

شبیه‌سازی عددی میدان سرعت در لایه برشی دو بعدی با تحریک اجباری به روش المان گردابه‌ای

قاسم حیدری‌نژاد^{۱*}، نیما غیاثی طبری^۲، پژمان امینی^۳

- ۱- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
۲- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
۳- کارشناس ارشد هوافضا، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

*تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵

heidarinejad@bhrc.ir

(دریافت مقاله: اسفند ۱۳۸۵، پذیرش مقاله: اردیبهشت ۱۳۸۷)

چکیده- در این تحقیق روش لاگرانژی و بدون شبکه المان گردابه‌ای برای شبیه‌سازی جریان در لایه برشی با تحریک اجباری به کار گرفته شده است. رشد زمانی ناپایداری در لایه‌برشی و سپس تشکیل گردابه‌ها به خوبی با این روش پیش‌بینی شده است. همچنین چگونگی رشد گردابه‌ها و فرایند جفت شدن و تأثیر متقابل آنها بر یکدیگر مطالعه شده است. در لایه‌برشی بدون تحریک رشد گردابه‌ها به صورت خطی و مطابق با بزرگترین فرکانس ناپایداری انجام می‌شود درحالی‌که با اعمال تحریک خارجی، مدها و فرکانس‌های ناپایداری مختلفی در رشد و دفع گردابه‌ها تأثیر گذار هستند که مهمترین آنها، فرکانس اجباری تحریک است و رشد ناپایداریها دیگر به هیچ وجه خطی نیست. نتایج نشان می‌دهد که افزایش نسبت سرعت، باعث تسریع ناپایداری می‌شود؛ وجود فرکانس اجباری و تحمیل آن به لایه برشی، از رشد بی‌سازمان لایه جلوگیری کرده و رشد خطی اغتشاشات در لایه‌برشی کمتر دیده می‌شود. نتایج برای طول دامنه‌های مختلف، به دست آمده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

کلید واژگان: جریان آشفته، روش المان گردابه‌ای، لایه برشی با تحریک اجباری، ناپایداری.

۱- مقدمه

روشهای عددی در حل مسائل - با تمام مزایایی که دارند- این عیب را دارند که جوابهای به دست آمده - به دلیل وجود خطاهای عددی گوناگون - دقیق و قطعی نیستند. همچنین روشهای عددی دارای پیچیدگی‌ها و مشکلات مختلفی نظیر تعریف هندسه‌های مختلف،

شبکه‌بندی فضای جریان، منفصل کردن معادلات در فضای منحنی‌الخط غیر متعامد و تحلیل جریان در حالت‌های مغشوش می‌باشند که همواره حل عددی را با مشکل روبه‌رو می‌سازد. یکی از روشهای بسیار کارامدی که تا حدود زیادی مشکلات فوق را از میان برداشته است، روش المان گردابه‌ای است [۱]. روش گردابه‌ای

برای اولین بار توسط رزنهد در سال ۱۹۳۰ برای تحلیل ناپایداری کلونین - هلمهلتز به کار رفت. این روش تا اوایل دهه ۱۹۷۰ پیشرفت چشمگیری نداشت تا اینکه در سال ۱۹۷۳ روش گردابه تصادفی توسط چورین [۲] بیان شد. وی با انجام تحقیقات مختلف در این مورد توانست در سال ۱۹۷۸ جریان لایه مرزی را بر روی صفحه تخت شبیه‌سازی کند [۳].

روش گردابه روشی تقریبی برای شبیه‌سازی جریانهای گذرای تراکم‌ناپذیر با عدد رینولدز بالا یا متوسط در هندسه نامحدود یا هندسه محدود به دیوار است. در این روش معادلات حاکم به شکل ورتیسیتی نوشته می‌شوند؛ همچنین میدان چرخشی توسط تعدادی گردابه مدلسازی شود. میدان ورتیسیتی، نوعی میدان به هم فشرده بوده و المان‌ها دارای همپوشانی هستند. با انتخاب شعاع مناسب هسته برای هر المان - که بزرگتر از فاصله جدایی بین المانهای همسایه است - المانهای دارای همپوشانی در صفحات مشترک می‌شوند و جداسازی مرتبه بالاتر میدان ورتیسیتی انجام می‌شود.

مطالعه جریان در لایه برشی - که از جنبه‌های مختلف اختلاط و احتراق مهم است - اولین بار در سال ۱۹۸۷ توسط حیدری‌نژاد و قونیم انجام شد [۴]. آنها سازوکار جفت شدن گردابه‌ها، رشد لایه برشی و رشد ناپایداری را مطالعه کردند. وارد شدن توده سیال غیرچرخشی از خارج لایه به داخل ساختارهای گردابه‌ای و انباشت انرژی درون این ساختارها در لایه برشی غیر اجباری توسط آن-جی [۵] در سال ۱۹۸۸ مطالعه شد. مطالعه رشد خطی ناپایداری‌ها در لایه برشی و ساختارهای متشابه تکرار شونده^۱ در لایه برشی و همچنین تحلیل طیفی فرکانسی نیز همزمان توسط قونیم انجام شد [۶].

