



شبیه‌سازی عددی سردساز لوله ضربانی نوع استرلینگ با ورودی ثانویه

مسعود عربلو^۱، علی جعفریان^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵، jafarian@modares.ac.ir

چکیده- در این مقاله، جهت تجزیه و تحلیل اثرات ورودی ثانویه بر عملکرد سردساز لوله ضربانی نوع استرلینگ یک کد عددی یک‌بعدی توسعه داده شده است. جهت توسعه کد، معادلات حاکم با فرض گاز کامل و تراکم‌پذیر به صورت عمومی استخراج شده است؛ به گونه‌ای که امکان شبیه‌سازی جریان در محیط‌های متخلخل و غیرمتخلخل فراهم گردیده است. در گسسته‌سازی معادلات، از گسسته‌سازی مرتبه دو برای ترم زمانی، طرح بالادست جریان برای تقریب عبارات جریان انتالپی و دمای سطوح و تقریب خطی مرکزی برای فشار روی سطوح و ترم هدایت حرارتی استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که به‌کارگیری ورودی ثانویه مناسب، موجب بهینه شدن اختلاف فاز دبی جرمی و فشار و افت مناسب دمای سیال در طول لوله ضربانی و در نتیجه موجب افزایش ضریب عملکرد آن می‌شود. همچنین مینیمم دمای قابل دسترس و ضریب عملکرد سیستم در دمای ۸۰ درجه کلوین با ورودی ثانویه به‌ترتیب ۵۶/۵ درجه کلوین و ۰/۰۳۵۲ و بدون استفاده از ورودی ثانویه ۷۱/۳ درجه کلوین و ۰/۰۲۲۷ به‌دست می‌آید.

کلیدواژگان: سردساز لوله ضربانی، ورودی ثانویه، شبیه‌سازی عددی

Numerical simulation of a Stirling-type double inlet pulse tube refrigerator

M. Arablu¹, A. Jafarian^{2*}

1- MSc. Student, Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

2- Assis. Prof., Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

*P.O.B. 14115-143 Tehran, jafarian@modares.ac.ir

Abstract- In this paper a CFD code has been developed to investigate effects of the double inlet on the performance of a Stirling type pulse tube refrigerator. In this respect, set of governing equations have been written in a general form such that all porous and non-porous sections of the system can be modeled. In order to discretize the governing equations, a second order method has been used for time, a second order upwind method for mass, enthalpy flow and temperature in the surfaces of the control volumes and the central differential scheme has been employed for pressure and heat conduction terms. Results show that application of double inlet optimizes the phase shift between velocity and pressure and suitably decreases the fluid temperature along the pulse tube, causing to increase COP of the system. Furthermore, it is observed that a minimum temperature of 56.5 K and COP of 0.0352 @ 80 K is attainable using optimum double inlet; whereas, for a simple refrigerator a minimum temperature of 71.3 K and maximum COP of 0.0227 @ 80 K are concluded.

Keywords: Double Inlet, Pulse Tube Refrigerator, Numerical Simulation

۱- مقدمه

علم کرایوژنیک در ارتباط با تولید و به‌کارگیری حداقل دماهایی است که در روی زمین و در فضای نزدیک زمین در شرایط طبیعی نمی‌تواند بوجود آید. فناوری کرایوژنیک برای نخستین بار به منظور مایع کردن هوا توسط یک دانشمند لهستانی در سال ۱۸۸۳ به جهان معرفی گردید. با گسترش تقاضا جهت دستیابی به دماهای پایین‌تر، که از جمله مهم‌ترین نیازها دمای ۴ درجه کلون جهت مایع‌سازی هلیوم بود، سیکل‌های کرایوژنیک توسعه یافتند. امروزه این سیکل‌ها به دو دسته اصلی سردسازهای جریان پایدار و جریان نوسانی قابل تقسیم هستند. سردساز لوله ضربانی از جمله سردسازهای جریان نوسانی است که مدل پایه آن دارای یک منبع تغذیه (کمپرسور)، یک محیط متخلخل (بازیاب) جهت حفظ گرادیان دمای ایجاد شده بین انتهای سرد و منبع تغذیه، مبدل حرارتی سرد، یک لوله ضربانی جهت ایجاد اختلاف فاز بین نوسانات فشار و دبی جرمی و یک مبدل حرارتی گرم جهت دفع حرارت از سیال عامل به محیط است. سیستم عملکرد این سردساز به گونه‌ای است که با ایجاد اختلاف فاز (بهینه ۹۰ درجه) بین نوسانات فشار و دبی جریان در لوله ضربانی جریان آنتالپی را از انتهای سرد به انتهای گرم منتقل می‌کند.

امروزه، بدلیل مزایای چشمگیر سردساز لوله ضربانی از جمله قابلیت اعتماد بالا و عمر بالا، این سردساز به صورت گسترده برای دستیابی به سطوح دمایی بسیار پایین (کرایوژنیک) مورد استفاده قرار می‌گیرد. با این وجود، بازده این سردساز نسبت به سردسازهای دیگر پایین‌تر است و از زمان ابداع آن توسط گیفورد و لانگسورس [۱] تلاش‌های بسیاری جهت بهبود عملکرد آن صورت گرفته است؛ به گونه‌ای که پس از چهار دهه تجربه با سردساز لوله ضربانی هم‌اکنون کاملاً واضح است که بیشترین تلفات انرژی در محیط بازیاب اتفاق می‌افتد. زیرا که این جزء یک محیط متخلخل است که گرادیان دمای بسیار بالایی را حفظ می‌کند؛ بنابراین هم اثرات لزجتی و هم افت‌های ناشی از انتقال حرارت در آن زیادتر از بقیه اجزای سیستم است. به همین دلیل بیشتر تحقیقات صورت گرفته جهت کاهش افت‌ها در بازیاب و طراحی بهینه این جزء از سیستم بوده است [۲]. مهم‌ترین روش‌هایی که منجر به ارتقا عملکرد این سیستم با افزایش دامنه نوسانات فشار در انتهای

سرد و ایجاد اختلاف فاز بهینه بین دبی جرمی و نوسانات فشار در این ناحیه می‌شوند [۳] عبارت‌اند از: ۱- افزایش یک مخزن و شیر اوریفیس به انتهای گرم لوله ضربانی ۲- استفاده از ورودی ثانویه جهت اتصال انتهای گرم بازیاب به انتهای گرم لوله ضربانی.

استفاده از ورودی ثانویه بر اساس تئوری کاهش مقدار جریان در طول بازیاب و کاهش افت‌ها در بازیاب بوده است. اما نسبت جریان لوله ثانویه به جریان درون بازیاب مقدار بهینه‌ای دارد و اگر از مقدار بهینه تجاوز کند موجب ایجاد اختلاف فاز نامناسب در فشار و دبی جرمی جریان در انتهای سرد شده و نه تنها موجب بهبود عملکرد سیستم نمی‌شود بلکه ضریب عملکرد سیستم را نسبت به سیستم بدون ورودی ثانویه نیز کاهش می‌دهد.

امروزه با دسترسی به رایانه‌های پرسرعت میل پژوهشگران جهت بررسی عددی مباحث مختلف مهندسی از جمله جریان‌های سیالاتی و انتقال حرارتی رو به افزایش است؛ به طوری که در زمینه مطالعات کرایوجنیک به‌ویژه سردسازهای جریان نوسانی مقالات بسیاری منتشر شده است. از جمله این مطالعات عددی شبیه‌سازی‌های دوبعدی و سه‌بعدی بوسیله نرم‌افزارهای تجاری همچون فلوئنت بوده است [۵،۴]. اما با این حال بدلیل سرعت همگرایی پایین و زمان طولانی شبیه‌سازی‌های دوبعدی در زمینه سردسازهای لوله ضربانی به دلیل گام زمانی کوچک مورد نیاز، همچنان از کدهای یک‌بعدی جهت بهینه‌سازی و طراحی سیستم استفاده می‌شود [۷،۶]. در این تحقیق، جهت شبیه‌سازی سردساز لوله ضربانی مینیاتوری نوع استرلینگ یک کد عددی یک‌بعدی با سرعت همگرایی بالا توسعه داده می‌شود. بررسی اثرات ورودی ثانویه و بهینه‌سازی اجزای مختلف سردساز لوله ضربانی در ابعاد مینیاتوری از انگیزه‌های اصلی توسعه کد بوده است.

