



## مساله راهرفتن ربات معلول: رویکردی متفاوت به مساله راهرفتن ربات‌های دوپا

برهان بیگزاده\*

استادیار، مهندسی مکانیک، آزمایشگاه تحقیقاتی بیومکانیک و مهندسی شناختی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 16846-13114، b\_beigzadeh@iust.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 26 دی 1394  
پذیرش: 25 بهمن 1394  
ارائه در سایت: 22 اسفند 1394  
کلید واژگان:

راهرفتن ربات‌های دوپا  
جابجایی دینامیکی اشیاء  
ربات معلول

### چکیده

مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راهرفتن ربات‌های دوپا، هرچند به نظر می‌رسد که در نگاه اول کاملاً متفاوت باشند، ولی در واقع می‌توان نشان داد که ارتباط‌های بسیار عمیقی بین این دو نوع سیستم رباتیکی وجود دارد. در این مقاله به بررسی ارتباط بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راهرفتن ربات‌های دوپا در کلیه سطوح غیرفعال، نیمه‌فعال و فعال پرداخته می‌شود. در این راستا مساله‌ای مجازی تحت عنوان «مساله راهرفتن ربات معلول» تعریف می‌گردد و بر اساس آن نحوه ارتباط بین این دو سیستم تشریح می‌گردد. با این دیدگاه، راه رفتن ربات‌های دوپا نوعی ویژه از مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی است که در آن، شیئی با ساختاری درست شبیه به ساختار ربات دوپا بوسیله بازوهای مکانیکی صفردرجه‌ای آزادی (که دیگر وجود خارجی ندارند) جابجا می‌شود. به عبارتی می‌توان گفت که زمین، ربات دوپا را به عنوان شیئی چندلینکی جابجا می‌کند. برای هر سه حوزه غیرفعال، نیمه‌فعال و فعال، با ذکر مثال‌هایی نشان داده می‌شود که می‌توان از تعریف یک مساله مادر (جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی) به توسعه مساله راهرفتن ربات دوپای نظیر در همان حوزه دست پیدا کرد. نشان داده می‌شود که کلیه جزئیات مساله راهرفتن، از جمله مسایل مربوط به پایداری، قابل استنتاج از مساله مادر (جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی) هستند.

## Amputee walking robot: a different approach to biped walking problem

Borhan Beigzadeh\*

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, b\_beigzadeh@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 January 2016  
Accepted 14 February 2016  
Available Online 12 March 2016

**Keywords:**  
Biped Walking  
Dynamic Object Manipulation  
Amputee Walking Robot

### ABSTRACT

Although it seems that two categories of robotic systems, the dynamic object manipulation and dynamic biped walking systems, are completely different in how they are dealt with at the first glance, we believe that there exists a strong relationship between these two types of robotic systems. This paper studies the correlation of the dynamic biped walking and dynamic object manipulation in all areas (passive, underactuated and fully-actuated classes). In this regard, the virtual problem of "the amputee walking robot" is defined to describe the relationship between these two kinds of robotic systems. From this viewpoint, the problem of dynamic biped walking is a special case of dynamic manipulation of multibody objects in which the multibody object has a structure similar to the structure of biped robots. In other words, we can say that the ground manipulates the biped robot which is considered as a multibody object. Then, the concept of correlation is investigated in three different classes of the problem: passive, underactuated, and fully-actuated systems. For each of three categories, appropriate examples are studied. It will be shown that the details of the walking problem could be extracted from the mother problem of dynamic manipulation of multibody objects in all its aspects.

### 1- مقدمه

صفر<sup>1</sup> و برنامه‌ریزی زمانی تعقیب مسیرهای مرجع مفاصل کنترل شده‌اند. چنین ربات‌هایی همواره تلاش دارند نقطه تعادل مذکور از چندضلعی تکیه‌گاهی خارج نشود. ربات‌های شناخته شده‌ای مانند «آسیمو<sup>2</sup>» از این دسته‌اند. اما پیچیدگی‌های این ربات‌ها و سختی به کارگیری آنها برای ماموریت‌های مختلف در محیط‌های مختلف، محققین را به الهام از حرکت انسان و بهره‌گیری از پایداری دینامیکی ذاتی راه‌رونده سوق داده‌است. لذا مفهوم «راهرفتن دینامیکی غیرفعال<sup>3</sup>» را نخستین بار مک‌گیر [1،2] مطرح نمود. او نشان داد یک راه‌رونده غیرفعال دوپا، می‌تواند صرفاً تحت تاثیر نیروی گرانش، از سطح شیب‌دار بصورت کاملاً پایدار پایین رود. از آن پس، تلاش‌ها

دو دسته‌ای عمده‌ی سیستم‌های رباتیکی، یعنی سیستم‌های جابجایی اشیاء و همچنین سیستم‌های راه رفتن ربات‌های دوپا همواره مورد توجه پژوهشگران و محققین بوده‌اند؛ چرا که این دو سیستم بیانگر و نماینده غالب توانمندی‌های انسان هستند. این دو شاخه به طور مستقل، بسیار مورد مطالعه و تحقیق و بررسی قرار گرفته‌اند، ولی به طور همزمان و در قالب یک مساله واحد، تاکنون بدانها توجهی نشده‌است.

در حوزه ربات‌های دوپا، تحقیقات زیادی در سه سطح ربات‌های فعال، نیمه‌فعال و غیرفعال انجام شده است. در حوزه ربات‌های فعال، ربات‌های موفقی بر اساس معیارهای پایداری حول یک نقطه تعادل مانند نقطه لنگر

1- ZMP (Zero Moment Point)  
2- ASIMO  
3- Passive walking

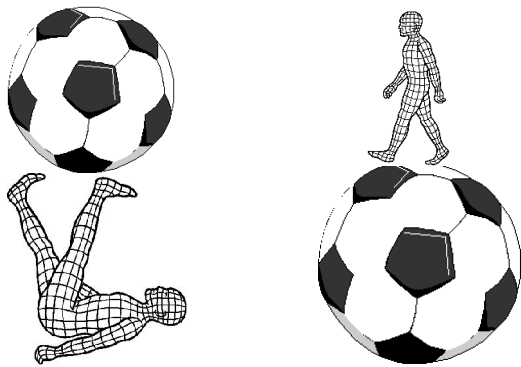


Fig. 1 Walking and object manipulation [20]

شکل 1 راه رفتن انسان و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء [20]

بر روی کره زمین انجام می‌دهد (شکل 1). بدین منظور، ابتدا مساله‌ای تحت عنوان جابجایی یک دیسک یا توپ بوسیله دو بازوی مکانیکی تعریف می‌گردد که طی آن، بازوهای مکانیکی توپ را متناوباً پرتاب نموده و می‌گیرند و عمل جابجایی را بدین صورت بر روی آن انجام می‌دهند. سپس در مرحله بعدی، با تغییر برخی شرایط مرزی و پارامترهای مساله، سعی می‌شود که ابعاد و جرم توپ به ابعاد و جرم کره زمین میل داده شود و در عوض ابعاد و جرم پایه بازوهای مکانیکی به ابعاد و جرم بالاتنه‌ی انسان تغییر یابد (شکل 2).

گرچه ممکن است این رویکرد در بعد دینامیکی، مساله را پیچیده‌تر نماید، لیکن حداقل از نگاه سینماتیکی می‌تواند به درک ما از راه رفتن بر اساس مساله جابجایی اشیاء کمک نماید [20]. این دیدگاه به ما القاء می‌کند که این دو مساله، یعنی مساله جابجایی اشیاء و مساله راه رفتن دوپا، به نوعی مساله‌های دوگان یکدیگر هستند.

در مقاله پیش‌رو، رویکرد جدیدی به مساله راه رفتن ربات‌های دوپا مورد بحث قرار می‌گیرد که با آنچه اشاره شد متفاوت است. لذا ابتدا یک مساله کلی جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی تعریف می‌شود و سپس تحت شرایط و قیودی خاص نشان داده می‌شود که مساله راه رفتن ربات‌های دوپا نوع خاصی از این مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. در واقع هدف این مقاله تبیین چگونگی ارتباط بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات‌های دوپا است. در ادامه مباحث مفهومی مربوط به این استدلال ارائه خواهد شد، سپس با اشاره به کلیات مدلسازی و فرمولاسیون مربوطه، شبیه‌سازی‌هایی ارائه خواهد شد که نتایج آن موید این موضوع است.

## 2-ارتباط مفهومی بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات‌های دوپا

ابتدا لازم است که ارتباط مفهومی بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات‌های دوپا مورد مطالعه قرار گیرد. اولین نکته مهم در این راستا، توجه به این مساله است که در ربات‌های دوپا، برای راه رفتن معمولاً از دو پا (و گاهی هم دو دست؛ مثلاً در ربات‌ها و افراد ژیمناست) استفاده می‌شود. مهمترین ویژگی فرآیند راه رفتن، جابجایی نسبی راه‌رونده نسبت به زمین است که به کمک همین دو عضو مذکور انجام می‌گردد. دومین نکته در راه رفتن این است که تماس‌های بین پاها و زمین، تماس‌های یک‌سویه هستند. به عبارتی، پاها نمی‌توانند هنگام راه رفتن زمین را بگیرند و یا آن را بکشند، بلکه تنها قادرند که زمین را فشار دهند و به آن نیرو وارد کنند. در حقیقت شخص یا ربات راه‌رونده با مدیریت و کنترل درست این نیروهای تماسی، قادر به راه رفتن می‌گردد. از آنجا که این نوع نیروها، یک‌سویه

برای بهره‌گیری از این ایده در پایداری و کنترل ربات‌های دوپا آغاز شد و دسته دیگری از تحقیقات شکل گرفت که تمرکز آنها روی پایداری دینامیکی<sup>1</sup> حول یک سیکل حدی پایدار<sup>2</sup> بود [3-5]. با این ایده، ربات‌ها می‌توانستند بطور قابل ملاحظه‌ای نسبت به قبل طبیعی‌تر و با مصرف انرژی کمتر، و البته شبیه انسان، حرکت کنند. در حد فاصل این دو دسته از ربات‌های دوپا، ربات‌های نیمه‌فعال هستند که تعداد عملگرهای آنها برای کنترل کلیه درجات آزادی ربات کافی نیست که مسایل و مشکلات پایداری را در پی دارد. به عنوان مثال گریزل و همکارانش در تیم تحقیقاتی خود چرخش ربات‌های دوپای نیمه‌فعال را بصورت پایدار در فضای سه‌بعدی بررسی کرده‌اند [6،7]. همچنین در برخی تحقیقات با تعریف روش‌های کنترلی تقلیل‌یافته سعی شده است تا مفهوم چرخش در ربات‌های دوپای نیمه‌فعال و در فضای سه‌بعدی پیاده‌سازی شود [8].

محققین داخلی نیز در حوزه ربات‌های دوپا و راه رفتن آنها فعالیت‌های پژوهشی زیادی داشته‌اند که به عنوان نمونه می‌توان به برخی از آنها اشاره داشت. در برخی از این پژوهش‌ها، طراحی مسیر در ربات‌های سه‌بعدی انجام شده‌است [9]؛ برخی به طراحی مسیر بهینه برای راه رفتن ربات‌های دوپا پرداخته‌اند [10] و بعضی نیز انجام پژوهش‌هایی به همراه آزمایشات عملی در حوزه ربات‌های دوپای غیرفعال [11] را مورد توجه قرار داده‌اند.

