



## بررسی تأثیر ضریب میرایی و جرم ساچمه‌ها بر پایداری اتوبالانسر ساچمه‌ای و یافتن مقدار بهینه پارامترها

موسی رضائی<sup>۱\*</sup>، رضا فتحی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز  
#تبریز، صندوق پستی ۳۱۵-۵۱۶۶۵، m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۹ مهر ۱۳۹۲

پذیرش: ۲۴ آذر ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۲۷ اردیبهشت ۱۳۹۳

کلیدواژگان:

بالانسر اتوماتیک ساچمه‌ای

بالانس غیر فعال

پایداری

زمان بالانس

نابالانسی علت عمده ارتعاش در ماشین آلات دوار است. یکی از روش‌های جدید مورد استفاده برای کنترل و رفع نابالانسی استفاده از بالانسر دینامیکی اتوماتیک ساچمه‌ای است. در تحقیقات پیشین، مطالعات گسترده‌ای بر رفتار دینامیکی و پایداری اتوبالانسر ساچمه‌ای انجام شده است ولی تحقیقی در زمینه تعیین محدوده‌ی بهینه‌ی پارامترهای سیستم از جمله ضریب میرایی و جرم ساچمه‌ها در عملکرد سیستم انجام نشده است. نیروهای مضر ایجاد شده در اثر نابالانسی باعث ایجاد ارتعاشات ناخواسته و اختلال در عملکرد سیستم می‌شوند. به همین دلیل کاهش زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم اهمیت پیدا می‌کند. به همین منظور در این مقاله تأثیر پارامترهای ضریب میرایی و جرم ساچمه‌های اتوبالانسر در تحلیل پایداری و بالانس سیستم به طور دقیق بررسی شده و برای اولین بار مقدار بهینه این پارامترها برای سیستم بر اساس حداقل زمان رسیدن به حالت بالانس تعیین شده است. نتایج نشان می‌دهد که انتخاب بهینه‌ی پارامترهای سیستم باعث کاهش قابل ملاحظه‌ی زمان بالانس می‌شود.

## The effect of damping ratio and balls mass on the stability of automatic ball balancer and determining their optimum values

Mousa Rezaee<sup>1\*</sup>, Reza Fathi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

\*P.O.B. 51665-315 Tabriz, Iran, m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 21 October 2013  
Accepted 15 December 2013  
Available Online 17 May 2014

#### Keywords:

Automatic Ball Balancer  
Passive Balance  
Stability  
Balance Time

### ABSTRACT

Rotating unbalance is a major cause of vibration in rotating machinery. One of the new methods used to control and reduce the unbalance is the use of automatic dynamic ball balancer, however; they have not determined the optimum values of the system parameters. Harmful forces caused by the unbalance in the system causes undesired vibration and malfunctions of the system, therefore reducing the time of balancing is necessary. In this study, the effect of damping ratio and the mass of balls of the automatic dynamic ball balancer on the stability and the balance of system have been investigated. Moreover, for the first time the optimum values of these parameters to minimize the balance time are obtained. The results show that the optimal choice of the system parameters reduces the balance time considerably.

### ۱-مقدمه

جرم یک جسم صورت می‌گیرد، به نحوی که بتواند در یاتاقان‌های خود بدون نیروهای گریز از مرکز ناشی از نامیزانی به دوران در آید [۱]. اگر نابالانسی مشخص و ثابت باشد با یک‌بار بالانس کردن مشکل حل می‌شود اما اگر نابالانسی بسته به شرایط کاری تغییر کند دیگر با یک بار بالانس کردن نمی‌توان ارتعاشات را کاهش داد. یکی از راهکارهای ساده و موثر جهت کنترل و رفع نابالانسی استفاده از بالانسر دینامیکی اتوماتیک است. بالانسر دینامیکی اتوماتیک وسیله‌ای است که به طور اتوماتیک نابالانسی‌های متغیر را بدون نیاز به متوقف کردن تجهیزات در شرایط خاص حذف و سیستم را بالانس می‌کند. روش بالانس اتوماتیک به دو دسته فعال و

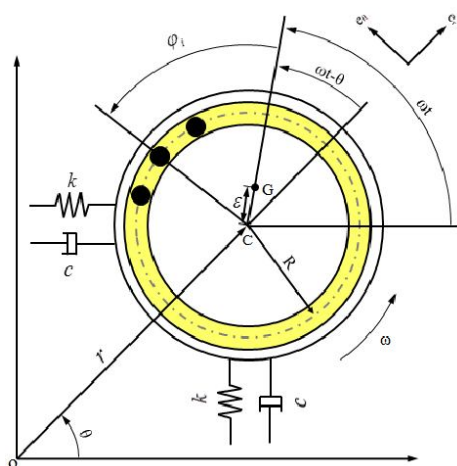
نابالانسی یکی از عوامل مخرب و از دلایل اصلی ارتعاشات ناخواسته در ماشین‌های دوار است و تحریک ناشی از آن در ارتعاشات این‌گونه ماشین‌ها یکی از عوامل اصلی محدود کننده کارایی در سیستم‌های دوار است. ایجاد نابالانسی دلایل متعددی دارد که از آن جمله می‌توان به نابالانسی جرمی روتور، ناهمراستایی محوری شفت، چسبیدن موادی مانند گرد و غبار، رسوب و ... اشاره کرد. مؤسسه بین‌المللی استانداردها<sup>۱</sup> بالانس را فرایندی تعریف می‌کند که در آن، همه‌ی تلاش‌ها در جهت توزیع

1- ISO

### Please cite this article using:

M. Rezaee, R. Fathi, The effect of damping ratio and balls mass on the stability of automatic ball balancer and determining their optimum values, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 110-118, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل ۱ پیکربندی بالانسر اتوماتیک ساچمه‌ای

در این مقاله تأثیر پارامترهای ضریب میرایی و جرم ساچمه‌های اتوبالانسر بر پایداری و بالانس سیستم مورد بررسی قرار گرفته و مقدار بهینه این پارامترها برای سیستم براساس کمینه کردن زمان بالانس تعیین می‌شود. برای این منظور روتور جفکات مجهز به بالانسر ساچمه‌ای به عنوان یک سیستم دوار انتخاب شده است. در این مقاله با در نظر گرفتن شتاب زاویه‌ای برای روتور، مدل واقع‌بینانه‌تری ارائه شده و معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت سیستم استخراج و شرایط تعادل آن مشخص شده است. پایداری سیستم مورد نظر بررسی و پاسخ‌های زمانی آن بدست آمده است. سپس تأثیر پارامترهای ضریب میرایی و جرم ساچمه‌ها بر پایداری اتوبالانسر ساچمه‌ای بررسی شده و مقدار بهینه این پارامترها با توجه به سایر پارامترهای سیستم استخراج شده است.

## ۲- استخراج معادلات غیرخطی حرکت

در شکل ۱ بالانسر ساچمه‌ای که بر روی یک روتور نابالانس نصب گردیده نشان داده شده است. خط واصل محور یاتاقان‌ها بر نقطه  $O$  منطبق است. مرکز هندسی  $C$  با استفاده از مختصات قطبی  $r$  و  $\theta$  تعیین می‌شود و مرکز جرم  $G$  با خروج از مرکز  $\varepsilon$  و زاویه  $\omega t$ ، از نقطه  $C$  تعیین می‌گردد. موقعیت زاویه‌ای ساچمه‌ها به وسیله شعاع  $R$  و زاویه  $\phi_i, i=1,2,\dots,n$  تعیین می‌شود که  $n$  تعداد گلوله‌ها است.

