



## مدل سازی سه بعدی فرآیند منیپولیشن نانوذره در محیط هوای استفاده از مدل اصطکاکی اچ کا

\* معین طاهری

استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک  
\* ارک، صندوق پستی 3815688349

### چکیده

امروزه میکروسکوپ نیروی اتمی، در ساخت تجهیزات میکرو/نانو به طور گسترده‌ای مورد توجه محققان قرار گرفته است. برای این منظور استخراج معادلات جابه‌جایی و منیپولیشن میکرو/نانوذرات امری ضروری است. اگر چه نیروهای سطحی مانند اصطکاک و چسبندگی در مقیاس ماکرو قبل چشم‌پوشی هستند، افزایش نسبت سطح به حجم در مقیاس میکرو/نانو، آن‌ها را بسیار مهم می‌کند. از مدل‌های مختلف اصطکاکی برای جابه‌جایی دو بعدی در کارهای گذشته استفاده شده است. در این مقاله به استفاده از مدل اصطکاکی اچ کا در مدل سازی و شبیه‌سازی دینامیک سه بعدی نانوجابه‌جایی چهت زدیکتر شدن هرچه بیشتر نتایج مدل سازی به نتایج حاصل از نانوجابه‌جایی واقعی پرداخته شده است. بدین منظور ابتدا مدل‌های مهم اصطکاکی مورد بررسی قرار گرفته و چهت کاربرد در مقیاس میکرو/نانو توسعه یافته‌اند. سپس معادلات سه بعدی جابه‌جایی تشریح شده و ماتریس ضرایب سختی تیرک استخراج شده است و تمامی این معادلات چهت محاسبه‌ی نیرو و زمان بحرانی جابه‌جایی ترکیب شده‌اند. در انتها با شبیه‌سازی معادلات به دست آمده، مقادیر نیرو و زمان بحرانی جابه‌جایی سه بعدی برای ذره طلا با استفاده از مدل اصطکاکی اچ کا محاسبه شده است. نتایج به دست آمده بیانگر شروع به حرکت غلشی ذره مورد بررسی حول محور  $x$  قبیل از غلتش حول محور  $y$  و همچنین لغزش در راستای محور  $y$  قبیل از لغزش در راستای محور  $x$  می‌باشد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل	1395 تیر ۰۹
پذیرش: ۲۲ شهریور ۱۳۹۵	ارائه در سایت: ۲۴ مهر ۱۳۹۵
کلید واژگان:	

مدل اصطکاکی اچ کا  
نانوذره طلا  
جابه‌جایی سه بعدی  
میکروسکوپ نیروی اتمی

## 3D modeling of nanoparticle manipulation in air using HK friction model

Moein Taheri\*

Department of Mechanical Engineering, Arak University, Arak, Iran  
\* P.O.B. 3815688349, Arak, Iran, m-taheri@araku.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 29 June 2016  
Accepted 12 September 2016  
Available Online 15 October 2016

Keywords:  
HK friction model  
Au nanoparticle  
3D-manipulation  
Atomic force microscope

### ABSTRACT

Nowadays, atomic force microscopy has widely attracted researchers' attention in manufacturing of micro/nano equipment. For this purpose, the displacement and manipulation equations for micro/nano-particle are essential. Although surface forces such as friction and adhesion are ignorable in macro scale, increased surface to volume ratio in micro/nano scale makes them very important. Various friction models have been used for two-dimensional manipulation in previous works. In this paper, HK friction model has been used to model and simulate three dimensional manipulation dynamically in order to have closer results to real manipulation. For this purpose, the important friction models have been studied and developed for use in micro/nano scale. Then, three-dimensional manipulation equations have been obtained and stiffness coefficient matrix for beam is extracted and all of the equations are combined to calculate the critical force and time of manipulation. Finally, simulation of obtained equations was used to calculate the critical force and time values of the three-dimensional manipulation for gold particle using HK friction model. The results indicate that rolling starts around  $x$ -axis before  $y$ -axis, and sliding starts along  $y$ -axis before  $x$ -axis.

### - مقدمه -۱

دارد، متفاوت است و بنابراین اصطکاک به مقیاس وابسته است. نوسونوفسکی و بوشان [۱] مکانیزم‌های مختلفی از اصطکاک جامد-جامد و جامد-مایع را مطالعه نموده‌اند. کرم‌سیکر و هسن [۲]، تغییر شکل‌های استاتیکی سطح در مقیاس نانومتر را به وسیله‌ی نوک ابزار میکروسکوپ نیروی اتمی ارائه کرده‌اند. تاس و همکاران [۳]، بیان نموده‌اند که اصطکاک ایستایی در مد بر Shi، می‌تواند نتیجه‌ی مقاومت برشی سطوح داخلی و مساحت واقعی تماس باشد. آن‌ها اثرات زیری سطح بر اصطکاک در تماس چسبندگی الاستیک را تحلیل کرده‌اند. آدامز و همکارانش [۴]، مدل تکبر جستگی تماس نانویی هرتادو و کیم را در یک مدل چندبر جستگی برای تماس و اصطکاک جای داده‌اند، که

میکروسکوپ نیروی اتمی به عنوان یک ابزار اساسی برای جابه‌جایی نانوذرات و ساخت اجسام مورد نظر از اتم‌ها و مولکول‌ها به شدت مورد توجه می‌باشد. از آنجا که با کاهش اندازه و گذر از دنیای ماکرو به جهان میکرو/نانو نسبت سطح به حجم افزایش یافته و نیروهای سطحی، مانند اصطکاک و چسبندگی مهم‌تر شده است، لذا مدل‌های اصطکاکی گوناگونی برای در نظر گرفتن شرایط واقعی حرکت در مقیاس نانو ارائه شده است. از آزمایش‌های تجربی واضح است که مقدار ضریب اصطکاک، هنگامی که در مقیاس میکرو/نانو اندازه‌گیری شود با آن چه که در مقیاس‌های بزرگ وجود

در بخش شبیه‌سازی، نیز شبیه‌سازی سه‌بعدی نانوجابه‌جایی با استفاده از مدل اصطکاکی دقیق اج کا صورت پذیرفته است تا نتایج مدل‌سازی حاصل از تئوری هر چه بیشتر به نتایج حاصل از نانوجابه‌جایی واقعی نزدیک گردد. در انتهای بخش شبیه‌سازی نیز مقایسه‌ای بین نتایج مدل کولمب و مدل اج کا صورت پذیرفته است.

