



بررسی اثر اندازه یون در جریان ترکیبی الکترواستمیک / فشار محرک سیال غیرنیوتونی

پیام فدائی¹، حمید نیازمند^{2*}

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
2- استاده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، niazmand@um.ac.ir

چکیده

در پتانسیل زتای بالا، تئوری کلاسیک پواسون- بولتزمن صادق نیست و باید از معادله بهبودیافته پواسون- بولتزمن که اندازه یون را در توزیع بار نیز در نظر می‌گیرد استفاده کرد. به علاوه بسیاری از سیالات زیستی رفتار غیرنیوتونی دارند؛ بنابراین اثر همزمان اندازه یون و رفتار غیرنیوتونی سیال در جریان ترکیبی الکترواستمیک/ فشار محرک در پژوهش حاضر در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم به روش تفاضل محدود در یک میکروکانال مستطیلی حل شده‌اند. اثر اندازه یون در معادله بهبودیافته پواسون-بولتزمن با فاکتور استریک تعریف می‌شود که یون را به صورت بار نقطه‌ای یا با اندازه محدود در نظر می‌گیرد. اثر اندازه محدود یون عموماً سبب افزایش سرعت سیال غلیظ‌شونده برشی و کاهش سرعت سیال رقیق‌شونده برشی می‌شود. نسبت منطقی مقطع نیز در نظر گرفته شده است و مشاهده می‌شود که افزایش نسبت منطقی مقطع در گرادیان فشار مخالف تغییر زیادی در پروفیل سرعت ایجاد می‌کند، اما گرادیان فشار موافق کمتر تحت تأثیر تغییرات ابعاد سطح مقطع است، همچنین ضریب اصطکاک با افزایش پتانسیل زتا در هر دو سیال غلیظ‌شونده برشی و رقیق‌شونده برشی، برای مدل یون نقطه‌ای افزایش می‌یابد، اما برای مدل یون با اندازه محدود کاهش می‌یابد. سرعت متوسط سیال رقیق‌شونده برشی در پتانسیل زتای بالا با افزایش فاکتور استریک کاهش می‌یابد، اما در سیال غلیظ‌شونده برشی اثر کمی دارد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 20 اردیبهشت 1396
پذیرش: 05 مهر 1396
ارائه در سایت: 19 آبان 1396
کلید واژگان:
اثر استریک
سیال توانی
پتانسیل زتا
جریان الکترواستمیک

Ionic size effects on combined electrokinetic and pressure driven flow of Power-law fluids

Payam Fadaei, Hamid Niazmand*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
* P.O.B. 91775-1111 Mashhad, Iran, niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 10 May 2017
Accepted 27 September 2017
Available Online 10 November 2017

Keywords:
Steric effects
Power-law fluids
Zeta potential
Electroosmotic flow

ABSTRACT

In situations involving large zeta potential, the classical Poisson-Boltzmann theory of electrolytes breaks down and a modified Poisson-Boltzmann equation which takes into account the finite size of the ions must be utilized. In addition, most biofluids cannot be treated as Newtonian, therefore, simultaneous effects of finite size of the ions and non-Newtonian behavior of the fluid in combined electroosmotic and pressure driven flows have been examined in the present study. The Governing equations are solved by a finite-difference-based numerical procedure in a rectangular microchannel. The ion size is introduced into the modified Poisson-Boltzmann equation by the steric factor, which allows considering the ions as point charges or finite sizes. Considering the ionic finite size; generally enhances the velocity of the shear-thickening fluid, while reducing the velocity of shear-thinning fluid. The Cross sectional aspect ratio is also considered and it was found that the adverse pressure gradient greatly affects the velocity profile, when aspect ratio increases, while velocity profile is less sensitive to aspect ratio variations in favorable pressure gradients. Furthermore, friction coefficient of both shear thinning and thickening fluids increases with the increase in zeta potential for point charge model, which for finite size charges decreases. Cross sectional averaged velocity reduces under steric effects for shear thinning fluids at large zeta potentials, while it is slightly influenced by shear thickening fluids.

1- مقدمه

تشخیص بیماری مورد استفاده قرار می‌گیرند. مهم‌ترین مزیت این دستگاه‌ها استفاده آسان، سرعت بالای تحلیل و حجم بسیار کم نمونه‌گیری است. انتقال سیالات داخل تراشه‌های آزمایشگاهی نیازمند کنترل دقیق دبی جریان و نیروی حجمی الکترواستمیک است. میکرو پمپ‌های الکترواستمیک نسبت به نمونه‌های دیگر میکرو پمپ‌ها مزیت‌های بیشتری دارند. برای مثال برخلاف

در سال‌های اخیر دستگاه‌های میکرو الکترومکانیکی¹ به دلیل کاربردهای عملی گسترده در صنایع پزشکی و بیولوژیکی توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند. تراشه‌های آزمایشگاهی² آزمایشگاه‌های کوچکی هستند که برای

¹ MEMS
² Labs-on-a-chip

Please cite this article using:

P. Fadaei, H. Niazmand, Ionic size effects on combined electrokinetic and pressure driven flow of Power-law fluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 77-88, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

رقیق در بسیاری از کاربردهای عملی که پتانسیل زتا از 25 mV بیشتر است معتبر نیست. از کاربردهای الکترواستتیک در پتانسیل زتای بالا می‌توان به جریان الکترواستتیک و الکتروکینتیک سیال در میدان الکتریکی اعمالی متناوب اشاره کرد [20-23].

باید توجه داشت که بیشترین میزان غلظت الکترولیت در نزدیکی دیواره باردار $c_{\max} = a^{-3}$ است که a فاصله بین یونی مؤثر است. اندازه یونی اگر چه از شعاع یون بیشتر نیست (معمولاً برابر 1\AA)، به دلیل پدیده‌هایی که در لایه‌های بسیار نزدیک دیواره‌ی باردار و به ویژه با بار الکتریکی زیاد اتفاق می‌افتد مانند هیدراسیون¹³ و ارتباط بین یونی¹⁴، اندازه‌ای تا چندین نانومتر می‌تواند داشته باشد. اثرات حلال نیز در پتانسیل زتای زیاد مهم می‌شود. شیمیدان‌ها معتقدند که مولکول‌های آب در لایه استرن به شدت تحت تأثیر میدان الکتریکی بالا جهت می‌گیرند و گذردهی مؤثر را تا ده برابر کاهش می‌دهند. طی نیم‌قرن اخیر ویک و ایگن [24] احتمالاً اولین تلاش‌ها برای توسعه‌ی مدل محلول رقیق و در نظر گرفتن اثرات حجمی یون‌ها را انجام داده‌اند. این تئوری در دهه‌های اخیر توسط ایگلیک و کرال و ایگلیک [25-27]، بروخوف، آندرمن و اورلند توسعه داده شد [28-30]. این افراد تابع انرژی آزاد را ارائه کردند و با مینیمم کردن آن، معادله بهبودیافته پواسون-بولتزمن¹⁵ به دست آمد. هدف به دست آوردن این رابطه ابتدا بررسی اثرات مولکول‌های بزرگ بود که اندازه آن‌ها در مقایسه با لایه دیفیوز در پتانسیل‌های زتای کم قابل توجه بود. ایجاد پتانسیل بالا در دیواره صرف‌نظر از میزان غلظت الکترولیت، تجمع زیاد یون‌ها در لایه دیفیوز را در پی خواهد داشت. برای تعریف فاکتور استریک، حداقل سه مشخصه طولی مهم مورد استفاده قرار گرفته است. اولین مشخصه طولی، طول دیبای¹⁶ λ_D است که طول لایه دیفیوز در پتانسیل و غلظت کم را نشان می‌دهد. دومین پارامتر، متوسط فاصله یون‌ها در بالک سیال است، یعنی در فاصله‌ای از دیواره که اثر پتانسیل زتا ناچیز است و به صورت $l_0 = (2c_0)^{-1/3}$ تعریف می‌شود. سومین پارامتر، متوسط فاصله یون‌ها در دیواره است که به صورت $a = c_{\max}^{-1/3}$ تعریف شده است. پارامتر مهمی که از این سه پارامتر طولی به دست آمده، متوسط نسبت حجمی یون‌های نزدیک دیواره‌ی باردار به یون‌های بالک سیال است که فاکتور استریک¹⁷ نامیده می‌شود و به صورت $\nu = (a/l_0)^3 = 2a^3c_0$ بیان می‌شود. در این رابطه c_0 غلظت یون‌های بالک سیال و a اندازه یونی مؤثر است. باید توجه کرد که غلظت یون‌های با بار مخالف در دیواره به مقدار ماکزیمم خودش می‌رسد [31, 32].

در سال‌های اخیر کارهای زیادی روی اثر استریک در پدیده‌های الکتروکینتیکی انجام شده است. صادقی و همکاران [33] اثر اندازه محدود یون را در رفتار سیالات غیرخطی در پتانسیل‌های زتای بالا و میکروکانال مستطیلی بررسی کردند. در پژوهشی دیگر [34] اثرات گرادیان فشار را در جریان الکترواستتیک سیال غیرنیوتونی برای میکروکانال با مقطع مربعی و مستطیلی و در گرادیان فشار بدون بعد موافق و مخالف با فرض بار نقطه‌ای بررسی کردند. همچنین جریان سیال غیرنیوتونی همراه با انتقال حرارت [35-37] در داخل میکروکانال مستطیلی نیز مورد بررسی قرار گرفت. مدل یون با اندازه محدود، در جریان الکترواستتیک همراه با گرادیان فشار تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. در پژوهش حاضر از معادله بهبود یافته

