مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 13، ص‌ص 297-307

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل تطبیقی لغزش در یک عملیات رباتیکی تک‌انگشتی

شهرام هادیان‌جزی[1*]، مهدی کشمیری[2]، فرید شیخ‌الاسلام[3]

1- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان
2- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
3- استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
* اصفهان، صندق‌پستی 8174673441، s.hadian@eng.ui.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 23 اسفند 1392
پذیرش: 15 اردیبهشت 1393
ارائه در سایت: 19 مهر 1393

کلید واژگان:
لغزش ناخواسته
کنترل تطبیقی
تماس اصطکاکی

چکیده

در این مقاله با در نظر گرفتن امکان لغزش بین پنجه یک ربات و جسم در حین گرفتن جسم، کنترل تطبیقی تعقیب مسیر برای حمل جسم روی زمین توسط یک ربات تک‌انگشتی مورد بررسی قرارگرفته است. این سیستم، نمونه مناسبی برای بررسی روش‌های مختلف تحلیل مانند طراحی کنترل‌کننده‌ها در سیستم ربات‌های همکار در حمل و انجام عملیات مختلف روی اجسام است. در این تحقیق به‌منظور یکسان‌سازی معادلات مربوط به تماس اصطکاکی که از نوع معادلات نامساوی هستند با دیگر معادلات سیستم که از نوع معادلات مساوی هستند، فرمول‌بندی تازه‌ای برای مدل‌کردن شرایط تماس اصطکاکی ارائه شده و با استفاده از این فرمول‌بندی جدید، دو کنترل‌کننده تطبیقی مختلف معرفی شده است. این کنترل‌کننده‌ها ضمن این‌که لغزش‌های ناخواسته ایجاد شده در سرپنجه ربات را کنترل می‌کنند، حرکت جسم روی مسیر از پیش تعیین شده را نیز کنترل کرده و هم‌زمان پارامترهای نامعین موجود در سیستم را تخمین می‌زنند. با این تفاوت که کنترل‌کننده اول جرم‌های نامعین سیستم و کنترل‌کننده دوم ضرایب اصطکاک را تخمین می‌زنند. نتایج شبیه‌سازی ارائه‌شده در این مقاله،کارایی کنترل‌کننده‌های معرفی شده را تأیید می‌کنند.

Adaptive Slippage Control in a One-Finger Hand Robot Manipulation

Shahram Hadian Jazi[1*], Mehdi Keshmiri[2], Farid Sheikholeslam[3]

1- Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
3- Department of Electrical & Computer Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
* P.O.B 8174673441, Isfahan, Iran, s.hadian@eng.ui.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 February 2014
Accepted 05 May 2014
Available Online 11 October 2014

Keywords:
Undesired Slippage
Adaptive Control
Frictional Contact

ABSTRACT

In this study, considering slippage between a robot end-effector and an object, adaptive control of a one-finger hand manipulating an object is explored. This system is a good sample to develop different techniques such as grasp analysis, grasp synthesis, stability analysis and designing different types of controller for cooperative manipulator systems. Due to the presence of inequality equations in frictional point contact modeling, a novel formulation is developed to replace the equality and inequality equations with a single second order differential equation with switching coefficients. Introducing this new friction contact model, an input-output conventional form is derived using the equality and inequality equations of motion of the system. Using this new form of motion equations, two adaptive controllers with simple update laws are proposed that both of them ensure the asymptotic convergence of the object position tracking as well as slippage control while compensating the system uncertainties. The first controller compensates the uncertain masses of the manipulator links and the object while the second one compensates the uncertain coefficients of friction. Numerical simulation is utilized to evaluate performance of the proposed controllers.

1- مقدمه

حمل اجسام و یا انجام عملیات مختلف روی آن‌ها توسط سیستم‌های رباتیکی یکی از موضوعاتی است که به آن توجه ویژه‌ای شده است. این موضوع به‌خصوص طی دهه‌های اخیر و با مطرح شدن بحث همکاری ربات‌ها در انجام این‌گونه عملیات مورد توجه محققین مختلف قرار گرفته است. ورود به بحث حمل اجسام توسط سیستم‌های همکار، جز با پرداختن به بحث گرفتن[1] امکان‌پذیر نیست. به همین دلیل محققین زیادی کارهای خود را معطوف به بحث گرفتن کرده‌اند.

انواع مختلف تماس پنجه و جسم، شرایط مختلف گرفتن، هندسه پنجه و جسم در نقاط گرفتن، انعطاف‌پذیری پنجه و جسم در حین گرفتن و مواردی از این قبیل در کارهای مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. ازجمله مهم‌ترین و

1- Grasping

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
S. Hadian Jazi, M. Keshmiri, F. Sheikholeslam, Adaptive Slippage Control in a One-Finger Hand Robot Manipulation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 297-307, 2015 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

اولین کارهایی که در این زمینه انجام شده معرفی گرفتن مطمئن[1] است. این موضوع برای نخستین بار توسط ریولیوکس در 1963 معرفی شد [1]. پس از آن نیز محققین مختلفی به این موضوع پرداخته‌اند. برخی از آن‌ها تحقیقات خود را به سمت پیدا کردن و معرفی شرایط گرفتن مطمئن[2] سوق داده‌اند. ازجمله این محققان می‌توان به سالیسبری و راث در 1983 که انواع مختلف تماس را از دیدگاه گرفتن مطمئن مورد بررسی قرار دادند [2]، لیو در 1999 که به ارائه یک آزمودن کیفی برای گرفتن پایدار اصطکاکی در حالت سه‌بعدی پرداخت [3] و ژنگ و کویین در 2006 که به توسعه روش ارائه شده توسط لیو به‌منظور ساده‌تر کردن آلگوریتم‌ها پرداختند[4]، اشاره کرد.

برخی دیگر از محققان با در نظر گرفتن شرایط مطمئن ارائه شده از سوی دسته نخست، به ارائه الگوریتم‌های مختلف جهت پیدا کردن نقاط تماسی روی جسم که آن شرایط را داشته باشد[3] پرداخته‌اند. ازجمله این محققان می‌توان به پارک و استار در 1992 که الگوریتمی ساده و کارآمد برای یافتن یک گرفتن مطمئن برای یک شیء چهارضلعی صفحه‌ای با سه انگشت ارائه دادند [5]، شاپیرو و همکارانش در 2010 که به بررسی تماس‌های اصطکاکی مناسب برای گرفتن مطمئن در حالت صفحه‌ای پرداختند [6] و روزالس و همکارانش در 2011 که روشی برای پیدا کردن پیکره مناسب برای یک ربات به‌منظور گرفتن مطمئن یک شیء داده‌شده ارائه دادند [7]، اشاره کرد.

در نظر گرفتن اتصال پنجه و جسم به‌صورت ثابت و یا لولایی، فرضی است که در بیشتر کارهای انجام‌شده درزمینه گرفتن استفاده شده است. این در حالی است که در نظر گرفتن تماس غیرثابت، لغزشی، می‌تواند به کامل‌تر شدن مدل کمک کند، البته بعضی از محققین مانند ترینکله و پاول در 1990، [8]، کول و همکارانش در 1992، [9] و ژنگ و همکارانش در 2000، [10]، از اتصال‌های لغزشی بین پنجه و جسم جهت عملیات بازگرفتن[4] استفاده کرده‌اند. با استفاده از عملیات بازگرفتن می‌توان در حین عملیات روی اجسام، جای نقاط اتصال روی جسم را عوض کرد. این کار به‌منظور بالا بردن توانایی و مهارت ربات برای ادامه عملیات انجام می‌شود. در این دسته از تحقیقات باوجودی که پنجه ربات روی سطح جسم می‌لغزد، این لغزش از هر لحاظ، از پیش تعیین‌شده در نظر گرفته شده است.

به‌هرحال آن‌چه در واقعیت وجود دارد این است که همواره اتصال پنجه ربات و جسم از نوع ثابت و یا لولایی نیست و تماس‌های اصطکاکی نیز قسمت عمده‌ای از اتصالات را شامل می‌شوند. از طرف دیگر همواره و بنابر دلایل مختلف مانند نامعینی‌ها و یا اغتشاشات امکان وقوع لغزش‌های ناخواسته بین پنجه ربات و جسم وجود دارد. وقوع این لغزش‌های ناخواسته در بسیاری از موارد انجام عملیات روی جسم را با شکست مواجه می‌کند و یا در بهترین شرایط عملیات با خطای زیاد به اتمام می‌رسد. این موضوع توجه بسیار کمی را در تحقیقات انجام‌شده به خود معطوف کرده است.