اما مساله جابجایی دینامیکی اشیاء صورت خاصی از مساله جابجایی اشیاء است که برای نخستین بار توسط ماتئو میسون مطرح شد [12] و بعدها توسط سایرین، مثلاً لینچ و همکارانش، کارهای مهمی در این زمینه صورت پذیرفت [13،14] که در آنها مفاهیم مربوط به جابجایی دینامیکی اشیاء مطرح شد و گفته شد که در این رویکرد از خصوصیات دینامیکی شیء برای جابجایی آن استفاده می‌شود و به این ترتیب ساختار ربات‌های جابجاکننده ساده‌تر می‌شود. برخی محققین داخلی نیز انواعی از این نوع سیستم‌های جابجاکننده دینامیکی اشیاء را مورد توجه قرار داده‌اند؛ در برخی پژوهش‌ها طراحی مسیر و کنترلر برای جابجایی دینامیکی یک کره بوسیله دو بازوی مکانیکی مورد مطالعه قرار گرفت [15]. تارووردی‌زاده و همکاران نیز جابجایی دینامیکی اشیاء را بوسیله بازوی مکانیکی انعطاف‌پذیر به صورت ثنوری و عملی بررسی نمودند [16]. اکبری‌مجد و همکاران نیز بحث جابجایی اشیاء ساده بوسیله زنجیره‌ای از بازوهای یک لینکی پشت‌سرهم را مورد تحقیق و آزمایش قرار دادند [17].

در این مقاله قصد داریم که به مطالعه ارتباط بین این دو شاخه از رباتیک بپردازیم. می‌توان گفت که تحقیقات در حیطه ارتباط بین راه رفتن دینامیکی ربات‌های دوپا با سیستم‌های جابجاکننده دینامیکی اشیاء بسیار اندک است. شاید مهمترین رباتی که دو حوزه راه رفتن و جابجایی دینامیکی اشیاء را به نوعی با هم بکار گرفته‌است، ربات موبیپولیتور<sup>3</sup> باشد که رباتی چهارچرخ است و به وسیله چرخ‌های خود هم می‌تواند حرکت کند و همزمان نیز جابجایی اشیاء مانند کاغذ را انجام دهد [18]. در برخی پژوهش‌ها نیز محققین به بررسی شباهت‌های بین مساله پریدن درجا با مساله پرتاب اشیاء پرداختند [19].

پیشتر، بر روی گونه‌ای از ارتباط بین راه رفتن ربات‌های دوپا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء بحث شده‌است [20] که بر اساس این دیدگاه، ربات دوپا در حین راه رفتن، کره‌ی زمین را می‌غلطاند و نوعی عمل جابجایی اشیاء

1- Dynamic stability  
2- Stable limit cycle  
3- Mobipulator

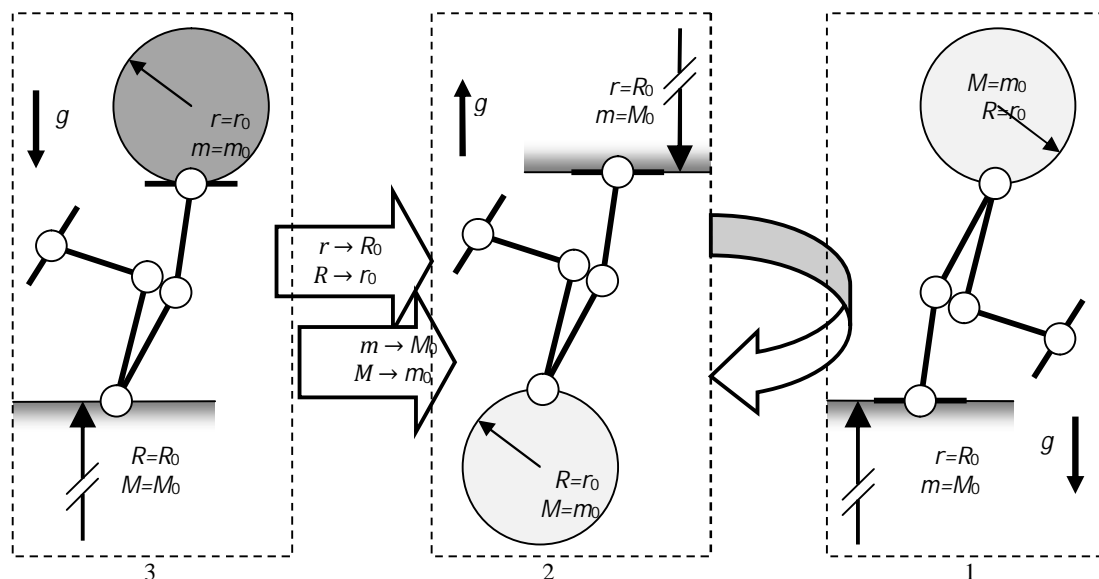


Fig. 2 Evolutionary process of extracting dynamic biped walking from dynamic object manipulation [20]

شکل 2 روند تبدیل مساله جابجایی اشیاء به مساله راه رفتن ربات‌های دوپا از یک دیدگاه خاص [20]

ادامه، به مساله‌ای تحت عنوان «مساله راه رفتن ربات معلول» پرداخته می‌شود و به کمک توضیح و تشریح آن، مفاهیم مورد نظر تبیین و ارائه خواهد شد.

### 1-1-2- مساله راه رفتن ربات معلول

اصطلاح «ربات معلول» در واقع نمی‌تواند منطقی باشد. چراکه یک ربات برای هدف خاصی ساخته می‌شود که بدین ترتیب معلولیت برای یک ربات بی‌معنی است. با این اوصاف، با طرح این عبارت، سعی می‌شود که روند تکاملی تبدیل مساله جابجایی اشیاء به مساله راه رفتن ربات دوپا ارائه گردد. در این مساله، ربات معلول ربات دوپایی است که به نوعی از ناحیه‌ی پاهای خود معلول است. معلولیت این ربات در پاها از صفر تا صد درصد می‌تواند تغییر کند. حال فرض کنید مساله عبارت از راه رفتن رباتی با صد درصد معلولیت (یعنی رباتی بدون پا) است. یکی از راه‌های ممکن برای این کار، استفاده از بازوهای مکانیکی است که بر روی زمین به طور ثابت قرار گرفته‌اند و ربات معلول را به اندازه یک گام جابجا می‌کنند. حال اگر آرایش بازوهای مکانیکی نصب شده بر روی زمین به گونه‌ای باشد که درست در انتهای ماموریت یک بازو، بازوی مکانیکی دیگری ربات معلول را تحویل گرفته و آن را به اندازه‌ی گام دیگری حمل کند و آن را به بازوی بعدی تحویل دهد، آنگاه می‌توان گفت که ربات معلول توانسته جابجا شود و یا «راه برود». اما آنچه در اینجا مطرح شد، در واقع یک مساله جابجایی اشیاء بود و نه یک مساله راه رفتن واقعی؛ مساله‌ای که در آن ربات معلول بدون پا، در نقش یک شیء ساده (احتمالاً چندلینکی) عمل کرده، بازوهای مکانیکی آن را جابجا نمودند.

در مساله گفته شده، برای اینکه بازوها بتوانند حرکتی مانند آنچه در راه رفتن اتفاق می‌افتد را بوجود بیاورند، باید ساختاری مانند پاهای یک ربات دوپای عادی را داشته باشند؛ یعنی مثلا شامل ران، ساق و مچ پا باشند. اما هرچه از معلولیت ربات کاسته شود، برای حرکت دادن ربات بر روی زنجیره‌ای از بازوهای مکانیکی، به بازوهای پیچیدگی ساختاری کمتری نیاز است. به عنوان مثال، اگر معلولیت ربات به گونه‌ای باشد که مثلا پای ربات از زانو قطع شده باشد، آنگاه کافی است که بازوهای مکانیکی دارای ساق و مچ باشند. در

هستند، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که فرآیند راه رفتن یک فرآیند نیمه-فعال<sup>1</sup> است (راه‌رونده نمی‌تواند به صورت دلخواه به سطوح تماسی نیرو وارد کند). این امر، یکی از ویژگی‌های مساله جابجایی ناگیرنده اشیاء<sup>2</sup> نیز هست؛ یعنی تماس‌های یک‌سویه. همچنین وقتی که صحبت از جابجایی نسبی شیئی نسبت به زمین می‌شود، می‌توان احتمال داد که یک مساله جابجایی اشیاء در این بین قابل تعریف است. این دو امر (جابجایی نسبی و تماس‌های یک‌سویه)، دو پارامتر اساسی و کلیدی در مطالعه ارتباط بین مساله راه رفتن ربات‌های دوپا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. در ادامه ارتباط بین این دو سیستم تبیین و تشریح می‌گردد.

### 1-2- تفسیری دگرگونه از مساله راه رفتن ربات‌های دوپا

اگر ارتباطی بین مساله راه رفتن ربات‌های دوپا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء وجود داشته باشد، این ارتباط چیست؟ برای پاسخ‌دادن به چنین پرسشی، ابتدا مساله راه رفتن ربات‌های دوپا مورد بررسی قرار می‌گیرد که برای محققین شناخته‌شده‌تر بوده، زوایای مختلف آن روشنتر از مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. تفسیری دگرگونه از راه رفتن دینامیکی ربات‌های دوپا می‌تواند در برقراری ارتباط بین دو مساله مذکور، مفید واقع گردد. با اندکی توجه به مساله راه رفتن ربات‌های دوپا، می‌توان دریافت که در فرآیند راه رفتن، معمولا عضو (عمدتا پا و ندرتا دست) با زمین در تماس است و بدن را (شامل پای دیگر) جابجا می‌کند. در همین حال نیز بدن نسبت به زمین جابجا می‌شود. از همین جا می‌توان دریافت که اگر فرض شود که راه رفتن ربات‌های دوپا، نوعی مساله جابجایی دینامیکی اشیاء باشد، پاها قطعاً نقش بازوهای مکانیکی (جابجا کننده‌ها) را خواهند داشت. اما آیا چنین فرضی را در خود مساله راه رفتن ربات‌های دوپا نیز می‌توان در نظر گرفت؟ اگر چنین باشد، می‌توان در مطالعه ارتباط بین راه رفتن ربات‌های دوپا و مساله جابجایی دینامیکی اشیاء، رویکردی در نظر گرفت که بر اساس آن پاها بازوهای مکانیکی هستند که بدن را به عنوان یک شیء به صورت دینامیکی جابجا می‌کنند. در حقیقت، هدف اصلی در مقاله نیز تبیین همین رویکرد است. در