## 2- مدل‌سازی

در این بخش ابتدا به بررسی مدل‌های اصطکاکی مهم قابل کاربرد در مقیاس میکرو/نانو پرداخته شده، سپس به بررسی سینماتیک جابه‌جایی سه‌بعدی پرداخته شده و پس از آن ماتریس ضربی سختی تیرک مستطیلی شکل در سه بعد استخراج شده و درنهایت معادلات دینامیکی جابه‌جایی سه‌بعدی تشریح شده است.

### 2-1- بررسی مدل‌های اصطکاکی

اصطکاک به دلیل نقش مهمی که در مدل‌سازی سیستم مکانیکی ایفا می‌کند، همواره مورد توجه محققان بوده است [12]. قانون‌های بنیادی اصطکاک چند قرن پیش توسط داوینچی، آمونتون و کولمب بیان شده‌اند. با افزایش نیاز به ساخت ابزارهای کوچک در مقیاس میکرو/نانو مطالعه‌ی اصطکاک بعد تازه‌ای یافته [13]. در این بخش به بررسی برخی مدل‌های اصطکاکی که قابلیت کاربرد در مقیاس میکرو/نانو دارند، پرداخته شده است. مدل‌های کلاسیک اصطکاک: این مدل‌ها از اجزای مختلفی تشکیل شده‌اند، که هر یک جنبه‌ای از نیروی اصطکاک را در بر می‌گیرند. ایده‌ی اصلی این است که اصطکاک مخالف حرکت است و مقدار آن مستقل از سرعت و سطح تماس است. یک تشریح کلی از اصطکاک در مدل کلاسیک می‌تواند به صورت رابطه (1) باشد:

$$F = f(x) = \begin{cases} F(v), & v \neq 0 \\ F_e, & v = 0 \text{ و } |F_e| < F_s \\ F_s \operatorname{sgn}(F_e), & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (1)$$

(v) یک تابع اختیاری است که یک نوع رایج آن به صورت رابطه (2)

است:

$$F(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|^{\delta_s}} + F_v v \quad (2)$$

v سرعت اصطکاکی نامیده می‌شود. این مدل برای مدت‌های طولانی به کار گرفته شده است. تابع F به آسانی با اندازه‌گیری نیروی اصطکاک برای حرکت با سرعت ثابت به دست می‌آید. منحنی اغلب نامتقارن است [14]. عیب اصلی این مدل در به کار گیری آن هنگام اهداف شبیه‌سازی یا کنترلی می‌باشد، که در آن مشکل شبیه‌سازی و کنترل هنگامی که سرعت صفر است، به وجود خواهد آمد.

مدل دال: این مدل برای هدف شبیه‌سازی‌های سیستم‌های کنترلی با اصطکاک توسعه یافته است. نقطه‌ی شروع برای مدل دال منحنی تنش-کرنش در مکانیک جامد کلاسیک است (شکل 1). وقتی در معرض تنش قرار گیرد، نیروی اصطکاک به تدریج افزایش یافته تا شکست رخ دهد. دال منحنی تنش-کرنش را با معادلات مختلف مدل کرد. اگر x جابه‌جایی، F نیروی اصطکاک و F\_v نیروی اصطکاک کولمب باشد، آن‌گاه مدل دال به صورت رابطه (3) خواهد بود.

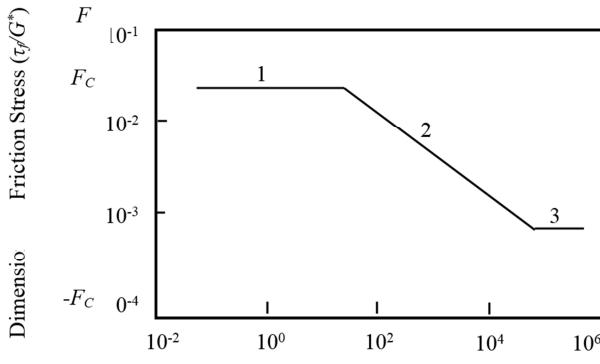
$$\frac{dF}{dx} = \sigma(1 - \frac{F}{F_c} \operatorname{sgn} v)^{\alpha} \quad (3)$$

اثر نیروی چسبندگی بر جستگی‌ها با استفاده از مدل دینامیک مولکولی را در برمی‌گیرد. استارک و همکاران [5]، واستگی اصطکاک به سرعت را بررسی کرده‌اند. آن‌ها بیان نموده‌اند که نیروهای اصطکاکی در تماس نوک ابزار-نمونه، دینامیک تماس مدهای میکروسکوب نیروی اتمی را کنترل می‌کند. یون و همکاران [6]، نیز تأثیرات سطح تماس را بر اصطکاک در مقیاس میکرو/نانو بهطور تجربی بررسی کرده‌اند. گانو و همکاران [7]، به مقایسه‌ی اصطکاک کولمب و مدل‌های تنشی اصطکاک بر پایه‌ی آزمایش‌های تماشی چندبعدی نانو پرداخته‌اند.

کورایم و همکارانش [8] مدل‌های اصطکاکی مناسب جهت کاربرد در جابه‌جایی دوبعدی در مقیاس میکرو/نانو را ارائه نموده‌اند. آن‌ها همچنین معادلات دینامیکی جابه‌جایی دوبعدی نانوذرات را استخراج نموده و درنهایتاً معادلات دینامیکی سیستم را با استفاده از مدل‌های اصطکاکی دقیق تر شبیه‌سازی نموده و نتایج بدست‌آمده را با نتایج موجود در تحقیقات قبلی تحلیل و بررسی نموده‌اند. کورایم و همکارانش [9] به توسعه و مدل‌سازی جابه‌جایی دوبعدی در محیط مایع و با استفاده از مدل اصطکاکی کولمب نیز پرداخته‌اند. کورایم و همکارانش همچنین [10] به توسعه و مدل‌سازی تئوری‌های تماشی الاستیک-پلاستیک جهت نانوباکتری‌های نرم کروی شکل به منظور کاربرد در جابه‌جایی میکرو/نانوذرات زیستی مختلف بر پایه‌ی میکروسکوب نیروی اتمی و با استفاده از مدل اصطکاکی کولمب پرداخته‌اند. طاهری [11] به مدل‌سازی و شبیه‌سازی دینامیک سه‌بعدی حرکت نانوذرات بیولوژیکی پرداخته است. در این مقاله با در نظر گرفتن شکل کروی برای میکرو/نانوذرات هدف، ابتدا روابط سینماتیک سه‌بعدی جابه‌جایی استخراج شده است. سپس مدل تمامی جی‌کا آر جهت استفاده در جابه‌جایی ارائه شده و معادلات سختی تیرک مستطیلی در سه بعد استخراج شده است. در آخرین مرحله از بخش مدل‌سازی، دینامیک سه‌بعدی حرکت میکرو/نانوذرات هدف استخراج شده و معادلات نیرو و زمان بحرانی جابه‌جایی بر اساس مدل اصطکاکی ساده‌ی کولمب به دست‌آمده است. با وجود میکروسکوب نیروی اتمی در برخی مراکز علمی و دانشگاه‌ها، اکثر کارهای تجربی صورت گرفته در جهت عکس‌برداری و استخراج خواص ذرات صورت گرفته است و تاکنون کار تجربی چشم‌گیری در زمینه‌ی جابه‌جایی ذرات، با توجه به دقیق و کامل نبودن مدل‌سازی‌ها در این زمینه، صورت نپذیرفته است.

