



## بررسی تخریب پیش‌رونده در صفحات کامپوزیتی شیشه - اپوکسی تحت بار خستگی

سوران حسنی فرد<sup>1\*</sup>، محسن فیضی<sup>2</sup>

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز  
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز  
\* تبریز، صندوق پستی 5166614766، hasanifard@tabrizu.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مواد کامپوزیتی به دلیل داشتن خواص ویژه‌ی مکانیکی در صنایع هوافضا، خودروسازی و غیره کاربردهای گسترده‌ای دارند. در این تحقیق، بررسی عددی چندلایه‌های ساخته شده از رزین اپوکسی و الیاف شیشه با دو نوع چینش (0/90/0/90) و (90/0/90/0) مورد توجه قرار گرفته و یک حل گام به گام جهت پیش‌بینی عمر خستگی این مواد ارائه شد. در حل ارائه شده از معیار تخریب هشین استفاده شد که علاوه بر تعیین عمر خستگی، قابلیت تشخیص شکل مود شکست را نیز دارد. در هر مرحله از حل، ماکزیمم بار به مدل اعمال و نتایج تنش در گره‌ها محاسبه گردید؛ سپس در تمامی المان‌ها و در تمامی لایه‌های مربوط به هر المان، قوانین شکست خستگی بررسی شد. پس از تشخیص شکست در یک لایه، به جای حذف کامل آن لایه از محاسبات المان مربوطه، خصوصیات مکانیکی با توجه به شکل مود شکست اتفاق افتاده و تئوری‌های تخریب پیش‌رونده کاهش داده شد و در سایر المان‌ها که دچار شکست نشده بودند، پارامتر آسیب محاسبه گردید و در صورت تجاوز آسیب از مقدار مجاز، المان مورد نظر شکسته فرض شد. عمرهای خستگی پیش‌بینی شده در این مطالعه با نتایج آزمایشگاهی در ادبیات فن مقایسه شد و موافقت خوبی بین نتایج دیده شد.

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 20 دی 1393  
پذیرش: 26 بهمن 1393  
ارائه در سایت: 16 اسفند 1393  
کلیدواژگان:  
تخریب پیش‌رونده  
عمر خستگی  
آسیب  
تحلیل المان محدود

## Progressive Damage Investigation of Glass-Epoxy Composite Laminates under Fatigue Loading

Soran Hassanifard\*, Mohsen Feyzi

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran  
\* P.O.B. 5166614766 Tabriz, Iran, hasanifard@tabrizu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 10 January 2015  
Accepted 15 February 2015  
Available Online 07 March 2015

**Keywords:**  
Progressive Damage  
Fatigue Life  
Damage  
Finite Element Analysis

### ABSTRACT

Composite materials are widely used in aerospace, automotive industry, and other fields because of their special mechanical properties. In this study, a step by step numerical analysis was developed to predict the fatigue life of E-Glass/Epoxy fiber reinforced laminates with (0, 90, 0, 90)<sub>s</sub> and (90, 0, 90, 0)<sub>s</sub> configurations. In the proposed Finite Element (FE) analysis, Hashin's failure criterion which can distinguish the failure modes, was used. The iterative algorithm was utilized so that at each step of solution, the maximum load was applied to the model and then the stress components were obtained numerically at every node of the model. Then the appropriate failure criterion was applied to inspect the possible failure in all layers of each element. For failed layer in an element, material properties were degraded according to the failure mode and progressive damage theories. In other elements which had not failed, the damage parameter was calculated. If the value of the damage parameter in each element exceeds 0.9, the layer of the element was assumed to be failed and the algorithm was continued. The predicted fatigue life was compared with the experimental results in the literature and good agreement was observed.

### 1- مقدمه

مکانیکی در طول فرآیند خستگی و از همه مهم‌تر تغییر غیرخطی عوامل مؤثر وجود دارد. مودهای شکست زیادی در این مواد اتفاق می‌افتد؛ پس انتخاب موضوع تعیین عمر خستگی و مودهای شکست در این مواد برای پژوهش می‌تواند مفید باشد.

تحقیقاتی که در زمینه‌ی عمر خستگی کامپوزیت‌ها انجام گرفته است، می‌تواند در چند دسته‌ی اساسی قرار بگیرد که به عنوان مثال می‌توان به سه دسته‌ی زیر اشاره کرد:

بسیاری از پژوهشگران یکی از خصوصیات مکانیکی ماده را به عنوان معیار تعیین عمر خستگی انتخاب کردند و با انجام آزمایش‌های مختلف، یک مدل آسیب خستگی ارائه دادند. این مدل‌ها می‌توانند در ترکیب با قوانین

مواد کامپوزیتی زمینه پلیمری اغلب به عنوان مواد اولیه در ساخت سازه‌هایی همچون نمای ساختمان، صنایع فضایی و صنایع دریایی استفاده می‌شوند. این مواد به دلیل داشتن خصوصیات هم‌چون نسبت استحکام به وزن بالا، داشتن طول عمر بالاتر، سرعت بالای تولید و غیره از مواد سنتی متمایز شده‌اند. در بسیاری از موارد سازه‌های کامپوزیتی تحت بارهای دینامیکی هستند؛ اگرچه نزدیک به پنج دهه است که بر روی تعیین عمر خستگی کامپوزیت‌ها تمرکز شده است، با این حال هنوز هم این پدیده به طور کامل شناخته نشده و موضوع مهمی برای متخصصان در این رشته می‌باشد. در این پدیده دشواری‌هایی به دلیل وابستگی خصوصیات ماده به جهت، کاهش خصوصیات

Please cite this article using:

S. Hassanifard, M. Feyzi, Progressive Damage Investigation of Glass-Epoxy Composite Laminates under Fatigue Loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 339-347, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Hassanifard, M. Feyzi, Progressive Damage Investigation of Glass-Epoxy Composite Laminates under Fatigue Loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 339-347, 2015 (In Persian)

شکریه و طاهری [8]، مسئله‌ی خستگی را از دیدگاه انرژی کرنشی باقی‌مانده در ماده زیر ذره‌بین بردند. در مدل آن‌ها به دلیل استفاده‌ی همزمان از تنش و کرنش پدیده‌ی خستگی به صورت ملموس‌تری بیان می‌شد. آن‌ها براساس تئوری استاتیکی سندهو و جایگزین کردن استحکام‌های خستگی در رابطه، تعداد دور را به انرژی کرنشی که ناشی از تنش و کرنش ماده است مربوط کردند. به این ترتیب، مدلی را برای تخمین عمر خستگی کامپوزیت‌ها ارائه دادند. این رابطه، مدلی قدرتمند به دلیل در نظر گرفتن همزمان کاهش استحکام و کاهش مدول الاستیسیته برای پیش‌بینی عمر خستگی می‌باشد.