در این تحقیق نیز قصد داریم با اعمال تحریک در ابتدای جریان لایه برشی، ناپایداری ذاتی جریان را زودتر آشکار کرده و نحوه رشد ناپایداری را که متفاوت از حالت غیر اجباری است، مطالعه کنیم. تشکیل ساختارهای آشفته در فرکانس‌های خاصی که منطبق بر فرکانس طبیعی دفع گردابه‌ها باشند، به‌طور منظم شکل می‌گیرد و جفت شدن آنها منظم‌تر می‌شود. همچنین در روش حل عددی به علت طبیعت لاگرانژی مدل و نبود شبکه‌بندی در هندسه، مشکل نفوذ عددی به حداقل می‌رسد و این خطا خودبه‌خود از سیستم حل حذف می‌شود. برای حل جریانهای آشفته، به استفاده از مدل توربولانس نیاز نیست.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر سیستم همان معادلات اساسی است که به شکل ورتیسیتی و بی‌بعد شده بیان شده‌اند:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\omega(\mathbf{x}, t) = \nabla \times \mathbf{u} \quad (3)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (4)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t = 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) \quad (5)$$

معادله (۱) برای حل در هر گام زمانی به دو بخش تقسیم می‌شود. ابتدا انتقال چرخش توسط معادله اولر صورت می‌گیرد و سپس اثر نفوذ، با افزایش شعاع هسته^۲ شبیه‌سازی می‌شود. سرعتهای چرخشی مربوط به هر المان، از رابطه بیوساوار به‌دست می‌آید. در هر لحظه زمانی، نرخ ورتیسیتی تولید شده توسط المانهای جدیدی

1. Similar

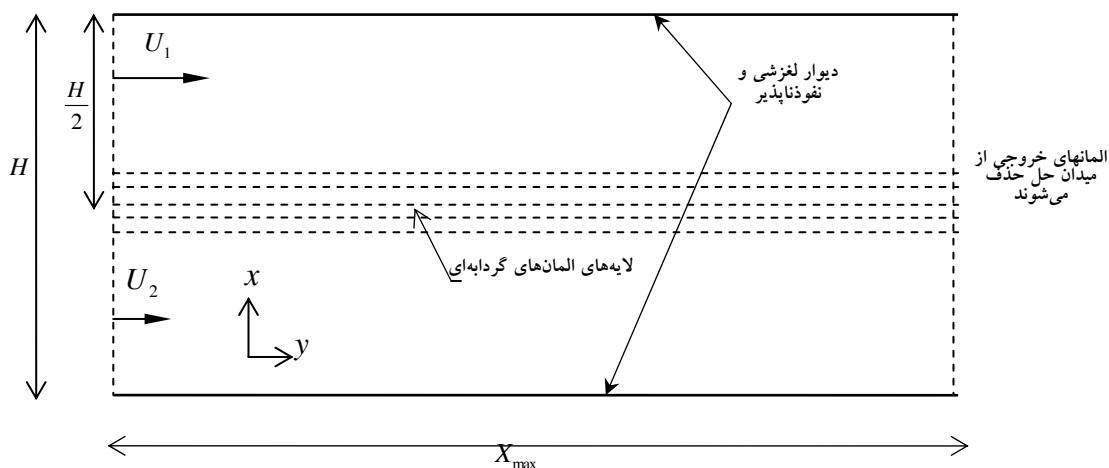
2. Core Expanding

همچنین باید در نظر داشت که شرط عدم لغزش برای حل رعایت نشده و روی سطح جامد در بالا و پایین مرز سرعت مماسی، مقداری غیر صفر دارد. لذا بر روی مرز، لایه مرزی تشکیل نخواهد شد. اما اگر المانی به خارج از این ناحیه انتقال یابد، حتماً به داخل میدان حل، تصویر خواهد شد. همچنین در هندسه‌های دوبعدی، از آنجا که جمله کشیدگی وجود ندارد، لذا این جمله به‌طور کلی از معادلات حذف شده است. تنها شرط مرزی که باید ارضا شود، شرط شار عمودی صفر است که با معادله (۴) در روی مرز بیان شده است. برای ارضای این شرط مرزی از تبدیل شوارتز کریستفل استفاده شده است [۸]. بر طبق این تبدیل هندسه حل به صفحه بالایی نگاشته می‌شود که در آن دو منبع چشمه به جای دو سرعت U_1 و U_2 پدیدار می‌شود؛ سپس برای ارضای سرعت عمودی صفر بر روی مرز، از روش تصویر کردن المانها استفاده می‌شود (شکل ۲).

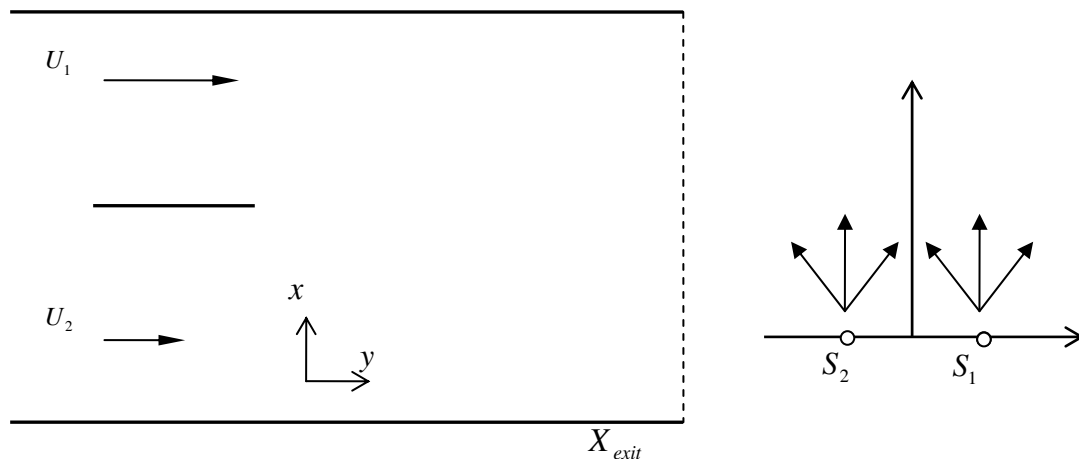
که به میدان حل وارد می‌شوند، با رابطه $\frac{d\Gamma}{dt} = \Delta u \cdot U_M$ با رابطه U_M سرعت متوسط است. تعیین می‌شود. در این رابطه U_M سرعت متوسط است.