معادلات غیرخطی حرکت برای  $ADB$  با استفاده از معادلات لاگرانژ که در رابطه (۱) نشان داده شده است بدست می‌آیند [۱۴]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad k=1,2,\dots,n \quad (1)$$

که در آن  $T$  انرژی جنبشی،  $V$  انرژی پتانسیل،  $F$  تابع اتلاف ریلی و  $q_k$  مختصات تعمیم یافته می‌باشند. برای سیستم داده شده مختصات تعمیم یافته عبارتند از  $r, \theta$  و  $\phi_i (i=1,2,\dots,n)$  با فرض اینکه دیسک فقط در صفحه  $XY$  حرکت می‌کند، بردار وضعیت مرکز جرم  $G$  با رابطه (۲) بیان می‌شود:

$$\vec{r}_G = [r + \varepsilon \cos(\omega t - \theta)] \vec{e}_r + \varepsilon \sin(\omega t - \theta) \vec{e}_\theta \quad (2)$$

و بردار وضعیت  $i$  امین ساچمه نیز با رابطه (۳) بیان می‌شود:

$$\vec{r}_{B_i} = [r + R \cos(\phi_i + \omega t - \theta)] \vec{e}_r + R \sin(\phi_i + \omega t - \theta) \vec{e}_\theta \quad (3)$$

که در آن  $\vec{e}_r$  و  $\vec{e}_\theta$  بردارهای واحد به ترتیب در جهت  $r$  و  $\theta$  هستند. با این فرض که قطر ساچمه‌ها کوچک باشند و جرم آنها نیز برابر باشند، انرژی

غیرفعال تقسیم می‌شود [۲]. از بین انواع مختلف بالانس‌های غیرفعال، بالانسر دینامیکی اتوماتیک ساچمه‌ای<sup>۱</sup> به علت کاربرد موفقیت‌آمیز آن در برخی از ماشین آلات و تجهیزات، مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد.

بالانسر دینامیکی ساچمه‌ای وسیله ساده‌ای است که از یک دیسک دوار شیاردار تشکیل شده که در آن ساچمه‌هایی قرار دارند و در فضای خالی بین ساچمه‌ها در داخل شیار، یک مایع لزج وجود دارد. تحت شرایطی این ساچمه‌ها نهایتاً در وضعیتی قرار می‌گیرند که نابالانسی سیستم را جبران کرده و نهایتاً آن را به حالت بالانس در می‌آورند [۳]. اتوبالانسر ساچمه‌ای کاربردهای متفاوتی از جمله در سیدی رام یا دیویدی درایوها و ماشین‌های ابزار دارد [۴-۶]. اولین تحقیق علمی در این زمینه در سال ۱۹۵۰ توسط تیارل انجام شد. او ابزاری را تشریح کرد که در آن یک یا دو گلوله در یک شیار حلقوی با استهلاک لزج واقع بر روی روتور می‌توانستند آزادانه حرکت کنند و نشان داد که روتورهای صفحه‌ای را می‌توان با این ابزار به طور اتوماتیک بالانس کرد [۷]. بالانسر ساچمه‌ای توسط الکساندر در سال ۱۹۶۴ مورد تحلیل قرار گرفت ولی طرز کار سیستم به خوبی تشریح نشد [۸]. یک سال بعد کید ملزومات این سیستم را تشریح کرد اما مقدمات تئوری سیستم را بیان نکرد [۹]. در سال ۱۹۹۶ لی و همکارش با بررسی تئوری و عملی بر روی یک بالانسر ساچمه‌ای نشان دادند که این وسیله تنها در سرعت‌های بالاتر از سرعت بحرانی، ماشین دوار را بالانس می‌کند ولی توضیح ندادند که چرا گاهی در سرعت‌های بالاتر از سرعت بحرانی نیز نمی‌تواند سیستم را بالانس کند [۱۰]. در سال ۱۹۹۹ چانگ و همکارش با بکارگیری مختصات قطبی توانستند معادلات را به شکل خودگردان تبدیل کرده و پایداری سیستم را به طور کامل بررسی کنند [۱۱]. در سال ۲۰۰۵ چانگ و همکاران به مدل کردن یک روتور استودلا-گرین برای یک درایور دیسک نوری پرداختند و پایداری سیستم را نیز با استفاده از تئوری فلوکوئت که مربوط به سیستم‌های غیرخودگردان پریودیک است بررسی کردند [۱۲]. در سال ۲۰۰۶ باهت و همکارش به انجام تحلیل خطی‌سازی شده جهت پیدا کردن یک دید کلی در رابطه با پایداری حالت پایای بالانس سیستم پرداخته و متعاقب آن با تحلیل پاسخ غیرخطی نشان دادند که پایداری پیش‌بینی شده حالت پایا در حالت خطی شدیداً محدود می‌شود [۱۳]. در سال ۲۰۰۹ چانگ و همکارانش به بررسی تحلیلی پایداری اتوبالانسر پرداختند. آنها محدوده‌ی پایداری در همسایگی وضعیت تعادل را به وسیله معادلات خطی‌سازی شده حول نقاط تعادل و با استفاده از مسئله مقدار ویژه بررسی کردند [۱۴]. در سال ۲۰۱۱ چان و همکارانش تأثیر غیرخطی بودن سیستم را در عملکرد بالانسر ساچمه‌ای مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد غیرخطی در نظر گرفتن سیستم باعث تغییر در موقعیت ساچمه‌ها در هنگام پایداری و همچنین محدوده پایداری پیش‌بینی شده نسبت به حالت خطی می‌شود [۱۵]. در سال ۲۰۱۱ چانگ و همکارش با ارائه مدل جدیدی از بالانسر اتوماتیک ساچمه‌ای توانستند محدوده پایداری سیستم را افزایش دهند. آنها به جای محدود کردن حرکت ساچمه‌ها در شیار، ساچمه‌ها را به فنرهایی وصل کردند [۱۶].

در تحقیقات پیشین، تحلیل پایداری بر حسب پارامترهای سیستم طوری انجام شده است که فقط محدوده کلی پایداری سیستم را بیان می‌کند ولی بهترین محدوده پارامترها برای عملکرد سیستم مشخص نشده است.

$$M = \begin{bmatrix} M + nm & 0 & -mRS_1 \\ 0 & (M + nm)r & -mRC_1 \\ -mRS_1 & -mRrC_1 & mR^2 \\ -mRS_2 & -mRrC_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -mRS_n & -mRrC_n & 0 \\ & -mRS_2 & \dots & -mRS_n \\ & -mRC_2 & \dots & -mRC_n \\ & 0 & \dots & 0 \\ & mR^2 & \dots & 0 \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ & 0 & \dots & mR^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

در رابطه (14) از اختصارهای زیر استفاده شده است:

$$S_i = \sin(\varphi_i + \omega t - \theta), \quad C_i = \cos(\varphi_i + \omega t - \theta)$$

با بیان معادلات در فضای حالت،  $2n+4$  معادله دیفرانسیل مرتبه اول بدست می‌آید. با در نظر گرفتن  $\dot{x} = 0$ ، وضعیت‌های تعادل به صورت رابطه‌ی (15) حاصل می‌شود:

$$\bar{X}(x^*) = 0 \quad (15)$$

بر اساس معادلات بدست آمده از رابطه‌ی (15) می‌توان وضعیت‌های تعادل سیستم را برای دو مقدار  $r^* = 0$  و  $r^* \neq 0$  استخراج کرد. با توجه به اهمیت حالت بالانس، فقط وضعیت بالانس،  $r^* = 0$ ، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت بالانس سیستم، با قرار دادن  $r^* = 0$  در معادله‌ی (15)، دو معادله‌ی (16) و (17) بدست می‌آیند:

$$\frac{m}{M} \sum_{i=1}^n \cos \varphi_i^* + \frac{\varepsilon}{R} = 0 \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^n \sin \varphi_i^* = 0 \quad (17)$$

معادلات (16) و (17) وضعیت قرارگیری گلوله‌ها بر حسب  $\varphi_i$  را نشان می‌دهند. تحت این شرایط گلوله‌ها سیستم را بالانس می‌کنند. برای بررسی ارتعاشات کوچک سیستم حول نقاط تعادل پایدار، از مختصه‌های اغتشاشی به صورت رابطه‌ی (18) استفاده می‌شود:

$$x = x^* + \Delta x \quad (18)$$

که در آن  $x^*$  نقطه تعادل سیستم است و بردار  $\Delta x$  به صورت رابطه (19) تعریف می‌شود:

$$\Delta \bar{x} = \{\Delta r, \Delta \theta, \Delta \varphi, \dots, \Delta \varphi_n, \Delta \dot{r}, \Delta \dot{\theta}, \Delta \dot{\varphi}_1, \dots, \Delta \dot{\varphi}_n\}^T \quad (19)$$