در سری سوم تحقیقات نیز مؤلفان به بررسی آسیب‌های به وجود آمده در ماده و تأثیر آن روی منحنی استحکام خستگی پرداخته‌اند. فاواز و همکاران [9]، موضوع تعیین عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه را مورد بررسی قرار دادند و روشی جدید را برای تعیین عمر خستگی ارائه کردند. آن‌ها به دقت این امر را بررسی کردند که قیدهایی که از طرف لایه‌های اطراف بر یک تک‌لایه اعمال می‌گردد چه تأثیری بر روی عمر خستگی آن می‌تواند داشته باشد و پس از آن به این نتیجه رسیدند که عمر خستگی چندلایه می‌تواند با عمر خستگی یک تک‌لایه تخمین زده شود. هم‌چنین با رشد برخی از عیب‌ها درون کامپوزیت مدلهایی را برای پیش‌بینی عمر خستگی پیشنهاد کردند. برخی از این تأثیرات در شیب خط برازش شده تأثیر داشتند. بنگاین [10]، چند مورد از چندلایه‌های شیشه/اپوکسی را مورد بررسی قرار داد و به صورت تحلیلی پدیده‌ی تخریب در کامپوزیت را بر اثر رشد ترک در زمینه و تورق فرمول‌بندی کرد. در این بررسی روش‌های مستقیمی برای محاسبه‌ی میزان مدول الاستیسیته‌ی باقی‌مانده برحسب تعداد دورها و میزان بار اعمالی به کامپوزیت، ارائه گردید و سپس دو مود شکست ذکر شده را با معادلات جداگانه بیان کرد. در این پژوهش عقیده بر آن بود که آسیب تحت بار خستگی بسیار شبیه به آسیب در بار استاتیکی می‌باشد با این تفاوت که در هنگام اعمال بار خستگی چگالی آسیب بیشتر است. معادلات کاهش مدول الاستیسیته با ثابت‌های معلوم برای چند مورد از چند لایه‌ها و چند مورد از بارگذاری‌ها به کار رفتند و در نهایت تعداد دورها محاسبه گردید. نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردید و توافق خوبی بین نتایج دیده شد.

در این مطالعه، با استفاده از مدل هشین، عمر خستگی در کامپوزیت شیشه/اپوکسی مورد توجه قرار گرفته است. این مدل علاوه بر تعیین عمر خستگی، قابلیت تشخیص شکل مود شکست را هم دارد. در هر مرحله از حل بار ماکزیمم به مدل اعمال و نتایج تنش در لایه‌های هم‌هم‌المان‌ها ذخیره می‌شود. پس از تشخیص وجود تخریب در یک لایه به جای حذف کامل آن، لایه‌ی سالم اما با خصوصیات مکانیکی کاهش‌یافته در المان مورد نظر جایگزین می‌گردد. در سایر المان‌ها مقدار تخریب محاسبه و با توجه به سطح تخریب، در مورد وضعیت مکانیکی آن المان تصمیم گرفته می‌شود. در ضمن یک مدل جدید برای کاهش تدریجی مدول الاستیسیته باقی‌مانده ارائه شده است که هم زمان محاسبات را به شدت کم و عمر خستگی را به خوبی تخمین می‌زند. این مدل با کاهش مدول الاستیسیته باقی‌مانده در ماده موافقت بهتری دارد که در ادامه به صورت کامل توضیح داده می‌شود.

## 2- تحلیل المان محدود

### 2-1- تحلیل تنش

نخستین گام در بررسی مسئله‌ی پیش‌رو، تعیین تنش‌ها در چند لایه

شکست خستگی نوشته شده بر پایه‌ی تنش یا کرنش، آسیب در المان‌های شکسته نشده را مدل نمایند. جایانکین و همکاران [1]، مدول الاستیسیته و انرژی هدر رفته در چرخه را به عنوان معیار آسیب در نظر گرفتند و با توجه به آزمایش‌های انجام شده توسط آن‌ها، مدلی برای آسیب خستگی در ماده ارائه شد. مدل ارائه شده سه ناحیه در فرآیند خستگی را نشان می‌داد و نقطه‌ی تمایز مدول آسیب در این مطالعه آن بود که هر سه ناحیه به خوبی مدل می‌شد. مانو و همکارانش [2]، مدول الاستیسیته را به عنوان معیار تخریب در نظر گرفتند و مدل آن‌ها بسیار شبیه به [1] بود. این مدل با داده‌های خستگی موافقت خوبی داشت. براساس تحقیق آن‌ها، شکست در کامپوزیت چند لایه طبق سه مرحله صورت می‌گیرد: مرحله‌ی اول شامل پیدایش اولین شکست‌ها و طبیعت غیرخطی آسیب نسبت به تعداد دورها، مرحله‌ی دوم شامل گسترش این شکست‌ها و طبیعتی خطی و در مرحله‌ی سوم، شکست نهایی و رشد غیر خطی آسیب اتفاق می‌افتد. آفازاده مهندسی و همکاران [3]، چندلایه‌های کربن/اپوکسی را بررسی کردند و براساس اندازه‌گیری مدول الاستیسیته، تابعی را برای آسیب به صورت سینوسی ارائه کردند و ثابت‌های مدل را با توجه به داده‌های آزمایشگاهی محاسبه نموده و در مورد داده‌های دیگر اعتبارسنجی مدل را انجام دادند. الخیر و همکاران [4]، برای بررسی پدیده‌ی خستگی از آنالیز مودال استفاده کردند. در کار آن‌ها قبل از این که نمونه‌ها تحت بار قرار گیرند، تحت آنالیز مودال برای تعیین ضریب میرایی و فرکانس طبیعی قرار گرفتند. نمونه‌ها از جنس شیشه/اپوکسی بودند و در آزمایش‌ها زاویه‌ی الیاف به عنوان یک متغیر انتخاب شد. در آزمایش‌ها پس از تعداد خاصی از عمر، آنالیز مودال بر روی نمونه‌ها برای تعیین تغییر در پارامترها انجام می‌شد. نتایج نشان داد که متغیرهای مودال می‌توانند به عنوان معیاری برای عمر خستگی استفاده شوند. در برازش داده‌های آزمایش از منحنی‌هایی برای متغیرهای مودال استفاده شد که یک تابع نمایی برای ضریب میرایی و یک تابع چند جمله‌ای برای فرکانس تشدید استفاده شد. اما ضریب میرایی به عنوان پارامتر بهتری انتخاب شد چرا که تغییر آن در طی فرآیند خستگی بیشتر بود.

در دسته‌ی دوم مطالعات، بسیاری از دانشمندان سعی بر این داشتند که یک مدل را بر پایه‌ی تنش بیان کنند. هشین و همکاران [5]، مدلی را برای تعیین عمر خستگی تک‌لایه ارائه دادند؛ در مدل آن‌ها دو مود شکست الیاف و زمینه بیشتر مورد توجه بود. در این مدل با محاسبه‌ی تنش‌ها در تک لایه و اعمال آن به چندجمله‌ای خستگی می‌توان تعداد دورها را تعیین کرد. البته تمامی مؤلفه‌های تنش در دستگاه اصلی تک‌لایه محاسبه شده و به جای استحکام‌های استاتیکی، توابع خستگی در جهت‌های مربوطه جایگزین می‌شد. سیمز و همکارانش [6]، با اصلاح قانون شکست استاتیکی سای-هیل و جایگزین کردن استحکام‌های خستگی مدلی را برای شکست خستگی ارائه کردند. بر اساس مدل آن‌ها اگر مقدار معادله از واحد تجاوز کند، لایه‌ی مورد نظر شکسته فرض می‌شود. کاوا [7]، مقداری را به عنوان تنش مؤثر تعریف کرد که این پارامتر می‌توانست با تعداد بسیار کم آزمایش تخمینی از رفتار خستگی تک‌لایه با زاویه‌های الیاف مختلف و ضرایب تنش متفاوت در اختیار بگذارد؛ سپس با مرتبط کردن این تنش با یک مدل آسیب، معادله‌ی را برای محاسبه‌ی تعداد دورها مطرح کرد. این مدل برای کامپوزیت شیشه/اپوکسی به کار رفت و با توجه به آزمایش‌های انجام گرفته، موافقت بسیار خوبی بین نتایج دیده شد.