۳- هندسه مسأله، شرایط اولیه و شرایط مرزی

هندسه مسأله از دو صفحه موازی تشکیل شده که فاصله بین آنها H است به طوری که جریان با سرعت بیشتر در بالا و جریان با سرعت کمتر در پایین قرار دارد (شکل ۱). پروفیل سرعت اولیه به صورت تابع خطی است که از حل تحلیلی تقریبی جریان در لایه برشی به دست می‌آید [۷]. توزیع ورتیسیتی اولیه در سرتاسر لایه برشی با سرعتهای جریان آزاد U_1 و U_2 نیز با تابع گوسی مرتبه دوم نشان داده شده است. برای محدود کردن محاسبات، المانهای محاسباتی در هر موضع مشخص X_{max} ، حذف می‌شوند؛ بدون اینکه این اثر حذف شدن در شرط مرزی تأثیر بگذارد.



شکل ۱ هندسه دامنه محاسباتی و برخی شرایط مرزی

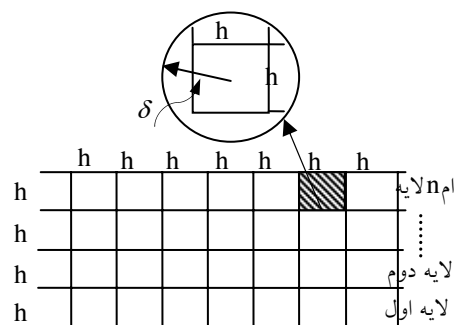


شکل ۲ شکل سمت چپ صفحه فیزیکی و شکل سمت راست صفحه محاسباتی را نشان می‌دهد

روشهای گردابه‌ای سازگار است. در محاسبات، برای حفظ دقت روشهای لاگرانژی از روش وارد کردن المان جدید استفاده شده است. این روش بر درونیابی قدرت دو المان اصلی که به‌طور یکسان در میان سه المان قرار دارند، مبتنی است و فرض شده کشیدگی یکنواخت بین دو المان اصلی وجود دارد. برای تقسیم کردن نیز، جفت المانهایی را که فاصله بین مراکز آنها از حد آستانه‌ای بیشتر باشد، به سه المان تقسیم می‌کنند به‌طوری‌که بقای چرخش برقرار بماند.

در محاسبات لایه برشی مکانی، توزیع ورتیسیتی بیان شده به‌صورت لایه برشی بدون اغتشاش برای المانهایی که به تازگی از پایین دست صفحه جداکننده وارد شده‌اند، به‌کار می‌رود. ابتدا حداقل تعداد لایه‌های مورد نیاز برای برقراری دقت اولیه در نظر گرفته می‌شود، سپس میدان ورتیسیتی روی شبکه مربعی محاسبه می‌شود (شکل ۳). در طی هر گام زمانی، هر لایه به بیرون از مقطع قبلی جابه‌جا می‌شود و با سرعت متوسط جریان در جهت میدان جریان حرکت می‌کند. در این حال فاصله‌ای بین انتهای لایه و مقطع ورودی به‌وجود می‌آید که باید با المانهای جدیدی

برای حاکم کردن شرایط اولیه دقیق، همپوشانی مناسب بین المانهای گردابه همسایه باید وجود داشته باشد؛ یعنی δ باید بزرگتر از h باشد (شکل ۳).

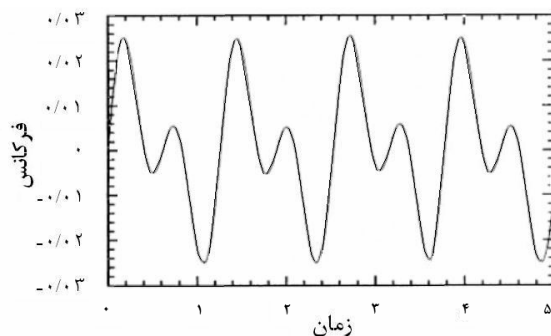


شکل ۳ طرحواره همپوشانی و شبکه‌بندی اولیه‌ای که برای گسسته‌سازی ورتیسیتی در زمان $t=0$ به‌کار می‌رود.

آزمایشهای عددی نشان می‌دهد که اگر همپوشانی مناسبی وجود نداشته باشد، δ/h کمتر از یک شده و از دقت روش کاسته می‌شود. بنابراین داشتن همپوشانی مناسب بین المانهای همسایه برای گسسته‌سازی دقیق میدان ورتیسیتی اولیه لازم بوده و این با فرضیه همگرایی

چگالی واحد محاسبه شده است. در این محاسبات طول دامنه برابر $X_{\max} = 5$ و $X_{\max} = 6$ به منظور محدود کردن با محاسباتی انتخاب شده است.

