مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1395، دوره 16، شماره 7، ص‌ص 99-110

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل کمانش و فلاتر پنل ساندویچی مرکب در جریان مافوق صوت

مصطفی لیوانی[1]، کرامت ملک زاده فرد[2*]، سعید شکراللهی[3]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، مجتمع دانشگاهی هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
2- استاد، مهندسی مکانیک، مجتمع دانشگاهی هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
3- استادیار، مهندسی مکانیک ، مجتمع دانشگاهی هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
* تهران، صندوق پستی 13445768، kmalekzadeh@mut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 26 بهمن 1394
پذیرش: 21 خرداد 1395
ارائه در سایت: 29 تیر 1395

کلید واژگان:
پنل ساندویچی
تئوری مرتبه بالا
فلاتر
کمانش دومحوره

چکیده

در این مقاله، تحلیل فلاتر و کمانش دومحوره پنل‌های ساندویچی مرکب بر مبنای تئوری مرتبه بالا ارائه می‌شود. معادلات بر مبنای تئوری پنل ساندویچی مرتبه بالای ارتقا یافته استخراج گردید، بطوری که تابعی مرتبه دوم برای مؤلفه عرضی جابجایی رویه‌ها و تابعی درجه سه برای مؤلفه‌های جابجایی درون صفحه‌ای رویه‌ها و همه‌ی مؤلفه‌های جابجایی هسته در نظر گرفته شد. در تئوری حاضر تنش نرمال عرضی در رویه‌ها و تنش‌های درون‌صفحه‌ای در هسته در نظر گرفته شده است. برای اولین بار شرایط پیوستگی جابجایی‌ها، تنش‌های برشی عرضی و تنش نرمال عرضی در فصل مشترک رویه‌ها با هسته و شرایط صفر بودن تنش‌های برشی عرضی روی سطوح خارجی رویه‌ها به صورت همزمان ارضا می‌شوند. نیروهای آیرودینامیکی با استفاده از تئوری پیستون مرتبه اول استخراج گردیده است. معادلات حاکم و شرایط مرزی بر مبنای اصل همیلتون بدست آمدند. بعلاوه، اثر پارامترهای مهمی هم‌چون لایه‌چینی‌های مختلف رویه‌های مرکب، نسبت طول به عرض پنل، نسبت طول به ضخامت پنل، نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل پنل، زاویه الیاف، نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها، اثر نسبت ضخامت رویه‌ها بر روی مرزهای پایداری بررسی شد. نتایج حاصل از تئوری حاضر با نتایج موجود در مراجع اعتبارسنجی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت‌های طول به عرض، طول به ضخامت پنل و مدول الاستیسیته رویه‌ها مرزهای پایداری سیستم کاهش می‌یابد و بیشترین نیروی کمانش بی‌بعد مربوط به پنل ساندویچی با لایه‌چینی زاویه‌ای است.

Buckling and flutter analyses of composite sandwich panels under supersonic flow

Mostafa Livani, Keramat Malekzadeh Fard*, Saeed Shokrollahi

Department of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran,
* P.O.B. 13445768, Tehran, Iran, kmalekzadeh@mut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 February 2016
Accepted 10 June 2016
Available Online 20 July 2016

Keywords:
Sandwich panel
High order theory
Flutter
Biaxial buckling

ABSTRACT

This study dealt with the flutter and biaxial buckling of composite sandwich panels based on a higher order theory. The formulation was based on an enhanced higher order sandwich panel theory in which the vertical displacement component of the face sheets were assumed as quadratic while a cubic pattern was used for the in-plane displacement components of the face sheets and the all displacement components of the core. The transverse normal stress in the face sheets and the in-plane stresses in the core were considered. For the first time, the continuity conditions of the displacements, transverse shear and normal stress at the layer interfaces, as well as the conditions of zero transverse shear stresses on the upper and lower surfaces of the sandwich panel are simultaneously satisfied. The aerodynamic loading was obtained by the first-order piston theory. The equations of motion and boundary conditions were derived via the Hamilton principle. Moreover, effects of some important parameters like lay-up of the face sheets, length to width ratio, length to panel thickness ratio, thickness ratio of the face sheets to panel, fiber angle, elastic modulus ratio and thickness ratio of the face sheets on the stability boundaries were investigated. The results were validated by those published in the literature. The results revealed that by increasing length to width ratio, length to panel thickness ratio and elastic modulus ratio of the face sheets, the stability boundaries were decreased and the largest nondimensional buckling loads occurred at the angle ply sandwich panel.

1- مقدمه

در سال‌های اخیر، طراحی موشک‌ها، هواپیماهای بدون سرنشین و جنگنده‌ها، به‌منظور دستیابی به سرعت‌های بالاتر و قابلیت مانورپذیری و انعطاف‌پذیری بیشتر برای انجام مأموریت‌های مختلف گسترش یافته است. از سوی دیگر نیاز همیشگی به کاهش وزن، استفاده گسترده از مواد سبک و انعطاف‌پذیر همچون مواد مرکب را موجب شده است که این مسأله نیز افزایش انعطاف-پذیری را به دنبال داشته است. از آنجایی‌که ورق‌ها و پوسته‌ها در وسایل پرنده هوایی کاربرد فراوانی دارند، بررسی پدیده فلاتر پنل که از شاخه‌های آیروالاستیسیته است، از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد.

یکی از مهمترین و پیچیده‌ترین مسائلی که همواره طراحان سازه‌ای را

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M. Livani, K. Malekzadeh Fard, S. Shokrollahi, Buckling and flutter analyses of composite sandwich panels under supersonic flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 99-110, 2016 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

برای افزایش قابلیت‌های پروازی وسایل پرنده با محدودیت مواجه می‌کند، پدیده‌های آیروالاستیک می‌باشد. پدیده‌هایی که در نتیجه‌ی برهم‌کنش اثرات نیروهای آیرودینامیکی، اینرسی و الاستیک بوجود می‌آیند، درسازه‌های هوافضایی با نام آیروالاستیسیته مورد بررسی قرار می‌گیرند [1]. ماهیت توأم سیالاتی و جامداتی به این علم جذابیت خاصی بخشیده است. از آنجا که معادلات حاکم در هر قسمت از پیچیدگی‌های خاصی برخوردارند، کارشناسان این علم باید در هر قسمت ساده‌سازی‌های لازم را انجام دهند تا نتایج کاربردی را بسرعت استخراج نمایند.

با ورود دانشگاه‌ها، صنایع و مراکز هوافضای کشور به حوزه طراحی و ساخت وسایل پرنده از جمله انواع هواپیماها، موشک‌های بالستیک و موشک-های کروز نیاز به مطالعه و تحقیقات در حوزه‌ی آیروالاستیسته، امروزه بیش از پیش نمایان است. یکی از پدیده‌های آیروالاستیک که در پرنده‌های مافوق-صوت از اهمیت بالایی برخوردار است، فلاتر پنل است. از طرفی، با توسعه روز افزون کاربردهای سازه‌های ساندویچی در وسایل پرنده نظیر فضاپیماها، هواپیماها و موشک‌های بالستیک و کروز، بدلیل اهمیت طراحی سازه‌های سبک با نسبت استحکام به وزن بالا، در این تحقیق پنل‌های ساندویچی مورد توجه قرار گرفته است. کاربرد اصلی پنل‌های ساندویچی، سطوح بال و دم هواپیما، بالک و بدنه موشک می‌باشد.

محققان و دانشمندان زیادی در سرتاسر جهان بر روی مسائل آیروالاستیک مشغول مطالعه می‌باشند و تاکنون تحقیقات زیادی از نقطه‌نظر تحلیل آیروالاستیکی و بهبود پایداری آیروالاستیک انجام شده است. در این قسمت، مروری بر تعدادی از تحقیقات منتشر شده در ارتباط با تحلیل فلاتر و هم‌چنین کارهای انجام شده بر روی سازه‌های ساندویچی انجام می‌شود و بطور مختصر به مدل‌های استفاده شده و نتایج و دست‌آوردهای برخی از این محققان اشاره می‌شود. ساویر [2]، تحلیل کمانش و فلاتر پنل مرکب با شرایط مرزی ساده را با فرض تغییرشکل کوچک خطی انجام داد. نور و همکاران [3]، تحلیل کمانش و ارتعاش آزاد پنل‌های مرکب ساندویچی را تحت نیروهای حرارتی و مکانیکی انجام دادند. آنها فرض کردند که دما بصورت یکنواخت باشد و خواص مواد مستقل از دما باشد. گاناپاتی و وارادان [4]، فلاتر صفحات دو انحنایه مرکب را با استفاده از تئوری آیرودینامیک پایای دو بعدی مورد مطالعه قرار دادند. مونی‌یر و شنوی [5]، تحلیل ارتعاش آزاد صفحات مرکب ساندویچی را با استفاده از تئوری‌های مرتبه اول و مرتبه بالای تغییرشکل برشی ردی انجام دادند. سارات بابو وکانت [6]، با استفاده از تئوری‌های مرتبه اول و مرتبه سوم و ارائه مدل المان محدود، تحلیل کمانش صفحات ساندویچی مرکب مورب را انجام دادند. فروستیگ و تامسون [7]، با استفاده از دو مدل مختلف معادلات حاکم بر ارتعاشات ورق مستطیلی ساندویچی را بدست آوردند و پاسخ معادلات را برای یک نوع صفحه با تکیه‌گاه ساده به صورت تحلیلی محاسبه کردند. در مدل دوم فروستیگ، مؤلفه‌های صفحه‌ای میدان جابجایی هسته تابع درجه سه و مؤلفه‌های قائم آن تابع درجه دو نسبت به z در نظر گرفته می‌شوند، در حالی که برای رویه‌ها از تئوری کلاسیک استفاده می‌شود. شکراللهی و همکارانش [8]، تحلیل فلاتر بال ذوزنقه‌ای شکل با نسبت منظری پایین، در جریان مادون‌صوت پایین را با استفاده از مدل آیرودینامیکی سه‌بعدی در حوزه‌ی زمان و روش ریلی- ریتز انجام دادند. آنها در این تحقیق اثر زاویه‌ی عقب‌گرد، نسبت منظری و نسبت شیب باریک شدن بال را مورد بررسی قرار دادند. سون و کیم [9]، با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی، اصل فون-کارمن و تئوری پیستون خطی کمانش حرارتی و فلاتر صفحات FG تحت بارگذاری آیرودینامیکی و حرارتی انجام دادند. شی‌یائو و کو [10]، تحلیل فلاتر پنل غیرخطی صفحات ساندویچی که دچار کمانش حرارتی شده را با استفاده از مدل آیرودینامیکی فون-کارمن انجام دادند. ستکوویچ و وکسانوویچ [11]، خمش، فرکانس آزاد و کمانش صفحات ساندویچی با استفاده از تئوری لایه مجزا بررسی کردند. در مدل در نظر گرفته شده توسط آنها، مؤلفه‌های جابجایی صفحه‌ای بصورت خطی در راستای ضخامت صفحه تغییر می‌کند، ولی جابجایی عرضی در راستای ضخامت صفحه ثابت فرض شده است. ابراهیم و یو [12]، با استفاده از روش المان محدود، تحلیل فلاتر ورق‌های نازک انحنادار مرکب تحت بارگذاری حرارتی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها از تئوری پیستون خطی، روش نیوتن راپسون و اصل فون-کارمن بهره بردند. ژن و وانجی [13]، با بکارگیری تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا به مطالعه خمش صفحات ساندویچی مرکب تحت نیروهای حرارتی و مکانیکی پرداخت. آنها در استخراج معادلات، شرایط پیوستگی تنش‌های برشی عرضی در فصل مشترک هسته با رویه‌ها و شرایط صفر بودن تنش‌های برشی عرضی روی سطوح خارجی را ارضا کردند. کوچک‌زاده و همکارانش [14]، با استفاده از تئوری کلاسیک ورق، تئوری غیرخطی فون-کارمن و تئوری خطی پیستون تحلیل فلاتر پنل مرکب را انجام دادند. رحمانی و همکارانش [15]، با بکارگیری تئوری مرتبه بالای پنل ساندویچی به مطالعه تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب انحنادار با هسته انعطاف‌پذیر پرداختند. آنها از تئوری ورق کلاسیک برای رویه‌ها و از تئوری مرتبه بالا برای هسته بهره بردند. محمدخانی و همکارانش [16]، فلاتر مافوق‌صوت پوسته‌های مخروطی ساخته شده از مواد FG با خواص وابسته به دما را مورد بررسی قرار دادند. آنها برای تحلیل حرارتی از هدایت حرارتی حالت پایدار در راستای ضخامت و برای مدلسازی آیرودینامیک از تئوری پیستون مرتبه اول استفاده کردند. عباس و همکارانش [17]، تحلیل فلاتر پنل همسانگرد معیوب را تحت نیروی حرارتی بر مبنای تئوری کلاسیک ورق، تئوری غیرخطی فون-کارمن و تئوری مرتبه سوم پیستون انجام دادند. نوازی و حدادپور [18]، تحلیل فلاتر صفحات FG تحت نیروی حرارتی را مطالعه کردند. معادلات آنها بر مبنای تئوری کلاسیک ورق و تئوری خطی پیستون استخراج شده بود. هی و همکارانش [19]، تحلیل خمش پنل‌های ساندویچی برای هندسه‌های مختلف هسته شامل هسته راه-راه[1]، لانه‌زنبوری و X شکل انجام دادند. آنها از تئوری‌های کلاسیک و تغییرشکل برشی مرتبه اول برای رویه‌ها و هسته بهره بردند و از کرنش‌های برشی عرضی در رویه‌ها صرف‌نظر کردند. خیرخواه و همکارانش [20]، اثر پارامترهای هندسی بر روی کمانش صفحات ساندویچی مرکب با هسته نرم را با استفاده روش المان محدود سه‌بعدی مورد تحلیل و بررسی قرار دادند. ودینو [21]، فلاتر پنل در جریان مافوق صوت را با استفاده از تئوری پیستون و تئوری جریان پتانسیل مورد مطالعه قرار دارند. او برای حل معادلات از روش گلرکین استفاده نمود. شی‌یائو و کو [22]، فلاتر و کمانش حرارتی صفحات مرکب تخت را با استفاده از روش المان محدود و تئوری کلاسیک ورق انجام دادند. لی و سانگ [23]، تحلیل فلاتر پنل‌های مرکب را تحت نیروی حرارتی بر مبنای تئوری پیستون خطی و تئوری کیرشهف انجام دادند. یانگ و همکارانش [24]، تحلیل فلاتر پنل همسانگرد انحنادار را بر مبنای تئوری پیستون اصلاح شده انجام داد. در تحلیل ایشان تنها یک درجه آزادی عرضی در نظر گرفته شده است. وانگ و شی [25]، تحلیل استاتیکی پنل‌های