با توجه به این موضوع، نویسندگان این مقاله در تحقیقات خود سعی در کامل‌تر کردن مدل دینامیکی سیستم‌های همکار با در نظر گرفتن امکان لغزش‌های ناخواسته بین پنجه ربات و جسم کردند. این تحقیقات منجر به معرفی یک فرمول‌بندی جدید برای مدل کردن اتصالات اصطکاکی و ارائه یک کنترل‌کننده چند فازی غیرتطبیقی برای کنترل لغزش در سرپنجه ربات‌ها شد [11]. ارائه چنین فرمول‌بندی، علاوه‌بر آن‌که مدل‌های دینامیکی را کامل‌تر کرد، امکان گسترش موضوعات رایج مانند طراحی کنترل‌کننده‌های تطبیقی به سیستم‌های همکار با اتصالات لغزشی را نیز فراهم آورد. به همین دلیل در این تحقیق، ضمن معرفی این فرمول‌بندی، دو کنترل‌کننده تطبیقی مختلف برای سیستم تک‌انگشتی که یک جسم را روی زمین جابه‌جا می‌کند، معرفی شده‌اند. این سیستم نمونه کوچک‌تری از سیستم‌های همکار چند بازویی است.

2- مقدمه

سیستمی که در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد در شکل 1 نشان داده شده است.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود این سیستم از یک بازوی دو عضوی صفحه‌ای با اعضای صلب تشکیل شده است که به کمک سرپنجه خود یک جسم را روی زمین حرکت می‌دهد. تماس بین پنجه ربات با جسم و همچنین تماس جسم با زمین از نوع تماس نقطه‌ای اصطکاکی[5] در نظر گرفته شده است. همچنین فرض می‌شود این تماس در عمل یک تماس لغزش-چسبیدن[6] باشد. به عبارت دیگر هیچ غلتشی بین پنجه ربات و جسم اتفاق نمی‌افتد. علاوه‌بر این فرض می‌شود جسم فقط حرکت انتقالی دارد و حرکت کل سیستم در صفحه قائم اتفاق می‌افتد. از سوی دیگر برای این‌که امکان حرکت جسم وجود داشته باشد، ضریب اصطکاک بین پنجه ربات و سطح بالایی جسم از ضریب اصطکاک بین زمین و سطح پایینی جسم بزرگ‌تر در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به فرضیات پیش‌گفته، معادلات حرکت سیستم که از چهار بخش بازو، جسم، تماس و قیود سینماتیکی تشکیل شده است، عبارت‌اند از:

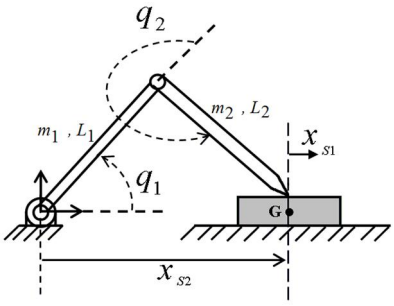
2-1- معادله حرکت بازو

با در نظر گرفتن نیروی اعمالی از طرف جسم به سرپنجه بازو به‌عنوان یک نیروی خارجی، معادله بازو را می‌توان به فرم رایج رابطه (1) نوشت، که در آن M_r، V_r، G_r و J_r به‌ترتیب ماتریس اینرسی، بردار مربوط به شتاب‌های کریولیس و گریز از مرکز، بردار مربوط به جاذبه و ماتریس ژاکوبین بازو هستند.

$$M_r\ddot{q}_r + V_r(q_r, \dot{q}_r) + G_r(q_r) + J_r^T F_1 = \tau \qquad (1)$$

جزییات این ماتریس‌ها و بردارها در پیوست آورده شده است. همچنین F_1 نیروی وارده از طرف پنجه ربات به جسم، τ بردار گشتاور موتورهای متصل‌شده به مفاصل بازو و q_r بردار مختصات تعمیم‌یافته بازو هستند. دو بردار اخیر به شکلی که در رابطه (2) آمده است تعریف می‌شوند.

$$q = [q_1 \quad q_2]^T \ , \ \tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T \qquad (2)$$



شکل 1 شماتیکی از سیستم تحت بررسی

1- Closure grasp
2- Grasp analysis
3- Grasp synthesis
4- Regrasping synthesis

5- Friction point contact
6- Slip-Stick

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

2-2-معادله حرکت جسم

دیاگرام آزاد جسم در شکل 2 نشان داده شده است.

با درنظر گرفتن این دیاگرام آزاد، معادله حرکت جسم به شکل رابطه (3) نوشته می‌شود، در معادله بالا M_o و Q_o به‌ترتیب ماتریس اینرسی و بردار مربوط به جاذبه جسم هستند.

$$M_o\ddot{x}_{s2} + Q_o = G_{gr}F \tag{3}$$

همچنین G_{gr} اصطلاحاً ماتریس گرفتن[1] نامیده می‌شود و بردار F به‌صورت رابطه (4) است که F_2 نیروی وارده از طرف زمین به جسم است. جزییات ماتریس‌ها و بردارهای معرفی‌شده در این قسمت نیز در پیوست آورده شده است.

$$F = [F_1^T \quad F_2^T]^T \tag{4}$$

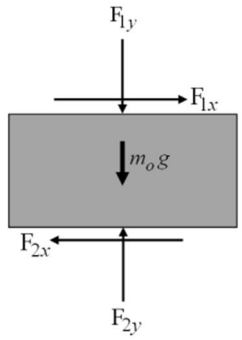
2-3- معادلات شرایط تماس نقطه‌ای اصطکاکی

این معادلات که به‌صورت کامل در بخش 3 توضیح داده خواهند شد، به‌اختصار به شکل رابطه (5) نوشته می‌شوند، که در آن x_{s1} و x_{s2} به‌ترتیب مقدار لغزش پنجه روی سطح بالایی جسم و مقدار لغزش جسم روی سطح زمین هستند. x_{s1} از دستگاه متصل به جسم در نقطه تماس نخستین پنجه و جسم و x_{s2} از دستگاه اینرسی اندازه‌گیری می‌شوند. (شکل 1). $H_i(i = 1,2)$ نیز توابعی هستند که شرایط تماس روی سطوح بالایی و پایینی را مدل می‌کنند که در بخش 3 توضیح داده خواهند شد.

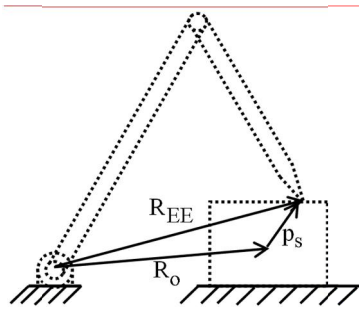
$$H_i(F_i, \ddot{x}_{si}) = 0 (i = 1,2) \tag{5}$$

2-4- معادله قیود سینماتیکی

هندسه قیود سینماتیکی در شکل 3 نشان داده شده است.



شکل 2 دیاگرام آزاد جسم



شکل 3 هندسه قیود سینماتیکی حاکم بر حرکت سیستم

با استفاده از این شکل قیود سینماتیکی به‌صورت رابطه (6) نوشته می‌شوند، که در آن R_{EE} و R_o به‌ترتیب بردار موقعیت پنجه ربات و جسم نسبت به دستگاه اینرسی هستند.

$$R_{EE} = R_o + p_s \tag{6}$$

مولفه‌های این دو بردار در رابطه (7) ارائه شده‌اند:

$$R_{EE} = [L_1\cos(q_1) + L_2\cos(q_1 + q_2) \quad L_1\sin(q_1) + L_2\sin(q_1 + q_2)]^T$$
$$R_o = \left[x_{s2} \quad \frac{h_0}{2}\right]^T \tag{7}$$

در رابطه بالا h_0 ارتفاع جسم است و همان‌طور که از شکل 3 پیداست، مقداری ثابت است. همچنین p_s بردار موقعیت سرپنجه نسبت به جسم است. این بردار همان لغزش سر پنجه نسبت به جسم را نشان می‌دهد و به‌صورت رابطه (8) نوشته می‌شود،

$$p_s = \left[x_{s1} \quad \frac{h_0}{2}\right]^T \tag{8}$$

با مشتق گرفتن از رابطه (6) نسبت به زمان، قیود سینماتیکی به‌صورت پافین رابطه (9)، نوشته می‌شوند، که در آن A_{si} مطابق رابطه (10) است.

$$J_r\dot{q}_r + \sum_{i=1}^{2} A_{si}\dot{x}_{si} = 0 \tag{9}$$

$$A_{si} = [1 \quad 0]^T (i = 1,2) \tag{10}$$

برای این‌که قیود سینماتیکی با بقیه معادلات سیستم سازگار باشند،پس از این از مشتق رابطه (9) به‌عنوان قیود سینماتیکی استفاده می‌شود که به‌صورت رابطه (11) ارائه می‌شود:

$$J_r\ddot{q}_r + \sum_{i=1}^{2} A_{si}\ddot{x}_{si} = b \tag{11}$$

که در آن b به‌صورت رابطه (12) است.