در شکل (۴) نمونه‌ای تابع تحریک برای ناپایدار کردن جریان و ایجاد اغتشاش اجباری در ساختار لایه برشی برحسب زمان ترسیم شده است [۹]. این تابع به صورت $f(t) = A_f \sin(2\pi f_f t) + A_s \sin(2\pi f_s t)$ با $f_s = f_f / 2$ تعریف می‌شود و برهم کنش گردابه‌ها را بیشتر می‌اندازد که در آن f_f فرکانس اصلی تحریک^۲، f_s فرکانس هارمونیک فرعی و A_f و A_s به ترتیب دامنه‌های مربوط است.



شکل ۴ تابع تحریکی که لایه برشی با آن نوسانی می‌شود [۹]

با استفاده از این تابع تحریک، لایه برشی در فرکانسهای نزدیک به بیشترین مد ناپایداری دچار اغتشاش می‌شود و اولین لایه ورتیسیتی ورودی به میدان حل مطابق $\Delta y = \varepsilon_f \sin(2\pi U_M t / \lambda^*) + \varepsilon_s \sin(\pi U_M t / \lambda^*)$ به نوسان درمی‌آید. Δy جابه‌جایی مرکز هر المان گردابه‌ای بر اثر تحریک اجباری است. t زمان و ε_f و ε_s به ترتیب دامنه‌های اصلی و هارمونیک فرعی هستند. λ^* طول موج بیشترین مد ناپایداری است. تحت اثر این تحریک در ابتدای صفحه جداکننده، لایه‌های ورتیسیتی به میدان جریان وارد

پر شود. با توجه به این شکاف به تعداد لازم المان برای ارضای بقای ورتیسیتی داخل می‌شوند. در شبیه‌سازی‌ها، گسسته‌سازی برای لایه برشی در ۵ تا ۷ لایه انجام شده و لایه برشی در جهت جریان رشد می‌کند. تعداد کل المانهایی که در هر مرحله به کار می‌رود معمولاً کمتر از ۱۰۰۰۰ است.

۴- نتایج و بحث

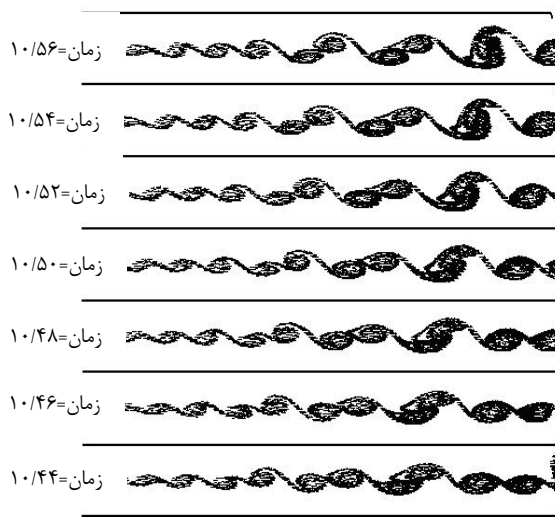
لایه برشی مغشوش، نوعی ناپیوستگی یکنواخت را بین دو جریان موازی با ویژگیهای متفاوت نشان می‌دهد که این دو جریان از انتهای یک صفحه جداکننده^۱ وارد می‌شوند و با هم درمی‌آمیزند. در دو طرف صفحه جداکننده دو لایه مرزی ایجاد می‌شود که حاصل از شرط عدم لغزش دو جریان بر روی آنها است. لایه اختلاط ناحیه‌ای است که به صورت دنباله از یکی شدن دو لایه مرزی به دست می‌آید و به صورت توزیع سرعت یکنواخت گسترش می‌یابد. طبیعت ناپایدار لایه برشی، به دلیل ناپایداری کلونین - هلمهولتز، سازوکاری را برای رشد اغتشاشات کوچک و تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس به دست می‌دهد. معمولاً این ساختارها با سرعت متوسط جریان U_M به سمت پایین دست حرکت می‌کنند و همچنین توسط سازوکارهای مختلف ناپایداری - مانند فرکانس‌های مرتبط با هارمونیک فرعی - هر دو و گاهی هر سه ساختارهای همسایه به صورت جفت درمی‌آیند و ساختارهای بزرگ شکل می‌گیرند و این کار به طور متناوب در جریان ادامه پیدا می‌کند.

در این تحقیق، پویایی‌های لایه اختلاط تحت اثر تحریک اجباری مورد مطالعه قرار گرفته و تکامل لایه‌های ورتیسیتی با نسبت سرعتی $R=2$ و $R=3$ و نسبت

2. Fundamental frequency
3. Sub-harmonic frequency

1. Splitter

این سه نوع گردابه را با توجه به نوع ناپایداری که شکل گرفته است، به گردابه‌های اصلی، گردابه‌های هارمونیک فرعی اول و گردابه‌های هارمونیک دوم تقسیم می‌کنند. دامنه اغتشاش موجب شده است که نتوان رشد ناحیه خطی و رشد ناحیه غیرخطی را به‌آسانی از یکدیگر تشخیص داد. واضح است که گردابه‌های بزرگ در فرکانس تحریک اجباری تبدیل می‌شوند. با توجه به شکل‌گیری لایه‌ها، فرایند جفت شدن در فاصله‌های دورتری در پایین دست اتفاق می‌افتد.