۲- مدل فیزیکی

شماتیکی از سردساز لوله ضربانی نوع استرلینگ با ترکیب خطی (با صرف نظر از ورودی ثانویه) به همراه مرزهای میدان حل در شکل ۱ نشان داده شده است. از فرضیات زیر برای ساده‌سازی مسئله مورد نظر استفاده شده است:

- جریان یک‌بعدی سیال تراکم‌پذیر با معادله حالت گاز ایده‌آل

از روش اولر ضمنی برای تقریب مشتق زمانی معادله بقای جرم (۱) استفاده شده است. معادله حالت (۲) با معادله (۳) ادغام شده [۷،۶]، و معادله (۴) حاصل می‌شود:

$$\frac{m_i^j - m_{i+1}^{j-1}}{\delta t} = \dot{m}_i^j - \dot{m}_{i+1}^j \quad (3)$$

$$\left(\frac{PV_i}{RT_i}\right)^j = (\dot{m}_i^j - \dot{m}_{i+1}^j)\delta t + \left(\frac{PV_{i-1}}{RT_{i-1}}\right)^{j-1} \quad (4)$$

مرتبه‌سازی معادله (۴) منجر به یک رابطه برای فشار گاز می‌شود که با جایگذاری آن در ترم گرادیان فشار در معادله مومنتوم، منجر به حذف ترم فشار از معادلات می‌شود. با استفاده از روش سه گامی در گسسته‌سازی مشتق زمانی رابطه (۱)، فشار گاز روی نود با دقت مرتبه دوم به دست می‌آید:

$$P_i^j = (\dot{m}_i^j - \dot{m}_{i+1}^j)\delta t RT_i^j / V_i + P_i^{k-1} T_i^j / T_i^{k-1} \quad (5)$$

$$P_i^j = (\dot{m}_i^j - \dot{m}_{i+1}^j)\delta t RT_i^j / (1.5V_i) + (2P_i^{j-1} / T_i^{j-1} - 0.5P_i^{j-2} / T_i^{j-2})T_i^j / 1.5 \quad (6)$$

۳-۲- معادله مومنتوم

معادله بقای مومنتوم برای یک حجم کنترل به صورت معادله (۷) است. قابل توجه است که جهت افزایش تسلط قطری دستگاه معادلات، نیروی مقاوم (ترم سوم سمت راست معادله) برحسب دبی جرمی نوشته شده است. تغییرات مومنتوم نسبت به زمان با رویه رابطه (۸) به تغییرات دبی جرمی نسبت به زمان مبدل می‌شود. همچنین جریان مومنتوم در حجم کنترل طبق معادله (۹) محاسبه می‌شود. ضرایب Y ضرایب هندسی هستند.

$$\partial(mu)_{f,i} / \partial t = [\dot{m}u]_{cv,i}^{cv,i-1} + A_i [P]_{cv,i}^{cv,i-1} - \dot{m}_i \delta x_i$$

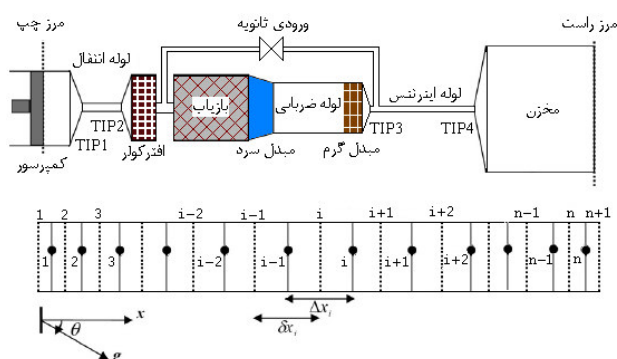
$$(\epsilon \mu / (K \rho) + c_F \epsilon^2 |u| / K^{1/2})_{f,i} + m_{f,i} g \cos \theta \quad (7)$$

$$\partial(mu)_{f,i}^j / \partial t = \delta x_i (\partial \dot{m}_i^j / \partial t) \quad (8)$$

$$[\dot{m}u]_{cv,i}^{cv,i-1} = [\max(u_{cv,\beta}^j, 0)(Y_{1,\beta} \dot{m}_{\beta}^j - Y_{2,\beta} \dot{m}_{\beta-1}^j) + \min(u_{cv,\beta}^j, 0)(Y_{3,\beta} \dot{m}_{\beta+1}^j - Y_{4,\beta} \dot{m}_{\beta+2}^j)]_{\beta=i}^{\beta=i-1} \quad (9)$$

نیروی مقاوم (اینرسی و ویسکوز) در محیط‌های متخلخل و غیرمتخلخل متفاوت است. جهت محاسبه ضریب اینرسی فورچیمر (C_F) و نفوذپذیری دارسی (K) در محیط متخلخل از روابط تجربی ضریب اصطکاک جریان نوسانی در بازیاب

- خواص ترموفیزیکی گاز و جامد تابعی از دما
 - جامد محیط متخلخل تراکم ناپذیر
 - عدم تعادل موضعی گرمایی^۱ گاز و جامد محیط متخلخل
- میدان حل گسسته شده با شبکه غیر یکنواخت در شکل ۱ نشان داده شده است. خط‌چین‌ها نمایانگر سطوح عبور جریان هستند. حجم‌هایی که بین این خط‌چین‌ها قرار دارند نشان دهنده حجم‌های کنترل دما و مراکز آن‌ها نودهایی هستند که معادلات پیوستگی و انرژی برای آن‌ها استخراج شده‌اند. خطوط پر در وسط حجم کنترل‌های دما، تشکیل حجم‌هایی را می‌دهند که حجم کنترل‌های دبی نامیده شده و معادله مومنتوم برای آن‌ها استخراج شده است. مقادیر دبی جرمی و سرعت روی سطوح (خط‌چین‌ها) محاسبه شده و مقدار آن‌ها در نودها با زیرنویس CV مشخص شده است. همچنین مقادیر دما، فشار و چگالی روی نودها محاسبه شده و مقدار آن‌ها در سطوح با زیرنویس f متمایز شده است. استفاده از این روش که به شبکه جابه‌جا شده معروف است موجب از بین رفتن حل غیر فیزیکی (زیگ زاگی شدن فشار) می‌شود.



شکل ۱ شماتیک سردساز لوله ضربانی نوع استرلینگ با ورودی ثانویه و حجم‌های کنترل اعمال شده برای شبیه‌سازی

۳- گسسته‌سازی معادلات حاکم

۳-۱- معادله پیوستگی

معادله بقای جرم برای یک حجم کنترل دما و معادله حالت گاز ایده‌آل عبارت‌اند از:

$$\partial(m)_{cv,i} / \partial t = [\dot{m}]_{f,i+1}^i \quad (1)$$

$$P_i^j V_i = m_i^j RT_i^j \quad (2)$$

1. Local thermal non-equilibrium

$n+1$ سطح موجود است در نتیجه $n+1$ مجهول دبی جرمی وجود دارد. معادله (۱۴) با ضرایب ذکر شده روی همه حجم کنترل‌های دبی به جز دو حجم اول و دو حجم آخر یعنی به ازای $3 \leq i \leq n-1$ اعمال می‌شود. برای دومین و یکی مانده به آخرین حجم کنترل دبی، عبارت مومنتوم انتقالی در حجم کنترل باید بازنویسی شود. در مرزهای ابتدایی و انتهایی شرط مرزی عدم نفوذ، یعنی دبی جرمی صفر برقرار است.

