



## شناسایی سیستم‌های هایبرید آفین تکه‌ای خطی با استفاده از شبکه عصبی آدالین

اسماعیل خان‌میرزا<sup>1\*</sup>، علیرضا موسوی<sup>2</sup>، میلاد نظرآهاری<sup>3</sup>

- 1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 1684613114، khammirza@iust.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 08 اسفند 1393  
 پذیرش: 28 اسفند 1393  
 ارائه در سایت: 25 فروردین 1394  
 کلید واژگان:

### چکیده

سیستم‌های هایبرید، دسته‌ای از سیستم‌های دینامیکی هستند که رفتار آن‌ها، بر اساس برهم‌کنش رفتارهای دینامیکی گسسته و پیوسته بیان می‌شود. یکی از زیرمجموعه‌های سیستم‌های هایبرید، سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی هستند. شناسایی مدل‌های آفین تکه‌ای خطی، شامل تخمین پارامترهای زیرسیستم‌های آفین و ضرایب مربوط به ابر صفحات تفکیک‌کننده فضای حالت - ورودی می‌شود. در این مقاله، جهت تقسیم بندی همزمان فضای حالت - ورودی و استخراج ماتریس‌های مشخصه، از الگوریتم خطای محدود و شبکه عصبی آدالین استفاده خواهد شد. لازم به ذکر است که در این روش، نیازی به تعیین تعداد زیرسیستم‌های خطی سیستم نیست. همچنین روش شناسایی پیشنهادی بر اساس داده برداری برخط از سیستم توسعه داده شده است. همچنین از دیگر مزایای این روش، می‌توان به سادگی الگوریتم آن اشاره کرد که امکان استفاده از آن در کاربردهای عملی را فراهم می‌آورد. در ادامه، از روش مذکور جهت شناسایی یک مثال ریاضیاتی مرجع استفاده شده است. با مقایسه نتایج به دست آمده با مقالات مرجع، ثابت می‌شود که این روش، عملکرد مطلوبی در تقسیم بندی فضای حالت - ورودی و استخراج ماتریس‌های مشخصه خواهد داشت. در انتهای کار با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله، به شناسایی یک منبع فعال ذخیره سازی آب که معادلات آن به صورت یک سیستم آفین تکه‌ای خطی بیان می‌شود، پرداخته شده است.

سیستم‌های هایبرید  
 سیستم آفین تکه‌ای خطی  
 شناسایی سیستم  
 الگوریتم خطای محدود  
 شبکه عصبی آدالین

## Piecewise Affine Hybrid System Identification Using Adaline Neural Network

Esmail Khanmirza\*, Alireza Mousavi, Milad Nazarhari

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 1684613114 Tehran, Iran, khammirza@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 27 February 2015  
 Accepted 19 March 2015  
 Available Online 14 April 2015

#### Keywords:

Hybrid Systems  
 Piecewise Affine System  
 System Identification  
 Bounded Error Algorithm  
 Adaline Neural Network

### ABSTRACT

Hybrid systems are a group of dynamical systems whose behavior is described by the interaction of discrete and continuous dynamical system behaviors. One of the subsets of hybrid systems is piecewise affine system. Piecewise affine system identification consists of estimating the parameters of each subsystem and the coefficients of the state-input boundary hyperplanes. In order to cluster the state-input space and estimate the feature matrixes simultaneously, bounded error algorithm and adaline neural network are used. It should be noted that in this method, there is no need to know the number of linear subsystems of the piecewise affine system. Moreover, the identification method is extended based on on-line data acquisition from system. In continuation, this method is used to identify a benchmark mathematical piecewise affine system. By comparing the results with the reference paper, it is proven that this method has a good performance in clustering the state-input space and estimating the feature matrixes. Finally, by using the proposed method an active water tank whose equations are described by the form of a piecewise affine system is identified.

### 1- مقدمه

دسترس نیست، عده‌ای از محققان بر روی انواع خاصی از سیستم‌های هایبرید تمرکز کرده‌اند. یکی از زیرمجموعه‌های سیستم‌های هایبرید، سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی<sup>1</sup> هستند [1]. سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی، براساس تقسیم فضای ورودی به تعداد محدودی (قابل شمارش) از نواحی محدب و در نظر گرفتن هر ناحیه به صورت یک زیرسیستم خطی آفین، تعریف می‌شوند [1]. شناسایی سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی، شامل تخمین متغیرهای زیرسیستم‌های آفین و ضرایب مربوط به ابر صفحات تفکیک‌کننده فضای حالت - ورودی می‌شود [1]. از میان روش‌های ارائه شده، چهار روش شاخص

سیستم‌های هایبرید دسته‌ای از سیستم‌های دینامیکی هستند که رفتار آن‌ها، براساس برهم‌کنش رفتارهای دینامیکی گسسته و پیوسته بیان می‌شود. بدین معنا که می‌توان در بازه‌های زمانی مختلف، الگوهای دینامیکی متفاوتی به یک سیستم هایبرید نسبت داد. برای نمونه، می‌توان به رفتار دینامیکی یک گرم‌کن الکتریکی در زمان‌های روشن و خاموش بودن آن اشاره کرد. بدین ترتیب شناسایی سیستم‌های هایبرید در هر لحظه، امری بسیار مهم در راستای کنترل آن‌ها خواهد بود. از آنجایی که یک روش عمومی برای تحلیل سیستم‌های هایبرید در

1- Piecewise Affine Systems

مرجع و یک مثال فیزیکی خواهیم پرداخت. در انتها و در بخش 6، نتایج کار به صورت خلاصه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

## 2- شرح مسئله

جهت شناسایی سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی، در ابتدا لازم است تا مدل-های تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی<sup>3</sup> معرفی شوند. در شبیه‌سازی سیستم‌های دینامیکی، به منظور تبدیل یک سیستم چند ورودی- تک خروجی با ورودی-های پیوسته به یک سیستم تک ورودی- تک خروجی، از مدل‌های تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی بهره گرفته می‌شود [1].

با فرض بردارهای  $u_k \in R_m$ ،  $y_k \in R_p$  و  $e_k \in R_p$  به عنوان بردارهای ورودی، خروجی و خطا و به ازای مقادیر ثابت  $n_1$  و  $n_2$  بردار رگرسیون به صورت رابطه (1) ایجاد می‌شود [5]:

$$x_k = [y_{k-1}^T \dots y_{k-n_1}^T u_{k-1}^T \dots u_{k-n_2}^T]^T, x_k \in R^n \quad (1)$$

این در حالی است که مقدار  $n$  از رابطه (2) به دست می‌آید:

$$n = pn_1 + mn_2, n_i > 0, i = 1, 2 \quad (2)$$

بدین ترتیب مدل تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی، بر اساس روابط (3) و (4) تعریف می‌شود [5]:

$$f(x_k) = \begin{cases} \theta_1^T [x_k^T \ 1]^T, & x_k \in X_1 \\ \vdots \\ \theta_s^T [x_k^T \ 1]^T, & x_k \in X_s \end{cases}, k = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

$$y_k = f(x_k) + e_k \quad (4)$$

با فرض وجود فضای رگرسیون به صورت  $X_i \in R_n$ ،  $i = 1, 2, \dots, s$ ، هر زیر فضا به صورت رابطه (5) شرح داده می‌شود [15]:

$$X_i = \{x \in R^n: H_i \phi \leq 0\} \quad (5)$$

معرف تعداد نامساوی‌های تعیین‌کننده زیر فضای  $i$ -ام است و  $q_i$  نشانگر یک بردار  $q_i$  بعدی است که اعضای آن را نمادهای بزرگ‌تر و بزرگ‌تر مساوی تشکیل داده‌اند. البته می‌بایست توجه داشت که در مدل‌های تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی، قوانین تعویض میان زیرسیستم‌ها بر اساس شکل زیرفضاهای محدب تعیین می‌شوند [1].