شکل ۵ بردارهای سرعت و موقعیت لحظه‌ای المان‌های گردابه‌ای برای لایه‌برشی با تحریک اجباری برای $\varepsilon_p = 0$ ، $\varepsilon_f = 0.01M^*$ ، نسبت سرعت $R = 3$ و تعداد ۵ لایه با طول دامنه محاسباتی ۶ در زمانهای مختلف

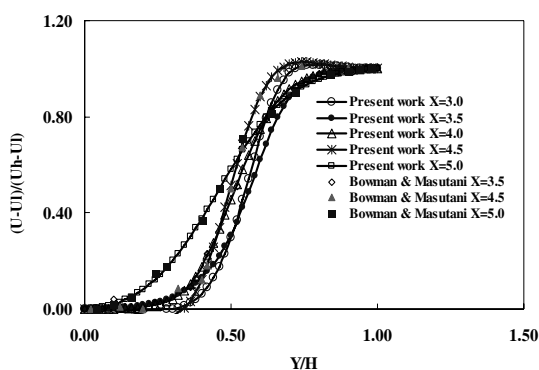
بنابراین وقتی این دامنه کوچک تحریک اجباری از افزایش نرخ دامنه اغتشاش ناتوان است، فرایند تبدیل گردابه‌ها را شکل و سازمان می‌دهد و رشد اغتشاشات هارمونیک فرعی را به تأخیر می‌اندازد. فرایند جفت شدن پس از حذف اثر این تحریک آغاز می‌شود.

می‌شوند. انتظار می‌رود که تحت اثر شرایط نیرویی، رشد و گسترش لایه برشی سازمان یافته‌تر باشد.

در شکل (۵) ساختار لایه‌ها برای $\varepsilon_p = 0$ ، $\varepsilon_f = 0.01M^*$ ، $M^* = 1.05$ ، نسبت سرعت $R = 3$ و تعداد ۵ لایه با طول دامنه محاسباتی ۶ ترسیم شده است منحنی‌ها به‌طور بسیار واضح و دقیق فرایند سوار شدن لایه‌های ورتیسیتی بر روی یکدیگر و همچنین جفت شدن گردابه‌ها را نشان می‌دهند. با توجه به این شکلها با رشد لایه برشی ساختارهای بزرگ گردابه‌ای شکل می‌گیرند. این گردابه‌ها به طرف پایین دست حرکت کرده و با جفت شدن، بر یکدیگر تاثیر می‌گذارند. در طی فرایند سوار شدن لایه‌های ورتیسیتی بر روی یکدیگر، لایه‌ها به سمت مرکز گردابه‌ای بزرگ جذب می‌شوند. در فرایند سوار شدن لایه‌ها بر روی یکدیگر، سیال از هر دو طرف داخل شده و آنچه در شکل مشاهده می‌شود، شکل می‌گیرد. از دید ناظر مرجع که با گردابه بزرگ حرکت می‌کند، نقطه مرکزی شکل ماریچ پیدا می‌کند. بین گردابه‌های بزرگ همسایه، نوعی ناحیه کشیدگی قوی گسترش می‌یابد که از ورتیسیتی تهی است. این ناحیه قیطانی را می‌توان به‌صورت حرکت موضعی نقطه‌ای زینی در نظر گرفت. در میدان سیال جدایشی بین دو جریان رخ می‌دهد که یکی به سمت چپ و دیگری به سمت راست با توجه به نقطه زینی حرکت می‌کنند. در پایین دست، فرایند روی هم سوار شدن لایه‌ها ادامه می‌یابد؛ تا وقتی که یک اغتشاش قوی، دو گردابه همسایه را وادار می‌سازد تا بصورت یک جفت گردابه در بیابند در مجموع در تمامی نمودارها تقریباً سه نوع گردابه در پنجره محاسباتی مشاهده می‌شود:

- گردابه‌هایی که به دلیل روی هم سوار شدن لایه ورتیسیتی شکل گرفته‌اند.
- گردابه‌هایی که به علت جفت شدن دو گردابه به‌وجود آمده‌اند.
- گردابه‌هایی که ناشی از جفت شدن دو جفت گردابه هستند.

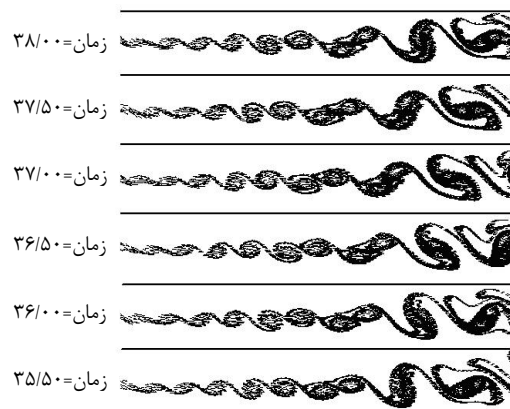
پروفیل‌های سرعت متوسط جریان در ۵ مقطع مختلف در شکل (۷) نشان داده شده و با نتایج آزمایشگاهی [۱۰] که با نمادها مشخص شده، مطابقت دارند. با توجه به شکل سرعت متوسط شده جریان به توزیع سرعت اولیه که به صورت تابع خطا بود، شباهت دارد و هرچه به سمت پایین دست می‌رویم، شیب نمودار کمتر می‌شود که دلیل آن، پدیده نفوذ ملکولی لایه‌ها در یکدیگر است.