در واقع مؤلفه‌های  $\Delta r$ ،  $\Delta \theta$ ،  $\Delta \varphi_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ )،  $\Delta \dot{r}$ ،  $\Delta \dot{\theta}$  و  $\Delta \dot{\varphi}_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) تغییرات بسیار کوچکی هستند که به ترتیب در  $r$ ،  $\theta$ ،  $\varphi_i$ ،  $\dot{r}$ ،  $\dot{\theta}$  و  $\dot{\varphi}_i$  داده شده‌اند. همچنین حول نقاط تعادل، سیستم به دور کاری رسیده و شتاب زاویه‌ای صفر است پس با در نظر گرفتن روابط (18) و (19)، معادلات حرکت در فضای حالت به صورت رابطه (20) بدست می‌آید:

$$A(x^* + \Delta x)\Delta \dot{x} = \bar{X}(x^* + \Delta x) - \bar{X}(x^*) \quad (20)$$

بسط دادن رابطه (20) و صرف نظر کردن از جملات با مرتبه دوم و بالاتر  $\Delta x$ ، به رابطه‌ی (21) منجر می‌شود:

$$A(x^*)\Delta \dot{x} = B\Delta \bar{x} \quad (21)$$

در رابطه (21)،  $B$  ماتریس مربعی از مرتبه  $2n+4$  است که به صورت رابطه (22) تعریف می‌شود:

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K^* & -C^* \end{bmatrix} \quad (22)$$

جنبشی اتوبالانسر ساچمه‌ای طبق رابطه (4) برابر خواهد بود با:

$$T = \frac{1}{2} I_G \omega^2 + \frac{1}{2} M \vec{r}_G \cdot \vec{r}_G + \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^n \vec{r}_{B_i} \cdot \vec{r}_{B_i} \quad (4)$$

که در آن  $I_G$  ممان اینرسی دیسک حول مرکز جرم  $G$ ،  $M$  جرم دیسک و  $m$  جرم هر یک از ساچمه‌ها است. با صرف نظر کردن از جاذبه، انرژی پتانسیل را می‌توان به صورت رابطه (5) بیان کرد:

$$V = \frac{1}{2} k r^2 \quad (5)$$

که در آن  $K$  سفتی معادل روتورمی باشد. همچنین تابع اتلاف ریلی را نیز می‌توان به صورت رابطه (6) بیان نمود:

$$F = \frac{1}{2} c (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} D \sum_{i=1}^n \dot{\varphi}_i^2 \quad (6)$$

که در آن  $c$  ثابت میرایی معادل و  $D$  ثابت میرایی لزج است. فرض می‌شود که ثابت میرایی لزج برای همه ساچمه‌ها یکسان است. معادلات غیرخطی حرکت با فرض ثابت نبودن سرعت زاویه‌ای به صورت روابط (7) تا (9) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} & (M + nm)(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) + c\dot{r} + kr \\ & - mR \sum_{i=1}^n [(\ddot{\varphi}_i + 2\dot{\omega})\sin(\varphi_i + \omega t - \theta) \\ & + (\dot{\varphi}_i + \omega + \dot{\omega}t)^2 \cos(\varphi_i + \omega t - \theta)] \\ & - M\varepsilon [(\omega + \dot{\omega}t)^2 \cos(\omega t - \theta) + (2\dot{\omega})\sin(\omega t - \theta)] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & (M + nm)(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) + cr\dot{\theta} \\ & + mR \sum_{i=1}^n [(\ddot{\varphi}_i + 2\dot{\omega})\cos(\varphi_i + \omega t - \theta) \\ & - (\dot{\varphi}_i + \omega + \dot{\omega}t)^2 \sin(\varphi_i + \omega t - \theta)] \\ & - M\varepsilon [(\omega + \dot{\omega}t)^2 \sin(\omega t - \theta) - (2\dot{\omega})\cos(\omega t - \theta)] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & mR^2(\ddot{\varphi}_i + 2\dot{\omega}) + D\dot{\varphi}_i - mR[(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\sin(\varphi_i + \omega t - \theta) \\ & - (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\cos(\varphi_i + \omega t - \theta)] = 0 \\ & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (9)$$

### ۳- تعیین موقعیت‌های تعادل و خطی‌سازی معادلات حاکم حول نقاط تعادل

برای تعیین موقعیت‌های تعادل، معادلات حرکت در فضای حالت به صورت ماتریسی- برداری به شکل رابطه (10) بیان می‌شوند:

$$A(x)\dot{\bar{x}} = \bar{X}(x) \quad (10)$$

که در آن بردار حالت و بردار تحریک سیستم به ترتیب مطابق روابط (11) و (12) است:

$$\bar{x} = [r, \theta, \varphi_1, \dots, \varphi_n, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}_1, \dots, \dot{\varphi}_n]^T \quad (11)$$

$$\bar{X} = \{X_r, X_\theta, X_{\varphi_1}, \dots, X_{\varphi_n}, X_{\dot{r}}, X_{\dot{\theta}}, X_{\dot{\varphi}_1}, \dots, X_{\dot{\varphi}_n}\}^T \quad (12)$$

و ماتریس  $A$  طبق رابطه (13) برابر خواهد بود با:

$$A = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad (13)$$

ماتریس  $A$  در رابطه (13) بیانگر ضرایب مشتقات مرتبه دوم معادلات حرکت است.

در رابطه (13)،  $I$  ماتریس مربعی واحد از مرتبه  $n+2$  است و ماتریس  $M$  به صورت رابطه (14) بیان می‌شود:

$$A^* \Delta \dot{X} = B^* \Delta X \quad (27)$$

همچنین حالتی که بالانسر تنها دارای دو ساچمه است بررسی می‌شود؛ بنابراین ماتریس‌های  $A^*$  و  $B^*$  ماتریس‌های  $8 \times 8$  می‌باشند. پایداری حول وضعیت تعادل را می‌توان به یک مسئله مقدار ویژه تبدیل کرد. پاسخ سیستم به صورت رابطه (28) در نظر گرفته می‌شود:

$$\Delta X = \Delta X e^{\lambda t} \quad (28)$$

که در آن  $\lambda$  مقدار ویژه و  $\Delta X$  بردار ویژه متناظر با مقدار آن است. بردارهای ویژه را می‌توان به صورت رابطه (29) در نظر گرفت:

$$\Delta X = \left\{ \Delta R, \Delta \psi, \Delta \varphi_1, \Delta \varphi_2, \Delta \hat{R}, \Delta \hat{\psi}, \Delta \hat{\varphi}_1, \Delta \hat{\varphi}_2 \right\}^T \quad (29)$$

معادلات حاکم، به مسئله مقدار ویژه که با رابطه (30) نشان داده شده تبدیل می‌شوند:

$$(B^* - \lambda A^*) \Delta X = 0 \quad (30)$$

هنگامی که همه مقادیر ویژه دارای قسمت حقیقی منفی باشند سیستم به صورت مجانبی پایدار است؛ به عبارت دیگر اگر یکی از مقادیر ویژه دارای قسمت حقیقی مثبت باشد، سیستم ناپایدار است. مسئله مقدار ویژه را می‌توان با حل معادله مشخصه که به صورت رابطه (31) به دست می‌آید حل نمود:

$$\det(B^* - \lambda A^*) = 0 \quad (31)$$

که می‌توان آن را با یک چند جمله‌ای بر حسب  $\lambda$  طبق رابطه (32) بیان کرد:

$$c_0 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^8 + c_1 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^7 + c_2 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^6 + c_3 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^5 + c_4 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^4 + c_5 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^3 + c_6 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^2 + c_7 \left( \frac{\lambda}{\omega_n} \right) + c_8 = 0 \quad (32)$$

تنها نواحی پایدار برای حالت تعادل بالانس سیستم که در آن  $r^* = 0$  است مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نقطه تعادل محل قرارگیری ساچمه‌ها به صورت رابطه (33) است:

$$\varphi_1^* = -\varphi_2^* = \cos^{-1} \left( -\frac{\varepsilon M}{2mR} \right) \quad (33)$$

با توجه به اینکه آرگومان آرک کسینوس باید بین 1 و -1 باشد پس باید رابطه (34) بین جرم ساچمه‌ها، جرم دیسک، نابالانسی و شعاع دیسک برقرار باشد:

$$\frac{m}{M} \geq \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{R} \quad (34)$$

همچنین با توجه به این نکته که علاوه بر  $\Delta \psi$  و  $\Delta \psi$  که در معادلات وجود دارند، متغیر  $\psi^*$  نیز وجود دارد و تعداد مجهولات از تعداد معادلات بیشتر است بنابراین از معادله کمکی (35) استفاده می‌شود:

$$\sin^2 \psi + \cos^2 \psi = 1 \quad (35)$$

با حذف  $\psi^*$  از معادلات و انجام یک سری عملیات نسبتاً پیچیده جبری، ضرایب معادله مشخصه به دست می‌آیند. به دلیل مفصل بودن ضرایب از آوردن آن‌ها در این مقاله خودداری شده است.