[1] Corrugated

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

ساندویچی مرکب را انجام دادند. تئوری ارائه شده توسط آنها از چندجمله‌ای درجه سه برای کرنش‌های برشی عرضی و تابعی خطی برای کرنش‌های محوری عرضی استفاده می‌کرد. تئوری آنها هم‌چنین شرایط پیوستگی جابجایی‌ها و تنش‌های نرمال عرضی در فصل مشترک رویه‌ها با هسته را ارضا می‌کرد. ژائو و ژانگ [26]، با بکارگیری تئوری پیستون مرتبه سوم، تئوری مرتبه سوم ردی و اصل فون-کارمن تحلیل فلاتر صفحات یکسر گیردار مرکب را انجام دادند. سانگ و لی [27]، تحلیل غیرخطی فلاتر پنل مرکب تخت را در جریان ماورای صوت با در نظر گرفتن امواج شوک و گرمایش آیرودینامیکی انجام دادند. آنها در تحلیل خود از تئوری کلاسیک ورق، تئوری غیرخطی فون-کارمن و تئوری‌های پیستون مرتبه اول و مرتبه سوم بهره بردند. سانکار و همکارانش [28]، با استفاده از مدل المان محدود مرتبه بالا، تئوری زیگ‌زاگ و تئوری جریان پتانسیل خطی، تحلیل فلاتر صفحات ساندویچی با تقویت کننده‌های نانولوله کربنی در رویه‌ها را انجام دادند. ملک-زاده‌فرد و همکاران [29]، بهینه‌سازی ورق مرکب ساندویچی تک انحنایی و دوانحنایی با هسته‌ی روغن اثرپذیر مغناطیسی برای بیشینه کردن ضریب استهلاک مودال و کمینه کردن جرم با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی انجام دادند. پایگانه و همکاران [30]، تحلیل ارتعاش آزاد و ضربه ورق ساندویچی با خاصیت تحریک مغناطیسی را انجام دادند. بکمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی تابع نیروی ضربه را بدست آوردند. قاسمی و جامی‌الاحمدی [31]، کمانش ورق مستطیلی از جنس مواد مدرج تابعی با دو لایه‌ی پیزوالکتریک را با استفاده از تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی و معادله ماکسول مورد بررسی قرار دادند.گل-پرور و ایرانی [32]، اثر مخزن بر روی سرعت فلاتر بال ذوزنقه‌ای شکل همسانگرد در رژیم مادون‌صوت تراکم‌ناپذیر بصورت عددی و تجربی بررسی کردند. آنها برای مدل سازه‌ای از رابطه تیموشنکو و برای مدلسازی آیرودینامیکی از روش گردابه‌های سه‌بعدی بهره بردند. موسی‌زاده و همکارانش [33]، تحلیل فلاتر پوسته دوبعدی همسانگرد با استفاده از دو مدل آیرودینامیکی ناویراستوکس و تئوری پیستون مرتبه سوم انجام دادند. علیدوست و رضایی‌پژند [34]، تحلیل فلاتر تیر اویلر-برنولی مرکب چندلایه تحت اثر نیروی دنباله‌رو را انجام دادند. عسگری و همکاران [35]، ارتعاش آزاد ورق ساندویچی مرکب با هسته مگنتورئولوژیکال را با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها بدست آوردند. حسینی و طالبی‌توتی [36]، کمانش پوسته-های مخروطی مرکب را با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول مورد مطالعه قرار دادند.

در این مقاله برای اولین بار تحلیل کمانش دومحوره و فلاتر پنل‌های ساندویچی تخت با استفاده از تئوری جدید بهبودیافته مرتبه بالای پنل‌های ساندویچی و تئوری پیستون مرتبه اول انجام می‌شود. معادلات حاکم و شرایط مرزی بر مبنای اصل همیلتون استخراج می‌گردند.

2- استخراج معادلات حاکم

در این بخش، در ابتدا مدل هندسی مورد مطالعه ارائه می‌گردد، سپس تئوری مورد استفاده ارائه می‌شود، بعد از آن شرایط سازگاری جابجایی‌ها و تنش بیان می‌شود و در انتهای این بخش، معادلات حاکم بر تحلیل فلاتر و کمانش دومحوره پنل‌های ساندویچی مرکب بر مبنای تئوری پنل ساندویچی مرتبه بالای ارتقا یافته استخراج خواهد شد.

2-1- مدل هندسی مورد مطالعه

مدل هندسی مورد مطالعه در این مقاله عبارت است از یک پنل ساندویچی تخت که از دو رویه مواد مرکب لایه‌ای تشکیل شده است (شکل 1). ضخامت رویه‌های بالایی و پایینی و هسته به ترتیب برابر با مقادیر ثابت h_t، h_b و h_c می‌باشد. پنل دارای طول a و عرض b و ضخامت کل h می‌باشد. فرضیات پژوهش حاضر در جدول 1 آورده شده است.

2-2- میدان جابجایی رویه‌ها و هسته

تعامل اثرات هسته با رویه‌ها و رفتار انعطاف‌پذیر هسته میانی باعث پیچیدگی مطالعه رفتار دینامیکی سازه‌های ساندویچی می‌گردد. لذا با توجه به اینکه تئوری‌های متداول قادر به پیش‌بینی اثرات تغییرشکل‌های دقیق در راستای ضخامت رویه‌ها و هسته نمی‌باشند، ارائه یک مدل تحلیلی مرتبه بالا که قادر به لحاظ کردن اثرات انعطاف‌پذیری هسته باشد، ضروری است. به همین منظور در این مطالعه مدل مرتبه بالای پنل‌های ساندویچی مورد استفاده قرار می‌گیرد. جابجایی‌های u، v و w رویه‌ها در جهت محورهای x، y و z بصورت رابطه(1) می‌باشند [37]:

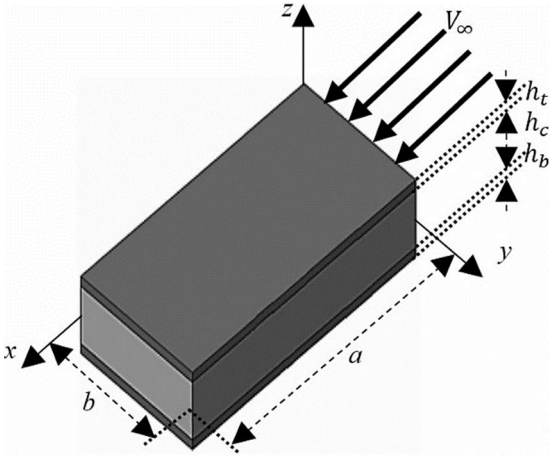

Fig. 1 Schematic of a sandwich panel under supersonic flow

شکل 1 شماتیک پنل ساندویچی تحت جریان مافوق صوت

جدول 1 فرضیات پژوهش حاضر

Table 1 Assumption of the present research

ردیف	فرضیات
1	رویه‌های پنل ساندویچی از جنس مواد مرکب لایه‌ای ساخته شده باشد.
2	هسته از ماده ارتوتروپیک ساخته شده باشد.
3	رویه‌ها و هسته به هم چسبیده و اتصال کامل برقرار است. همچنین لایه‌ها بطور کامل چسبیده در نظر گرفته شده است.
4	ماده در محدوده الاستیک خطی می‌باشد.
5	از اثرات میرایی سازه‌ای در هسته و رویه‌ها صرف نظر می‌شود و تنها میرایی آیرودینامیکی در معادلات وارد می‌شوند.
6	شرایط مرزی ساده[1] در نظر گرفته شده است.
7	جریان در راستای محور x از روی سطح بالایی پنل عبور می‌کند.
8	پنل در معرض جریان مافوق‌صوت بالا قرار دارد.
9	از اثرات شتاب آیرودینامیکی روی ماتریس جرم صرف‌نظر شده است، به‌عبارت دیگر از تئوری شبه پایا برای مدل آیرودینامیکی استفاده شده است.