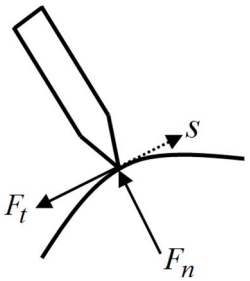
$$b = -\dot{J}_r\dot{q}_r \tag{12}$$

3- مدل تماس

شکل 4 شماتیکی از تماس نقطه‌ای اصطکاکی پنجه یک ربات و یک سطح را نشان می‌دهد.

در این شکل s لغزش پنجه روی سطح جسم و F_t و F_n به‌ترتیب نیروی اصطکاک و نیروی عمودی وارد بر پنجه ربات را نشان می‌دهند. برای این تماس فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شود:

- تماس فقط در یک نقطه اتفاق می‌افتد.



شکل 4 شماتیکی از یک تماس نقطه‌ای اصطکاکی

1- Grasping matrix

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

- جهت مثبت نیروی عمودی وارد بر پنجه رو به خارج از مرکز انحنا سطح در نظر گرفته می‌شود.
- با توجه به فرض پیشین، منفی شدن نیروی عمودی نشان‌دهنده جدا شدن پنجه از سطح است. در این مقاله فرض می‌شود که هیچ‌گاه اتصال پنجه و سطح قطع نمی‌گردد.
- برای این اتصال مدل اصطکاک کلمب با ضرایب اصطکاک استاتیکی و دینامیکی برابر در نظر گرفته می‌شود. این مدل در شکل 5 نشان داده شده است.

با یک بررسی کلی می‌توان دید که فقط امکان ایجاد شرایط سینماتیکی زیر در این تماس وجود دارد:

- پنجه نسبت به جسم بلغزد ($\dot{s} \neq 0$)
- پنجه نسبت به جسم نلغزد ($\dot{s} = 0$). در این حالت اتصال یکی از شرایط زیر را دارد:

الف: پنجه در لحظه پیشین هم نمی‌لغزیده است. در این صورت $\ddot{s} = 0$ است.

ب: پنجه در لحظه پیشین نمی‌لغزیده ولی اکنون در آستانه لغزش به جلو یا به عقب است. در این صورت $\ddot{s} > 0$ یا $\ddot{s} < 0$ است.

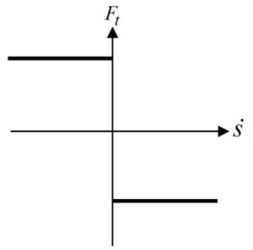
ج: پنجه در لحظه قبل می‌لغزیده ولی اکنون لغزش آن متوقف شده، در این صورت $\ddot{s}^- \neq 0$ و $\ddot{s} = 0$ است. که $\ddot{s}^-$ شتاب لغزش پنجه روی جسم در لحظه قبل است.

د: لغزش پنجه روی جسم در حال تغییر جهت دادن است. در این حالت $\ddot{s}^-\ddot{s} < 0$ است.

- شرایط و معادلات دینامیکی مربوط به هریک از حالت‌های بالا در جدول 1 گردآوری شده‌اند

کلیه معادلات دینامیکی مربوط به شرایط مختلف ارائه شده در جدول 1 را می‌توان به‌صورت رابطه (13) نوشت:

$$\alpha_1\ddot{s} + \alpha_2 F_t + \alpha_3 \mu F_n = 0 \tag{13}$$



شکل 5 مدل اصطکاک کلمب با فرض برابری ضرایب اصطکاک استاتیکی و دینامیکی

جدول 1 شرایط سینماتیکی مختلف تماس اصطکاکی و معادلات دینامیکی مربوطه

	شرایط سینماتیکی	معادله دینامیکی
	لغزش ($\dot{s} \neq 0$)	$F_t = -\mu F_n \mathrm{sign}(\dot{s})$
عدم لغزش ($\dot{s} = 0$)	سکون ($\ddot{s} = 0$ و $\ddot{s}^- = 0$)	$\ddot{s} = 0$
	آستانه لغزش رو به جلو ($\ddot{s} > 0$ و $\ddot{s}^- = 0$)	$F_t = -\mu F_n$
	آستانه لغزش رو به عقب ($\ddot{s} < 0$ و $\ddot{s}^- = 0$)	$F_t = \mu F_n$
	توقف لغزش ($\ddot{s} = 0$ و $\ddot{s}^- \neq 0$)	$\ddot{s} = 0$
	تغییر جهت لغزش ($\ddot{s} \neq 0$ و $\ddot{s}^- \neq 0$)	$F_t = 0$

جدول 2 ضرایب سوییچ‌شونده مربوط به شرایط تماس اصطکاکی

α_i	$\dot{s} \neq 0$	$\dot{s} = 0$ و $\ddot{s}^- \neq 0$		$\dot{s} = 0$ و $\ddot{s}^- = 0$		
	لغزش	معکوس شدن لغزش	عدم لغزش	عدم لغزش	آستانه لغزش رو به جلو	آستانه لغزش رو به عقب
α_1	0	0	1	1	0	0
α_2	1	1	0	0	1	1
α_3	$\mathrm{sign}(\dot{s})$	0	0	0	1	-1

که در آن α_1 و α_2 و α_3 ضرایب سوییچ شونده‌ای هستند که بسته به شرایط تماس از جدول 2 تعیین می‌شوند.

رابطه (13) به صورت رابطه (14) قابل بازنویسی است.

$$\alpha_1\ddot{s} + \mathrm{DF} = 0 \tag{14}$$

ماتریس‌های D و F به‌صورت رابطه (15) تعریف می‌شوند:

$$\mathrm{D} = [\alpha_2 \quad \alpha_3\mu] \ , \ \mathrm{F} = [F_t \quad F_n]^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

به این ترتیب رابطه (5) به‌صورت رابطه (16) بازنویسی می‌شود.

$$H_i = \alpha_{i1}\ddot{x}_{si} + \mathrm{D}_i\mathrm{F}_i = 0 (i = 1,2) \tag{16}$$

که در آن D_i به‌صورت رابطه (17) تعریف می‌شود:

$$\mathrm{D}_i = [\alpha_{i2} \quad \alpha_{i3}\mu_i](i = 1,2) \tag{17}$$

برای استفاده از رابطه (16) دیاگرام آزاد جسم به‌صورت آن‌چه در شکل 2 آمده، در نظر گرفته می‌شود.