هر یک از ضرایب در حالت کلی تابعی از پارامترهای بی‌بعد سیستم است که عبارتند از  $\beta$ ،  $\zeta$ ،  $\bar{\varepsilon}$ ،  $\bar{m}$  و  $\bar{\omega}$ ؛ بنابراین مقادیر ویژه که همان صفرهای چند جمله‌ای رابطه (32) هستند نیز تابعی از این پنج پارامتر می‌باشند. با توجه به اینکه نواحی پایدار بر حسب هر پنج پارامتر را نمی‌توان

و ماتریس‌های  $C$  و  $K$  طبق روابط (23) و (24) برابر هستند با:

$$C^* = \begin{bmatrix} c & 2(M+nm)\omega r & -2mR\omega C_1^* \\ -2(M+nm)\omega & cr^* & -2mR\omega S_1^* \\ 2mR\omega C_1^* & 0 & D \\ 2mR\omega C_2^* & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2mR\omega C_n^* & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$K^* = \begin{bmatrix} k - (M+nm)\omega^2 & \omega^2 \left( M\varepsilon \sin(\omega t - \theta) + mR \sum_{i=1}^n S_i^* \right) \\ -c\omega & \omega^2 \left( M\varepsilon \cos(\omega t - \theta) + mR \sum_{i=1}^n C_i^* \right) \\ mR\omega^2 S_1^* & mR\omega^2 r^* C_1^* \\ mR\omega^2 S_2^* & mR\omega^2 r^* C_2^* \\ \vdots & \vdots \\ mR\omega^2 S_n^* & mR\omega^2 r^* C_n^* \end{bmatrix} \quad (24)$$

#### ۴- بی‌بعد کردن ضرایب

به منظور کسب نتایج عمومی‌تر، پارامترهای بی‌بعد به صورت رابطه (25) تعریف می‌شوند:

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{Mk}}, \bar{m} = \frac{m}{M}, \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{R}, \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}, \beta = \frac{D}{mR^2\omega_n} \quad (25)$$

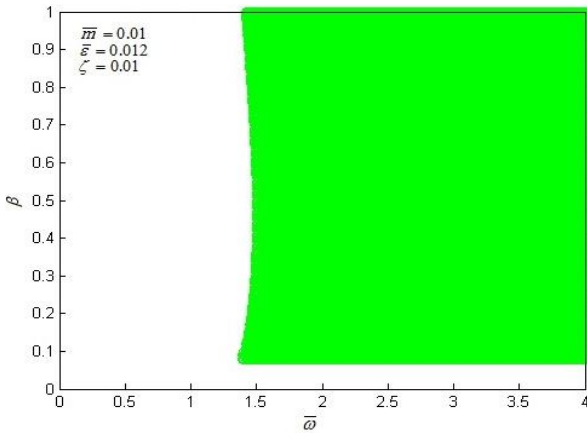
که در آن  $\zeta$  بیانگر نسبت میرایی سیستم و  $\beta$  نشان‌دهنده نسبت میرایی بالانسر است.  $\omega_n$  فرکانس طبیعی سیستم بدون اتوبالانسر است که طبق رابطه (26) برابر است با:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (26)$$

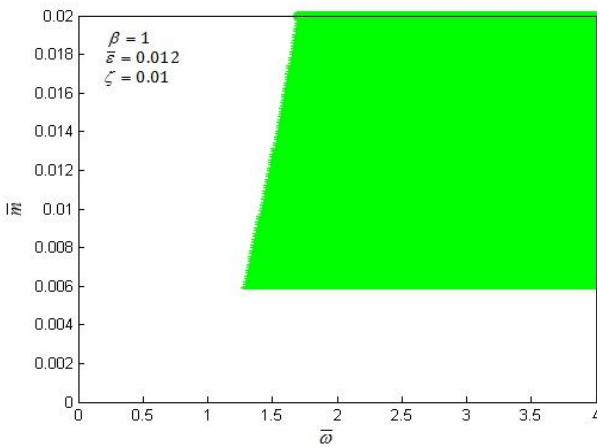
#### ۵- بررسی پایداری سیستم

با توجه به اینکه زمان به طور صریح در معادلات حاکم وجود دارد که نشان دهنده سیستم غیرخودگردان<sup>۱</sup> است. لذا با معرفی مختصه جدید  $\psi$  که نشان دهنده زاویه بین راستای  $r$  و خط واصل از مرکز هندسی روتور و مرکز جرم  $(\psi = \omega t - \theta)$  است می‌توان معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت را حول نقاط تعادل در قالب یک سیستم خودگردان بیان کرد. با توجه به رابطه (27) پایداری سیستم در همسایگی وضعیت تعادل به وسیله معادلات خطی‌سازی شده حول نقاط تعادل و با استفاده از مسئله مقدار ویژه بررسی می‌شود [14]:

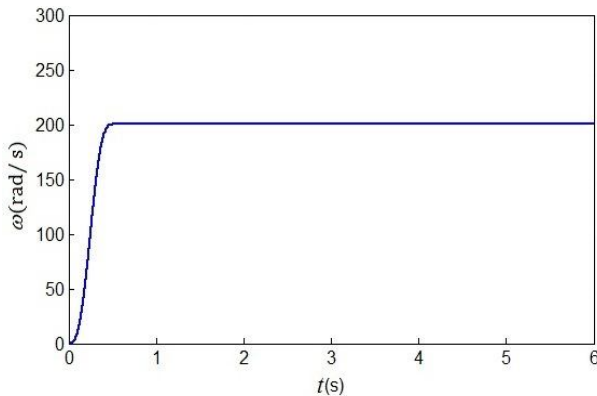
1- non-autonomous



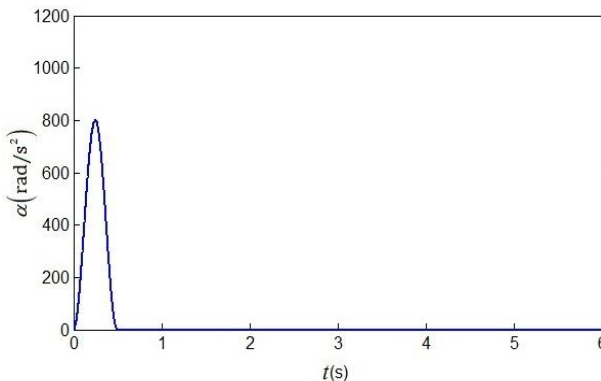
شکل ۲ پایداری بر اساس تغییرات سرعت دورانی بی‌بعد نسبت به ضریب میرایی



شکل ۳ پایداری بر اساس تغییرات سرعت دورانی بی‌بعد نسبت به جرم بی‌بعد ساچمه‌ها



شکل ۴ پروفیل سرعت زاویه‌ای بر حسب زمان



شکل ۵ پروفیل شتاب زاویه‌ای بر حسب زمان

به طور همزمان نشان داد، در هر مرحله به سه پارامتر از پنج پارامتر فوق مقدار داده و نواحی پایدار بر حسب دو پارامتر دیگر رسم می‌شود. شکل ۲ نواحی پایدار بر حسب پارامترهای  $\bar{m}$  و  $\beta$  است. در این حالت سه پارامتر دیگر  $\bar{m}=0.01, \bar{\epsilon}=0.012, \zeta=0.01$  در نظر گرفته می‌شوند. قسمت رنگی ناحیه بالانس پایدار است.