[1] Simply support

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

$$
\begin{aligned}
&u_i(x,y,z_i,t) = u_{0i}(x,y,t) + z_i u_{1i}(x,y,t) + \\
&\quad z_i^2 u_{2i}(x,y,t) + z_i^3 u_{3i}(x,y,t); (i = t,b,c)\\
&v_i(x,y,z_i,t) = v_{0i}(x,y,t) + z_i v_{1i}(x,y,t) + z_i^2 v_{2i}(x,y,t)\\
&\quad + z_i^3 v_{3i}(x,y,t); (i = t,b,c)\\
&w_i(x,y,z_i,t) = w_{0i}(x,y,t) + z_i w_{1i}(x,y,t)\\
&\quad + z_i^2 w_{2i}(x,y,t); (i = t,b)\\
&w_c(x,y,z_c,t) = w_{0c}(x,y,t) + z_c w_{1c}(x,y,t)\\
&\quad + z_c^2 w_{2c}(x,y,t) + z_c^3 w_{3c}(x,y,t)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

جایی‌که اندیس‌های t، b و c نشان‌دهنده به ترتیب رویه بالایی، رویه پایینی و هسته می‌باشند. هم‌چنین z_i $(i = t,b,c)$ مختصه عمودی عرضی رویه‌ها و هسته است، u_{0i}، u_{1i}، u_{2i} و u_{3i} $(i = t,b,c)$ مجهولات جابجایی درون صفحه‌ای صفحه میانی رویه‌ها و هسته در جهت محور x، v_{0i}، v_{1i}، v_{2i} و v_{3i} $(i = t,b,c)$ مجهولات جابجایی درون صفحه‌ای صفحه میانی رویه‌ها و هسته در جهت محور y، و w_{0i}، w_{1i}، w_{2i} $(i = t,b,c)$ و w_{3c} مجهولات جابجایی عرضی صفحه میانی رویه‌ها و هسته در جهت محور z می‌باشند.

2-3- روابط کرنش-جابجایی رویه‌ها و هسته

روابط سینماتیک برای رویه‌ها و هسته با استفاده از تقریب فون-کارمن بصورت رابطه (3) می‌باشد [37]:

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_{xx\,i} = \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_i}{\partial x}\right)^2\\
&\varepsilon_{yy\,i} = \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_i}{\partial y}\right)^2\\
&\varepsilon_{zz\,i} = \frac{\partial w_i}{\partial z}\\
&\gamma_{xy\,i} = 2\varepsilon_{xy\,i} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x}\\
&\gamma_{xz\,i} = 2\varepsilon_{xz\,i} = \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x}\\
&\gamma_{yz\,i} = 2\varepsilon_{yz\,i} = \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y}, (i = t,b,c)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

جایی‌که $\varepsilon_{xx\,i}$، $\varepsilon_{yy\,i}$ و $\varepsilon_{zz\,i}$ به ترتیب کرنش‌های محوری در جهت محورهای x ، y و z، $\gamma_{xy\,i}$، کرنش برشی درون صفحه‌ای، $\gamma_{xz\,i}$ و $\gamma_{yz\,i}$ کرنش‌های برشی برون صفحه‌ای رویه‌ها و هسته می‌باشند$(i = t,b,c)$.

2-4- روابط تنش-کرنش رویه‌ها و هسته

روابط تنش-کرنش کاهش‌یافته برای لایه kام بصورت رابطه (3) تعریف می‌شود [37]:

$$
\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zz}\\ \tau_{xy}\\ \tau_{xz}\\ \tau_{yz}\end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix}\bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{14} & 0 & 0\\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{24} & 0 & 0\\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & \bar{Q}_{34} & 0 & 0\\ \bar{Q}_{14} & \bar{Q}_{24} & \bar{Q}_{34} & \bar{Q}_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} & \bar{Q}_{56}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{56} & \bar{Q}_{66}\end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{zz}\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{xz}\\ \gamma_{yz}\end{Bmatrix}^{(k)}
\tag{3}
$$

جایی‌که $\bar{Q}_{mn}$ $(m,n = 1,2,4)$ ثوابت سفتی کاهش‌یافته درون صفحه‌ای و $\bar{Q}_{mn}$ $(m,n = 3,5,6)$ ثوابت سفتی کاهش‌یافته عرضی لایه kام می‌باشد. روابط تنش-کرنش برای هسته ارتوتروپیک بصورت رابطه (4) تعریف می‌شود [37]:

$$
\begin{Bmatrix}\sigma_{xx\,c}\\ \sigma_{yy\,c}\\ \sigma_{zz\,c}\\ \tau_{xy\,c}\\ \tau_{xz\,c}\\ \tau_{yz\,c}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0\\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix} \begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx\,c}\\ \varepsilon_{yy\,c}\\ \varepsilon_{zz\,c}\\ \gamma_{xy\,c}\\ \gamma_{xz\,c}\\ \gamma_{yz\,c}\end{Bmatrix}
\tag{4}
$$

جایی‌که Q_{mn} $(m,n = 1,2,4)$ ثوابت سفتی درون صفحه‌ای و Q_{mn} $(m,n = 3,5,6)$ ثوابت سفتی عرضی هسته می‌باشد.

2-5- شرایط سازگاری جابجایی‌ها و تنش‌ها

در این مقاله رویه‌ها به صورت ایده‌آل به هسته چسبیده‌اند. به عبارت دیگر، شرایط پیوستگی جابجایی‌ها در فصل مشترک هسته و رویه‌ها برقرار است و بصورت رابطه (5) می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&u_t(z_t = -h_t/2) = u_c(z_c = h_c/2)\\
&u_b(z_b = h_b/2) = u_c(z_c = -h_c/2)\\
&v_t(z_t = -h_t/2) = v_c(z_c = h_c/2)\\
&v_b(z_b = h_b/2) = v_c(z_c = -h_c/2)\\
&w_t(z_t = -h_t/2) = w_c(z_c = h_c/2)\\
&w_b(z_b = h_b/2) = w_c(z_c = -h_c/2)
\end{aligned}
\tag{5}
$$

هم‌چنین در این مقاله، شرایط پیوستگی تنش‌های برشی عرضی و تنش نرمال عرضی در فصل مشترک رویه‌ها با هسته و شرایط صفر بودن تنش‌های برشی عرضی روی سطوح خارجی رویه‌ها ارضا می‌شوند. تنش‌های برشی عرضی در سطح بالایی رویه بالایی و سطح پایینی رویه پایینی باید صفر باشد:

$$
\begin{aligned}
&\tau_{xz\,t}(z_t = h_t/2) = 0, \tau_{yz\,t}(z_t = h_t/2) = 0\\
&\tau_{xz\,b}(z_b = -h_b/2) = 0, \tau_{yz\,b}(z_b = -h_b/2) = 0
\end{aligned}
\tag{6}
$$

اولین شرط پیوستگی تنش‌ها، برابر بودن تنش برشی عرضی در سطح پایینی رویه بالایی با سطح بالایی هسته و هم‌چنین برابر بودن تنش برشی عرضی در سطح بالایی رویه پایینی با سطح پایینی هسته است:

$$
\begin{aligned}
&\tau_{xz\,t}(z_t = -h_t/2) = \tau_{xz\,c}(z_c = h_c/2)\\
&\tau_{yz\,t}(z_t = -h_t/2) = \tau_{yz\,c}(z_c = h_c/2)\\
&\tau_{xz\,b}(z_b = h_b/2) = \tau_{xz\,c}(z_c = -h_c/2)\\
&\tau_{yz\,b}(z_b = h_b/2) = \tau_{yz\,c}(z_c = -h_c/2)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

دومین شرط پیوستگی تنش‌ها، برابر بودن تنش نرمال عرضی در سطح پایینی رویه بالایی با سطح بالایی هسته و هم‌چنین برابر بودن تنش نرمال عرضی در سطح بالایی رویه پایینی با سطح پایینی هسته است:

$$
\begin{aligned}
&\sigma_{zz\,t}(z_t = -h_t/2) = \sigma_{zz\,c}(z_c = h_c/2)\\
&\sigma_{zz\,b}(z_b = h_b/2) = \sigma_{zz\,c}(z_c = -h_c/2)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

2-6- منتجه‌های تنش

منتجه‌های تنش بر واحد طول برای رویه‌های بالایی و پایینی و هسته بصورت رابطه (9) تعریف می‌شوند [37]:

$$
\begin{Bmatrix}N_{xx\,i}\\ M_{xx\,i}\\ O_{xx\,i}\\ H_{xx\,i}\end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{xx\,i} \begin{Bmatrix}1\\ z_i\\ z_i^2\\ z_i^3\end{Bmatrix} dz_i
$$

$$
\begin{Bmatrix}N_{yy\,i}\\ M_{yy\,i}\\ O_{yy\,i}\\ H_{yy\,i}\end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{yy\,i} \begin{Bmatrix}1\\ z_i\\ z_i^2\\ z_i^3\end{Bmatrix} dz_i
$$

$$
\begin{Bmatrix}N_{zz\,i}\\ M_{zz\,i}\\ O_{zz\,i}\end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{yy\,i} \begin{Bmatrix}1\\ z_i\\ z_i^2\end{Bmatrix} dz_i
$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

$$\begin{Bmatrix} N_{xy\,i} \\ M_{xy\,i} \\ O_{xy\,i} \\ H_{xy\,i} \end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{xy\,i} \begin{Bmatrix} 1 \\ z_i \\ z_i^2 \\ z_i^3 \end{Bmatrix} dz_i$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{xz\,i} \\ S_{xz\,i} \\ T_{xz\,i} \\ V_{xz\,i} \end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{xz\,i} \begin{Bmatrix} 1 \\ z_i \\ z_i^2 \\ z_i^3 \end{Bmatrix} dz_i$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{yz\,i} \\ S_{yz\,i} \\ T_{yz\,i} \\ V_{yz\,i} \end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{yz\,i} \begin{Bmatrix} 1 \\ z_i \\ z_i^2 \\ z_i^3 \end{Bmatrix} dz_i \,, (i = t, b, c) \tag{9}$$

2-7- اصل همیلتون

برای استخراج معادلات حاکم و شرایط مرزی در این مقاله از روش انرژی و اصل همیلتون استفاده می‌شود، بر اساس این اصل [37]:

$$\int_0^t \delta L dt \equiv \int_0^t [\delta K - \delta U + \delta W_{\text{ext}}] dt = 0 \tag{10}$$

جایی‌که δK تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی، و δW_{ext} کار بارهای خارجی وارد بر پنل می‌باشد. همچنین δ اپراتور تغییرات مرتبه اول است.

رابطه مربوط به تغییرات انرژی جنبشی برای رویه‌های بالایی و پایینی و هسته بصورت رابطه (11) می‌باشد [37]:

$$\delta K = -\sum_{i=t,b,c} \left[\iint_A \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \rho_i (\ddot{u}_i \delta u_i + \ddot{v}_i \delta v_i + \ddot{w}_i \delta w_i) dz_i dA \right] \tag{11}$$

جایی‌که $\ddot{u}_i$، $\ddot{v}_i$ و $\ddot{w}_i$ مؤلفه‌های شتاب در جهت محورهای x، y و z می‌باشند.