4- مدل دینامیکی سیستم

معادلات حرکت سیستم مورد بررسی به‌صورت رابطه (18) قابل تجمیع هستند.

$$\begin{aligned}
&\mathrm{M}_r\ddot{\mathrm{q}}_r + \mathrm{V}_r(\mathrm{q}_r, \dot{\mathrm{q}}_r) + \mathrm{G}_r(\mathrm{q}_r) + \mathrm{J}_r^{\mathrm{T}}\mathrm{F}_1 = \tau \\
&\mathrm{M}_o\ddot{x}_{s2} + \mathrm{Q}_o = \mathrm{G}_{gr}\mathrm{F} \\
&\mathrm{J}_r\ddot{\mathrm{q}}_r + \sum_{i=1}^{2}\mathrm{A}_{si}\ddot{x}_{si} = \mathrm{b} \\
&\alpha_{11}\ddot{x}_{s1} + \mathrm{D}_1\mathrm{F}_1 = 0 \\
&\alpha_{21}\ddot{x}_{s2} + \mathrm{D}_2\mathrm{F}_2 = 0
\end{aligned} \tag{18}$$

با تعریف بردار x به‌صورت رابطه (19)،

$$\mathrm{x} = [x_{s1} \quad x_{s2}]^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

برای بردار خروجی و در نظر گرفتن بردار گشتاورها، τ، به‌عنوان بردار ورودی و با حذف $\ddot{\mathrm{q}}_r$، F_1 و F_2 از معادلات (18)، معادلات سیستم به‌صورت ورودی-خروجی (20) نوشته می‌شود.

$$\tilde{\mathrm{M}}\ddot{\mathrm{x}} + \tilde{\mathrm{N}} = \tilde{\mathrm{B}}\tau \tag{20}$$

که در آن ماتریس‌های $\tilde{\mathrm{M}}$، $\tilde{\mathrm{N}}$ و $\tilde{\mathrm{B}}$ به‌صورت رابطه (21) است.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

$$\widetilde{M} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} + D_1\Gamma_r A_{s1} & D_1\Gamma_r A_{s2} \\ -D_2\Gamma_r A_{s1} & \alpha_{21} + D_2(M_o - \Gamma_r A_{s2}) \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{N} = \begin{bmatrix} -D_1(\Gamma_r b + J_r^{-T} N_r) \\ D_2(Q_o + \Gamma_r b + J_r^{-T} N_r) \end{bmatrix}, \widetilde{B} = \begin{bmatrix} -D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} J_r^{-T}$$

$$N_r = V_r(q_r, \dot{q}_r) + G_r(q_r), \Gamma_r = J_r^{-T} M_r J_r^{-1} \quad (21)$$

استفاده از شکل ورودی– خروجی معادلات امکان انجام کلیه تحلیل‌های رایج در رباتیک نظیر طراحی انواع کنترل‌کننده‌های تطبیقی و مقاوم را برای چنین سیستم‌هایی ایجاد می‌کند؛ البته در استفاده از معادلات (20) باید به معکوس‌پذیر بودن ماتریس$\widetilde{M}$ و همچنین پایداری داخلی سیستم توجه داشت. اثبات این دو مورد در [11] ارائه شده است.

با کمی دقت در فیزیک مساله، مشاهده می‌شود که سیستم مورد بررسی دارای دینامیکی چند فازی است. این فازها عبارتند از:

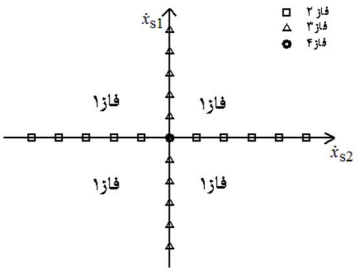
- لغزش در هر دو سطح بالایی و پایینی جسم
- لغزش در سطح پایینی و عدم لغزش در سطح بالایی جسم
- لغزش در سطح بالایی و عدم لغزش در سطح پایینی جسم
- عدم لغزش در دو سطح بالایی و پایینی

طبیعتاً فاز مطلوب برای حرکت این سیستم، فاز دوم است. این چهار فاز بر-حسب متغیرهای خروجی سیستم در نمودار شکل 6 نشان داده شده است.

5- کنترل

همان‌گونه که در بخش پیش گفته شد، سیستم مورد بررسی یک سیستم چند فازی است و به همین دلیل برای کنترل کردن آن به یک کنترل‌کننده چند فازی نیاز است. این کنترل‌کننده چند فازی در فاز یک باید لغزش پنجه روی سطح بالایی را متوقف کرده و علاوه‌بر آن جسم را هم روی مسیر از پیش تعیین شده حرکت دهد. در فاز دو چون هیچ لغزشی در سطح بالایی وجود ندارد بنابراین کنترل‌کننده فقط وظیفه تعقیب جسم روی مسیر از پیش تعیین شده را خواهد داشت. در فاز سه جسم متوقف شده و پنجه روی سطح بالایی آن در حال لغزش است، در این فاز کنترل‌کننده باید جسم را از حالت توقف خارج کند. وقتی جسم از این حالت خارج شد به‌صورت طبیعی به یکی از فازهای یک یا دو منتقل می‌شود. در فاز چهار نیز چون جسم متوقف است، کنترل‌کننده باید جسم را به حرکت وادارد و سیستم را به یکی از فازهای یک یا دو منتقل کند.

با چنین رویکردی برای کنترل‌کننده و با استفاده از شکل ورودی–خروجی سیستم که در بخش پیش به‌دست آمد، می‌توان انواع مختلفی از کنترل-کننده‌های رایج را برای این سیستم طراحی کرد. در این تحقیق هدف، طراحی کنترل‌کننده تطبیقی برای سیستم است تا علاوه‌بر کنترل سیستم، پارامترهای نامعین آن را نیز تخمین بزند.



شکل 6 فازهای دینامیکی مختلف سیستم مورد بررسی

با نگاهی مختصر به معادلات سیستم، رابطه (20)، می‌توان مشاهده کرد که این معادلات برحسب پارامترهای سیستم قابل خطی‌سازی هستند. این بدان مفهوم است که معادلات (20) را می‌توان به‌صورت رابطه (22) نوشت.

$$\widetilde{M}\ddot{x} + \widetilde{N} = W\theta \quad (22)$$

که در آن W ماتریس رگرسیون نامیده می‌شود. این ماتریس تابعی از q_r، x_{s1} وx_{s2} و مشتقات آن‌هاست. بردار θ نیز شامل پارامترهای سیستم نظیر جرم‌ها، ممان‌های اینرسی و یا ضرایب اصطکاک است. در طراحی کنترل تطبیقی این پارامترها را نامعین فرض کرده و بنابراین کنترل‌کننده باید آن‌ها را تخمین بزند. از آن‌جا که کنترل‌کننده مقادیر واقعی این پارامترها را ندارد بنابراین از مقادیر تخمینی که با $\hat{\theta}$ نمایش داده می‌شود استفاده می‌کند. به این ترتیب رابطه (22) برای مقادیر تقریبی به‌صورت رابطه (23) نوشته می-شود:

$$\widehat{\widetilde{M}}\ddot{x} + \widehat{\widetilde{N}} = W\hat{\theta} \quad (23)$$

قضیه 1: می‌توان نشان داد برای سیستم تحت بررسی، شکل 1، که معادلات حرکت آن توسط رابطه (20) بیان می‌شود با فرض عدم حضور پارامترهای نامعین در ماتریس$\widetilde{B}$، یعنی$\widehat{\widetilde{B}} = \widetilde{B}$، کنترل‌کننده رابطه (24) و قانون تخمین رابطه (25) که هر دو برای فازهای یک و دو تعریف شده‌اند، می‌توانند ضمن ارائه تخمین محدود از پارامترهای نامعین، خطای تعقیب مسیر جسم را نیز به سمت صفر میل دهند.

$$\tau = \widetilde{B}^{+}\widehat{\widetilde{M}}(\ddot{x}^{des} + K_v\dot{e} + K_p e) + \widetilde{B}^{+}\widehat{\widetilde{N}} + (I - \widetilde{B}^{+}\widetilde{B})y \quad (24)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma^{-1}W^{T}\widehat{\widetilde{M}}^{-T}B^{T}SE \quad (25)$$

در روابط بالا $\widetilde{B}^{+}$ معکوس تعمیم‌یافته مور- پنروز ماتریس$\widetilde{B}$، بردار y یک بردار دلخواه مربوط به فضای پوچ ماتریس$\widetilde{B}$، K_v وΓ ماتریس‌های ثابت قطری مثبت معین و K_p ماتریس قطری ثابت حداقل مثبت نیمه‌معین هستند. همچنین همچنین بردارهای e، x^{des} و E و همچنین ماتریس B طبق رابطه (26) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} e &= x^{des} - x \\ x^{des} &= [0 \quad x_{s2}^{des}]^{T} \\ E &= [e^{T} \quad \dot{e}^{T}]^{T} \\ B &= [0 \quad I]^{T} \end{aligned} \quad (26)$$

و ماتریسS یک حل مثبت معین متقارن از معادله ریکاتی (27) است.

$$A^{T}S + SA = -Q \quad (27)$$

که در آن ماتریس A به‌صورت رابطه (28) تعریف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix} \quad (28)$$

I ماتریس یکه و Q یک ماتریس مثبت معین اختیاری هستند.