1- Underactuated Process  
2- Nonprehensile Manipulation

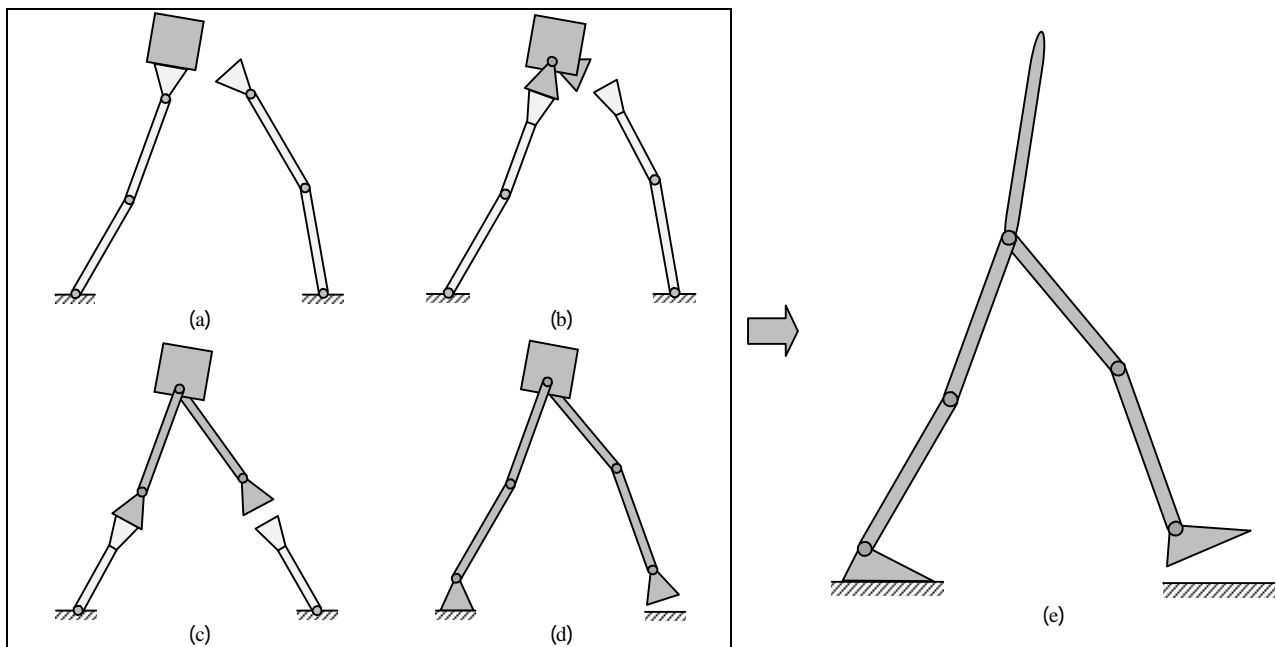
انجام شد، بدیهی است که برای تعریف و مدلسازی مساله‌ی راه رفتن ربات دوپا به تعریف نوع خاصی از مساله جابجایی اشیاء نیاز است که در آن اشیائی با ساختار چندلینکی جابجا می‌گردند. مفهوم «شیء چندلینکی» گستره‌ی بسیار زیادی از اشیاء را در برمی‌گیرد؛ به عنوان مثال، یک شیء صلب نیز شیئی چندلینکی محسوب می‌شود که دارای یک لینک است. ولی در اینجا، فقط اشیائی مدنظر هستند که از لحاظ ساختاری متقارن بوده و حداقل دو سطح تماسی برای ایجاد تماس با بازوهای مکانیکی داشته باشند. با این فرضیات بستری برای تعریف مساله راه رفتن ربات‌های دوپا بر پایه مساله جابجایی اشیاء فراهم می‌آید. با این اوصاف می‌توان مساله راه رفتن ربات معلول را بر پایه‌ی مساله جابجایی اشیاء چندلینکی مورد مطالعه قرار داد. بدین منظور به صورت شماتیک، سیستم‌هایی از جابجایی دینامیکی اشیاء در شکل 3 به نمایش درآمده‌است. مشاهده می‌شود که در شکل a-3 تا شکل d-3 تصویری از چهار مساله‌ی مختلف جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی به تصویر کشیده شده‌است که ساختار شیء از ابتدا ساده بوده، به ترتیب بر پیچیدگی آن افزوده شده‌است. ضمن آنکه به ترتیب از پیچیدگی ساختار بازوهای مکانیکی به مرور کاسته شده‌است. در شکل d-3 به وضوح مشاهده می‌شود که در واقع به جای یک مساله جابجایی اشیاء، با یک مساله راه رفتن ربات دوپا مواجه هستیم؛ چیزی که بصورت معادل در شکل e-3 قابل مشاهده است.

حقیقت مجموعه پای ربات معلول و یک بازوی مکانیکی باید یک پای عادی را تشکیل دهند. به عبارتی ساختار آنها مکمل هم است. هر قدر معلولیت ربات بیشتر باشد و پیچیدگی ساختاری ربات معلول کمتر باشد، بازوهای مکانیکی نصب شده بر روی زمین پیچیدگی ساختاری بیشتری دارند. لذا اگر معلولیت ربات به صفر درصد کاهش بیابد، این بدان معنا است که بازوهای مکانیکی نصب شده بر روی زمین که مکمل ساختاری پاهای ربات هستند، ساختاری نخواهند داشت و در حقیقت دیگر وجود خارجی ندارند. این مساله‌ی خاص که صورت خاصی از مساله‌ی راه رفتن ربات معلول است، همان راه رفتن ربات دوپا است.

نکته حائز اهمیت این بحث آن است که در حقیقت مساله‌ی راه رفتن ربات معلول، یک مساله‌ی جابجایی اشیاء است که در آن یک شیء (ربات معلول) بوسیله‌ی زنجیره‌ای از بازوهای مکانیکی پی‌درپی به صورت ویژه‌ای جابجا می‌شود. ربات معلول یا در حقیقت همان شیء جابجا شونده، یک شیء عادی و صلب نیست، بلکه بسته به میزان معلولیت ربات، دارای ساختار ساده یا پیچیده است. به این ترتیب می‌توان گفت که مساله‌ی راه رفتن ربات معلول یک مساله‌ی «جابجایی اشیاء چندلینکی بوسیله‌ی زنجیره‌ای از بازوهای مکانیکی پی‌درپی» است. این نگاه همان اساس تعریف مساله راه رفتن ربات‌های دوپا بر پایه مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است. در ادامه به بررسی بیشتر آن می‌پردازیم.

## 2-2- جابجایی اشیاء چندلینکی بوسیله‌ی زنجیره‌ای از بازوهای مکانیکی پی‌درپی

ایده جابجایی اشیاء چندلینکی<sup>1</sup> و اشیاء فعال<sup>2</sup> پیشتر مطرح شده بود و بر اساس این ایده روش‌های کنترلی نیز در محث جابجایی دینامیکی اشیاء پیاده شده بود [19,21,22]. از نتایج بحث مختصری که در بخش پیش



**Fig. 3** Four different models of dynamic (multibody) object manipulation resulting in defining of dynamic walking problem

شکل 3 چهار مدل مختلف از مسایل جابجایی اشیاء که نهایتاً منجر به تعریف مساله راه رفتن ربات‌های دوپا می‌شوند

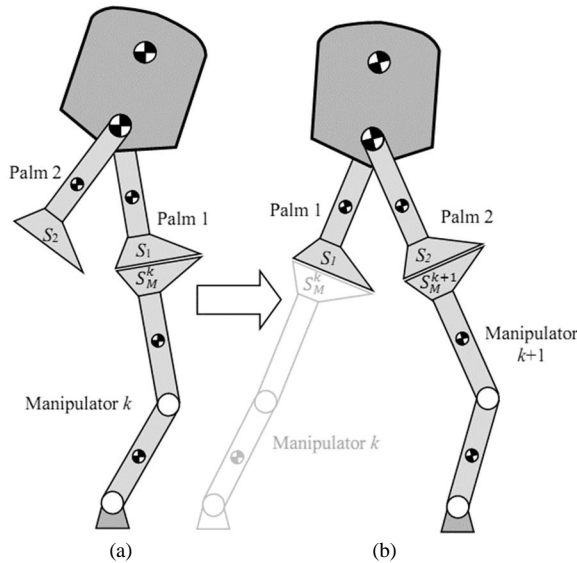


Fig. 4 Contact phase (a) and impact phase (b) in manipulation of multibody objects

شکل 4 دو فاز جابجایی اشیاء چند لینکی (a) فاز تماس و (b) فاز برخورد

فرآیند جابجایی اشیاء چندلینکی یک فاز تماسی است که متناوباً فازهای برخورد در آن اتفاق می‌افتد. لذا در واقع با یک سیستم دینامیکی با اثرات ضربه‌ای روبرو هستیم که به طور واضح از مشهورترین سیستم‌های دینامیکی هیبرید است.

### 3-2- معادلات دینامیکی حاکم

برای فاز تماس اگر شرایطی فراهم آید که شیء از بازو جدا نگردد و بر روی آن نلغزد، می‌توان سطوح تماسی را یکپارچه در نظر گرفت و آخرین لینک بازوی مکانیکی را متصل به اولین لینک شیء فرض نمود. با این شرایط، برای یک شیء  $n$  لینکی و بازوهای  $m$  لینکی، معادلات دینامیکی سیستم به قرار زیر است:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Bu \quad (1)$$

$$y = h(q, \dot{q})$$

که در آن ماتریس‌های  $M$  و  $C$  و  $G$  و  $B$  ماتریس‌های ضرایب معادله دینامیکی، و بردارهای  $u$  و  $y$  به ترتیب بردارهای ورودی و خروجی سیستم، و نیز تابع برداری  $h$  مربوط به تعریف خروجی‌های سیستم دینامیکی است. همچنین بردار متغیرهای تعمیم‌یافته  $q$  و مشتقات آن دارای بعد  $m + n - 1$  هستند. در این فاز همواره  $S_1$  با  $S_M^k$  در تماس است. به محض اینکه  $S_2$  به  $S_M^{k+1}$  رسید و با آن برخورد کرد، فاز لحظه‌ای برخورد آغاز می‌شود که معادلات آن به صورت زیر است:

$$q^+ = \Delta_p(q^-) \quad (2)$$

$$\dot{q}^+ = \Delta_v(q^-, \dot{q}^-) \quad (3)$$

که در این روابط، علامتهای  $+$  و  $-$  برای کمیت‌های بلافاصله بعد و بلافاصله قبل از برخورد استفاده می‌شوند. همچنین توابع  $\Delta_p$  و  $\Delta_v$  در حقیقت بیانگر تغییرات سرعت و همچنین تعویض نامگذاری سطوح تماسی و به تناسب آنها، نامگذاری دوباره اجزاء و متغیرهای نظیر در شیء است. به این ترتیب پس از فاز برخورد، نامگذاری‌ها به گونه‌ای خواهد بود که مجدداً در فاز تماس جدید،  $S_1$  با  $S_M^{k+1}$  در تماس است.

