



## بهبود رفتار ارتعاشی صفحه ساندویچی با لایه‌های کامپوزیتی متعامد با استفاده از لایه الاستومر هوشمند

محمد حسین زاده<sup>1</sup>، جلیل رضایی پزند<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
\* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، jrezaeep@um.ac.ir

### چکیده

در این مقاله، تحلیل فرکانسی صفحه ساندویچی هوشمند با استفاده از روش المان محدود مورد بررسی قرار می‌گیرد. این صفحه ساندویچی از دو لایه الاستیک کامپوزیتی با لایه‌های متعامد و یک لایه میانی الاستومر مگنتورئولوژیکال (MRE) تشکیل شده است. الاستومر مگنتورئولوژیکال ماده‌ای هوشمند است که خصوصیات آن با اعمال میدان مغناطیسی قابل کنترل بوده و زمان پاسخ دهی آن به میدان مغناطیسی بسیار کوتاه است. از این ویژگی می‌توان به منظور بهبود رفتار یک سازه استفاده نمود. به منظور مدل سازی صفحه ساندویچی با لایه میانی الاستومر مگنتورئولوژیکال از یک مدل بردار برای نمایش رفتار ماده الاستومر استفاده شده است که رفتار پیش از تسلیم ماده الاستومر هوشمند را ارائه می‌دهد. در مطالعه کنونی، تاثیر پارامترهای مختلفی از قبیل شدت میدان مغناطیسی اعمال شده به لایه الاستومر، نحوه قرارگیری لایه‌ها در صفحات الاستیک موجود در دو طرف لایه هوشمند و شرایط مرزی مختلف روی فرکانسها و ضرایب اتلاف مودال صفحه ساندویچی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به بررسی‌های انجام شده، مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن مقادیر و شرایط خاص برای شدت میدان مغناطیسی، چیدمان لایه‌های کامپوزیتی و شرایط مرزی می‌توان به وضعیت مطلوبی برای صفحه ساندویچی دست یافت، به گونه‌ای که نیازهای طراحی برآورده شود.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 27 بهمن 1392  
پذیرش: 13 اردیبهشت 1393  
ارائه در سایت: 06 مهر 1393  
کلید واژگان:  
صفحه ساندویچی  
الاستومر مگنتورئولوژیکال  
تحلیل فرکانسی  
المان محدود

## Improvement of the vibrational behavior of the cross ply laminated sandwich plate by smart elastomeric layer

Mohammad Hoseinzadeh<sup>1</sup>, Jalil Rezaeepazhand<sup>2\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran.  
2- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran.  
\* P.O. B. 91775-1111 Mashhad, Iran, jrezaeep@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 February 2014  
Accepted 03 May 2014  
Available Online 28 September 2014

**Keywords:**  
Sandwich plate  
Magnetorheological elastomer (MRE)  
Frequency analysis  
Finite element method

### ABSTRACT

In the present study, the frequency analysis of a smart sandwich plate is investigated using the finite element method. The sandwich plate is consisted of a magnetorheological elastomer (MRE) layer between two cross ply composite elastic faces. MRE is a smart material with controllable properties and a short time response when subjected to a magnetic field. This property can be used for improvement of the dynamic behavior of the structure. To model the sandwich plate with MRE layer, a complex shear modulus is used to show the pre-yield behavior of MRE layer. In this study, effect of imperative parameters are discussed. In the present paper, the effect of different parameters such as applied magnetic field, the stacking sequences of the cross ply laminated faces in the sandwich plate and applying different boundary conditions on the natural frequencies and modal loss factors of the smart sandwich plate with MRE is investigated. The results show that considering special value for magnetic field, the stacking sequences of the composite layers of the sandwich plate and the boundary condition of the sandwich structure can lead to the satisfactory design of the sandwich plate.

این ذرات معلق که ذراتی مغناطیس شونده هستند در یک ماتریس پلیمری قرار داده شوند، موادی تحت عنوان الاستومر ام-آر<sup>2</sup> به وجود می‌آید که از این مواد می‌توان در کاربردهای بسیاری بهره گرفت. به عنوان مثال از این مواد می‌توان در ذخیره کننده داده‌ها<sup>3</sup>، تونرهای چاپگر حرارتی<sup>4</sup> و آهنرباهای

2- Magnetorheological elastomer (MRE)  
3- Data storage media  
4- Heat activated printing toner

### 1- مقدمه

مواد مگنتورئولوژیکال<sup>1</sup> مواد هوشمندی هستند که با اعمال میدان مغناطیسی خصوصیات آنها تغییر می‌کند. در واقع این مواد، ذرات معلق در سیال لزج غیر قطبی شونده هستند که قابلیت قطبی شدن تحت تاثیر میدان مغناطیسی را داشته و رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهند. در صورتی که

1- MR materials

Please cite this article using:

M. Hoseinzadeh, J. Rezaeepazhand, Improvement of the vibrational behavior of the cross ply laminated sandwich plate by smart elastomeric layer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 47-58, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

لایه‌های کامپوزیتی مدل شد و تغییر شکل برشی ناشی از لایه میانی سیال مگنتورئولوژیکال در نظر گرفته نشد.

با وجود مطالعات انجام شده روی مواد الاستومر ام-آر توسط سایر محققین، تحلیل فرکانسی و میرایی صفحه ساندویچی کامپوزیتی با لایه میانی الاستومر ام-آر، به‌صورت تحلیل شده در مقاله حاضر مورد بررسی قرار نگرفته است. در مطالعه کنونی، چهار فرکانس اول صفحه ساندویچی کامپوزیتی با لایه میانی الاستومر ام-آر و ضرایب اتلاف مودال<sup>8</sup> متناظر با فرکانس‌ها با استفاده از روش المان محدود به‌دست می‌آید. با توجه به خصوصیات ذاتی الاستومر ام-آر، این ماده بر اساس رفتار پیش از تسلیم لایه الاستومر عمل می‌کند. بنابراین، برای نمایش رفتار الاستومر هوشمند از یک مدل برشی مختلط استفاده شده است. پارامترهای مختلفی از قبیل شدت میدان مغناطیسی، تعداد لایه‌ها و چیدمان لایه‌های صفحات کامپوزیتی و همچنین شرایط مرزی مختلف صفحه ساندویچی تاثیر قابل توجهی بر تغییرات فرکانس‌ها و ضرایب اتلاف مودال صفحه ساندویچی هوشمند دارد. بنابراین در تحلیل‌های صورت گرفته، تاثیر این پارامترها روی فرکانس‌ها و ضرایب اتلاف مودال سازه ساندویچی هوشمند مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## 2- مدل سازی صفحه ساندویچی

در این بخش، سعی بر آن است که روابط المان محدود صفحه ساندویچی ارائه شود. بدین منظور، ابتدا مدل رفتار پیش از تسلیم ماده الاستومر ام-آر مطرح می‌شود. سپس، معادلات المان محدود صفحه ساندویچی به‌دست می‌آید.

### 2-1- مدل رفتار پیش از تسلیم الاستومر ام-آر

در ناحیه پیش از تسلیم، ارتباط بین تنش برشی  $\tilde{T}_{MRE}$  و کرنش برشی  $\tilde{Y}_{MRE}$  در لایه الاستومر با مدل برشی مختلط  $G^*$  به‌صورت رابطه (1) برقرار می‌شود [15]:

$$\tilde{T}_{MRE} = G^* \tilde{Y}_{MRE} \quad (1)$$

که در آن طبق رابطه (2)،

$$G^* = G' + iG'' \quad (2)$$

که  $i = \sqrt{-1}$ . در این رابطه،  $G'$  و  $G''$ ، به‌ترتیب مدل ذخیره<sup>9</sup> و مدل اتلاف<sup>10</sup> نامیده می‌شود.  $G'$  متناسب است با میانگین انرژی ذخیره شده بر واحد حجم ماده در یک سیکل تغییر شکل، در حالی که  $G''$  نشان دهنده انرژی تلف شده بر واحد حجم این ماده در یک سیکل می‌باشد. مقادیر  $G'$  و  $G''$  بر حسب تابعی از میدان مغناطیسی بر حسب گوس ( $G$ ) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$G'(G) = -3.3691G^2 + 4997.5G + 0.873 \times 10^6$$

$$G''(G) = -0.9G^2 + 0.8124 \times 10^3 G + 0.1855 \times 10^6$$

### 2-2- مدل المان محدود صفحه ساندویچی با لایه میانی الاستومر ام-آر

به‌منظور دستیابی به روابط المان محدود صفحه ساندویچی با لایه میانی هوشمند الاستومر ام-آر، فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شود:

- از لغزش‌های احتمالی بین لایه‌های الاستیک در بالا و پایین و لایه میانی صرف‌نظر شده است.

دائمی انعطاف پذیر استفاده نمود. البته لازم به‌ذکر است که تاکنون کاربردهای متنوعی از این نوع مواد هوشمند ذکر نشده است، اما بدیهی است که ویژگی‌های منحصربفرد این مواد، کاربردهای آن‌ها را روز به روز افزایش خواهد داد. یکی از ویژگی‌های قابل توجه مواد الاستومری این است که این مواد قادر به تحمل کرنش‌های بالا هستند بدون آن که کارایی خود را از دست بدهند. برخی از کاربردهای دیگر که می‌توان برای الاستومرهای ام-آر مطرح کرد، به‌کارگیری این مواد در عایق‌های با مدول متغیر (به‌واسطه اعمال میدان مغناطیسی)، جاذب‌های ارتعاشی قابل تنظیم تطبیقی<sup>1</sup> و جداسازهای ارتعاشی با سفتی قابل تنظیم<sup>2</sup> (به‌واسطه اعمال میدان مغناطیسی) می‌باشد [1]. وقتی که ذرات مغناطیس شونده با ماده الاستومر ترکیب می‌شوند، در مجاورت میدان مغناطیسی، سفتی دینامیکی<sup>3</sup> ترکیب حاصل افزایش می‌یابد. بدیهی است که با متوقف شدن میدان، رفتار ماده ترکیبی به حالت اول بر می‌گردد. در واقع الاستومرهای ام-آر موادی هستند دارای ذراتی با قابلیت مغناطیس شدن که به‌صورت زنجیره‌هایی در حامل‌هایی از جنس الاستومر از قبیل لاستیک‌های سیلیکونی<sup>4</sup> یا لاستیک‌های طبیعی قرار گرفته‌اند. لازم به‌ذکر است که این مواد بر اساس ناحیه پیش از تسلیم رفتار می‌کنند [2].