پارامترهای  $X_i$  و  $Y_i$  و  $S_{ii}$  به ترتیب استحکام‌های خستگی در جهت الیاف، عمود بر الیاف و برشی داخل صفحه می‌باشد که برحسب تعداد دور بیان می‌شوند. هر کدام از مؤلفه‌های تنش در دستگاه اصلی تک‌لایه محاسبه شده‌اند. در این دو مود شکست، خواص مکانیکی طبق جدول 2 کاهش می‌یابد.

پس از تشخیص وقوع شکست در برخی از المان‌ها، مدل دوباره بازسازی شده و تحلیل تنش روی مدل جدید انجام شد. معیار توقف حل در مدل، کاهش ناگهانی سطح تنش یا افزایش سطح کرنش در ماده بود [14]. بر این نکته باید تأکید شود که خواص مکانیکی برای جلوگیری از پیدایش خطای عددی به سمت صفر میل داده شدند. در ضمن تمامی توابع خستگی در دستگاه خطی - لگاریتمی تعریف شده و ثابت‌های این مدل براساس روش حداقل مربعات بر روی داده‌های خستگی در راستای الیاف، عمود بر الیاف و برش در داخل صفحه به دست آمد. فرم توابع خستگی نیز به صورت رابطه (3) است:

$$\frac{S}{S_{sf}} = a \cdot (\log(N))^b \quad (3)$$

در این مطالعه حل گام‌به‌گامی به صورت زیر روی مدل المان محدود صورت گرفته بود:

1. ماکزیمم تنش در بار خستگی به صورت فشار منفی به یک طرف مدل اعمال گردید.
2. تنش در تک تک گره‌های المان‌ها ذخیره شده و تنش‌های مربوط به قوانین شکست برای هر گره در معادلات شکست جایگزین گردید و با توجه به توابع خستگی در مخرج این قوانین، معادله برای تمامی گره‌ها به صورت عددی حل و تعداد دور شکست برای هر گره در یک آرایه ذخیره گردید.
3. تعداد دور مینیمم در این آرایه به عنوان محل شروع شکست انتخاب گردید و با توجه به مود شکست اتفاق افتاده خصوصیات مکانیکی به مقدار بسیار کوچکی کاهش داده شد. توجه شود که در اینجا فرض شده بود که اگر یک مود شکست در لایه‌ای از یک المان اتفاق بیفتد شکست به تمامی حجم المان سرایت می‌کند [13]، در نتیجه خصوصیات مکانیکی برای تمامی لایه‌های آن المان کاهش داده شد. پس مسئله از دیدگاه تنش بررسی شده و به محض جوانه‌زنی شکست در المان، قسمت مورد نظر با توجه به مود شکست ناکارآمد به حساب می‌آمد.
4. در مورد المان‌هایی که دارای تعداد دور بالاتری تا شکست بودند باید پارامتر آسیب محاسبه می‌شد، چرا که بعد از تعداد دور خاصی مدول الاستیسیته‌ی ماده کاهش می‌یابد. در نتیجه پس از یک مرحله حل، هر قسمت از مدل دارای یک مدول الاستیسیته بود و مدل براساس این مدول‌ها دوباره بازسازی و تحت تنش قرار می‌گرفت.
5. در هر مرحله از حل، دور مینیمم ذخیره و با دوره‌های مینیمم مراحل حل قبلی جمع می‌شد، زمانی که یکی از معیارهای توقف حل ارضا می‌شد این مجموع برابر با عمر خستگی بود.

### 2-3- محاسبه‌ی آسیب

مدل‌های بسیاری برای محاسبه‌ی آسیب در المان‌ها ارائه شده است اما در مطالعه‌ی حاضر، به دلیل سادگی و درستی در مورد چند لایه‌های حاضر در این مطالعه، از معادله‌ی (4) استفاده شد:

$$D_i = \frac{N_{\min}}{N_f} \quad (4)$$

می‌باشد. از نرم‌افزار المان محدود انسیس 12/1 برای این هدف استفاده شد. در این مطالعه، المان لایه‌ای<sup>1</sup> برای شبکه‌بندی به کار رفت، چرا که در آن می‌توان به راحتی زاویه، جنس و ضخامت تک‌لایه‌ها را تعریف کرد. این المان به خوبی می‌تواند تمامی پارامترهای مورد نیاز را در لایه‌های خود محاسبه کند. در پژوهش حاضر، خواص مکانیکی لایه‌ی تک‌جهته در دمای اتاق به عنوان ورودی به نرم‌افزار داده شد و این اطلاعات در جدول 1 فهرست شده‌اند. لازم به ذکر است که مسئله در محدوده‌ی الاستیک خطی بررسی شده بود، این فرض در جهت الیاف و زمینه فرضی منطقی است اما در حالتی که زاویه‌ی الیاف با راستای بارگذاری یکسان نباشد به دلیل پیدایش تنش برشی داخل صفحه، رابطه‌ی تنش-کرنش برشی، غیرخطی می‌شود که در حالت‌های با تنش بالاتر بیشتر نمایان می‌گردد اما در پدیده‌ی خستگی این امر کمتر خود را نشان می‌دهد [8]. براساس بررسی‌های انجام شده در [11]، رفتار منحنی تنش-کرنش تا زمان شکست با تقریب بسیار خوبی به صورت خطی تغییر می‌کند و بحث پلاستیسیته در این مسئله کم‌رنگ است، به خصوص که الیاف شیشه هم به صورت ماده‌ی ترد رفتار می‌کنند.

### 2-2- تخریب پیش‌رونده<sup>2</sup>

ایده‌ی اصلی تخریب پیش‌رونده نخستین بار توسط چو و همکارانش [12] برای بارگذاری استاتیکی مطرح شد و بعدها توسط پژوهشگران دیگر برای بارگذاری دینامیکی استفاده شد. این ایده بر این اساس استوار است که پس از وقوع شکست در یک تک‌لایه ممکن است تک‌لایه در برخی از جهت‌های دیگر قادر به تحمل بار باشد؛ پس کنار گذاشتن لایه پس از تشخیص وقوع شکست ایده‌ای بسیار محافظه‌کارانه است. در راستای رسیدن به این هدف، خصوصیات مکانیکی لایه‌ی آسیب دیده با توجه به مود شکست، کاهش و در هر مرحله از بارگذاری، نتایج تنش در تک‌تک لایه‌های تمامی المان‌های مدل ذخیره شده و در قوانین شکست هشین جایگزین شد؛ سپس عمر خستگی تک‌تک المان‌ها به دست آمد. المانی را که دارای کمترین تعداد دور بود به عنوان المان شکسته شده در نظر گرفته و خصوصیات مکانیکی المان کاهش داده شد. در مورد المان‌های دیگر نیز اگر پارامتر آسیب از مقدار عددی 0/9 [13] تجاوز می‌کرد، المان شکسته فرض شده و این شکستگی با کاهش ناگهانی خصوصیات مکانیکی مدل شد. در این مطالعه دو مود مهم شکست الیاف و شکست زمینه بررسی شده است که معادلات آن به ترتیب به صورت (1) و (2) است.