میکرو پمپ‌های فشاری که شامل قطعات متحرک بودند، پمپ الکترواستتیک فاقد قطعات مکانیکی متحرک است و طراحی و ساخت بسیار راحت‌تری دارد [1, 2]. علاوه بر این در دو جهت عمل می‌کند و قابلیت ایجاد یک جریان تخت¹ و بدون نوسان را داراست که برای کاربرد تراشه‌های آزمایشگاهی مناسب است [3]. عملکرد انتقال الکترواستتیک به این صورت است که هنگامی که یک صفحه در معرض یک محلول الکترولیت قرار می‌گیرد عموماً دارای بار منفی می‌شود، در نتیجه سیال نزدیک صفحه و ناحیه لایه دوگانه الکتریکی دارای باری مخالف بار دیواره باردار خواهد شد. لایه دوگانه الکتریکی² دارای یک لایه داخلی شامل یون‌های غیرمتحرک و یک ناحیه خارجی دیفیوز³ است. فاصله بین مرکز یون‌های متصل به دیواره و دیواره باردار به عنوان لایه استرن⁴ شناخته می‌شود و بخش غیرمتحرک لایه دوگانه الکتریکی است. یون‌هایی که مرکز آن‌ها خارج از لایه استرن قرار گرفته است بخش دیفیوز و متحرک لایه دوگانه الکتریکی را تشکیل می‌دهند. چنانچه یک میدان خارجی در راستای کانال به صفحه باردار اعمال شود، نیرویی به یون‌های متحرک لایه دیفیوز اعمال می‌شود و سبب حرکت آن‌ها می‌شود. به دلیل وجود لزجت، سیال به همراه یون‌ها به حرکت درآمده و یک جریان داخل کانال ایجاد می‌شود. روس [4] پی برد که حضور یک الکترولیت در نزدیکی صفحه سبب ایجاد بار الکتریکی در صفحه خواهد شد که به عنوان پتانسیل زتا⁵ شناخته می‌شود. بارگری و ناکاچی [5] پنج دهه قبل پیشگام در جریان الکترواستتیک بودند. از بیست سال پیش تاکنون تحقیقات گسترده‌ای روی جریان الکترواستتیک در میکروکانال انجام شده است. تحقیقات عددی و آزمایشگاهی پیشین بیشتر برای سیال نیوتونی بررسی شده و به اثرات رفتار غیرنیوتونی در این جریان تاکنون توجه زیادی صورت نگرفته است. این در حالی است که میکروفلوئیدیک اغلب برای سیالات پیچیده مانند محلول‌های پلیمری و سیالات زیستی مورد استفاده قرار می‌گیرد و در نتیجه فهم عمیقی از رفتار غیرخطی سیالات برای طراحی دقیق این وسایل مورد نیاز است [6]. داس و چاکرابورتی [7] و چاکرابورتی [8] نخستین کسانی بودند که مدل‌های تئوری برای جریان الکترواستتیک سیال غیرنیوتونی در میکروکانال ارائه دادند. این نویسندگان مدل توانی⁶ را برای بررسی رفتار غیرخطی سیالات اتخاذ کردند. جریان الکترواستتیک سیالات غیرنیوتونی دیگر مانند بینگهام [9]، رقیق‌شونده برشی⁷ [10]، ویسکوپلاستیک⁸ [11, 12] نیز بررسی شده‌اند. تاکنون بیشترین مدلی که برای سیال غیرنیوتونی مورد استفاده قرار گرفته مدل توانی است. بسیاری از مدل‌های دیگر را در مراجع دیگر می‌توان یافت [13-19]. مدل توانی یک مدل به نسبت ساده دو پارامتری است که رفتار رقیق‌شونده برشی، نیوتونی و غلیظ‌شونده برشی⁹ سیال را به راحتی با تغییر مقدار شاخص رفتاری جریان¹⁰ مدل‌سازی می‌کند.

معادله کلاسیک پواسون-بولتزمن¹¹ برای الکترولیت‌های رقیق با بار نقطه‌ای¹² کاربرد دارند. هر چند که در الکترولیت‌های بسیار رقیق و پتانسیل‌های زتای کم نیز این معادله تعداد یون‌ها در نزدیکی دیواره باردار را خیلی بیشتر از تعداد واقعی پیش‌بینی می‌کند، همچنین تئوری الکترولیت

¹ Slug flow

² Electric double layer (EDL)

³ Diffuse layer

⁴ Stern layer

⁵ Zeta potential

⁶ Power-law model

⁷ Shear-thinning

⁸ Viscoplastic

⁹ Shear-thickening

¹⁰ Flow behavior index

¹¹ Poisson-Boltzmann equation

¹² Point charge

¹³ Hydration effect

¹⁴ Ion-ion correlation

¹⁵ Modified Poisson-Boltzmann (MPB)

¹⁶ Debye length

¹⁷ Steric factor

در آن k_B ثابت بولتزمن، T دمای مطلق، e بار پروتون و \mathbb{Z} عدد والانس یون‌هاست، همچنین n_+ و n_- غلظت یونی هر کدام از یون‌های مثبت و منفی است. در حالتی که یون‌ها به صورت بارهای نقطه‌ای در نظر گرفته شوند ($\nu = 0$) رابطه (1) به توزیع کلاسیک بولتزمن تبدیل خواهد شد. توزیع پتانسیل الکتریکی سیال با به دست آمدن توزیع یونی و قرار دادن آن در معادله پواسون به صورت رابطه (2) به دست خواهد آمد.

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho_e}{\varepsilon} \quad (2)$$

در رابطه (2)، ε گذردهی الکتریکی سیال و $\rho_e = \mathbb{Z}e(n_+ - n_-)$ چگالی خالص بار الکتریکی است که برای الکترولیت متقارن و کاملاً تفکیک‌شده به صورت رابطه (3) در خواهد آمد.

$$\rho_e = -2n_0 e \mathbb{Z} \frac{\sinh\left(\frac{\mathbb{Z}e\psi}{k_B T}\right)}{1 + 4\nu \sinh^2\left(\frac{\mathbb{Z}e\psi}{2k_B T}\right)} \quad (3)$$

پتانسیل φ مجموع پتانسیل میدان خارجی و لایه دوگانه الکتریکی $\varphi = \Phi + \psi$ است. در ناحیه توسعه‌یافته $\psi = \psi(y, z)$ همچنین میدان الکتریکی خارجی تنها در جهت محوری اعمال می‌شود به طوری که $\Phi = \Phi(x)$ است. با فرض $d\Phi(x)/dx$ ثابت و در نظر گرفتن رابطه توزیع یونی، معادله پواسون به صورت رابطه (4) ساده خواهد شد.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{2n_0 e \mathbb{Z}}{\varepsilon} \frac{\sinh\left(\frac{\mathbb{Z}e\psi}{k_B T}\right)}{1 + 4\nu \sinh^2\left(\frac{\mathbb{Z}e\psi}{2k_B T}\right)} \quad (4)$$

با استفاده از رابطه $\lambda_D = [2n_0 e^2 \mathbb{Z}^2 / (\varepsilon k_B T_{av})]^{-1/2}$ برای طول دیبای و معرفی پارامترهای بدون بعد $\psi^* = \mathbb{Z}e\psi / (k_B T_{av})$ ، $y^* = y/H$ و $z^* = z/H$ و $\kappa = H/\lambda_D$ فرم بدون بعد رابطه (4) به صورت رابطه (5) در خواهد آمد [33].

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} = \kappa^2 \frac{\sinh \psi^*}{1 + 4\nu \sinh^2(\psi^*/2)} \quad (5)$$

شرط مرزی برای رابطه (5) به صورت روابط (6,7) است.

$$\left. \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=0} = 0 \quad (6)$$

$$\psi^*|_{y^*=1} = \psi^*|_{z^*=\alpha} = \zeta^* \quad (7)$$

و $\zeta^* = \mathbb{Z}e\psi / (k_B T_{av})$ پتانسیل زتای بدون بعد است.

2-2- توزیع سرعت

توزیع مومنتوم درون میدان جریان توسط معادله ناور-استوکس به صورت رابطه (8) بیان می‌شود

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + F \quad (8)$$

به طوری که ρ چگالی سیال، p فشار، τ تانسور تنش و u و F به ترتیب بردارهای سرعت و نیروی حجمی هستند. نیروی حجمی به صورت $\rho_e E$ و نسبت به سرعت محوری قابل صرف‌نظر کردن است. از معادله پیوستگی به دست می‌آید که $u = [u_x(y, z), 0, 0]$ بنابراین با در نظر گرفتن $Du/Dt = 0$ برای جریان توسعه‌یافته پایا تانسور تنش به صورت رابطه $\tau = 2\mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma}$ به کرنش مربوط می‌شود. که $\dot{\gamma} = (\nabla u + \nabla u^T)/2$ و $\mu(\dot{\gamma})$ لزجت مؤثر و $\dot{\gamma}$ اندازه تانسور نرخ برش به صورت رابطه (9) است.

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{1}{2}\dot{\gamma}:\dot{\gamma}\right)^{1/2} \quad (9)$$

لزجت مؤثر برای سیال غیرنیوتونی به صورت $\mu(\dot{\gamma}) = m(2\dot{\gamma})^{n-1}$ بیان می‌شود. که m شاخص ثبات جریان و n شاخص رفتار جریان است.

پواسون- بولتزمن به منظور در نظر گرفتن اندازه یون در توزیع پتانسیل استفاده شده است. به علاوه جریان الکترواستاتیک/ فشار محرک سیال غیرنیوتونی توانی همراه با گرادیان فشار موافق و مخالف در پتانسیل زتای بالا در نظر گرفته شده است. پتانسیل زتای دیواره ثابت و یکنواخت است و از دو میکروکانال با مقطع مربعی و مستطیلی استفاده شده است. روش عددی تفاضل محدود¹ با دقت مرتبه دوم در یک شبکه غیریکنواخت برای حل معادلات به کار گرفته شده است.

2- معادلات حاکم

یک جریان الکترواستاتیک/ فشار محرک سیال غیرنیوتونی در یک میکروکانال مستطیلی و در پتانسیل زتای بالا در نظر گرفته شده است. جریان پایا، آرام، دارای خواص فیزیکی ثابت و توسعه‌یافته هیدرودینامیکی است. کانال دارای نسبت عرض به ارتفاع $\alpha = W/H$ است و دستگاه مختصات در مرکز کانال قرار داده شده است. مایعات دارای خواص فیزیکی ثابت محلولی ایده‌آل برای حل شدن الکترولیت‌های متقارن هستند. دیواره میکروکانال دارای پتانسیل زتای ثابت و یکنواخت است و لایه‌های دوگانه الکتریکی وجوه مقابل هم هم‌پوشانی ندارند. در حالت کلی خواص فیزیکی سیال نیز مانند لزجت و گذردهی الکتریکی تا اندازه‌ای تحت تأثیر اندازه یون هستند که در مطالعه حاضر برای بررسی مدل اندازه یون محدود در نظر گرفته نشده است. شکل شماتیک میکروکانال باردار در حضور محلول با اندازه یون محدود، در شکل 1 نشان داده شده است به دلیل تقارن تنها یک‌چهارم مقطع جریان به عنوان حوزه مورد بررسی حل عددی در نظر گرفته است.

2-1- توزیع پتانسیل الکتریکی

برای محاسبه نیروی حجمی الکترواستاتیک، بررسی دقیق توزیع پتانسیل الکتریکی لایه دوگانه الکتریکی اهمیت زیادی دارد. پتانسیل الکتریکی لایه دوگانه الکتریکی تابعی از توزیع یون به دست آمده از معادله بولتزمن است که با در نظر گرفتن اندازه یون به صورت بهبود یافته رابطه (1) درمی‌آید [33].

$$n_{\pm} = \frac{n_0 e^{\left(\frac{\mathbb{Z}e\psi}{\mp k_B T}\right)}}{1 + 4\nu \sinh^2\left(\frac{\mathbb{Z}e\psi}{2k_B T}\right)} \quad (1)$$

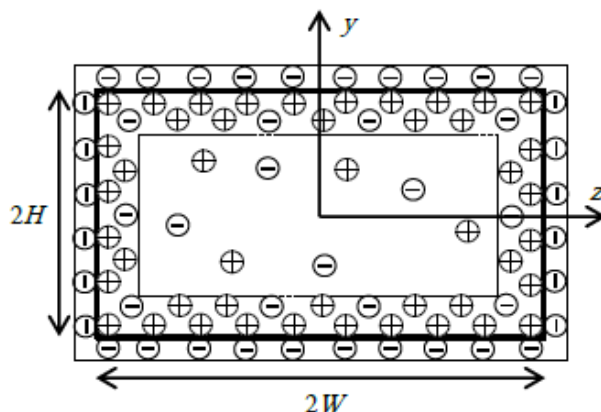


Fig. 1 schematic view of a charged microchannel in a solution with finite ionic size

شکل 1 طرح شماتیک میکروکانال باردار در حضور محلول با اندازه یون محدود

¹ Finite difference

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=0} = 0 \quad (19)$$

$$u^*|_{y^*=1} = u^*|_{z^*=\alpha} = 0 \quad (20)$$

و گرادیان فشار بدون بعد به صورت $\Gamma = u_{PD}^n / u_{HS}^n$ تعریف می‌شود.