رابطه مربوط به تغییرات انرژی کرنشی برای رویه‌های بالایی و پایینی و هسته بصورت رابطه (12) می‌باشد [37]:

$$\delta U = \sum_{i=t,b,c} [\iint_A \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} (\sigma_{xx\,i} \delta \varepsilon_{xx\,i} + \sigma_{yy\,i} \delta \varepsilon_{yy\,i} + \sigma_{zz\,i} \delta \varepsilon_{zz\,i} + \tau_{xy\,i} \delta \gamma_{xy\,i} + \tau_{xz\,i} \delta \gamma_{xz\,i} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz\,i})] dz_i dA \tag{12}$$

کار بارهای خارجی وارد بر پنل برابر است با مجموع کار نیروهای آیرودینامیکی وارد بر سطح بالایی رویه بالایی و کار نیروهای محوری صفحه-ای وارد بر مرزهای پنل که بصورت رابطه (13) قابل محاسبه می‌باشد [37]:

$$\delta W_{\text{ext}} = \iint_A \Delta p \delta w_{0t} dx dy + \sum_{i=t,b,c} \iint_A [\bar{N}_{xx\,i} \delta u_{0i} + \bar{N}_{yy\,i} \delta v_{0i}] dA \tag{13}$$

جایی‌که $\bar{N}_{xx\,i}$ها بارهای درون صفحه‌ای بر واحد طول در جهت محور xها روی لبه‌های $x_1 = 0$ و $x_2 = a$ و $\bar{N}_{yy\,i}$ها بارهای درون صفحه‌ای بر واحد طول در جهت محور yها روی لبه‌های $y_1 = 0$ و $y_2 = b$ می‌باشند. فشار آیرودینامیکی است که برای عددهای ماخ مافوق‌صوت بالا ($M_\infty > 1.7$) فرض شده که تئوری شبه‌پایای پیستون مرتبه اول می‌تواند آنرا بدرستی تخمین بزند. فشار آیرودینامیکی با استفاده از تئوری پیستون مرتبه اول، زمانی که جریان هوا در راستای x باشد، بصورت رابطه (14) قابل محاسبه می‌باشد [28,18]:

$$\Delta p = -\beta_a \left(\frac{\partial w_{0t}}{\partial x} + \frac{h_t}{2} \frac{\partial w_{1t}}{\partial x} + \frac{h_t^4}{4} \frac{\partial w_{2t}}{\partial x} \right) - g_a \left(\dot{w}_{0t} + \frac{h_t}{2} \dot{w}_{1t} + \frac{h_t^4}{4} \dot{w}_{2t} \right) \tag{14}$$

جایی‌که:

$$\beta_a = \frac{\rho_a V_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}, g_a = \beta_a \left(\frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \right) \frac{1}{V_\infty} \tag{15}$$

حال با قراردهی روابط مربوط به تغییرات انرژی جنبشی، تغییرات انرژی کرنشی، و کار بارهای خارجی در اصل همیلتون، علاوه بر معادلات حرکت حاکم، شرایط مرزی اساسی و طبیعی روی هر یک از لبه‌ها نیز استخراج می‌گردد. با توجه به شرایط مرزی بدست آمده از معادلات حاکم، شرایط مرزی ساده در نظر گرفته شده در این مقاله بدست می‌آید. شرط مرزی ساده بر روی لبه‌ی پنل به این صورت تعریف می‌شود که بر روی آن لبه، جابجایی درون صفحه‌ای به موازات بر لبه غیرمجاز و جابجایی درون صفحه‌ای عمود بر لبه مجاز است. البته جابجایی عرضی پنل برای هر چهار لبه پنل غیرمجاز است. لذا شرایط مرزی ساده اعمال شده در این تحقیق روی لبه‌های $x_1 = 0$ و $x_2 = a$ بصورت رابطه (16) می‌باشند:

$$\begin{aligned} &N_{xx\,i} = \bar{N}_{xx\,i}, M_{xx\,i} = 0, O_{xx\,i} = 0, H_{xx\,i} = 0 \\ &v_{0i} = 0, v_{1i} = 0, v_{2i} = 0, v_{3i} = 0 \\ &w_{0i} = 0, w_{1i} = 0, w_{2i} = 0, w_{3c} = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

و روی لبه‌های $y_1 = 0$ و $y_2 = b$ بصورت رابطه (17) می‌باشند:

$$\begin{aligned} &N_{yy\,i} = \bar{N}_{yy\,i}, M_{yy\,i} = 0, O_{yy\,i} = 0, H_{yy\,i} = 0 \\ &u_{0i} = 0, u_{1i} = 0, u_{2i} = 0, u_{3i} = 0 \\ &w_{0i} = 0, w_{1i} = 0, w_{2i} = 0, w_{3c} = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

3- محاسبه سهم رویه‌ها و هسته از نیروهای صفحه‌ای

بارهای خارجی محوری درون صفحه‌ای $\bar{N}_{xx}$ها و $\bar{N}_{yy}$ها که به لبه پنل اعمال می‌شود، بین رویه‌ها و هسته توزیع می‌گردد. بطور کلی بارگذاری روی لبه یک پنل به دو صورت زیر انجام می‌شود:

-شرایط هم‌تنشی که در آن تمامی لایه‌ها تحت تنش یکسانی قرار می‌گیرند.

-شرایط هم‌کرنشی که در آن هر لایه متناسب با سفتی‌اش در راستای بارگذاری تحت تنش قرار می‌گیرد.

همان‌طور که گفته شد در شرایط هم‌کرنشی هر لایه متناسب با سفتی‌اش در راستای بارگذاری تنش تحمل می‌کند. در پنل‌های ساندویچی با هسته نرم و انعطاف‌پذیر، سفتی هسته در مقایسه با رویه‌ها بسیار کمتر می‌باشد و لذا قسمت اعظم تنش وارد بر پنل توسط رویه‌ها تحمل می‌شود. بنابراین اعمال شرایط هم‌کرنشی که در آن جابجایی هسته و رویه‌ها در لبه پنل یکسان فرض می‌شود، بسیار نزدیک به واقعیت است.

لذا در این مقاله شرایط هم‌کرنشی برای اعمال بار فشاری روی لبه‌ها استفاده می‌شود. شرایط تعادل روی لبه‌ی پنل را می‌توان بصورت رابطه(18) نوشت:

$$\begin{aligned} &\bar{N}_{xx\,t} + \bar{N}_{xx\,b} + \bar{N}_{xx\,c} = \bar{N}_{xx} \\ &\bar{N}_{yy\,t} + \bar{N}_{yy\,b} + \bar{N}_{yy\,c} = \bar{N}_{yy} \end{aligned} \tag{18}$$

از طرفی شرایط هم‌کرنشی بصورت رابطه(20) تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_{xx\,t} = \varepsilon_{xx\,b} = \varepsilon_{xx\,c}, \varepsilon_{yy\,t} = \varepsilon_{yy\,b} = \varepsilon_{yy\,c} \tag{19}$$

با استفاده از روابط (18) و (1) سهم رویه‌ها و هسته از نیروهای محوری درون صفحه‌ای بدست می‌آید.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

4- حل معادلات حاکم

در این بخش با در نظرگرفتن سری فوریه دوگانه مناسب برای رویه‌ها و هسته، در ابتدا معادلات حاکم بر تحلیل کمانش پنل‌های ساندویچی و بعد از آن معادلات حاکم بر تحلیل فلاتر پنل‌های ساندویچی استخراج می‌گردد. میدان‌های جابجایی پنل مرکب ساندویچی برای شرایط مرزی ساده استخراج شده در این مقاله بر مبنای سری فوریه دوگانه برای رویه‌ها و هسته بصورت رابطه(20) فرض می شود:

$$\begin{bmatrix} u_{ij}(x,y) \\ v_{ij}(x,y) \\ w_{lj}(x,y) \\ u_{ic}(x,y) \\ v_{ic}(x,y) \\ w_{ic}(x,y) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} \begin{bmatrix} U_{ij}^{mn}\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\ V_{ij}^{mn}\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y) \\ W_{lj}^{mn}\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\ U_{ic}^{mn}\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\ V_{ic}^{mn}\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y) \\ W_{ic}^{mn}\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \end{bmatrix}$$
$$(i = 0,1,2,3),(l = 0,1,2),(j = t,b) \quad (20)$$

که در آن m، تعداد نیم موج‌ها در جهت x و n، تعداد نیم موج‌ها در جهت y و $\alpha_m = m\pi/a$ و $\beta_n = n\pi/b$ می‌باشند.

4-1- تحلیل کمانش

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر تحلیل کمانش پنل‌های ساندویچی، در ابتدا تمامی ترم‌های شتاب و میرایی معادلات حاکم حذف می‌شوند و سپس از روش باقیمانده وزنی به شیوه توابع وزنی گالرکین استفاده می‌شود:

$$\int_0^a \int_0^b ([\bar{L}]\{\phi\})\{\psi\}dxdy = \{0\} \quad (21)$$

جایی‌که $[\bar{L}]$ ماتریس عمل‌گرهای دیفرانسیلی $([\bar{L}_{ij}])$ هستند که تعدادی از درایه‌های آن در پیوست یک آمده است. هم‌چنین $\{\phi\}$ بردار شکل مودهای طبیعی و $\{\psi\}$ بردار توابع وزنی هستند و به صورت رابطه (22) تعریف می‌شوند:

$$\{\psi\}^{\mathrm{T}} = \{U_{ij}^{mn}\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y), V_{ij}^{mn}\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y), W_{lj}^{mn}\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y), U_{ic}^{mn}\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y), V_{ic}^{mn}\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y), W_{ic}^{mn}\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y)\}; \{\phi\}^{\mathrm{T}} = \{\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y), \sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y), \sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y), \cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y), \sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y), \sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y)\};$$
$$(i = 0,1,2,3),(l = 0,1,2),(j = t,b) \quad (22)$$

با قراردهی رابطه (22) در رابطه (21) و انتگرال‌گیری از آن، معادله استاندارد تحلیل کمانش به صورت رابطه (23) حاصل می شود:

$$([K] - N_{\mathrm{cr}}[K_g])\{X\} = \{0\}$$
$$\{X\}^{\mathrm{T}} = \{U_{ij}^{mn}, V_{ij}^{mn}, W_{lj}^{mn}, U_{ic}^{mn}, V_{ic}^{mn}, W_{ic}^{mn}\} \quad (23)$$

جایی که $\{X\}$ بردار ثوابت شکل مود است. هم‌چنین $[K]$ ماتریس سفتی-هندسی و $[K_g]$ ماتریس سفتی پنل ساندویچی می‌باشند. کوچکترین مقدار ویژه سیستم معادلات رابطه (23) برابر با نیروی کمانش می‌باشد. برای حل معادله مقادیر ویژه از نرم افزار متلب 2013 استفاده شده است.

4-2- تحلیل فلاتر

برای استخراج معادلات حاکم بر تحلیل فلاتر پنل ساندویچی نیز می‌توان از روش باقیمانده وزنی به شیوه توابع وزنی گالرکین استفاده کرد:

$$\int_0^a \int_0^b ([\bar{L}]\{\phi\})\{\psi\}dxdy = \{0\} \quad (24)$$

جایی‌که $[\bar{L}]$ ماتریس عمل‌گرهای دیفرانسیلی $([\bar{L}_{ij}])$ هستند که تعدادی از درایه‌های آن در پیوست دو آمده است. بردار شکل مودهای طبیعی $\{\phi\}$ و بردار توابع وزنی $\{\psi\}$ مشابه رابطه (22) هستند. با قراردهی رابطه (22) در رابطه (24) و انتگرال‌گیری از آن، معادله آیروالاستیک حاکم بر پنل ساندویچی بدست می‌آید:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{0\} \quad (25)$$

جایی که $\{\ddot{X}\}$ بردار شتاب، $\{\dot{X}\}$ بردار سرعت، $\{X\}$ بردار جابجایی، $[M]$ ماتریس جرم، $[C]$ ماتریس میرایی و $[K]$ ماتریس سفتی است. می‌توان رابطه (25) را به شکل معادله مقدار ویژه استاندارد (26) نیز نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ \dot{X} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

برای سرعت جریان‌های مختلف، تحلیل مقدار ویژه معادله فوق انجام می‌شود، ناپایداری دینامیکی زمانی رخ می‌دهد که قسمت حقیقی یکی از مقادیر ویژه مثبت شود. به سرعت جریانی که ضریب میرایی متناظر با آن صفر باشد، سرعت فلاتر گفته می‌شود.