شکل ۳ نواحی پایدار بر حسب پارامترهای  $\bar{m}$  و  $\beta$  است، در این حالت سه پارامتر دیگر به صورت  $\beta=1, \bar{\epsilon}=0.012, \zeta=0.01$  در نظر گرفته می‌شوند.

با توجه به شکل‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌شود که اتوبالانسر ساچمه‌ای فقط در سرعت بالاتر از سرعت بحرانی و به ازای محدوده‌ی خاصی از پارامترها می‌تواند نابالانسی را برطرف کند.

#### ۶- پاسخ‌های زمانی سیستم

به منظور تأیید درستی تحلیل پایداری و همچنین بررسی رفتار دینامیکی سیستم، پاسخ‌های زمانی معادلات غیرخطی حرکت به وسیله روش رانگ کوتا مرتبه ۴ استخراج شد. برای به دست آوردن این پاسخ‌ها لازم است که پارامترهای فیزیکی سیستم و نیز شرایط اولیه حاکم بر آن مشخص باشند. با فرض  $M=1\text{kg}$  و  $k=10\text{ kN/m}$ ، فرکانس طبیعی سیستم مطابق رابطه  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$  برابر با  $\omega_n=100\text{ rad/s}$  است.

با فرض شرایط اولیه به صورت رابطه (۳۶) و با در نظر گرفتن سرعت و شتاب زاویه‌ای مطابق روابط (۳۷) و (۳۸) می‌توان پاسخ‌های زمانی را برای حالت‌های مختلف به دست آورد.

$$r(0)=10^{-3}\text{m}, \theta(0)=0^\circ, \varphi_1(0)=a, \varphi_2(0)=b$$

$$\dot{r}(0)=\dot{\theta}(0)=\dot{\varphi}_1(0)=\dot{\varphi}_2(0)=0 \quad (36)$$

دلیل اینکه به  $\varphi_1(0)$  و  $\varphi_2(0)$  مقدار مشخصی داده نشده این است که در عمل این دو مقدار مشخصی ندارند به همین خاطر برای کسب نتایج واقعی‌تر با در نظر گرفتن شرایط اولیه متفاوت برای محل قرارگیری ساچمه‌ها نتایج مورد نظر استخراج شده است.

سرعت زاویه‌ای به صورت رابطه (۳۷) در نظر گرفته شده است:

$$\begin{cases} \omega = 400t - \left(\frac{100}{\pi}\right)\sin(4\pi t) & t < 0.5 \\ \omega = 200 & t \geq 0.5 \end{cases} \quad (37)$$

$$\dot{\omega} = \alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (38)$$

در شکل ۴ و ۵ به ترتیب پروفیل سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای بر حسب زمان نشان داده شده است. همان طور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود روتور در  $0.5$  ثانیه اول شتاب گرفته و به دور کاری  $200\text{ rad/s}$  می‌رسد.

با توجه به شکل ۲ ملاحظه می‌شود که برای اتوبالانسری با دو ساچمه برای  $\beta=0$ ، سیستم در محدوده ناپایدار قرار می‌گیرد. این حالت متناظر با وقتی است که هیچ‌گونه سیالی با خاصیت میرایی در بالانسر موجود نباشد و  $D=0$  باشد. برای تأیید تحلیل پایداری از نمودار پاسخ زمانی که در شکل ۶-الف و ۶-ب آورده شده است، استفاده می‌شود.

در شکل ۶-الف پاسخ زمانی دامنه و در شکل ۶-ب پاسخ زمانی برای موقعیت زاویه‌ای ساچمه‌ها بر اساس معادلات غیرخطی سیستم نشان داده شده است. همان طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود سیستم به ازای  $\beta=0$  در محدوده ناپایدار قرار می‌گیرد.

برنامه‌ای که در نرم افزار مطلب نوشته شده است منحنی پوشی بر روی منحنی پاسخ زمانی منطبق کرده و زمان مورد نیاز برای میرا شدن دامنه حرکت با استفاده از آن بدست می‌آید. معیار بالانس سیستم زمان رسیدن دامنه حرکت  $r$  به مقداری کمتر از  $0.1 \times 10^{-3}$  متر است.

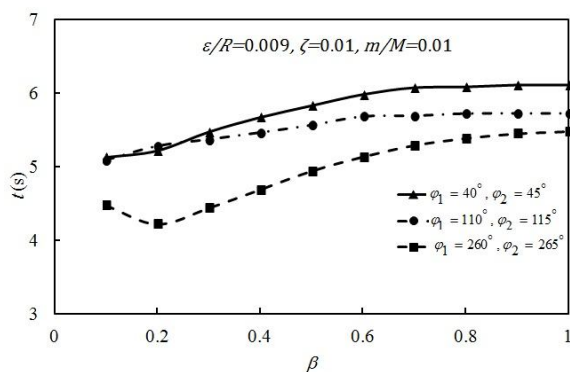
در شکل ۷ پاسخ زمانی و منحنی پوش برای سیستمی با مشخصات  $(\beta = 1, \bar{m} = 0.01, \bar{\varepsilon} = 0.01, \varphi_1(0) = 45^\circ, \varphi_2(0) = 90^\circ)$  آورده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود زمان مورد نیاز برای میرا شدن دامنه حرکت سیستم تقریباً برابر با ۹ ثانیه است که برنامه این زمان را ۹/۰۴ ثانیه نشان می‌دهد.

با توجه به اینکه نیروهای مضر ایجاد شده در اثر نابالانسی در سیستم باعث کاهش عمر خستگی، ایجاد صدا و ارتعاشات ناخواسته و در برخی موارد سبب به خطر افتادن سلامتی کاربر می‌شود بنابراین کاهش زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم اهمیت پیدا می‌کند. به همین منظور در این بخش تعیین بازه‌ی بهینه برای پارامترهای ضریب میرایی و جرم ساچمه‌ها براساس زمان کمینه برای بالانس انجام شده است. نابالانسی از مقدار  $\bar{\varepsilon} = 0.007$  تا  $\bar{\varepsilon} = 0.012$  متغیر در نظر گرفته شده است. همچنین با توجه به اینکه موقعیت اولیه ساچمه‌ها در عمل مقدار مشخصی ندارد در این مقاله برای کسب نتایج عمومی‌تر و واقعی‌تر، پارامترهای بهینه برای سه مقدار متفاوت شرایط اولیه ساچمه‌ها که در رابطه (۳۹) اشاره شده بدست آورده شده‌اند:

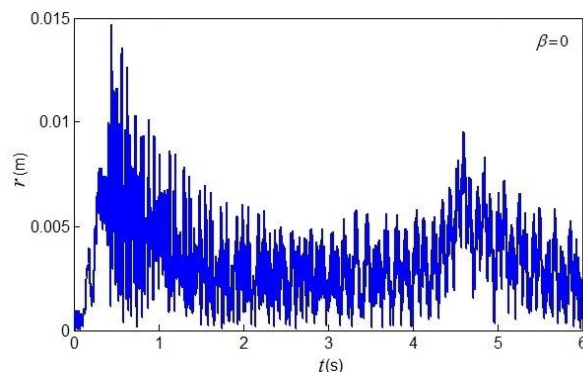
$$\begin{cases} \text{IC1} \rightarrow \varphi_1 = 40^\circ, \varphi_2 = 45^\circ \\ \text{IC2} \rightarrow \varphi_1 = 110^\circ, \varphi_2 = 115^\circ \\ \text{IC3} \rightarrow \varphi_1 = 260^\circ, \varphi_2 = 265^\circ \end{cases} \quad (39)$$