برخی از مطالعات انجام شده روی مواد الاستومر ام-آر در ادامه ذکر می‌شود. شن و همکاران [3] دو نوع الاستومر ام-آر را ساخته و ارتباط بین تنش و کرنش آن‌ها را به‌صورت تجربی مورد بررسی قرار دادند. خصوصیات الاستیک و میرایی الاستومر ام-آر توسط کالیو [4] مورد بررسی قرار گرفت. دنگ و همکاران [5] از الاستومر ام-آر به‌عنوان یک جاذب ارتعاشی قابل تنظیم تطبیقی<sup>5</sup> استفاده کردند. خصوصیات دینامیکی تیر ساندویچی با پوسته‌های رسانا در قسمت‌های بالا و پایین و یک لایه میانی متشکل از مواد نرم و ماده الاستومر ام-آر توسط زو و ونگ [6] مورد بررسی قرار گرفت. دنگ و گنگ [8,7] یک جاذب ارتعاشی قابل تنظیم تطبیقی را ارائه کردند که در آن از الاستومر ام-آر استفاده شده بود. تغییر خصوصیات فرکانسی این جاذب نسبت به اعمال میدان‌های مغناطیسی مختلف با استفاده از مدل دو قطبی اصلاح شده<sup>6</sup>، بررسی و تحلیل شد. تحلیل، ساخت و بررسی خصوصیات الاستومرهای ام-آر توسط زنگ و همکاران [9] به‌صورت تجربی انجام شد. نی و همکاران [10] با به‌کارگیری مواد الاستومر ام-آر در دیوارها و کف‌های کامپوزیتی، کنترل ارتعاشات اتفاقی این سازه‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. هیو و همکاران [11] پس از ساخت یک تیر ساندویچی با صفحات آلومینیومی و لایه میانی الاستومر ام-آر، رفتار ارتعاشی آن را به ازای اعمال میدان‌های مغناطیسی کوچک بررسی کردند. نایاک و همکاران [12] رفتار ارتعاش آزاد و اجباری تیرهای ساندویچی سه لایه با لایه میانی الاستومر ام-آر را با استفاده از روش المان محدود مورد بررسی قرار دادند. تحلیل ارتعاشی و رفتار میرایی صفحه ساندویچی با لایه میانی الاستومر ام-آر توسط یه [13] صورت گرفت. به‌تازگی، فتاحی و ذبیح‌الله [14] ارتعاشات صفحه کامپوزیتی با لایه میانی سیال مگنتورئولوژیکال<sup>7</sup> را به ازای اعمال یک میدان مغناطیسی مشخص مورد بررسی قرار دادند. در این تحلیل، لایه میانی مانند سایر

1- Adaptive tuned vibration absorbers

2- Stiffness tunable isolation mounts

3- Dynamic stiffness

4- Silicon rubber

5- Adaptive tuned vibration absorber

6- Modified dipole model

7- Magnetorheological fluid

8- Modal loss factor

9- Storage modulus

10- Loss modulus

به‌منظور یافتن معادله حرکت صفحه ساندویچی کامپوزیتی با هسته الاستومر ام-آر، اصل همیلتون مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین، بایستی انرژی جنبشی  $(T)$ ، انرژی کرنشی  $(V)$  برای سه لایه صفحه ساندویچی به‌دست آید. رابطه انرژی کرنشی مربوط به صفحات کامپوزیتی در دو طرف لایه الاستومر ام-آر (لایه‌های 1 و 3) را می‌توان به‌صورت رابطه (5) نوشت:

$$V_1 + V_3 = \sum_{p=1,3} \left( \frac{1}{2} \int_A \left\{ \begin{matrix} \bar{\varepsilon}^0 \\ \bar{\kappa} \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \bar{\varepsilon}^0 \\ \bar{\kappa} \end{matrix} \right\} dA \right) \quad (5)$$

که  $A_{ij}$ ،  $B_{ij}$  و  $D_{ij}$  به‌ترتیب بیانگر مولفه‌های ماتریس سفتی کششی<sup>2</sup>، کوپلینگ کشش-خمش<sup>3</sup> و سفتی خمشی<sup>4</sup> می‌باشد. حال با قرار دادن روابط (3) و (4) در رابطه (5) و در نظر گرفتن تبدیل ژاکوبین بین مختصات محلی  $s-t$  و مختصات مرجع  $x-y$  (شکل 1) می‌توان رابطه (6) را نوشت:

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{\varepsilon}^0 \\ \bar{\kappa} \end{matrix} \right\}_p = \begin{bmatrix} R & \bar{0} \\ \bar{0} & S \end{bmatrix}_p \left\{ \begin{matrix} \bar{q} \\ \bar{q} \end{matrix} \right\}, p=1,3$$

$$[R]_1 = \begin{bmatrix} 1/a(\partial/\partial s) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/b(\partial/\partial t) & 0 & 0 & 0 \\ 1/b(\partial/\partial t) & 1/a(\partial/\partial s) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [N]$$

$$[R]_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/a(\partial/\partial s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/b(\partial/\partial t) & 0 \\ 0 & 0 & 1/b(\partial/\partial t) & 1/a(\partial/\partial s) & 0 \end{bmatrix} [N]$$

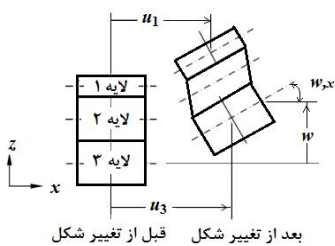
$$[S]_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1/a^2(\partial^2/\partial s^2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/b^2(\partial^2/\partial t^2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2/(ab)(\partial^2/\partial s \partial t) \end{bmatrix} [N] = [S]_3 \quad (6)$$

که در این روابط،  $a$  و  $b$  به‌ترتیب بیانگر نصف طول و نصف عرض صفحه ساندویچی هوشمند می‌باشد. در شکل 2 پیکربندی مقطع صفحه ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل نشان داده شده است.

تغییر شکل برشی در لایه الاستومر ام-آر را می‌توان با در نظر گرفتن رابطه تغییر مکان-کرنش در این لایه و با توجه به ارتباط هندسی بین  $u_1$ ،  $u_3$ ،  $v_1$ ،  $v_3$  و  $w_x$ ،  $w_y$ ، که در شکل 2 نشان داده شده است (در بعد  $yz$  نیز مدل مشابهی در نظر گرفته شده است)، به‌صورت رابطه (7) بیان نمود [16]:

$$\tilde{\gamma}_{MRE} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}_2 = \frac{1}{h_2} \begin{Bmatrix} u_1 - u_3 \\ v_1 - v_3 \end{Bmatrix} + \frac{d}{h_2} \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix} \quad (7)$$

که  $d = h_2 + (h_1 + h_3)/2$  و  $h_1$ ،  $h_2$ ،  $h_3$  به‌ترتیب ضخامت لایه‌های 1، 2 و 3 است. رابطه (7) را می‌توان با استفاده از رابطه (4) و در نظر گرفتن اثرات ژاکوبین تبدیل مختصات  $x-y$  به مختصات محلی  $s-t$  به شکل رابطه (8) نوشت:



شکل 2 پیکربندی مقطع صفحه ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل

- فرض شده است که در هر سطح مقطعی از ساختار ساندویچی، تغییر مکان در جهت محور  $Z$  ( $w$ ) برای هر سه لایه برابر باشد.
- تنها تنش برشی برای لایه میانی در نظر گرفته شده است.

برای دستیابی به روابط حاکم بر مدل المان محدود صفحه ساندویچی کامپوزیتی با هسته الاستومر ام-آر، از یک المان مستطیلی چهار گرهی با هفت درجه آزادی در هر گره استفاده شده که در شکل 1 (الف) نشان داده شده است. شکل 1 (ب) نیز نحوه اعمال میدان مغناطیسی به صفحه ساندویچی هوشمند را با استفاده از آهنربای دائمی نشان می‌دهد. بدیهی است که با تغییر فاصله های  $y_1$  و  $y_2$  می‌توان به میدان‌های مغناطیسی با شدت‌های متفاوت دست یافت. بر اساس شکل 1،  $u'_p$ ،  $v'_p$  و  $w'$  همچنین،  $w_x$  و  $w_y$  به ترتیب بیانگر دوران حول محورهای  $y$  و  $x$  است.

روابط تغییر مکان-کرنش<sup>1</sup> دو لایه احاطه کننده هسته هوشمند (لایه‌های 1 و 3 مطابق شکل 2) به‌صورت رابطه (3) بیان می‌شود:

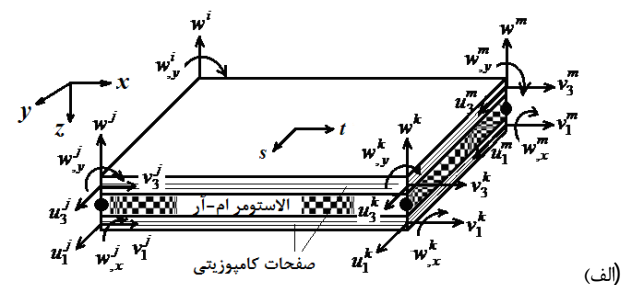
$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{matrix} \right\}_p = \left\{ \begin{matrix} u_x \\ v_y \\ u_y + v_x \end{matrix} \right\}_p - Z_l \left\{ \begin{matrix} w_{lxx} \\ w_{lyy} \\ 2w_{lxy} \end{matrix} \right\}_p = \bar{\varepsilon}^0_p - Z_l \bar{\kappa}_p \quad (3)$$

$i=1, \dots, n$  و  $p=1, 3$

که  $n$  نشان دهنده تعداد لایه‌ها است. بردار تغییر مکان المان را می‌توان به‌صورت رابطه (4) نوشت:

$$\left\{ \begin{matrix} u_p \\ v_p \\ w \end{matrix} \right\} = [N] \bar{q} = \begin{bmatrix} N_{u_p} \\ N_{v_p} \\ N_w \end{bmatrix} \bar{q}, p=1, 3 \quad (4)$$

$\bar{q} = \{ u'_p, v'_p, w', w'_x, w'_y \}^T$ ،  $l=1, \dots, 4$  که در آن،  $[N]$  یک ماتریس  $5 \times 28$  و  $\bar{q}$  بردار درجات آزادی المان می‌باشد.  $N_{u_p}$ ،  $N_{v_p}$  و  $N_w$  ( $p=1, 3$ ) ماتریس‌های تابع شکل به‌ترتیب متناظر با جابجایی‌های  $u_p$ ،  $v_p$  ( $p=1, 3$ ) و  $w$  است.