۳-۳- معادله انرژی سیال

از تلفات لزجی گاز صرف نظر می‌شود و دیفیوژن حرارتی روی سطوح با استفاده از تفاضل مرکزی محاسبه می‌شود. تحت این شرایط معادله انرژی سیال به فرم رابطه (۱۶) قابل ارائه است. جریان‌های انتالپی طبق رابطه (۱۷) و انتقال حرارت هدایتی نیز طبق رابطه (۱۸) محاسبه می‌شوند.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u^2 / 2 + m C_V T)_{cv,i} / \partial t = [\dot{m} (u^2 / 2 + C_p T) - kA \frac{\partial T}{\partial x}]_{f,i+1}^i + \alpha_i A_{L,i} (T_{s,i}^j - T_i^j) + P_i \left(\frac{dV}{dt} \right) \quad (16)$$

$$[\dot{m} C_p T]_{f,i+1}^i = [\max(\dot{m}_{\beta}^j C_{p,f,\beta}^j, 0) (Y_{5,\beta} T_{\beta-1}^j - Y_{6,\beta} T_{\beta-2}^j) + \min(\dot{m}_{\beta}^j C_{p,f,\beta}^j, 0) (Y_{7,\beta} T_{\beta}^j - Y_{8,\beta} T_{\beta+1}^j)]_{\beta=i+1}^{\beta=i} \quad (17)$$

$$[-kA (\partial T / \partial x)]_{f,i+1}^i = (-k_{f,i}^j A_{f,i} (T_i^j - T_{i-1}^j) / \delta x_i) - (-k_{f,i+1}^j A_{f,i+1} (T_{i+1}^j - T_i^j) / \delta x_{i+1}) \quad (18)$$

خواص ترموفیزیکی گاز و جامد، به صورت توابعی توانی از دما فرض می‌شوند. برای انتقال حرارت میان گاز و جامد ماتریس روابطی وجود دارد که عدد نوسلت جریان نوسانی را ارائه می‌دهد. در این کد از رابطه مناسبی که ضریب تخلخل را نیز شامل می‌شود [۸] استفاده می‌شود.

$$Nu_i^j = [1 + 0.99 (\text{Re}_i^j \text{Pr}_i^j)^{0.66}] (\varepsilon_i)^{1.79} \quad (19)$$

در نهایت معادله انرژی گاز به فرم معادله (۲۰) در خواهد آمد. برای حل این دستگاه معادلات همانند دستگاه معادلات خطی شده مومنتوم از الگوریتم حل ماتریس پنج قطری استفاده می‌شود.

$$a1_i T_{i-2}^j + a2_i T_{i-1}^j + a3_i T_i^j + a4_i T_{i+1}^j + a5_i T_{i+2}^j = b_i \quad (20)$$

ضرایب معادله (۲۰) به صورت زیر قابل استخراج است:

استفاده شده است که موجب دقت بسیار بالایی تخمین این ضرایب می‌شود:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\varepsilon \mu}{K} u + \frac{\rho C_F \varepsilon^2}{\sqrt{K}} u |u| = \frac{f_{oscm}}{d_h} \frac{\rho u^2}{2} \quad (10)$$

$$f_{oscm} = 1.6665 + 97.43 / \text{Re}_m \quad (11)$$

که در رابطه بالا:

$$\text{Re}_m = \rho (X_{u1} + X_{u2}) d_h / 2\mu$$

با ترکیب معادلات (۱۰) و (۱۱) و مساوی قرار دادن دو ترم سمت راست با دو ترم سمت چپ می‌توان ضریب اینرسی فورچیمر و نفوذپذیری دارسی را محاسبه کرد. برای محیط‌های غیر متخلخل نیز از ضریب اصطکاکی جریان آرام و توربولانس بسته به مقدار عدد رینولدز استفاده می‌شود که روابط (۱۲) و (۱۳) به ترتیب این ضریب را در جریان‌های آرام و توربولانس نشان می‌دهند:

$$f = 64 / \text{Re} \leftrightarrow \text{Re} < 2 \times 10^3 \quad (12)$$

$$f = 124 / \text{Re} + 0.0143 \leftrightarrow 2000 < \text{Re} < 5 \times 10^5 \quad (13)$$

از الگوریتم حل ماتریس پنج قطری برای حل شکل نهایی معادله مومنتوم (۱۴) استفاده می‌شود.

$$a1_i \dot{m}_{i-2}^j + a2_i \dot{m}_{i-1}^j + a3_i \dot{m}_i^j + a4_i \dot{m}_{i+1}^j + a5_i \dot{m}_{i+2}^j = b_i \quad (14)$$

استخراج و بازنویسی ضرایب معادله (۱۴) منجر به روابط زیر می‌شود:

$$a1_i = Y_{2,i-1} \max(u_{cv,i}^j, 0)$$

$$a2_i = -Y_{2,i} \max(u_{cv,i}^j, 0) - Y_{1,i-1} \max(u_{cv,i-1}^j, 0) - A_i \delta t RT_{i-1}^j / (1.5V_{i-1})$$

$$a3_i = 1.5 \delta x_i / \delta t + Y_{1,i} \max(u_{cv,i}^j, 0) - Y_{3,i-1} \max(u_{cv,i-1}^j, 0) - (T_{i-1}^j / V_{i-1} + T_i^j / V_i) RA_i \delta t / 1.5 + (F_{1,i} RT_{f,i}^j \mu_{f,i}^j / P_{f,i}^j + F_{2,i} |u_i|) \delta x_i$$

$$a4_i = Y_{3,i} \min(u_{cv,i}^j, 0) + Y_{4,i-1} \min(u_{cv,i-1}^j, 0) - A_i \delta t RT_i^j / (1.5V_i)$$

$$a5_i = -Y_{4,i} \min(u_{cv,i}^j, 0)$$

$$b_i = (\delta x_i / \delta t) (2\dot{m}_i^{j-1} - 0.5\dot{m}_i^{j-2}) + (A_i / 1.5) (2T_{\beta}^j P_{\beta}^{j-1} / T_{\beta}^{j-1} - 0.5T_{\beta}^j P_{\beta}^{j-2} / T_{\beta}^{j-2})_{\beta=i}^{\beta=i-1} + (P_{f,i}^j / RT_{f,i}^j) A_i \delta x_i g \cos \theta \quad (15)$$

$$(\partial / \partial t)(m_{s,i} C_{s,i} T_{s,i})^j = \alpha_i^j A_{L,i} (T_i^j - T_{s,i}^j) + \dot{q}_c V_{s,i} - [\lambda_{\beta} k_{s,\beta}^j A_{s,\beta} (T_{s,\beta}^j - T_{s,\beta-1}^j) / \delta x_{\beta}]_{\beta=i+1}^{\beta=i} \quad (24)$$

معادله (24) برای بازیاب تا مبدل حرارتی سرد حل می‌شود. فرض می‌شود که دمای جامد مبدل حرارتی گرم، پس‌خنک‌کن و جداره‌ها در قسمت‌های مختلف به غیر از بازیاب تا مبدل حرارتی سرد ثابت است که در بخش شرایط اولیه پروفیل آن‌ها مشخص می‌شود. در معادله (24) عبارت \dot{q}_c توان سرمایش بر واحد حجم جامد می‌باشد که فقط در معادله انرژی مبدل حرارتی سرد وارد شده و جزء دانسته‌های مسئله و دمای مبدل حرارتی سرد جزء مجهولات خواهد بود. البته اگر در دمای کاری خاصی محاسبه توان سرمایش مد نظر باشد مقدار \dot{q}_c مجهول و دمای مبدل حرارتی سرد معلوم خواهد بود. گرادیان دما در ترم هدایت حرارتی با تفاضل مرکزی گسسته‌سازی شده است. فرم نهایی معادله انرژی برای ماده جامد به صورت زیر به دست می‌آید که استفاده از الگوریتم حل ماتریس سه قطری سبب کاهش زمان محاسبات می‌شود.