در ادامه این مقاله در بخش 5، اعتبارسنجی روش ارائه شده انجام خواهد شد.

5- اعتبارسنجی تئوری حاضر

به‌دلیل کمبود نتایج تحلیل کمانش و فلاتر بر روی پنل ساندویچی برای اعتبارسنجی روش ارائه شده، در این بخش نتایج حاصله از تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی نیز با نتایج تئوری و عددی ارائه شده در چندین مرجع مختلف مقایسه خواهد شد.

5-1- تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با لایه چینی متعامد

در این بخش، تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با شرایط مرزی ساده بررسی می‌شود. خواص مواد بکار رفته برای رویه‌های مرکب و هسته فوم در جدول 2 آورده شده است. لایه‌چینی پنل ساندویچی بصورت لایه متعامد $[0/90/0$ / هسته $/0/90/0]$ و متقارن می‌باشد.

در جدول 3، نتایج بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده از تئوری اول فروستیگ [15]، تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا (HSDT-ESL) [5] و مدل المان محدود در انسیس[15] مقایسه شده است. در این جدول چهار فرکانس طبیعی بی‌بعد اول $(\bar{\omega} = \omega a^2\sqrt{\rho_c/E_c}/h)$ پنل ساندویچی مربعی با $h/a = 0.1$ و $h_c/h = 0.88$ آورده شده است.

جدول 3 نشان می‌دهد که نتایج حاضر دارای تطابق خوبی با نتایج بدست آمده از تئوری اول فروستیگ و مدل المان محدود در انسیس دارد و بیشترین اختلاف نتایج تئوری حاضر با نتایج تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا می‌باشد. به‌دلیل انعطاف‌پذیری هسته در تئوری حاضر، فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از تئوری حاضر کمتر است از فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا. این رفتار ناشی از عدم توانایی تئوری‌های تک لایه معادل در مدلسازی انعطاف‌پذیری عرضی هسته می‌باشد، به بیان دیگر در این تئوری‌ها از تغییرات در راستای ضخامت هسته در خلال تغییرشکل سازه صرف‌نظر شده و سفتی پوسته ساندویچی بیش از مقدار موجود تخمین زده می‌شود.

جدول 2 خواص مواد بکار رفته در پنل ساندویچی مرکب

Table 2 Material properties of a composite sandwich panel

هسته	$E_1 = E_2 = E_3 = 0.1036$ GPa, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.05$ GPa, $\nu = 0.32, \rho = 130$ kg/m^3
رویه‌ها	$E_1 = 24.51$ GPa, $E_2 = E_3 = 7.77$ GPa, $G_{12} = G_{13} = 3.34$ GPa, $G_{23} = 1.34$ GPa, $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.078, \nu_{23} = 0.49$, $\rho = 1800$ kg/m^3

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

جدول 3 مقایسه فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد پنل ساندویچی مرکب با لایه‌چینی متعامد

Table 3 Comparing dimensionless natural frequencies of a composite sandwich panel with cross ply lay-up

شماره مود (m, n)	روش حاضر	مدل اول فروستیگ	انسیس	HSDT-ESL
(1, 1)	14.05	14.27	14.74	15.28
(1, 2)	25.88	26.31	26.83	28.69
(2, 1)	26.52	27.04	27.53	30.01
(2, 2)	34.32	34.95	35.60	38.86

2-5- تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با لایه چینی زاویه-ای

در این بخش، تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با لایه چینی زاویه‌ای و شرایط مرزی ساده بررسی می‌شود.

خواص مواد بکار رفته برای رویه‌های مرکب و هسته فوم در جدول 2 آورده شده است. لایه‌چینی پنل ساندویچی بصورت لایه زاویه‌ای [45/−45/45/−45/45] / هسته / 45 و متقارن می‌باشد.

در جدول 4، نتایج بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده از تئوری IHSAPT [38] و مدل المان محدود [39] مقایسه شده است. در جدول 4 مشهود است که نتایج بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده از تئوری IHSAPT تقریبا منطبق می‌باشد، اما نتایج تئوری حاضر دارای اختلاف کمی با نتایج مدل المان محدود می‌باشد که این اختلاف بدلیل در نظر گرفتن تئوری تک‌لایه معادل می‌باشد.

3-5- تحلیل کمانش تک‌محوره پنل ساندویچی

در این بخش، تحلیل کمانش تک‌محوره پنل ساندویچی مرکب با هسته لانه زنبوری و شرایط مرزی ساده با لایه‌چینی [0/90/0] / هسته / [0/90/0/90/0/90/0] بررسی می‌شود. خواص مواد بکار رفته برای رویه‌های مرکب و هسته لانه زنبوری در جدول 5 آورده شده است. در جدول 6 نیروی کمانش بی‌بعد شده بدست آمده از تئوری بهبود یافته مرتبه بالای پنل‌های ساندویچی (IHSPT) با تئوری الاستیسیته سه بعدی [3]، تئوری لایه مجزا ترکیبی[1] (MLW) [11]، مدل المان محدود [11]، تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول (FSDT) [6] و تئوری تغییرشکل برشی مرتبه بالا[2] (HSDT) [6] برای نسبت-های مختلف ضخامت رویه بالایی به ضخامت پنل (h_t/h) برای دو پنل ساندویچی نازک $(a/h = 20)$ و ضخیم $(a/h = 10)$ مقایسه شده است. نتایج ارائه شده در جدول 6 نشان می‌دهد که نتایج حاصل از تئوری جدید ارائه شده در این مقاله، انطباق خوبی با نتایج حاصل از تئوری الاستیسیته سه بعدی دارد. اختلاف بین این دو تئوری هر چه بر ضخامت پنل افزوده می‌شود، بیشتر می‌شود.

جدول 4 مقایسه فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد پنل ساندویچی مرکب با لایه‌چینی زاویه‌ای

Table 4 Comparing dimensionless natural frequencies of a composite sandwich panel with angle ply lay-up

فرکانس	روش حاضر	مدل اول فروستیگ	انسیس
اول	15.32	15.53	16.09
دوم	27.09	27.36	28.93
سوم	27.09	27.36	28.93
چهارم	36.26	36.93	38.76

[1] Mixed layerwise theory
[2] Higher order shear deformation theory

جدول 5 خواص مواد بکار رفته در پنل ساندویچی مرکب با هسته لانه زنبوری

Table 5 Material properties of a composite sandwich panel with honeycomb core

رویه‌ها	$E_{1t}/E_{2t} = 19, E_{2t} = E_{3t}, G_{13c}/E_{2t} = 0.52, G_{23c}/E_{2t} = 0.338,$ $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.32, \nu_{23} = 0.49.$
هسته	$E_{1c}/E_{2t} = 3.2 \times 10^{-5}, E_{2c}/E_{2t} = 2.9 \times 10^{-5}\ E_{3c}/E_{2t} = 0.4,$ $G_{13c}/E_{2t} = 7.9 \times 10^{-2}, G_{23c}/E_{2t} = 6.6 \times 10^{-2},$ $\nu_{12c} = 0.99, \nu_{13c} = \nu_{23c} = 3 \times 10^{-5}.$

جدول 6 مقایسه نیروی کمانش بی‌بعد پنل ساندویچی مرکب با هسته لانه‌زنبوری

Table 6 Comparing the dimensionless buckling load of the laminated sandwich panel with honeycomb core

a/h	تئوری‌ها	h_t/h				
		0.025	0.050	0.075	0.100	0.150
		$\bar{N}_{cr}=N_{cr}\,b^2/(E_{2t}h^3)$				
10	تئوری حاضر	2.210	3.742	4.852	5.704	6.696
	الاستیسیته3بعدی	2.208	3.739	4.831	5.672	-
	HSDT	2.212	3.750	4.864	5.710	7.010
	FSDT	2.204	3.866	5.265	6.493	8.575
	مدل المان محدود	2.259	3.740	4.785	5.562	6.680
	MLW	2.264	3.765	4.830	5.626	6.755
20	تئوری حاضر	2.554	4.665	6.449	7.941	10.329
	الاستیسیته3بعدی	2.553	4.646	6.440	7.935	-
	HSDT	2.554	4.676	6.453	7.951	10.341
	FSDT	2.544	4.713	6.616	8.298	11.102
	مدل المان محدود	2.588	4.713	6.460	7.932	10.221
	MLW	2.566	4.703	6.443	7.919	10.216

در جدول 6 مشهود است که اختلاف نتایج تئوری حاضر با نتایج تئوری‌های دیگر- به غیر از تئوری الاستیسیته- بیشتر است، دلیل آن این است که جابجایی عرضی در تئوری لایه مجزا ترکیبی، تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول و تئوری تغییرشکل برشی مرتبه بالا تابعی از مختصه عرضی پنل نیست و از کرنش و تنش محوری عرضی صرف‌نظر شده است.

بعلاوه تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول نمی‌تواند تنش‌های برشی عرضی را بخوبی مدل کند، در صورتی که در تئوری حاضر با در نظر گرفتن توابع مرتبه دو و سه به ترتیب برای جابجایی‌های عرضی رویه‌ها و هسته، با دقت بیشتری می‌تواند رفتار پنل‌های ساندویچی ضخیم را پیش‌بینی کند. هم‌چنین جدول 6 نشان می‌دهد که با افزایش نسبت ضخامت رویه‌ها به ضخامت پنل برای هر دو حالت پنل نازک و ضخیم، میزان نیروی کمانش بی-بعد بسرعت افزایش می‌یابد، که این رفتار با توجه به نحوه بی‌بعدسازی نیروی کمانش قابل پیش‌بینی بود، چرا که با افزایش نسبت ضخامت رویه‌ها به ضخامت پنل با تعداد لایه‌های ثابت، در عمل میزان ضخامت هسته و در نتیجه ضخامت کل پنل کم می‌شود و با توجه به توان سه بودن ضخامت پنل در مخرج کسر نیروی کمانش بی‌بعد $(\bar{N}_{cr} = N_{cr}b^2/(E_{2t}h^3)$، نیروی کمانش بی‌بعد به سرعت افزایش می‌یابد.

بعلاوه جدول 6 مشاهده می‌شود که نرخ افزایش نیروی کمانش بی‌بعد با افزایش نسبت ضخامت رویه‌ها به ضخامت پنل در پنل ساندویچی ضخیم بیشتر از پنل ساندویچی نازک است.

4-5- تحلیل فلاتر پنل مرکب

در این بخش تحلیل فلاتر پنل مرکب با دو نوع لایه‌چینی متعامد [0/90/0/90/0] و زاویه‌ای [45/-45/45/-45/45]، مورد تحلیل قرار می‌گیرد. خواص مواد بکار رفته برای پنل مرکب در جدول 7 آورده شده است.

در جدول 8 فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد (λ_{cr}) بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده با استفاده از روش‌های تئوری میدلین [4] و تئوری کلاسیک [2] مقایسه شده است. همان‌طور که جدول نشان می‌دهد نتایج

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

حاصل از تئوری جدید ارائه شده در این مقاله، انطباق خوبی با نتایج تئوری میدلین و تئوری کلاسیک دارد. اختلاف بین نتایج با توجه به اینکه در تئوری حاضر از تئوری مرتبه بالا استفاده شده، طبیعی است.