شکل 1 (الف) المان صفحه ساندویچی با هسته الاستومر ام-آر و با هفت درجه آزادی در هر گره (ب) اعمال میدان مغناطیسی به صفحه ساندویچی هوشمند با استفاده از آهنربای دائمی

2- Extensional  
3- Bending-extensional coupling  
4- Bending

1- Strain-displacement relations

$$[M^e] = \int_A \left\{ \sum_{p=1,3} \{ \rho_p h_p (N_{u_p}^T N_{u_p} + N_{v_p}^T N_{v_p} + N_w^T N_w) \} \right\} dA + \int_A \{ I_1 N_w^T N_w + I_2 \bar{D}_2^T \bar{D}_2 \} dA$$

در روابط به‌دست آمده برای انرژی کرنشی و انرژی جنبشی صفحه ساندویچی هوشمند، مشاهده می‌شود که اثرات میرایی ناشی از لایه الاستومر ام-آر منجر به تغییر ماتریس سفتی صفحه ساندویچی می‌شود (تغییر  $G$  در اثر اعمال میدان مغناطیسی). دلیل این رویداد این است که در مدل‌سازی لایه الاستومر ام-آر، رفتار پیش از تسلیم این ماده ملاک عمل قرار گرفته است. با به‌کارگیری اصل همپلتون و قرار دادن روابط انرژی جنبشی و انرژی کرنشی صفحه ساندویچی در رابطه همپلتون، معادله حاکم بر المان صفحه به‌دست می‌آید که با سر هم کردن ماتریس‌های المانی، این معادله به‌صورت رابطه (16) در خواهد آمد:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = \{0\} \quad (16)$$

با توجه به این که مدول برشی ناشی از لایه الاستومر ام-آر یک عبارت مختلط است، بنابراین، ماتریس سختی در معادله حاکم به‌دست آمده برای صفحه ساندویچی دارای جملات مختلط می‌باشد. از آن‌جایی که معادله حاکم یک مساله مقدار ویژه<sup>1</sup> است، با استفاده از مقادیر ویژه مختلط حاصله ( $\lambda$ )، می‌توان فرکانس‌ها ( $\omega$ ) و ضرایب اتلاف مودال ( $\eta$ ) را از رابطه (17) به‌دست آورد:

$$\omega = \sqrt{\text{Re}(\lambda)} \quad \eta = \frac{\text{Im}(\lambda)}{\text{Re}(\lambda)} \quad (17)$$

### 3- بحث و بررسی پارامتری

به‌منظور تحلیل فرکانسی صفحه ساندویچی کامپوزیتی با لایه میانی الاستومر ام-آر، یک صفحه ساندویچی مربعی با عرض و طول مساوی 0/3 متر و با شرایط مرزی متفاوت در چهار لبه آن در نظر گرفته شده است. لایه‌های کامپوزیتی متعامد<sup>2</sup> هستند که خصوصیات این لایه‌ها و لایه الاستومر ام-آر در جدول 1 آورده شده است.

همان‌طور که در بخش‌های قبلی ذکر شد، در تحلیل‌های انجام شده به روش المان محدود از یک المان ساندویچی چهار گرهی با هفت درجه آزادی در هر گره استفاده شده است. به‌منظور همگرایی نتایج تحلیل فرکانسی صفحه ساندویچی هوشمند، در مدل اجزای محدود صفحه از 64 المان به‌صورت  $8 \times 8$  استفاده شد.

در این مقاله، شرایط مرزی متفاوتی برای لبه‌های صفحه ساندویچی در نظر گرفته شده است. شرط مرزی مفصلی ساده (S) برای لبه‌های موازی با محور X به صورت  $u_1 = u_3 = w = w_x = 0$ ، شرط مرزی مفصلی ساده (S) برای لبه موازی با محور Y به صورت  $v_1 = v_3 = w = w_y = 0$ ، شرط مرزی گیردار (C) برای لبه موازی با محور X به صورت  $u_1 = u_3 = w = w_x = 0$  و شرط مرزی گیردار (C) برای لبه موازی با محور Y به صورت  $v_1 = v_3 = w = w_x = w_y = 0$  می‌باشد. قبل از انجام تحلیل‌های فرکانسی و بررسی پارامتری، لازم است که صحت مدل المان محدود صفحه ساندویچی بررسی شود.

$$\tilde{\gamma}_{MRE} = \bar{D}_2 \tilde{q} \quad \bar{D}_2 = \begin{bmatrix} 1/h_2 & 0 & -1/h_2 & 0 & d/(ah_2)(\partial/\partial s) \\ 0 & 1/h_2 & 0 & -1/h_2 & d/(bh_2)(\partial/\partial t) \end{bmatrix} [N] \quad (8)$$

حال می‌توان رابطه انرژی کرنشی لایه الاستومر ام-آر را به‌صورت رابطه (9) نوشت:

$$V_{MRE} = \frac{1}{2} \int_V \tilde{\gamma}_{MRE}^T \tilde{\tau}_{MRE} dv \quad (9)$$

با قرار دادن رابطه (1) در رابطه (9) و تبدیل دیفرانسیل حجمی به دیفرانسیل سطحی می‌توان رابطه (10) را نوشت:

$$V_{MRE} = \frac{1}{2} \int_{A_{MRE}} h_2 G^* \tilde{\gamma}_{MRE}^T \tilde{\gamma}_{MRE} dA \quad (10)$$

با قرار دادن رابطه (8) در رابطه (10)، انرژی کرنشی لایه الاستومر ام-آر به‌صورت رابطه (11) به‌دست می‌آید:

$$V_{MRE} = \frac{1}{2} \int_{A_{MRE}} h_2 G^* \tilde{q}^T \bar{D}_2^T \bar{D}_2 \tilde{q} dA \quad (11)$$

با جمع جبری روابط (5) و (11) و قرار دادن روابط (4) و (6) در رابطه حاصل شده، انرژی کرنشی کل صفحه ساندویچی با هسته الاستومر ام-آر بر حسب ماتریس سفتی المان صفحه ساندویچی هوشمند ( $K^e$ ) به‌دست می‌آید. طبق رابطه (12) داریم:

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^T [K^e] \tilde{q} \quad (12)$$

$$[K^e] = \int_A \sum_{p=1,3} \left( [R]_p^T [A_{ij}]_p [R]_p + [R]_p^T [B_{ij}]_p [S]_p + [S]_p^T [B_{ij}]_p [R]_p + [S]_p^T [D_{ij}]_p [S]_p \right) dA + \int_A h_2 G^* \bar{D}_2^T \bar{D}_2 dA$$

با صرف‌نظر از تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی در لایه‌های کامپوزیتی، انرژی جنبشی ایجاد شده در این لایه‌ها در اثر اعمال بار داخل صفحه، به‌صورت رابطه (13) بیان می‌شود:

$$T_1 + T_3 = \sum_{p=1,3} \left( \frac{\rho_p h_p}{2} \int_{A_p} (\dot{u}_p^2 + \dot{v}_p^2 + \dot{w}^2) dA \right) \quad (13)$$

که  $\rho_p$  و  $h_p$  به ترتیب چگالی و ضخامت لایه‌های 1 و 3 می‌باشد. علامت نقطه نیز بیانگر مشتق نسبت به زمان است. انرژی جنبشی مربوط به لایه الاستومر ام-آر را نیز می‌توان به صورت رابطه (14) بیان کرد:

$$T_{MRE} = \frac{1}{2} \int_{A_{MRE}} (I_1 \dot{w}^2 + I_2 (\dot{\gamma}_{xz}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2)) dA \quad (14)$$

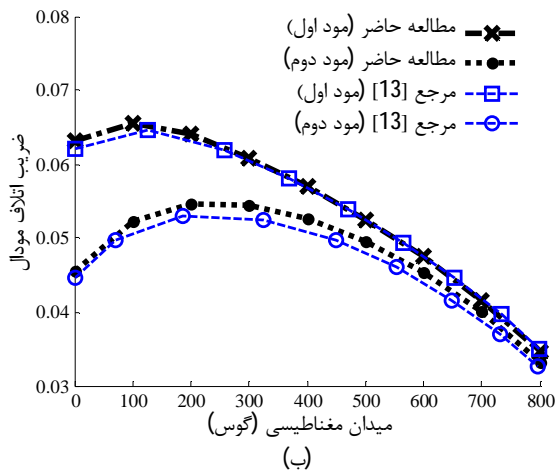
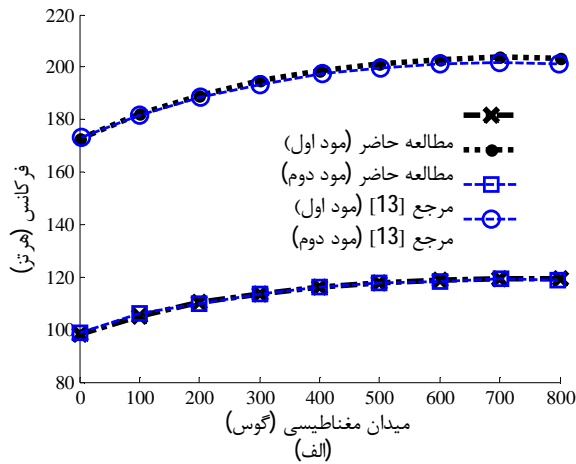
$I(1,2) = (\rho_2 h_2, \frac{\rho_2 h_2^3}{12})$  که  $\rho_2$  و  $h_2$  به ترتیب چگالی و ضخامت لایه الاستومر ام-آر است. با جمع جبری روابط (13) و (14) و قرار دادن روابط (4) و (8) در رابطه حاصل شده، رابطه انرژی جنبشی کل صفحه ساندویچی با هسته الاستومر ام-آر بر حسب ماتریس جرمی المان صفحه ساندویچی هوشمند ( $M^e$ ) به‌دست می‌آید. طبق رابطه (15) داریم:

$$T = \frac{1}{2} \tilde{q}^T [M^e] \tilde{q} \quad (15)$$

1- Eigen-value problem  
2- Cross ply composite layers

جدول 1 مشخصات لایه‌های کامپوزیتی و لایه الاستومر ام-آر (لایه 2)