اثبات: با جای‌گذاری رابطه (24) در رابطه (1) و حذف F_1، F_2 و $\ddot{q}_r$ از روابط (1)،(3)،(11)، (16) رابطه (29) به‌دست می‌آید:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

$$\tilde{M}\ddot{x} + \tilde{N} - P\hat{\tilde{M}}(\ddot{x}^{des} + K_v\dot{e} + K_p e) - P\hat{\tilde{N}} = 0 \quad (29)$$

که در آن P به‌صورت رابطه (30) است.

$$P = \tilde{B}\tilde{B}^{+} \quad (30)$$

است. با انجام چند عملیات ماتریسی و با توجه به رابطه (31) است.

$$\tilde{B} = \tilde{B}\tilde{B}^{+}\tilde{B} \quad (31)$$

با در نظر گرفتن روابط (22)،(23)، رابطه (29) به شکل رابطه (32) نوشته می‌شود.

$$(I - P)W\theta = P\hat{\tilde{M}}L(e) - PW\tilde{\theta} \quad (32)$$

که در آن $L(e)$ به شکل رابطه (33):

$$L(e) = \ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e \quad (33)$$

و $\tilde{\theta}$ به فرم رابطه (34) است.

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \quad (34)$$

با در نظر داشتن روابط (20)،(22)،(31) به آسانی می‌توان نشان داد که رابطه (32) به‌صورت ساده شده (35) قابل بیان است.

$$P\hat{\tilde{M}}L(e) - PW\tilde{\theta} = 0 \quad (35)$$

علاوه‌بر این می‌توان نشان داد داد ماتریس P به‌صورت رابطه (36) به ترتیب برای فازهای یک و دو است.

$$P = I_2 \qquad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

همچنین می‌توان نشان داد در این حالت سطر اول ماتریس رگرسیون، W، در فاز دوم صفر است. با توجه به این نکات و با انتخاب $K_{ps1} = 0$ در فاز دوم، به آسانی می‌توان نشان داد که برای فازهای یک و دو، رابطه (35) به‌صورت رابطه (37) بازنویسی می‌شود.

$$\hat{\tilde{M}}L(e) - W\tilde{\theta} = 0 \quad (37)$$

K_{ps1} اولین المان روی قطر ماتریس K_p که مربوط به متغیر x_{s1} است. به این ترتیب با درنظر گرفتن روابط (26)، رابطه (37) به‌صورت فضای حالت زیر، رابطه (38)، نوشته می‌شود:

$$\dot{E} = AE + B\hat{\tilde{M}}^{-1}W\tilde{\theta} \quad (38)$$

حال برای اثبات قضیه، تابع لیاپانوف به شکل رابطه (39) تعریف می‌شود.

$$V(E,t) = E^{T}SE + \tilde{\theta}^{T}\Gamma\tilde{\theta} \quad (39)$$

مشتق این تابع نسبت به زمان در رابطه (40) آورده شده است:

$$\dot{V} = \dot{E}^{T}SE + E^{T}S\dot{E} + 2\tilde{\theta}^{T}\Gamma\dot{\tilde{\theta}} \quad (40)$$

با جای‌گذاری رابطه (38) در رابطه (40)، این رابطه به‌صورت رابطه (41) بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V} = E^{T}(SA + A^{T}S)E + 2\tilde{\theta}^{T}\left(\Gamma\dot{\tilde{\theta}} + W^{T}\hat{\tilde{M}}^{-T}B^{T}SE\right) \quad (41)$$

از آن‌جا که θ یک بردار ثابت است، بنابراین $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$. در این صورت با درنظر گرفتن روابط (25)،(27)، رابطه (41) به‌صورت رابطه (42) ساده می‌شود.

$$\dot{V}(E,t) = -E^{T}QE \quad (42)$$

این بدان معناست که مشتق تابع لیاپانوف به‌ازاء تمام مقادیر E و t منفی است و فقط وقتی صفر است که E صفر باشد. به این ترتیب پایداری مجانبی E تضمین می‌شود، ولی از طرف دیگر همه آن‌چه درباره خطای پارامترهای نامعین، $\tilde{\theta}$، می‌توان گفت این است که اگر $\hat{\tilde{M}}^{-1}$ وجود داشته باشد، این خطا محدود باقی می‌ماند [12]. برای این‌که تخمین‌های ضعیف از پارامترهای نامعین سیستم سبب منفرد شدن $\hat{\tilde{M}}$ نشود، در حین عملیات شبیه‌سازی از روش اصلاح پارامترها استفاده می‌شود [12]. از نظر فیزیکی کنترل‌کننده معرفی شده با افزایش نیروی عمودی وارده بر سطح بالایی جسم، لغزش روی سطح بالایی را کنترل می‌کند و هم‌زمان خطای تعقیب مسیر جسم را نیز کاهش می‌دهد.

در کنترل‌کننده معرفی شده در صورتی که بعد فضای پوچ ماتریس $\tilde{B}$ صفر نباشد، بردار y یک بردار دلخواه است و بی‌نهایت انتخاب برای آن وجود دارد. در این حالت امکان بهینه‌سازی در سیستم کنترل وجود دارد. برای نمونه می‌توان بردار y را به‌گونه‌ای انتخاب کرد که اندازه نیروهای تماسی کمینه شود.

در فاز سوم، سطر دوم ماتریس $\tilde{B}$، یعنی $D_2 = 0$ صفر می‌شود. در این حالت کنترل‌کننده فقط باید جسم را به حرکت وادارد. در این فاز کنترل‌کننده مانند کنترل‌کننده فاز یک در نظر گرفته و به‌جای $D_2 = 0$ از $D_2' = [1 \quad \mu_2 \mathrm{sign}(\dot{x}_{s2}^{des})]$ استفاده می‌شود. در این صورت مانند فاز یک، نیروی عمودی در سطح بالایی جسم و به تبع آن نیروی مماسی در این سطح افزایش می‌یابد و چون جسم در حال تعادل است، این تغییر سبب افزایش نیروی مماسی در سطح پایینی جسم می‌شود. از آن‌جا که $\mu_1 > \mu_2$ است، این امر سبب به حرکت در آمدن جسم و ورود سیستم به فاز یک در مدت زمان محدودی می‌شود.

در فاز چهارم، هر دو سطر ماتریس $\tilde{B}$ صفر می‌شود، $D_1 = 0$ و $D_2 = 0$. در این فاز نیز جسم حرکت نمی‌کند و کنترل‌کننده فقط باید بتواند جسم را به حرکت وادارد. به شیوه مشابه با فاز سوم، کنترل‌کننده مانند فاز اول در نظر گرفته شده و به‌جای $D_1 = 0$ و $D_2 = 0$ از $D_1' = [1 \quad \mu_1 \mathrm{sign}(\dot{x}_{s2}^{des})]$ و $D_2' = [1 \quad \mu_2 \mathrm{sign}(\dot{x}_{s2}^{des})]$ استفاده می‌شود.

در فازهای سوم و چهارم قانون تخمین به‌صورت رابطه (43) در نظر گرفته می‌شود.

$$\dot{\hat{\theta}} = 0 \quad (43)$$

قضیه 2: برای سیستم نشان داده شده در شکل 1 که معادله حرکت آن توسط رابطه (20) بیان می‌شود با فرض این‌که پارامترهای نامعین در ماتریس $\tilde{B}$ حضور داشته باشد ($\hat{\tilde{B}} \neq \tilde{B}$)، برای نمونه در حالت وجود نامعینی در ضرایب اصطکاک، کنترل‌کننده رابطه (44)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

$$\tau = \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{M}}\left(\ddot{x}^{des} + K_v\dot{e} + K_p e\right) + \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{N}} + \left(I - \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{B}}\right)y \tag{44}$$

و قانون تخمین رابطه (45)

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma^{-1}W^{T}\hat{\tilde{M}}^{-T}B^{T}SE - \sigma_s\hat{\theta} \tag{45}$$

سبب می‌شوند خطای تعقیب مسیر جسم و پارامترهای نامعین به مقادیر محدودی همگرا شوند. در معادلات اخیر σ_s طبق رابطه (46) تعیین می‌شود.

$$\sigma_s = \begin{cases} 0 & \|\hat{\theta}\| < \theta_0 \\ \dfrac{\|\hat{\theta}\|}{\theta_0}\theta_0 & \theta_0 \le \|\hat{\theta}\| < 2\theta_0 \\ 1 & \|\hat{\theta}\| > 2\theta_0 \end{cases} \tag{46}$$

که در آن θ_0 حد بالایی اندازه بردار پارامترهای نامعین و بردار y یک بردار دلخواه مربوط به فضای پوچ ماتریس $\hat{\tilde{B}}$ هستند. دیگر متغیرها همان تعاریف قضیه 1 را دارند.