در ادامه‌ی این مقاله در بخش 6، نتایج حاصل از تحقیق حاضر ارائه خواهد شد.

6- نتایج و بحث

در این بخش نتایج حاصل از مطالعه پارامتری کمانش و فلاتر پنل‌های ساندویچی مرکب انجام خواهد شد.

6-1- بررسی اثر نسبت طول به ضخامت پنل بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب

در این بخش، بررسی اثر نسبت طول به ضخامت پنل (a/h) بر روی رفتار کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب مربعی با شرایط مرزی ساده و نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل 0.06 بررسی می‌شود. خواص مواد بکار رفته برای رویه‌های مرکب و هسته در جدول 9 آورده شده است. هم‌چنین نیروی کمانش در هر دو جهت یکسان فرض شده است.

سه لایه‌چینی مختلف لایه متعامد $[0/90/0$ / هسته $/0/90/0]$، لایه زاویه‌ای $[45/-45/45$ / هسته $/45/-45/45]$ و هم‌چنین لایه‌چینی $[30/-30/30$ / هسته $/30/-30/30]$ در نظر گرفته شده است. در شکل 2 اثر نسبت طول به ضخامت پنل (a/h) بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل مرکب ساندویچی برای سه لایه‌چینی مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که شکل 2 نشان می‌دهد با افزایش نسبت طول به ضخامت پنل برای هر سه لایه‌چینی مختلف نیروی کمانش بی‌بعد کاهش پیدا می‌کند. این رفتار قابل پیش‌بینی بود، چرا که افزایش نسبت طول به ضخامت پنل منجر به نازک‌تر شدن پنل می‌شود، هر چه ضخامت هسته با ثابت بودن ابعاد پنل کمتر باشد، میزان سفتی خمشی کمتر می‌شود و در نتیجه نیروی کمانش نیز کاهش می‌یابد. هم‌چنین شکل 2 نشان می‌دهد که برای نسبت طول به ضخامت پنل بزرگتر از 10، پنل با لایه‌چینی زاویه‌ای دارای بیشترین نیروی کمانش بی‌بعد است.

جدول 7 خواص مواد بکار رفته در پنل مرکب

Table 7 Material properties of a composite panel

E_1 = 68.948 GPa, $E_2 = E_3$ = 6.895 GPa, $G_{12} = G_{13}$ = 2.275 GPa, G_{23} = 1.034 GPa, $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$ = 0.3

جدول 8 مقایسه فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد پنل مرکب

Table 8 Comparing the critical dynamic pressure for the laminated panel

$\lambda_{cr}=\beta_a a^3 / D_{11}(0)$					a/h	a/b
[0/90/0/90]		[-45/45/-45/45]				
تئوری میدلین	تئوری حاضر	تئوری کلاسیک	تئوری میدلین	تئوری حاضر		
44.75	39.2	-	160.60	151.5	10	1
54.6	52.7	222.7	-	206.1	100	
58.39	52.9	-	282.25	266.6	10	2
141.88	136.3	-	684.06	645.9	100	

جدول 9 خواص مواد بکار رفته در پنل ساندویچی مرکب

Table 9 Material properties of a composite sandwich panel

$\boldsymbol{E_1 = E_2 = E_3 = 6.89\ MPa}$, $\boldsymbol{G_{12} = G_{13} = G_{23} = 3.45\ MPa}$, $\boldsymbol{\nu = 0.22}$, $\boldsymbol{\rho = 130\ kg/m^3}$	هسته
E_1 = 131 GPa, $E_2 = E_3$ = 10.34 GPa, $G_{12} = G_{13}$ = 6.895 GPa, G_{23} = 6.205 GPa, $\nu_{12} = \nu_{13}$ = 0.22, ν_{23} = 0.49, ρ = 1627 kg/m^3	رویه‌ها

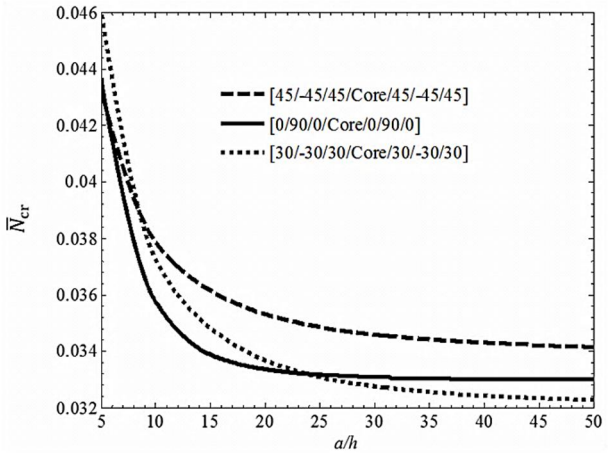

Fig. 2 Variation of dimensionless buckling load with the length to panel thickness ratio

شکل 2 تغییرات نیروی کمانش بی‌بعد با نسبت طول به ضخامت پنل

6-2- بررسی اثر طول به عرض پنل بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب

در این بخش، بررسی اثر طول به عرض پنل (a/b) بر روی رفتار کمانش دو-محوره پنل ساندویچی مرکب مربعی با شرایط مرزی ساده و نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل 0.06 و نسبت طول به ضخامت کل 9 بررسی می‌شود. خواص مواد بکار رفته برای رویه‌های مرکب و هسته در جدول 9 آورده شده است. هم‌چنین نیروی کمانش در هر دو جهت یکسان فرض شده است.

سه لایه‌چینی مختلف لایه متعامد $[0/90/0$ / هسته $/0/90/0]$، لایه زاویه‌ای $[45/-45/45$ / هسته $/45/-45/45]$ و هم‌چنین لایه‌چینی $[30/-30/30$ / هسته $/30/-30/30]$ در نظر گرفته شده است.

در شکل 3 اثر نسبت طول به عرض پنل(a/b) بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل مرکب ساندویچی برای سه لایه‌چینی مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که شکل 3 نشان می‌دهد با افزایش نسبت طول به عرض پنل برای هر سه لایه‌چینی مختلف نیروی کمانش بی‌بعد کاهش پیدا می‌کند. هم-چنین شکل 3 نشان می‌دهد که برای نسبت طول به عرض مختلف، پنل با لایه‌چینی زاویه‌ای دارای بیشترین نیروی کمانش بی‌بعد است.

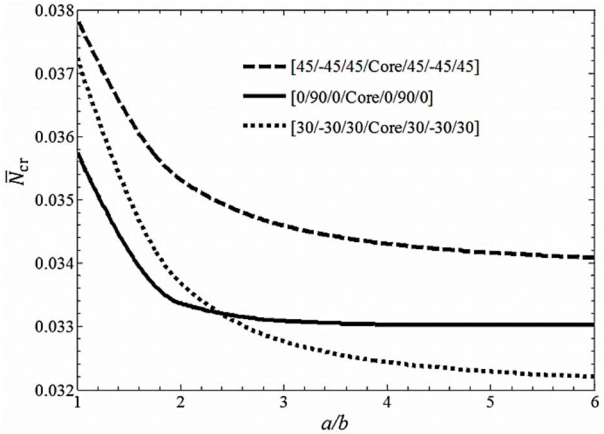

Fig. 3 Variation of dimensionless buckling load with the length to width ratio

شکل 3 تغییرات نیروی کمانش بی‌بعد با نسبت طول به عرض پنل

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

3-6- بررسی اثر زاویه الیاف بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب

در این بخش، بررسی اثر زاویه الیاف بر روی رفتار کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب مربعی با شرایط مرزی ساده و نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل 0.06 و نسبت طول به ضخامت کل 9 بررسی می‌شود. خواص مواد بکار رفته برای رویه‌های مرکب و هسته در جدول 9 آورده شده است. هم‌چنین نیروی کمانش در هر دو جهت یکسان فرض شده است.

در شکل 4، اثر زاویه الیاف بر روی پاسخ کمانش پنل ساندویچی مرکب با لایه‌چینی $[\theta/-\theta/\theta/$ هسته $/\theta/-\theta/\theta]$ نشان داده شده است. شکل 4 نشان می‌دهد با افزایش مقدار زاویه الیاف از 0 تا 45 درجه، نیروی کمانش بی‌بعد افزایش و با افزایش بیشتر آن کاهش پیدا می‌کند. بعبارت دیگر بیشترین نیروی کمانش مربوط به پنل ساندویچی با لایه‌چینی زاویه‌ای است.

4-6- بررسی اثر تغییر خواص مواد رویه‌ها بر روی فلاتر پنل ساندویچی مرکب

در این بخش اثر تغییر خواص مواد رویه‌ها بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی مرکب برای لایه‌چینی متعامد $[0/90/0$ هسته $/0/90/0]$، لایه زاویه‌ای $[45/-45/45$ هسته $/45/-45/45]$ و هم‌چنین لایه‌چینی $[30/-30/30$ هسته $/30/-30/30]$ مطالعه می‌شود. نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل 0.06 و نسبت طول به ضخامت کل 9 می‌باشد. خواص مواد رویه بالایی و هسته مطابق جدول 9 می‌باشد. فشار دینامیکی بی‌بعد برای پنل ساندویچی مرکب برابر است با $\lambda_{cr} = \beta_a a^3/Y_{11t}^{II}$. در شکل 5، منحنی تغییرات میرایی (ξ) بر حسب فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد برای لایه‌چینی $[30/-30/30/$ هسته $/30/-30/30]$ و نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها $E_{1t}/E_{1b} = 3$ نمایش داده شده است. با توجه به شکل 5 مشخص می‌شود که فلاتر در فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد حدود 0.82 رخ می‌دهد.

در شکل 6 اثر نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها (E_{1t}/E_{1b}) بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی مرکب برای سه نوع لایه‌چینی مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که شکل 6 نشان می‌دهد با افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها از یک تا پنج برای پنل با لایه‌چینی متعامد و از یک تا سه برای پنل با دو لایه‌چینی دیگر، فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد تغییر محسوسی نمی‌یابد، با افزایش بیشتر این نسبت، فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد برای هر سه لایه-چینی کاهش می‌یابد که این رفتار قابل انتظار بود، چرا که در این مثال با

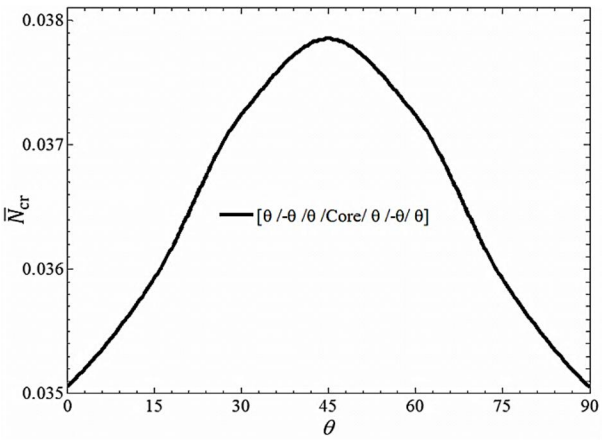

Fig. 4 Variation of dimensionless buckling load with the fiber angle

شکل 4 تغییرات نیروی کمانش بی‌بعد با زاویه الیاف

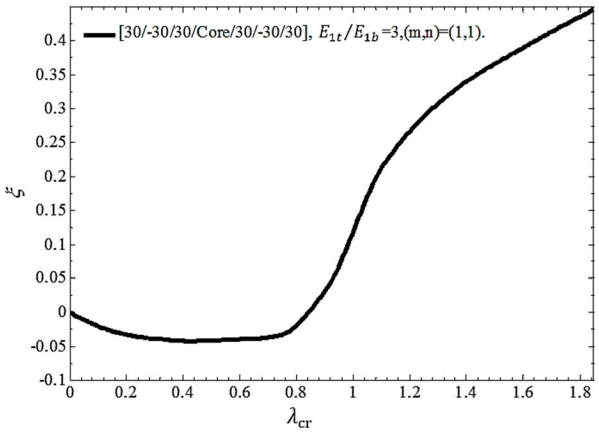

Fig. 5 Variation of damping (ξ) with the dimensionless critical dynamic pressure for E_{1t}/E_{1b} = 3