3-2- پارامترهای جریان

یکی از پارامترهای مهم در هیدرودینامیک جریان ضریب اصطکاک به صورت رابطه (21) است.

$$f = \frac{2\tau_{w,av}}{\rho u_{HS}^2} \quad (21)$$

در رابطه (21)، $\tau_{w,av}$ تنش برشی متوسط دیواره است که به صورت رابطه (22) به دست می‌آید.

$$\tau_{w,av} = -\frac{1}{W+H} \left[\int_0^W \tau_{xy}|_{y=H} dz + \int_0^H \tau_{xz}|_{z=W} dy \right] \quad (22)$$

با جای‌گذاری تنش برشی از روابط (11,10) و قرار دادن فرم بدون بعد آن در پارامترهای جریان، ضریب اصطکاک به شکل عدد پویازل به صورت رابطه (23) به دست می‌آید.

$$fRe = -\frac{2}{1+\alpha} \left\{ \int_0^\alpha \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \Big|_{y^*=1} dz^* + \int_0^1 \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \Big|_{z^*=\alpha} dy^* \right\} \quad (23)$$

در آن عدد رینولدز به صورت $Re = \rho u_{HS}^{2-n} H^n / m$ بیان می‌شود. با توجه به این که $\partial u^* / \partial y^*|_{z^*=\alpha} = \partial u^* / \partial z^*|_{y^*=1} = 0$ شکل رابطه (23) به شکل رابطه (24) ساده می‌شود.

$$fRe = \frac{2}{1+\alpha} \left\{ \int_0^\alpha \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}} dz^* + \int_0^1 \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}} dy^* \right\} \quad (24)$$

مقدار متوسط لزجت مؤثر در دیواره مشابه تنش برشی به دست می‌آید. پارامتر متوسط لزجت مؤثر در دیواره، به صورت نسبت لزجت متوسط در دیواره به لزجت سیال نیوتونی به صورت رابطه (25) نوشته می‌شود.

$$\frac{\mu_{w,av}}{\mu_0} = \frac{m^{1/n} \left[\frac{n}{\kappa} \left(-\frac{\varepsilon \zeta E_x}{\lambda_D} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^{n-1}}{1+\alpha} \left\{ \int_0^\alpha \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} dz^* + \int_0^1 \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} dy^* \right\} \quad (25)$$

سرعت متوسط بدون بعد به صورت رابطه (26) داده شده است.

$$u_m^* = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \int_0^1 u^* dy^* dz^* \quad (26)$$

پارامتر مهم دیگر نسبت دبی حجمی جریان به دبی جریان مرجع است. دبی حجمی جریان مرجع مربوط به سیال نیوتونی است. نسبت دبی به شکل رابطه (27) محاسبه می‌شود.

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{u_{HS} \int_0^\alpha \int_0^1 u^* dy^* dz^*}{u_{HS}|_{n=1} \int_0^\alpha \int_0^1 u^*|_{n=1} dy^* dz^*} = \frac{u_{HS}}{u_{HS}|_{n=1}} \frac{u_m^*}{u_m^*|_{n=1}} = \frac{\mu_0}{m^{1/n}} n \left(-\frac{\varepsilon \zeta E_x}{\lambda_D} \right)^{\frac{1-n}{n}} \frac{u_m^*}{u_m^*|_{n=1}} \quad (27)$$

$n > 1$ و $n < 1$ به ترتیب برای سیال غلیظ‌شونده برشی و رقیق‌شونده برشی و $n=1$ برای سیال نیوتونی است. مؤلفه‌های تنش برشی در جهت محوری به صورت روابط (10,11) بیان می‌شوند.

$$\tau_{xy} = m \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (10)$$

$$\tau_{xz} = m \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (11)$$

نیروی حجمی الکتریکی در جهت x که به دلیل اثر میدان الکتریکی بار الکتریکی لایه دوگانه الکتریکی ایجاد می‌شود، به صورت $\rho_e E_x$ با میدان الکتریکی $E_x = -d\Phi/dx$ و در جهت محوری است. با جای‌گذاری ρ_e از رابطه (3) مؤلفه محوری نیروی حجمی الکتریکی به شکل رابطه (12) درمی‌آید.

$$F_x = -2n_0 e \zeta E_x \frac{\sinh\left(\frac{\zeta e \psi}{k_B T_{av}}\right)}{1 + 4v \sinh^2\left(\frac{\zeta e \psi}{2k_B T_{av}}\right)} \quad (12)$$

با جای‌گذاری روابط (10-12) در رابطه (8) معادله مومنوم در جهت x به صورت رابطه (13) درمی‌آید.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left\{ m \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ m \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \frac{dp}{dx} - 2n_0 e \zeta E_x \frac{\sinh\left(\frac{\zeta e \psi}{k_B T}\right)}{1 + 4v \sinh^2\left(\frac{\zeta e \psi}{2k_B T}\right)} = 0 \quad (13)$$

معادله مومنوم با معرفی یک سرعت مرجع می‌بایست بدون بعد شود. سرعت مرجع مناسب، سرعت الکترواستاتیک هلمهولتز-اسمولوکوفسکی u_{HS} است که بیشترین سرعت ممکن در جریان الکترواستاتیک در یک میدان خارجی معین است. می‌توان نشان داد که u_{HS} برای سیال توانی در پتانسیل زتای کم به صورت رابطه (14) است [13].

$$u_{HS} = n \lambda_D^{\frac{n-1}{n}} \left(-\frac{\varepsilon \zeta E_x}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (14)$$

با تعریف سرعت بدون بعد به صورت $u^* = u / u_{HS}$ معادله مومنوم در جهت محوری به شکل بدون بعد رابطه (15) به دست می‌آید [34].

$$A_1(y^*, z^*, u^*) \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + A_2(y^*, z^*, u^*) \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} + A_3(y^*, z^*, u^*) \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^* \partial z^*} = -\left(\frac{n+1}{n}\right) \Gamma^+ \frac{\kappa^{n+1} \sinh \psi^*}{n^n \zeta^* (1 + 4v \sinh^2(\psi^*/2))} \quad (15)$$

ضرایب بدون بعد معادله (15) به صورت روابط (16-18) در خواهد آمد.

$$A_1(y^*, z^*, u^*) = \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-3}{2}} \left[n \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] \quad (16)$$

$$A_2(y^*, z^*, u^*) = \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-3}{2}} \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + n \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] \quad (17)$$

$$A_3(y^*, z^*, u^*) = 2(n-1) \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-3}{2}} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \quad (18)$$

شرط مرزی برای رابطه (15) به صورت روابط (19,20) است.

3- روش عددی و اعتبارسنجی

حل عددی مبتنی بر روش تفاضل محدود و برنامه موردنیاز به زبان فرترن نوشته شده است. ابتدا معادله پواسون برای محاسبه توزیع پتانسیل الکتریکی در یک شبکه غیریکنواخت با دقت مناسب حل شده است. سپس معادله مومنتم با استفاده از نتایج مرحله قبل محاسبه می شود. کوچک نمودن المان ها در نزدیکی مرز جامد به منظور بررسی دقیق تر توزیع پتانسیل و مومنتم به دلیل وجود گرادیان های شدید در دیواره کانال ضروری است. از میان پارامترهای موجود در مسأله، لزجت مؤثر متوسط در دیواره برای بررسی استقلال از شبکه برنامه عددی انتخاب شده است. دلیل انتخاب لزجت مؤثر متوسط این است که با در نظر گرفتن این پارامتر، اثر گرادیان های شدید نزدیک دیواره که اهمیت زیادی در محاسبه دقیق ضریب اصطکاک در دیواره جامد دارد هم در بررسی استقلال از شبکه لحاظ می شود. شبکه های با تعداد گره 100، 120، 140، 160، 180 و 200 در ارتفاع کانال و با ضریب تراکم 0.98 در هر دو جهت به منظور ارزیابی استقلال از شبکه استفاده شده است. با افزایش تعداد المان های شبکه نتایج به دست آمده دارای دقت بالاتری خواهد بود، اما حجم محاسبات نیز افزایش خواهد یافت. بنابراین باید تعداد المان های شبکه را با توجه به افزایش حجم محاسبات تا رسیدن به نتایج با دقت قابل قبول افزایش داد. از جدول 1 مشخص است که با افزایش تعداد نودهای شبکه از 180 به 200 تغییر قابل ملاحظه ای در نتایج ایجاد نمی شود. اختلاف حل عددی در شبکه با 200 گره و شبکه با 180 گره، همان طور که در جدول 1 نیز پیداست برای سیال غلیظ شونده برشی با شاخص رفتار جریان 1.4 برابر 0.001% و برای سیال رقیق شونده برشی با شاخص رفتار 0.6 برابر 0.05% است. در نتیجه شبکه با تعداد 180 گره در نظر گرفته شده است.

4- بحث و بررسی نتایج

در پژوهش حاضر پارامترهای اصلی مانند عرض بی بعد کانال، پارامتر دیبای- هوکل، پتانسیل زتای بدون بعد، شاخص رفتار جریان و سرعت بدون بعد که در جریان الکترواستتیک سیال توانی همراه با گرادیان فشار در میکروکانال مستطیلی حاکم هستند مورد بررسی قرار گرفته اند. اثرات پارامترهای یادشده روی سرعت، دیبای، ضریب اصطکاک و سرعت متوسط بررسی شده است. برای محاسبه پارامترهای دیبای و لزجت فرض شده است که شاخص ثابت جریان $m = A_0 \text{Pas}^n$ و لزجت سیال نیوتونی $\mu_0 = A_0 \text{Pas}$ است. در نتیجه پارامتر $\varepsilon \zeta E_x / A_0 \lambda_D$ دارای واحد Pa خواهد بود. پارامتر بدون بعد دیبای- هوکل نشان دهنده ضخامت لایه دوگانه الکتریکی است. به طوری که κ برابر 10 نشان دهنده ضخامت کم لایه دوگانه الکتریکی و محدود به نزدیک دیواره است. در نتیجه نیروی حجمی الکتریکی تنها محدود به این ناحیه کوچک است و در غیاب گرادیان فشار پروفیل سرعتی به شکل تخت ایجاد می شود. هنگامی که گرادیان فشار به جریان الکترواستتیک اعمال می شود، پروفیل سرعت ترکیبی از جریان الکترواستتیک و جریان پویزل است.