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{1t}}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{1t}}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

جدول 1 خصوصیات استفاده شده در تحلیل المان محدود [11، 1]

مقدار (MPa)	خواص مکانیکی
31000	سفتی راستای الیاف ( $E_x$ )
4866	سفتی راستای عمود بر الیاف ( $E_y$ )
4866	سفتی برشی ( $E_{xy}$ )
1400	استحکام راستای الیاف ( $S_x$ )
14	استحکام راستای عرضی ( $S_y$ )
20	استحکام برشی ( $S_{xy}$ )

1- Solid 46

2- Progressive Damage

در این معادله  $D_i$  مقدار آسیب در المان‌ها،  $N_f$  تعداد دور تا شکست آن المان و  $N_{min}$  تعداد دورهایی است که طی آن اولین المان در مدل در هر مرحله شکسته می‌شود.

**2-4- قوانین کاهش مدول الاستیسیته**

در بسیاری از بررسی‌های انجام شده تا به امروز، محققان بر روی مدول الاستیسیته‌ی باقی‌مانده در ماده تمرکز کرده‌اند. در واقع مدول الاستیسیته‌ی یک ماده در طی فرآیند شکست خستگی به صورت شکل 1 کاهش می‌یابد، اما به دست آوردن این منحنی به آزمایش‌هایی نیاز دارد که در جهت‌های مادی به صورت جداگانه باید صورت گیرد. برخی از محققان با توجه به سطح آسیب در ماده مدول الاستیسیته‌ی باقی‌مانده را به دست آوردند. یوری نیکیشکو و همکاران [13]، برای کاهش مدول الاستیسیته از معادله‌ی (5) استفاده کردند.

این مدل خط‌چین رسم شده شکل 1 با عنوان مدل ارائه شده [13] را نشان می‌دهد، در حالی که می‌توان مدل بهتری را برای این تابع به کار برد. اگر فرض کنیم که رابطه‌ی بین تنش و کرنش به صورت خطی است پس می‌توان نوشت [11]:

**2-5- استخراج منحنی‌های خستگی**

در مخرج معادلات شکست باید منحنی‌هایی که براساس استانداردهای مربوطه برای جهت‌های مادی به دست آمده است به معادلات شکست جهت‌های مادی (1-) است به دست آمده است اما هشین و همکاران [5] با توجه به آزمایش‌های بسیاری

$$E_N = (1 - D) \cdot E_{st} \quad (5)$$

یعنی فرض شد که نسبت مدول الاستیسیته در آسیب 0/9 به مدول استاتیکی اولیه، برابر با نسبت استحکام در دور یک میلیون به استحکام استاتیکی می‌باشد [11] و چون در این مسأله خستگی پرچرخه بررسی نمی‌شود پس عمر یک میلیون به عنوان معیار انتخاب شده بود.

$$E_{ff} = \frac{S_N}{S_{st}} \cdot E_{st} \quad (6)$$

بعد از آسیب 0/9 هم کاهش ناگهانی خصوصیات در نظر گرفته شد، در شکل دیده می‌شود که این مدل برای کاهش مدول الاستیسیته بسیار مناسب‌تر است و به واقعیت مسأله نزدیک‌تر است. این نکته باید روشن شود که برای هر جهت مادی به صورت جداگانه این معادله اعمال گردد. پس در آسیب بین 0 تا 0/9 معادله‌ی (7) برای کاهش سفتی در نظر گرفته شد (شکل 1 این مدل را هم نشان می‌دهد).

$$E_N = \left( \left( \frac{S_f}{S_{st}} - 1 \right) \cdot D + 1 \right) \cdot E_{st} \quad (7)$$

معادله‌ی (7) مدلی بسیار سودمند است چرا که از وابستگی حجم محاسبات برای همگرایی در [13] مستقل می‌شود و زمان حل کاهش می‌یابد، در ضمن چون به مدل واقعی نزدیک‌تر است در تخمین عمر خستگی می‌تواند کارآمدتر باشد.

$$\begin{aligned} \sigma_{\max(0^\circ)} &= 1.4 \cdot \sigma_{st(0^\circ)} \cdot N^{-0.0786} \\ \sigma_{\max(90^\circ)} &= 1.44 \cdot \sigma_{st(90^\circ)} \cdot N^{-0.086} \\ \sigma_{\max(\text{shear})} &= 1.695 \cdot S_{st} \cdot N^{-0.118} \end{aligned} \quad (8)$$

به این نکته نیز باید توجه شود که در معادله‌ی 3 به جای استحکام‌های استاتیکی در راستاهای مختلف از جدول 1 قرارداد شده است. این استحکام‌ها براساس روابط تئوری مخلوط به دست آمده‌اند. این معادلات هم به صورت دسته معادلات (9)، [11] برای راستاهای مختلف می‌توانند نوشته شوند.

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \\ E_{22} &= \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot V_m + E_m \cdot V_f} \\ S_{11} &= \sigma_{fu} \cdot V_f + \sigma_{mu} \cdot V_m \\ S_{22} &= E_{22} \cdot \epsilon_{fm} \end{aligned} \quad (9)$$

براساس آزمایش‌های تجربی [1] مقدار کرنش نهایی در جهت زمینه برابر 2/5 درصد گرفته شده بود. در معادلات (9) زیروند  $f$  و  $m$  به ترتیب به خواص الیاف و رزین اشاره دارند. این مقادیر در جدول 4 فهرست شده‌اند. اگر مقادیر فوق در دسته معادلات 9 جایگزین شوند مقادیری که در جدول 1 فهرست شده‌اند به دست می‌آیند. باز هم به این نکته اشاره می‌شود که فرض خطی گرفتن رفتار در راستای زمینه و الیاف بنابر تحقیقات قبل [15,11,8]

جدول 3 ثابت‌های مورد استفاده در منحنی‌های استحکام

مقدار ضرایب	راستا
$a=3$ $b=-0.72$	الیاف
$a=1.7$ $b=-0.78$	زمینه (عمود بر الیاف)
$a=1.73$ $b=-0.8$	برش داخل صفحه

جدول 2 قوانین کاهش خواص مکانیکی در دو مود شکست [14]

شکل مود تخریب	خواص تغییر یافته
شکست الیاف	$E_x, E_y, \nu_{xy} \rightarrow 0$
شکست ماتریس	$E_y, \nu_{xy} \rightarrow 0$

جدول 4 خواص رزین و الیاف [1]

خواص (MPa)	ماده
$E_f=74000$	الیاف شیشه
$\sigma_{fu}=3400$	
$E_m=3000$	رزین اپوکسی <sup>1</sup>
$\sigma_{mu}=75$	