لازم به ذکر است که تعداد زیر فضاها و ماتریس متغیرهای هر زیرسیستم، به ترتیب با  $s$  و  $s \times (n+1) \times p$ ،  $i = 1, 2, \dots, s$  نشان داده می‌شوند. در ادامه، تعداد  $N$  نمونه داده، به صورت رابطه (6) ایجاد خواهند شد [5]:

$$r_k = [x_k^T \ y_k^T]^T \in R^{n+p}, k = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

پیش از شناسایی سیستم، می‌بایست فرضیاتی در رابطه با حل مسئله مطرح شوند. این فرضیات عبارت‌اند از:

فرض 1. تعداد زیرسیستم‌ها ( $s$ ) یک مقدار مشخص و از قبل تعیین شده است [5].

در بیشتر موارد، ساختار سیستم‌های فیزیکی به گونه‌ای است که تشخیص تعداد حالات دینامیکی گوناگون امکان‌پذیر است. بدین ترتیب استفاده از فرض 1، منطقی و قابل‌قبول خواهد بود. البته در برخی از موارد، این تخمین به سادگی قابل انجام نیست و در نتیجه استفاده از فرض 1، مقدور نخواهد بود. بدین ترتیب در ادامه، با معرفی یک روش منحصر به فرد، به تخمین تعداد زیرسیستم‌های آفین می‌پردازیم.

فرض 2. مقادیر  $n_1$  و  $n_2$  در فرایند حل مسئله ثابت و مشخص در نظر گرفته می‌شوند [1].

عبارت‌اند از رهیافت جبری [2]، رهیافت مبتنی بر روابط بیز [3]، رهیافت مبتنی بر خطای محدود [4] و روش مبتنی بر خوشه‌بندی [5, 1]. لازم به ذکر است که روش‌های مذکور، به صورت موفقیت‌آمیزی در شناسایی مسائل کاربردی از جمله ترانسفورماتورهای صنعتی [1] و ربات بردار و بگذار [4, 3] بکار رفته‌اند.

در کنار روش‌های مذکور، می‌توان از روش‌های هوشمند جهت شناسایی سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی بهره برد. در تحقیق‌های قبلی، نشان داده شده است که استفاده از شبکه‌های عصبی در شناسایی سیستم‌های غیرخطی، بسیار موثر خواهد بود. برای مثال، می‌توان به مقاله [6] تحت عنوان شناسایی سیستم‌های غیرخطی به وسیله شبکه عصبی دینامیکی بهینه‌شده توسط الگوریتم ژنتیک، اشاره کرد. همچنین در پژوهش‌های [7-9]، روش‌های مبتنی بر خوشه‌بندی ارائه شده است. رویکرد اصلی در این پژوهش‌ها، ارائه روش‌های بهینه‌ای است که در آن‌ها، نیازی به انتخاب تصادفی مراکز دسته‌ها نبوده و نیز تا حدودی، نسبت به تأثیر نویز مقاوم باشند. در [10]، از یک مدل فازی تاکاگی- سوگنو به عنوان تخمین‌گر هر یک از زیرسیستم‌های آفین و به صورت مجزا استفاده شده است. در [11]، از یک الگوریتم دو مرحله‌ای برای شناسایی سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی استفاده شده است. در مرحله اول با استفاده از یک الگوریتم با آستانه متغیر، زیرسیستم‌ها شناخته‌شده و در مرحله بعدی با استفاده از قیود خوشه‌بندی، دقت زیرسیستم‌ها و نواحی شناسایی شده بهبود بخشیده می‌شوند. روش پیشنهادی در [12]، از یک الگوریتم رقابتی جهت تخمین زیرسیستم‌ها بهره می‌برد. در این الگوریتم، ترجیح دادن مدل‌هایی که بهترین انطباق را با داده‌ها دارند، سیستم مورد نظر شناسایی خواهد شد. در [13] روشی برای شناسایی یک تابع غیرخطی با شبکه عصبی یا شبکه موجک مورد بررسی قرار گرفته است. در [14] از موجک‌های هار برای معرفی سیگنال‌های ورودی و خروجی و دینامیک سیستم غیرخطی استفاده شده است.

در این پژوهش، به ارائه روشی برای شناسایی سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی پرداخته شده است. در این روش، با استفاده هم‌زمان از شبکه عصبی آدلاین<sup>1</sup> و الگوریتم دلتا<sup>2</sup> (که به عنوان یک روش نوآورانه در این کار ارائه می‌شود)، و با استفاده از تعدادی از مشاهدات (داده‌های ورودی/ خروجی)، نواحی حالت- ورودی و ماتریس‌های مشخصه هر یک از زیرسیستم‌های خطی، شناسایی خواهند شد. لازم به ذکر است که در این روش و به عنوان یک مزیت جدید، نیازی به آگاهی از تعداد زیرسیستم‌های خطی سیستم نیست. از مزیت‌های دیگر این روش رویکرد کاربردی در ارائه آن است؛ به این معنا که ساختار روش پیشنهادی نسبت به پژوهش‌های پیشین از سادگی قابل-ملاحظه‌ای برخوردار است، و نیز نگرش کاربردی در تدوین مراحل آن مدنظر قرار گرفته است.

در انتهای کار با مقایسه نتایج حاصل‌شده با روش [1] و برای یک مثال مشترک، ثابت خواهیم کرد که استفاده از این روش موجب شناسایی سیستم با دقت مطلوب خواهد شد.

در بخش 2، به معرفی سیستم‌های آفین تکه‌ای خطی و تعریف مسئله شناسایی آن‌ها پرداخته می‌شود. در بخش 3، به تشریح ساختار ارائه‌شده و امکان استفاده از آن جهت استخراج ماتریس‌های مشخصه پرداخته خواهد شد. در بخش 4، نحوه انتخاب متغیرهای الگوریتم مورد بررسی قرار می‌گیرند. در بخش 5، با استفاده از روش ارائه‌شده، به شناسایی یک سیستم ریاضیاتی

1- Adaline  
2- Delta Algorithm

3- PieceWise AutoRegressive eXogenous (PWARX)

در نهایت، مسئله شناسایی سیستم‌های تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی به صورت زیر تعریف می‌شود:

به دست آوردن ماتریس متغیرهای هر زیرسیستم  $(\theta_i, i = 1, 2, \dots, s)$  و مرزهای تفکیک‌کننده هر دو زیر فضای مجاور  $(X_i, i = 1, 2, \dots, s)$  به ازای تعداد مشخصی از مشاهدات  $(r_k, k = 1, 2, \dots, N)$  (با توجه به فرضیات 1 و 2).

### 3- روش پیشنهادی

روش ارائه‌شده، روشی مبتنی بر نگاه فیزیکی بر مسئله شناسایی است. در این روش با استفاده از اطلاعات کلی سیستم، امکان استفاده از الگوریتم به صورت آنلاین فراهم‌شده و شناسایی بدون آگاهی از تعداد زیرسیستم‌ها انجام می‌شود.

همان‌گونه که اشاره شد، خروجی یک سیستم تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی، تابعی از ورودی‌ها و خروجی‌های لحظات قبل و نیز ورودی کنونی سیستم است. بر این اساس می‌توان دریافت که خروجی لحظه بعد، تنها وابسته به ورودی زمان حال است، به این معنا که جهت تعیین خروجی لحظه بعد، تنها نیاز به آگاهی از ورودی زمان حال است، زیرا ورودی‌ها و خروجی‌های لحظات قبل از پیش مشخص شده‌اند.

یکی دیگر از نکات قابل توجه، خطی بودن دینامیک مربوط به هر زیرسیستم است. بدین ترتیب انتظار می‌رود که با تغییر اندک در ورودی سیستم، خروجی متناظر به صورت خطی و با مقداری اندک (در صورت عدم وجود نویز) تغییر کند (مگر آنکه از یک زیرسیستم به یک زیرسیستم دیگر تغییر وضعیت داده باشد).