اهمیت دست‌یابی به زمان بحرانی جابه‌جایی نانوذره بدین دلیل است که در جابه‌جایی ذره به منظور رسیدن ذره به محل مورد نظر، تا قبل از زمان بحرانی ذره به صفحه‌ی مبنا چسبیده و نسبت به آن حرکتی ندارد، لذا باستی این زمان را به زمان مورد نظر جابه‌جایی جهت رسیدن ذره به موقعیت دقیق مورد نظر اضافه نمود. تاریخچه‌ی ذکر شده نشان می‌دهد که استفاده از مدل اصطکاکی دقیق در مقیاس میکرو/نانو امری ضروری می‌باشد، که اکثر کارهای گذشته بر پایه‌ی تئوری‌های دوبعدی جابه‌جایی بوده و استفاده از مدل اصطکاکی کولمب می‌باشد و تاکنون کار عمده‌ای جهت مدل‌سازی سه‌بعدی سینماتیک و دینامیک جابه‌جایی با استفاده از مدل‌های دقیق اصطکاکی صورت نپذیرفته است.

ازین‌رو در این مقاله در بخش مدل‌سازی ابتدا به صورت خلاصه به استخراج معادلات سینماتیک سوزن پرداخته شده، سپس به بررسی مدل‌های مهم اصطکاکی در مقیاس میکرو/نانو پرداخته و پس از آن مدل اصطکاکی مورد استفاده شرح داده شده است. پس از آن ماتریس سختی تیرک استخراج شده و به استخراج معادلات دینامیک سه‌بعدی نانوجابه‌جایی پرداخته شده است.



**Fig. 2** Equation between dimensionless frictional stress and dimensionless contact radius in the HK model [16]

شکل 2 رابطه‌ی بین تنش اصطکاکی بی‌بعد و شعاع تماس بی‌بعد در مدل اج کا [16]

با داشتن این روابط می‌توان نیروی اصطکاک را از رابطه‌ی (11) به دست آورد.

$$\frac{F_f}{G^* b^2} = \begin{cases} \bar{\tau}_{f_1} \bar{a}^2, & \bar{a} < \bar{a}_1 \\ 10^B \bar{a}^{M+2}, & \bar{a}_1 < \bar{a} < \bar{a}_2 \\ \bar{\tau}_{f_2} \bar{a}^2, & \bar{a} > \bar{a}_2 \end{cases} \quad (11)$$

## 2-2- بررسی سینماتیک جابه‌جایی سه‌بعدی

برای استخراج نیروهای عمل و عکس‌العمل در سطح تماسی تیپ-نانوذره مربوط به نقاط  $p$  ( محل اتصال انتهای سوزن-تیرک ) و  $t$  ( محل تماس نوک سوزن-نانوذره در راستای عمق نفوذ مأکریم ) با توجه به مراجع [19,11] مقادیر شتاب با توجه به شکل 3 به صورت روابط (12) تا (17) به دست خواهند آمد:

$$\ddot{x}_t = \ddot{x}_s - \ddot{\delta}_t \cos \varphi \cos \psi \quad (12)$$

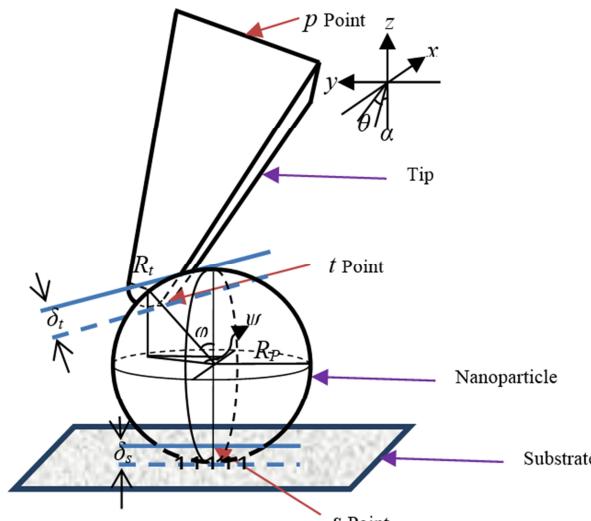
$$\ddot{y}_t = \ddot{y}_s - \ddot{\delta}_t \cos \varphi \sin \psi \quad (13)$$

$$\ddot{z}_t = \ddot{z}_s - \ddot{\delta}_t \sin \varphi - \ddot{\delta}_s \quad (14)$$

$$\ddot{x}_p = \ddot{x}_s - \ddot{\delta}_t \cos \varphi \cos \psi + H\ddot{\alpha} \cos \alpha - H\dot{\alpha}^2 \sin \alpha \quad (15)$$

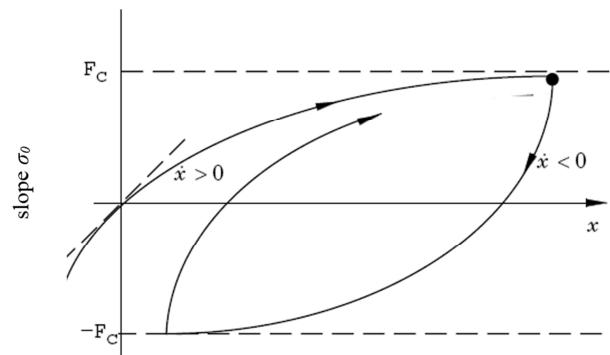
$$\ddot{y}_p = \ddot{y}_s - \ddot{\delta}_t \cos \varphi \sin \psi - H\ddot{\theta} \cos \theta + H\dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (16)$$

$$\ddot{z}_p = \ddot{z}_s - \ddot{\delta}_t \sin \varphi - \ddot{\delta}_s - H\ddot{\alpha} \sin \alpha \cos \theta - H\dot{\theta}^2 \cos \alpha \sin \theta \quad (17)$$