#### ۸- تعیین مقدار بهینه ضریب میرایی برای اتوبالانسر ساچمه‌ای

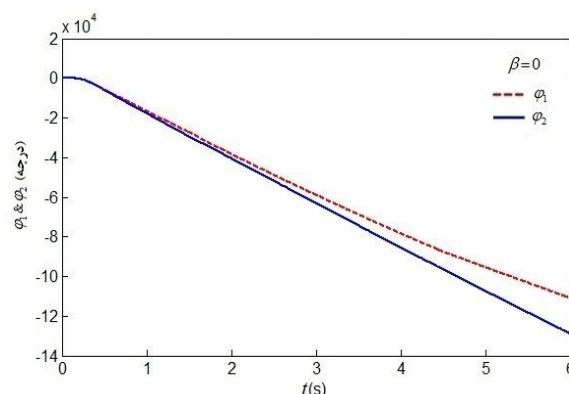
برای پیدا کردن مقدار بهینه ضریب میرایی بالانسر، با ثابت نگه داشتن سایر پارامترهای سیستم ( $\zeta = 0.01, \bar{m} = 0.01$ ) و با بدست آوردن پاسخ‌های زمانی سیستم در محدوده بالانس برای ضریب میرایی مختلف در بازه  $[0.1 \ 1]$  و با استخراج زمان بالانس با استفاده از منحنی پوش، بازه بهینه برای  $\beta$  انتخاب می‌شود. معیار مورد نظر برای انتخاب ضریب میرایی بهینه عبارت از ضریب میرایی است که زمان لازم برای بالانس سیستم را به حداقل می‌رساند. در شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰ زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم برای مقادیر مختلف ضریب میرایی به ازای  $\bar{\varepsilon} = 0.007$ ،  $\bar{\varepsilon} = 0.009$  و  $\bar{\varepsilon} = 0.012$  به ترتیب آورده شده است همانطور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود به ازای شرایط اولیه نوع اول و دوم با افزایش ضریب میرایی، زمان مورد نیاز برای بالانس افزایش می‌یابد و برای شرط نوع سوم به ازای افزایش ضریب میرایی، زمان مورد نیاز برای بالانس ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



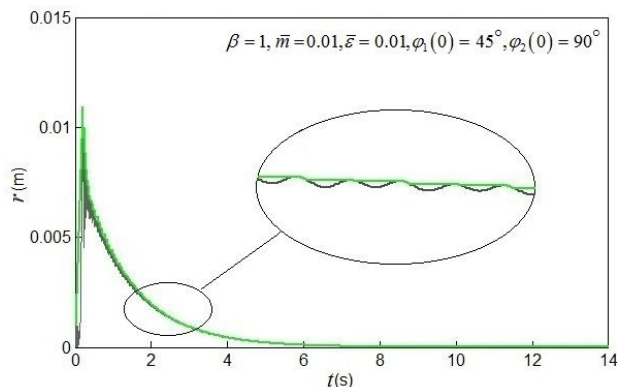
شکل ۸ زمان لازم برای میرا شدن دامنه حرکت بر حسب ضریب میرایی



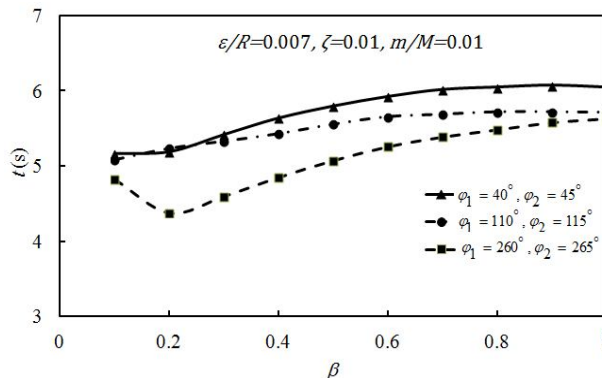
شکل ۶-الف پاسخ زمانی دامنه حرکت سیستم



شکل ۶-ب پاسخ زمانی برای موقعیت زاویه‌ای ساچمه‌ها



شکل ۷ پاسخ زمانی سیستم و منحنی پوش

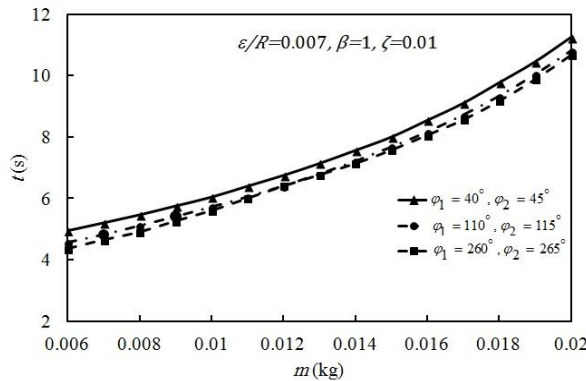


شکل ۸ زمان لازم برای میرا شدن دامنه حرکت بر حسب ضریب میرایی

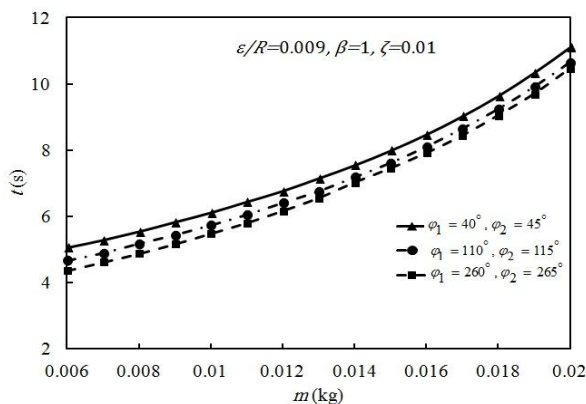
#### ۹- تعیین زمان مورد نیاز برای میرا شدن دامنه حرکت

برای تعیین زمان مورد نیاز برای میرا شدن دامنه حرکت با استفاده از

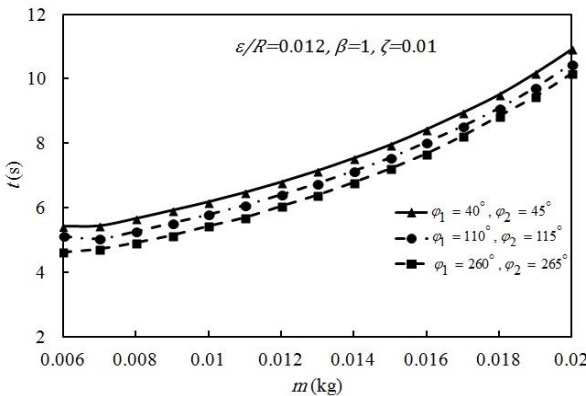
مشاهده می‌شود به ازای شرایط اولیه مختلف با افزایش جرم ساچمه‌ها زمان مورد نیاز برای بالانس افزایش می‌یابد.



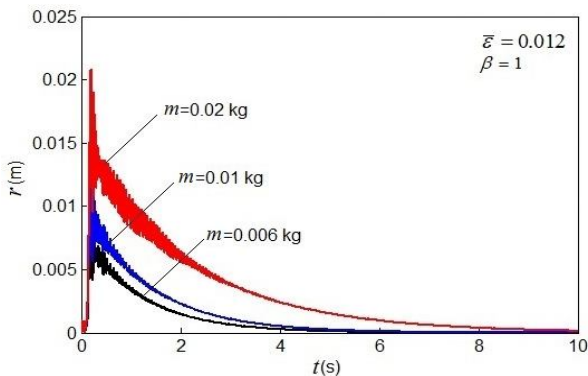
شکل ۱۲ زمان لازم برای میرا شدن دامنه حرکت بر حسب جرم بی‌بعد ساچمه‌ها



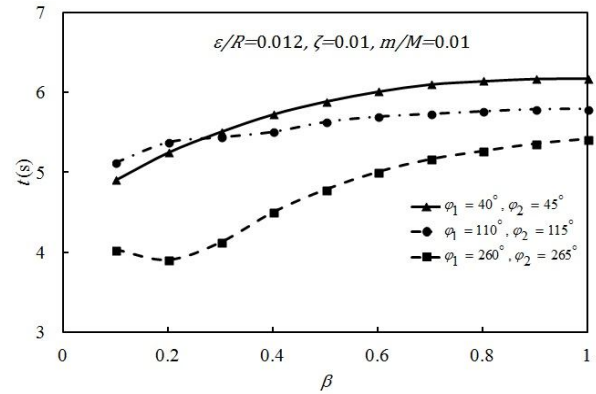
شکل ۱۳ زمان لازم برای میرا شدن دامنه حرکت بر حسب جرم بی‌بعد ساچمه‌ها