مکانیکی نسبت به هم نلغزدند و از هم جدا نشوند، درجه عملگری کل سیستم برابر با مجموع درجات عملگری شیء و بازوی مکانیکی است. به این ترتیب می‌توان چند دسته و آرایش مختلف را برای سیستم جابجایی اشیاء چند لینکی در نظر گرفت؛ یعنی سیستم جابجایی اشیاء:

- فعال است اگر تعداد عملگرهای کل سیستم برابر با مجموع تعداد مفاصل در شیء و بازوی مکانیکی باشد؛
  - نیمه‌فعال است اگر تعداد عملگرهای کل سیستم از مجموع تعداد مفاصل در شیء و بازوی مکانیکی کمتر باشد؛
  - غیر فعال است اگر هیچ عملگری در بازوی مکانیکی و شیء نباشد.
- البته چینش عملگرها و چگونگی عملکرد آنها نسبت به مفاصل و درجات آزادی، در تعیین اینکه سیستمی فعال است یا خیر نقش تعیین‌کننده‌ای دارد. مثلاً اگر فرض شود تماس بین شیء و بازوی مکانیکی همراه با لغزش باشد یا سطح تماس به صورت نقطه‌ای باشد، درجات آزادی کلی سیستم اضافه می‌شود و حال آنکه درجات عملگری سیستم تغییری نکرده‌است. به همین ترتیب، سیستم‌های راه‌رونده‌ی دویای متناظر با دسته‌بندی‌های بالا می‌توانند فعال (رباتهایی که می‌دارند و در میچ دارای عملگر هستند)، نیمه‌فعال (رباتهایی با پای سوزنی) و یا غیرفعال (رباتهایی بدون عملگر که از شیب پایین می‌روند) باشند که در مورد هر سه دسته مذکور تحقیقات زیادی انجام پذیرفته است. لازم به ذکر است که این دسته‌بندی بر اساس انواع ربات‌های راه‌رونده‌ای که در تحقیقات حال حاضر دنیا مورد مطالعه هستند انجام گرفته است. در بخش‌های بعدی و ضمن نمایش دادن نتایج شبیه‌سازی‌های سیستم‌های مختلف، دسته‌بندی‌های مذکور بیشتر و بهتر خود را نمایان می‌سازند.

### 3-3- مدلسازی مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی

در این بخش نتایج حاصل از مدلسازی مساله جابجایی اشیاء چندلینکی مطرح می‌شود و فرضیات انجام شده در این راستا ارائه خواهد شد. روند انجام مدلسازی و معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم به همراه روابط مربوطه به طور کامل در مرجع [23] و نیز در پیوست این مقاله آورده شده‌است.

### 3-1- تعاریف و فرضیات

فرض کنید می‌خواهیم یک شیء چندلینکی را بوسیله‌ی زنجیره‌ای از بازوهای پی‌درپی یکسان در مسیری خاص جابجا کنیم. از آنجا که هدف از انجام چنین فرآیندی، در حقیقت تکرار یک حرکت است، لذا می‌توان کل فرآیند را به سیکل‌های متوالی که هر کدام شامل جابجایی شیء بین دو بازوی متوالی است، تقسیم نمود. پس کافی است که فرآیند جابجایی شیء را از یک بازو به بازوی بعدی مطالعه نمود. شکل 4 را در نظر بگیرید. شیء با آغاز تماس با یک بازو، فرآیندی را آغاز می‌نماید و همواره با آن بازو در تماس است بی‌آنکه بلغزد یا جدا شود؛ سپس ضمن برخورد با بازوی بعدی از بازوی قبلی جدا شده و فرآیند را مجدداً تجربه می‌نماید. بنابر تعریف، سیکل  $k$  درست پس از برخورد شیء با بازوی مکانیکی  $k$  آغاز شده و با برخورد آن با بازوی  $k+1$  به پایان می‌رسد. بنابراین واضح است که در هر سیکل سه مورد به صورت واضح حضور فعال دارند: شیء، بازوی  $k$  و بازوی  $k+1$ . همچنین هر سیکل به دو فاز تقسیم می‌گردد: فاز تماس و فاز برخورد. در فاز تماس معادلات دینامیکی مجموعه بازوی مکانیکی و شیء حاکم بر سیستم هستند و حال آنکه در فاز برخورد که فرآیندی لحظه‌ای است، فقط متغیرهای سرعت سیستم تغییر می‌کنند و تغییری در متغیرهای مکانی سیستم رخ نمی‌دهد. در حقیقت کل

## 3-3- مدل فضای حالت

با تعریف متغیر حالت  $x$  به عنوان:

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (4)$$

مدل دینامیکی سیستم در فاز تماس عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن

$$f(x) = \begin{bmatrix} -M^{-1}(C\dot{q} + G) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$g(x) = M^{-1}B \quad (7)$$

همچنین مدل فاز ضربه عبارت خواهد بود از:

$$x^+ = \begin{bmatrix} \Delta_p(q^-) \\ \Delta_v(q^-, \dot{q}^-) \end{bmatrix} = \Delta(x^-) \quad (8)$$

روابط دینامیکی (1) تا (8) و نحوه استخراج آنها برای سیستم دینامیکی جابجایی اشیاء چندلینکی، به تفصیل در مرجع [23] آورده شده است.

## 4-3- مدل هیبرید

مدل ارائه شده در بخش قبل را می‌توان مساله‌ای هیبرید تصور کرد که در حقیقت مساله‌ای دینامیکی با اثرات ضربه‌ای است. می‌توان این مساله هیبرید را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u & x &\notin S \\ x^+ &= \Delta(x^-) & x^- &\in S \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن

$$S = \{x \mid E(x) = 0, q \in (0, 2\pi)^{n+m-1}, \dot{q} \in \mathbb{R}^{n+m-1}\} \quad (10)$$

و  $E(x)$  می‌تواند هر تابعی باشد که صفر شدن آن بیانگر رسیدن سطوح تماسی به یکدیگر و وقوع ضربه است (مثلا فاصله اقلیدسی سطوح تماسی که به هم نزدیک می‌شوند).

5-3- پایداری پیکره‌ای<sup>1</sup> و پایداری دینامیکی<sup>2</sup>

پایداری مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی که در بخش قبل مدلسازی آن ارائه شد، از دو منظر قابل بررسی است. پایداری پیکره‌ای اولین موردی است که باید در کلیه فازهای تماس و ضربه مورد توجه قرار گیرد و بدان معنی است که در طول فرآیند جابجایی، شیء نسبت به بازوهای مکانیکی نلغزد و از آن نیز جدا نشود. بدین منظور در این مقاله، از نقطه‌ای تحت عنوان PRI (به تناسب مفهوم FRI در ربات‌های دوبا [24]) استفاده می‌شود و مکان آن بر روی سطوح تماسی، بیانگر پایداری و یا ناپایداری پیکره‌ای فرآیند است [25]. به عبارتی PRI نقطه‌ای است بر روی  $S_1$  در فاز تماس (یا بر روی  $S_2$  در فاز ضربه) که برآیند گشتاور نیروهای تماسی حول آن صفر است. اگر این نقطه درون  $S_1$  قرار داشته باشد، بدین معنا است که شیء از بازو جدا نمی‌شود (به صورت شماتیک نقطه PRI بر روی سطح تماسی شیء در شکل 5 دیده می‌شود). همچنین می‌توان برای عدم لغزش شیء نسبت به بازو نیز شرطی را استخراج نمود. به این ترتیب داریم:

$$-d_l < d_{PRI} < d_r \quad (11)$$

$$F_c^1 \in \mathcal{F} \quad (12)$$

که مجموعه‌ای از بردارهایی است که در درون مخروط اصطکاکی قرار دارند (شکل 5). بی آنکه مجدداً معادلات را تکرار کنیم، واضح است که شرایط مشابهی برای فاز ضربه نیز صادق است.

بر اساس روابط (11) و (12)، فقط داخل بودن PRI در محدوده سطوح تماسی متضمن پایداری پیکره‌ای نیست و باید شرایط مربوط به عدم لغزش نیز برآورده گردد. البته بر اساس نتایج شبیه‌سازی‌ها و برخی نتایج عملی، معمولاً لغزش فاکتور مهمی در این پایداری نیست و تحلیل PRI حیاتی‌تر است.

در اینجا برای تحلیل پایداری دینامیکی (یا پایداری مداری<sup>3</sup>)، از تحلیل نگاشت پوانکاره<sup>4</sup> استفاده می‌گردد که روشی معمول در سیستم‌های دینامیکی است. به صورت کلی باید گفت که پایداری پیکره‌ای متضمن پایداری کلی فرآیند نیست و کل فرآیند از لحاظ دینامیکی نیز باید پایدار باشد. از آنجا که انتظار می‌رود رفتار سیستم رفتاری دوره‌ای<sup>5</sup> باشد، برای آنکه پایداری دینامیکی تضمین شود، باید سیستم به یک سیکل حدی نزدیک شود. شرایط لازم برای اینکه چنین اتفاقی رخ دهد و سیکل حدی سیستم در صورت وجود، پایدار هم باشد، به قدر کافی در کتب و مقالات مربوطه مورد بحث‌های تخصصی قرار گرفته است. نکات قابل توجه در این بحث عبارت از این است که ابرصفحه<sup>6</sup> مربوط به وقوع ضربه، به عنوان مقطع پوانکاره<sup>7</sup> در نظر گرفته می‌شود. همچنین سیستم جابجایی اشیاء که در اینجا مورد بحث است، در شرایطی خاص می‌تواند رفتار آشوبناک<sup>8</sup> از خود نشان دهد [26].

## 4- کاربرد مساله راه رفتن ربات معلول در حالت‌های مختلف راه رفتن

در ادامه این مقاله، در هر سه دسته‌ی فعال، نیمه‌فعال و غیرفعال با ارائه مثالهایی، بحث از مفاهیم پایه در جابجایی اشیاء چندلینکی شروع شده و به صورت زنجیره‌ای به بررسی ربات‌های دوبا‌ی نظیر به عنوان نتیجه منطقی ختم می‌شود؛ همانگونه که به صورت مفهومی در بخش 2 نیز بحث شد. سیر مثال‌ها، خود گویای چگونگی پیاده‌سازی مفاهیم ارائه شده در بخش‌های پیشین است. لیکن به دلیل اینکه رویکرد این مقاله بیشتر مفهومی است، از آوردن

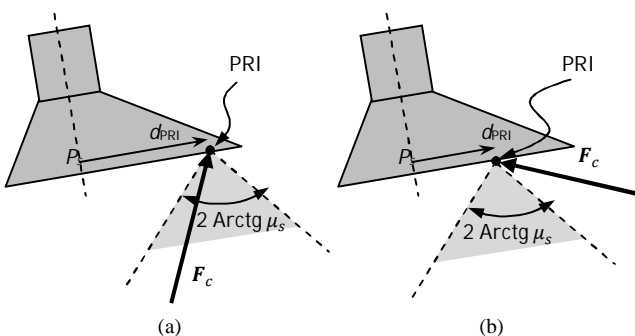


Fig. 5 PRI and frictional cone [25]; (a) contact force inside the frictional cone, (b) contact force outside the frictional cone

شکل 5 نقطه PRI و مخروط اصطکاکی [25]؛ (a) نیروی تماسی درون مخروط اصطکاکی قرار دارد (b) نیروی تماسی بیرون مخروط اصطکاکی قرار دارد

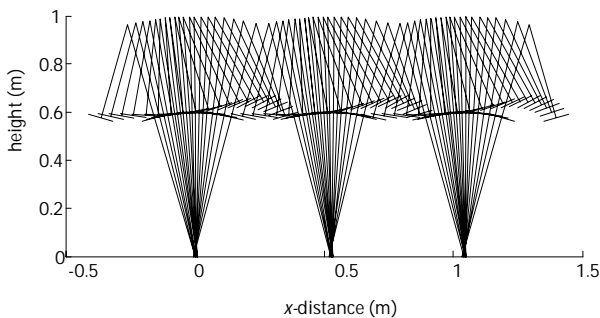
3- Orbital Stability  
4- Poincare Map  
5- Periodic Behavior  
6- Hyper-Surface  
7- Poincare Section  
8- Chaotic Behavior

1- Postural Stability  
2- Dynamical Stability

بدون آوردن جزئیات، شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که به ازای پارامترهای خاصی، سیستم رفتار پایداری از خود نشان می‌دهد. در شکل 7 قسمت‌هایی از شبیه‌سازی انجام شده بر روی شیب 5 درجه نشان داده شده است (در شکل مذکور محور  $x$  منطبق بر روی شیب است و بنابراین شیب به صورت ظاهری در این نمودار دیده نمی‌شود).