**Fig. 3** Schematic of contacts between particle, tip and substrate [11]

شکل 3 شماتیکی از تماس بین ذره، سوزن و صفحه‌ی مبنای [11]



**Fig. 1** Friction force as a function of displacement in the Dahl model [15]

شکل 1 نیروی اصطکاکی به عنوان تابعی از جابه‌جایی در مدل دال [15]

که  $\sigma$  ضریب سختی و  $\alpha$  پارامتری است که شکل منحنی تنش-کرنش را تعیین می‌کند. مقدار  $\alpha$  معمولاً برابر 1 در نظر گرفته می‌شود. مدل دال نه اثر سرعت بر اصطکاک را در بر می‌گیرد و نه اثر چسبندگی را و این موارد انگیزه‌های اصلی برای گسترش مدل است. برای به دست آوردن یک مدل وابسته به زمان دال رابطه (4) را پیشنهاد کرد:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dF}{dx} v = \sigma \left( 1 - \frac{F}{F_C} \operatorname{sgn} v \right)^\alpha v \quad (4)$$

این مدل یک حالت عمومی از اصطکاک معمولی کولمب است [15]. مدل اج کا: اصطکاک لغزشی ماکروسکوپی معمولاً با معادله‌ی آمونتون (معادله (5)) که بیان می‌کند نیروی اصطکاک  $f_T$  مناسب با مجموع نیروی عمودی  $f_N$  و نیروی چسبندگی  $f_0$  است و بستگی به سطح ظاهری تماس اجسام ماکروسکوپی ندارد، توصیف می‌شود [16].

$$f_T = \mu (f_N + f_0) \quad (5)$$

برای یک تماس میکرو، نیز فرض می‌شود که نیروی اصطکاک با معادله‌ی (6) داده می‌شود.

$$f_T = \tau A \quad (6)$$

که  $A$  مساحت واقعی تماس میکرو و  $\tau$  استحکام برشی است، که هر دوی این پارامترها مرتبط با نیروی عمودی است. رابطه‌ی بین تنش اصطکاکی بی‌بعد  $\bar{a}$  و شعاع تماس بی‌بعد  $a/b$  می‌باشد:  $\bar{a} = a/b = \tau_f / G^*$

در این روابط  $a$  شعاع تماس،  $b$  دامنه‌ی بردار برگر و  $G^*$  مدول برشی مؤثر است. این مقدار با توجه به مدول برشی دو جسم در تماس با هم است که از رابطه‌ی (7) به دست می‌آید [18,17].

$$G^* = \left( \frac{2 G_1 G_2}{G_1 + G_2} \right) \quad (7)$$

مقدار  $\bar{\tau}_f$  از رابطه‌ی (8) حاصل می‌شود.

$$\log \bar{\tau}_f = \begin{cases} \log \bar{\tau}_{f_1}, & \bar{a} < \bar{a}_1 \\ M \log \bar{a} + b, & \bar{a}_1 < \bar{a} < \bar{a}_2 \\ \log \bar{\tau}_{f_2}, & \bar{a} > \bar{a}_2 \end{cases} \quad (8)$$

که در نتیجه می‌توان روابط (10,9) را نوشت:

$$M = - \frac{(\log(\frac{\bar{\tau}_{f_1}}{\bar{\tau}_{f_2}}))}{(\log(\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1}))} \quad (9)$$

$$B = \frac{(\log(\bar{\tau}_{f_1}) \log(\bar{a}_2) - \log(\bar{\tau}_{f_2}) \log(\bar{a}_1))}{(\log(\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1}))} \quad (10)$$

### 3- شبیه‌سازی جابه‌جایی سه‌بعدی

در این بخش ابتدا به شبیه‌سازی جابه‌جایی سه‌بعدی ذره طلا با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا پرداخته شده و لغتش و غلتش این ذره حول محورهای  $x$  و  $y$  مورد بررسی قرار گرفته است. پس از آن جهت بررسی صحت نتایج، نتایج بدست‌آمده در این مقاله با نتایج موجود در کارهای گذشته در رابطه با جابه‌جایی دو بعدی مقایسه شده است.

#### 1-3- شبیه‌سازی جابه‌جایی سه‌بعدی با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا

در این بخش از مقاله به شبیه‌سازی جابه‌جایی سه‌بعدی ذره مورد بررسی با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا پرداخته شده و نیرو و زمان بحرانی جابه‌جایی محاسبه شده است.

برای این منظور با توجه به معادلات دینامیکی استخراج شده، با بهره‌گیری از مدل اصطکاکی اج کا، و با استفاده از ضرایب سختی بدست‌آمده برای تیرک مستطیلی شکل، به بررسی لغتش و غلتش نانوذره حول محورهای  $x$  و  $y$  پرداخته شده است.

شکل‌های 5 و 6 نمودار مربوط به لغتش ذره طلا حول محورهای  $x$  و  $y$  را با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا نشان می‌دهند. نیروی بحرانی لغتش ( $F_{cr}$ ) در راستای محورهای  $x$  و  $y$  به ترتیب برابر با  $\mu N$  577 و  $\mu N$  438 می‌باشد. همچنین زمان بحرانی جابه‌جایی ( $T_{cr}$ ) در راستای محورهای  $x$  و  $y$  به ترتیب برابر با  $1.714 \text{ sec}$  و  $0.225 \text{ sec}$  می‌باشد.

مقایسه‌ی نتایج این دو شکل بیانگر این است که لغتش ذره طلا در راستای محور  $x$  به نیروی بیشتری نیاز داشته و در زمان دیرتری رخ می‌دهد، لذا می‌توان نتیجه‌گیری نمود که در جابه‌جایی سه‌بعدی در هنگام وقوع فاز لغتش، ابتدا لغتش در راستای محور  $y$  رخ خواهد داد.