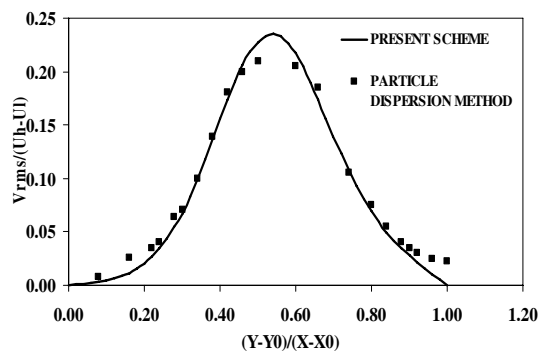
شکل ۷ پروفیل‌های سرعت متوسط جریان در مقاطع $X=3/0$, $X=3/5$, $X=4/0$, $X=4/5$ و $X=5/0$ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی Bowman و Masutani [۱۰] که با نمادها نشان داده شده است.

نمودار نوسانات سرعت متوسط در سرتاسر جریان در جهت جریان و عمود بر آن به ترتیب در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است. نمودار ۸ نیز با نتایج آزمایشگاهی همخوانی و مطابقت دارد؛ اما در شکل ۹ نوسانات سرعت متوسط با نتایج روش عددی دیگری مقایسه شده است [۱۱] که به علت دوبرندی بودن جریان، از نتایج آزمایشگاهی انحراف دارند (نتیجه آزمایشگاهی در شکل آورده نشده است). نوسانات سرعت در نتایج تجربی، حاصل اندرکنش در سه بعد است اما دوبرندی بودن شبیه‌سازی حاضر باعث این اختلاف می‌شود. نکته مهم

به منظور مطالعه ساختار لایه تحت اثر اغتشاشات با دامنه بزرگتر، رشد لایه به ازای $\varepsilon_s = 0$ ، $\varepsilon_f = 0.05R^*$ و $R^* = 1.0$ در شکل ۶ ترسیم شده است. ساختار لایه با حالات قبلی متفاوت است. در این شکل محدوده خطی وجود ندارد و اغتشاش فیزیکی ایجاد شده از هر گونه اغتشاشات تصادفی دیگر جلوگیری می‌کند و لایه، سریعاً با نزدیک شدن به فرکانس تحریک عکس‌العمل نشان می‌دهد. دامنه بزرگتر و بالاتر، جفت شدن بیشتر را به تأخیر می‌اندازد. همچنین ملاحظه می‌شود که با افزایش دامنه تحریک، حتی در نسبت‌های سرعت‌های پایین‌تر و زمان کمتر نسبت به حالت قبلی، ناپایداری با شدت و سرعت بیشتری آشکار می‌شود. همچنین به علت آشکار شدن سریع‌تر ناپایداری، طول محاسباتی کمتری نیز مورد استفاده قرار گرفته است. نتیجه بسیار مهمی که از این دو شکل به دست می‌آید آن است که در حالت تحریک اجباری بر خلاف حالت غیراجباری، رشد لایه‌ها و ناپایداری به هیچ وجه خطی نیست و طبیعتی کاملاً غیرخطی دارد.

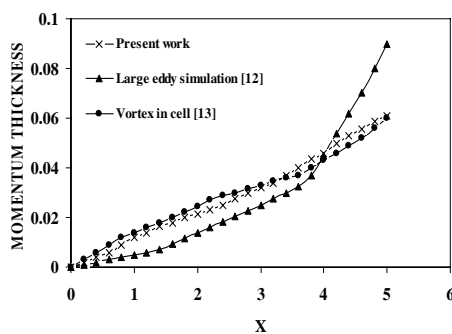


شکل ۶ بردارهای سرعت و موقعیت لحظه‌ای المان‌های گردابه‌ای برای لایه‌برشی با تحریک اجباری برای $\varepsilon_s = 0$ ، $\varepsilon_f = 0.05R^*$ ، $R^* = 1/5$ ، نسبت سرعت $R = 2$ و تعداد ۵ لایه با طول دامنه محاسباتی ۵ در زمانهای مختلف



شکل ۹ پروفیل‌های سرعت نوسانی در جهت عمود بر جریان در مقطع $X=4/0$ و مقایسه آن با سایر روش‌های عددی دیگر [۱۱].

شکل ۱۰ ضخامت مومنتم متوسط لایه برشی، θ را نشان می‌دهد. نتایج حاصل از روش المان گردابه‌ای با نتایج به‌دست آمده از دو روش عددی دیگر در یک مقطع خاص مقایسه شده است.



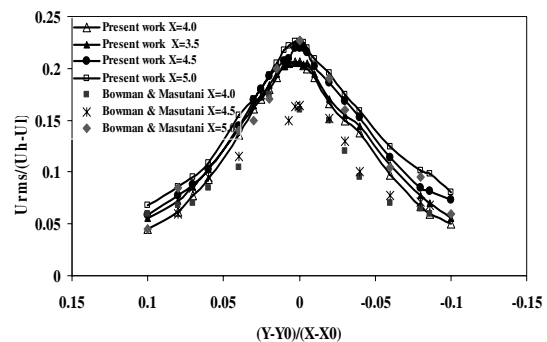
شکل ۱۰ ضخامت مومنتم متوسط برای لایه برشی مکانی. نتایج LES از [۱۲] و نتایج VIC از [۱۳] انتخاب شده است.

در این شکل ضخامت مومنتم متوسط لایه بدست آمده از روش‌های شبه‌سازی گردابه‌های بزرگ [۱۲] و VIC [۱۳] نشان داده شده است. نتیجه بدست آمده از تحقیق حاضر تقریباً با نتیجه روش VIC یکسان می‌باشد.