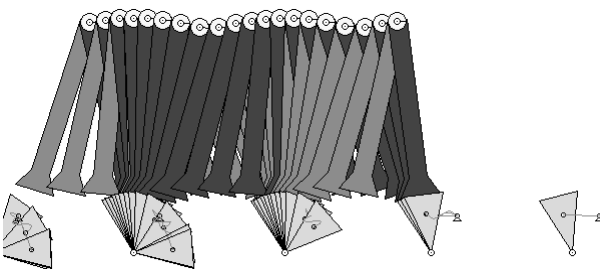
همچنین مدلی غیردقیق از سیستم مذکور در نرم‌افزار ورکینگ مدل دوبعدی<sup>1</sup> ساخته شده است که مکان‌های بازوهای مکانیکی اصلا منطبق بر آنچه که باید باشند، نیست. لذا تماس‌های بین شیب و بازوها به صورت غیر دقیق انجام می‌شود. با این وجود شبیه‌سازی نشان می‌دهد که فرآیند به خوبی پیش می‌رود و با شکست روبرو نمی‌شود. قسمت‌هایی از این شبیه‌سازی را نیز در شکل 8 می‌توان مشاهده نمود.

حال با اندک تغییراتی در پارامترهای سیستم، مساله به مساله‌ی راه رفتن ربات‌های دوبای غیرفعال تغییر می‌یابد. برای این منظور، طول بازوها را برابر صفر قرار داده و از جرم آنها نیز صرف‌نظر می‌کنیم. با این تفاسیر، نوک دستان شیب‌دولینکی با زمین تماس حاصل می‌کند؛ ولی از آنجا که بازوها جرمی ندارند و بعدی هم ندارند، رفتار آنها رفتاری استاتیکی است و فقط نیروها را از زمین به شیب منتقل می‌کنند بی‌آنکه در مقادیر آن تغییری دهند. از آنجا که نوع مفصل بازوها با زمین غیرفعال نیز هست، می‌توان فرض کرد که شیب با زمین تماسی لولایی دارد که این معادل ربات دوبای پرگاری شکل است که پاهای سوزنی دارد و از سطح شیب‌دار پایین می‌رود. شمای از این ربات را به صورت کلی در شکل 6-b می‌توان مشاهده نمود. همچنین شبیه‌سازی این ربات دوبای نشان می‌دهد که رفتار پایدار مناسبی از خود نشان



**Fig. 7** Simulation of manipulation of a compass-like object using 1-DoF manipulators in a fully-actuated manner

شکل 7 قسمت‌هایی از شبیه‌سازی مساله جابجایی اشیاء پرگاری شکل بوسیله بازوهای یک‌درجه آزادی به صورت غیرفعال



**Fig. 8** Simulation of manipulation of a compass-like object using 1-DoF manipulators in Working Model 2D

شکل 8 شبیه‌سازی مساله جابجایی اشیاء دولینکی غیرفعال بوسیله بازوهای یک‌درجه آزادی غیرفعال در ورکینگ مدل دوبعدی

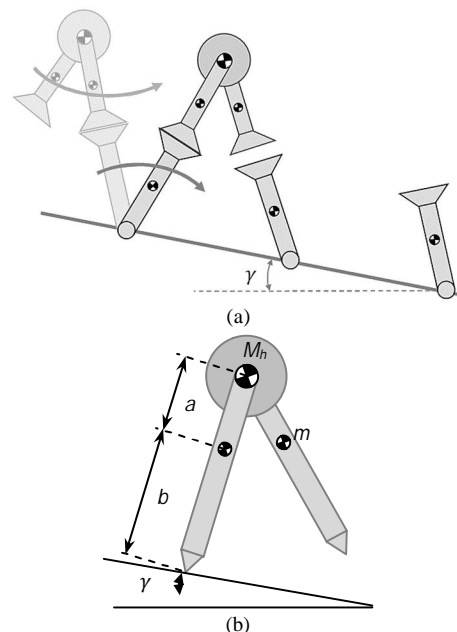
اعداد و ارقام و مقادیر پارامترها و جزئیات معادلات خودداری می‌شود.

#### 1-4- سیستم‌های غیرفعال

سیستم‌های غیرفعال سیستم‌هایی هستند که در آنها از هیچ عملگری استفاده نمی‌شود و عمدتاً با پایین رفتن از سطوح شیب‌دار، مدام انرژی پتانسیل به دست آمده از کاهش ارتفاع را به انرژی جنبشی برای ادامه حرکت تبدیل می‌کنند. در این سیستم‌ها، معمولاً با استفاده از ضربه و عمدتاً از نوع برخورد پلاستیک، تعادلی بین تغییرات انرژی پتانسیل و اتلاف انرژی ناشی از برخورد بوجود می‌آید که اگر طراحی سیستم به درستی انجام گیرد، منجر به رفتاری پایدار (با پایداری دینامیکی) می‌شود.

«سیستم‌های جابجایی اشیاء غیرفعال» مفهومی است که ابتدا در [27] مطرح شد و با ذکر مثال‌هایی بدان پرداخته شد؛ مشابه سیستم‌های غیرفعال راه‌رونده که در مورد آنها تحقیقات بسیاری انجام شده است (به عنوان مثال رجوع شود به [1,2,28]). در این سیستم‌ها نیز به منظور جابجایی اشیاء از هیچ عملگری استفاده نمی‌شود و فقط با کاهش ارتفاع مرکز جرم کل سیستم، شیب می‌تواند حرکت خود را به صورت پایدار ادامه دهد. برای مثال می‌توان به سرخوردن بچه‌ها از سرسره در زمین بازی و یا افتادن دامینوها به عنوان نمونه‌ای از اینگونه سیستم‌ها اشاره نمود. آنچه سیستم‌های غیرفعال را حایز اهمیت می‌کند، استفاده از الگوهای حرکتی در این سیستم‌ها برای طراحی سیستم‌های کنترلی در سیستم‌های دینامیکی فعال معادل است (به عنوان مثال رجوع شود به [3,4,29]).

در اینجا مساله جابجایی اشیاء چندلینکی غیرفعال عبارتست از جابجایی یک شیب دولینکی و پرگاری شکل بوسیله زنجیره‌ای از بازوهای مکانیک یک-لینکی غیرفعال [26]. از آنجا که درجات آزادی شیب نیز به بازوهای حمل-کننده آن اضافه می‌شود، لذا تحلیل مساله را مشکل می‌نماید (شکل 6-a).



**Fig. 6** (a) Schematic view of passive manipulation of multibody passive object (b) compass gait robot passively walking on a slope

شکل 6 (a) جابجایی شیب چندلینکی غیرفعال بوسیله بازوهای مکانیکی غیرفعال (b) ربات دوبای پرگاری شکل که به صورت غیرفعال از شیب پایین می‌رود



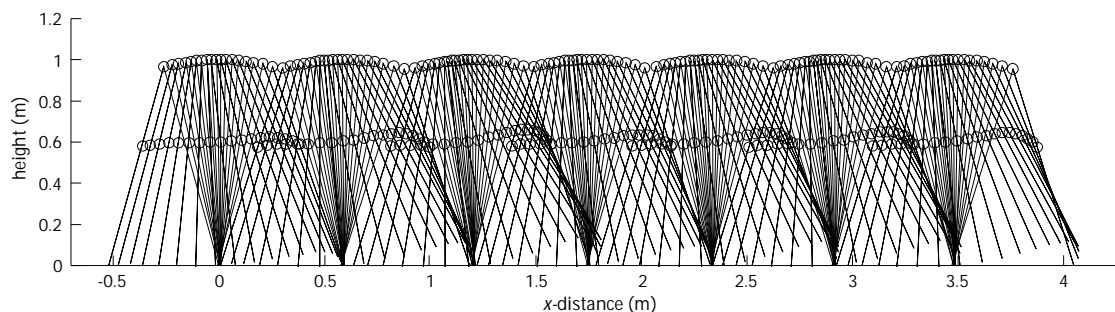


Fig. 9 Snapshots of simulation regarding the walking of a compass gait robot on a 5-degree inclined slope

شکل 9 تصاویری از شبیه‌سازی راه رفتن ربات دوپای پرگاری شکل بر روی شیب 5 درجه

می‌دهد. در شکل 9 تصاویری از شبیه‌سازی فرآیند راه رفتن این ربات بر روی شیب 5 درجه مشاهده می‌شود.

برای صحت‌سنجی نتایج شبیه‌سازی، مجدداً مدلی از ربات راه‌رونده‌ی مذکور در ورکینگ مدل دوبعدی ساخته شده و نتایج آن با شبیه‌سازی انجام شده تطبیق داده می‌شود. نتیجه کاملاً قابل قبول است (باید توجه گردد که در این مدل، فرضیات ساده‌کننده‌ی انجام شده در مدل شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار متلب<sup>1</sup> انجام نشده است و مدل واقعی‌تر است). تصاویری از این شبیه‌سازی در شکل 10 نمایش داده شده‌است.