$$a1_i T_{s,i-1}^j + a2_i T_{s,i}^j + a3_i T_{s,i+1}^j = b_i \quad (25)$$

ضرایب معادله (25) در روابط (26) ارائه شده است:

$$a1_i = -A_{s,i} \left(\frac{2\lambda_i \lambda_{i-1} k_{s,i}^j k_{s,i-1}^j}{\lambda_i k_{s,i}^j \Delta x_{i-1} + \lambda_{i-1} k_{s,i-1}^j \Delta x_i} \right)$$

$$a3_i = -A_{s,i+1} \left(\frac{2\lambda_{i+1} \lambda_i k_{s,i+1}^j k_{s,i}^j}{\lambda_{i+1} k_{s,i+1}^j \Delta x_i + \lambda_i k_{s,i}^j \Delta x_{i+1}} \right)$$

$$a2_i = 1.5 m_{s,i} \frac{C_{s,i}^j}{\delta t} + A_{s,i} \left(\frac{2\lambda_i \lambda_{i-1} k_{s,i}^j k_{s,i-1}^j}{\lambda_i k_{s,i}^j \Delta x_{i-1} + \lambda_{i-1} k_{s,i-1}^j \Delta x_i} \right) + A_{s,i+1} \left(\frac{2\lambda_{i+1} \lambda_i k_{s,i+1}^j k_{s,i}^j}{\lambda_{i+1} k_{s,i+1}^j \Delta x_i + \lambda_i k_{s,i}^j \Delta x_{i+1}} \right) + \alpha_i^j A_{L,i}$$

$$b_i = m_{s,i} \frac{2C_{s,i}^{j-1} T_{s,i}^{j-1} - 0.5C_{s,i}^{j-2} T_{s,i}^{j-2}}{\delta t} + \alpha_i^j A_{L,i} T_i^j \quad (26)$$

۳-۵- شرایط اولیه

شرط اولیه واقعی در مسئله حاضر، حالتی است که سیستم شروع به کار می‌کند (سرعت صفر و فشار شارژ و دمای محیط) و پس از چند ساعت به حالت نوسانی پایدار می‌رسد. اگر بخواهیم مسئله را از آغاز فعالیت سیستم حل کنیم فرآیند محاسبات بسیار طولانی می‌شود. آنچه که مهم است یافتن مقادیر کمیات در حالت نوسانی پایدار است. بنابراین مقادیر

$$a1_i = Y_{6,i} \max(\dot{m}_i^j C_{p,f,i}^j, 0)$$

$$a2_i = -Y_{6,i+1} \max(\dot{m}_{i+1}^j C_{p,f,i+1}^j, 0) - Y_{5,i} \max(\dot{m}_i^j C_{p,f,i}^j, 0) - k_{f,i}^j A_{f,i} / \delta x_i$$

$$a3_i = 1.5 P_i^j V_i C_{v,i}^j / (RT_i^j \delta t) + Y_{5,i+1} \max(\dot{m}_{i+1}^j C_{p,f,i+1}^j, 0) - Y_{7,i} \min(\dot{m}_i^j C_{p,f,i}^j, 0) + (k_{f,i}^j A_{f,i} / \delta x_i + k_{f,i+1}^j A_{f,i+1} / \delta x_{i+1}) + A_{L,i} \alpha_i^j$$

$$a4_i = Y_{7,i+1} \min(\dot{m}_{i+1}^j C_{p,f,i+1}^j, 0) + Y_{8,i} \min(\dot{m}_i^j C_{p,f,i}^j, 0) - K_{f,i+1}^j A_{f,i+1} / \delta x_{i+1}$$

$$a5_i = -Y_{8,i+1} \min(\dot{m}_{i+1}^j C_{p,f,i+1}^j, 0)$$

$$b_i = V_i (2P_i^{j-1} C_{v,i}^{j-1} - 0.5P_i^{j-2} C_{v,i}^{j-2}) / R \delta t + A_{L,i} \alpha_i^j T_{s,i}^j - 0.5 \{ [1.5P_i^j (u_{cv,i}^j)^2 / T_i^j - 2P_i^{j-1} (u_{cv,i}^{j-1})^2 / T_i^{j-1} + 0.5P_i^{j-2} (u_{cv,i}^{j-2})^2 / T_i^{j-2}] V_i / R \delta t + [\dot{m}_{\beta}^j (u_{\beta}^j)^2]_{\beta=i}^{\beta=i+1} \} \quad (21)$$

برای دومین و $n-1$ امین حجم کنترل دما، عبارت جریان انتالیبی باید بازنویسی شود. نکته ای که حائز اهمیت است، در نظر گرفتن نرخ کار کمپرسور در معادله انرژی حجم کنترل اول دما است. V_I حجم کمپرسور است که شامل حجم مرده و حجم جابه‌جایی می‌شود. تغییرات حجم کمپرسور رفت و برگشتی نسبت به زمان طبق رابطه (22) بیان می‌شود. طبق تعریف کار مرز متحرک، کار کمپرسور به صورت معادله (23) در می‌آید. برای افزایش تسلط قطری معقول است که کار کمپرسور به صورت ضریبی از دمای نود مرکزی در نظر گرفته شود.

$$V_{comp} = V_d + 0.5V_s (1 - \sin(\alpha)) \quad (22)$$

$$\dot{W}_{comp} = P(dV_{comp} / dt) = P_1^j (dV_1^j / dt) = (m_{comp}^j RT_1^j / V_1^j) (-0.5V_s \omega \cos(\alpha)) \quad (23)$$

۳-۴- معادله انرژی جامد ماتریس

نکته مهم در انتقال حرارت هدایتی، ضریب رسانایی موثر است که باید بجای ضریب رسانایی واقعی جامد به کار برده شود. دلیل این امر آن است که بدلیل مقاومت تماسی سیم‌ها یا ساچمه‌های ماتریس متخلخل، انتقال انرژی هدایتی کاهش می‌یابد. ضریب تاثیر λ برای در نظر گرفتن مقاومت حرارتی تماسی وارد شده است [9].

$$\dot{W}_{com} = \frac{\omega}{2\pi} \oint P_{f,1} \frac{dV_{comp}}{dt} dt \quad (29)$$

$$COP = \{ \oint_{CHX} [\alpha A_L (T_s - T)] dt \} / (\oint \dot{W} dt) \quad (30)$$

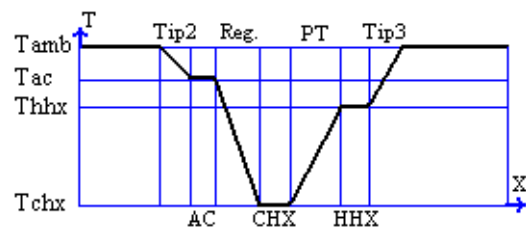
الگوریتم حل به صورت زیر است (برای گسسته‌سازی مشتقات زمانی در گام زمانی اول از فرمول‌بندی اولر ضمنی و برای گام‌های زمانی بعدی از فرمول‌بندی روش سه گام زمانی استفاده می‌شود).