الگوریتم شناسایی ارائه‌شده، از دو ویژگی مذکور و نیز یک قید که به صورت رابطه (7) بیان می‌شود، بهره می‌برد:

$$|y(k+1) - y(k)| \leq \Delta y_{\max} \quad (7)$$

به این معنا که به ازای رشد اندک در ورودی و در شرایطی که زیرسیستم تغییر نکرده باشد، خروجی‌های متناظر می‌بایست قید (7) را برآورده نمایند. در تمامی الگوریتم‌های معرفی‌شده، انتخاب ورودی‌های سیستم به نحوی است که فضای حالت- ورودی پوشش داده‌شده و تمامی مودهای سیستم تحریک شوند. بدین ترتیب انتخاب صحیح ورودی‌ها به منظور برآورده ساختن شرایط مطلوب، امری مهم است. حال آن‌چه در استفاده از الگوریتم ارائه‌شده اهمیت می‌یابد، به دست آوردن تقریبی مناسب از حدود پایین و بالای ورودی‌های سیستم است. ارائه این تخمین، مبتنی بر نگاهی دقیق بر سیستم فیزیکی موجود است. برای مثال، در شرایطی که سیستم مورد نظر یک سیستم الکتریکی با ورودی‌های ولتاژ و جریان باشد، بنا بر پیشنهادهای سازنده و به منظور عملکرد ایمن، حدود پایینی و بالایی ورودی‌ها تعیین می‌شود.

بدین ترتیب، عملکرد الگوریتم شناسایی به صورت زیر تشریح می‌گردد.

#### 3-1- گام نخست: تعیین نواحی و تخصیص مدل خطی به هر یک از آن‌ها

پس از تخمین حد پایینی، این مقدار به عنوان اولین ورودی سیستم در نظر گرفته‌شده و خروجی متناظر با آن تعیین می‌شود. حال ورودی/ خروجی تولیدشده، به عنوان نماینده زیرسیستم اول در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب می‌توان با استفاده از یک شبکه عصبی آدلاین، مدلی خطی برای زیرسیستم اول تقریب زد. حال ورودی سیستم به اندازه‌ای مشخص  $(\delta_2)$  افزایش‌یافته و خروجی متناظر با آن تولید می‌گردد. ورودی/ خروجی جدید نیز به زیرسیستم اول اختصاص داده‌شده و مدل تقریبی زیرسیستم اول، با استفاده از این دو ورودی/ خروجی به‌روزرسانی می‌شود.

حال می‌بایست مشخص شود که آیا ورودی/ خروجی دوم به طور حتم به زیرسیستم اول اختصاص دارد یا خیر. با توجه به این نکته که ورودی نخست در حوالی حد پایینی در نظر گرفته شده است، با افزایش ورودی به میزان اندک  $\delta_2$ ، انتظار می‌رود که همچنان ورودی در زیرسیستم اول قرار گیرد. در غیر این صورت با کاهش مقدار  $\delta_2$ ، عملیات شناسایی به طور مجدد تکرار می‌شود تا ورودی/ خروجی دوم، به طور لزوم در زیرسیستم اول قرار گیرد.

صحت تعلق یک ورودی/ خروجی به یک زیرسیستم، با مقایسه خروجی سیستم با خروجی خط تقریبی آن ناحیه (به ازای همان ورودی) مشخص می‌گردد. بدین ترتیب، این معیار به صورت نامعادله (8) بیان می‌شود:

$$|y_{\text{sys}}(k) - y_{\text{est}}(k)| \leq \delta_1^2 \quad (8)$$

$y_{\text{sys}}$ ، خروجی سیستم در حال شناسایی به ازای یک ورودی مشخص است و  $y_{\text{est}}$ ، خروجی شبکه آدلاین مربوط به زیرسیستم مورد نظر به ازای همان ورودی هست. در صورت برآورده شدن نامعادله فوق، ورودی/ خروجی به زیرسیستم مورد نظر اختصاص می‌یابد و در غیر این صورت، ناحیه‌ای جدید ایجاد خواهد شد.

اکنون فرض می‌شود که مدل خطی یک ناحیه، با استفاده از تعدادی ورودی/ خروجی تقریب زده شده است. با تولید ورودی بعدی (ورودی در هر مرحله به اندازه  $\delta_2$  افزایش‌یافته و ورودی بعدی تولید می‌شود)، خروجی سیستم و خروجی مدل خطی محاسبه‌شده و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در صورتی که مقدار خروجی مدل به مقدار خروجی سیستم نزدیک باشد، ورودی/ خروجی مذکور به همان زیرسیستم اختصاص می‌یابد. حال مدل تقریبی زیرسیستم، با استفاده از مجموعه جدیدی از داده‌ها (شامل داده‌های قبلی زیرسیستم و داده اضافه‌شده) به‌روزرسانی می‌شود.

این عمل تا جایی ادامه می‌یابد که تعداد ورودی/ خروجی‌های موجود در یک زیرسیستم، به عدد 10 برسد. در این شرایط، مقدار  $\delta_1$  از  $\delta_1^1$  به  $\delta_1^2$  تغییر کرده و برای ورودی/ خروجی یازدهم، رابطه (8) با مقدار  $\delta_2^2$  استفاده می‌شود. پس از تولید ورودی/ خروجی یازدهم، در صورتی که نامعادله (8) ارضا نشود، یک زیرسیستم جدید ایجادشده و ورودی/ خروجی مورد نظر به عنوان عضو نخست این زیرسیستم در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب مقدار  $\delta_1$  به  $\delta_1^1$  و مقدار  $\delta_2$  به مقدار اولیه‌اش بازگردانده می‌شود. حال الگوریتم ارائه‌شده برای ناحیه جدید (همانند ناحیه اول) نیز اجرا خواهد شد.

بر اساس توضیحات فوق، می‌توان الگوریتم شناسایی را به صورت زیر بیان نمود:

(1) انتخاب ورودی  $(u'_{k-1})_i$  در حوالی حد پایینی  $(u_{\text{lb}})$ ، محاسبه خروجی متناظر با آن، ایجاد زیرسیستم اول و قرار دادن  $s = 1$ ،  $i = 1$  و  $(u'_{\text{int}})_s = (u'_{k-1})_i$ .

(2) به‌روز کردن مقدار ورودی بر اساس رابطه  $(u'_{k-1})_{i+1} = (u'_{k-1})_i + \delta_2$  و  $i = i + 1$ .

(3) اگر  $(u'_{k-1})_i \leq u_{\text{ub}}$  برو به 7.

(4) محاسبه خروجی سیستم به ازای ورودی  $(u'_{k-1})_i$ ، تشکیل ورودی/ خروجی  $i$ -ام و استفاده از رابطه (8).

(5) برای ورودی/ خروجی  $i$ -ام یک ناحیه جدید تشکیل شود یا خیر (نامعادله

(8) برقرار شده است یا خیر): (1) بلی ← برو به 2، (2) خیر ← برو به 6.

(6) آیا  $i > 10$ : (1) بلی ←  $s = s + 1$  و  $(u'_{\text{int}})_s = (u'_{k-1})_i$  و  $i = 1$  و برو به

2، (2) خیر ←  $\delta_2 = 0.5\delta_2$  و  $i = 1$  و  $(u'_{k-1})_i = (u'_{\text{int}})_s$  و برو به 2.

(7) پایان.

به مرز، بسیار به هم نزدیک بوده و در نتیجه ممکن است که رابطه (8)، قادر به تشخیص زیرسیستم جدید نباشد. به همین دلیل، گام دوم به منظور پالایش نواحی انجام می‌شود.

