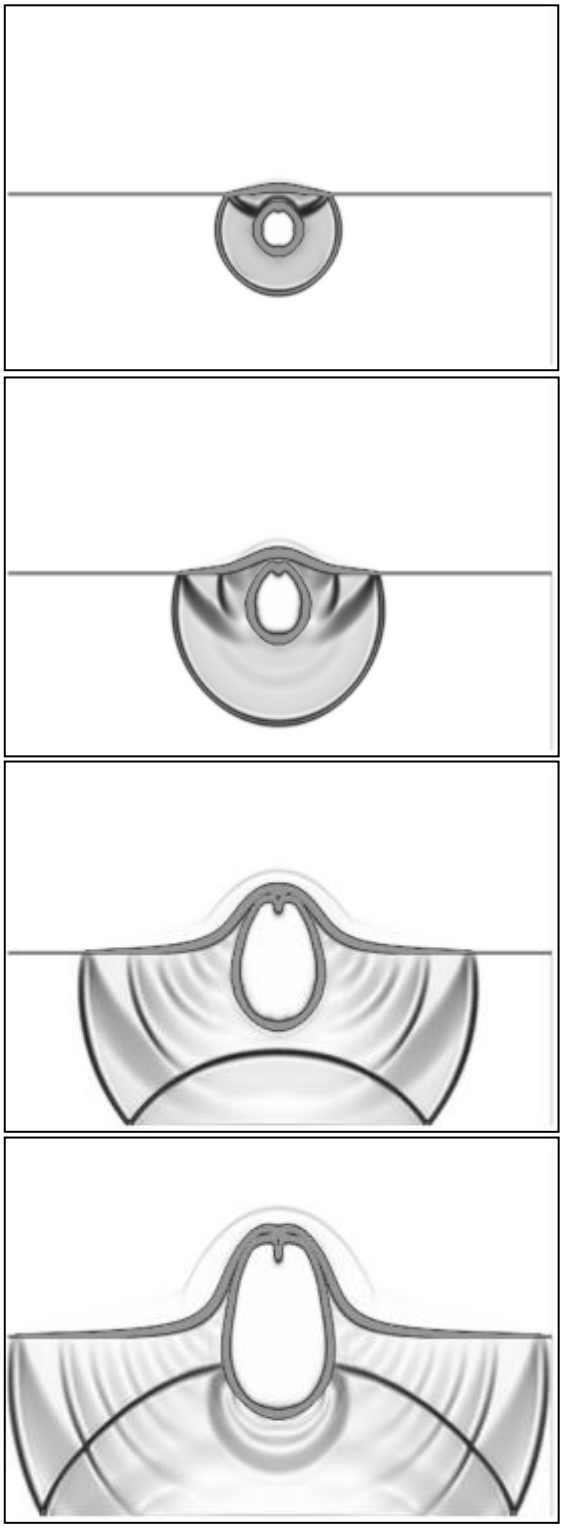


شکل ۷ طرحواره‌ای از شرایط اولیه و ابعاد میدان حل مسئله انفجار سیلندر پرفشار زیر آب

جدول ۲ ویژگی‌های گاز و مایع و شرایط اولیه برای مسئله انفجار زیر آب با سطح آزاد

سیال	γ	ρ(kg/m3)	P(Pa)	P_∞.(Pa)
بالای سطح آزاد	۱/۴	۱/۲۲۵	۱۰۱۱۳۲	۰
گاز داخل حباب	۱/۴	۱۲۵۰	$۱۰^{۹}$	۰
آب	۴/۴	۱۰۰۰	۱۰۱۱۳۲	۶×۱۰^{۸}

نتایج عددی به‌دست آمده فاقد نوسان عددی می‌باشند و با نتایج عددی مرجع [۱۴] تطابق دارد. شایان ذکر است که روش عددی این مقاله از لحاظ زمان اختصاص‌یافته برای حل و کدنویسی کم‌هزینه‌تر از روش‌های لاگرانژی می‌باشد.



شکل ۸ نتایج عددی به‌صورت تصاویر شلرین از انفجار سیلندر هوا در زیر سطح آب در زمان‌های ۰/۲، ۰/۴، ۰/۸۵ و ۱/۲ میکروثانیه

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق، انفجار زیرسطحی با درنظر گرفتن سطح آزاد آب با استفاده از مدل دوسیالی پنج‌معادله‌ای کاپیلا و روش عددی گودونوف بررسی شد. در پدیده انفجار زیرسطحی، با لحاظ‌کردن اندرکنش با سطح آزاد، در اثر برخورد موج ضربه‌ای به سطح آزاد و انعکاس امواج انبساطی به‌سمت داخل آب ناحیه کاویتاسیون ایجاد می‌شود. در ناحیه کاویتاسیون فشار به‌شدت کاهش می‌یابد، به‌نحوی که معادلات حالت معمولی قادر به پیش‌بینی فشار در این نواحی نیستند و مقدار فشار، به‌صورت خطا، منفی می‌شود. با منفی‌شدن فشار، امکان محاسبه سرعت صوت ازبین رفته و کد از حل خارج می‌شود. برای رفع این مشکل در این پژوهش برای اولین‌بار مدل کاویتاسیون اصلاح‌شده اشمیت، که قبلاً برای مدل‌های تک‌سیالی به‌کار برده می‌شد، برای مدل دوسیالی پنج‌معادله‌ای استفاده شد. فصول مشترک گاز-آب و هوا-آب با دقت خوب و بدون نوسان تسخیر شده و میدان فشار پیچیده، با تغییرات شدید فشاری از نزدیک به صفر تا 10^{9} Pa، با دقت خوبی محاسبه شد. نتایج عددی هم‌خوانی خوبی با نتایج تجربی موجود و کارهای عددی دیگران دارد.