- ۱- تعریف هندسه و وارد کردن خواص ترموفیزیکی گاز و جامد به صورت تابعی از دما و نیز شرایط عملکرد از قبیل فرکانس، فشار شارژ، دمای مبدل‌های حرارتی، توان سرمایش و زاویه محور سیستم با جهت جاذبه
- ۲- تعیین تعداد سیکل‌های محاسباتی، تعداد گام زمانی در هر سیکل، تعداد نودها و تراکم شبکه محاسباتی
- ۳- محاسبه دبی سیال با الگوریتم حل ماتریس پنج قطری
- ۴- محاسبه دمای گاز با الگوریتم حل ماتریس پنج قطری
- ۵- محاسبه دمای جامد با الگوریتم حل ماتریس سه قطری
- ۶- تکرار مراحل ۳ تا ۵ تا هنگامی که شرایط پریودیک سیکلی به دست آید و یا اینکه تعداد سیکل‌ها برابر با تعداد تعیین شده گردد

۴- نتایج شبیه‌سازی

برای ارزیابی کد توسعه داده شده، یک سردساز لوله ضربانی اریفیس‌دار که قبلاً توسط محققان دیگر شبیه‌سازی شده است [۷۰۶] مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. جدول ۱ ضریب عملکرد این سیستم برای طول‌های لوله اینترنس مختلف را نمایش می‌دهد. با توجه به مقادیر ارائه‌شده در جدول ۱ که نشان‌دهنده تطابق قابل قبول نتایج حاصل از کد و نتایج ارائه شده توسط محققین دیگر است، دقت نتایج حاصل از کد تایید گردید. در ادامه جهت بررسی اثرات ورودی ثانویه بر عملکرد سردساز لوله ضربانی نوع استرلینگ، شبیه‌سازی‌ها برای یک سیستم آزمایشگاهی انجام گرفت. سیستم مورد شبیه‌سازی در واقع مطابق با مرحله اول سردساز یک سیستم دومرحله‌ای است که توسط گان و همکاران [۱۰] ساخته شده و مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گرفته است. مشخصات هندسی این سیستم و تعداد حجم‌های کنترل به کار برده شده در شبیه‌سازی‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

متوسط سیکلی در حالت نوسانی پایدار حدس زده شده و از آن‌ها به عنوان شرایط اولیه استفاده شده است. هر چه حدس اولیه برای مقادیر سرعت، دما و چگالی به مقادیر حالت نوسانی پایدار نزدیک‌تر باشد، به محاسبات کمتری نیاز خواهد بود. مقادیر اولیه برای دبی جرمی و فشار به ترتیب به صورت جریان جرمی صفر در تمامی سطوح و فشار شارژ در تمامی حجم‌های کنترل در نظر گرفته می‌شود. اما شرایط اولیه دما با توجه به دید مهندسی موجود از عملکرد سیستم به صورت شکل ۲ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲ دمای اولیه سیال و جامد

۳-۶- فرمول‌بندی ورودی ثانویه و پارامترهای عملکرد سیستم

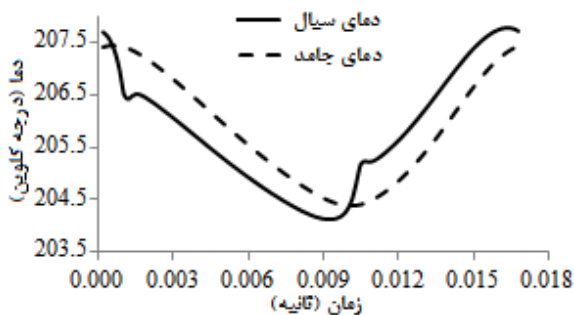
برای شبیه‌سازی اثرات ورودی ثانویه یک ترم چشمه/چاه در حجم‌های کنترلی که ورودی ثانویه به آن‌ها متصل است در نظر گرفته می‌شود. اثرات این ترم به صورت افت/افزایش فشار و در نتیجه میزان دبی جریان در سطوح مربوط به این حجم‌های کنترل وارد می‌شود. میزان دبی و انرژی جریانی در ورودی ثانویه بسته به فشار دو طرف آن از معادلات (۲۷) و (۲۸) قابل محاسبه است.

$$\dot{m}_{or}^j = J_{or} A_{or} \left\{ 2 \left[\frac{(\rho P C_p)^j}{C_{p,\beta}^j - C_{v,\beta}^j} \left(\left(\frac{P_{or,out}^j}{P_{or,in}^j} \right)^{2C_{v,\beta}^j / C_{p,\beta}^j} - \left(\frac{P_{or,out}^j}{P_{or,in}^j} \right)^{1+C_{v,\beta}^j / C_{p,\beta}^j} \right) \right]^{\beta=or,in} \right\}^{1/2}; P_{or,in}^j \geq P_{or,out}^j \quad (27)$$

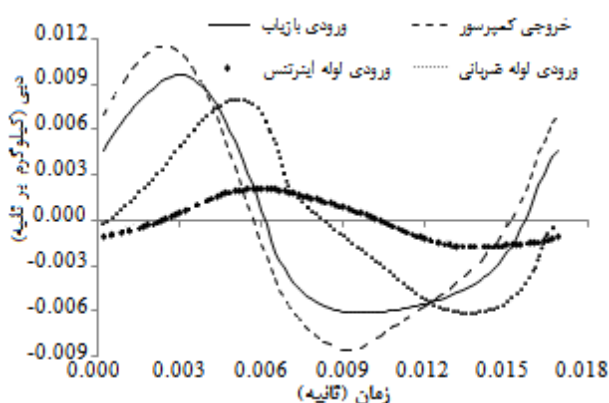
$$\dot{m}_{or}^j = J_{or} A_{or} \left\{ 2 \left[\frac{(\rho P C_p)^j}{C_{p,\beta}^j - C_{v,\beta}^j} \left(\left(\frac{P_{or,in}^j}{P_{or,out}^j} \right)^{2C_{v,\beta}^j / C_{p,\beta}^j} - \left(\frac{P_{or,in}^j}{P_{or,out}^j} \right)^{1+C_{v,\beta}^j / C_{p,\beta}^j} \right) \right]^{\beta=or,out} \right\}^{1/2}; P_{or,in}^j < P_{or,out}^j \quad (28)$$

پس از همگرایی حل توان کمپرسور، ضریب عملکرد سیستم و جریان انرژی به ترتیب از روابط (۲۹) و (۳۰) محاسبه می‌شود [۲].

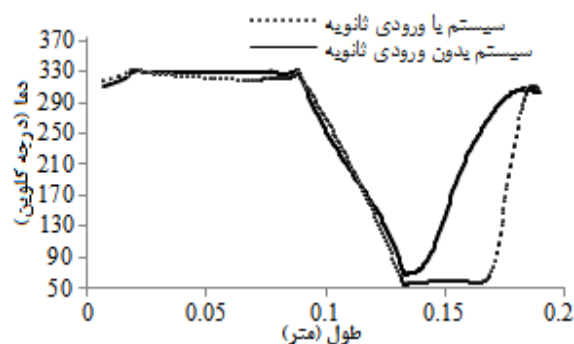
شکل ۳، تغییرات دمای سیال و جامد ماتریس را در مقطع میانی بازیاب در طول یک سیکل رفت و برگشت پیستون نشان می‌دهد. همچنین شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب نمودار تغییرات دبی جرمی در مقاطع مختلف در اول یک سیکل و نمودار تغییرات میانگین سیکلی دمای سیال در طول سیستم از انتهای پیستون تا خروجی لوله ضربانی برای سردساز ساده با طول لوله ضربانی ۱/۵ متری و سردساز با ورودی ثانویه ۱ میلیمتری با طول لوله ضربانی ۱/۵ متری را با یکدیگر مقایسه می‌کند.