در این مرحله و در ابتدای کار، خروجی متناظر با آخرین داده ناحیه  $s$  برای هر دو ناحیه  $s$  و  $s + 1$  (یا استفاده از مدل تقریبی به دست آمده برای خروجی مدل‌های خطی  $s$  و  $s + 1$ )، مقدار خطای آخرین داده ناحیه  $s$  برای مدل‌های خطی  $s$  و  $s + 1$  طبق رابطه (10) محاسبه می‌شود:

$$er = |y_{sys}(k) - y_{est}(k)| \quad (10)$$

$y_{sys}$ ، معرف خروجی سیستم به ازای ورودی آخرین داده  $s$  و  $y_{est}$ ، نشانگر خروجی مدل‌های خطی زیرسیستم‌های  $s$  و  $s + 1$  به ازای ورودی آخرین داده  $s$  می‌باشند.

در صورتی که خطای محاسبه‌شده برای زیرسیستم  $s + 1$  کم‌تر از خطای محاسبه‌شده برای زیرسیستم  $s$  باشد، آخرین داده از انتهای زیرسیستم  $s$  به ابتدای زیرسیستم  $s + 1$  منتقل می‌شود.

عملیات تشریح شده، بار دیگر بر روی آخرین داده زیرسیستم  $s$  اجرا می‌شود. این فرایند، تا زمانی که خطای محاسبه‌شده برای زیرسیستم  $s + 1$  بیش‌تر از خطای محاسبه‌شده برای زیرسیستم  $s$  شود، ادامه می‌یابد.

#### 4- انتخاب متغیرهای الگوریتم پیشنهادی

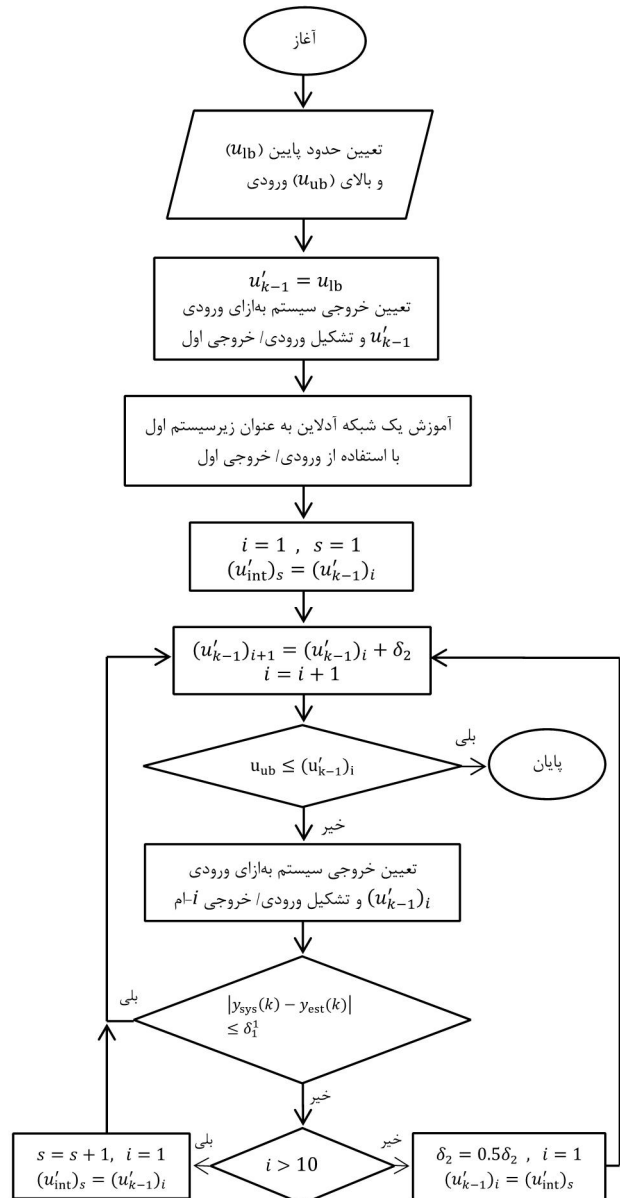
همان‌گونه که اشاره شد، تشخیص مرز بین دو ناحیه توسط رابطه (8) انجام می‌شود. در نتیجه، تشخیص صحیح نواحی به مقدار پارامتر  $\delta_1$ ، مدل خطی تقریب زده شده، تعداد داده‌ها برای شناسایی کامل یک ناحیه و مقدار پارامتر  $\delta_2$  وابسته خواهد بود. در این بخش، به تفصیل به هر یک از موارد ذکرشده پرداخته می‌شود.

##### 4-1- انتخاب پارامتر $\delta_1$

عوامل موثر در انتخاب  $\delta_1$  عبارت‌اند از: 1- تعداد نقاط موجود در یک زیرسیستم، 2- وجود مرزهای پیوسته و ناپیوسته میان زیرسیستم‌ها، 3- توزیع نقاط در نزدیکی مرزهای زیرسیستم (به ویژه در همسایگی مرزهای پیوسته) و 4- نویز.

اگر مدل خطی یک زیرسیستم به وسیله تعداد کمی از داده‌ها تقریب زده شود، به علت وجود نویز در اندازه‌گیری، مدل حاصل شده دقیق نخواهد بود. در نتیجه‌ی این امر، هنگام مقایسه مقدار خروجی سیستم با خروجی مدل خطی حاصل‌شده (رابطه (8))، مقدار خطای زیادی ایجاد خواهد شد. این در حالی است که ورودی/خروجی مورد نظر، به همان زیرسیستم مربوطه تعلق دارد. به منظور حل این مشکل، دو نکته در ارائه الگوریتم لحاظ شده است: 1- همواره مقدار  $\delta_2$  به نحوی انتخاب شود که تعداد داده‌های تشکیل‌دهنده هر زیرسیستم حداقل برابر با 10 باشد و 2- مقدار  $\delta_1$  به صورت پلکانی انتخاب شود؛ این بدان معنا است که در مرحله ایجاد یک زیرسیستم (هنگامی که تعداد داده‌های یک زیرسیستم کم‌تر از 10 است)، مقدار  $\delta_1$  برابر با  $\delta_1^+$  (عدد 10) و پس از اختصاص 10 داده به زیرسیستم مورد نظر، مقدار آن به  $\delta_1^-$  (عدد دلخواه کمتر از 10) کاهش یابد.

عامل دوم در انتخاب پارامتر  $\delta_1$ ، پیوستگی و یا عدم پیوستگی مرز میان زیرسیستم‌ها است. در شرایطی که مرز میان زیرسیستم‌ها پیوسته باشد، جداسازی صحیح داده‌های مرزی امری دشوار خواهد بود. در این شرایط، می‌بایست مقدار  $\delta_1$  کوچک فرض شود تا الگوریتم شناسایی، نقاط مرزی را با



شکل 1 فلوجارت گام نخست الگوریتم پیشنهادی

که در الگوریتم فوق،  $s$  بیانگر ناحیه  $s$ ،  $(u_{k-1})_i$  بیانگر ورودی  $i$ ،  $(u_{int}^{(s)})_s$  نشانگر بردار نگه‌دارنده مرز بین نواحی،  $u_{lb}$  معرف حد پایینی ورودی و  $u_{ub}$  معرف حد بالایی ورودی هستند. رشد مقدار ورودی  $(u_{k-1})_i$  در هر مرحله به میزان  $\delta_2$  است. برای تعیین مقدار  $\delta_2$  می‌توان از رابطه (9) بهره گرفت:

$$\delta_2 = (u_{ub} - u_{lb})/n \quad (9)$$

که  $n$ ، معرف تعداد ورودی/خروجی‌های سیستم مورد نظر است. البته می‌بایست مقدار  $n$  به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود تا میزان رشد ورودی در هر مرحله، در حد قابل‌قبول حفظ شود. شکل 1، فلوجارت گام نخست الگوریتم را نشان می‌دهد.