همچنین شکل‌های 7 و 8 نمودار مربوط به غلتش ذره طلا حول محورهای  $x$  و  $y$  را با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا نشان می‌دهند. نیروی بحرانی ( $F_{cr}$ ) حول محورهای  $x$  و  $y$  به ترتیب برابر با  $\mu N$  201 و  $\mu N$  435 می‌باشد. همچنین زمان بحرانی جابه‌جایی ( $T_{cr}$ ) حول محورهای  $x$  و  $y$  به ترتیب برابر با  $0.121 \text{ sec}$  و  $0.234 \text{ sec}$  می‌باشد.

مقایسه‌ی نتایج این دو شکل بیانگر این است که غلتش ذره طلا حول محور  $y$  به نیروی بیشتری نیاز داشته و در زمان دیرتری رخ می‌دهد، لذا می‌توان نتیجه‌گیری نمود که در جابه‌جایی سه‌بعدی در هنگام وقوع فاز غلتش، ابتدا غلتش در راستای محور  $x$  رخ خواهد داد.

مقایسه‌ی کلی بین شکل‌های 5 تا 8 بیانگر این امر است که در جابه‌جایی سه‌بعدی ذره طلا با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا، اولین پدیدهایی که در زمان سریع‌تر و با نیروی کمتر رخ خواهد داد غلتش این ذره حول محور  $x$  در زمان  $0.121 \text{ sec}$  و با نیروی متعادل  $\mu N$  201 می‌باشد. همچنین پدیدهایی که احتمال وقوع آن بسیار کمتر می‌باشد، لغتش ذره در راستای محور  $x$  می‌باشد که در زمان  $1.714 \text{ sec}$  و با نیروی متعادل  $\mu N$  577 رخ خواهد داد.

#### 3- بررسی صحت نتایج بدست‌آمده

در این بخش به بررسی صحت نتایج بدست‌آمده با استفاده از مقایسه‌ی نتایج بدست‌آمده در این مقاله جهت جابه‌جایی سه‌بعدی ذره طلا با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا و نتایج موجود در مرجع [8] که در آن سه مدل اصطکاکی کولمب، اج کا و لاگرجه جهت جابه‌جایی دو بعدی نانوذره طلا مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند، پرداخته شده است.

#### 2-3- بررسی ضرایب سختی تیرک در سه بعد

نیروهای ایجاد شده در تیرک در سه بعد طبق رابطه (18) استخراج می‌گردد [19]:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_\theta \\ M_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{Ewt} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4L^3}{Ewt^3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4L^3}{Ewt^3} & 0 & \frac{6L^2}{Ewt^3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6(1+\nu)L}{Ewt^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6L^2}{Ewt^3} & 0 & \frac{12L}{Ewt^3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \\ \theta \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (18)$$

در رابطه (18)،  $E$  و  $v$  مدول الاستیسیته و ضریب پواسون تیرک،  $L$  و  $t$  به ترتیب طول، عرض و ضخامت تیرک است.  $\delta_x$  و  $\delta_z$  به ترتیب تغییر مکان‌های نقطه‌ای اتصال در راستای محورهای  $x$  و  $z$  زاویه‌ی پیچش و  $\alpha$  زاویه‌ی خمی در تیرک است.  $F_x$  و  $F_z$  نیرو در سه جهت اصلی  $x$  و  $z$  و  $M_\alpha$  به ترتیب ممان پیچشی و خمی در تیرک هستند.

#### 2-4- بررسی دینامیک جابه‌جایی سه‌بعدی

با توجه به بخش‌های مختلف ذکر شده در مدل‌سازی و کارهای پیشین انجام شده، می‌توان فرآیند کامل مدل‌سازی ارگوریتم شکل 4 مشاهده نمود. مطابق این الگوریتم در ابتدا شرایط اولیه مسئله تعريف شده از جمله سرعت و شتاب صفحه‌ی مینا مشخص می‌گردد. سپس معادلات مکان نانوذره استخراج شده و با دو بار مشتق‌گیری شتاب ذره بدست‌آمده و با توجه به مدل تمامی مورد نظر، که وابسته به شکل ذرات هدف می‌باشد [21,20]، معادلات سینماتیکی حرکت نانوذره کامل می‌گردند.

پس از استخراج معادلات سینماتیکی حاکم، با استفاده از معادلات دینامیکی نیوتون-اویلر و استفاده از معادلات ضرایب سختی تیر، معادلات دینامیکی حاکم بر سوزن تیرک به دست می‌آیند.

از روی معادلات دینامیکی بدست‌آمده می‌توان نیروهایی را که از طرف سوزن تیرک بر ذره وارد می‌شود محاسبه نمود. از طرف دیگر هم با توجه به معادلات اصطکاکی می‌توان نیروهای مقاوم در برابر حرکت ذره که از طرف صفحه‌ی مینا بر ذره وارد می‌شود را به دست آورد.

با مقایسه‌ی این دو نیرو در لحظه‌ای که نیروی وارد از طرف سوزن بر نانوذره، به نیروی مقاومت اصطکاکی وارد از طرف صفحه‌ی مینا بر نانوذره غلبه نماید، نانوذره شروع به حرکت نموده و فاز اول جابه‌جایی به پایان می‌رسد که نیرو و زمانی را که در این لحظه شروع به حرکت نانوذره بر آن اعمال می‌گردد، نیروی بحرانی و زمان بحرانی می‌نماییم.

اهمیت نیروی بحرانی بیشتر در رابطه با ذرات بیولوژیکی مانند سلول و مخمر می‌باشد که نیروی وارد در صورتی که از مقداری افزایش یابد سبب آسیب رسیدن به ذره خواهد شد. اهمیت زمان بحرانی نیز به دلیل مهم بودن زمان حرکت صفحه‌ی مینا در رسیدن نانوذره به نقطه‌ی هدف می‌باشد.

پس از این مرحله حرکت نانوذره بر روی صفحه‌ی مینا آغاز شده و وارد فاز دوم جابه‌جایی، تا رسیدن نانوذره به نقطه‌ی هدف، خواهیم شد که این فاز دوم مورد توجه این مقاله نمی‌باشد.