1. Large Eddy Simulation
2. Vortex In Cell

دیگر در اینجا آن است که میزان نوسانات در این حالت بیشتر از حالت آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌شود؛ زیرا پخش انرژی به جای سه بعد در دو بعد انجام می‌شود. همچنین بیشترین نوسانات بر روی خط مرکزی جریان اتفاق می‌افتد و هرچه به سمت بالا و پایین جریان برویم، به‌علت کمتر شدن اندرکنش بین لایه‌ها از میزان نوسانات نیز کاسته می‌شود. از مقایسه نتایج به‌دست آمده برای پروفیل‌های سرعت متوسط جریان (شکل ۷) و نوسانات سرعت متوسط (شکل ۹) با نتایج آزمایشگاهی، این نکته کاملاً مشهود است که به‌علت غالب بودن سرعت در جهت جریان نسبت به جهت عمود بر جریان، تأثیر بعد سوم بر آن کمتر است؛ لذا نتایج به‌دست آمده با نتایج آزمایشگاهی تقریباً یکسان است.

لازم است تأکید شود که نوسانات سرعت، نتیجه نا یکنواختی و بی‌ثباتی جریان است. این نا یکنواختی و بی‌ثباتی از ناپایداری جریان ناشی می‌شود و ارتباطی با شرایط مرزی که دائم و پایدار هستند، ندارد. این ناپایداری‌ها و نا یکنواختی، به افزایش برهم‌کنش دو جریان از طریق شارهای نوسانی منجر می‌شود.



شکل ۸ پروفیل‌های سرعت نوسانی در جهت جریان در مقاطع $X=3/0$ ، $X=4/0$ ، $X=4/5$ و $X=5/0$. مقایسه با نتایج آزمایشگاهی Bowman و Masutani [۱۰] که با نمادها نشان داده شده است.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق جریان لایه برشی با اعمال تحریک، به روش المان گردابه‌ای حل شده و نتایج زیر به دست آمده است:

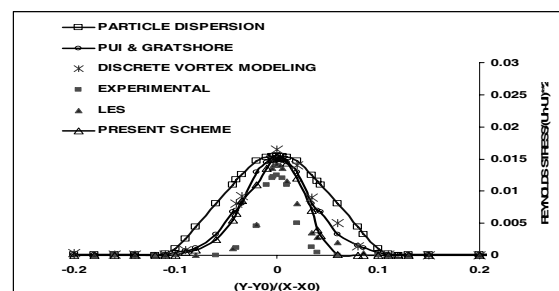
۱- فرایندهای دینامیکی اصلی که موجب گسترش و رشد لایه برشی می شوند، سوار شدن لایه‌های ورتیسیته اولیه بر روی یکدیگر و غلتیدن و وارد شدن این لایه‌ها به داخل ساختارهای گردابه‌ای مقیاس بزرگ بعد از یک تأخیر اولیه می شود که علت آن تقویت اغتشاشات کوچک موجود در لایه است و در ادامه با تشکیل گردابه‌ها و جفت شدن این گردابه در پایین دست ادامه می یابد. بیشترین فرکانس تبدیل و دفع گردابه‌ها در فرکانسی نزدیک به فرکانس بیشترین مد ناپایداری است. فرایند جفت شدن گردابه‌ها به صورت سوار شدن دو گردابه همسایه و به وجود آمدن یک جفت گردابه و ایجاد شدن یک ناپایداری هارمونیک فرعی تعریف می شود. در بیشتر حالتها جفت شدن بین دو گردابه رخ می دهد و عموماً فرایند جفت شدن بین دو جفت گردابه در زمانهای مختلف کمتر اتفاق می افتد. فرایند جفت شدن جفت گردابه‌ها در پایین دست تکرار می شود و گردابه‌ای بزرگ حاصل از دو جفت گردابه شکل می گیرد. فرایندهای سوار شدن لایه‌ها بر روی یکدیگر و همچنین تشکیل جفت گردابه‌ها، موجب رشد ضخامت لایه برشی در پایین دست می شود.

۲- تحریک لایه برشی با دامنه‌های کوچک باعث می شود که بدون مشاهده رشد اولیه در ناحیه خطی، گردابه‌ها در فرکانس تحریک اجباری در پایین دست صفحه جدا کننده تبدیل شوند. این مسأله نشانگر این واقعیت است که لایه به شکل جریان ناپایدار خطی بوده که به اغتشاشات بسیار کوچک در یک محدوده فرکانسی وابسته است. با این حال اگر تابع تحریک اجباری نزدیک به فرکانس ناپایدارترین مد باشد، تابع تحریک فرایند جفت شدن را به تأخیر می اندازد و مانع رشد پایین دست

روش LES نیز تا مقطع $X=4$ مقدار کمتری از این دو روش را بدست می دهد، ولی از این طول به بعد رشد نمودار آن سریعتر شده و مقدار ضخامت ممتوم متوسط لایه بیشتر از دو روش دیگر می باشد.

رشد ضخامت لایه ممتوم در لایه برشی بعلاوه غلتیدن لایه‌های ورتیسیته در یکدیگر و فرایند جفت شدن گردابه‌ها می باشد که بواسطه فرکانسهای غالب جریان، نحوه شکل گیری و جفت شدن گردابه‌ها نیز متفاوت خواهد بود؛ لذا رشد ضخامت ممتوم متغیر می باشد. هرچه دامنه و فرکانس تحریک افزایش یابد چون نرخ جفت شدن گردابه‌ها نیز افزایش می یابد به تبع آن ضخامت ممتوم نیز بیشتر می شود.