۶- مراجع

[1] Kedrinskii V. K., *Hydrodynamics of Explosion: Experiments and Models*, Springer, Berlin, 2004.

[2] Xie W. F. et al, "The Simulation of Cavitating Flows Induced by Underwater Shock and Free Surface Interaction", *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 57, 2007, pp. 734-745.

[3] McCoy R. W., Sun C. T., "Fluid-Structure Interaction Analysis of a Thick-Section Composite Cylinder Subjected to Underwater Blast Loading", *Composite Structures*, Vol.37, No.1, 1997, pp.45-55.

[4] Pishevar A. R., Amirifar R., "An Adaptive ALE Method for Underwater Explosion Simulations Including Cavitation", *Shock Waves*, Vol. 20, 2010, pp. 425-439.

[5] Terashima H., Tryggvason G., "A Front-Tracking/Ghost-Fluid Method for Fluid Interfaces in Compressible Flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, 2009, pp. 4012-4037.

[6] Terashima H., Tryggvason G., "A Front-Tracking Method with Projected Interface Conditions for Compressible Multi-Fluid Flows", *Computers & Fluids*, Vol. 39, 2010, pp. 1804-1814.

[7] Liu M. B., Liu G. R., Lam K. Y., Zong Z., "Smoothed Particle Hydrodynamics for Numerical Simulation of Underwater Explosion", *Computational Mechanics*, Vol.30, 2003, pp.106-18.

[8] Menikoff K. R., Bdzil J., Son S., Stewart D., "Two-Phase Modeling of DDT in Granular Materials: Reduced Equations. " *Physics of Fluids*, Vol. 13, 2001, pp. 3002-3024.

[9] Saurel R., Petitpas F., Berry R. A., "Simple and Efficient Relaxation Methods for Interfaces Separating Compressible Fluids, Cavitating Flows and Shocks in Multiphase Mixtures", *journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 5, 2009, pp.1678-1712.

[10] M. R. Ansari, A. Daramizadeh, Numerical simulation of droplet breakup by shock wave collision, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol.12, No.1, 2012, pp.41-49.(In Persian)

[11] Murrone A., Guillard H., "A Five-Equation Reduced Model for Compressible Two-Phase Flow Problems", *Journal of Computational Physics*, Vol. 202, No. 2, 2005, pp. 664-698.

[12] Kreeft J. J., Koren B., "A New Formulation of Kapila's Five-Equation Model for Compressible Two-Fluid Flow, and its Numerical Treatment", *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, 2003, pp. 6220-6242.

[13] Qamar S., Ahmed M., "A High Order Kinetic Flux-Vector Splitting Method for the Reduced Five-Equation Model of Compressible Two-Fluid Flows", *Journal Of Computational Physics*, Vol. 228, 2009, pp. 9059-9078.

[14] Kokh S., Lagoutière F., "An Anti-Diffusive Numerical Scheme for the Simulation of Interfaces between Compressible Fluids by Means of a Five-Equation Model", *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, 2010, pp. 2773-2809.

[15] Deledicque V., Papalexandris M. V., "An Exact Riemann Solver for compressible Two-Phase Flow Models Containing Non-Conservative Products", *Journal of Computational Physics*, Vol. 222, 2007, pp. 217-245.

[16] Toro E. F., *Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer, Berlin, 1999.

[17] Tokareva S. A., Toro E. F., "HLLC-Type Riemann Solver for the Baer-Nunziato Equations of Compressible Two-Phase Flow", *Journal of Computational Physics*, Vol.229, 2010, pp.3573-604.

[18] Costanzo F. A., "Underwater Explosion Phenomena and Shock Physics", *Proceedings of the IMAC-XXVIII*, Florida USA, February 2010.

[19] Xie W. F., Liu T. G., Khoo B. C., "Application of a One-Fluid Model for Large Scale Homogeneous Unsteady Cavitation: The Modified Schmidt Model", *Computers & Fluids*, Vol. 35, 2006, pp. 1177-1192.

[20] Kleine H., Tepper S., Takehara K., Etoh T. G., Hiraki K., "Cavitation Induced by Low-Speed Underwater Impact", *Shock Waves*, Vol. 19, 2009, pp. 895-900.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.5.11.1]