اثر اندازه یون بر پارامترهای فیزیکی به کار رفته در این پژوهش مانند سرعت متوسط، ضریب اصطکاک، لزجت متوسط، نسبت دیبای و لزجت مؤثر در دیواره در مقادیر مختلف فاکتور استریک مورد بررسی قرار گرفت. به عنوان نمونه اثر اندازه یون بر سرعت متوسط الکترواستتیک در شکل 3 بررسی شده است تا تخمینی از اثر اندازه یون به دست آید و در بقیه موارد فقط یک مقدار فاکتور استریک به عنوان اندازه یون محدود، و نیز $v=0$ به عنوان بار نقطه ای

از دو پژوهش انجام شده گذشته برای اعتبارسنجی برنامه عددی استفاده شده است. یک پژوهش مربوط به بررسی اثرات گرادیان فشار در جریان الکترواستتیک سیال غیرنیوتونی توانی در میکروکانال مستطیلی با فرض بار نقطه ای است [34]. پژوهش دیگر بررسی مدل یون با اندازه محدود در جریان الکترواستتیک سیال غیرنیوتونی توانی در میکروکانال مستطیلی در پتانسیل های زتای بالاست [33]. از پژوهش اول به منظور اعتبارسنجی برنامه عددی استفاده شده و از پژوهش دوم به منظور بررسی صحت برنامه عددی برای حل معادله بهبودیافته پواسون- بولتزمن استفاده شده است. به منظور مقایسه نتایج پارامتر لزجت متوسط دیواره، برنامه عددی در شرایط مرجع [34] یعنی فرض یون ها با بار نقطه ای در پتانسیل زتای بدون بعد ثابت و یکنواخت 1، گرادیان فشار بدون بعد موافق 1، پارامتر بدون بعد دیبای- هوکل 10، سیال غیرنیوتونی توانی با شاخص رفتار جریان 0.6 و 1.4 و برای میکروکانال مستطیلی با نسبت منظری 2 حل شده است. برای سیال

از دو پژوهش انجام شده گذشته برای اعتبارسنجی برنامه عددی استفاده شده است. یک پژوهش مربوط به بررسی اثرات گرادیان فشار در جریان الکترواستتیک سیال غیرنیوتونی توانی در میکروکانال مستطیلی با فرض بار نقطه ای است [34]. پژوهش دیگر بررسی مدل یون با اندازه محدود در جریان الکترواستتیک سیال غیرنیوتونی توانی در میکروکانال مستطیلی در پتانسیل های زتای بالاست [33]. از پژوهش اول به منظور اعتبارسنجی برنامه عددی استفاده شده و از پژوهش دوم به منظور بررسی صحت برنامه عددی برای حل معادله بهبودیافته پواسون- بولتزمن استفاده شده است.

به منظور مقایسه نتایج پارامتر لزجت متوسط دیواره، برنامه عددی در شرایط مرجع [34] یعنی فرض یون ها با بار نقطه ای در پتانسیل زتای بدون بعد ثابت و یکنواخت 1، گرادیان فشار بدون بعد موافق 1، پارامتر بدون بعد دیبای- هوکل 10، سیال غیرنیوتونی توانی با شاخص رفتار جریان 0.6 و 1.4 و برای میکروکانال مستطیلی با نسبت منظری 2 حل شده است. برای سیال

جدول 1 بررسی استقلال از شبکه با پارامتر لزجت مؤثر متوسط در $\Gamma = 1$ و $\alpha = 2$ و $\zeta^* = 1$

Table 1 Grid independency analysis using mean effective viscosity at $\Gamma = 1, \alpha = 2$ and $\zeta^* = 1$		
اندازه شبکه	$n = 1.4$	$n = 0.6$
200@400	7.348001	0.00901273
180@360	7.347917	0.00900814
160@320	7.347911	0.00900186
140@280	7.347905	0.00899423
120@240	7.347886	0.00898109
100@200	7.347829	0.00896357

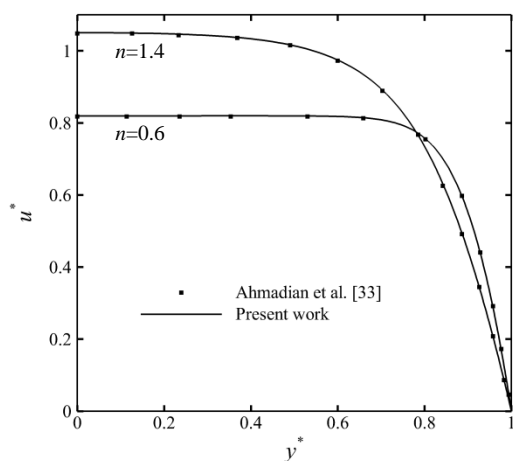


Fig. 2 Velocity profile for two different fluid in comparison to [33]

شکل 2 مقایسه توزیع سرعت برای دو سیال مختلف با مرجع [33]

از شکل‌ها اندازه یون‌ها که به صورت بار نقطه‌ای در نظر گرفته شده $\nu = 0$ و یا با اندازه محدود $\nu = 0.5$ بررسی شده است.

همان‌طور که در شکل 5-a برای گرادیان فشار موافق و میکروکانال مستطیلی مشاهده می‌شود، با در نظر گرفتن اندازه یون، سرعت سیال رقیق‌شونده برشی کاهش و سرعت سیال غلیظ‌شونده برشی افزایش می‌یابد. رفتار سرعت سیال در مدل یون با اندازه محدود در مقایسه با مدل یون نقطه‌ای نتیجه دو پدیده مهم زیر است. غلظت یون‌های لایه دوگانه الکتریکی با در نظر گرفتن اندازه یون کاهش می‌یابد و نیروی حجمی الکترواستمیک را کاهش می‌دهد. در نتیجه سرعت در نزدیکی دیواره کاهش پیدا می‌یابد. همان‌طور که می‌دانیم نیروی حجمی الکترواستمیک تنها در ناحیه کوچک نزدیک دیواره حضور دارد و با افزایش فاصله از دیواره اثر آن کاهش می‌یابد، در نتیجه در خارج لایه دوگانه الکتریکی اثرات لزجت اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. در سیال غلیظ‌شونده برشی، با در نظر گرفتن اندازه یون، لزجت سیال در نزدیکی دیواره کاهش می‌یابد. در نتیجه سیال مقاومت کمتری در مقابل جاری شدن نشان می‌دهد و سرعت نسبت به مدل یون نقطه‌ای افزایش پیدا می‌کند. در سیال رقیق‌شونده برشی، اندازه یون سبب افزایش لزجت سیال در نزدیکی دیواره می‌شود و سیال مقاومت بیشتری در مقابل جاری شدن نشان می‌دهد. در نتیجه می‌توان گفت اثر هم‌زمان این دو پدیده رفتار کلی جریان را تعیین می‌کند.

در گرادیان فشار موافق با افزایش ابعاد کانال، سرعت در مرکز کانال افزایش می‌یابد و برای گرادیان فشار مخالف کاهش می‌یابد، زیرا اثرات نیروی الکترواستمیک تنها در ناحیه کوچک نزدیک دیواره حضور دارند و از آن جایی که با افزایش ابعاد کانال نیروی فشاری به ناحیه وسیع‌تری از سطح کانال اعمال می‌شود اثر نیرو در پروفیل سرعت برجسته‌تر می‌شود. همچنین سیال غلیظ‌شونده برشی نسبت به سیال رقیق‌شونده برشی مقاومت بیشتری نسبت به تغییرات فشار نشان داده است.

در شکل 5-c پروفیل‌های سرعت در جریان کاملاً مشابه 5-a، ولی با گرادیان فشار مخالف نشان داده شده است. مانند شکل 5-a، با در نظر گرفتن اندازه یون، ماکزیمم سرعت سیال رقیق‌شونده برشی کاهش و سیال غلیظ‌شونده برشی افزایش می‌یابد. با در نظر گرفتن اندازه یون‌ها در گرادیان فشار مخالف محل سرعت ماکزیمم به مرکز کانال نزدیک می‌شود. در سیال رقیق‌شونده برشی در گرادیان فشار منفی به دلیل اثرات هم‌زمان نیروی فشاری مخالف و افزایش لزجت در نزدیکی دیواره، سرعت کاهش چشمگیری داشته است. نمودار سرعت نشان می‌دهد که در گرادیان فشار منفی با افزایش ابعاد کانال ماکزیمم سرعت سیال رقیق‌شونده برشی نسبت به سیال غلیظ‌شونده برشی کاهش بیشتری داشته است.

شکل 6 تغییرات عدد پوایزل برحسب پتانسیل زتای دیواره را در گرادیان فشار موافق و برای میکروکانال مستطیلی نشان می‌دهد، همچنین دو مدل یون با بار نقطه‌ای و یون با اندازه محدود نیز بررسی شده است. همان‌طور که نشان داده شده با افزایش پتانسیل زتا برای حالت بار نقطه‌ای ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد، زیرا افزایش پتانسیل زتا سبب افزایش تعداد یون‌ها و نیروی حجمی الکتریکی در لایه دوگانه الکتریکی شده و سرعت را افزایش می‌دهد. برای سیال رقیق‌شونده برشی لزجت در دیواره کاهش و برای سیال غلیظ‌شونده برشی افزایش می‌یابد، در نتیجه گرادیان سرعت افزایش و ضریب اصطکاک و عدد پوایزل افزایش می‌یابد.

با در نظر گرفتن اندازه یون برای سیال رقیق‌شونده برشی، لزجت در دیواره نسبت به حالت بار نقطه‌ای افزایش و برای سیال غلیظ‌شونده برشی

مورد بررسی قرار خواهد گرفت. شکل 3 اثر اندازه یون بر سرعت متوسط سیال را در یک جریان الکترواستمیک در غیاب گرادیان فشار نشان می‌دهد. هر دو نوع سیال رقیق‌شونده برشی و غلیظ‌شونده برشی در پتانسیل زتا دیواره نسبتاً کم $\zeta^* = 1$ و نسبتاً زیاد $\zeta^* = 4$ در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که پیداست با افزایش فاکتور استریک سرعت متوسط سیال رقیق‌شونده برشی و غلیظ‌شونده برشی به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد. شکل 3 نشان می‌دهد که اثر اندازه یون در پتانسیل زتای دیواره بالا قابل صرف‌نظر شدن نیست. به دلیل رفتار مشابه جریان با افزایش فاکتور استریک، در این‌جا تنها از فاکتور استریک برابر با 0.5 برای مقایسه مدل یون با اندازه محدود و یون نقطه‌ای استفاده شده است.