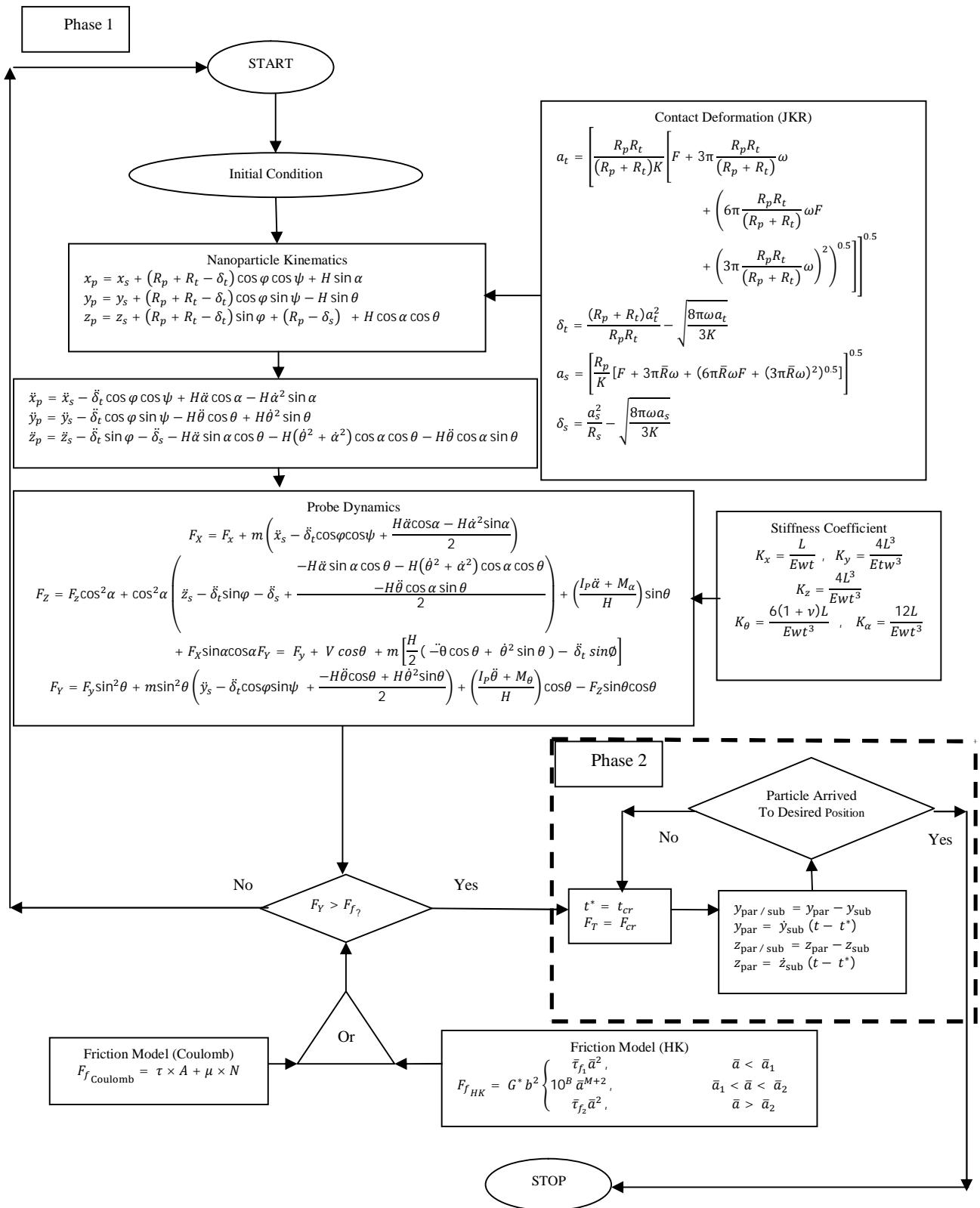
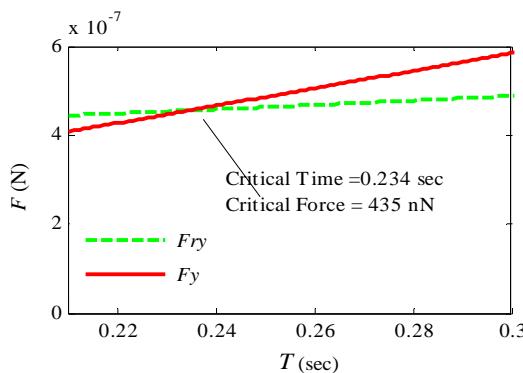


Fig. 4 Algorithm of 3D nanomanipulation

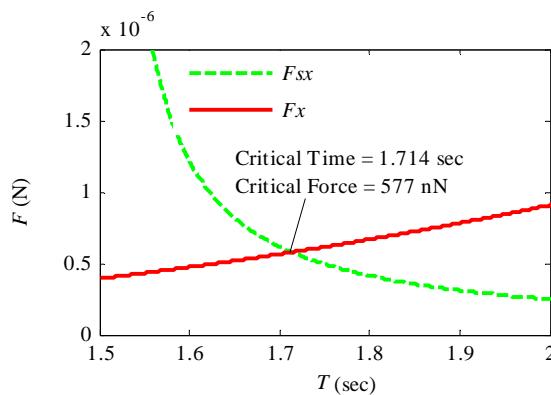
شکل 4 الگوریتم نانوچابه‌جایی سه‌بعدی

به دست آمده اختلاف حدود 16 درصدی در نتایج سه‌بعدی نسبت به دو بعدی و زمان بحرانی به دست آمده نیز اختلاف حدود 1 درصدی در نتایج سه‌بعدی نسبت به دو بعدی را نشان می‌دهد که دلیلی بر صحت نتایج به دست آمده می‌باشد.

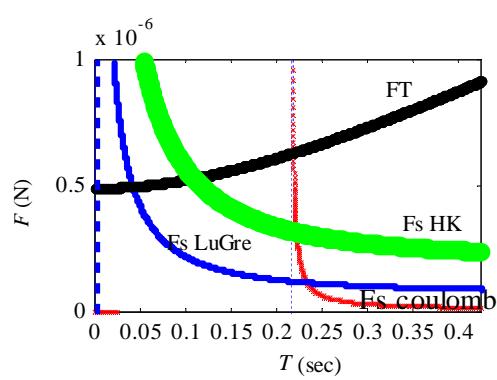
شکل 9 نمودار مربوط به لغزش ذره طلا حول محور y در دو بعد را با استفاده از مدل‌های مختلف اصطکاکی نشان می‌دهند. نیروی بحرانی ( $F_{cr}$ ) و زمان بحرانی ( $T_{cr}$ ) برای ذره طلا در دو بعد با استفاده از مدل اج کا به ترتیب برابر با 0.527  $\mu\text{N}$  و 0.222 sec می‌باشد که در مقایسه با شکل 6، نیروی بحرانی