#### 2-4- سیستم‌های نیمه‌فعال

آنچه در این بخش بدان پرداخته می‌شود، شبیه‌سازی فرآیند استنتاج مدل‌های راه‌رونده نیمه‌فعال از مساله جابجایی اشیاء چندلینکی نیمه‌فعال است. در آخرین مدل مطرح شده در بخش پیش، شیئی دولینکی با ساختاری پرگاری شکل بوسیله بازوهای مکانیکی یک‌درجه‌آزادی جابجا شد. در اینجا، مساله از حالت غیرفعال خارج شده و از عملگرهایی (ناکافی) برای کنترل فرآیند استفاده می‌شود. فرآیند بر روی سطح هموار و بدون شیب مطالعه می‌شود. به عنوان مساله مادر، پیچیدگی‌هایی به مدل پیشین اضافه شده و به این ترتیب به شیء دولینکی مدل قبل، بالاتنه‌ای اضافه می‌شود که نقشی اساسی در عبور شیء از بازوهای مکانیکی دارد. همچنین دو عملگر به بالاتنه اضافه می‌گردد که امکان چرخش دست‌های شیء را نسبت به بالاتنه فراهم آورد. همچنین به بازوهای یک‌درجه‌آزادی، لینکی اضافه می‌شود و درحالی‌که عملگری برای تغییر زاویه دو لینک نسبت به هم بین آن دو نصب می‌شود، لینک پایه نیز به صورت غیرفعال به زمین متصل می‌گردد (شکل 11-a). همین مفصل غیرفعال باعث می‌شود که کل مجموعه بازو و شیء، در صورت

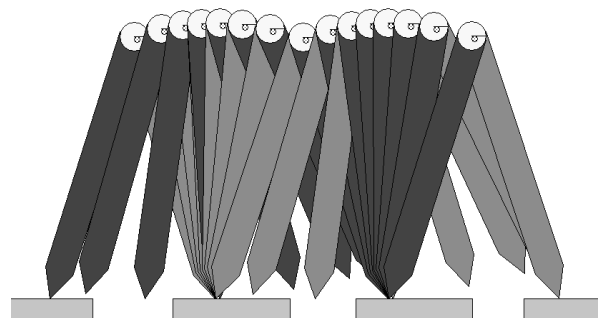


Fig. 10 Simulation of compass gait walker in Working Model 2D

شکل 10 شبیه‌سازی مدل ربات دوپای پرگاری شکل در ورکینگ مدل دوبعدی

1- Matlab

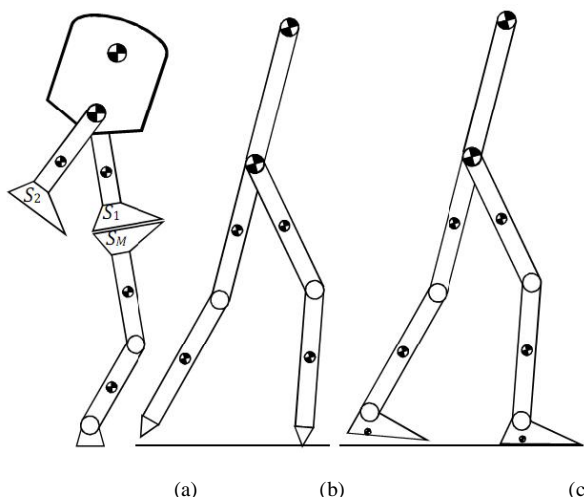


Fig. 11 (a) Manipulation of 3-link object using 2-DoF manipulators, (b) walking of 5-link walker, (c) walking of 7-link walker

شکل 11 (a) فرآیند جابجایی شیء سه‌لینکی بوسیله بازوهای دوجره‌آزادی به عنوان مساله مادر برای (b) مساله راه رفتن ربات پنج‌لینکی با پاهای سوزنی و (c) ربات هفت‌لینکی با پاهای تخت

تمایل به چرخش حول مفصل پایه، قابل کنترل نباشد و لذا مساله، نیمه‌فعال است. نیمه‌فعال بودن مساله هم به این علت است که عملگرها فقط قادرند که پیکربندی داخلی ربات را کنترل نمایند و نه گردش کلی ربات نسبت به مرجعی لخت. سپس برای کنترل فرآیند جابجایی شیء، از روش‌های معمول کنترل فرآیندهای نیمه‌فعال استفاده می‌شود که در آنها پیکره‌بندی داخلی به صورت تابعی از زاویه کلی ربات توسط عملگرها کنترل می‌شود و چرخش کلی ربات، خود به عنوان پارامتری جهت بررسی پایداری مداری و دینامیکی سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر این پارامتر بر طبق روش پوانکاره رفتار دوره‌ای پایداری داشته باشد و نیز کنترلر بتواند پیکره‌بندی داخلی ربات را بصورت تابعی از این پارامتر دنبال کند، تضمین می‌شود که رفتار کلی سیستم، رفتاری پایدار از منظر پایداری پوانکاره است. با این روش، نگاشت پوانکاره به نگاشتی یک-بعدی تقلیل پیدا می‌کند و در صورت استفاده از کنترلری که بتواند صفر کردن خطاهای ناشی از دنبال کردن مسیرهای مرجع (که همگی تابعی از پارامتر مربوط به چرخش کلی ربات و یا پارامتری مشابه، هستند) را تضمین کند، پایداری سیستم منوط به بررسی نگاشت پوانکاره یک بعدی است که امری بسیار آسان و سهل است [23].

شبیه‌سازی فرآیند مذکور در قالب تصاویری از آن در شکل 12 نشان داده شده است. سپس با همان روشی که در مساله پیش انجام شد و با



- نوک پای معلق است؛ یکی در راستای عمودی و دیگری افقی)،
- زاویه بالاتنه ثابت باشد،
- و نهایتاً ارتفاع هیپ ثابت باشد.

#### 3-4- سیستم‌های فعال

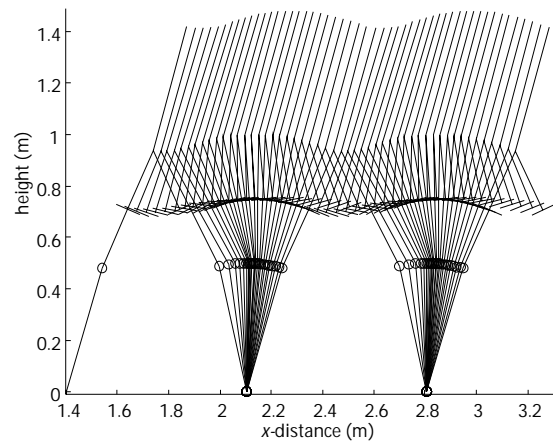
در این بخش، فرآیند استنتاج مدل‌های راه‌رونده فعال با توجه به مساله جابجایی اشیاء چندلینکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همانند مساله قبل، مجدداً مساله مادر همان مساله جابجایی اشیاء سه‌لینکی فعال به‌وسیله‌ی بازوهای مکانیکی دو لینکی در نظر گرفته می‌شود. با این تفاوت که در اینجا لینک مفصل پایه‌ی بازوها که به‌صورت غیرفعال به زمین متصل شده بود، با قرار دادن عملگری، فعال می‌شود. به این ترتیب کل سیستم فعال شده و در صورتی که شرایط پایداری پیکره‌ای فراهم آید، می‌توان تدابیری در نظر گرفت که کل فرآیند فعال بوده، و نیز قابل کنترل باشد. آنچه در اینجا حائز اهمیت است، مدل ربات دوپای فعالی است که به صورت تکاملی از دل مساله جابجایی دینامیکی اشیاء مطروحه در این بخش به دست می‌آید. با اندکی توجه می‌توان دریافت که مدل هدف، رباتی دوپا، هفت‌لینکی و با کف پای مسطح است. چرا که کلیه مفاصل در مدل جابجایی دینامیکی اشیاء فعال هستند و با ساده کردن مدل بازوها و کاهش درجات آزادی آنها به صفر و اضافه کردن آنها به ساختار شیء چندلینکی، عملگرها نیز به ساختار شیء اضافه می‌شوند. اما از آنجا که تماس شیء با بازوها به صورت مسطح است و شرایط عدم لغزش در این سطوح باید ارضا شود، لذا در مدل ربات راه‌رونده، می‌توان مچ پای در نظر گرفت که در تماس کامل با زمین است و مادامی که شرایط عدم لغزش برآورده شود، بدون اینکه به کلیت مساله خدشه‌ای وارد شود، این مچ به عنوان جزئی از زمین در نظر گرفته می‌شود. همچنین مفصل مچ که مفصلی فعال است معادل اولین مفصل (فعال) بازوها در مساله جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی در نظر گرفته می‌شود. این مدل به صورت شماتیک در شکل 11-c نمایش داده شده‌است. فرآیند جابجایی اشیاء در این مورد بسیار به شکل 12 شبیه است، چرا که مسیر شیء در هر دو مساله معادل هم انتخاب شده‌است. روش کنترلی مانند روش اشاره شده در سیستم‌های نیمه‌فعال با پایداری دینامیکی در نظر گرفته شده است. اما از آنجا که یک درجه عملگری اضافی (در مفصل پایه/مچ) در اینجا وجود دارد، از همین درجه آزادی اضافی برای بهینه‌کردن تابع هزینه‌ای به منظور هدایت بهتر نقطه PRI است، و در نتیجه تضمین پایداری پیکره‌ای استفاده شده‌است؛ لذا مجدداً نتایج این شبیه‌سازی ترسیم نمی‌شود، اما فرآیند راه رفتن نظیر آن در شکل 14 نشان داده شده‌است.

در سیستم ربات راه‌رونده، دو لینک (که شامل دو مچ هستند) به ربات اضافه شده‌است که از این دو، یکی بر روی زمین قرار دارد (و همانگونه که بحث شده، با فرض عدم لغزش، جزء زمین در نظر گرفته می‌شود) و دیگری جزء ربات دوپا است و موقعیت آن باید کنترل شود. یعنی در حقیقت یک درجه آزادی به این سیستم اضافه می‌گردد و حال آنکه دو درجه عملگری نسبت به ربات پنج لینکی اضافه شده است. از یکی از این عملگرها برای تضمین پایداری پیکره‌ای استفاده می‌شود و از دیگری برای تعیین موقعیت مچ/کف پای آزاد. در این شبیه‌سازی‌ها کف پای آزاد در ربات دوپا با اعمال گشتاورهای کنترلی، در حالت افقی نگه داشته شده است. برای اینکه وجود کف پا در این ربات، رفتار سیستم را نسبت به ربات دوپای پنج لینکی زیاد تغییر ندهد، و بتوان مقایسه‌ای با حالت راه رفتن ربات دوپای پنج لینکی انجام داد، جرم مچ ربات کم در نظر گرفته شده‌است.

استدلال‌های مشابه در مورد تبدیل سطوح تماسی به پاهای سوزنی در ربات، مساله تبدیل به مساله ربات پنج‌لینکی دوپا با پاهای سوزنی می‌شود که شبیه‌سازی آن در شکل 13 مشاهده می‌گردد.