شکل 4 پروفیل‌های سه‌بعدی سرعت را در یک چهارم مقطع میکروکانال مستطیلی شکل برای حالت‌های مختلف نشان می‌دهد. شکل 4-a,b مربوط به جریان الکترواستمیک با گرادیان فشار موافق و برای سیال رقیق‌شونده برشی $n=0.6$ و غلیظ‌شونده برشی $n=1.4$ است. در حالی که در شکل‌های 4(c,d) پروفیل‌های سرعت در جریان کاملاً مشابه 4-a,b است، ولی با گرادیان فشار مخالف نشان داده شده است. در هر کدام از شکل‌ها اثر یون‌ها که به صورت بار نقطه‌ای در نظر گرفته شده $\nu = 0$ و یا با اندازه محدود با فاکتور استریک $\nu = 0.5$ بر پروفیل سرعت بررسی شده است. خطوط سرعت ثابت در هر کدام از شکل‌ها برای هر دو پروفیل سرعت ترسیم شده و به دلیل هم ارتفاع بودن خطوط سرعت ثابت، مقدار آن تنها روی یکی از خطوط هم ارتفاع مشخص شده است. پتانسیل زتای دیواره مقدار ثابت و یکنواخت 5 را دارد. از شکل 4 مشخص است که ماکزیمم سرعت برای گرادیان فشار موافق دقیقاً در مرکز کانال رخ می‌دهد. فشار مخالف مقدار ماکزیمم برای گرادیان در گوشه‌های کانال و در نزدیکی دیواره کانال اتفاق می‌افتد و یک سرعت مینیمم محلی در مرکز کانال رخ می‌دهد.

برای بررسی اثر هندسه کانال بر پروفیل سرعت در شکل 5، پروفیل سرعت در مرکز کانال $z^* = 0$ مربعی و مستطیلی برای شرایط جریان یکسان با شکل 4 بررسی شده است. شکل 5-a,b مربوط به جریان الکترواستمیک با گرادیان فشار موافق و برای سیال رقیق‌شونده برشی $n=0.6$ و غلیظ‌شونده برشی $n=1.4$ است. در شکل‌های 5-c,d پروفیل‌های سرعت در جریان کاملاً مشابه 5(a, b)، ولی با گرادیان فشار مخالف نشان داده شده است. در هر کدام

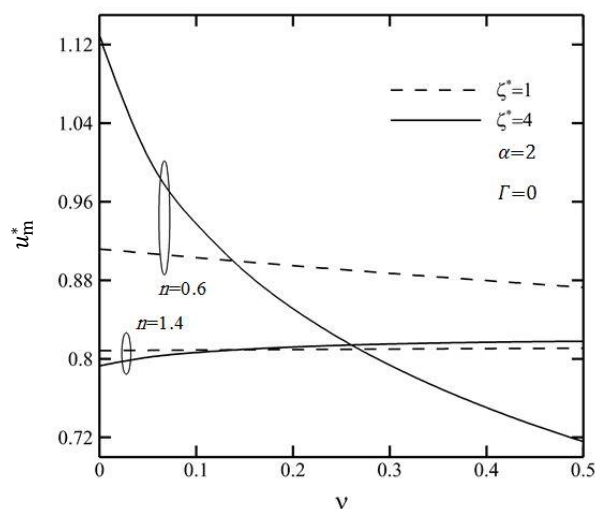


Fig. 3 Effect of ionic size on mean velocity of electroosmotic flow

شکل 3 اثر اندازه یون بر سرعت متوسط جریان الکترواستمیک

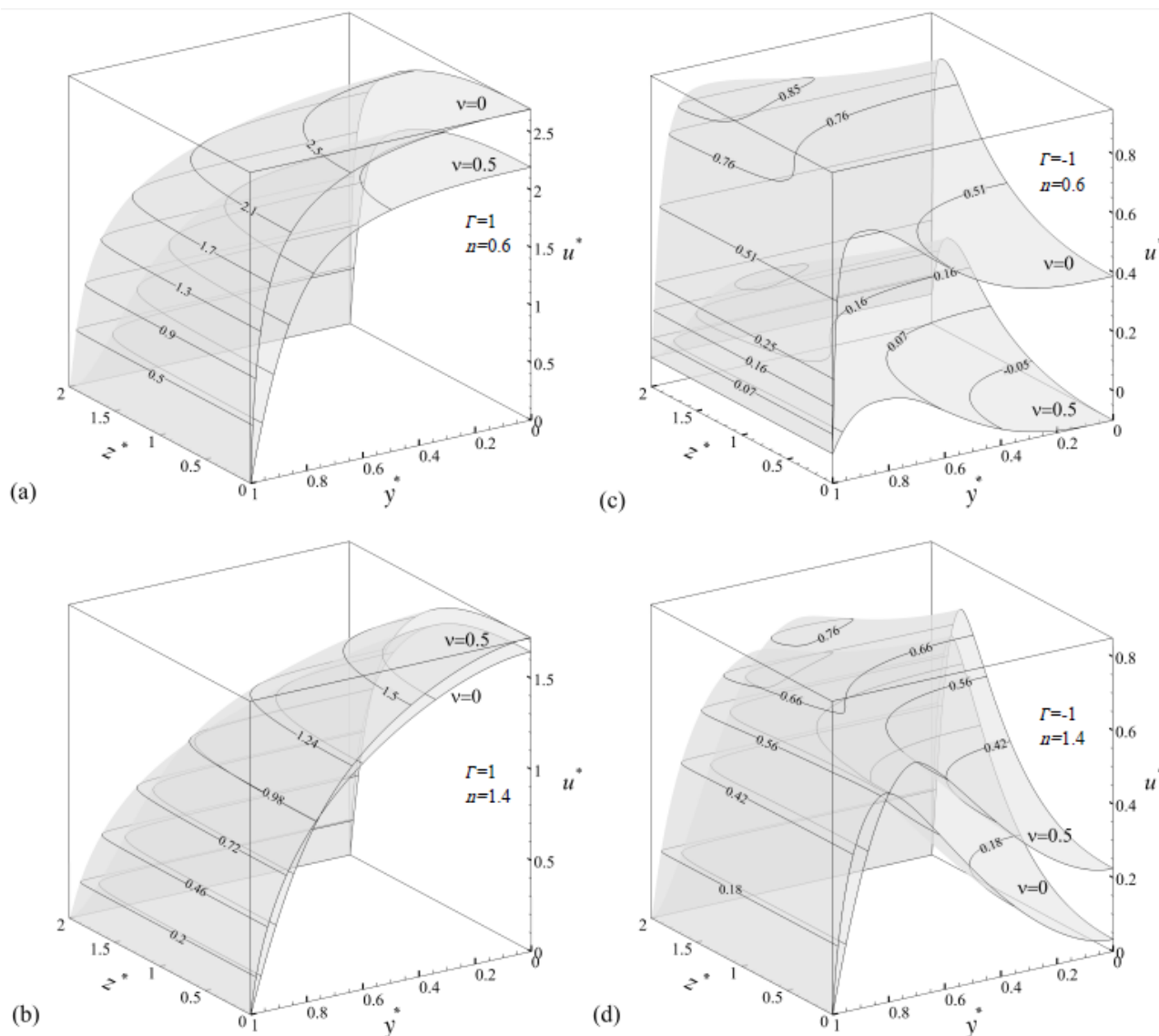


Fig. 4 Effect of ion with finite size on velocity sideview of rectangular channel for favorable and adverse pressure gradient at $\zeta^* = 5$ and a- $n = 0.6$ and $\Gamma = 1$, b- $n = 1.4$ and $\Gamma = 1$, c- $n = 0.6$ and $\Gamma = -1$, d- $n = 1.4$ and $\Gamma = -1$

شکل 4 اثر یون با اندازه محدود بر نیمرخ سرعت کانال مستطیلی برای گرادیان فشار موافق و مخالف در $\zeta^* = 5$ و الف- $\Gamma = 1$ و $n = 0.6$ ب- $\Gamma = 1$ و $n = 1.4$ ج- $\Gamma = 1$ و $n = 1.4$ د- $\Gamma = -1$ و $n = 1.4$

نتیجه سرعت متوسط با شاخص رفتار جریان همیشه کاهش می‌یابد. شکل 8 اثر شاخص رفتار جریان را بر لزجت مؤثر متوسط برای دو مدل یون با بار نقطه‌ای و یون با اندازه محدود در گرادیان فشار موافق و مخالف و در میکروکانال مستطیلی نشان می‌دهد. پارامتر لزجت مؤثر به صورت رابطه (28) بیان می‌شود. طبق این رابطه لزجت سیال غلیظ‌شونده برشی و رقیق‌شونده برشی با گرادیان سرعت به ترتیب رابطه مستقیم و رابطه عکس دارد.

$$\mu^* = \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (28)$$

برای سیال غلیظ‌شونده برشی لزجت مؤثر متوسط در گرادیان فشار موافق بیشتر از گرادیان فشار مخالف است و برای سیال رقیق‌شونده برشی عکس این رفتار مشاهده می‌شود، زیرا گرادیان فشار موافق سبب افزایش گرادیان سرعت و گرادیان فشار مخالف سبب کاهش آن در دیواره می‌شود. در نظر گرفتن اندازه یون سبب کاهش سرعت در نزدیکی دیواره شده و لزجت را

کاهش می‌یابد، در نتیجه گرادیان سرعت کاهش یافته و ضریب اصطکاک و عدد پوایزل کاهش می‌یابد. همچنین سیال غلیظ‌شونده برشی نسبت به رقیق‌شونده برشی ضریب اصطکاک بیشتری دارد، زیرا لزجت بیشتری در نزدیکی دیواره دارد.