شکل 8 نیرو و زمان بحرانی غلتش ذره طلا حول محور y



شکل 5 نیرو و زمان بحرانی لغش ذره طلا حول محور x در محیط هوا



شکل 9 نیرو و زمان بحرانی لغش ذره طلا در دو بعد حول محور y در محیط هوا

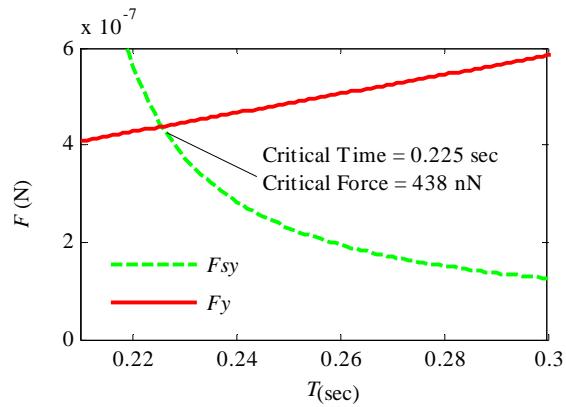
پس از مدل‌سازی، نیز به شبیه‌سازی فازهای لغشی و غلتشی نانوذره طلا حول محورهای x و y پرداخته شده و زمان و نیروی بحرانی جابه‌جایی در بخش شبیه‌سازی محاسبه شده است. همچنین در انتهای بخش شبیه‌سازی به بررسی صحت نتایج به دست آمده پرداخته شده است.

اهم نتایج کلی به دست آمده در این مقاله به شرح زیر است:

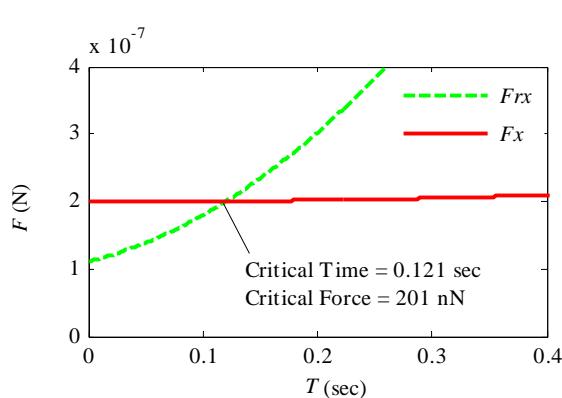
- نتایج به دست آمده بیانگر این امر است که اولین پدیدهای که در زمان سریع‌تر و با نیروی کمتری رخ خواهد داد، غلتش نانوذره طلا حول محور x می‌باشد.
- نتایج به دست آمده همچنین نشان می‌دهد که احتمال وقوع آن بسیار کمتر می‌باشد، لغش ذره در راستای محور x می‌باشد.
- مقایسه نتایج به دست آمده با تحقیقات قبلی بیانگر اختلاف 16 درصدی در نیروی بحرانی به دست آمده در نتایج سه‌بعدی نسبت به دو بعدی می‌باشد.

- همچنین نتایج به دست آمده در زمان بحرانی اختلاف حدود 1 درصدی در نتایج سه‌بعدی نسبت به دو بعدی را نشان می‌دهد.

این مقاله به جابه‌جایی سه‌بعدی با استفاده از مدل اصطکاکی اج کا پرداخته است، ولی در ادامه کار می‌توان جابه‌جایی سه‌بعدی با استفاده از سایر مدل‌های اصطکاکی، که در این مقاله مورد بررسی قرار نگرفته است، از جمله مدل‌های گرینوود و ویلیامز و لاگره را نیز مورد بررسی قرار داد. بدیهی است که دقیق‌تر شدن مدل اصطکاکی مورد استفاده، به عنوان بخشی از مدل کلی نانوجابه‌جایی، سبب دقیق‌تر شدن مدل کلی نانوجابه‌جایی نیز خواهد شد. البته در صورت امکان انجام کار تجربی، می‌توان به طور کمی میزان دقیق‌تر



شکل 6 نیرو و زمان بحرانی لغش ذره طلا حول محور y در محیط هوا



شکل 7 نیرو و زمان بحرانی غلتش ذره طلا حول محور x در محیط هوا

#### 4- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای نخستین بار از مدل اصطکاکی اج کا در مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی جابه‌جایی سه‌بعدی نانوذره طلا استفاده شده است. برای این منظور پس از بررسی مدل‌های مهم اصطکاکی قابل کاربرد در مقیاس میکرو/نانو، به مدل‌سازی سینماتیک سه‌بعدی و استخراج ماتریس سختی تیرک مستطیل شکل پرداخته شده است. در انتهای بخش مدل‌سازی نیز به تشریح روابط دینامیکی جابه‌جایی در سه بعد پرداخته شده است.

$\ddot{z}_p$	شتاب انتهای سوزن در راستای محور $z$
$\ddot{z}_s$	شتاب ذره بر صفحه‌ی مبنا در راستای محور $z$
$\ddot{z}_t$	شتاب نوک سوزن در راستای محور $z$
<b>علایم یونانی</b>	
$\delta_g$	شتاب فرورفتگی نانوذره در صفحه‌ی مبنا
$\delta_t$	شتاب فرورفتگی نانوذره در سوزن
$\nu$	ضریب پواسون تیرک
$\sigma$	ضریب سختی
$\tau$	استحکام برشی
$\omega$	ضریب چسبندگی