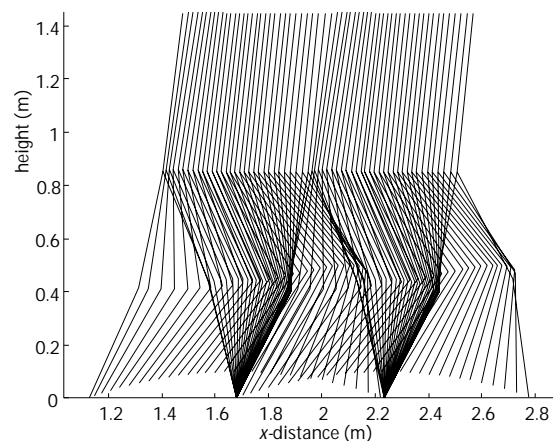
به منظور توضیح بیشتر برای نحوه حرکت ربات پنج‌لینکی، باید اضافه کرد که برای اینکه این ربات بتواند بر اساس روش گفته شده بصورت پایدار راه برود، پیکربندی ربات بصورت تابعی از چرخش کلی ربات (و یا به صورت معادل، جابجایی نقطه هیپ<sup>1</sup> نسبت به نقطه تماس پای تکیه‌گاه) در نظر گرفته شده است که این پیکربندی در قالب توابعی تعریف شده است. با توجه به اینکه ربات پنج‌لینکی دارای چهار عملگر است، و نیز پیکربندی داخلی ربات به‌وسیله چهار متغیر قابل تعریف است، لذا می‌توان به‌وسیله این چهار عملگر پیکربندی داخلی ربات را تعیین و کنترل کرد. توابع چهارگانه تعیین‌کننده پیکربندی داخلی ربات عبارتند از:

- مسیر نوک پای معلق نسبت به پای تکیه‌گاه به صورت سهمی با پارامترهای از پیش تعیین شده باشد (این مورد شامل دو قید برای



**Fig. 12** Snapshots of simulation regarding manipulation of an active 3-link object by a series of underactuated 2-link manipulators [27]

شکل 12 تصاویری از شبیه‌سازی مساله جابجایی شیء سه‌لینکی فعال به وسیله‌ی زنجیره‌ای از بازوهای مکانیکی دو لینکی نیمه‌فعال [23]



**Fig. 13** Snapshots of simulation regarding manipulation of a 5-link walker according to the base-problem of object manipulation

شکل 13 تصاویری از شبیه‌سازی مساله راه رفتن ربات پنج‌لینکی دوپا با پاهای سوزنی بر اساس مساله مادر جابجایی دینامیکی اشیاء

## 5- بحث و نتیجه‌گیری

این مقاله به ارائه رویکردی جدید به مساله راهرفتن ربات‌های دوبا می‌پردازد. هدف اصلی این مقاله بررسی ارتباطات بین مساله جابجایی دینامیکی اشیاء و مساله راه رفتن ربات‌های دوبا بوده‌است. در این راستا، پیشتر مساله‌ای تحت عنوان «جابجایی دینامیکی اشیاء چندلینکی» تعریف شده‌است که دسته‌ی وسیعی از مسایل جابجایی اشیاء را در برمی‌گیرد. برای بررسی این مساله به مطالعه سیستم‌های غیرفعال، نیمه‌فعال و فعال در این حوزه پرداخته شده است. در حقیقت، در اینجا مساله‌ای خاص از دسته مسایل جابجایی دینامیکی اشیاء تعریف شده‌است که با انجام برخی فرضیات مبنی بر وجود تقارن در شیء و بهره‌برداری از مفهوم شیء چندلینکی، به عنوان مساله‌ی مادر برای راهرفتن ربات‌های دوبا مطرح گردیده‌است. به این ترتیب نشان داده شده است که با این رویکرد، راه رفتن ربات‌های دوبا، گونه‌ای خاص از مساله جابجایی دینامیکی اشیاء است که در آن شیئی با ساختاری شبیه به ساختار ربات دوبا، به وسیله‌ی بازوهای صفر درجه‌ی آزادی (یا همان زمین)، جابجا می‌گردد. این رویکرد، به نوعی نسبت عام به خاص در کلیه جوانب مساله جابجایی دینامیکی اشیاء به عنوان مساله مادر نسبت به مساله راه رفتن ربات‌های دوبا می‌باشد.

با وجود اینکه مساله جابجایی اشیاء چندلینکی که در این مقاله مطرح شده‌است، مساله‌ای کلی برای گستره‌ی وسیعی از مسایل است، لیکن محدودیت‌ها و فرضیات انجام شده در این راستا نیز قابل توجه است که به این ترتیب آن را محدود می‌کند. از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- فرآیند جابجایی اشیاء، بر اساس فرضیات انجام شده، با تعداد نامحدودی بازوی مکانیکی انجام می‌گیرد که بسته به میزان حرکت شیء، تعداد آنها نیز تغییر می‌کند. طراحی سیستم به گونه‌ای که با تعداد کاملاً محدودی از بازوها چنین فرآیندی انجام شود، از گام‌های بسیار اساسی در بهبود عملکرد سیستم است.
- تقارن ساختاری شیء با وجود اینکه آسان‌سازی‌هایی در مدلسازی به وجود می‌آورد، ولی محدودیت در انتخاب اشیاء به وجود می‌آورد که با برداشتن این فرض، قادر به جابجا کردن اشیاء با شکل‌های دلخواه نیز خواهیم بود.
- فرض پایداری پیکره‌ای محدودیتی به وجود می‌آورد که بر اساس آن، سطوح تماسی باید همیشه با هم در تماس باشند. تمهیداتی می‌توان اندیشید که در صورت عدم ارضای شرط فوق، فرآیند

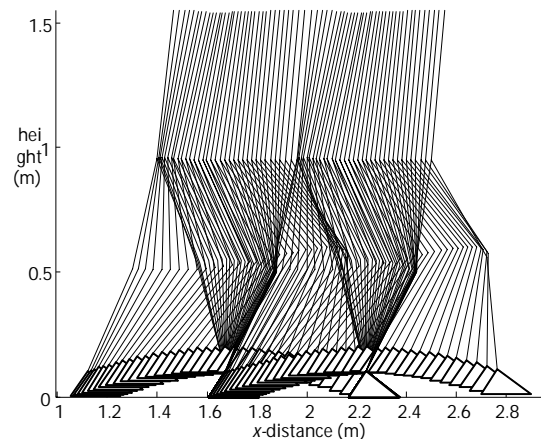


Fig. 14 Walking of a 7-link walker with flat feet

شکل 14 فرآیند راهرفتن ربات هفت‌لینکی دوبا با کف پای مسطح

جابجایی همچنان ادامه یابد.

با کم کردن فرضیات و محدودیت‌ها، سیستم‌های کلی‌تری را می‌توان با روش فوق مدل کرد و برای استفاده در کاربردهای روزمره، به کار برد. این کاربردها می‌تواند شامل راهرفتن در محیط‌های ناهموار و یا راهرفتن بر روی سطوح متحرک نیز باشد.

## 6- پیوست: معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم کلی جابجایی دینامیکی اشیاء

با فرضیات انجام شده در بخش 3-1، معادلات حرکت برای سیستم شامل دو بخش فاز تماس و فاز ضربه است. معادلات حاکم بر سیستم شامل یک بازوی  $m$  لینکی و یک شیء  $n$  لینکی بر فاز تماس به صورت کلی همان معادله (1) است که در آن  $q \in \mathbb{R}^{n+m-1}$ ،  $M$  و  $C$  ماتریس‌های مربعی با ابعاد  $m+n-1$  هستند و نیز  $G, U \in \mathbb{R}^{n+m-1}$ . برای بدست آوردن این ماتریس‌ها، انرژی جنبشی کلی سیستم،  $K$ ، و نیز انرژی پتانسیل آن را،  $U$ ، بر حسب متغیرهای تعمیم یافته  $q$  و  $\dot{q}$  بدست آورده، سپس خواهیم داشت:

$$M(q) = \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} \right)^T$$

$$C(q, \dot{q}) = [C_{kj}], C_{kj} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left( \frac{\partial M_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial M_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i$$

$$G(q) = \left( \frac{\partial U}{\partial q} \right)^T \quad (13)$$

که در این روابط اندیس‌های ذکر شده مربوط به درایه‌های ماتریس‌های مذکور هستند. همچنین باید تاکید کرد که در فاز تماس، با فرض برقرار بودن شرایط عدم لغزش و جدایش دست شیء از لینک نهایی بازوی مکانیکی  $k$ ام، هر دو عنوان یک لینک واحد در نظر گرفته می‌شوند و در روابط بالا به کار گرفته می‌شوند.

اما در یک فرآیند جابجایی اشیاء که با موفقیت انجام شود، هنگامی که سیستم در فاز تماسی  $k$ ام قرار دارد، زمان  $t$  به  $t_{k+1}$  می‌رسد و در این زمان فاز برخورد  $k$ ام آغاز می‌شود که طی آن دست رهای شماره 2 شیء، با بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام برخورد می‌کند و در همین حالت دست شماره 1 شیء نیز از بازوی مکانیکی  $k$ ام جدا می‌شود. این فاز، فرآیندی لحظه‌ای است و فقط متغیرهای سرعتی سیستم را بصورت آنی تغییر می‌دهد، در حالیکه متغیرهای مکانی سیستم تغییر نمی‌کنند. در این حالت معادلات حاکم بر سیستم در فاز ضربه بصورت زیر قابل ارائه است:

$$M(q_i) \ddot{q}_i + C(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + G(q_i) = Bu + J^T F_{ext} \quad (14)$$

که در آن  $q_i$  متغیرهای تعمیم‌یافته سیستم شامل شیء و بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام است و بنابراین ابعاد آن برابر  $n+m+4$  است که از این بین، تعداد  $n-1$  متغیر مربوط به متغیرهای داخلی شیء، تعداد  $m-1$  متغیر مربوط به متغیرهای داخلی بازو و دو متغیر نیز مربوط به دوران شیء و بازو نسبت به یک مرجع لخت است. چهار متغیر باقیمانده نیز مربوط به مختصات (دکارتی) دو نقطه دلخواه بر روی شیء و بازو است. با انتگرال‌گیری از معادله (14) نسبت به زمان  $t \in (t_{k+1}^-, t_{k+1}^+)$  که در آن علامت‌های  $(-)$  و  $(+)$  به لحظه قبل و بعد از ضربه مربوط می‌شود و  $t_{k+1}$  نیز مربوط به زمان وقوع فاز ضربه  $(k+1)$ ام است، و نیز با توجه به این نکته که  $q_i^+ = q_i^- = q_i$  داریم:

$$M(q_i) (q_i^+ - q_i^-) = J^T F_{ext} \quad (15)$$

که در آن:

$$\begin{bmatrix} M & -J^T \\ J & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_i^+ \\ \dot{F}_{ext} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (M - M_{S_M})\dot{q}_i^- \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

که با حل آن برای مجهولات گفته شده داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_i^+ \\ \dot{F}_{ext} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & -J^T \\ J & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (M - M_{S_M})\dot{q}_i^- \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

و یا

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_i^+ \\ \dot{F}_{ext} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^{-1} - M^{-1}J^T(JM^{-1}J^T)^{-1}JM^{-1} & M^{-1}J^T(JM^{-1}J^T)^{-1} \\ (JM^{-1}J^T)^{-1}JM^{-1} & (JM^{-1}J^T)^{-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (M - M_{S_M})\dot{q}_i^- \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

معادله (26) رابطه‌ای برای  $\dot{q}_i^+$  می‌دهد که عبارت است از:

$$\dot{q}_i^+ = \Delta_V^1(q_i, \dot{q}_i^-) \quad (27)$$

که در آن:

$$\Delta_V^1(q_i, \dot{q}_i^-) = \begin{bmatrix} M^{-1} - M^{-1}J^T(JM^{-1}J^T)^{-1}JM^{-1} & M^{-1}J^T(JM^{-1}J^T)^{-1} \\ (JM^{-1}J^T)^{-1}JM^{-1} & (JM^{-1}J^T)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (M - M_{S_M})\dot{q}_i^- \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