#### 3-2- گام دوم: پالایش زیرسیستم‌ها

در شرایطی که مرز بین دو زیرسیستم پیوسته باشد، این امکان وجود دارد که داده‌های مربوط به ابتدای زیرسیستم  $s + 1$ ، در انتهای زیرسیستم  $s$  قرار گیرند. علت این پدیده آن است که مقادیر خروجی به ازای ورودی‌های نزدیک

### 4-3- تعداد داده‌های لازم برای شناسایی کامل یک ناحیه

همان‌گونه که مطرح شد، شناسایی یک زیرسیستم جدید زمانی آغاز می‌شود که تعداد داده‌های زیرسیستم قبلی، به بیش از عدد 10 رسیده باشد. علت این امر، وجود نویز در اندازه‌گیری خروجی‌های مربوط به سیستم مورد نظر است. این موضوع سبب می‌شود تا در هر زیرسیستم، رابطه میان ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم به صورت غیرخطی تولید شود. در شرایطی که نویز بر خروجی سیستم تأثیر نگذارد، می‌توان تنها با استفاده از دو داده، مدل خطی حاکم بر هر ناحیه را به صورت دقیق تعیین کرد. در صورت وجود نویز، به منظور ایجاد یک مدل خطی مناسب، می‌بایست تعداد داده‌ها بیشتر از عدد دو باشد تا بازه قابل قبولی از زیرسیستم را پوشش دهد. به همین منظور، در شرایطی که شدت نویز نسبت به مقدار کنونی بیشتر شود، می‌بایست تعداد داده‌ها در هر زیرسیستم افزایش یابد.

### 4-4- انتخاب پارامتر $\delta_2$

اساس انتخاب پارامتر  $\delta_2$ ، مبتنی بر آگاهی از شرایط فیزیکی مسئله است. برای مثال، فرض می‌کنیم که سیستم مورد نظر، یک سیستم الکتریکی با ورودی ولتاژ است. به منظور عملکرد ایمن سیستم در شرایط کاری معین، محدوده ولتاژ ورودی در بازه 0 تا 10 ولت تخمین زده می‌شود. حال با مشخص بودن تعداد داده‌های مورد نیاز جهت انجام عملیات شناسایی، مقدار  $\delta_2$  با استفاده از رابطه (9) تعیین می‌شود.

البته باید توجه داشت که مقدار  $\delta_2$ ، نباید به اندازه‌ای کوچک (بزرگ) لحاظ شود که تغییرات خروجی به ازای ورودی‌های متوالی، بسیار کم (زیاد) شود. در حالتی که مقدار  $\delta_2$  بسیار کوچک در نظر گرفته شود، شناسایی هر زیرسیستم توسط تعداد بسیار زیادی از نقاط صورت خواهد گرفت و این موضوع، سبب کند شدن الگوریتم شناسایی خواهد شد. همچنین در صورتی که مقدار  $\delta_2$  بسیار بزرگ لحاظ شود، تشخیص مرز میان دو زیرسیستم متوالی با دقت کم‌تری انجام خواهد شد.

### 5- بررسی مثال‌های مورد نظر

#### 5-1- مثال 1

در این مسئله، داده‌ها به صورت یک سیستم تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی و با استفاده از رابطه (11) تولید شده‌اند:

$$y(k) = \begin{cases} [1 \ 2] \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \varepsilon(k), & u(k-1) = x(k) \in \bar{X}_1 = [-4, -1], \\ [-1 \ 0] \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \varepsilon(k), & u(k-1) = x(k) \in \bar{X}_2 = (-1, 2), \\ [1 \ 2] \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \varepsilon(k), & u(k-1) = x(k) \in \bar{X}_3 = [2, 4], \end{cases} \quad (11)$$

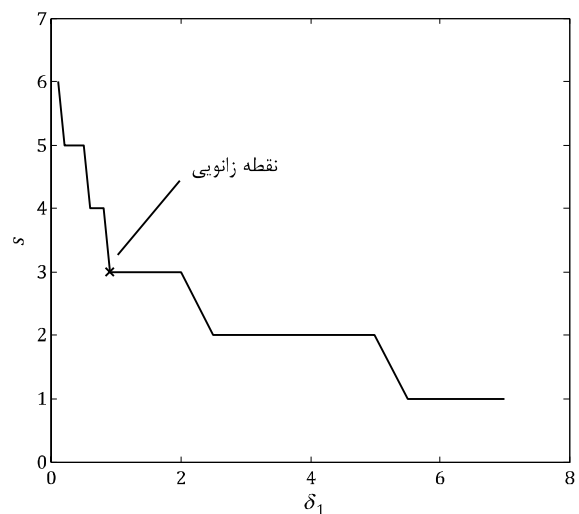
که در رابطه فوق،  $\bar{X} = [-4, 4]$ ،  $\bar{n}_b = 1$ ،  $\bar{n}_a = 0$ ،  $\bar{s} = 3$  است. لازم به ذکر است که نمونه‌های ورودی  $u(k) \in \mathbb{R}$  به صورت تصادفی و با توزیع غیر نرمال بر روی ناحیه  $\bar{X}$  ایجاد شده‌اند. در شکل 3، سیستم (11) با یک مجموعه 60 عضوی از داده‌ها و با واریانس نویز  $\sigma^2 = 0.05$  نشان داده شده است. البته می‌بایست توجه کرد که اگرچه زیرمدل‌های اول و سوم دارای ضرایب یکسانی هستند، ولی در نواحی متفاوتی از دامنه قرار گرفته‌اند. به منظور اجرای الگوریتم شناسایی، در ابتدا حدود پایین و بالای ورودی در نزدیکی مقادیر واقعی ( $u_{lb} = -4$  و  $u_{ub} = 4$ ) انتخاب شده‌اند. این مقادیر به ترتیب عبارت‌اند از:  $u_{lb} = -3.92$  و  $u_{ub} = 3.97$ . همچنین تعداد کل داده‌ها برابر با 60 و  $\delta_1^1 = 0.9$  (با توجه به شکل 2) در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب مقدار  $\delta_2$  به صورت رابطه (12) بدست می‌آید:

دقتی بالا تفکیک کند. البته لازم به ذکر است که انتخاب مقدار بیش از حد کوچک برای پارامتر  $\delta_1$ ، سبب افت کارایی الگوریتم خواهد شد. به علت وجود نویز در اندازه‌گیری، مقادیر خروجی سیستم نسبت به حالت خطی انحراف خواهند داشت. حال اگر مقدار  $\delta_1$  بسیار کوچک انتخاب شود، تعداد زیرسیستم‌های بیشتری (زیرسیستم‌های جعلی) نسبت به تعداد زیرسیستم‌های اصلی ایجاد خواهند شد. به علت آنکه مدل حاصل شده برای هر زیرسیستم جعلی تنها برای تعداد اندکی از داده‌های زیرسیستم‌های اصلی ایجاد می‌شود، این مدل‌ها از دقت مناسبی برخوردار نخواهند بود (به علت وجود نویز). این پدیده، سبب تولید خطا در تشکیل زیرسیستم‌های بعدی خواهد شد. البته لازم به ذکر است که اگر مقدار  $\delta_1$  بزرگ انتخاب شود، الگوریتم قادر به تشخیص صحیح مرز میان زیرسیستم‌ها نخواهد بود و در نتیجه، داده‌های مرزی به درستی دسته‌بندی نخواهند شد.

همان‌گونه که در شکل 2 مشاهده می‌شود، به ازای مقادیر کوچک  $\delta_1$  ( $\delta_1 < 0.5$ )، تعداد زیرمدل‌ها بیشتر از تعداد واقعی ( $s = 3$ ) تخمین زده شده است. همچنین به ازای مقادیر بزرگ  $\delta_1$  ( $\delta_1 > 5$ )، تمامی داده‌ها به یک زیرمدل اختصاص می‌یابند. در شکل 2، در یک نقطه معین، به ازای کاهش اندک در مقدار  $\delta_1$ ، تعداد زیرسیستم‌ها به صورت قابل توجهی افزایش یافته و همچنین با افزایش مقدار  $\delta_1$ ، تعداد زیرسیستم‌ها ثابت می‌ماند. این نقطه که نقطه زانویی<sup>1</sup> نامیده می‌شود، مقدار بهینه  $\delta_1$  را مشخص می‌کند. در این حالت،  $\delta_1$  هم به قدری کوچک است که زیرسیستم‌ها به خوبی تفکیک شوند و هم به قدری بزرگ است که در صورت وجود نویز، مانع از ایجاد زیرسیستم‌های جعلی شود.