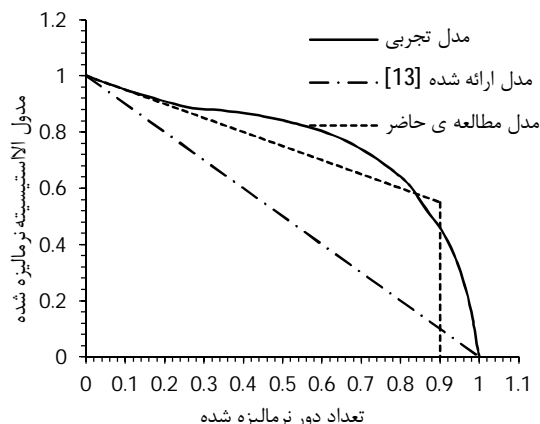
یکی از عوامل توقف حل ایجاد تغییر ناگهانی در مقدار تنش یا کرنش در ماده بود [14]. علاوه بر این عامل، آرایه‌ای در محیط نرم‌افزار به منظور ذخیره‌ی نوع ماده در المان‌ها انتخاب شد، پس از این‌که همه‌ی این المان‌ها دارای شماره‌ی ماده‌ی شکست بودند حل متوقف می‌گردید. دلیل انتخاب چنین معیاری این بود که احتمال وقوع شکست در جهت الیاف در المان‌ها کم است و ممکن است مقدار تنش یا کرنش دچار تغییر ناگهانی نشود. در این مطالعه شماره‌ی 1 به ماده‌ی با آسیب تدریجی، شماره‌ی 2 به مود شکست زمینه و 3 به مود شکست الیاف اشاره دارند. از این پس، اشاره به این شماره‌ها به معنای سالم بودن و یا شکسته شدن در یکی از مودهای شکست می‌باشد. در سومین معیار توقف حل، در هر مرحله که مینیمم تعداد دورها انتخاب می‌شد تعداد دور مشخصی را به عنوان نشان دهنده‌ی پدیده‌ی شکست انتخاب کرده و به محض نمایان شدن این مقدار در آرایه‌ی مربوط به ذخیره‌ی مینیمم دورها حل متوقف می‌گردید. در ادامه به ارضا شدن هر کدام از معیارهای توقف حل اشاره می‌شود. وجود شماره‌ای غیر از 1 (2 یا 3) در شماره‌ی ماده‌ی لایه‌های المان‌ها به معنی جوانه‌زنی شکست در المان موردنظر می‌باشد.

### 5- نتایج

در این بخش، به بررسی نتایج حاصل از المان محدود و مقایسه‌ی آن با نتایج تجربی پرداخته شده است. در [1]، آزمایش‌های خستگی برای هر دو آرایش در چهار سطح تنش انجام شده و سطح تنش‌های ماکزیمم برابر 60، 52، 47 و 70 درصد استحکام نهایی چند لایه بود. نتایج حاصل از المان محدود برای هر دو آرایش در نرم‌افزار المان محدود محاسبه شد. نتایج تجربی و المان محدود در جدول 5 فهرست شده‌اند. در همه‌ی بارگذاری‌ها و هر دو آرایش دیده می‌شود که نتایج المان محدود تقریب خوبی را ارائه می‌دهند. اختلاف‌های ایجاد شده می‌تواند به دلایل زیر باشد:

1. شرایط مرزی که به مدل اعمال شده بود عبارتند از: تمام درجه‌های آزادی تکیه‌گاه صفر منظور شد.
2. طرف دیگر مدل با فشار ثابت منفی بارگذاری شده بود.
3. سطوح پایین لایه‌ی اول و بالای لایه‌ی آخر در جهت z مقید شده بودند. اما ممکن است شرایط مرزی بتواند بهتر اعمال گردد.
4. می‌توان برای محاسبه‌ی آسیب در المان‌ها توابع دقیق‌تری اعمال کرد.
3. می‌توان تأثیر غیرخطی تنش-کرنش برشی را نیز وارد مدل کرد.
4. در اینجا در مرحله‌ی آخر کاهش مدول الاستیسیته به صورت ناگهانی در نظر گرفته شد، در حالی که می‌توان این تأثیر را در برخی از بارگذاری‌ها به صورت ملایم‌تری در نظر گرفت.

در قسمت شبیه‌سازی گفته شد که معیار توقف حل کاهش ناگهانی سطح تنش یا افزایش کرنش بود. در شکل 3 دیده می‌شود که بعد از چند مرتبه از بارگذاری تنش در لایه‌ی 7 از چندلایه به مقدار بسیار کمی کاهش پیدا کرده است و در لایه‌ی 2 هم تنش مقادیر به نسبت کوچکی دارد که این مسئله در شکل 4 نشان داده شده است. شکل 5 هم کاهش ناگهانی سطح



شکل 1 کاهش مدول الاستیسیته‌ی باقی‌مانده در فرآیند خستگی

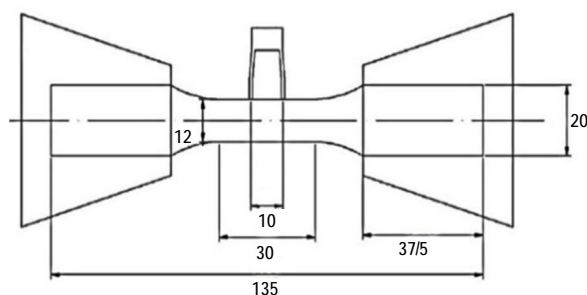
منطقی است و در بررسی حاضر به محض این‌که ترک در المان جوانه می‌زند المان کنار گذاشته می‌شد.

### 3- ارزیابی تجربی

در جهت بررسی تجربی و صحت حل عددی ارائه شده در این مطالعه، نتایج مورد نظر با آزمایش‌های انجام شده توسط جاپانکین و همکاران [1] مقایسه شدند. در سری آزمایش‌های انجام شده توسط این پژوهشگران کامپوزیت مورد استفاده دارای الیاف شیشه و رزین اپوکسی بود. در جهت بررسی عمر خستگی، سه ورق با ابعاد یکسان تهیه شده و نمونه‌ها با ابعاد نشان داده شده در شکل 2 با دو آرایش  $(0/90/0/90)$  و  $(90/0/90/0)$  آماده شدند. ابتدا باید آزمایش‌هایی جهت پیدا کردن خصوصیات استاتیکی چندلایه انجام می‌شد. برای انجام این آزمایش‌ها از هر کدام از ورق‌های برش داده شده دو قطعه انتخاب شده و در دستگاه تست استاتیکی قرار گرفته بودند. نتایج آزمایش نشان داده بود که نمودار تنش-کرنش در همه‌ی موارد دارای رفتاری خطی بود و میزان استحکام چندلایه‌ها به صورت متوسط 385 MPa اعلام شد. آزمایش‌های استاتیکی تأکیدی دوباره بر این دارند که فرض خطی بودن آسیب در حل المان محدود منطقی است. آزمایش‌های خستگی در نسبت بار 0/1 انجام شدند و ضخامت چندلایه‌ها برابر 4/3mm بود. در مجموعه‌ی آزمایش‌های انجام شده توسط پژوهشگران نتایج نشان داد که پارامتر آسیب در محدوده‌ی وسیعی از فرآیند خستگی به صورت خطی تغییر می‌کند.