شکل ۳ تغییرات دما در میانه بازیاب در یک سیکل



شکل ۴ تغییرات دبی جرمی در مقاطع مختلف در یک سیکل



شکل ۵ نمودار تغییرات میانگین سیکلی دمای سیال در طول سیستم از انتهای پیستون تا انتهای گرم لوله ضربانی

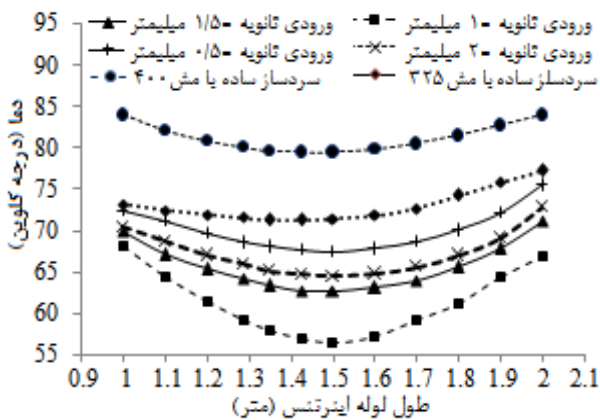
جدول ۱ مقادیر ضریب عملکرد برای طول‌های لوله اینترنس مختلف حاصل از شبیه‌سازی با کد تحقیق حاضر و مقادیر ارائه شده توسط محققین دیگر

طول لوله اینترنس (m)	ضریب عملکرد شبیه‌سازی حاضر	ضریب عملکرد شبیه‌سازی زو و ماتسوبا[۶]	ضریب عملکرد شبیه‌سازی بروجردی و همکاران[۷]
۳	۰/۱۳۲	۰/۱۲۴	۰/۱۳۸
۳/۲۵	۰/۱۴۷	۰/۱۴۵	۰/۱۱۵
۳/۳۷۵	۰/۱۵۲	۰/۱۵۳	-
۳/۵	۰/۱۵۶	۰/۱۵۹	۰/۱۵۸
۳/۷۵	۰/۱۵۸	۰/۱۶۵	۰/۱۵۹
۴	۰/۱۵۴	۰/۱۶	۰/۱۵۲
۴/۲۵	۰/۱۴۲	۰/۱۳۹	۰/۱۳۲

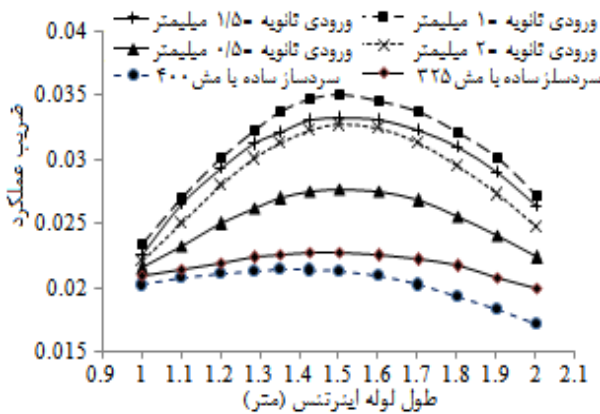
جدول ۲ مشخصات هندسی سیستم با توجه به شکل ۱

مشخصات	شعاع (mm)	طول (mm)	تعداد حجم کنترل
کمپرسور	۲۱/۰۰۵۸	۲۰	۲
لوله انتقال	۲/۵	۵۰	۲۵
افتراکولر	۹/۲۵	۱۰	۲۰
بازیاب	۹/۲۵	۴۵	۶۷
مبدل حرارتی سرد	-	۶	۲۰
لوله ضربانی	۷/۷	۴۵	۶۷
مبدل حرارتی گرم	۷/۷	۷	۲۰
لوله اینترنس	۱/۲	متغیر	۱۵
مخزن	۳۰	۸۸/۴۲	۲۰

شبکه توری مورد استفاده در بازیاب سیستم آزمایشگاهی از نوع توری ۴۰۰ بوده و طول لوله اینترنس ۱/۲۸۷ متر بوده است. قابل ذکر است که سیستم مورد شبیه‌سازی تفاوت‌های اندکی با سیستم ساخته شده دارد از جمله عدم وجود قسمت‌های Tip1، Tip2، Tip3 و Tip4 در مدل ساخته شده است. البته باید اشاره کرد که مقدار حجم کل سیستم آزمایشگاهی با مدل مورد شبیه‌سازی یکسان است و تفاوت‌های موجود در مدل شبیه‌سازی موجب تغییرات زیادی در نتیجه حاصل نخواهد شد. کورس پیستون ۱۴ میلیمتر، فشار شارژ سیستم ۲/۵ مگا پاسکال، و فرکانس کاری سیستم ۶۰ هرتز است. همچنین تعداد حجم‌های کنترل ارائه شده در جدول ۱ مقادیر بهینه هستند که پس از انجام شبیه‌سازی‌های مختلف به‌دست آمده‌اند.



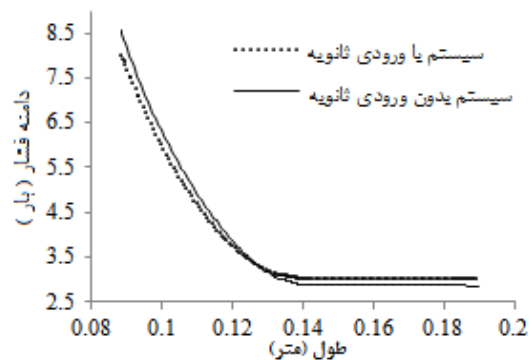
شکل ۶ مینیمم دمای قابل دسترس برای شبیه‌سازی‌های مختلف



شکل ۷ نمودار تغییرات ضریب عملکرد سیستم در مقابل طول لوله اینترتس برای شبیه‌سازی‌های مختلف

شکل ۶ نیز نمودار تغییرات دامنه نوسانات فشار در طول بازیاب و لوله ضربانی را برای سردساز با و بدون ورودی ثانویه نمایش می‌دهد.

شبیه‌سازی‌های مختلفی بر روی سیستم انجام شده است که شامل طول لوله اینترتس مختلف، بازیاب با مش‌های متفاوت و قطر اوریفیس مختلف در بازه ۰/۵ تا ۲ میلی‌متر می‌شود. خلاصه‌ای از نتایج حاصل از این شبیه‌سازی‌ها در شکل‌های ۷ و ۸ و جدول ۳ ارائه شده است. شکل ۷ نشان دهنده مینیمم دمای قابل دسترس است. شکل ۸ مقدار ضریب عملکرد در دمای ۸۰ درجه کلوین را نشان می‌دهد و جدول ۳ نشان‌دهنده مقدار اختلاف فاز دبی و فشار در انتهای سیستم، نسبت جرم جریانی در ورودی ثانویه به جریان جرمی در بازیاب و ضریب عملکرد متناظر برای شبیه‌سازی‌های مختلف است.



شکل ۸ نمودار تغییرات دامنه نوسانات فشار در طول بازیاب و لوله ضربانی برای سردساز با و بدون ورودی ثانویه

۵- بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به شکل ۳ اختلاف اندکی بین نوسانات دما در سیال و جامد ماتریس در مقطع میانی بازیاب مشاهده می‌شود که این اختلاف بدلیل ظرفیت‌های حرارتی مختلف سیال و جامد ماتریس است. همچنین نشان‌دهنده زمان اندکی است که در هر نقطه از بازیاب طول می‌کشد تا اثرات افزایش و کاهش دمای سیال به جامد ماتریس انتقال یابد. علاوه بر این با توجه به این شکل دو نوسان اندک (اکستریم نسبی) در پروفیل دمای سیال مشاهده می‌شود که دلیل این امر کاهش انتقال حرارت در نقاط ماکزیمم و مینیمم دمای جامد بدلیل کم شدن اختلاف دمای سیال و جامد ماتریس و همچنین کاهش ضریب انتقال حرارت در اثر کم شدن سرعت جریان به هنگام برگشت جریان می‌باشد.