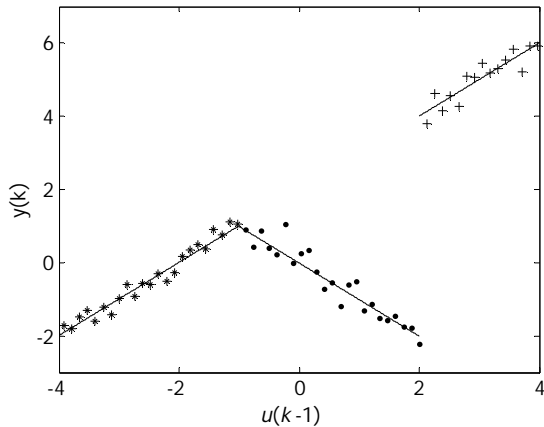
### 4-2- مدل خطی تقریب زده شده

به منظور تقریب مدل خطی هر زیرسیستم، از یک شبکه عصبی آدلاین که شامل یک نرون در لایه پنهان است، استفاده شده است. جهت آموزش این شبکه، الگوریتم پس‌انتشار خطا و با شیوه لوبنبرگ-مارکوآرت<sup>2</sup> به کار گرفته شده است. در ساختار پیشنهاد شده، مقادیر شیب و عرض از مبدأ مدل خطی، بر اساس مقادیر وزن و بایاس شبکه بیان می‌شوند. البته استفاده از شبکه‌های عصبی با ساختار پیچیده‌تر، این امکان را فراهم می‌کند که بتوان از توابع غیرخطی برای تقریب معادلات حالت هر زیرسیستم استفاده کرد.

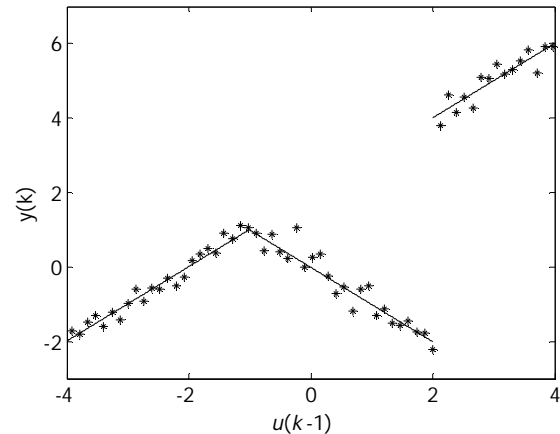
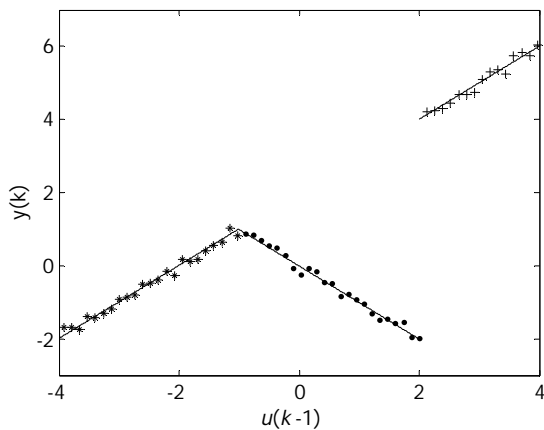
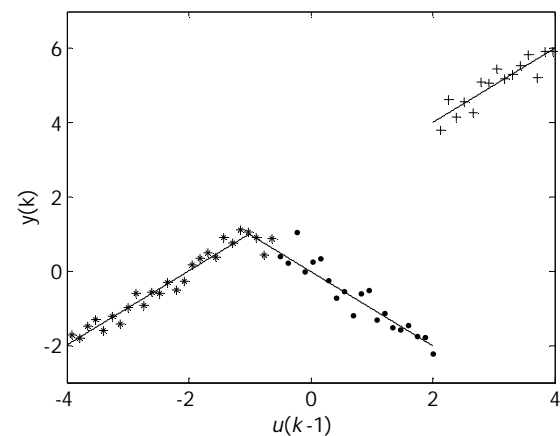


شکل 2 نمودار تعداد زیرمدل‌ها بر حسب پارامتر  $\delta_1$  برای مثال 1

1- Knee Point  
2- Levenberg-Marquardt Method



شکل 5 داده‌های قرارگرفته در هر زیرسیستم مثال 1 پس از اجرای مرحله دوم الگوریتم

شکل 3 سیستم تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی (11) با یک مجموعه 50 عضوی از داده‌ها و واریانس نویز  $\sigma^2 = 0.05$ شکل 6 شناسایی سیستم مثال 1 با واریانس نویز  $\sigma^2 = 0.01$ 

شکل 4 داده‌های قرارگرفته در هر زیرسیستم مثال 1 پس از اجرای مرحله اول الگوریتم

با کمی دقت در نتایج حاصل شده، می‌توان دریافت که ورودی مربوط به آخرین داده زیرسیستم اول، از  $-0/6325$  به  $-1/0270$  تغییر کرده است. اجرای گام دوم الگوریتم، سبب شده است تا داده‌ها در نواحی صحیح قرار بگیرند. همچنین مشاهده می‌شود که کیفیت مدل تقریبی هر زیرسیستم، از دقت قابل قبولی برخوردار است. در شکل 5، داده‌های قرارگرفته در هر زیرسیستم پس از اجرای مرحله دوم الگوریتم، نشان داده شده است.

با توجه به نتایج ارائه شده در [1] که به صورت رابطه (15) حاصل شده است:

$$\begin{aligned} \theta_1' &= [0.9738 \ 2.0485], \mathcal{X}_1 = [-4, -1.005] \\ \theta_2' &= [-0.9922 \ -0.0701], \mathcal{X}_2 = [-1.005, 2.1118] \\ \theta_3' &= [0.8673 \ 2.4388], \mathcal{X}_3 = [2.1118, 4] \end{aligned} \quad (15)$$

و مقایسه آن‌ها با نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی (رابطه (14))، صحت عملکرد الگوریتم پیشنهادی در شناسایی سیستم (11) اثبات می‌گردد.

در انتهای کار، نحوه اثرگذاری نویز بر کارایی الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. شکل‌های 6 و 7، به ترتیب نتایج شناسایی سیستم (11) با فرض واریانس‌های نویز  $\sigma^2 = 0.12$  و  $\sigma^2 = 0.01$  را نشان می‌دهند. همان‌گونه که انتظار می‌رود، با کاهش مقدار نویز، تعیین نواحی و زیرسیستم‌ها با دقت بیشتری انجام می‌شود (شکل 6). با افزایش واریانس نویز به  $\sigma^2 = 0.12$  (شکل 7)، کارایی الگوریتم پیشنهادی تغییر چندانی نمی‌کند. در این شرایط، تنها یکی از داده‌های ناحیه اول به صورت نادرست در ناحیه دوم قرار گرفته است. با این حال لازم به ذکر است که افزایش قابل‌ملاحظه مقدار نویز، سبب می‌شود تا در هر ناحیه رفتار سیستم از حالت خطی خارج شده و بدین ترتیب، شناسایی آن با دشواری مواجه شود.

$$\delta_2 = \frac{3.97 - (-3.92)}{60} = 0.1315 \quad (12)$$

پس از اجرای مرحله اول الگوریتم، نتایج به صورت رابطه (13) حاصل شده است:

$$\begin{aligned} \theta_1' &= [0.9458 \ 1.8628], \mathcal{X}_1 = [-3.9200, -0.6325] \\ \theta_2' &= [-1.0649 \ 0.1299], \mathcal{X}_2 = [-0.5010, 1.9975] \\ \theta_3' &= [0.9716 \ 2.0787], \mathcal{X}_3 = [2.1290, 3.9683] \end{aligned} \quad (13)$$

با مطالعه نتایج به دست آمده، می‌توان دریافت که مرز انتهایی ناحیه اول، در نقطه  $-0/6325$  قرار گرفته است. این در حالی است که با توجه به صورت مسئله، انتظار می‌رود که این مرز در مجاورت نقطه  $-1$  قرار گیرد.