### 4- معیارهای توقف حل

در این مطالعه برای توقف حل مسأله از چند عامل توقف حل استفاده شد.



شکل 2 ابعاد نمونه‌ها (برحسب میلی‌متر) در آزمایش‌های انجام شده و گیره‌های دستگاه تست [1]

1- Epoxy Resin EC 130 LV + Hardening Additive W340 (ratio 100:37)

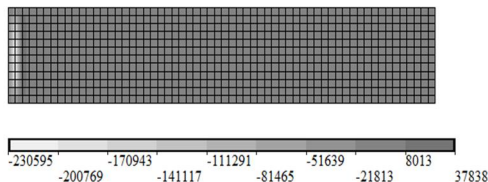
نتایج از نتایج تجربی بالاتر قرار می‌گیرند (سطح تنش 268/8 در جدول 5). می‌توان این عیوب را نیز وارد مدل‌سازی نمود اگر که از نمونه عکس‌برداری شود و در محل عیب موردنظر خصوصیات ضعیف‌تری برای مدل المان محدود تعریف شود [13]. اما در این مطالعه هدف تنها یک تخمین از عمر خستگی است. در این مدل به دلیل زاویه‌های مربوطه، این دو مود بررسی شد اما می‌توان با وارد کردن مدهای مختلف دیگر، شکست‌های دیگر را در تک‌تک لایه‌ها زیر ذره‌بین برد و به شرط داشتن منحنی تنش-دور برای تنش‌های بین‌لایه‌ای مود تورق را تا حدودی بررسی کرد و با روش‌های ارائه شده در سایر مقاله‌ها مقایسه کرد [16] و اگر که وضعیت تنش در کامپوزیت به صورت چشم‌گیری متفاوت باشد، می‌توان در ناحیه‌های مختلف مدهای خرابی را معین کرد و با نتایج حاصل از تحلیل فرکانسی قطعات تا حدودی مقایسه نمود [17]، البته نمی‌توان مدهای تورق را تشخیص داد [18] زیرا در دسته قوانین بیان‌شده هشین، یک معادله برای مود تورق می‌توان در نظر گرفت.

تنش و وضعیت به نسبت یکسان تنش را نشان می‌دهد. در جدول 5، در همه‌ی موارد دیده می‌شود که نتایج المان محدود با نتایج تجربی هم‌خوانی خوبی دارند. البته داده‌های آزمایش دارای پراکندگی زیادی هستند که این امر می‌تواند به دلایلی مانند فرآیند ساخت و برش سه ورق مربوط شود [5]. آرایش 1 و 2 به ترتیب  $(0/90/0/90)$  و  $(90/0/90/0)$  هستند. در هنگام بارگذاری تمامی المان‌ها در مود زمینه دچار شکست شدند. این نتیجه هم دور از انتظار نیست چرا که هشین [5] هم در بررسی خود به این نتیجه رسید که اگر زاویه‌ی الیاف از یک مقدار بحرانی بیشتر شود، مود شکست از مود الیاف به مود زمینه تغییر پیدا می‌کند. در واقع در این چند لایه‌ها بخش بیشتر بار را لایه‌های  $0^\circ$  تحمل می‌کنند. در این‌جا این مسئله باید توضیح داده شود که در بررسی مسئله‌ی پیش‌رو عیب‌های ساختاری که در ساخت ورق‌ها به وجود می‌آیند مدل نشده بودند و ماده بدون عیب ساختاری در نظر گرفته شده بود و به همین دلیل در برخی موارد

جدول 5 مقایسه‌ی نتایج المان محدود و تجربی

سطح تنش ماکزیم (MPa)	تعداد دور (المان محدود)	تعداد دور(تجربی)	نمونه‌های آرایش 2	تعداد دور (المان محدود)	تعداد دور(تجربی)	نمونه‌های آرایش 1
268/8	8363	1886	A15	8352	2714	A9
		3600	G13		12812	A5
		8592	G15		2489	A8
231/1	30720	18343	A13	30728	17737	A6
		5072	F19		25667	A3
		18873	F13		10638	G7
		12557	F16		6080	G9
		97135	F17		83720	A7
200	134503	494200	A12	134514	98080	A1
		542975	A20		491050	A10
180	480100	127010	F18	480111	102880	A2

SX (NOAVG)  
LAYR=2  
RSYS=SOLU  
DMX =.520E-04  
SMN =.230595  
SMX =.37838



شکل 4 وضعیت تنش (برحسب پاسکال) راستای الیاف در لایه‌ی 90 در حالت شکست

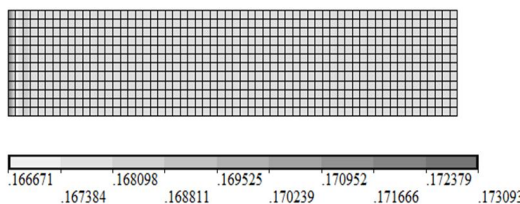
جدول 7 شماره ماده در تک لایه‌ها

شماره ماده	شماره لایه
(ماده با خصوصیات ضعیف‌شده) 1	1
(شکست زمینه) 2	2
(ماده با خصوصیات ضعیف‌شده) 1	3
(شکست زمینه) 2	4

جدول 6 تعداد تکرار حل و نتایج دوره‌های مینیمم در هر مرحله

تعداد دوره‌های مینیمم در حالت تنش ماکزیم 180 و آرایش 1
21720/1015 (نتیجه‌ی حل بار اول)
458390/8750 (نتیجه‌ی تکرار دوم)
100000000 (معیار شکست سوم)

SY (NOAVG)  
LAYR=7  
RSYS=SOLU  
DMX =.520E-04  
SMN =.166671  
SMX =.173093



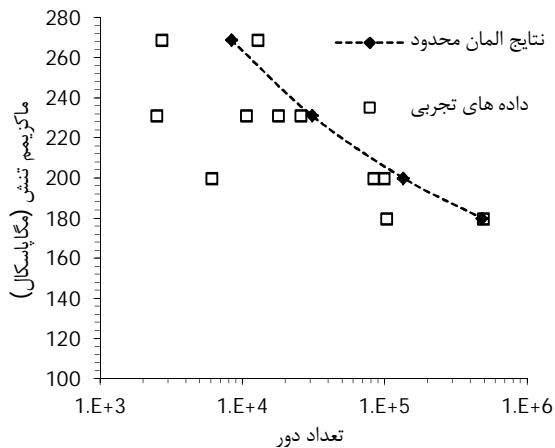
شکل 3 کاهش ناگهانی سطح تنش (برحسب پاسکال) در لایه‌ی 90 در راستای زمینه در حالت شکست

تخمین عمر خستگی چندلایه با یک روش ساده است. در آزمایش‌هایی که در زمینه‌ی خستگی انجام می‌گیرد، به دلیل رفتار آماری این پدیده داده‌های تجربی دارای پراکندگی می‌باشند. به همین دلیل نمودار شکل 9 برای نشان دادن مقایسه بین نتایج عمر تجربی و تخمین المان محدود رسم شده است. در هر سطح تنش برای هر آرایش چند نتیجه‌ی تجربی و یک نتیجه‌ی المان محدود وجود دارد که پراکندگی داده‌های تجربی در نمودار که شامل خطوطی با ضریب فاکتور 2 و 10 می‌باشد، رسم شده است.