مشخصات	
ضخامت لایه 1 ( $h_1$ )	0/2 mm
ضخامت لایه 2 ( $h_2$ )	0/4 mm
ضخامت لایه 3 ( $h_3$ )	2 mm
مدول الاستیسیته ( $E_1$ )	132/5 GPa
مدول الاستیسیته ( $E_2$ )	10/8 GPa
مدول برشی ( $G_{12}$ و $G_{13}$ )	5/7 GPa
مدول برشی ( $G_{23}$ )	3/4 GPa
ضریب پواسون ( $\nu_{12}$ و $\nu_{13}$ )	0/24
چگالی لایه 2 ( $\rho_2$ )	3500 kg/m <sup>3</sup>
چگالی لایه 1 و لایه 3 ( $\rho_1$ و $\rho_3$ )	1540 kg/m <sup>3</sup>



شکل 3 مقایسه (الف) فرکانس‌ها و (ب) ضرایب اتلاف مودال به ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف بر حسب گوس (G)

### 3-2- تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه

همان‌طور که در بخش‌های قبلی ذکر شد، صفحات الاستیک 1 و 3 دارای لایه‌های کامپوزیتی متعامد هستند. در تحلیل‌های انجام شده در این بخش و بخش‌های دیگر، فرض شده است که تعداد این لایه‌های متعامد برای هر صفحه الاستیک برابر 24 لایه باشد. با توجه به این که ضخامت لایه‌های الاستیک، مقادیری ثابت فرض شده است (مطابق جدول 1)، بدیهی است که تغییر نوع چیدمان لایه‌ها، بر سفتی<sup>3</sup> سازه هوشمند تاثیر می‌گذارد. حال به‌منظور بررسی تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه روی فرکانس‌های صفحه ساندویچی هوشمند، فرض شده است که چیدمان لایه‌های هر لایه الاستیک به صورت  $(90_{12-n}/0)_s$  ( $n=0, 2, \dots, 12$ ) تغییر کند. واضح است که در این چیدمان با افزایش مقدار  $n$ ، بر تعداد لایه‌های صفر درجه افزوده و از تعداد لایه‌های نود درجه کاسته می‌شود. به‌عبارت دیگر، مقدار  $n$  بیانگر نصف تعداد لایه‌های صفر درجه در کل صفحه ساندویچی است. نتایج حاصل از تحلیل‌های صورت گرفته در این بخش که بر روی یک صفحه ساندویچی با شرایط مرزی مفصلی (SSSS) انجام شده، در شکل‌های 4 تا 7 برای چهار مود ارتعاشی اول نمایش داده شده است که در آن‌ها، میدان‌های مغناطیسی مختلف 0 تا 800 گوس به لایه میانی الاستومر ام-آر اعمال می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که در هر چهار مود ارتعاشی، با افزایش شدت میدان

### 3-1- تایید صحت مدل المان محدود

با توجه به تشابه مدل رفتار پیش از تسلیم لایه الاستومر ام-آر با لایه‌های میرایی ویسکوالاستیک و یا سیال الکترورنولوژیکی<sup>1</sup>، نتایج به دست آمده در بررسی کنونی با نتایج موجود برای سازه‌های ساندویچی با لایه ویسکوالاستیک و یا لایه هوشمند الکترورنولوژیکی مقایسه می‌گردد. در جدول 2 نتایج حاصل از تحلیل‌های فرکانسی و ضرایب اتلاف مودال برای صفحه ساندویچی با لایه ویسکوالاستیک و شرایط مرزی مفصلی در تمام لبه‌ها (SSSS) نشان داده شده است که نزدیکی نتایج حاصله با نتایج به دست آمده توسط یه و چن [17] نشان دهنده صحت مدل المان محدود می‌باشد. به‌منظور تایید صحت مدل المان محدود صفحه ساندویچی با لایه الاستومر ام-آر، نتایج به دست آمده با نتایج موجود در مرجع [13] در شکل 3 مقایسه شده است که نزدیکی نتایج بیانگر صحت کد المان محدود نوشته شده در نرم‌افزار متلب<sup>2</sup> می‌باشد.

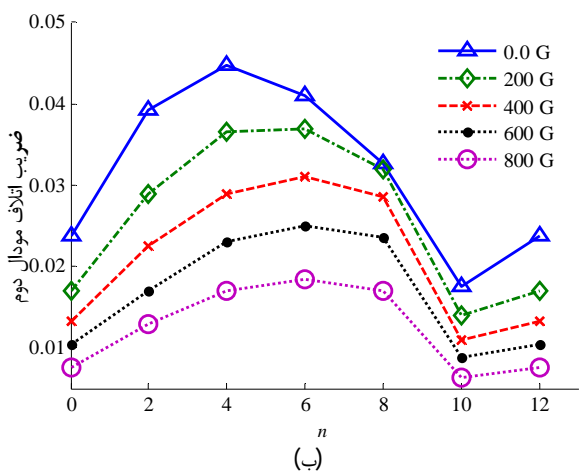
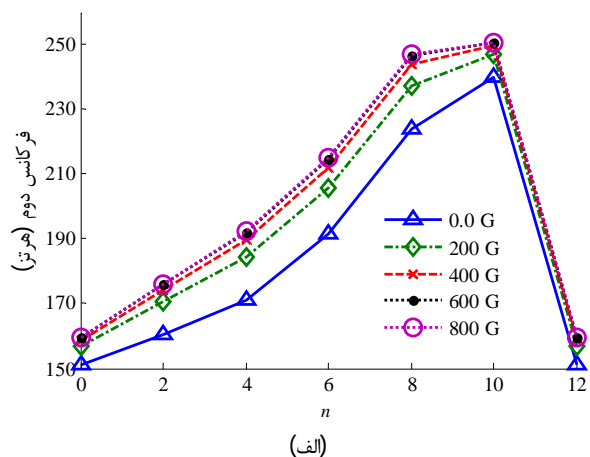
لازم به ذکر است که در مرجع [13] لایه‌های 1 و 3 به‌صورت کامپوزیتی در نظر گرفته نشده است. بدیهی است که چگونگی قرار گیری چیدمان این لایه‌ها نیز می‌تواند تاثیر قابل توجهی بر فرکانس‌ها و ضرایب اتلاف مودال سازه هوشمند داشته باشد. در واقع، یکی از اساسی‌ترین تفاوت‌های مطالعه حاضر با مطالعات انجام شده توسط سایر محققین، در نظر گرفتن تاثیر هم‌زمان چیدمان لایه‌های کامپوزیتی و لایه الاستومر ام-آر بر روی فرکانس‌ها و رفتار میرایی سازه هوشمند است.

جدول 2 مقایسه فرکانس‌ها بر حسب هرتز و ضرایب اتلاف مودال برای صفحه ساندویچی با لایه ویسکوالاستیک (صفحه با شرایط مرزی SSSS)

شماره مود	فرکانس	ضریب اتلاف مودال	فرکانس [17]	ضریب اتلاف مودال [17]
1	59/53	0/192	59/05	0/201
2	114/64	0/208	113/67	0/211
3	130/27	0/204	128/89	0/208
4	177/04	0/188	175/76	0/189
5	195/26	0/180	193/67	0/183

1- Electrorheological fluid (ER Fluid)  
2- MATLAB

3- Stiffness



شکل 5 تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه و میدان مغناطیسی روی (الف) فرکانس دوم و (ب) ضریب اتلاف مودال دوم صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$

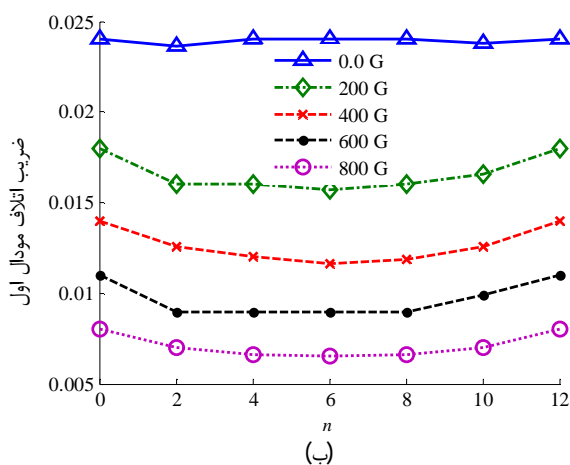
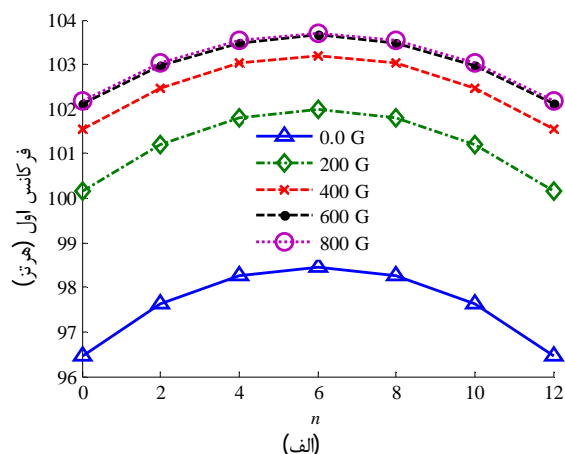
با توجه به شکل 7، بیشترین مقدار فرکانس چهارم در حالتی رخ می‌دهد که صفحه ساندویچی دارای 12 لایه با زاویه صفر درجه باشد. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که چیدمان لایه‌های کامپوزیتی و همچنین شدت میدان مغناطیسی می‌تواند تاثیر قابل توجهی بر فرکانس‌های سیستم و سفتی آن داشته باشد. بر اساس نمودارهای به‌دست آمده در این بخش، مشاهده می‌شود که در مود اول و چهارم، بیشترین فرکانس صفحه ساندویچی هوشمند به ازای 12 لایه ی صفر درجه به‌دست می‌آید، در حالی که در مود دوم این تعداد برابر 20 لایه و در مود سوم برابر 8 لایه است. حال با توجه به این که در میدان‌های مغناطیسی بالاتر از 600 گوس رفتار ارتعاشی صفحه ساندویچی چندان به میدان مغناطیسی وابسته نیست، چهار فرکانس اول صفحه ساندویچی با شرط مرزی SSSS در شکل 8 در شرایطی با یکدیگر مقایسه شده اند که لایه الاستومر ام-آر تحت تاثیر میدان مغناطیسی 800 گوس قرار دارد. بر اساس این شکل، کمترین میزان تغییرات فرکانسی ناشی از تغییر تعداد لایه ی صفر درجه در مود اول رخ می‌دهد، در حالی که بیشترین مقدار تغییرات فرکانسی در مود دوم مشاهده می‌شود.