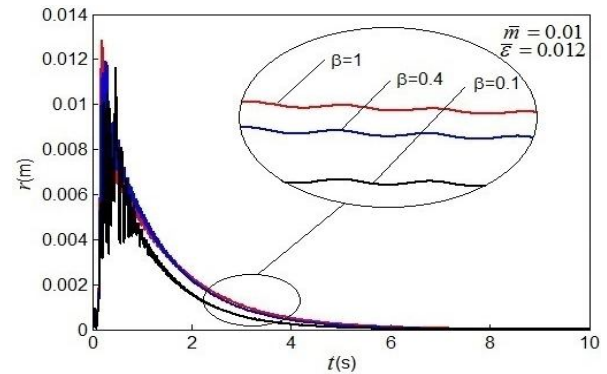
شکل ۱۴ زمان لازم برای میرا شدن دامنه حرکت بر حسب جرم بی‌بعد ساچمه‌ها



شکل ۱۵ پاسخ زمانی سیستم برای جرم‌های مختلف ساچمه‌ها



شکل ۱۰ زمان لازم برای میرا شدن دامنه حرکت بر حسب ضریب میرایی



شکل ۱۱ پاسخ زمانی دامنه سیستم برای ضریب میرایی‌های مختلف

با توجه به شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰ نتیجه می‌شود بهترین بازه برای  $\beta$  برای پارامترهای فرض شده در دور کاری مذکور (۳۷) و برای شرایط اولیه مختلف ساچمه‌ها  $[0.1 \ 0.2]$  است. با توجه به بازه بهینه‌ی ضریب میرایی  $[0.1 \ 0.2]$  نتیجه می‌شود ضریب میرایی پایین باعث بالانس سریع سیستم می‌شود و با توجه به اینکه ضریب میرایی بالانس متناسب با لزجت سیال درون شیار است بنابراین سیالی با لزجت پایین برای بالانس سیستم مناسب‌تر است. در شکل ۱۱ به ازای سه مقدار مختلف  $\beta$  و با ثابت نگه‌داشتن سایر پارامترهای سیستم ( $\bar{m}=0.01, \bar{\varepsilon}=0.012$ ) پاسخ‌های زمانی مربوط به دامنه حرکت آورده شده است همانطور که از شکل مشاهده می‌شود سیستم به ازای مقدار بهینه ضریب میرایی ( $\beta=0.1$ ) نسبت به دیگر مقادیر ضریب میرایی ( $\beta=1$  و  $\beta=0.4$ ) سریع‌تر بالانس می‌شود که صحت داده‌های قبلی را نشان می‌دهد.

### ۹- تعیین مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها برای اتوبالانسر ساچمه‌ای

برای پیدا کردن مقدار بهینه جرم ساچمه‌های بالانسر، با ثابت نگه‌داشتن سایر پارامترهای سیستم ( $\zeta=0.01, \beta=1$ ) و با بدست آوردن پاسخ‌های زمانی سیستم در محدوده بالانس برای جرم‌های مختلف ساچمه‌ها در بازه  $[0.006 \ 0.02]$  کیلوگرم و با استخراج زمان بالانس با استفاده از منحنی پوش، بازه بهینه برای  $m$  انتخاب می‌شود. دلیل انتخاب کران پایین بازه این است که جرم ساچمه‌ها باید رابطه (۳۴) را ارضا کنند که در این صورت کمترین مقدار جرم برابر با ۶ گرم است. معیار مورد نظر برای انتخاب جرم بهینه ساچمه‌ها عبارت از جرمی است که زمان لازم برای بالانس سیستم را به حداقل می‌رساند. در شکل‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۴ به ترتیب زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم برای جرم‌های مختلف ساچمه‌ها به ازای  $\bar{\varepsilon}=0.007$ ،  $\bar{\varepsilon}=0.009$  و  $\bar{\varepsilon}=0.012$  آورده شده است. همانطور که در این شکل‌ها

اولیه ساچمه‌ها مطابق رابطه (۳۹) در نظر گرفته شد. نتایج بدست آمده از روش الگوریتم ژنتیک نشان داد که مقادیر بهینه برای ضریب میرایی در بازه‌ی [0.1 0.2] قرار دارد که با نتایج حاصل از بررسی شکل‌های ۸ تا ۱۰ مطابقت دارد. همچنین مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها برای حالت‌های مختلف نابالانسی و شرایط اولیه سیستم، برابر با ۶ گرم بدست آمد که مطابق با نتایج حاصل از بررسی شکل‌های ۱۲ تا ۱۴ است.

در ضمن تعیین مقدار بهینه‌ی ضریب میرایی و جرم ساچمه‌ها از طریق رسم نمودارهای تغییرات پارامترهای مذکور در مقابل زمان بالانس نیاز به زمان بسیار کمی نسبت به تعیین مقدار بهینه‌ی پارامترهای اخیر با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک دارد.

#### ۱۰- تعیین مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها برای دور کاری متفاوت

از مقایسه شکل‌های ۸ تا ۱۰ و ۱۲ تا ۱۴ نتیجه می‌شود که تأثیر جرم در کاهش زمان بالانس نسبت به ضریب میرایی بیشتر است. به همین خاطر در جدول ۱ برای کاربردی بودن نتایج مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها برای دور کاری متفاوت و همچنین میانگین زمان بالانس آورده شده است. همانطور که از جدول ۱ مشاهده می‌شود برای روتوری با دور کاری بین ۲۰۰ تا ۲۵۰ رادیان بر ثانیه و ماکزیمم نابالانسی  $\bar{\varepsilon} = 0.012$  و ضریب میرایی  $\beta = 0.2$  مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها برابر با ۶ گرم است.

#### ۱۱- بررسی نیروی وارد بر یاتاقان‌ها

برای بررسی اهمیت موضوع، در این قسمت به بررسی نیروهای وارد بر یاتاقان‌ها در طی زمان بالانس پرداخته شده است. نیروی وارد بر یاتاقان‌ها از رابطه‌ی (۴۰) بدست می‌آید.

$$F = kr + c\dot{r} \quad (40)$$

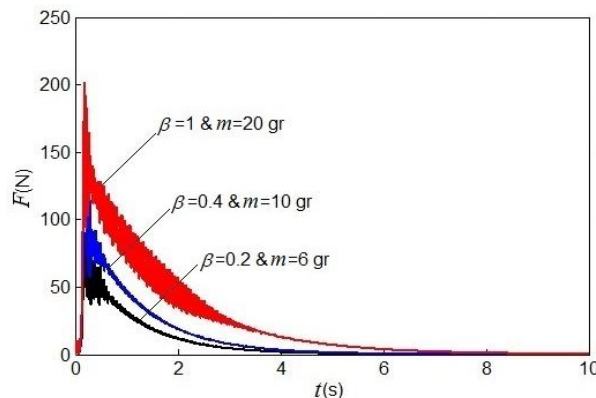
در شکل ۱۶ نیروی وارد بر یاتاقان‌ها بر حسب زمان برای دور کاری ۲۲۰ رادیان بر ثانیه و برای سه حالت مختلف رسم شده است. همانطور که از شکل مشاهده می‌شود نیروهای ناشی از نابالانسی در حالت انتخاب بهینه پارامترها نسبت به دو حالت دیگر سریع‌تر به صفر میل می‌کنند. نکته مهم دیگر اینکه با بهینه کردن پارامترها نه تنها نیروهای نابالانسی در یاتاقان‌ها سریع‌تر به صفر میل می‌کنند بلکه ماکزیمم دامنه نیروها به ازای پارامترهای بهینه نسبت به حالت‌های دیگر نیز کمتر است.

همان طور که از جدول ۲ مشاهده می‌شود ماکزیمم دامنه و زمان بالانس در حالت بهینه (سطر آخر جدول) نسبت به دو حالت غیر بهینه به ترتیب ۳۲ و ۵۵ درصد کاهش یافته است.