شکل 7 تغییرات سرعت متوسط مقطع کانال مستطیلی را برحسب شاخص رفتار جریان برای گرادیان فشار موافق و مخالف نشان می‌دهد. به علاوه مقایسه مدل یون با بار نقطه‌ای و مدل یون با اندازه محدود در سرعت متوسط نیز صورت گرفته است. فاکتور استریک روی سیال غلیظ‌شونده برشی اثر چندانی ندارد و تغییرات لزجت سیال تغییر کمی در رفتار کلی این سیال ایجاد می‌کند، اما برای سیال رقیق‌شونده برشی سبب کاهش سرعت متوسط در هر دو گرادیان فشار موافق و مخالف شده است. باید توجه کرد که سرعت متوسط با افزایش شاخص رفتار جریان کاهش می‌یابد، زیرا سرعت هلمهولتز-اسمولوکوفسکی که برای بی‌بعد سازی سرعت به کار رفته است، همان‌طور که در رابطه (14) مشاهده می‌شود، رابطه عکس با شاخص رفتار جریان دارد. در

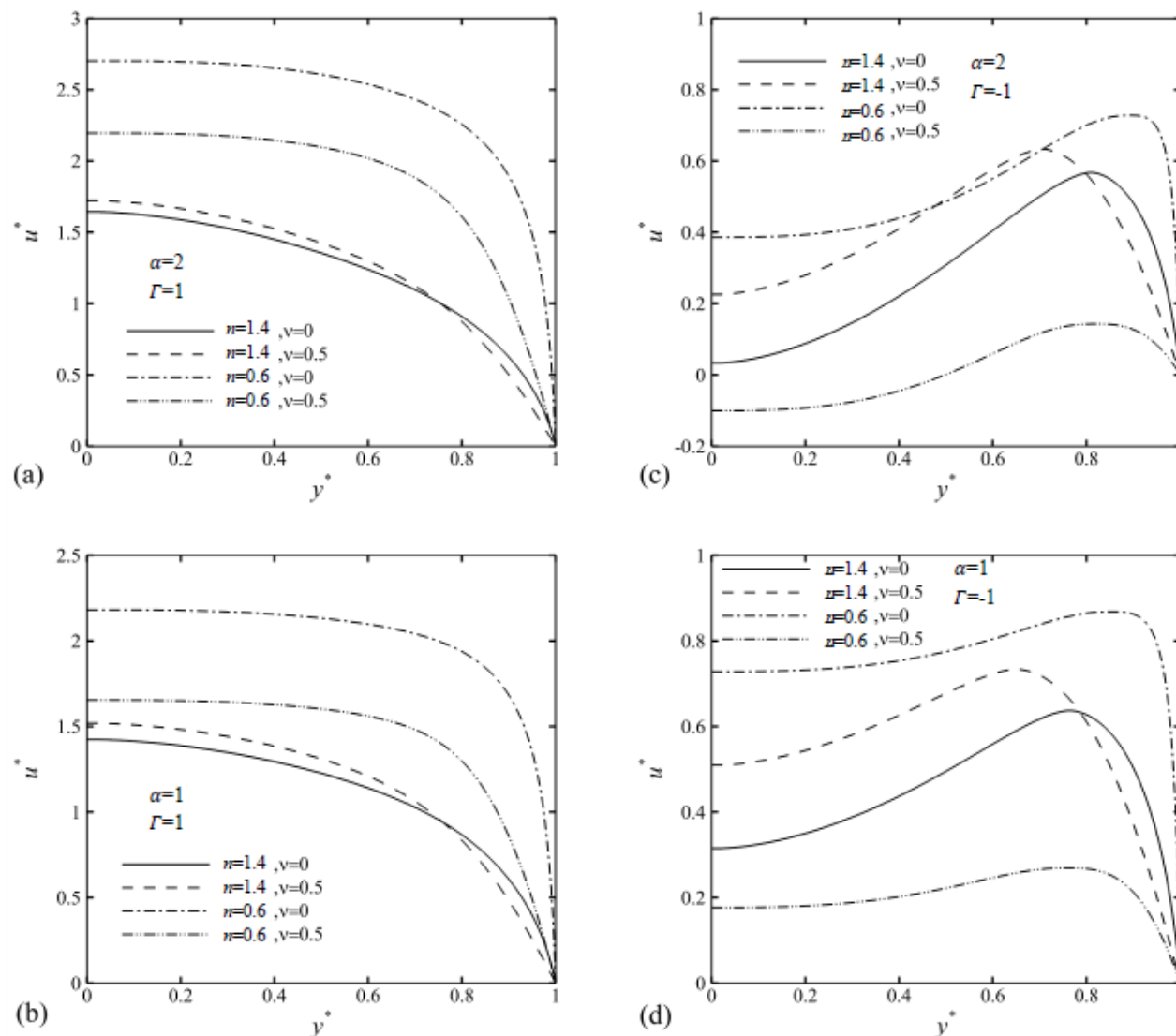


Fig. 5 Effect of ion with finite size on velocity profile at the center of channel $z^* = 0$ for favorable and adverse pressure gradient at $\zeta^* = 5$ and for a-rectangular channel and $\Gamma = 1$, b- square channel and $\Gamma = 1$, c- rectangular channel and $\Gamma = -1$, d- square channel and $\Gamma = -1$

شکل 5 اثر اندازه محدود بر توزیع سرعت در مرکز کانال $z^* = 0$ برای گرادیان فشار موافق و مخالف در $\zeta^* = 5$ و برای الف- کانال مستطیلی و ب- کانال مربعی و ج- کانال مستطیلی و د- کانال مربعی و $\Gamma = -1$

شکل 10 تغییرات دبی بدون بعد جریان را برحسب پتانسیل زتای دیواره در میکروکانال مستطیلی نشان می‌دهد. شکل 10-a مربوط به سیال رقیق‌شونده برشی با شاخص رفتار جریان 0.8 و شکل 10-b برای سیال غلیظ‌شونده برشی با شاخص رفتار جریان 1.2 است. در گرادیان فشار موافق افزایش پتانسیل زتای دیواره سبب افزایش یکنواخت اختلاف دبی مدل یون نقطه‌ای و یون با اندازه محدود می‌شود. در گرادیان فشار مخالف رفتار متفاوتی مشاهده می‌شود به طوری که تا $\zeta^* = 4$ اختلاف دبی مدل یون نقطه‌ای و یون با اندازه محدود تقریباً یکسان است و برای $\zeta^* > 4$ این اختلاف به‌طور فزاینده افزایش می‌یابد.

شکل 11 لزجت مؤثر در مرکز کانال $z^* = 0$ را برای دو مدل یون نقطه‌ای و یون با اندازه محدود نشان می‌دهد. در پتانسیل زتای کم اندازه یون تأثیر قابل توجهی بر لزجت مؤثر سیال نداشته است. با افزایش پتانسیل زتای دیواره لزجت سیال رقیق‌شونده برشی در دیواره افزایش پیدا کرده است. با حرکت از دیواره به سمت مرکز کانال رفتار لزجت برعکس شده و در قسمت عمده کانال اثر استریک سبب کاهش لزجت مؤثر شده است. عکس همین

برای سیال غلیظ‌شونده برشی کاهش و برای سیال رقیق‌شونده برشی افزایش می‌دهد. همچنین به دلیل کاهش بیشتر سرعت در گرادیان فشار مخالف تغییرات لزجت برای گرادیان فشار مخالف بیشتر است.

پارامتر مهمی که بررسی آن رفتار سیال غیرنیوتونی را بهتر نشان می‌دهد نسبت دبی جریان به دبی سیال نیوتونی است. شکل 9 تغییرات دبی جریان را برحسب شاخص رفتار جریان برای دو مدل بار نقطه‌ای و اندازه یون محدود در میکروکانال مستطیلی نشان می‌دهد. با توجه به اثر هم‌زمان تغییرات غلظت و لزجت سیال رفتار متفاوتی در سیال رقیق‌شونده برشی و غلیظ‌شونده برشی دیده می‌شود. همان‌طور که از شکل 9 مشاهده می‌گردد برای سیال رقیق‌شونده برشی در گرادیان فشار مخالف، اثر اندازه یون می‌تواند سبب افزایش دبی جریان تا پنج برابر گردد که تفاوت قابل توجهی با حالت یون نقطه‌ای دارد. همان‌طور که در مرجع [33] نیز اشاره شده است، در نظر گرفتن اندازه یون اثر قابل توجهی در میزان دبی جریان دارد. دلیل این اختلاف قابل توجه ناکارآمدی مدل یون نقطه‌ای در شرایطی که اندازه یون را در پتانسیل‌های زتای بالا بررسی می‌کنیم است.

گرادیان فشار موافق و مخالف و برای پتانسیل زتای بالا در دو کانال با مقطع مربعی و مستطیلی با نسبت منطری $\alpha = 2$ مورد بررسی قرار گرفت. فاکتور استریک برای بار نقطه‌ای $\nu = 0$ و برای یون با اندازه محدود $\nu = 0.5$ در نظر گرفته شده است. محدوده شاخص رفتار جریان $0.6 \leq n \leq 1.4$ و پتانسیل دیواره مقداری یکنواخت و ثابت $\zeta^* = 5$ دارد، همچنین اثر افزایش پتانسیل زتای دیواره بر پارامترهای جریان نیز بررسی شد. از روش عددی تفاضل محدود برای حل جریان سیال غیرنیوتونی استفاده شده است. نتایج حاصل از بررسی حاضر بدین صورت است که اثر استریک سبب کاهش سرعت سیال رقیق‌شونده برشی و افزایش سرعت سیال غلیظ‌شونده برشی می‌شود. برای سیال غلیظ‌شونده برشی مقایسه توزیع سرعت دو مدل یون نقطه‌ای و یون با اندازه محدود کمی پیچیده‌تر است و اثرات جمعی پارامترهای فشار بی‌بعد، فاکتور استریک، شاخص رفتار جریان و اندازه کانال در توزیع سرعت

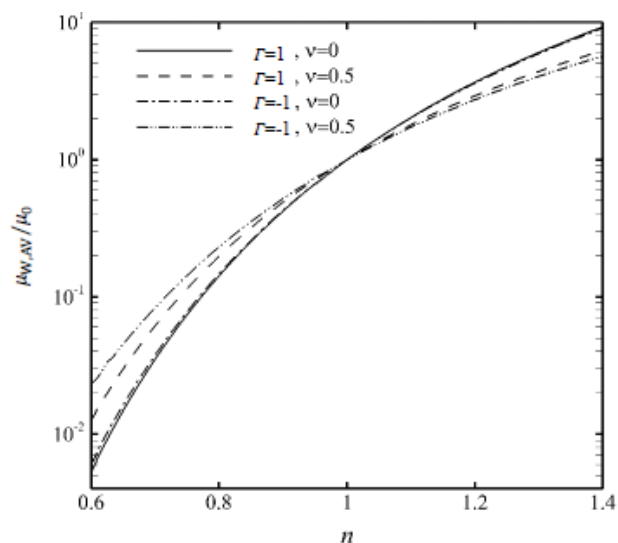


Fig. 8 Effect of flow behavior index on mean effective viscosity at rectangular microchannel and $\zeta^* = 5$

شکل 8 اثر شاخص رفتار جریان بر لزجت مؤثر متوسط در میکروکانال مستطیلی و $\zeta^* = 5$

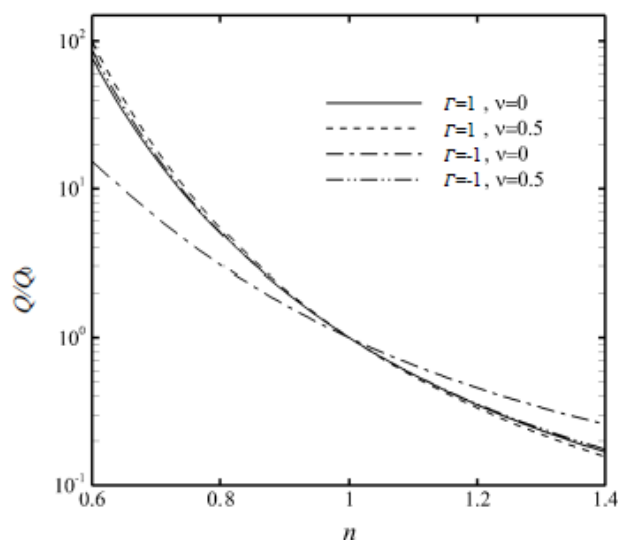


Fig. 9 Effect of flow behavior index on flow rate at rectangular microchannel and $\zeta^* = 5$