شکل 5 منحنی تغییرات میرایی (ξ) بر حسب فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد برای E_{1t}/E_{1b} = 3

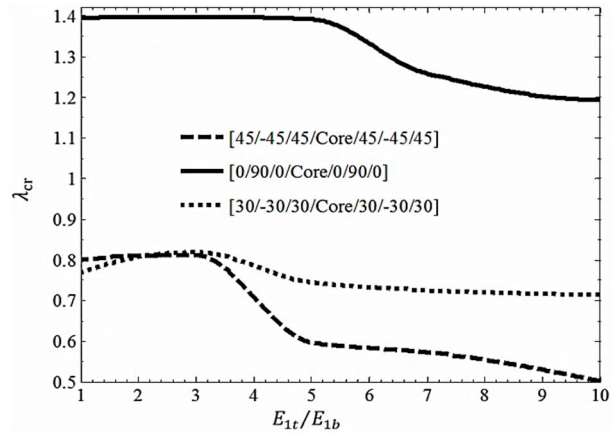

Fig. 6 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the elastic modulus ratio of the face sheets

شکل 6 تغییرات فشار دینامیکی بی‌بعد با نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها

افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها و ثابت درنظر گرفتن مدول الاستیسیته رویه بالایی، مدول الاستیسیته در راستای الیاف رویه پایینی کاهش پیدا می‌کند، در نتیجه سفتی پنل و به تبع آن فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد کاهش می‌یابد. هم‌چنین ثابت بودن فشار دینامیکی بی‌بعد برای نسبت‌های پایین مدول الاستیسیته رویه‌ها هم حاکی از اهمیت کمتر میزان مدول الاستیسیته رویه پایینی است که تأثیر کمی روی مرز فلاتر دارد.

این رفتار مشاهده شده در تئوری حاضر، در تئوری تک لایه معادل قابل مشاهده نیست، چرا که در آن تئوری، سفتی معادل کل پنل برای تحلیل مورد استفاده قرار می‌گرفت و نسبت‌های پایین مدول الاستیسیته رویه‌ها هم در تئوری تک لایه معادل، فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد را کاهش می‌داد.

5-6- بررسی اثر نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها به هسته بر روی فلاتر پنل ساندویچی مرکب

در این بخش اثر نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها به هسته بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی مرکب برای لایه‌چینی متعامد $[0/90/0$ هسته $/0/90/0]$، لایه زاویه‌ای $[45/-45/45$ هسته $/45/-45/45]$ و هم‌چنین لایه‌چینی $[30/-30/30$ هسته $/30/-30/30]$ مطالعه می‌شود. نسبت ضخامت رویه

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

به ضخامت کل 0.06 و نسبت طول به ضخامت کل 9 می‌باشد. خواص مواد رویه بالایی و هسته مطابق جدول 9 می‌باشد.

در شکل 7، نمودار نیمه لگاریتمی اثر نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها به هسته (E_{1t}/E_{1c}) بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی مرکب برای سه نوع لایه‌چینی مختلف نشان داده شده است. شکل 7 نشان می‌دهد با افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها به هسته فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد برای هر سه نوع پنل ساندویچی بسرعت کاهش می‌یابد. هم‌چنین شکل 7 نشان می‌دهد که نرخ کاهش فشار دینامیکی بی‌بعد با افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها به هسته برای پنل با لایه چینی متعامد از دو پنل دیگر بیشتر است.

6-6- بررسی اثر نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی بر روی فلاتر پنل ساندویچی

در این بخش اثر نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی (h_t/h_b) بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی همسانگرد یا مرکب و رویه پایینی مرکب مطالعه می‌شود. در این مثال سه پنل ساندویچی با رویه بالایی با جنس‌های مختلف شامل آلومینیومی، فولادی و مرکب در نظر گرفته شده است. خواص مواد رویه‌ها و هسته مطابق جدول 10 می‌باشد.

در شکل 8 اثر نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی همسانگرد یا مرکب و رویه پایینی مرکب نشان داده شده است. همان‌طور که شکل 8 نشان می‌دهد با افزایش نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی از 0.3 تا 0.7 فشار دینامیکی بحرانی بی-بعد برای هر سه نوع پنل ساندویچی بسرعت کاهش می‌یابد و با افزایش بیشتر این نسبت تغییر محسوسی در فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد رخ نمی-دهد. هم‌چنین شکل 8 نشان می‌دهد که پنل ساندویچی با رویه آلومینیومی دارای بیشترین فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد برای همه‌ی نسبت ضخامت رویه‌ها است و دارای بهترین رفتار آیروالاستیک می‌باشد.

6-7- بررسی اثر نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی بر روی فلاتر پنل ساندویچی

در این بخش اثر نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی (h_b/h_t) بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی همسانگرد یا

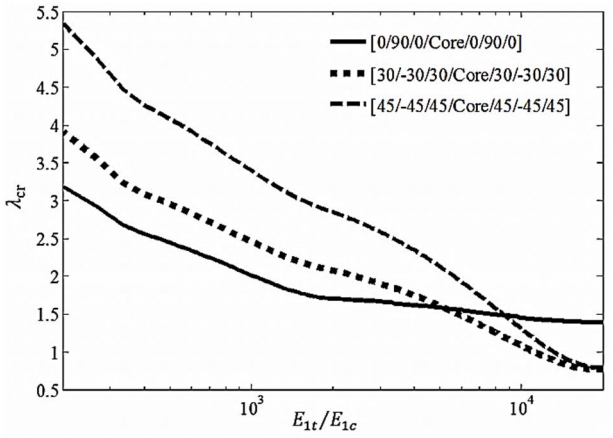

Fig. 7 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the face sheets to the core elastic modulus ratio

شکل 7 تغییرات فشار دینامیکی بی‌بعد با نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها به هسته

جدول 10 خواص مواد بکار رفته در پنل ساندویچی

Table 10 Material properties of a sandwich panel

هسته	$E_1 = E_2 = E_3 = 70$ GPa, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 26$ GPa, $\nu = 0.3, \rho = 2700$ kg/m^3
رویه مرکب	$E_1 = 131$ GPa, $E_2 = E_3 = 10.34$ GPa, $G_{12} = G_{13} = 6.895$ GPa, $G_{23} = 6.205$ GPa, $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.22, \nu_{23} = 0.49, \rho = 1627$ kg/m^3
رویه آلومینیومی	$E_1 = E_2 = E_3 = 70$ GPa, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 26$ GPa, $\nu = 0.3, \rho = 2700$ kg/m^3
رویه فولادی	$E_1 = E_2 = E_3 = 210$ GPa, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 77$ GPa, $\nu = 0.3, \rho = 7800$ kg/m^3

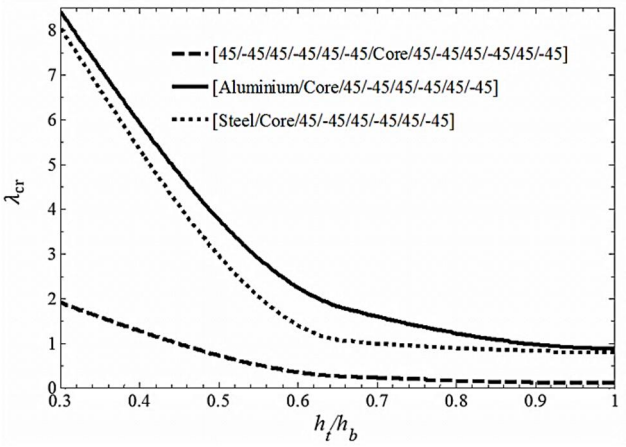

Fig. 8 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the thickness ratio of the top to the bottom face sheets

شکل 8 تغییرات فشار دینامیکی بی‌بعد با نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی

مرکب مطالعه می‌شود. در این مثال سه پنل ساندویچی با رویه پایینی با جنس‌های مختلف شامل آلومینیومی، فولادی و مرکب در نظر گرفته شده است. خواص مواد رویه‌ها و هسته مطابق جدول 10 می‌باشد.

در شکل 9 اثر نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی همسانگرد یا مرکب نشان داده شده است.

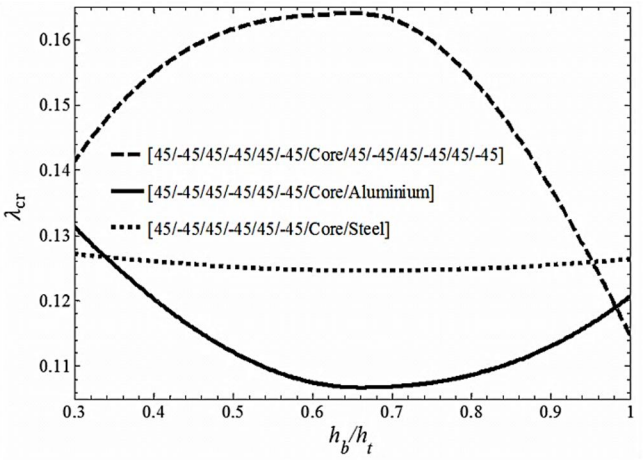

Fig. 9 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the thickness ratio of the bottom to the top face sheets

شکل 9 تغییرات فشار دینامیکی بی‌بعد با نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

همان‌طور که شکل 9 نشان می‌دهد رفتار فلاتر سه پنل با افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویه‌ها متفاوت است و پنل ساندویچی با رویه‌های بالایی و پایینی مرکب دارای بیشترین فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد برای اکثر نسبت ضخامت رویه‌ها و بهترین رفتار آیروالاستیک می‌باشد.

هم‌چنین شکل 9 نشان می‌دهد که پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی فولادی برای $h_b/h_t = 1$ دارای بالاترین فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد است، در حالی‌که شکل 8 نشان می‌دهد پنل ساندویچی با رویه بالایی آلومینیومی و رویه پایینی مرکب دارای بالاترین فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد است، دلیل این رفتار را باید در نحوه بی‌بعدسازی فشار دینامیکی بحرانی در این دو شکل جستجو کرد؛ Y_{11t}^{II} که در مخرج کسر بی‌بعد سازی فشار دینامیکی بحرانی قرار دارد $(\lambda_{cr} = \beta_a a^3/Y_{11t}^{II})$ برای پنل ساندویچی با رویه بالایی فولادی نسبت به دو پنل دیگر مقدار بزرگتر دارد که منجر به کوچکتر شدن فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد پنل ساندویچی با رویه بالایی فولادی نسبت به پنل ساندویچی با رویه بالایی آلومینیومی در شکل 8 شده است، اما در شکل 9، Y_{11t}^{II} برای هر سه منحنی مقدار ثابتی دارد، در نتیجه پنل ساندویچی با رویه پایینی فولادی برای $h_b/h_t = 1$ دارای فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد بیشتری است.