#### ۱۲- نتیجه گیری

نیروهای مضر ایجاد شده در اثر نابالانسی در سیستم، باعث کاهش عمر خستگی، ایجاد صدا، ارتعاشات ناخواسته و در برخی موارد سبب به خطر افتادن سلامتی کاربر می‌شود به همین دلیل رفع نابالانسی در سریع‌ترین زمان اهمیت پیدا می‌کند. به همین خاطر در این مقاله به بررسی تأثیر دو پارامتر مهم ضریب میرایی و جرم ساچمه‌ها بر پایداری اتوبالانسر ساچمه‌ای پرداخته شد و برای اولین بار مقدار بهینه این پارامترها با توجه به سایر پارامترهای سیستم تعیین شد. معیارهای مورد توجه در انتخاب جواب بهینه، زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم در نظر گرفته شده است و نتایج کلی زیر بدست آمده است:

با توجه به نمودارهای پایداری، در زیر سرعت بحرانی، بالانسر ساچمه‌ای قادر به بالانس سیستم نیست. همچنین در سرعت‌های بالای سرعت بحرانی به ازای محدوده‌ی خاصی از پارامترها می‌تواند نابالانسی را برطرف کند. نتایج نشان می‌دهد که انتخاب بهینه‌ی پارامترهای سیستم باعث کاهش



شکل ۱۶ نیروی وارد بر یاتاقان‌ها در دور کاری ۲۲۰ رادیان بر ثانیه

جدول ۱ مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها برای دور کاری متفاوت و  $\beta = 0.2$

دور کاری (rad/s)	مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها (kg)	میانگین زمان بالانس (s)
۲۰۰	۰/۰۰۶	۴/۷۰
۲۱۰	۰/۰۰۶	۴
۲۲۰	۰/۰۰۶	۳/۹۸
۲۳۰	۰/۰۰۶	۳/۹۶
۲۴۰	۰/۰۰۶	۳/۹۸
۲۵۰	۰/۰۰۶	۳/۹۱

جدول ۲ ماکزیمم نیروی وارد بر یاتاقان‌ها و زمان میرا شدن نیروی وارد بر یاتاقان‌ها در دور کاری ۲۲۰ رادیان بر ثانیه

ضریب میرایی	جرم ساچمه‌ها (gr)	ماکزیمم نیروی وارد بر یاتاقان‌ها (N)	زمان میرا شدن نیروی وارد بر یاتاقان‌ها (s)
۱	۲۰	۲۰۱/۸	۸/۵
۰/۴	۱۰	۱۲۱/۵	۵/۸
۰/۲	۶	۹۰/۵	۵/۷

با توجه به شکل‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۴ نتیجه می‌شود برای بالانس سریع سیستم بهتر است جرم هر کدام از ساچمه‌ها برابر با ۶ گرم باشد. در شکل ۱۵ به ازای سه مقدار مختلف  $m$  پاسخ‌های زمانی مربوط به دامنه سیستم آورده شده است همانطور که از شکل مشاهده می‌شود سیستم به ازای مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها ( $m = 0.006$ ) نسبت به دیگر مقادیر جرم ساچمه‌ها سریع‌تر بالانس می‌شود که صحت داده‌های قبلی را نشان می‌دهد.

همچنین برای اطمینان از بهینه بودن مقادیر ضریب میرایی،  $\beta$  و جرم ساچمه‌ها،  $m$ ، که از بررسی شکل‌های ۸ تا ۱۰ و ۱۲ تا ۱۴ بدست آمده‌اند مقادیر اخیر با نتایج حاصل از روش الگوریتم ژنتیک مقایسه شد.

نحوه‌ی محاسبه‌ی مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مذکور با استفاده از الگوریتم ژنتیک به صورت زیر است:

زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم که در بخش ۷ نحوه‌ی بدست آوردن آن توضیح داده شد به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده است. تعداد جمعیت اولیه و تعداد تکرار در روش الگوریتم ژنتیک برابر با ۲۰ در نظر گرفته شد. با ثابت نگه داشتن سایر پارامترهای سیستم، مقادیر بهینه ضریب میرایی و جرم ساچمه‌ها براساس کمینه‌سازی زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم به ازای سه مقدار مختلف نابالانسی ( $\bar{\varepsilon} = 0.007$ ،  $\bar{\varepsilon} = 0.009$  و  $\bar{\varepsilon} = 0.012$ ) بدست آورده شده‌اند. ضمناً در کمینه‌سازی زمان مورد نیاز برای بالانس سیستم، با توجه به اینکه موقعیت اولیه ساچمه‌ها در عمل مقدار مشخصی ندارد برای کسب نتایج عمومی‌تر، سه حالت متفاوت برای شرایط



- [5] C. Rajalingham S. Rakheja, Whirl suppression in hand-held power tool rotors using guided rolling balancers, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 217, No. 3, pp. 453-466, 1998.
- [6] P.C.P. Chao Y.-D. Huang C.-K. Sung, Non-planar dynamic modeling for the optical disk drive spindles equipped with an automatic balancer, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 38, pp. 1289-1305, 2003.
- [7] Thearle e. L, automatic dynamic balancers, *Machine Design*, vol. 22, pp. 119- 124, 1950.
- [8] Alexander j. D, an automatic dynamic balancer, *proceeding for second southeastern conference*, vol. 2, pp. 415-426, 1964.
- [9] Cade g. W, self- compensating balancing in rotating mechanisms, *Mechanism Machine Theory*, vol. 23, pp. 71-78, 1965.
- [10] Lee j. V. moorhem w. K, analytical and experimental analysis of self-compensating dynamic balancer in a rotating mechanism, *Asme Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 118, pp. 468-475, 1996.
- [11] J. Chung. d. S. Ro, dynamic analysis of an automatic dynamic balancer for rotating mechanism, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 228, No. 5, pp. 1035- 1056, 1999.
- [12] Wonsuk kim don-lin lee. jinati chung, three-dimensional modeling and dynamic analysis of an automatic ball balancer in an optical disk drive, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 569, pp. 285- 547, 2005.
- [13] C. Rajalingham r. B. Baht, complete balancing of disk mounted on a vertical cantilever shaft using a two ball automatic balancer, *Journal of Sound and Vibration*, pp. 169- 191, 2006.
- [14] C.J. Lu M.C. Wang Sh.H. Huang, Analytical study of the stability of a two-ball automatic balancer, *Mechanical Systems and Signal Processing* vol. 23, pp. 884-896, 2009.
- [15] Chan t.c. sung c.k. chao c.p, non-linear suspension of an automatic ball balancer, *Non-Linear Mechanics*, vol. 46, pp. 415-424, 2011.
- [16] C.J. Lu M.C. Wang, stability analysis of a ball-rod-spring automatic balancer, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, pp.846-854, 2011.

قابل ملاحظه‌ی همزمان ماکزیمم دامنه نیروی وارد بر یاتاقان‌ها و زمان بالانس می‌شود.

ضریب میرایی بالانسر یکی از مهم‌ترین پارامترهای سیستم است که در صورت صفر بودن آن سیستم ناپایدار است. همچنین ضریب میرایی پایین باعث بالانس سریع سیستم می‌شود و با توجه به اینکه ضریب میرایی بالانسر متناسب با لزجت سیال درون شیار است بنابراین سیالی با لزجت پایین برای بالانس سیستم مناسب‌تر است. با افزایش جرم ساچمه‌ها زمان مورد نیاز برای بالانس افزایش می‌یابد. در ضمن جرم ساچمه‌ها باید در رابطه (۳۴) صدق کند تا اتوبالانسر قادر به بالانس سیستم شود پس مقدار بهینه جرم ساچمه‌ها از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$m = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{Max} M}{R} \quad (41)$$

که در آن  $\varepsilon_{Max}$  ماکزیمم نابالانسی ممکن در سیستم است.

### ۱۳- مراجع

- [1] Iso 1940/1 balance quality requirements of rigid rotors part 1-1986-09-01
- [2] Y, Ishida, Recent development of the passive vibration control method, *Mechanical Systems and Signal Processing* vol. 29, pp. 2-18, 2012.
- [3] D.J. Rodrigues A.R. Champneys M.I. Friswell R.E. Wilson, Experimental investigation of a single-plane automatic balancing mechanism for a rigid rotor, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, pp 385-403, 2011.
- [4] W.Y. Huang C.P. Chao J.R. Kang C.K. Sung, The application of ball-type balancers for radial vibration reduction of high-speed optic disk drives, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 250, No. 3, pp. 415-430, 2002.