### 3-2-1- تاثیر شرایط مرزی

در این بخش به‌منظور بررسی تاثیر تعداد لایه های کامپوزیتی با زاویه

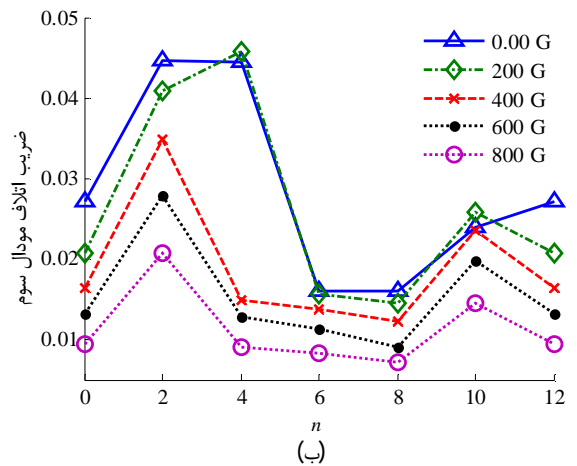
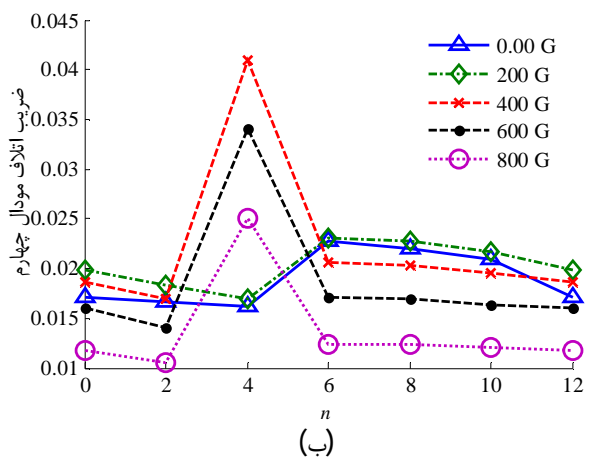
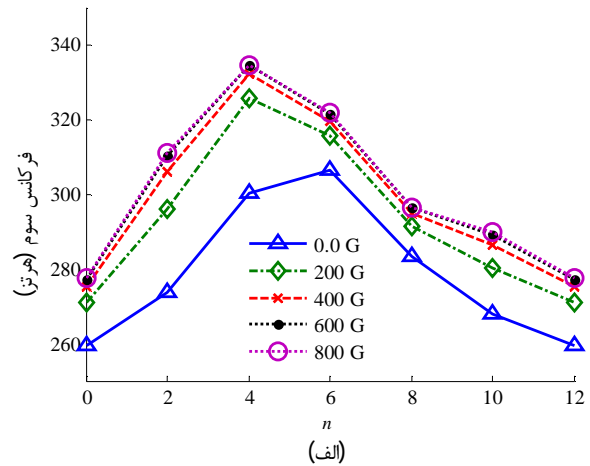
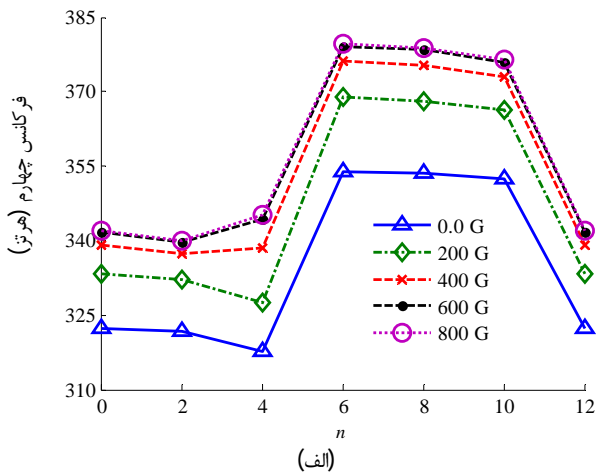
مغناطیسی، فرکانس سازه افزایش و ضریب اتلاف مودال متناظر با آن کاهش می‌یابد. البته باید توجه داشت که اعمال میدان‌های مغناطیسی بالاتر از 600 گوس، تغییر چندانی در فرکانس‌های صفحه ساندویچی به‌وجود نمی‌آورد. با توجه به شکل 4، مشاهده می‌شود که افزایش تعداد لایه‌های صفر درجه تا  $n=6$  یعنی 12 لایه در کل صفحه ساندویچی، فرکانس اول افزایش و ضریب اتلاف مودال کاهش می‌یابد. این در حالی است که در صورت افزایش تعداد لایه‌های صفر درجه تا 20 لایه ( $n=10$ )، فرکانس دوم همچنان افزایش می‌یابد (شکل 5). در این حالت، ضرایب اتلاف مودال ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابند. شکل 6 تغییرات فرکانس و ضریب اتلاف مودال سوم را در اثر تغییرات شدت میدان مغناطیسی و همچنین تغییر تعداد لایه‌های صفر درجه در صفحه ساندویچی نشان می‌دهد. بر اساس این شکل، هنگامی که هیچ‌گونه میدان مغناطیسی به لایه الاستومری صفحه ساندویچی اعمال نشود، بیشترین مقدار فرکانس به ازای 12 لایه صفر درجه ( $n=6$ ) رخ می‌دهد. در صورت اعمال میدان مغناطیسی به این صفحه هوشمند، بیشترین مقدار فرکانس سوم در حالتی حاصل می‌شود که 8 لایه با زاویه صفر درجه ( $n=4$ ) در صفحه ساندویچی به‌کار رود.

نتایج حاصل از تحلیل فرکانسی صفحه ساندویچی برای فرکانس و ضریب اتلاف مودال مربوط به مود چهارم نیز در شکل 7 نمایش داده شده است. ملاحظه می‌شود که در میدان‌های مغناطیسی بالاتر از 600 گوس، فرکانس سازه تغییر قابل توجهی ندارد.



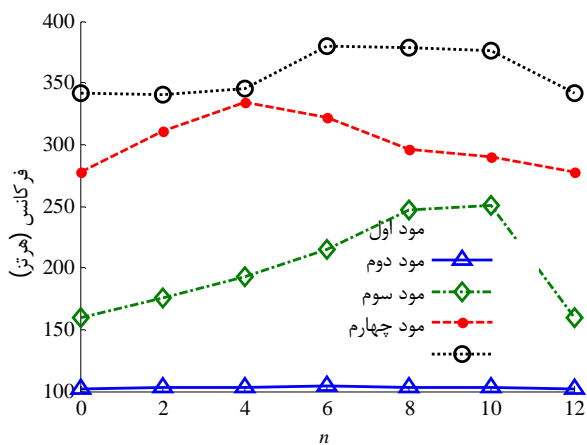
شکل 4 تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه و میدان مغناطیسی روی (الف) فرکانس اول و (ب) ضریب اتلاف مودال اول صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$

شرط مرزی مختلف نشان می‌دهد. بر اساس این شکل‌ها، همچنان که مورد انتظار است، صفحه ساندویچی با شرط مرزی CCCC دارای بالاترین فرکانس‌ها و صفحه ساندویچی با شرط مرزی SSSS دارای کم‌ترین فرکانس‌ها می‌باشد. با توجه به شکل‌های 11 تا 14 می‌توان دریافت که چیدمان لایه‌های



شکل 6 تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه و میدان مغناطیسی روی (الف) فرکانس سوم و (ب) ضریب اتلاف مودال سوم صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$

شکل 7 تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه و میدان مغناطیسی روی (الف) فرکانس چهارم و (ب) ضریب اتلاف مودال چهارم صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$

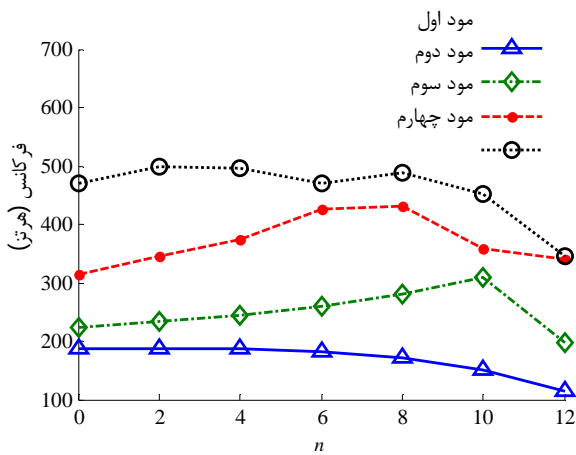


شکل 8 تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه بر فرکانس‌های صفحه ساندویچی SSSS با شرط مرزی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$

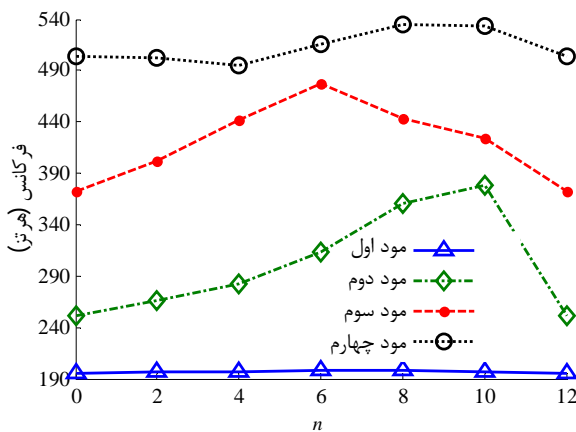
صفر درجه روی فرکانس‌های صفحه ساندویچی با شرایط مرزی مختلف، دو شرط مرزی CCCC و SCSC برای صفحه ساندویچی با لایه میانی الاستومر ام-آر در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل فرکانسی صفحه ساندویچی با شرط مرزی SCSC در شکل 9 نشان داده شده است. شدت میدان مغناطیسی در این حالت برابر 800 گوس فرض شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش  $n$ ، فرکانس اول کاهش می‌یابد. در مود دوم، بیشترین مقدار فرکانس به ازای  $n=10$  رخ می‌دهد، در حالی که در مود سوم این تعداد برابر 8 و در مود چهارم برابر 2 می‌باشد. به‌علاوه، به ازای  $n=12$  فرکانس‌های سوم و چهارم بر یکدیگر منطبق می‌شوند. شکل 10 نیز تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه را روی چهار فرکانس اول صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$  با شرط مرزی CCCC نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، تغییر تعداد لایه‌های صفر درجه تاثیر قابل توجهی در فرکانس ارتعاشی اول ندارد. این در حالی است که فرکانس دوم به ازای  $n=10$ ، فرکانس سوم به ازای  $n=6$  و فرکانس چهارم به ازای  $8 \leq n \leq 10$  بیشترین مقدار خود را دارد.