شکل 9 اثر شاخص رفتار جریان بر دبی بی‌بعد جریان در میکروکانال مستطیلی و $\zeta^* = 5$

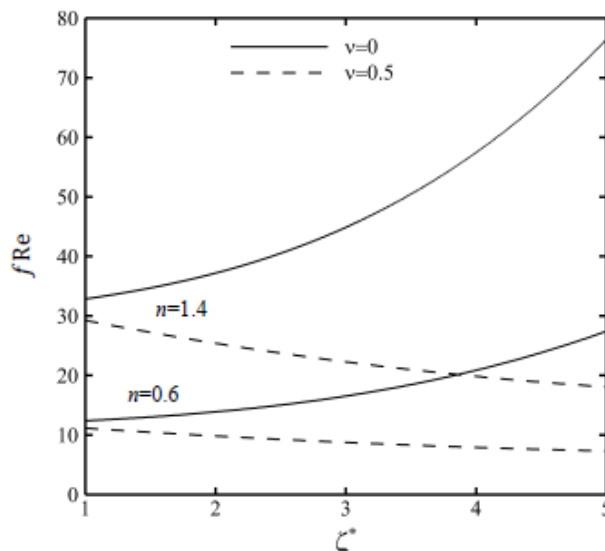


Fig. 6 Effect of zeta potential on Poiseuille number at $\Gamma = 1$ and rectangular channel

شکل 6 تغییرات عدد پوازبل برحسب پتانسیل زتا دیواره در گرادیان فشار موافق و در میکروکانال مستطیلی $\Gamma = 1$

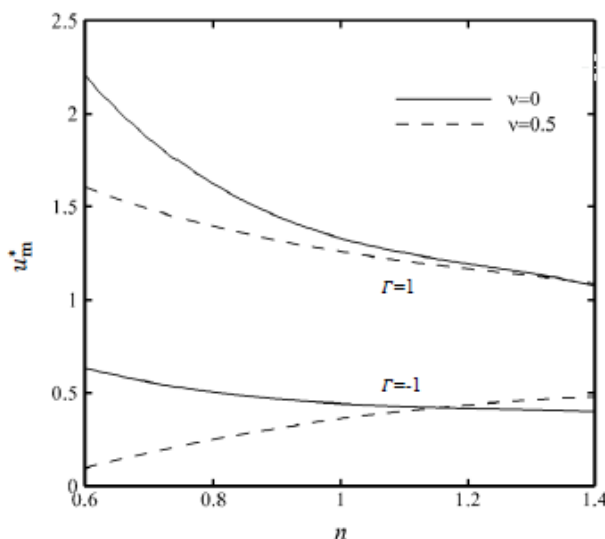


Fig. 7 Effect of flow behavior index on mean velocity at rectangular channel at $\zeta^* = 5$

شکل 7 تغییرات سرعت متوسط برحسب شاخص رفتار جریان در پتانسیل زتا دیواره $\zeta^* = 5$ و میکروکانال مستطیلی

رفتار برای سیال غلیظ‌شونده برشی مشاهده می‌شود و اثر استریک سبب کاهش لزجت مؤثر در دیواره شده و در قسمت عمده کانال سبب افزایش لزجت مؤثر می‌شود. شکل 12 سرعت سیال غلیظ‌شونده برشی در مرکز کانال $z^* = 0$ را نشان می‌دهد. با مقایسه شکل 11 با شکل 12 می‌توان دریافت که کاهش لزجت مؤثر در نزدیکی دیواره با کاهش سرعت همراه است. با افزایش لزجت مؤثر در قسمت دیگر کانال سرعت نیز افزایش یافته است. عکس این رفتار را برای سیال رقیق‌شونده برشی می‌توان انتظار داشت.

5- نتیجه گیری

در این پژوهش اثر مدل یون نقطه‌ای و یون با اندازه محدود بر توزیع سرعت، ضریب اصطکاک، لزجت مؤثر متوسط، لزجت مؤثر در نزدیکی دیواره، سرعت متوسط و دبی جریان برای سیال رقیق‌شونده برشی و غلیظ‌شونده برشی در

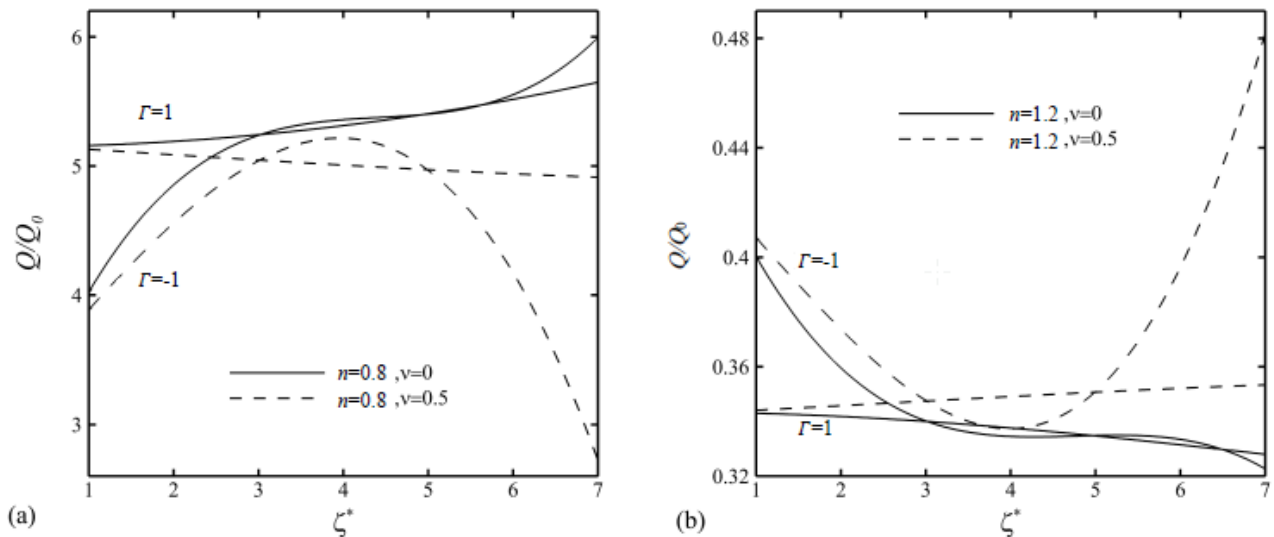


Fig. 10 Effect of zeta potential on flow rate ratio at rectangular channel for a- shear-thinning fluid, b- shear-thickening fluid

شکل 10 اثر پتانسیل زتا بر نسبت دبی بدون بعد برای الف- سیال رقیق‌شونده برشی، ب- سیال غلیظ‌شونده برشی

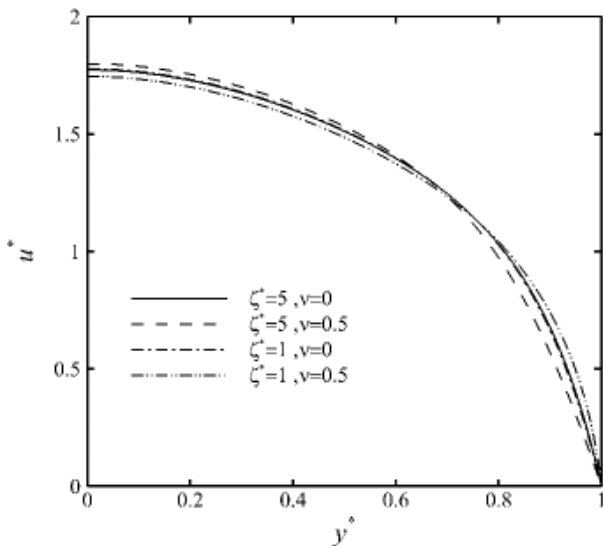


Fig. 12 Velocity profile of shear-thickening fluid $n = 1.2$ at the center of rectangular channel $z^* = 0$ at $\Gamma = 1$

شکل 12 توزیع سرعت سیال غلیظ‌شونده برشی $n = 1.2$ در مرکز کانال مستطیلی $\Gamma = 1$ در $z^* = 0$

فزاینده افزایش می‌یابد. بررسی مدل یون با اندازه محدود در لزجت مؤثر نشان می‌دهد که اثر استریک در سیال غلیظ‌شونده برشی سبب کاهش لزجت مؤثر و در سیال رقیق‌شونده برشی سبب افزایش آن می‌شود.

6- فهرست علائم

e	بار الکتریکی (C)
E_x	میدان الکتریکی در جهت محوری (Vm^{-1})
f	فاکتور اصطکاک
F	مولفه بردار نیروی حجمی (Nm^{-3})
F	بردار نیروی حجمی (Nm^{-3})
H	نصف ارتفاع کانال (m)
k_B	ثابت بولتزمن (JK^{-1})
m	شاخص ثبات جریان (Pas^m)

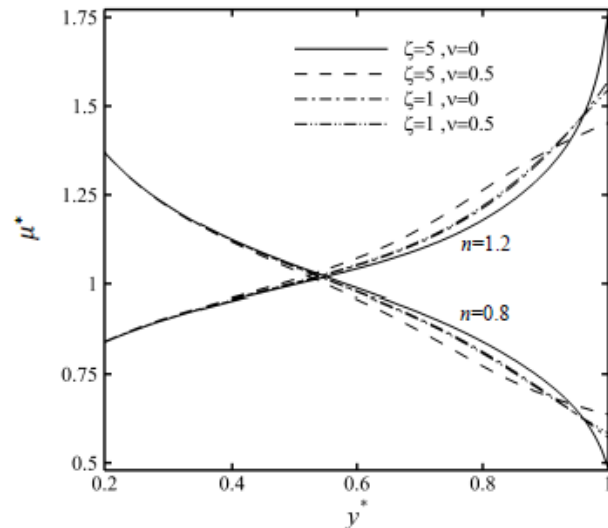


Fig. 11 Effective viscosity at the center of rectangular channel $z^* = 0$ at $\Gamma = 1$

شکل 11 لزجت مؤثر در مرکز کانال مستطیلی $\Gamma = 1$ در $z^* = 0$

تعیین‌کننده است. افزایش ابعاد کانال اثر زیادی روی پروفیل سرعت جریان با گرادیان فشار موافق نداشت، اما در گرادیان فشار مخالف سبب کاهش قابل توجه سرعت در سیال رقیق‌شونده برشی شد. ضریب اصطکاک سیال رقیق‌شونده برشی و غلیظ‌شونده برشی برای یون با بار نقطه‌ای با افزایش پتانسیل زتا افزایش می‌یابد، اما برای یون با اندازه محدود با افزایش پتانسیل زتا کاهش می‌یابد. کاهش عدد پوایزل نسبت به سیال غلیظ‌شونده برشی بیشتر است. در گرادیان فشار موافق دبی بدون بعد مدل یون نقطه‌ای تفاوت قابل‌ملاحظه‌ای با مدل یون با اندازه محدود ندارد، اما در گرادیان فشار مخالف فرض بار نقطه‌ای دبی جریان را به درستی ارزیابی نمی‌کند. اثر یون با اندازه محدود روی تغییرات دبی جریان با پتانسیل زتای دیواره برای گرادیان فشار موافق و مخالف رفتار متفاوتی را نشان داد، به طوری که برای گرادیان فشار موافق اختلاف دبی مدل یون نقطه‌ای با یون با اندازه محدود خطی و افزایشی است، اما برای گرادیان فشار مخالف تا پتانسیل زتای $\zeta^* = 4$ اختلاف دو نمودار تقریباً ثابت است. در پتانسیل زتاهای $\zeta^* > 4$ این اختلاف به طور