با بررسی داده‌های موجود در ناحیه اول، می‌توان دریافت که سه عدد از داده‌های مربوط به ناحیه دوم، به اشتباه در ناحیه اول قرار گرفته‌اند. این موضوع نه تنها سبب جابه‌جایی مرز بین نواحی شده، بلکه کاهش دقت در محاسبه ضرایب نواحی اول و دوم را نیز به دنبال داشته است. در شکل 4، داده‌های قرارگرفته در هر ناحیه پس از اجرای مرحله اول الگوریتم، نشان داده شده‌اند.

اصلاح داده‌های طبقه‌بندی شده، در مرحله دوم الگوریتم انجام می‌شود. نتایج حاصل از اجرای مرحله دوم الگوریتم، به صورت (14) خواهد بود:

$$\begin{aligned} \theta_1' &= [1.0584 \ 2.1701], \mathcal{X}_1 = [-3.9200, -1.0270] \\ \theta_2' &= [-1.0578 \ 0.0483], \mathcal{X}_2 = [-0.8955, 1.9975] \\ \theta_3' &= [0.9716 \ 2.0787], \mathcal{X}_3 = [2.1290, 3.9683] \end{aligned} \quad (14)$$

- وضعیت تخلیه

$$y(k+1) = (-0.1\Delta t + 1)v(k) - 0.6\Delta t \quad (21)$$

- وضعیت ذخیره‌سازی

$$y(k+1) = (-0.25\Delta t + 1)v(k) + 1.5\Delta t \quad (22)$$

- وضعیت ذخیره‌سازی سریع

$$y(k+1) = (-0.3\Delta t + 1)v(k) + 2.5\Delta t \quad (23)$$

که در روابط فوق،  $\Delta t$  نشانگر فواصل زمانی اندازه‌گیری هست و برابر با 1 ثانیه در نظر گرفته شده است. حال معادلات کلی سیستم، به صورت رابطه (24) نوشته می‌شوند:

$$y(k+1) = \begin{cases} [0.85 - 2][v(k)1]' + \varepsilon(k), v(k) = x(k) \in \bar{X}_1 = (8,9), \\ [0.9 - 0.6][v(k)1]' + \varepsilon(k), v(k) = x(k) \in \bar{X}_2 = [6,8], \\ [0.75 \ 1.5][v(k)1]' + \varepsilon(k), v(k) = x(k) \in \bar{X}_3 = [3,6], \\ [0.7 \ 2.5][v(k)1]' + \varepsilon(k), v(k) = x(k) \in \bar{X}_4 = (2,3), \end{cases} \quad (24)$$

که در رابطه (24)،  $\bar{x} = (2,9)$ ،  $\bar{n}_a = 0$ ،  $\bar{d} = 4$ ،  $\bar{n}_b = 1$  و  $\bar{a} = 0$  است. لازم به ذکر است که نمونه‌های ورودی  $v(k) \in \mathbb{R}$ ، به صورت تصادفی و با توزیع غیر نرمال بر روی ناحیه  $\bar{X}$  ایجاد شده‌اند. در شکل 9، سیستم (24) با یک مجموعه 150 عضوی از داده‌ها و واریانس نویز  $\sigma^2 = 0.05$  نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل 7 مشاهده می‌شود، نویز موجود سبب انحراف قابل توجه نقاط نسبت به خطوط اصلی رابطه (24) شده است.

به منظور اجرای الگوریتم شناسایی بر روی سیستم (24)، حدود پایین و بالای ورودی در نزدیکی مقادیر واقعی  $(u_{lb} = 2)$  و  $(u_{ub} = 9)$  انتخاب شده‌اند. این مقادیر به ترتیب عبارت‌اند از:  $u_{lb} = 2.06$  و  $u_{ub} = 8.82$ . همچنین تعداد کل داده‌ها برابر با 150 و مقدار  $\delta_1$  برابر با 0/8 در نظر گرفته شده است. در نتیجه با استفاده از رابطه (9)، مقدار  $\delta_2$  به صورت رابطه (25) بدست می‌آید:

$$\delta_2 = \frac{8.82 - 2.06}{150} = 0.0451 \quad (25)$$

شکل 10، تعداد زیرسیستم‌ها بر حسب پارامتر  $\delta_1$  را نشان می‌دهد. با مشاهده آن می‌توان دریافت که  $\delta_1 = 0.8$ ، نقطه زانویی نمودار است. بر این اساس می‌توان مقدار پارامتر  $\delta_1$  را با دقت بالایی تعیین کرد. پس از اجرای مرحله اول الگوریتم، نتایج به صورت (26) حاصل شده است:

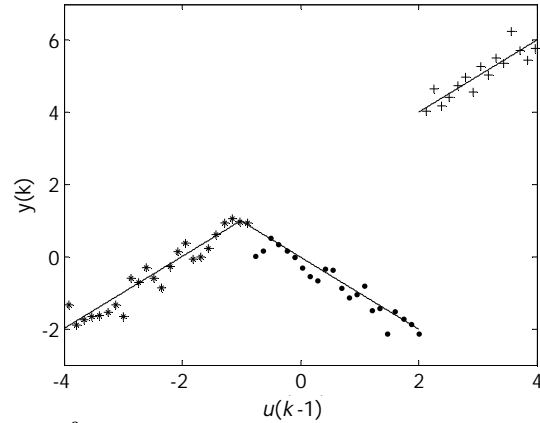
$$\begin{aligned} \theta_1' &= [0.91 \ -2.51], \mathcal{X}_1 = [8.03, 9.03] \\ \theta_2' &= [0.92 \ -0.82], \mathcal{X}_2 = [6.02, 7.99] \\ \theta_3' &= [0.69 \ 1.704], \mathcal{X}_3 = [3.01, 5.94] \\ \theta_4' &= [0.84 \ 2.04], \mathcal{X}_4 = [2.01, 2.97] \end{aligned} \quad (26)$$

با مقایسه نتایج به دست آمده با رابطه (24)، می‌توان دریافت که با اجرای مرحله نخست الگوریتم، تمامی زیرسیستم‌ها با دقتی بالا از یکدیگر تفکیک شده‌اند و نیازی به اجرای مرحله دوم آن نیست.

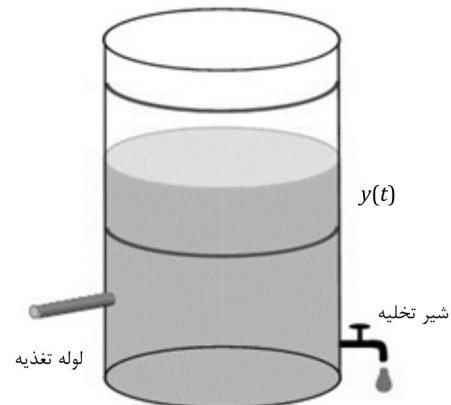
### 6- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش جهت شناسایی سیستم‌های تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی ارائه شده است. الگوریتم ارائه شده، شامل دو بخش است: در گام اول، تعداد و دامنه هر یک از زیرسیستم‌ها مشخص شده و سپس با استفاده از شبکه عصبی آدلین، یک مدل خطی برای تقریب هر یک از زیرسیستم‌ها تولید می‌گردد. در گام دوم، با بررسی مجدد نقاط موجود در مرز نواحی، زیرسیستم‌های ایجاد شده پالایش شده و مدل خطی مربوط به هر یک از آن‌ها، به‌روزرسانی خواهد شد.