جدول ۳ نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای سیستم با ورودی ثانویه با لوله اینترتس ۱/۵ متری

قطر ورودی ثانویه (mm)	اختلاف فاز دبی و فشار در انتهای سرد سیستم	نسبت جریان ورودی ثانویه به جریان بازیاب	ضریب عملکرد سیستم
۰/۵	۵۴/۸	۰/۰۵۱	۰/۰۲۷۷
۰/۷	۷۲/۲	۰/۰۸۲	۰/۰۳۱۸
۰/۹	۸۳/۰	۰/۱۰۶	۰/۰۳۴۱
۱	۸۶/۶	۰/۱۳۹	۰/۰۳۵۲
۱/۲	۷۹/۴	۰/۱۵۴	۰/۰۳۳۹
۱/۴	۷۲/۲	۰/۱۶۵	۰/۰۳۳۳
۱/۵	۶۸/۶	۰/۱۷۳	۰/۰۳۳۲
۱/۶	۶۵/۰	۰/۱۹۷	۰/۰۳۳۱
۱/۸	۶۱/۴	۰/۲۸۳	۰/۰۳۲۹
۲	۵۸/۱	۰/۳۹۱	۰/۰۳۲۷

همانطور که در شکل ۴ دیده می‌شود دامنه نوسانات دبی جرمی در طول سیستم دچار افت و همچنین اختلاف فاز می‌شود. افت دامنه نوسانات به دلیل تراکم‌پذیری و افت دامنه نوسانات فشار سیستم است که در واقع موجب کاهش مومنتوم و از این طریق موجب کاهش دبی جرمی می‌شود. همچنین اختلاف فاز بوجود آمده که در طول بازیاب شدت بالایی دارد دلیل وجود ترم‌های افت اینرسی و اصطکاکی محیط متخلخل است. دبی جریان درون لوله ضربانی را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد که بخشی با نوسانات فشار اختلاف فاز نزدیک به ۹۰ درجه دارد و موجب تراکم و انبساط سیال می‌شود و بخش دیگر که با فشار هم‌فاز است و وظیفه انتقال انرژی از انتهای سرد به انتهای گرم لوله ضربانی را به عهده دارد.

با توجه به شکل ۵ گرادیان دمای مناسب ایجاد شده در طول بازیاب و لوله ضربانی جهت ایجاد دمای پایین در نقطه سرد سیستم به خوبی قابل مشاهده است. همچنین مقایسه مقایسه دو نمودار ارائه شده در این شکل نشان می‌دهد که استفاده از ورودی ثانویه موجب افت دمای سیال در طول لوله ضربانی نسبت به سیستم بدون ورودی ثانویه می‌شود. اثرات این افت در نهایت به صورت افت پایدار دمای انتهای سرد قابل مشاهده است. در واقع به هنگام برگشت پیستون از مرگ بالا مقداری از جریان توسط ورودی ثانویه مکیده می‌شود و این موضوع یک خلا نسبی در طول لوله ضربانی بوجود می‌آورد که اثر این خلا نسبی افت دمای شدید سیال در این ناحیه است.

همچنین نمودارهای شکل ۶ جنبه دیگری از مزیت به‌کارگیری ورودی ثانویه را نمایش می‌دهد. طبق این شکل افت دامنه نوسانات فشار در طول بازیاب برای سیستم با ورودی ثانویه کم‌تر از سیستم بدون ورودی ثانویه است. در واقع ورودی ثانویه در نیم سیکل اول که جریان از انتهای گرم بازیاب به انتهای سرد در جریان است مقداری از جریان کل را که در ورودی بازیاب دارای فشار بالایی است به انتهای گرم لوله ضربانی منتقل می‌کند و موجب افزایش فشار لوله ضربانی و انتهای گرم بازیاب می‌شود. به‌علاوه بدلیل کاهش دبی جریان در بازیاب از افت‌های اینرسی سیال و ویسکوز در آن کاسته می‌شود. به‌علاوه، نتایج حاصل از نمودارهای شکل ۶ حاکی از این موضوع است که دامنه نوسانات فشار سیال در ورودی بازیاب برای سیستم با ورودی ثانویه کم‌تر از سیستم بدون

ورودی ثانویه است و این به معنی کار کم‌پرسور کم‌تر است. حال آنکه در انتهای سرد بازیاب دامنه نوسانات فشار سیستم با ورودی ثانویه بیشتر از سیستم بدون ورودی ثانویه است. دامنه نوسانات فشار بالا در انتهای سرد سیستم به منزله بیشتر بودن جریان انتالپی از انتهای سرد به انتهای گرم لوله ضربانی است.

مقادیر به‌دست آمده از شبیه‌سازی سیستم در دمای ۸۰ درجه کلون با ورودی ثانویه با قطر اوریفیس ۰/۵ تا ۲ میلی‌متر در جدول ۳ ارائه شده است. با توجه به جدول ۳ بهترین حالت برای این سردساز ورودی ثانویه ۱ میلی‌متری بوده است که در این حالت اختلاف فاز دبی و فشار برابر ۸۶/۶ درجه به‌دست آمده است که به مقدار ایده‌آل ۹۰ درجه پیش‌بینی شده توسط استورچ و همکاران [۱۱] بسیار نزدیک است. در این حالت نسبت دبی جریان ورودی ثانویه به دبی جریان بازیاب برابر ۰/۱۳۹ می‌باشد که با توجه به معادلات ارائه شده در نشریات [۱۲] برای سردساز مورد بررسی مقدار بهینه تقریباً ۱۵ درصد خواهد بود.

استفاده از ورودی ثانویه تأثیری در طول لوله اینترتس بهینه ندارد و آنچنان که در شکل ۷ دیده می‌شود طول لوله اینترتس بهینه برای تمامی حالات ۱/۵ متر به‌دست آمده است. با توجه به این شکل بهترین حالت استفاده از ورودی ثانویه با قطر ۱ میلی‌متر و لوله اینترتس ۱/۵ متر می‌باشد که مینیمم دمای قابل دسترس در این حالت معادل ۵۶/۵ درجه کلون می‌باشد و این در حالی است که بدون استفاده از ورودی ثانویه مینیمم دمای قابل دسترس ۷۱/۳ درجه کلون می‌باشد.

نمودارهای شکل ۸ نیز بهبود وضعیت سیستم به هنگام استفاده از ورودی ثانویه ۱ میلی‌متر را نشان می‌دهد بگونه‌ای که ضریب عملکرد ماکزیمم سیستم در دمای ۸۰ درجه کلون با ورودی ثانویه ۱ میلی‌متری ۰/۳۵۲ محاسبه شده است و برای سیستم ساده بدون ورودی ثانویه این مقدار ۰/۲۲۷ می‌باشد. مقایسه سیستم با قطر ورودی ثانویه مختلف به‌خوبی نشان‌دهنده این است که با افزایش قطر اوریفیس ورودی ثانویه تا ۱ میلی‌متر (افزایش نسبت جریان ورودی ثانویه به جریان بازیاب تا ۱۴ درصد) ضریب عملکرد سیستم بهبود می‌یابد اما بعد از این نقطه افزایش اندازه ورودی ثانویه موجب کاهش ضریب عملکرد می‌شود. این موضوع بدلیل ایجاد اختلاف فاز نامناسب در هنگام افزایش اندازه ورودی ثانویه می‌باشد.

پایدار برای محاسبه افت‌ها در این محیط نتایج درستی ارائه نمی‌دهد. بگونه‌ای که طبق مقادیر منتشر شده توسط محققین مختلف، بسته به شرایط عملکرد سیستم، مقادیر افت جریان نوسانی در محیط متخلخل از ۱/۴ تا ۴ برابر ضرایب جریان پایدار می‌تواند تغییر کند [۱۳]. بنابراین، با توجه به این که در کد حاضر از ضرایب افت جریان نوسانی استفاده شده است. مقادیر به‌دست آمده از نتایج شبیه‌سازی حاضر دقیق‌تر و مورد استنادتر خواهد بود.