اثبات: با جای‌گذاری رابطه (44) در رابطه (20)، این رابطه به‌صورت رابطه (47) نوشته می‌شود:

$$\tilde{M}\ddot{x} + \tilde{N} = \tilde{B}\left(\hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{M}}\left(\ddot{x}^{des} + K_v\dot{e} + K_p e\right) + \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{N}} + \left(I - \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{B}}\right)y\right) \tag{47}$$

با توجه به این‌که پارامترهای نامعین در ماتریس $\tilde{B}$ حضور دارند، این ماتریس به شکل رابطه (48) نوشته می‌شود:

$$\tilde{B} = \hat{\tilde{B}} + \Delta\tilde{B} \tag{48}$$

با جای‌گذاری رابطه (48) در رابطه (47)، این رابطه به‌صورت رابطه (49) بازنویسی می‌شود:

$$\tilde{M}\ddot{x} + \tilde{N} = \hat{\tilde{B}}\left(\hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{M}}\left(\ddot{x}^{des} + K_v\dot{e} + K_p e\right) + \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{N}} + \left(I - \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{B}}\right)y\right) + \tau_d \tag{49}$$

که در آن τ_d به‌صورت رابطه (50) نوشته می‌شود.

$$\tau_d = \Delta\tilde{B}\left(\hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{M}}\left(\ddot{x}^{des} + K_v\dot{e} + K_p e\right) + \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{N}} + \left(I - \hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{B}}\right)y\right) \tag{50}$$

τ_d را می‌توان دینامیک‌های مدل نشده یا اغتشاش نامید. باید توجه داشت که در صورت محدود بودن خطاهای سیستم، خطای تعقیب مسیر و پارامترهای تخمینی، τ_d نیز محدود خواهد بود.

از سوی دیگر با توجه به رابطه (51)

$$\hat{\tilde{B}} = \hat{\tilde{B}}\hat{\tilde{B}}^{+}\hat{\tilde{B}} \tag{51}$$

رابطه (49) به‌صورت رابطه (52) نوشته می‌شود.

$$\tilde{M}\ddot{x} + \tilde{N} - P\hat{\tilde{M}}\left(\ddot{x}^{des} + K_v\dot{e} + K_p e\right) - P\hat{\tilde{N}} - \tau_d = 0 \tag{52}$$

که در آن P به‌صورت رابطه (53) است.

$$P = \hat{\tilde{B}}\hat{\tilde{B}}^{+} \tag{53}$$

با استفاده از روابط (22،23) و با انجام چند عملیات ماتریسی، رابطه (52) به‌صورت رابطه (54) بازنویسی می‌شود.

$$(I - P)W\theta = P\hat{\tilde{M}}L(e) - PW\tilde{\theta} + \tau_d \tag{54}$$

از سوی دیگر با استفاده از روابط (22)،(44)،(49) رابطه (55) حاصل می‌شود.

$$W\theta = \hat{\tilde{B}}\tau + \tau_d \tag{55}$$

از جای‌گذاری رابطه بالا در رابطه (54) و با توجه به رابطه (51)، رابطه (56) نتیجه می‌شود.

$$P\left(\hat{\tilde{M}}L(e) - W\tilde{\theta} + \tau_d\right) = 0 \tag{56}$$

مانند قضیه 1، با انتخاب صحیح ماتریس K_p، رابطه بالا به‌صورت رابطه(57) ساده می‌شود.

$$\hat{\tilde{M}}L(e) - W\tilde{\theta} + \tau_d = 0 \tag{57}$$

با در نظر گرفتن روابط (26)، رابطه بالا به‌صورت فضای حالت (58).

$$\dot{E} = AE + Bu \tag{58}$$

نوشته می‌شود که در آن u به شکل رابطه (59) نوشته می‌شود.

$$u = \hat{\tilde{M}}^{-1}\left(W\tilde{\theta} - \tau_d\right) \tag{59}$$

حال برای اثبات قضیه 2، تابع لیاپانوف به‌صورت رابطه (60)، تعریف می‌شود.

$$V(E,t) = E^{T}SE + \tilde{\theta}^{T}\Gamma\tilde{\theta} \tag{60}$$

مشتق‌گیری از رابطه بالا نسبت به زمان رابطه (61) را نتیجه می‌دهد،

$$\dot{V} = \dot{E}^{T}SE + E^{T}S\dot{E} + 2\tilde{\theta}^{T}\Gamma\dot{\tilde{\theta}} \tag{61}$$

با جایگزینی رابطه (58) در رابطه بالا و تعریف r به‌صورت رابطه (62)

$$r = \hat{\tilde{M}}^{-T}B^{T}SE \tag{62}$$

رابطه (61) به‌صورت (63) بازنویسی می‌شود،

$$\dot{V} = E^{T}(SA + A^{T}S)E + 2\tilde{\theta}^{T}W^{T}r - 2\tau_d^{T}r + 2\tilde{\theta}^{T}\Gamma\dot{\tilde{\theta}} \tag{63}$$

از سوی دیگر چون θ برداری با درایه‌های ثابت است، بنابراین رابطه (64) برقرار است.

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} \tag{64}$$

حال با توجه به رابطه بالا و همچنین با استفاده از روابط (27)،(45) رابطه (63) به شکل رابطه (65)نوشته می‌شود،

$$\dot{V}(E,t) = -E^{T}QE - 2\sigma_s\tilde{\theta}^{T}\Gamma\tilde{\theta} - 2\tau_d^{T}r + 2\sigma_s\tilde{\theta}^{T}\Gamma\theta \tag{65}$$

با تعریف r_1 و τ_d^* به شکل رابطه (66)

$$r_1 = \begin{bmatrix} E \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix}, \tau_d^* = \begin{bmatrix} -2SB\hat{\tilde{M}}^{-1}\tau_d \\ 2\sigma_s\Gamma\theta \end{bmatrix} \tag{66}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

رابطه (63) به شکل رابطه (67) بازنویسی می‌شود؛

$$\dot{V} = -r_1^T K^* r_1 + r_1^T \tau_d^* \tag{67}$$

که در آن K^* به شکل رابطه (68) نوشته می‌شود.

$$K^* = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 2\sigma_s \Gamma \end{bmatrix} \tag{68}$$

حال با استفاده از قضیه ریلی- ریتز [12]، برای رابطه (67)، رابطه (69) نتیجه می‌شود که در آن $\lambda_{\min}\{K^*\}$ کوچک‌ترین مقدار ویژه ماتریس K^* است.

$$\dot{V} \le -\lambda_{\min}\{K^*\}\|r_1\|^2 + \|r_1\|\|\tau_d^*\| \tag{69}$$

همان‌گونه که از رابطه (69) مشاهده می‌شود، برای آن‌که $\dot{V}$ منفی باشد، باید رابطه (70) برقرار باشد.

$$\|r_1\| > \frac{T_d^*}{\lambda_{\min}\{K^*\}} \tag{70}$$

که T_d^* حد بالایی $\|\tau_d^*\|$ است.

برای ادامه اثبات قضیه، حالت‌های مختلف $\|\hat{\theta}\|$ در نظر گرفته می‌شود:

حالت اول $\|\hat{\theta}\| > \theta_0$: این بدان معناست که پارامترهای تخمین‌زده شده نسبت به مقادیر اصلی بزرگ هستند و در این حالت طبق رابطه (46)، $\sigma_s = 1$ است. تحت این شرایط ماتریس K^* ثابت است و بنابراین سمت راست رابطه (70) ثابت خواهد بود. از طرف دیگر برای r_1 که رابطه (70) را ارضا کند، $\dot{V}$ منفی است و این بدان معناست که V در حال کاهش است. در این صورت طبق تابع لیاپانوف تعریف شده که به‌صورت رابطه (71) بازنویسی می‌شود.

$$V(E,t) = r_1^T \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} r_1 \tag{71}$$

r_1 نیز کاهش پیدا می‌کند، بنابراین سیستم به‌جایی می‌رسد که دیگر رابطه (70) صادق نباشد، یعنی رابطه (72) برقرار باشد.

$$\|r_1\| \le \frac{T_d^*}{\lambda_{\min}\{K^*\}} \tag{72}$$

در این صورت $\dot{V}$ مثبت شده و V و به تبع آن r_1 شروع به افزایش می‌کنند تا جایی که دوباره شرط (70) برقرار شود. بدین‌ترتیب r_1 و به دنبال آن E و $\tilde{\theta}$ محدود باقی می‌مانند.