در این مقاله عملکرد روش مذکور، به وسیله شناسایی یک مثال ریاضیاتی مرجع سنجیده شده است. با مقایسه نتایج به دست آمده با مقاله مرجع، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم ارائه شده در شناسایی سیستم موفق عمل کرده است.



شکل 7 شناسایی سیستم مثال 1 با واریانس نویز  $\sigma^2 = 0.12$



شکل 8 نمای شماتیک منبع ذخیره‌سازی آب

### 2-5- مثال 2

در این مثال فیزیکی، قصد داریم تا به شناسایی زیرسیستم‌ها و متغیرهای دینامیکی یک منبع ذخیره‌سازی آب بپردازیم. در این مسئله، فرض شده است که منبع ذخیره‌سازی آب، از طریق یک لوله تغذیه و از طریق یک شیر تخلیه گردد. البته لازم به ذکر است که ارتفاع آب در این مخزن، در محدوده 2 تا 9 واحد تغییر می‌کند. در شکل 8، نمای شماتیک منبع ذخیره‌سازی آب نشان داده شده است.

به منظور کنترل ارتفاع آب در منبع، چهار وضعیت متفاوت دینامیکی طراحی شده است که به وسیله روابط (16) تا (19) بیان می‌شوند:

$$\frac{dy}{dt} = -2 - 0.15y, 8 < y < 9 \quad (16)$$

- وضعیت تخلیه

$$\frac{dy}{dt} = -0.6 - 0.1y, 6 \leq y \leq 8 \quad (17)$$

- وضعیت ذخیره‌سازی

$$\frac{dy}{dt} = 1.5 - 0.25y, 3 \leq y \leq 6 \quad (18)$$

- وضعیت ذخیره‌سازی سریع

$$\frac{dy}{dt} = 2.5 - 0.3y, 2 < y < 3 \quad (19)$$

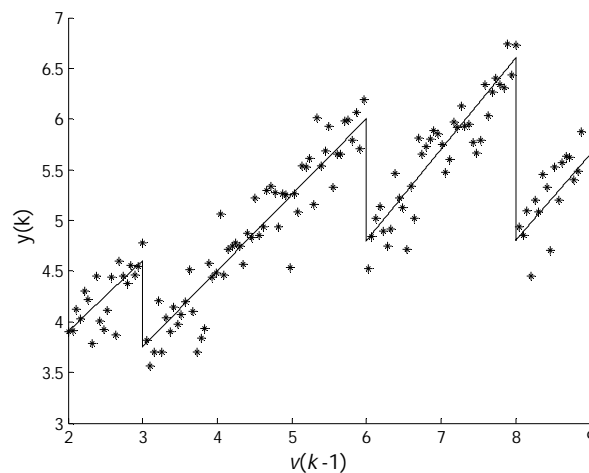
حال جهت بیان معادلات دینامیکی منبع به صورت یک سیستم تکه‌ای خطی پیش‌بین خارجی، معادلات سیستم به صورت روابط (20) تا (23) بازنویسی می‌شوند:

$$y(k+1) = (-0.15\Delta t + 1)v(k) - 2\Delta t \quad (20)$$

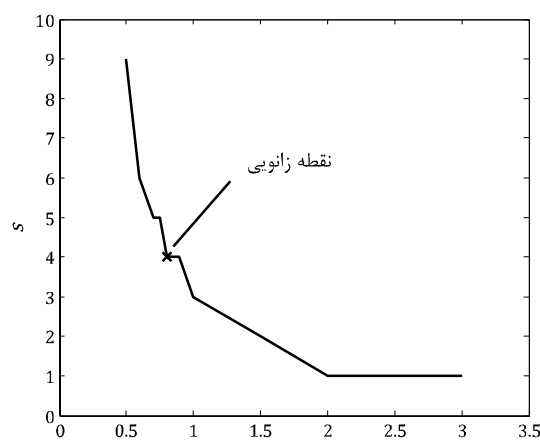
- وضعیت تخلیه سریع

## 7- مراجع

- [1] G. Ferrari-Trecate, M. Muselli, D. Liberati, M. Morari, A clustering technique for the identification of piecewise affine systems, *Automatica*, Vol. 39, pp. 205-217, 2003.
- [2] R. e. Vidal, S. Soatto, Y. Ma, S. Sastry, An algebraic geometric approach to the identification of a class of linear hybrid systems, *42nd IEEE Conference on Decision and Control, 2003. Proceedings.*, Vol. 1, pp. 167-172, 2003.
- [3] A. L. Juloski, S. Weiland, W. P. M. H. Heemels, A bayesian approach to identification of hybrid systems, *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, Vol. 50, pp. 1502-1533, 2005.
- [4] A. Bemporad, A. Garulli, S. Paoletti, A. Vicino, A bounded-error approach to piecewise affine system identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 50, pp. 1567-1580, 2005.
- [5] H. Nakada, K. Takaba, T. Katayama, Identification of piecewise affine systems based on statistical clustering technique, *Automatica*, Vol. 41, pp. 905-913, 2005.
- [6] W.F.Xie, Y.Q.Zhu, Z.Y.Zhao, Y.K.Wong, Nonlinear system identification using optimized dynamic neural network, *Neurocomputing*, Vol. 72, pp. 3277-3287, 2009.
- [7] M. Sayed-Mouchaweh, N. Messai, A clustering-based approach for the identification of a class of temporally switched linear systems, *Pattern Recognition Letters*, Vol. 33, pp. 144-151, 2012.
- [8] Z. Lassoued, KamelAbderrahim, An experimental validation of a novel clustering approach to PWARX identification, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 28, pp. 201-209, 2014.
- [9] Z. Lassoued, K. Abderrahim, Comparison study of some PWARX system identification methods, *17th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), 2013* pp. 291-296, 2013.
- [10] A. Núñez, B. D. Schutter, D. Sáez, I. Skrjanc, Hybrid-fuzzy modeling and identification, *Applied Soft Computing*, Vol. 17, pp. 67-78, 2014.
- [11] L. Li, W. Dong, Y. Ji, Z. Zhang, An improved parameter identification approach for piecewise affine model, *Control Engineering Practice*, Vol. 21, pp. 54-64, 2013.
- [12] M. E. Gegundez, J. Aroba, J. M. Bravo, Identification of piecewise affine systems by means of fuzzy clustering and competitive learning, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 21, pp. 1321-1329, 2008.
- [13] B. Moaveni, H. Khodadadi, M. S. Mosavi, S. Bargandan, Nonlinear system identification using neural networks and wavelet networks, in *1st National conference on Soft Computing and Information Technology (NCSCIT2011)*, 2011. (In Persian)
- [14] R. D. Hosseini, J. Asgari, Nonlinear mechanical system identification using Haar wavelets, in *16th Iranian Conference on Electric Engineering (ICEE2008)*, 2009. (In Persian)
- [15] S. Paoletti, A. L. Juloski, G. Ferrari-Trecate, R. e. Vidal, Identification of hybrid systems A tutorial, *European Journal of Control* Vol. 13, No. 2-3, pp. 242-260, 2007.



شکل 9 سیستم (24) با یک مجموعه 150 عضوی از داده‌ها و واریانس نویز  $\sigma^2 = 0.05$



شکل 10 نمودار تعداد زیرمدل‌ها بر حسب پارامتر  $\delta_1$  برای مثال 2

عملکرد این روش، در شناسایی معادلات منبع ذخیره‌سازی آب نیز، مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با اجرای مرحله نخست الگوریتم، تمامی زیرسیستم‌های منبع با دقتی بالا از یکدیگر تفکیک شده‌اند.