۶- علائم

A	سطح مقطع عبور جریان (m^2)
C_F	ضریب اینرسی فورچیمر
C_p	ظرفیت حرارتی ویژه در فشار ثابت ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
C_s	ظرفیت حرارتی ویژه جامد ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
C_v	ظرفیت حرارتی ویژه در حجم ثابت ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
E_{or}	انرژی منتقل شده توسط ورودی ثانویه ($J.s^{-1}$)
K	نفوذپذیری دارسی (m^2)
Nu	عدد ناسلت
P	فشار (Pa)
Pr	عدد پرانتل
R	ثابت جهانی خاص گاز ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
Re	عدد رینولدز
T	دما (K)
V	حجم (m^3)
X_{u1}	دامنه نوسانات سرعت در ورودی بازیاب ($m.s^{-1}$)
X_{u2}	دامنه نوسانات سرعت در خروجی بازیاب ($m.s^{-1}$)
d_h	قطر هیدرولیکی (m)
f	ضریب اصطکاک
k	ضریب هدایت حرارتی ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
m	جرم (kg)
\dot{m}	دبی جرمی ($kg.s^{-1}$)
u	سرعت ($m.s^{-1}$)
α	ضریب انتقال حرارت ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
Δx	طول حجم کنترل (m)
δt	اندازه گام زمانی (s)
δx	طول حجم کنترل دبی (m)

با توجه به اطلاعات منتشر شده توسط سازندگان نمونه آزمایشگاهی سیستم بررسی شده در این مقاله [۱۰]، توان سرمایشی و حداقل دمای قابل دسترس سیستم حاصل از نتایج شبیه‌سازی توافق خوبی با مقادیر آزمایشگاهی ارائه شده دارد اما طول لوله اینترنس بهینه سیستم آزمایشگاهی ۱/۲۸۷ متر ارائه شده است در حالی که با توجه به مقادیر شبیه‌سازی در این مقاله طول ۱/۵ متر مقدار بهینه می‌باشد. قابل ذکر است که سیستم ساخته شده با استفاده از نتایج شبیه‌سازی کد REGEN بوده است که معادلات را برای اجزا مختلف سردساز به طور جداگانه حل می‌کند و پس از بهینه‌سازی هر قسمت به قسمت دیگر می‌پردازد. استفاده از این نوع کدها برای طراحی سیستم مفید است اما در نهایت بدلیل اینکه اجزا به طور جداگانه برای هدف خاصی بهینه می‌شوند امکان این امر وجود دارد که سیستم طراحی شده در بهترین وضعیت عملکرد خود قرار نداشته باشد.

اختلاف طول لوله اینترنس بهینه حاصل از شبیه‌سازی و اندازه مورد استفاده توسط سازنده به دو دلیل اصلی است که عبارت‌اند از:

- ۱- در شبیه‌سازی حاضر از مقادیر ضریب اینرسی فورچیمر و نفوذپذیری حاصل از ضریب اصطکاک نوسانی در بازیاب استفاده شده است، حال آنکه کد REGEN از مقادیر افت جریان پایدار استفاده می‌کند که نتایج متفاوتی را دربر دارد.
 - ۲- کد REGEN مقدار زبری داخل لوله را نیز در محاسبات مقاومت لوله اینترنس در نظر می‌گیرد که در کد توسعه داده شده در این مقاله در نظر گرفته نشده است و این امر عامل دیگری بر اختلاف مقدار بهینه طول لوله اینترنس می‌باشد.
- علاوه بر طول لوله اینترنس بهینه متفاوت، شبیه‌سازی حاضر عملکرد شبکه توری بازیاب ۳۲۵ را بهتر از ۴۰۰ پیش‌بینی می‌کند حال آنکه طراحان سیستم آزمایشگاهی از شبکه توری ۴۰۰ برای بازیاب استفاده کرده است زیرا که نتایج بررسی‌های ارائه شده با استفاده از کد REGEN عملکرد بهینه را برای بازیاب با شبکه توری ۴۰۰ نشان می‌دهد. این اختلاف نیز بدلیل اختلاف در نحوه محاسبه ضرایب افت اینرسیال و ویسکوز در محیط متخلخل است.

نکته بسیار مهم در شبیه‌سازی جریان نوسانی در محیط‌های متخلخل این است که استفاده از ضرایب افت جریان

- [7] Boroujerdi A. A., Ashrafizadeh A., Mousavi Naeenian S. M., "Numerical Analysis of Stirling Type Pulse Tube Cryocoolers", *Cryogenics*, Vol. 51, No. 9, 2011, pp. 521-9.
- [8] Bin-Nun U., Manidakos D., "Low Cost and High Performance Screen Laminate Regenerator Matrix", *Cryogenics*, Vol. 44, No. 12, 2004, pp. 439-44.
- [9] Koh J. C. Y., Fortini A., "Prediction of Thermal Conductivity and Electrical Resistivity of Porous Metallic Materials", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 16, 1973, pp. 2013-2022.
- [10] Gan Z. H., Fan B. Y., Wu Y. Z., Qiu L. M., Zhang X. J., Chen G. B., "A Two-Stage Stirling-Type Pulse Tube Cryocooler With a Cold Inertance Tube", *Cryogenics*, Vol. 50, No. 9, 2010, pp. 426-431.
- [11] Storch P. J., Radebaugh R., Zimmerman J., "Analytical Model for the Refrigerator Power of the Orifice Pulse Tube Refrigerator", *NIST Technical Note 1343*, 1991.
- [12] Jung J., Jeong S., "Optimal Pulse Tube Volume Design in GM-Type Pulse Tube Refrigerators", *Cryogenics*, Vol. 47, No. 9-10, 2007, pp. 510-516.
- [13] Shen Q. Q., Ju Y. L., "A New Correlation of Friction Factor for Oscillating Flow Regenerator Operating at High Frequencies", *AIP Conference Proceeding 985*, 2008, pp. 267-74.

ε	ضریب تخلخل
μ	ویسکوزیته ($\text{N.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$)
ρ	چگالی (kg.m^{-3})
ω	فرکانس حرکت پیستون (rad.s^{-1})

۷- مراجع

- [1] Wang C., Wu P. Y., Chen Z. Q., "Numerical Analysis of Double Inlet Pulse Tube Refrigerator", *Cryogenics*, Vol. 33, No. 5, 1993, pp. 526-30.
- [2] Harvey J. P., *Parametric Study of Cryocooler Regenerator Performance*, MSc. Thesis, USA, Georgia Institute of Technology, 1999.
- [3] Wang C., "Numerical Analysis of 4 K Pulse Tube Coolers: Part I. Numerical Simulation", *Cryogenics*, Vol. 37, No. 4, 1997, pp. 207-213.
- [4] Cha J. S., Ghiaasiaan S. M., Desai P. V., Harvey J. P., Kirkconnell C. S., "Multi-Dimensional Flow Effects in Pulse Tube Refrigerators", *Cryogenics*, Vol. 46, No. 9, 2006, pp. 658-65.
- [5] Antao D. S., Farouk B., "Computational Fluid Dynamics Simulations of an Orifice Type Pulse Tube Refrigerator: Effects of Operating Frequency", *Cryogenics*, Vol. 51, No. 4, 2011, pp. 192-201.
- [6] Zhu S., Matsubara Y., "Numerical Method of Inertance Tube Pulse Tube Refrigerator", *Cryogenics*, Vol. 44, No. 9, 2004, pp. 649-60.