به‌منظور مقایسه فرکانس‌های به‌دست آمده برای هر یک از سه شرط مرزی SSSS، SCSC و CCCC، هر مود ارتعاشی مربوط به این سه شرط مرزی به‌صورت مجزا در یک نمودار رسم شده است. شکل‌های 11 تا 14 به‌ترتیب تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه را روی فرکانس‌های اول تا چهارم به ازای سه

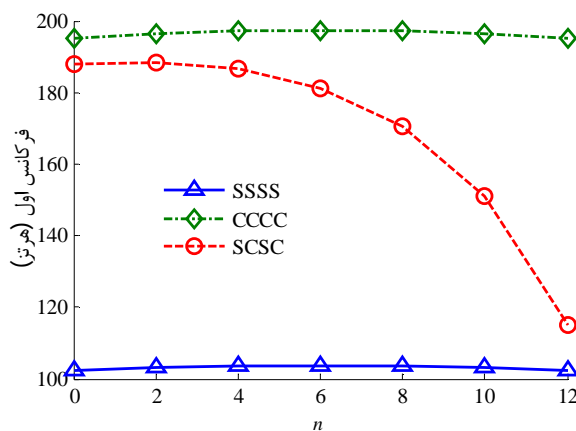
$n$  ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه این است که در صورت استفاده از چیدمان  $(90_2/0_6/90_2)$  در لایه‌های الاستیک صفحه ساندویچی (لایه‌های 1 و 3 در شکل 2)، فرکانس‌های دوم و سوم از اختلاف



شکل 9 تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه بر فرکانس‌های صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$  با شرط مرزی SCSC



شکل 10 تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه بر فرکانس‌های صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$  با شرط مرزی CCCC



شکل 11 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس اول صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$  در میدان مغناطیسی 800 گوس

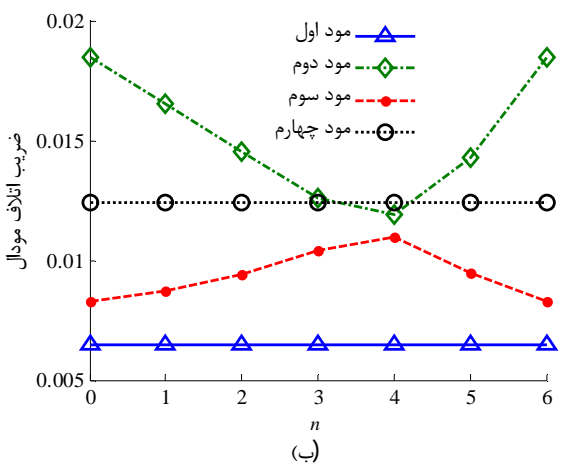
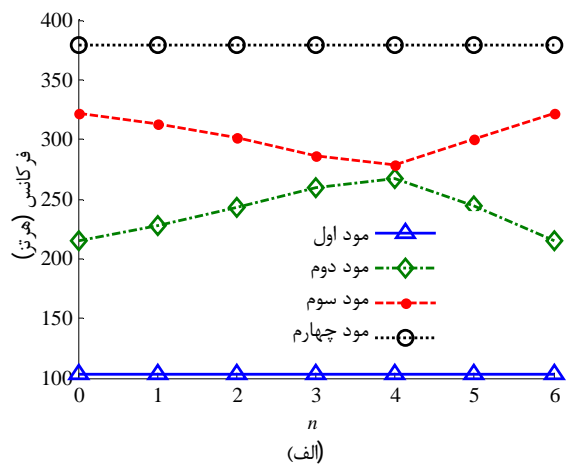
کامپوزیتی می‌تواند شرایطی را ایجاد کند که با وجود استفاده از یک نوع شرط مرزی خاص بتوان به فرکانس‌هایی در محدوده شرایط مرزی دیگر دست یافت. به‌عنوان مثال در شکل 11، با افزایش تعداد لایه‌های صفر درجه در صفحه ساندویچی با شرط مرزی SCSC، فرکانس اول صفحه ساندویچی به‌طور قابل توجهی کاهش یافته و به سمت فرکانس اول صفحه با شرط مرزی SSSS میل می‌کند. دلیل این افت شدید فرکانسی در صفحه ساندویچی با شرط مرزی SCSC این است که لایه دارای زاویه صفر درجه در امتداد محور  $X$  قرار گرفته و لبه‌های مفصلی ( $S$ ) در دو انتهای امتداد الیاف قرار دارند و از طرفی دو لبه دیگر دارای شرط مرزی گیردار است، با افزایش  $n$  از تعداد لایه نود درجه کاسته و بر تعداد لایه صفر درجه افزوده می‌شود. بدین ترتیب، فرکانس سازه کاهش می‌یابد. این افت شدید فرکانسی در حالی رخ می‌دهد که در شرایط مرزی SSSS و CCCC با افزایش مقدار  $n$  تا  $n=6$ ، فرکانس افزایش و سپس کاهش می‌یابد که البته میزان تغییرات فرکانسی در این حالت اندک است. نتایج ارائه شده در شکل 12 بیانگر این نکته است که روند تغییرات فرکانس دوم به ازای تغییر تعداد لایه‌های صفر درجه، بر خلاف فرکانس‌های اول، سوم و چهارم تقریباً در هر سه شرط مرزی مشابه یکدیگر است. در شکل 13 مشاهده می‌شود که سومین فرکانس صفحه ساندویچی با شرط مرزی SCSC و دارای لایه صفر درجه ( $n=8$ )، بسیار نزدیک فرکانس سوم صفحه با شرط مرزی CCCC قرار دارد. در شکل 14 نیز مشاهده می‌شود که فرکانس چهارم صفحات ساندویچی با شرایط مرزی SCSC و CCCC به ازای  $2 \leq n \leq 4$  تقریباً با یکدیگر برابر است، در حالی که در صورت استفاده از 24 لایه صفر درجه، چهارمین فرکانس صفحات دارای شرایط مرزی SCSC و SSSS با یکدیگر برابر خواهند شد.

### 3-3- تاثیر فاصله لایه صفر درجه تا صفحه میانی در شرایط مرزی مختلف

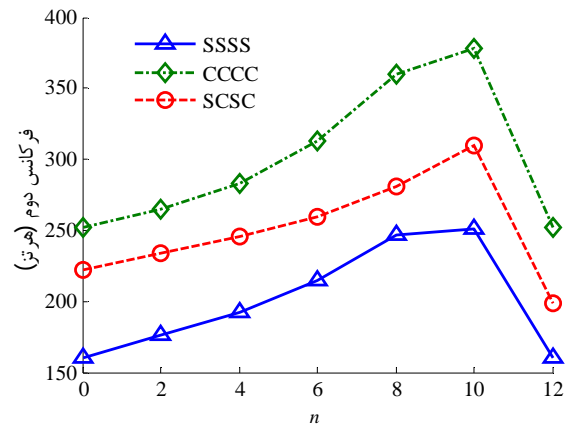
تاثیر فاصله لایه‌های صفر درجه از بخش میانی هر لایه الاستیک، پارامتر دیگری است که در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. به‌منظور بررسی تاثیر فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی سازه ساندویچی روی فرکانس‌های صفحه ساندویچی هوشمند، یک صفحه ساندویچی با چیدمان  $(90_{6-n}/0_6/90_n)_s/MRE/(90_{6-n}/0_6/90_n)_s$  در نظر گرفته شده است که در آن  $n=0, 1, \dots, 6$ . همان‌طور که در بخش‌های قبلی مشاهده شد، در میدان‌های مغناطیسی بالاتر از 600 گوس تغییرات فرکانسی چندان به میدان مغناطیسی وابسته نیست. بنابراین، در تحلیل‌های انجام شده در این بخش نیز فرض شده است که لایه الاستومر ام-آر در صفحه ساندویچی هوشمند تحت تاثیر میدان مغناطیسی 800 گوس قرار داشته باشد. حال به‌منظور بررسی تاثیر فاصله لایه صفر درجه تا صفحه میانی، سه شرط مرزی مختلف برای صفحه در نظر گرفته شده است. تغییرات چهار فرکانس اول و چهار ضریب اتلاف مو달 اول صفحه ساندویچی با شرایط مرزی SSSS، SCSC و CCCC به ترتیب در شکل‌های 15 تا 17 ارائه شده است. همان‌طور که در شکل‌های 15 و 17 مشاهده می‌شود، فرکانس‌های اول و چهارم در صفحات ساندویچی با شرایط مرزی SSSS و CCCC چندان به تغییرات فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی حساس نیستند. این در حالی است که در شرایط مرزی ذکر شده، فرکانس‌های دوم و سوم به تغییرات فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی به‌طور قابل توجهی وابسته هستند. به‌عبارت دیگر، در صفحه دارای شرط مرزی SSSS، با افزایش فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی هر یک از لایه‌های الاستیک، فرکانس دوم ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. در این حالت، فرکانس سوم رفتار متفاوتی را نشان می‌دهد، یعنی، با افزایش



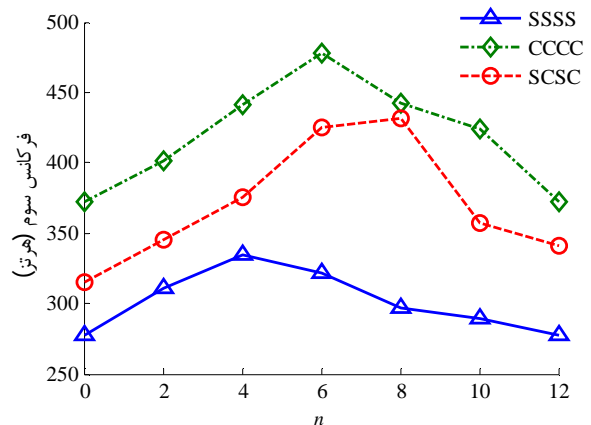
در واقع بیانگر افزایش فاصله لایه‌های صفر درجه از صفحه میانی هر لایه الاستیک است، فرکانس‌های اول، سوم و چهارم عموماً کاهش می‌یابد. این در حالی است که فرکانس دوم سیر صعودی را طی می‌کند. بنابراین، مشاهده می‌شود که در صورت استفاده از چیدمان  $(90_1/0_6/90_5)_s$  در هر یک از لایه‌های الاستیک صفحه ساندویچی با شرط مرزی SCSC، فرکانس‌های دوم و سوم کمترین اختلاف را نسبت به سایر چیدمان‌های نمایش داده شده خواهند داشت. شکل 17 تاثیر فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی هر لایه الاستیک را بر چهار فرکانس اول و چهار ضریب اتلاف مودال صفحه ساندویچی با شرایط مرزی CCCC نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، فرکانس‌های اول و چهارم وابستگی قابل توجهی به تغییرات فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی ندارند، در حالی که فرکانس‌های دوم و سوم با تغییر مقدار  $n$  رفتار متفاوتی را به نمایش می‌گذارند. به عبارت دیگر، با افزایش مقدار  $n$  تا  $n=2$ ، فرکانس‌های دوم و سوم به سمت یکدیگر میل می‌کنند و پس از آن از یکدیگر فاصله گرفته و دوباره در  $n=4$  به یکدیگر نزدیک می‌شوند. به ازای این مقادیر  $n$ ، ضرایب اتلاف مودال متناظر با مود دوم و چهارم تقریباً بر یکدیگر منطبق می‌شود. همچنین به ازای  $n < 2$  و  $n > 4$ ، اختلاف فرکانس‌های دوم و سوم افزایش می‌یابد. در حالتی که صفحه ساندویچی هوشمند دارای چیدمان‌های  $(90_6/0_6)_s/MRE/(90_6/0_6)_s$  و یا  $(0_6/90_6)_s/MRE/(0_6/90_6)_s$  باشد، بیشترین مقدار اختلاف بین فرکانس‌های دوم و سوم مشاهده می‌شود.