حالت دوم $\|\hat{\theta}\| < \theta_0$: در این حالت $\sigma_s = 0$ است و بنابراین قانون تخمین مانند حالتی می‌شود که نامعینی در ماتریس $\tilde{B}$ وجود ندارد یعنی $\hat{\tilde{B}} = \tilde{B}$. در این حالت بنابر قضیه 1، E و $\tilde{\theta}$ محدود باقی می‌مانند.

حالت سوم $\theta_0 \le \|\hat{\theta}\| \le 2\theta_0$: این حالت برای تضمین یک انتقال هموار بین حالت‌های اول و دوم به کار گرفته می‌شود و عدم وجود ناپیوستگی را تضمین می‌کند.

6- نتایج

نتایج شبیه‌سازی مانند طراحی کنترل‌کننده، در دو قسمت ارائه می‌شود. برای هر دو بخش مقادیر عددی پارامترهای واقعی سیستم در جدول 3 ارائه شده است.

جدول 3 مقادیر عددی پارامترهای واقعی سیستم.

m_1(kg)	L_1(m)	m_2(kg)	L_2(m)	m_o(kg)	μ_1	μ_2
1	1	1	1	2/5	0/25	0/1

اعضای بازو یکنواخت و مسیر با پروفیل سرعت ذوزنقه‌ای، رابطه (73)، به عنوان مسیر از پیش تعیین‌شده برای حرکت جسم در نظر گرفته می‌شوند.

$$\ddot{x}_{s2}^{\text{des}} = \begin{cases} 0.0256 & 0 < t < 1 \\ 0 & 1 \le t < 6 \\ -0.0256 & 6 \le t < 7 \end{cases}$$
$$x_{s2}^{\text{des}}(0) = 1.366\,,\ \dot{x}_{s2}^{\text{des}}(0) = 0 \tag{73}$$

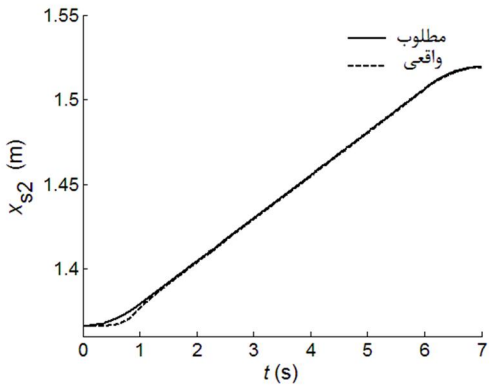
بخش اول: نامعینی در جرم‌های سیستم

در این حالت $\hat{\tilde{B}} = \tilde{B}$ است و قضیه 1 برای کنترل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این بخش، جرم اعضای بازو و جرم جسم نامعین در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر ابتدایی تخمین این پارامترهای نامعین در جدول4 آورده شده است.

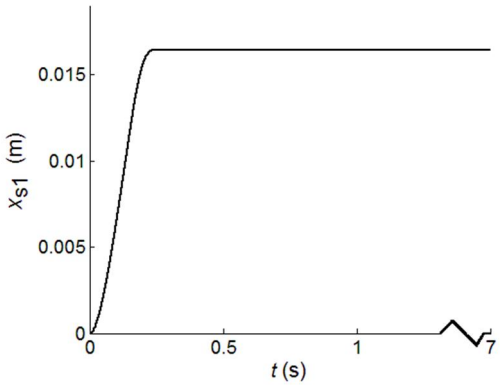
نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی در شکل‌های 7 تا 10 آورده شده است. شکل 7 تعقیب مسیر دلخواه توسط جسم، شکل 8 و شکل 9 به‌ترتیب مقدار و سرعت لغزش پنجه ربات روی سطح بالایی جسم و شکل 10 مقادیر تخمینی پارامترهای نامعین را نشان می‌دهند.

جدول4 مقادیر ابتدایی تخمین پارامترهای نامعین

$(\hat{m}_1)_0$(kg)	$(\hat{m}_2)_0$(kg)	$(\hat{m}_o)_0$(kg)
0	0/8	2/2

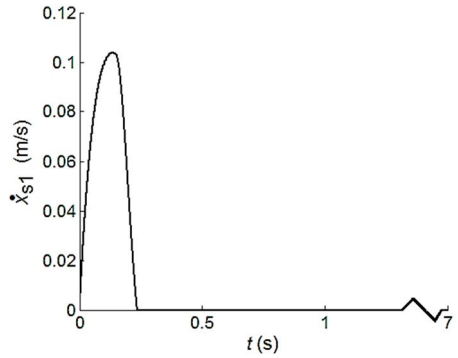


شکل 7 مسیر واقعی و مسیر از پیش تعیین‌شده حرکت جسم

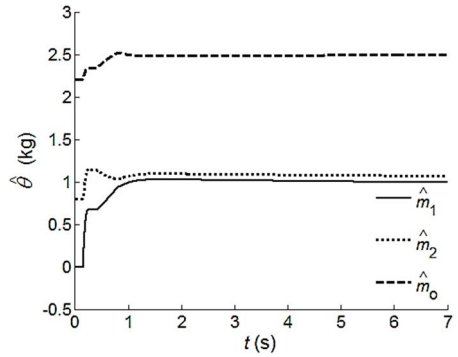


شکل 8 مقدار جابجایی پنجه ربات روی سطح بالای جسم

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]



شکل 9 سرعت لغزش پنجه ربات روی سطح بالایی جسم



شکل 10 مقادیر تخمین‌زده‌شده پارامترهای نامعین سیستم توسط قانون تخمین

همان‌گونه که از شکل 9 مشاهده می‌شود درآغاز کار به دلیل نامعینی موجود در سیستم، پنجه ربات روی سطح جسم لغزیده است ولی کنترل‌کننده طراحی شده توانسته این لغزش را در کمتر از 0/3 ثانیه کنترل کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در این مدت سرعت لغزش به صفر همگرا شده است. این در حالی است که مقدار لغزش در نهایت صفر نشده و ثابت باقی مانده است. این موضوع با صفر در نظر گرفتن K_{ps1} از قبل قابل پیش بینی بود. در شکل 7 نیز دیده می‌شود که کنترل‌کننده جسم را در کمتر از 1/1 ثانیه به روی مسیر از پیش تعیین شده برگردانده در حالی که حداکثر خطای ایجاد شده از مسیر در حدود 0/42 درصد است. همچنین شکل 10 نشان می‌دهد قانون تخمین توانسته تخمین‌های بسیار مناسب و نزدیک به مقادیر واقعی سیستم از پارامترهای نامعین به‌دست آورد.

بخش دوم: نامعینی در ضرایب اصطکاک

در این حالت $\widehat{\tilde{B}} \neq \tilde{B}$ است و قضیه 2 برای کنترل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این قسمت، ضرایب اصطکاک سطوح بالایی و پایینی جسم نامعین فرض می‌شوند. مقادیر ابتدایی تخمین این ضرایب در جدول 5 آورده شده است.

همچنین در این بخش و به عنوان یک اغتشاش روی سیستم، فرض می‌شود مقدار واقعی ضریب اصطکاک میان زمین و سطح پایینی جسم به‌صورت رابطه (74) تغییر می‌کند،

$$\mu_2 = \begin{cases} 0.25 & 0 \le t \le 0.5 \\ 0.13 & 0.5 < t \le 7 \end{cases} \tag{74}$$

جدول 5 مقادیر ابتدایی ضرایب اصطکاک

$(\hat{\mu}_1)_0$	$(\hat{\mu}_2)_0$
0/35	0/2

این تغییر در ضریب اصطکاک سطح پایینی از نظر عملی می‌تواند به‌صورت عوض شدن اصطکاک سطح پایینی در قسمتی از مسیر حرکت جسم تعبیر شود. همچنین برای مقدار φ_0 رابطه (75) در نظر گرفته می‌شود.