در شکل (۱۱)، نمودار متوسط زمانی تنش برشی رینولدز رسم شده است. نتیجه حاصله با چهار روش عددی و همچنین با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. با توجه به نمودارها می توان مشاهده کرد که نتایج حاصله از دو روش حاضر و LES به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر بوده و جوابهای دقیق تری نسبت به سایر روشها بدست می دهند. همان طور که مشاهده می شود میزان تنش برشی رینولدز در هنگام نزدیک شدن به دو جریان بالا و پایین به سرعت به صفر نزدیک می شود و بیشترین مقدار در خط مرکزی اتفاق می افتد.



شکل ۱۱ نمودار متوسط زمانی تنش برشی رینولدز در مقطع $X=5/0$ و مقایسه آن با نتایج حاصل از چند روش مختلف. نتایج عددی LES از [۱۲] و اندازه گیری‌های آزمایشگاهی از [۱۰]، و سایر نتایج عددی از [۱۴].

فرکانس اصلی تحریک	f_f	لایه می‌شود؛ همچنین در این حالت فرکانس‌های مختلفی
فرکانس هارمونیک فرعی	f_s	در ناپایدار شدن لایه دخیل هستند که مانع رشد خطی آن
دامنه فرکانس اصلی تحریک	A_f	می‌شود و مهمترین آنها فرکانس اجباری تحریک است.
دامنه فرکانس هارمونیک فرعی	A_s	۳- با افزایش نسبت سرعت، میزان نیروی برشی بین
دامنه اصلی	\mathcal{E}_f	لایه‌ها افزایش می‌یابد و لایه‌ها ناپایدارتر می‌شوند، لذا
دامنه هارمونیک فرعی	\mathcal{E}_s	جریان زودتر به هم می‌ریزد و جریان آشفته می‌شود.
طول موج بیشترین مد ناپایداری	λ^*	۴- با افزایش دامنه تحریک، حتی در نسبتهای سرعت
جابه‌جایی مرکز المان	Δy	پایین‌تر و زمان کمتر، ناپایداری با شدت و سرعت بیشتری
ضخامت مومتم	θ	آشکار می‌شود. همچنین به‌علت آشکار شدن سریعتر
		ناپایداری، طول محاسباتی کمتری نیز می‌تواند مورد
		استفاده قرار گیرد.

۷- مراجع

- [1] Batchelor, G. K., An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge university press, 2002.
- [2] Chorin A.J., "Numerical study of slightly viscous flow", Journal of fluid mechanics, Vol 57, PP 785-796, 1973.
- [3] Chorin, A. J., "Vortex sheet approximation of boundary layer", Journal of Computational Physics, vol. 27, pp. 428-442, 1978.
- [4] Ghoniem, A .F. and Heidarnejad, Gh., "Numerical simulation of a reacting shear layer using the transport element method", AIAA Journal, San Diego, California, 1987.
- [5] Ghoniem, A .F. and Ng, K. K., "Numerical study of a dynamics of a shear layer", Journal of Computational Physics, vol. 30, pp. 706-721, 1988.

۵- وجود فرکانس اجباری و تحمیل آن به لایه برشی به‌ویژه اگر به فرکانس طبیعی دفع گردابه‌ها نزدیک باشد، از رشد بی‌سازمان لایه جلوگیری کرده و رشد خطی و تصادفی^۱ اغتشاشات در لایه برشی کمتر دیده می‌شود؛ در عوض تشکیل بزرگ ساختارهای آشفته با نظم بیشتری انجام می‌شود.

۶- فهرست علائم

ω	چرخش
u	بردار سرعت
n	بردار عمود بر سطح
t	زمان
Γ	سیرکولاسیون
Re	عدد رینولدز
H	ارتفاع کانال
U_M	سرعت متوسط
δ	شعاع هسته المان
R	نسبت سرعت

- [11] Ows, X. Yang, N. H. Thomas, L. J. Guo., "Particle dispersion in organized vortex structures within turbulent free shear". Chemical Engineering Science 55 (2000) 1305-1324.
- [12] W.B. Yang, H.Q. Zhang, C.K. Chan, W.Y. Lin., "Large eddy simulation of mixing layer". Journal of Computational and Applied Mathematics 163 (2004) 311-318.
- [13] Reinaud, J. L. Joly P. C., "Numerical Simulation of a Variable-Density Mixing-Layer" ESAIM: Proceedings, Vol. 7, 1999, 359-368 Third International Workshop on Vortex method.
- [14] Soteriou. M.C., "Numerical study of turbulent combustion in a shear layer", PHD Thesis in MIT, 1991.
- [6] Ghoniem, A .F. and Gangon, Y., "Vortex simulation of laminar recirculating flow", Journal of Computational Physics, vol. 68, p. 346, 1987.
- [7] Frank M. White, "Viscous fluid flow", McGraw-Hill, 1974.
- [8] Heidarinejad G., "Vortex simulation of the reacting shear layer", PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology (MIT), February 1989.
- [9] Ghoniem, A.F. and Oppenheim, A.K. "Numerical solution of the problem of flame propagation by the random element method, " AIAA Journal , Vol. 22, No. 10 ,1984 , PP. 1429-1435.
- [10] Masutani, S.M., Bowman, C.T., "The structure of a chemically reacting Plane mixing layer," J. Fluid Math., Vol. 127, 1986 , PP. 93-126.