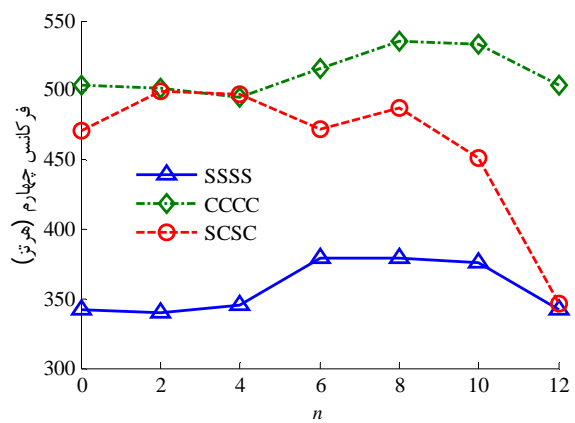
شکل 15 تاثیر فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی بر (الف) فرکانس‌ها (ب) ضریب اتلاف مودال صفحه ساندویچی با شرط مرزی SSSS  $(90_{6-n}/0_6/90_n)_s/MRE/(90_{6-n}/0_6/90_n)_s$



شکل 12 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس دوم صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$  در میدان مغناطیسی 800 گوس



شکل 13 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس سوم صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$  در میدان مغناطیسی 800 گوس



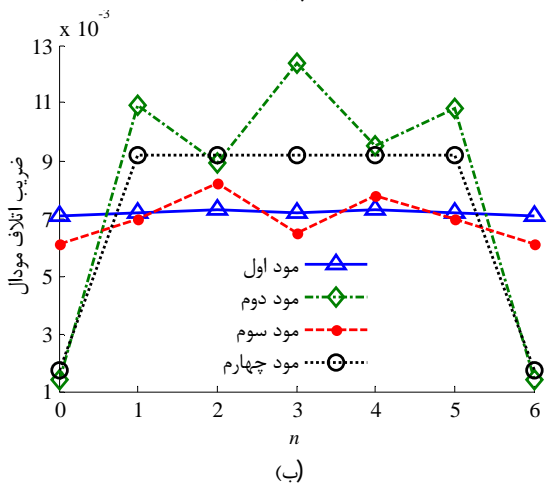
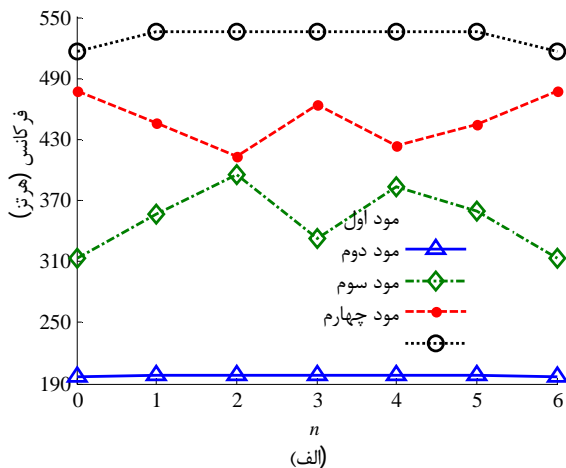
شکل 14 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس چهارم صفحه ساندویچی  $(90_{12-n}/0_n)_s/MRE/(90_{12-n}/0_n)_s$  در میدان مغناطیسی 800 گوس

کمتری برخوردار هستند. از مقایسه شکل‌های مربوط به فرکانس و ضرایب اتلاف مودال، این نکته دریافت می‌شود که با افزایش فرکانس، ضریب اتلاف مودال کاهش می‌یابد و برعکس.

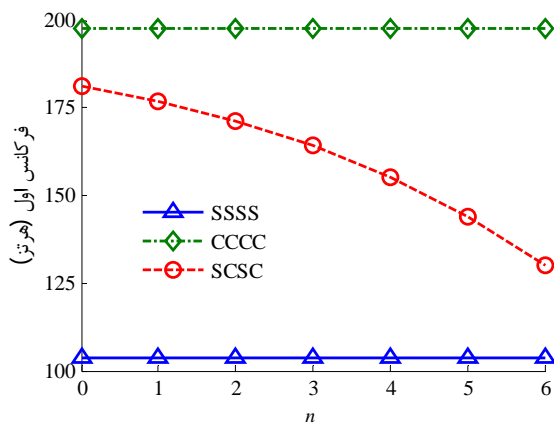
همان‌طور که در شکل 16 نمایش داده شده است، در صورتی که در صفحه ساندویچی از شرط مرزی SCSC استفاده شود، با افزایش مقدار  $n$ ، که

استفاده شود، فرکانس‌های سوم متناظر با این شرایط مرزی، اختلاف ناچیزی با یکدیگر خواهند داشت.

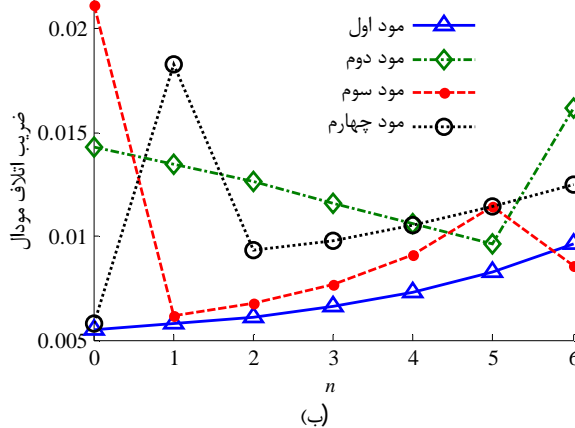
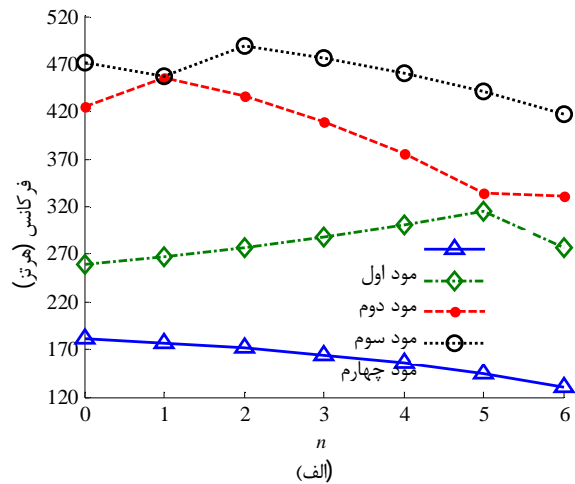
همان طور که در شکل 21 نمایش داده شده است، تغییرات فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی تاثیر چندانی بر چهارمین فرکانس‌های صفحات ساندویچی با شرایط مرزی SSSS و CCCC ندارد. در حالی که در



شکل 17 تاثیر فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی بر (الف) فرکانس‌ها (ب) ضریب اتلاف مودال صفحه ساندویچی با شرط مرزی CCCC



شکل 18 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس اول صفحه ساندویچی



شکل 16 تاثیر فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی بر (الف) فرکانس‌ها (ب) ضریب اتلاف مودال صفحه ساندویچی با شرط مرزی SCSC

در ادامه، مودهای ارتعاشی صفحه ساندویچی برای سه شرط مرزی مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شوند. شکل‌های 18 تا 21 تغییرات فرکانس‌های اول تا چهارم را برای صفحات ساندویچی با شرایط مرزی SSSS، CCCC و SCSC به ازای تغییرات فاصله لایه‌های صفر درجه تا بخش میانی هر یک از لایه‌های 1 و 3 نشان می‌دهد. در شکل 18 مشاهده می‌شود که افزایش  $n$ ، تاثیر قابل توجهی بر فرکانس‌های اول صفحات ساندویچی با شرایط مرزی SSSS و CCCC ندارد، در حالی که در صفحه با شرط مرزی SCSC، افزایش فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی کاهش قابل توجه فرکانس اول را به دنبال دارد. در شکل 19، فرکانس‌های دوم صفحات ساندویچی با شرایط مرزی مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود که در صفحه دارای شرط مرزی SSSS حداکثر فرکانس در  $n=4$  و در صفحه دارای شرط مرزی SCSC حداکثر فرکانس در  $n=5$  رخ می‌دهد. رفتار فرکانس دوم در صفحه دارای شرط مرزی CCCC نیز به شکل نوسانی تغییر می‌کند. تغییرات فاصله لایه‌های صفر درجه تا صفحه میانی برای فرکانس سوم در شکل 20 به نمایش گذاشته شده است. با توجه به این شکل، با افزایش  $n$  عموماً فرکانس سوم کاهش می‌یابد، به جز در صفحه دارای شرط مرزی CCCC که فرکانس‌ها به صورت نوسانی تغییر می‌کنند. به علاوه، در صورتی که در صفحات ساندویچی با شرایط مرزی SSSS و SCSC از چیدمان  $(0_6/90_6)_s$  در لایه‌های 1 و 3

پارامترها، می‌تواند با توجه به نوع سازه و شرایط کارکرد آن، حالت بهینه مورد نظر خود را انتخاب نماید.