**6- مراجع**

- [1] M. Nosonovsky, B. Bhushan, Multiscale friction mechanisms and hierarchical surfaces in nano- and bio-tribology, *Materials Science and Engineering*, Vol. 58, No. 3, pp. 162–193, 2007.
- [2] J. Kerssemakers, J. Th. M. De Hosson, A quantitative analysis of surface deformation by stick/slip atomic force microscopy, *American Institute of Physics*, Vol. 82, No. 8, pp. 3763–3770, 1997.
- [3] N. R. Tas, C. Gui, M. Elwenspoek, Static friction in elastic adhesive MEMS contacts, models and experiment, *Proceedings of the IEEE Micro Electro Mechanical Systems Conference*, Miyazaki, Japan: IEEE Computer Society, pp. 193–198, 2000.
- [4] G. G. Adams, S. Müftü, N. M. Azhar, A Nano-Scale Multi-Asperity Contact and Friction Model, *ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, American Society of Mechanical Engineers, New Orleans, Louisiana, USA: ASME, pp. 455–462, 2002.
- [5] R. W. Stark, G. Schitter, A. Stemmer, Velocity dependent friction laws in contact mode atomic force microscopy, *Ultramicroscopy*, Vol. 100, No. 3, pp. 309–317, 2004.
- [6] E. S. Yoon, R. A. Singh, H. J. Oh, H. Kong, The effect of contact area on nano/micro-scale friction, *Wear*, Vol. 259, No. 7, pp. 1424–1431, 2005.
- [7] Y. F. Gao , H. T. Xu, W. C. Oliver, G. M. Pharr, A comparison of coulomb friction and friction stress models based on multidimensional nanocontact experiments, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 75, No. 3, pp. 1–3, 2008.
- [8] M. H. Korayem, M. Taheri, M. Zakeri, Sensitivity analysis of nanoparticles manipulation based on different friction models, *Applied surface science*, Vol. 258, No. 18, pp. 6713-6722, 2012.
- [9] A. H. Korayem, M. Taheri, M. H. Korayem, Dynamic Modeling and simulation of nano particle motion in different environments using AFM nano –robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 294-300, 2015. (in Persian) (فارسی)
- [10] M. H. Korayem, H. Khaksar, R. N. Hefz Abad, M. Taheri, Simulation of soft bacteria contact to be applied in nanomanipulation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 227-234, 2014. (in Persian) (فارسی)
- [11] M. Taheri, 3D-Dynamic modeling and simulation of biological nanoparticle motion using AFM nano–robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 311-316, 2015. (in Persian) (فارسی)
- [12] E. Berger, Friction modeling for dynamic system simulation, *Applied Mechanics Reviews*, , Vol. 55, No. 6, pp. 535-577, 2002.
- [13] B. Bhushan, *Handbook of Micro/Nano Tribology*, Second Edition, Columbus: CRC Press, pp. 211-231, 1999.
- [14] H. Olsson, K. J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert, P. Lischinsky, Friction models and friction compensation, *European Journal of Control*, Vol. 4, No. 3, pp. 176–195, 1998. .
- [15] P. Dahl, A solid friction model, *The Aerospace Corporation*, Vol. 18, No. 1, pp. 1–24, 1968.
- [16] G. G. Adams, S. Muftu, N. M. Azhar, Scale-dependent model for multi-asperity contact and friction, *ASME Journals of Tribology*, Vol. 125, No. 4, pp. 700-708, 2003.
- [17] J. A. Hurtado, K. S. Kim, Scale effects in friction of single asperity contacts: part1; from concurrent slip to single-dislocation-assisted slip, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, London: The Royal Society, pp. 3363-3384, 1999.

شدن مدل کلی نانوجایه‌جایی، با استفاده از مدل‌های دقیق اصطکاکی را نیز بررسی نمود. همچنین در این مقاله تنها نانوذره طلا مورد بررسی قرار گرفته‌اند که با توجه به اهمیت روزافزون جایه‌جایی ذرات بیولوژیکی در ادامه می‌توان ذرات مهم بیولوژیکی را نیز به عنوان ذرات هدف مورد بررسی قرار داد.

**5- فهرست عالئمه**

$a$	شعاع تماس
$A$	مساحت واقعی تماس
$b$	بردار برگر
$E$	مدول الاستیسیته تیرک
$f_0$	نیروی چسبندگی
$f_N$	نیروی عمودی
$f_T$	نیروی اصطکاکی کولمب
$F_f$	نیروی اصطکاکی اج کا
$F_x$	نیروی اعمالی به نوک سوزن در راستای $x$
$F_X$	نیروی اعمالی به انتهای سوزن در راستای $x$
$F_y$	نیروی اعمالی به نوک سوزن در راستای $y$
$F_Y$	نیروی اعمالی به انتهای سوزن در راستای $y$
$F_z$	نیروی اعمالی به انتهای سوزن در راستای $z$
$F_Z$	نیروی اعمالی به نوک سوزن در راستای $z$
$G^*$	مدول برشی معادل
$H$	ارتفاع سوزن
$I_p$	ممان اینرسی تیرک حول نقطه ابتدایی
$K$	مدول الاستیسیته مؤثر
$K_x$	سختی تیرک در راستای محور $x$
$K_y$	سختی تیرک در راستای محور $y$
$K_z$	سختی تیرک در راستای محور $z$
$K_\alpha$	سختی پیچشی تیرک حول محور $y$
$K_\theta$	سختی پیچشی تیرک حول محور $z$
$L$	طول تیرک
$m$	جرم تیرک
$M_\alpha$	گشتاور پیچشی تیرک حول محور $y$
$M_\theta$	گشتاور پیچشی تیرک حول محور $z$
$R_P$	شعاع نانوذره
$R_t$	شعاع سوزن
$t$	ضخامت تیرک
$v_S$	سرعت اصطکاکی
$w$	عرض تیرک
$\ddot{x}_p$	شتاب انتهای سوزن در راستای محور $x$
$\ddot{x}_s$	شتاب ذره بر صفحه‌ی مبنا در راستای محور $x$
$\ddot{x}_t$	شتاب نوک سوزن در راستای محور $x$
$\ddot{y}_p$	شتاب انتهای سوزن در راستای محور $y$
$\ddot{y}_s$	شتاب ذره بر صفحه‌ی مبنا در راستای محور $y$
$\ddot{y}_t$	شتاب نوک سوزن در راستای محور $y$

- Dynamics*, Vol. 229, No. 4, pp.370-382, 2015.
- [20] M. H. Korayem, M. Taheri, Modeling of various contact theories for the manipulation of different biological micro/nanoparticles based on AFM, *Journal of nanoparticle research*, Vol. 16, No. 1, pp. 1-18, 2014.
- [21] M. H. Korayem, M. Taheri, Simulating the manipulation of various biological micro/nanoparticles by considering a crowned roller geometry, *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol 41, No. 11, pp. 1-14, 2016.
- [18] J. A. Hurtado, K. S. Kim, Scale effects in friction of single asperity contacts: part2; multiple-dislocation-cooperated slip, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, London: The Royal Society, pp. 3385-3400, 1999.
- [19] M. H. Korayem, Z. Mahmoodi, M. Taheri, M. B. Saraee, Three-dimensional modeling and simulation of the AFM-based manipulation of spherical biological micro/nanoparticles with the consideration of contact mechanics theories, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body*