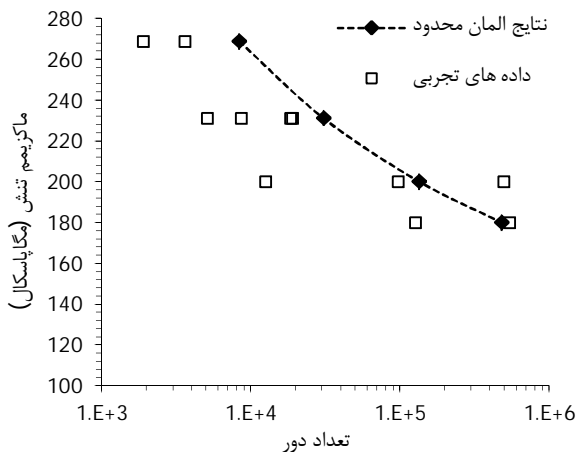
در هر دو مورد آرایش الیاف بیشتر داده‌های خستگی درون خط با ضریب فاکتور 2 قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است که در این پژوهش داده‌هایی از [1] به صورت تصادفی انتخاب شده و اگر داده‌های دیگر هم در نمودارها وارد می‌شد توافق بهتری دیده می‌شد. در چند مورد توافق بسیار خوبی بین جواب المان محدود و نتیجه‌ی تجربی دیده می‌شود که نقطه بر روی خط نیمساز قرار گرفته است.

### 6 - بحث و نتیجه‌گیری

در این مطالعه، شبیه‌سازی کامپوزیت براساس روش المان محدود و بر پایه‌ی قانون شکست خستگی هشین برای تعیین عمر خستگی مطرح شد. کامپوزیت‌های انتخاب شده از جنس شیشه/اپوکسی بود و لایه‌ها به صورت تک‌جهته بودند. روش هشین علاوه بر تعیین عمر خستگی، قابلیت تشخیص

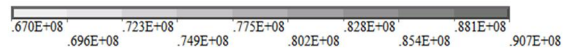
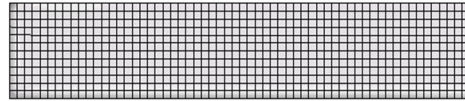


شکل 6 داده‌های خستگی در آرایش 1 (0/90/0/90)



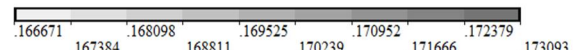
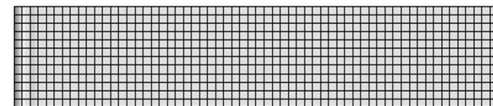
شکل 7 داده‌های خستگی در آرایش 2 (90/0/90/0)

SY (NOAVG)  
LAYR=7  
RSYS=SOLU  
DMX = 445E-03  
SMN = 670E+08  
SMX = 907E+08



(الف)

SY (NOAVG)  
LAYR=7  
RSYS=SOLU  
DMX = 520E-04  
SMN = 166671  
SMX = 173093



(ب)

شکل 5 تغییر ناگهانی سطح تنش (برحسب پاسکال) در کامپوزیت (الف) پیش از شکست، (ب) پس از شکست

در قسمت معیارهای توقف حل به یک معیار که شامل تعداد دورهای شکست در آرایه‌ی مربوط به مینیمم دورها است اشاره شد. در جدول 6 این تعداد دور که به طور دلخواه 100 میلیون دور اختیار شده بود در آرایه‌ی موردنظر دیده می‌شود. این جدول مطلب مهمی را بیان می‌کند که شرایط شکست پس از تنها دو دور از حل به وجود می‌آید و تمامی معیارهای شکست در تعداد تکرار کم حل ارضا می‌شود. در اکثر پژوهش‌هایی که در زمینه‌ی خستگی انجام می‌شود نمودارهای تنش-عمر هم نشان داده شده است. شکل‌های 6 و 7 به ترتیب نمودارهای تنش-عمر را در دستگاه خطی- لگاریتمی برای آرایش 1 و 2 نشان می‌دهند. در این نمودارها داده‌های تجربی با نتایج المان محدود مقایسه شده‌اند و تطابق بسیار خوبی دیده می‌شود. جدول 7 شماره ماده‌ی لایه‌ی المان‌های مدل را نشان می‌دهد. در شکل 8 هم حل تکراری مورد استفاده در این مطالعه نشان داده شده است.

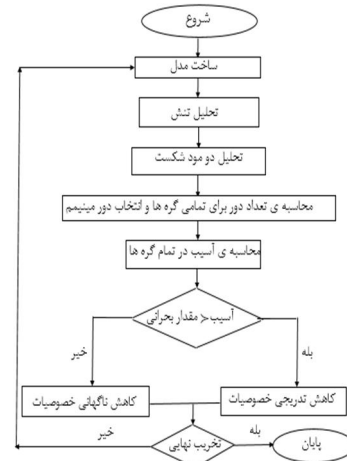
هدف از ارائه‌ی شکل 8 در نهایت محاسبه‌ی عمر خستگی چندلایه می‌باشد. روش گفته شده در این مطالعه علاوه بر داشتن توانایی در تخمین عمر خستگی به صورت قابل قبول بسیار ساده است. در ضمن تابعی که برای کاهش مدول الاستیسیته در این تحقیق استفاده شده است در تخمین عمر خستگی بسیار کارآمدتر از معادله‌ی ارائه شده در [13] است. در [1] داده‌های تجربی بیشتری نسبت به جدول 5 وجود دارد، انتخاب این نمونه‌ها از بین نمونه‌های آزمایش شده در [1] دلیل خاصی ندارد و در این مطالعه، هدف

شکل مود شکست را هم دارد؛ بر این اساس قوانین شکست به تک‌تک لایه‌های همی‌المان‌های مدل اعمال شد و پس از تشخیص شکل مود شکست، لایه‌ی مورد نظر با لایه‌ی سالم اما با خصوصیات ضعیف‌تر جایگزین گردید. نحوه‌ی کاهش این خصوصیات در هر شکل مود متفاوت است به طوری که ممکن است لایه در یک جهت شکسته شود در حالی که در جهات دیگر قادر به تحمل بار باشد. در این پژوهش مدل آسیب به صورت خطی انتخاب شد چرا که با طبیعت مسئله در محدوده‌ی وسیع خستگی سازگار بود. لازم به ذکر است که معیار توقف حل در مدل‌سازی مسئله، کاهش ناگهانی سطح تنش یا افزایش کرنش بود. نکته‌ی مهم این تحقیق ارائه‌ی مدلی جدید برای محاسبه‌ی کاهش مدول الاستیسیته بود که حل را بسیار ساده و به صورت همزمان دقیق‌تر می‌کند. پس از شکست نهایی دیده شد که در المان‌ها شکست به صورت زیر رخ می‌دهد:

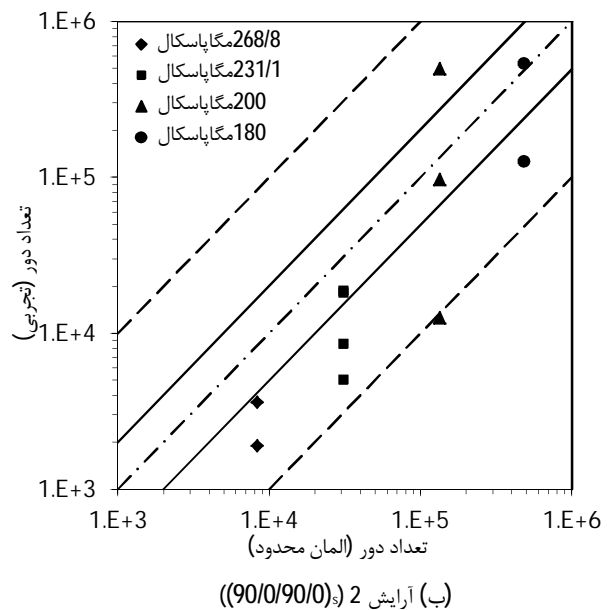
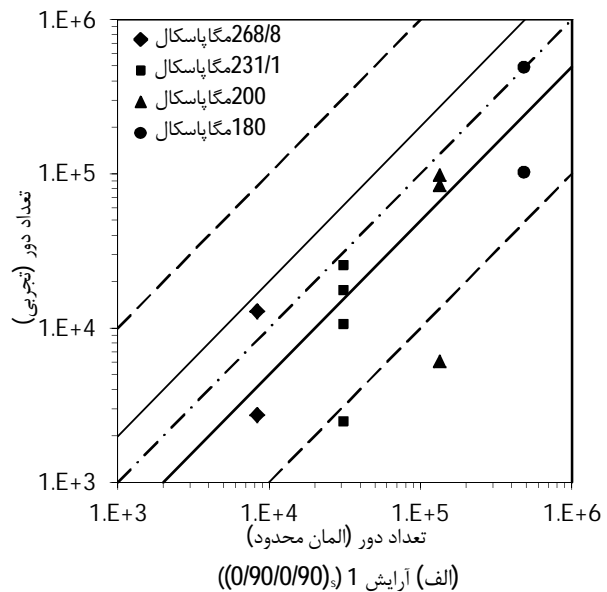
در لایه‌های  $90^\circ$  شکست زمینه اتفاق افتاد و این مسئله از قبل توسط هشین نیز بیان شده بود. در این مطالعه چندلایه از دیدگاه تنش مورد بررسی قرار گرفت و به محض جوانه‌زنی یک مود شکست در المان، المان موردنظر شکسته فرض و خصوصیات کل المان بنابر مود شکست و تئوری تخریب پیش‌رونده کاهش داده می‌شد. به دلیل وضعیت به نسبت یکسان تنش در مدل المان محدود تعداد دوره‌هایی که بارگذاری تکرار می‌شد، کم بود. پس از مقایسه‌ی نتایج المان محدود با نتایج تجربی دیده شد که این روش تخمین خوبی برای عمرهای خستگی در اختیار می‌گذارد.

7- مراجع

- [1] S. Giancane, F.W. Panella, V. Dattoma, Characterization of fatigue damage in long fiber epoxy composite laminates, *International Journal of Fatigue*, No. 32, pp. 46-53, 2009.
- [2] H. Mao, S. Mahadevan, Fatigue damage modelling of composite materials, *Journal of Composite Structures*, No. 58, pp. 405-410, 2002.
- [3] J. A. Mohandesi, B. Majidi, Fatigue damage accumulation in carbon/epoxy laminated composites, *Journal of Materials and Design*, No. 30, pp. 1950-1956, 2008.
- [4] M. Abo-Elkhier, A.A. Hamada, A. Bahei El-Deen, Prediction of fatigue life of glass fiber reinforced polyester composites using modal testing, *International Journal of Fatigue*, 2012.
- [5] Z. Hashin, R. Rotem, A fatigue failure criterion for fiber-reinforced materials, *J. Compos. Mater*, No. 7, pp. 448-464, 1973.
- [6] P. Vassilopoulos, T. Keller, Fatigue of Fiber-reinforced composites, *Engineering Materials and Processes*, London, Springer, 2011.
- [7] M. Kawai, A phenomenological model for off-axis fatigue behavior of unidirectional polymer matrix composites under different stress ratios, *Journal of composites (Applied science and manufacturing)*, No. 13, pp. 955-963, 2004.
- [8] M. M. Shokrieh, F. Taheri-Behrooz, Fatigue Life evaluation of unidirectional composites by using residual strain energy, *Iranian Journal of Polymer Science and Technology*, Vol. 21, No. 1, pp. 19-26, 2008. (In Persian)
- [9] Z. Fawaz, F. Ellyin, A new methodology for the prediction of fatigue failure in multidirectional fiber reinforced laminates, *Journal of Composites Science and Technology*, No. 53, pp. 47-55, 1994.
- [10] B. Liu, Fatigue and damage tolerance analysis of composite laminates stiffness loss, damage modeling and life prediction, *Department of Mechanical Engineering, McGill University, Canada*, PhD. Thesis, 1992.
- [11] P. K. Mallick, Fiber reinforced composites, *Taylor and Francis Group*, Third Edition, 2007.
- [12] S. C. Chou, O. Orringer, J. H. Rainey, Post failure behavior of laminates II-Stress concentration, *Journal of Composite Materials*, No.11, pp. 71-78, 1976.
- [13] Y. Nikishkov, A. Makeev, G. Seon, Progressive fatigue damage simulation method for composites, *International Journal of Fatigue*, No. 48, pp. 266-279, 2013.
- [14] M. A. Torabizadeh, M. M. Shokrieh, A. Fereidoon, Progressive damage analysis of glass-epoxy laminated composites under static tensile loading at low temperature, *Journal of Modeling in Engineering*, Vol. 8, No. 21, 2010. (In Persian)
- [15] B. Harris, Fatigue in composites, *Woodhead Publishing Ltd*, New York, Springer, 2003.



شکل 8 حل گام به گام مورد استفاده در تحلیل المان محدود



شکل 9 مقایسه‌ی نتایج تجربی و تخمین المان محدود در چهار سطح تنش برای آرایش 1 و 2



- growth in sandwich composites by acoustic emission, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 144-152, 2013. (In Persian)
- [18] M.Saeedifar, M. Fotouhi, R. Mohammadi, M. Ahmadinajafabadi, H. Hosseini Toudeshky, Investigation of delamination and interlaminar fracture toughness assessment of glass/epoxy composite by acoustic emission, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 1-11, 2013. (In Persian).
- [16] M. M. Shokrieh, A. Zeinedini, Prediction of strain energy release rate of asymmetric double cantilever composite beam using equivalent lay-up for mixed-mode I/II delamination, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 13, pp. 214-225, 2013. (In Persian)
- [17] M.Saeedifar, M. Fotouhi, R. Mohammadi, M. Ahmadinajafabadi, M. Hajikhan, Classification of damage mechanisms during delamination