8- مراجع

- [1] D. Maynes, B. W. Webb, Fully developed electro-osmotic heat transfer in microchannels, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 8, pp. 1359-1369, 2003. (Multi-Language)
- [2] D. Maynes, B. Webb, The effect of viscous dissipation in thermally fully-developed electro-osmotic heat transfer in microchannels, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 5, pp. 987-999, 2004.
- [3] X. Wang, S. Wang, B. Gendhar, C. Cheng, C. K. Byun, G. Li, M. Zhao, S. Liu, C. K. Byun, M. Zhao, Electroosmotic pumps for microflow analysis, *Trac Trends in Analytical Chemistry*, Vol. 28, No. 1, pp. 64-74, 2009.
- [4] F. Reuss, Charge-induced flow, *Proceedings of The Imperial Society of Naturalists of Moscow*, Vol. 3, pp. 327-344, 1809.
- [5] D. Burgreen, F. R. Nakache, Electrokinetic flow in ultrafine capillary slits I, *Physical Chemistry*, Vol. 68, No. 5, pp. 1084-1091, 1964.
- [6] C. Zhao, C. Yang, Electrokinetics of non-newtonian fluids: a review, *Advances in Colloid and Interface Science*, Vol. 201-202, pp. 94-108, 2013.
- [7] S. Das, S. Chakraborty, Analytical solutions for velocity, temperature and concentration distribution in electroosmotic microchannel flows of a non-newtonian bio-fluid, *Analytica Chimica Acta*, Vol. 559, No. 1, pp. 15-24, 2006.
- [8] S. Chakraborty, Electroosmotically driven capillary transport of typical non-newtonian biofluids in rectangular microchannels, *Analytica Chimica Acta*, Vol. 605, No. 2, pp. 175-184, 2007.
- [9] C. L. A. Berli, M. L. Olivares, Electrokinetic flow of non-newtonian fluids in microchannels, *Colloid and Interface Science*, Vol. 320, No. 2, pp. 582-589, 2008.
- [10] A. M. Afonso, M. A. Alves, F. T. Pinho, Analytical solution of mixed electro-osmotic/pressure driven flows of viscoelastic fluids in microchannels, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 159, No. 1-3, pp. 50-63, 2009.
- [11] C. O. Ng, Combined pressure-driven and electroosmotic flow of casson fluid through a slit microchannel, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 198, pp. 1-9, 2013.
- [12] C. O. Ng, C. Qi, Electroosmotic flow of a viscoplastic material through a slit channel with walls of arbitrary zeta potential, *Physics of Fluids*, Vol. 25, No. 10, pp. 103102, 2013.
- [13] C. Zhao, E. Zholkovskij, J. Masliyah, C. Yang, Analysis of electroosmotic flow of power-law fluids in a slit microchannel, *Colloid and Interface Science*, Vol. 326, No. 2, pp. 503-510, 2008.
- [14] M. L. Olivares, L. Vera-Candioti, C. L. A. Berli, The EOF of polymer solutions, *Electrophoresis*, Vol. 3, No. 5, pp. 921-928, 2009.
- [15] C. Zhao, C. Yang, Nonlinear smoluchowski velocity for electroosmosis of power-law fluids over a surface with arbitrary zeta potentials, *Electrophoresis*, Vol. 31, No. 5, pp. 973-979, 2010.
- [16] A. Babaie, A. Sadeghi, M. H. Saidi, Combined electroosmotically and pressure driven flow of power-law fluids in a slit microchannel, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, No. 14-15, pp. 792-798, 2011.
- [17] M. A. Vakili, A. Sadeghi, M. H. Saidi, A. A. Mozafari, Electrokinetically driven fluidic transport of power-law fluids in rectangular microchannels, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 414, pp. 440-456, 2012.
- [18] J. Dhar, U. Ghosh, S. Chakraborty, Alterations in streaming potential in presence of time periodic pressure-driven flow of a power law fluid in narrow confinements with nonelectrostatic ion-ion interactions, *Electrophoresis*, Vol. 35, No. 5, pp. 662-669, 2014.
- [19] Q. Zhu, S. Deng, Y. Chen, Periodical pressure-driven electrokinetic flow of power-law fluids through a rectangular microchannel, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 203, pp. 38-50, 2014.
- [20] A. Ramos, H. Morgan, N. Green, A. Castellanos, AC electric-field-induced fluid flow in microelectrodes, *Colloid and Interface Science*, Vol. 217, No. 2, pp. 420-422, 1999.
- [21] A. Brown, C. Smith, A. Rennie, Pumping of water with ac electric fields applied to asymmetric pairs of microelectrodes, *Physical Review E*, Vol. 63, No. 1, pp. 016305, 2000.
- [22] J. Levitan, S. Devasenathipathy, V. Studer, Y. Ben, T. Thorsen, T. Squires, M. Bazant, Experimental observation of induced-charge electro-osmosis around a metal wire in a microchannel, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 267, No. 1, pp. 122-132, 2005.
- [23] J. Urbanski, T. Thorsen, J. Levitan, T. Slivnik, M. Bazant, Fast ac electro-osmotic micropumps with nonplanar electrodes, *Applied Physics Letters*, Vol. 89, No. 14, pp. 143508, 2006.
- [24] M. Eigen, E. Wicke, The thermodynamics of electrolytes at higher concentration, *Physical Chemistry*, Vol. 58, No. 9, pp. 702-714, 1954.
- [25] V. Kralj-Iglić, A. Iglič, A simple statistical mechanical approach to the free energy of the electric double layer including the excluded volume effect, *de Physique II*, Vol. 6, No. 4, pp. 477-491, 1996.
- [26] K. Bohinc, V. Kralj-Iglić, A. Iglič, Thickness of electrical double layer. Effect of ion size, *Electrochimica Acta*, Vol. 46, No. 19, pp. 3033-3040, 2001.
- [27] K. Bohinc, A. Iglič, T. Slivnik, V. Kralj-Iglić, Charged cylindrical surfaces: effect of finite ion size, *Bioelectrochemistry*, Vol. 57, No. 1, pp. 73-81, 2002.
- [28] I. Borukhov, D. Andelman, H. Orland, Steric effects in electrolytes: a modified poisson-boltzmann equation, *Physical Review Letters*, Vol. 79, No. 3, pp. 435-438, 1997.

n	شاخص رفتار جریان
n_0	چگالی یون در حالت خنثی (m^{-3})
p	فشار (Pa)
Q	نرخ دبی حجمی (m^3s^{-1})
Re	عدد رینولدز
t	زمان (s)
T	دمای مطلق (K)
u	سرعت محوری (ms^{-1})
u_{HS}	سرعت هلمهولتز-اسمولوکوفسکی
u_{PD}	سرعت جریان فشاری
u	بردار سرعت (ms^{-1})
W	نصف عرض کانال (m)
x, y, z	مختصات (m)
Z	عدد والانس یون

علائم یونانی

α	نسبت ابعاد کانال (W/H)
$\dot{\gamma}$	اندازه نرخ تانسور کرنش (s^{-1})
$\dot{\gamma}$	نرخ تانسور کرنش (s^{-1})
Γ	نسبت فشار
ε	گذردهی سیال ($CV^{-1}m^{-1}$)
ζ	پتانسیل زتای دیواره (V)
κ	پارامتر بدون بعد دیبای هوکل
λ_D	طول دیبای (m)
μ	لزجت مؤثر در دیواره
μ^*	لزجت مؤثر بدون بعد
ν	فاکتور استریک
ρ	چگالی سیال (kgm^{-3})
ρ_e	چگالی خالص بار الکتریکی (Cm^{-3})
τ	مولفه تانسور تنش (Pa)
τ	تانسور تنش (Pa)
φ	پتانسیل الکترواستاتیک (V)
Φ	پتانسیل الکترواستاتیک خارجی (V)
ψ	پتانسیل لایه دوگانه الکتریکی (V)

بالانویس ها

* بدون بعد

زیرنویس ها

av میانگین

HS هلمهولتز-اسمولوکوفسکی

m متوسط

PD جریان فشاری

w دیواره

7- تقدیر و تشکر

نویسندگان این مقاله از سرویس محاسبات سنگین دانشگاه فردوسی مشهد (HPC) برای در اختیار قرار دادن سیستم محاسباتی مورد نیاز برای انجام پژوهش حاضر تشکر و قدردانی می کنند.

- non-linear biofluids, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 484, pp. 394-401, 2015.
- [34] M. A. Vakili, A. Sadeghi, M. H. Saidi, Pressure effects on electroosmotic flow of power-law fluids in rectangular microchannels, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 28, No. 4, pp. 409-426, 2014.
- [35] A. Sadeghi, Y. Kazemi, M. H. Saidi, Joule heating effects in electrokinetically driven flow through rectangular microchannels: an analytical approach, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 173-193, 2013.
- [36] A. Sadeghi, M. H. Saidi, Z. Waezi, S. Chakraborty, Variational formulation on Joule heating in combined electroosmotic and pressure driven microflows, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 61, pp. 254-265, 2013.
- [37] M. A. Vakili, M. H. Saidi, A. Sadeghi, Thermal transport characteristics pertinent to electrokinetic flow of power-law fluids in rectangular microchannels, *Thermal Sciences*, Vol. 79, pp. 76-89, 2014.
- [29] I. Borukhov, D. Andelman, H. Orland, Adsorption of large ions from an electrolyte solution: A modified poisson-boltzmann equation, *Electrochimica Acta*, Vol. 46, No. 2, pp. 221-229, 2000.
- [30] A. Abrashkin, D. Andelman, H. Orland, Dipolar poisson-boltzmann equation: ions and dipoles close to charge interfaces, *Physical Review Letters*, Vol. 99, No. 7, pp. 077801, 2007.
- [31] M. S. Kilic, M. Z. Bazant, A. Ajdari, Steric effects in the dynamics of electrolytes at large applied voltages, I. double-layer charging, *Physical Review, E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 75, No. 2 Pt 1, pp. 021502, 2007.
- [32] M. S. Kilic, M. Z. Bazant, A. Ajdari, Steric effects in the dynamics of electrolytes at large applied voltages, II. modified poisson-nerst-planck equations, *Physical Review, E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 75, No. 2 Pt 1, pp. 021503, 2007.
- [33] A. A. Yazdi, A. Sadeghi, M. H. Saidi, Steric effects on electrokinetic flow of