7- نتیجه‌گیری

پس از بررسی و جمع‌بندی نتایج عددی حاصل از تحلیل کمانش و فلاتر پنل‌های ساندویچی، می‌توان موارد زیر را نتیجه‌گیری نمود:

- با افزایش مقدار زاویه الیاف از 0 تا 45 درجه، نیروی کمانش بی‌بعد پنل ساندویچی مرکب افزایش می‌یابد و با افزایش بیشتر این زاویه تا 90 درجه، نیروی کمانش بی‌بعد کاهش پیدا می‌کند. بعبارت دیگر بیشترین نیروی کمانش بی‌بعد مربوط به پنل ساندویچی با لایه‌چینی زاویه‌ای است.
- نسبت‌های کوچک مدول الاستیسیته رویه بالایی به رویه پایینی، تأثیر ناچیزی بر فشار دینامیکی بی‌بعد پنل ساندویچی مرکب دارد.
- پنل ساندویچی با رویه بالایی آلومینیومی و رویه پایینی مرکب دارای فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد بیشتری نسبت به پنل‌های ساندویچی با رویه بالایی فولادی یا مرکب و رویه پایینی مرکب می‌باشد.
- برای پنل ساندویچی با ضخامت رویه‌های یکسان، پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی فولادی فشار دینامیکی بحرانی بی‌بعد بیشتری نسبت به پنل‌های ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی آلومینیومی یا مرکب می‌باشد.
- برای پنل ساندویچی با ضخامت بزرگتر رویه بالایی نسبت به ضخامت رویه پایینی، پنل ساندویچی با رویه‌های بالایی و پایینی مرکب دارای رفتار آیروالاستیک بهتری نسبت به پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی آلومینیومی یا فولادی می‌باشد.

8- پیوست‌ها

8-1-پیوست یک

تعدادی از درایه‌های ماتریس $[\bar{L}]$ برای تحلیل کمانش عبارتند از:

$$\bar{L}_{11} = -Y_{11t}^{0}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{44t}^{0}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{14t}^{0}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

$$\bar{L}_{12} = -Y_{11t}^{I}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{44t}^{I}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{14t}^{I}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

$$\bar{L}_{13} = -Y_{11t}^{II}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{44t}^{II}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{14t}^{II}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

$$\bar{L}_{14} = -Y_{11t}^{III}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{44t}^{III}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{14t}^{III}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

جایی که:

$$\left(Y_{ij\,t}^{0}, Y_{ij\,t}^{I}, Y_{ij\,t}^{II}, Y_{ij\,t}^{III}\right) = \int_{-h_t/2}^{h_t/2} \bar{Q}_{ij}\left(1, z_t, z_t^2, z_t^3\right)dz_t$$

$$= \sum_{k=1}^{N_t} \bar{Q}_{ij}^{(k)} \int_{-h_k/2}^{h_k/2} (1, z_t, z_t^2, z_t^3)dz_t \; ; (i,j = 1,2,\dots,6)$$

جایی که h_k ضخامت لایه kام و N_t تعداد لایه‌های رویه بالایی است.

8-2-پیوست دو

تعدادی از درایه‌های ماتریس $[\bar{L}]$ برای تحلیل فلاتر عبارتند از:

$$\bar{L}_{55} = I_{0t}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^{0}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^{0}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^{0}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

$$\bar{L}_{56} = I_{1t}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^{I}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^{I}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^{I}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

$$\bar{L}_{57} = I_{2t}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^{II}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^{II}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^{II}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

$$\bar{L}_{58} = I_{3t}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^{III}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^{III}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^{III}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

جایی که:

$$I_{nt} = \int_{-h_t/2}^{h_t/2} \rho_t z_t^n dz_t \; ; n = 0,1,2,3$$

جایی که I_{nt} $(n = 0,1,2,3)$ ممان اینرسی رویه بالایی است.

9- مراجع

[1] E. H. Dowell, E. F. Crawley, H. C. Curtiss Jr., D. A. Peters, R. H. Scanlan, F. Sisto, *A Modern Course in Aeroelasticity*, 3rd edition, pp. 1–2, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 1995.
[2] J. W. Sawyer, Flutter and buckling of general laminated plates, *Journal of Aircraft*, Vol. 14, No. 4, pp. 387–393, 1977.
[3] K. Noor, J. M. Peters, W. S. Burton, Three-dimensional solutions for initially stressed structural sandwiches, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 120, No. 2, pp. 284–303, 1994.
[4] M. Ganapathi, T. K. Varadan, Supersonic flutter of laminated curved panels, *Defence Science Journal*, Vol. 45, No. 2, pp. 147-159, 1995.
[5] M. Meunier, R. A. Shenoi, Free vibration analysis of composite sandwich plates, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 213, No. 7, pp. 715–727, 1999.
[6] C. Sarah Babu, T. Kant, Two shear deformable finite element models for buckling analysis of skew fiber-reinforced composite and sandwich panels, *Composite Structures*, Vol. 46, No. 2, pp. 115-124, 1999.
[7] Y. Frostig, O. T. Thomsen, High-order free vibrations of sandwich panels with a flexible core, *International Journal of Solids Structures*, Vol. 41, No. 5–6, pp. 1697–1724, 2004.
[8] S. Shokrollahi, H. Gerami, F. Bakhtiari Nejad, Flutter analysis of a low aspect ratio swept back trapezoidal wing at low subsonic flow, *JAST*, Vol. 3, No. 2, pp. 61–66, 2006.
[9] K. J. Sohn, J. H. Kim, Structural stability of functionally graded panels subjected to aero-thermal loads, *Composite Structures*, Vol. 82, No. 3, pp. 317–325, 2008.
[10] L-C., Shiau, S-Y. Kuo, Nonlinear panel flutter of composite sandwich plates with thermal effect, Journal of Mechanics, Vol. 24, No. 2, pp. 179–188, 2008.
[11] M. Cetkovic, D. Vuksanovic, Bending, free vibrations and buckling of laminated composite and sandwich plates using a layerwise displacement model, *Composite Structures*, Vol. 88, No. 2, pp. 219–227, 2009.
[12] H. H. Ibrahim, H. H. Yoo, Nonlinear flutter oscillations of composite shallow shells subject to aerodynamic and thermal

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]

loads, *13th International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology*, Cairo, Egypt, May 26–28, 2009.
[13] W. Zhen, C. Wanji, A C^0-type higher-order theory for bending analysis of laminated composite and sandwich plates, *Composite Structures*, Vol. 92 , No. 3, pp. 653–661, 2010.
[14] M. A. Kouchakzadeh, M. Rasekh, H. Haddadpour, Panel flutter analysis of general laminated composite plates, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 12, pp. 2906–2915, 2010.
[15] O. Rahmani, S. M. R. Khalili, K. Malekzadeh, Free vibration response of composite sandwich cylindrical shell with flexible core, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 5, pp. 1269–1281, 2010.
[16] S. Mahmoudkhani, H. Haddadpour, H. M. Navazi, Supersonic flutter prediction of functionally graded conical shells, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 2, pp. 377–386, 2010.
[17] L. K. Abbas, X. Rui, P. Marzocca, M. Abdalla, R. De Breuker, A parametric study on supersonic/hypersonic flutter behavior of aero-thermo-elastic geometrically imperfect curved skin panel, *Acta Mechanica*, Vol. 222, No. 12, pp. 41–57, 2011.
[18] H. M. Navazi, H. Haddadpour, Nonlinear aero-thermoelastic analysis of homogeneous and functionally graded plates in supersonic airflow using coupled models, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 10, pp. 2554–2565, 2011.
[19] L. He, Y. S. Cheng, J. Liu, Precise bending stress analysis of corrugated-core, honeycomb-core and Xcore sandwich panels, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 5, pp. 1656–1668, 2012.
[20] M. M. Kheirikhah, S. M. R. Khalili, K. Malekzadeh Fard, Buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using 3D finite element method, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 105, No. 107, pp. 1768–1772, 2012.
[21] V. V. Vedeneev, Panel flutter at low supersonic speeds, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 29, No. 1, pp. 79–96, 2012.
[22] L. C. Shiau, S. Y. Kuo, Y. P. Liu, Aerothermoelastic analysis of composite laminated plates, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 6, pp. 1982–1990, 2012.
[23] F. M. Li, Z. G. Song, Flutter and thermal buckling control for composite laminated panels in supersonic flow, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 22, pp. 5678–5695, 2013.
[24] Z. Yang, J. Zhou, Y. Gu, Integrated analysis on static dynamic aeroelasticity of curved panels based on a modified local piston theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 22, pp. 5885–5897, 2014.
[25] X. Wang, G. Shi, A simple and accurate sandwich plate theory accounting for transverse normal strain and interfacial stress continuity, *Composite Structures*, Vol. 107, pp. 620–628, 2014.
[26] M. H. Zhao, W. Zhang, Nonlinear dynamics of composite laminated cantilever rectangular plate subject to third-order piston aerodynamics, *Acta Mechanica*, Vol. 225, No. 7, pp. 1985–2004, 2014.
[27] Z. G. Song, F. M. Li, Aerothermoelastic analysis of nonlinear composite laminated panel with aerodynamic heating in hypersonic flow, *Composites: Part B*, Vol. 56, No. 5, pp. 830–839, 2014.
[28] A. Sankar, S. Natarajan, M. Haboussi, K. Ramajeyathilagamc, M. Ganapathi, Panel flutter characteristics of sandwich plates with CNT reinforced facesheets using an accurate higher-order theory, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 50, pp. 376–391, 2014.
[29] K. Malekzadeh Fard, M. Rezaei Hassanabadi, M. Livani, Analytical solution based on higher order shear and normal deformation theory for Buckling of functionally graded plates with piezoelectric layers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 414–422, 2014. (in Persian فارسی)
[30] G. Payganeh, K. Malekzadeh Fard, F. Rashed Saghavaz, Effects of important geometrical and physical parameters on free vibration and impact force for sandwich plates with smart flexible cores, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 21–30, 2014. (in Persianفارسی)
[31] M. Ghasemi, A. Jaamialahmadi, Analytical solution based on higher order shear and normal deformation theory for Buckling of functionally graded plates with piezoelectric layers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 387–397, 2015. (in Persian فارسی)
[32] H. Golparvar, S. Irani, An analytical experimental investigation of effects of store on flutter speed for cropped delta wing/store model in low subsonic regime, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 61–72, 2015. (in Persian فارسی)
[33] H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, Aerothermoelasticity of 2D shell with finite volume and Gallerkin method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 312–322, 2015. (in Persian فارسی)
[34] H. Alidoost, J. Rezaee pazhand, Dynamic stability of laminated composite beam subjected to follower force, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 233–239, 2016. (in Persian فارسی)
[35] M. Asgari, G. Payganeh, K. Malekzadeh Fard, F. Rashed Saghavaz, A parametric study of the free vibration analysis of composite sandwich plate with magneto-rheological smart core, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 396–404, 2016. (in Persian فارسی)
[36] M .Hosseini, M .Talebitooti, Buckling analysis of moderately thick composite conical shells using Galerkin and DQ methods, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 367–375, 2016. (in Persian فارسی)
[37] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, Second Edition, pp. 1–164, Boca Raton: CRC Press, 2003.
[38] K. Malekzadeh, M. R. Khalili, R. K. Mittal, Local and global damped vibrations of plates with a viscoelastic soft flexible core: An improved high-order approach, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, pp. 431-456, 2005.
[39] A. K. Nayak, R. A. Shenai, S. S. J. Moy, Analysis of damped composite sandwich plates using plate bending element with substitute shear strain fields based on Reddy's higher-order theory, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 216, pp. 591–606, 2002.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0]