تابعی است که اثرات ضربه را در متغیرهای سرعتی سیستم تعیین می‌کند. سپس متغیرهای سیستم، اعم از متغیرهای مکانی و سرعتی، مجدداً نامگذاری می‌شوند به گونه‌ای که سطح تماس شیء که با بازوی مکانیکی در تماس است،  $S_1$  باشد و دیگری  $S_2$ . این تغییر نام‌ها با دو تابع پس‌ضربه  $\Delta_P^2$  و  $\Delta_V^2$  تعریف می‌شوند که باید بصورت خاص برای هر مساله تعریف شوند. داریم:

$$q^+ = \Delta_P^2(q_i) \quad (29)$$

$$\dot{q}^+ = \Delta_V^2(q_i, \dot{q}_i^-) \quad (30)$$

در نهایت نیز معادلات کلی فاز ضربه که در معادلات (2) و (3) نشان داده شدند، به صورت زیر قابل ارائه هستند:

$$\Delta_P(q^-) = \Delta_P^2 \circ \Delta_P^1(q^-) \quad (31)$$

$$\Delta_V(q^-, \dot{q}^-) = \Delta_V^2 \circ \Delta_V^1(\Delta_P^1(q^-), \Delta_V^1(\dot{q}_i^-, \dot{q}_i^-), \Delta_P^1(q^-)) \quad (32)$$

## 7- مراجع

- [1] T. McGeer, Passive walking with knees, in *Proceeding of IEEE, Proceedings of 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1640-1645, 1990.
- [2] T. McGeer, Passive dynamic walking, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62-82, 1990.
- [3] T. McGeer, Dynamics and control of bipedal locomotion, *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 163, pp. 277-314, 1993.
- [4] A. Goswami, B. Espiau, A. Keramane, Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws, *Autonomous Robots*, Vol. 4, No. 3, pp. 273-286, 1997.
- [5] J. W. Grizzle, G. Abba, F. Plestan, Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 1, pp. 51-64, 2001.
- [6] C.-L. Shih, J. W. Grizzle, C. Chevallereau, From stable walking to steering of a 3D bipedal robot with passive point feet, *Robotica*, Vol. 30, No. 07, pp. 1119-1130, 2012.
- [7] C. Chevallereau, J. Grizzle, C. L. Shih, Steering of a 3d bipedal robot with an underactuated ankle, *Proceedings of 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1242-1247, 2010.
- [8] R. D. Gregg, M. W. Spong, Reduction-based control of three-dimensional bipedal walking robots, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 29, No. 6, pp. 680-702, 2010.
- [9] H. Khafi, H. Ahmadi, Trajectory Design for 3D Biped Robot by Considering Active Toe Rotation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 139-148, 2015 (in Persian).
- [10] M. Ezati, M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, Optimal Gait Planning for Biped Robot by employing Active Toe Joints and Heels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 69-80, 2015 (in Persian).
- [11] S. M. H. Sadati, M. Naraghi, A. R. Ohadi Hamedani, Optimum

$$\dot{F}_{ext} = \int_{\tau_{k+1}^-}^{\tau_{k+1}^+} F_{ext} dt \quad (16)$$

در این معادله  $q_i$  و  $\dot{q}_i^-$  از فاز تماس قبلی معلوم هستند. لذا رابطه تعریف آنها (که به نوع سیستم و چگونگی تعریف متغیرهای آن ارتباط دارد) به صورت دو تابع پیش ضربه  $\Delta_V^1$  و  $\Delta_P^1$  تعریف می‌شود یعنی:

$$q_i = \Delta_P^1(q^-) \quad (17)$$

$$\dot{q}_i^- = \Delta_V^1(q^-, \dot{q}^-) \quad (18)$$

که در واقع مکانیزم دو تابع نیز با هم یکی است. در دو معادله (17) و (18)،  $q^-$  و  $\dot{q}_i^-$  شامل متغیرهای بازوی مکانیکی  $k$ ام هستند و در حالیکه  $q_i$  و  $\dot{q}_i^-$  متغیرهای مکانی و سرعتی شیء و بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام را در خود دارند. همچنین باید توجه داشت که  $\dot{q}_i^+$  و  $F_{ext}$  دو مجهول معادله (15) هستند که باید تعیین شوند. برای تعیین آنها معادلات دیگری باید تشکیل داد که عبارتند از معادلات برخورد پلاستیک بین شیء و بازوی مکانیکی شماره  $(k+1)$ . با اعمال این قیود و قیود مربوط به شرایط عدم لغزش، می‌توان فرض کرد که بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام و شیء به عنوان یک مجموعه واحد در نظر گرفته می‌شوند. لذا مرکز کف دست شیء بر روی مرکز سطح تماس بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام قرار خواهد گرفت (شامل دو متغیر) و دوران دست شیء نیز با دوران لینک پایانی متصل به سطح تماس بازوی مکانیکی مذکور، پس از ضربه، برابر خواهد بود. لذا ابعاد بردار  $q_i$  به  $n+m+1$  کاهش می‌یابد. همچنین به این ترتیب  $F_{ext}$  تنها شامل عکس‌العمل‌های ضربه‌ای در پایه بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام خواهد بود؛ می‌توان نشان داد که در سطح تماس شیء با بازوی مکانیکی  $k$ ام که در حال جدا شدن است، عکس‌العمل ضربه‌ای وجود نخواهد داشت [23]. باید توجه داشت که قسمت سمت چپ معادله (15) در حقیقت تغییرات مومنومم زاویه‌ای سیستم، یعنی  $\Sigma$ ، به علت اعمال ضربه  $F_{ext}$  است یعنی:

$$\Sigma_{after} - \Sigma_{before} = J^T F_{ext} \quad (19)$$

که در آن:

$$\Sigma_{after} = M(q_i)\dot{q}_i^+ \quad (20)$$

$$\Sigma_{before} = (M(q_i) - M_{S_M}(q_i))\dot{q}_i^- \quad (21)$$

در معادله (21)،  $M_{S_M}(q_i)\dot{q}_i^-$  در حقیقت مومنومومی است که به واسطه یکپارچه در نظر گرفتن پای شیء و لینک نهایی بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام از  $M(q_i)\dot{q}_i^-$  کم شده است؛ چرا که بازوی مکانیکی مذکور پیش از برخورد بدون حرکت در نظر گرفته شده است و این در حالی است که در معادله (20) مقادیر مومنومم آن در نظر گرفته شده است و به واسطه تعریف عمومی متغیرها، باید اثرات آن به صورت معادله (21)، حذف گردد. همچنین داریم:

$$K_{S_M}(q_i, \dot{q}_i^-) = \frac{1}{2}(\dot{q}_i^-)^T - M_{S_M}(q_i)\dot{q}_i^- \quad (22)$$

که در آن  $K_{S_M}(q_i, \dot{q}_i^-)$  انرژی جنبشی مجازی مربوط به لینک نهایی بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام است با این فرض که قبل از برخورد، به دست شیء چسبیده باشد؛ این فرض چون در واقعیت صحت ندارد، باید مقادیر آن همانگونه که گفته شد برای کم کردن مومنومم مربوطه در نظر گرفته شود. همچنین باید توجه کرد که پایه بازوی مکانیکی  $(k+1)$ ام که ضربه  $F_{ext}$  بر روی آن عمل می‌کند، ثابت است و می‌توان نوشت:

$$J\dot{q}_i^+ = 0_{2 \times 2} \quad (23)$$

که در آن  $J$  ژاکوبین مربوط به پایه بازوی مکانیکی مذکور است. با ترکیب معادلات (19)، (20)، (21) و (23) می‌توان نوشت:

- manipulation of multibody objects, *Proceedings of ASME 2010 10<sup>th</sup> Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, pp. 579-584, 2010.
- [22] L. Makarem, A. Akbarimajd, M. N. Ahmadabadi, Dynamic manipulation of active objects: modeling and optimization, *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 1400-1405, 2009.
- [23] B. Beigzadeh, A. Meghdari, On dynamic non-prehensile manipulation of multibody objects, *Scientia Iranica, Transaction B, Mechanical Engineering*, Vol. 22, No. 2, pp. 467, 2015.
- [24] A. Goswami, Foot rotation indicator (FRI) point: a new gait planning tool to evaluate postural stability of biped robots, *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 1, pp. 47-52, 1999.
- [25] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, PRI (palm rotation indicator): A metric for postural stability in dynamic nonprehensile manipulation, *Mechanika*, Vol. 18, No. 4, pp. 461-466, 2012.
- [26] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, Passive dynamic object manipulation: A framework for passive walking systems, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 227, No. 2, pp. 185-198, 2013.
- [27] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, Passive dynamic object manipulation: preliminary definition and examples, *Acta Automatica Sinica*, Vol. 36, No. 12, pp. 1711-1719, 2010.
- [28] M. R. Sabaapour, M. R. Hairi-Yazdi, B. Beigzadeh, Passive turning motion of 3D rimless wheel: novel periodic gaits for bipedal curved walking, *Advanced Robotics*, Vol. 29, No. 5, pp. 375-384, 2015.
- [29] M. R. Hairi Yazdi, M. R. Sabaapour, B. Beigzadeh, Asymptotically stable walking control of a 3D biped robot via potential energy shaping approach, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 261-270, 2015 (in Persian فارسی).
- design, manufacturing and experiment of a passive walking biped: effects of structural parameters on efficiency, stability and robustness on uneven trains, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 52-68, 2012 (in Persian فارسی).
- [12] M. T. Mason, K. M. Lynch, Dynamic manipulation, *Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 152-159, 1993.
- [13] K. M. Lynch, M. T. Mason, Dynamic nonprehensile manipulation: Controllability, planning, and experiments, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 18, No. 1 pp. 64-92, 1999.
- [14] K. M. Lynch, Toppling manipulation, *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2551-2557, 1999.
- [15] B. Beigzadeh, A. Meghdari, Y. Beigzadeh, Dynamic Manipulation of Objects Using Multiple Manipulators, *Proceedings of ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 1201-1207, 2007.
- [16] B. Tarvirdzadeh, A. Yousefi-Koma, Dynamic Object Manipulation by a Flexible Robotic Arm: Theory and Experiment, *International Journal of Robotics & Automation*, Vol. 27, No. 3, pp. 263-275, 2012.
- [17] A. Akbarimajd, M. N. Ahmadabadi, B. Beigzadeh, Dynamic object manipulation by an array of 1-DOF manipulators: Kinematic modeling and planning, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 55, No. 6, pp. 444-459, 2007.
- [18] M. T. Mason, D. K. Pai, D. Rus, L. R. Taylor, M. Erdmann, A mobile manipulator, *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 2322-2327, 1999.
- [19] A. Akbarimajd, M. N. Ahmadabadi, A. J. Ijspeert, Analogy between Juggling and Hopping: Active object manipulation approach, *Advanced Robotics*, Vol. 25, No. 13-14, pp. 1793-1816, 2011.
- [20] B. Beigzadeh, M. N. Ahmadabadi, A. Meghdari, A. Akbarimajd, A dynamic object manipulation approach to dynamic biped locomotion, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 56, No. 7, pp. 570-582, 2008.
- [21] B. Beigzadeh, A. Meghdari, S. Sohrabpour, Control and