#### 4- نتیجه‌گیری

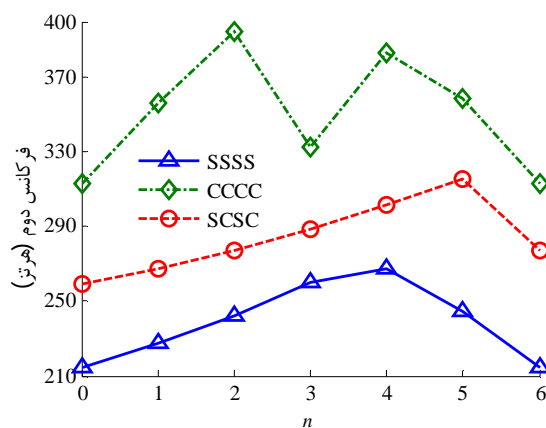
در مطالعه انجام شده، مدل المان محدود صفحه ساندویچی با لایه الاستومر ام-آر به منظور تحلیل فرکانسی سازه مورد نظر ارائه شد. برای این منظور از یک مدل مختلط برای نمایش رفتار پیش از تسلیم لایه الاستومر ام-آر استفاده شد. بررسی‌های انجام شده بر روی صفحه ساندویچی با شرط مرزی SSSS نشان داد که به منظور جلوگیری از اتلاف انرژی برای تولید میدان مغناطیسی، نیازی نیست که شدت میدان مغناطیسی از حد خاصی (600 گوس) فراتر رود. زیرا، در صورت اعمال میدان‌های فویتر رفتار ارتعاشی سازه به‌طور قابل توجهی تغییر نخواهد کرد. پارامترهای دیگری که مورد بررسی قرار گرفت، عبارت بودند از تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه در لایه‌های الاستیک 1 و 3 و همچنین، فاصله لایه‌های صفر درجه تا بخش میانی هر یک از لایه‌های الاستیک اطراف لایه الاستومر ام-آر که تاثیر آن‌ها روی صفحات ساندویچی با شرایط مرزی مختلف بررسی شد. نتایج نشان داد که این عوامل تاثیر قابل توجهی بر سفتی صفحه ساندویچی هوشمند دارند. نکته قابل توجه در مورد تاثیر تعداد لایه‌های صفر درجه بر فرکانس‌های صفحه ساندویچی این بود که در مود دوم ارتعاشی همه صفحات ساندویچی با شرایط مرزی مختلف، بیشترین مقدار فرکانس به ازای 20 لایه صفر درجه در هر لایه الاستیک رخ می‌داد، در حالی که در مودهای ارتعاشی دیگر و در شرایط مرزی مختلف، بیشترین سفتی سازه به ازای تعداد لایه‌های صفر درجه متفاوتی حاصل می‌شد. همچنین، در مورد پارامتر فاصله لایه‌های صفر درجه از بخش میانی لایه‌های الاستیک 1 و 3، مشاهده شد که در برخی از مودهای ارتعاشی، این پارامتر تاثیر قابل توجهی بر فرکانس سازه ندارد.

#### 5- فهرست علائم

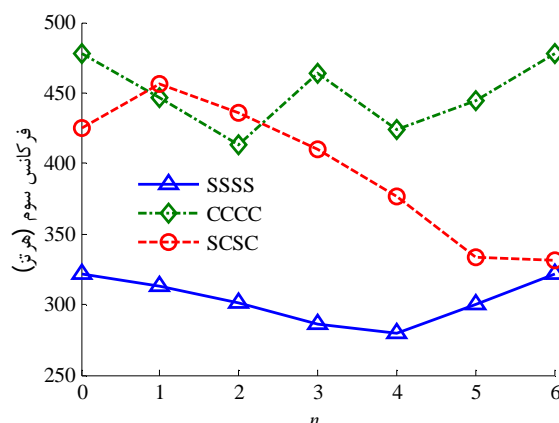
A	ماتریس سفتی کششی
B	ماتریس کوپلینگ کشش - خمش
D	ماتریس سفتی خمشی
$G^*$	مدول برشی مختلط (Pa)
$[K]$	ماتریس سختی
$[M]$	ماتریس جرمی
N	توابع شکل
T	انرژی جنبشی
V	انرژی پتانسیل
$h_1$	ضخامت لایه 1
$h_2$	ضخامت لایه 2
$h_3$	ضخامت لایه 3
u	مولفه جابه‌جایی در راستای محور x
v	مولفه جابه‌جایی در راستای محور y
w	مولفه جابه‌جایی در راستای محور z
$z, y, x$	محورهای مختصات
علائم یونانی	
$\tilde{\gamma}_{MRE}$	کرنش‌های برشی لایه الاستومر ام-آر
$\gamma$	کرنش برشی
$\varepsilon_y$ و $\varepsilon_x$	کرنش‌های نرمال

صفحه ساندویچی با شرط مرزی SCSC عموماً این فرکانس سیر نزولی را طی می‌کند. به‌عبارت دیگر، در این حالت با افزایش n سفتی سازه هوشمند کاهش می‌یابد.

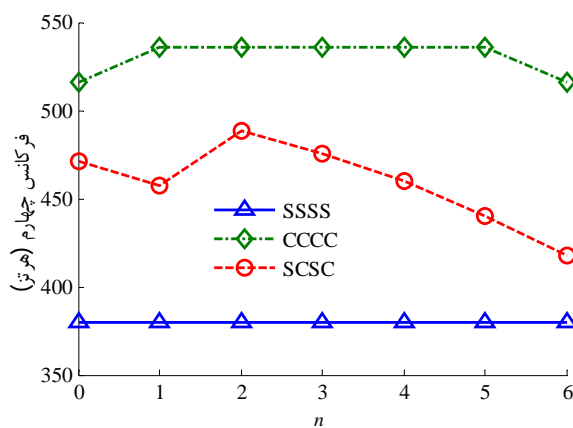
بررسی‌های انجام شده در این بخش نیز بیانگر این نکته بود که فاصله قرارگیری لایه‌های صفر درجه نسبت به لایه‌های نود درجه تا صفحه میانی هر لایه الاستیک و همچنین نوع شرط مرزی می‌تواند تاثیر قابل توجهی بر فرکانس‌های سازه داشته باشد. بنابراین، طراح با در نظر گرفتن تمامی این



شکل 19 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس دوم صفحه ساندویچی  $(90_{6-n}/0_6/90_n)_s/MRE/(90_{6-n}/0_6/90_n)_s$



شکل 20 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس سوم صفحه ساندویچی  $(90_{6-n}/0_6/90_n)_s/MRE/(90_{6-n}/0_6/90_n)_s$



شکل 21 تاثیر شرایط مرزی مختلف روی فرکانس چهارم صفحه ساندویچی  $(90_{6-n}/0_6/90_n)_s/MRE/(90_{6-n}/0_6/90_n)_s$

[6] G. Y. Zhou, Q. Wang, Use of magnetorheological elastomer in an adaptive sandwich beam with conductive skins. Part II: Dynamic properties, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 5403-5420, 2006.

[7] H. X. Deng, X. L. Gong, Adaptive Tuned Vibration Absorber based on Magnetorheological Elastomer, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 18, pp. 1205-1210, 2007.

[8] H. X. Deng, X. L. Gong, Application of magnetorheological elastomer to vibration absorber, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 13, pp. 1938-1947, 2008.

[9] X. Zhang, S. Peng, W. Wen, W. Li, Analysis and fabrication of patterned magnetorheological elastomers, *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, 045001, pp. 1-5, 2008.

[10] Y. Q. Ni, Z. G. Ying, Z. H. Chen, Magnetorheological elastomer (MRE) based composite structures for micro-vibration control, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, Vol. 9, pp. 345-356, 2010.

[11] G. Hu, M. Guo, W. Li, H. Du, G. Alici, Experimental investigation of the vibration characteristics of a magnetorheological elastomer sandwich beam under non-homogeneous small magnetic fields, *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, No. 12, pp. 1-7.

[12] B. Nayak, S. K. Dwivedy, K. Murthy, Vibration analysis of a three-layer magnetorheological elastomer embedded sandwich beam with conductive skins using finite element method, in Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 227, No. 4, pp. 714-729, 2012.

[13] J. Y. Yeh, Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment, *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, 035010, pp. 1-8, 2013.

[14] Z. S. Fattahi, A. Zabihollah, Vibration of laminated composite structures integrated with magnetorheological fluid segments, *Modarres Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2013. (In Persian)

[15] V. Rajamohan, S. Rakheja, R. Sedaghati, Vibration analysis of a partially treated multi-layer beam with magnetorheological fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, pp. 3451-3469, 2010.

[16] J. Rahiminasab, J. Rezaeepazhand, Aeroelastic stability of smart sandwich plates with electrorheological fluid core and orthotropic faces, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 24, No. 5, pp. 669-677, 2012.

[17] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Dynamic stability of a sandwich plate with a constraining layer and electrorheological fluid core, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285, pp. 637-652, 2005.

ضریب اتلاف موّال	$\eta$
مقادیر ویژه مختلط	$\lambda$
چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$
تنش برشی لایه الاستومر ام-آر (Pa)	$\tilde{\tau}_{\text{MRE}}$
فرکانس	$\omega$
بالانویس‌ها	
شماره گره‌های المان	I
زیرنویس‌ها	
مساحت	A
الاستومر ام-آر	MRE
شماره لایه در صفحه ساندویچی (لایه‌های 1 و 3)	p
مشتق نسبت به X	,x
مشتق نسبت به Y	,y

#### 6- مراجع

[1] J. M. Ginder, M. E. Nichols, L. D. Elie, S. M. Clark, Controllable-stiffness components based on magnetorheological elastomers, in *Proceedings of SPIE 3985*, In: Wereley, N.M. (ed.), *Smart and Materials: Smart Structures and Integrated Systems*, pp. 418-425, 2000.

[2] J. D. Carlson, M. R. Jolly, MR Fluid, Foam and Elastomer Devices, *Mechatronics*, Vol. 10, pp. 555-569, 2000.

[3] Y. Shen, M. F. Golnaraghi, G. R. Heppler, Experimental Research and Modeling of Magnetorheological Elastomers, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 15, pp. 27-35, 2004.

[4] M. Kallio, *The elastic and damping properties of magnetorheological elastomers*, Ph.D Thesis, VTT Publications 565. 146 p, Espoo 2005.

[5] H. X. Deng, X. L. Gong, L. H. Wang, Development of an adaptive tuned vibration absorber with magnetorheological elastomer, *Smart Materials and Structures*, Vol. 15, pp. 111-116, 2006.