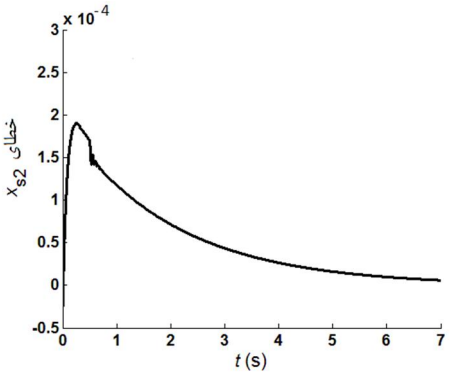
$$\varphi_0 = 1.2\|\hat{\mu}_0\| \tag{75}$$

در نظر گرفته می‌شود که در آن بردار $\hat{\mu}_0$ در رابطه (76) تعریف شده است

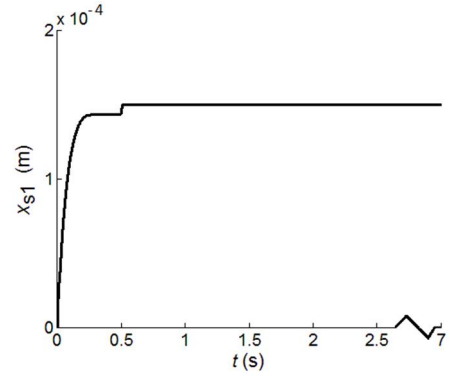
$$\hat{\mu}_0 = [(\hat{\mu}_1)_0 \quad (\hat{\mu}_2)_0]^T \tag{76}$$

است.

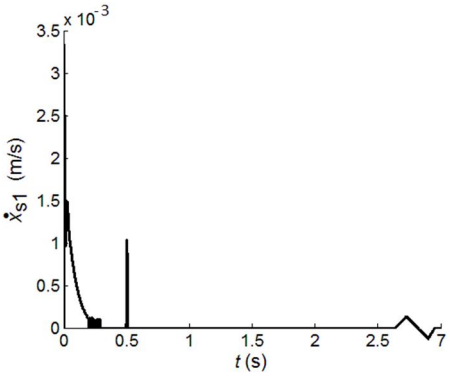
نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی سیستم در شکل‌های 11-15 ارائه شده است. شکل 11 خطای تعقیب مسیر جسم، شکل 12 و شکل 13 به ترتیب مقدار و سرعت لغزش پنجه روی جسم، و شکل 14 و شکل 15 تخمین به‌دست آمده توسط قانون تخمین برای ضرایب اصطکاک دو سطح جسم را نشان می‌دهند.



شکل 11 خطای تعقیب مسیر حرکت جسم

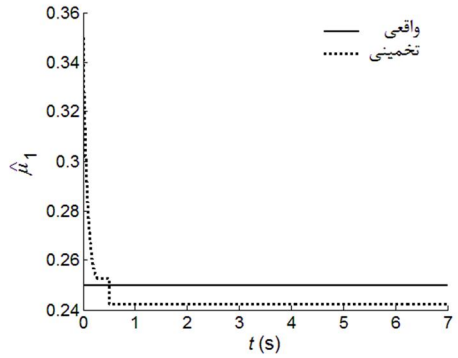


شکل 12 مقدار لغزش پنجه روی سطح بالایی جسم

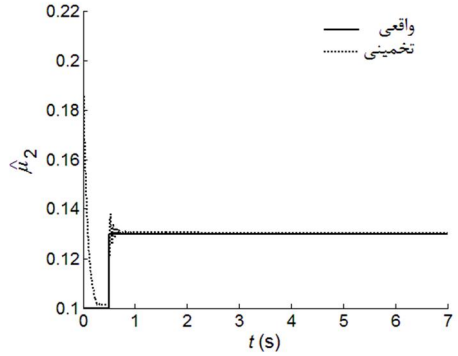


شکل 13 سرعت لغزش پنجه ربات روی سطح بالایی جسم

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]



شکل 14 مقدار تخمین‌زده‌شده ضریب اصطکاک بین پنجه ربات و سطح بالایی جسم



شکل 15 مقدار تخمین‌زده‌شده ضریب اصطکاک بین سطح پایینی جسم و زمین

همان‌گونه که مشاهده می‌شود مانند بخش نخست، در این بخش نیز کلیه اهداف تأمین شده است. این بدان مفهوم است که خطای تعقیب مسیر جسم به صفر همگرا شده، در حالی که بیشینه خطای ایجاد شده کمتر از 0/2 درصد است. این در حالی است که هم‌زمان سرعت لغزش پنجه روی سطح بالایی جسم در زمانی کمتر از 0/3 ثانیه صفر شده که این به معنای کنترل لغزش پنجه روی سطح بالایی جسم است. از سوی دیگر مقادیر تخمینی برای ضرایب نامعین اصطکاک هم تا حد بسیار چشم‌گیری به ضرایب واقعی سیستم نزدیک شده است.

7- نتیجه‌گیری

در این تحقیق مساله کنترل تطبیقی برای کنترل عملیات یک بازوی صفحه‌ای روی یک جسم با در نظر گرفتن امکان وقوع لغزش‌های ناخواسته در حضور نامعینی‌های پارامتری در سیستم، مورد بررسی قرار گرفت. با در نظر گرفتن مدل استاندارد کلمب برای مدل‌سازی تماس پنجه بازو و جسم و همچنین تماس جسم با زمین، کلیه نامساوی‌ها و مساوی‌های این مدل با یک معادله دیفرانسیل عادی مرتبه دوم که شامل پارامترهای سوییچ شونده است، جایگزین شدند. از آن‌جا که این رابطه از نظر شکلی مشابه باقی معادلات حرکت سیستم مانند معادلات حرکت بازو و جسم و یا قیود سینماتیکی است، این کمک را می‌کند که معادلات حرکت کل سیستم بتواند به‌صورت ورودی-خروجی نوشته شود. این فرم، $\tilde{M}\ddot{x} + \tilde{N} = \tilde{B}\tau$، در تحلیل‌های دینامیکی و کنترلی در رباتیک بسیار رایج است و به همین دلیل با داشتن این فرم از معادلات حرکت می‌توان کلیه تحلیل‌های رایج مانند طراحی کنترل‌کننده‌های تطبیقی را روی چنین سیستم‌هایی پیاده کرد. نشان داده شد که هرگونه قانون کنترلی پایدار، پایداری داخلی سیستم را تضمین می‌کند. برای کنترل هم‌زمان جسم روی مسیر از پیش تعیین‌شده و لغزش پنجه بازو روی سطح جسم در حضور نامعینی‌های پارامتری، دو نوع کنترل‌کننده تطبیقی چند فازی طراحی شد. هم به‌صورت تحلیلی و هم به‌صورت عددی نشان داده شد که کنترل‌کننده‌های تطبیقی طراحی شده، تمام اهداف پیش گفته رسیده‌اند. نتایج عددی نشان‌دهنده عملکرد بسیار مناسب این کنترل‌کننده‌ها در هر سه بخش تعقیب مسیر جسم، کنترل لغزش پنجه روی جسم و تخمین پارامترهای نامعین سیستم است.

8- پیوست

ماتریس‌های اینرسی، ترم‌های گرانش، کریولیس و گریز از مرکز و ژاکوبین بازوی دو لینکی مورد استفاده در این مقاله در رابطه (77) ارائه شده‌اند.

$$M_r = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$M_{11} = m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_2 L_{c2}^2 + m_2 L_1^2 + I_2 + 2m_2 L_1 L_{c2} \cos(q_2)$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2 L_{c2}^2 + I_2 + m_2 L_1^2 + m_2 L_1 L_{c2} \cos(q_2)$$

$$M_{22} = m_2 L_{c2}^2 + I_2$$

$$V_r = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = -2m_2 L_1 L_{c2} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) - m_2 L_1 L_{c2} \dot{q}_2^2 \sin(q_2)$$

$$V_2 = m_2 L_1 L_{c2} \dot{q}_1^2 \sin(q_2)$$

$$G_r = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = m_1 g L_{c1} \cos(q_1) + m_2 g L_1 \cos(q_1) + m_2 g L_{c2} \cos(q_1 + q_2)$$

$$G_2 = m_2 g L_{c2} \cos(q_1 + q_2)$$

$$J_r = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

$$J_{11} = -L_1 \sin(q_1) - L_2 \sin(q_1 + q_2)$$

$$J_{12} = -L_2 \sin(q_1 + q_2)$$

$$J_{21} = L_1 \cos(q_1) + L_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$J_{22} = L_2 \cos(q_1 + q_2) \tag{77}$$

که در آن‌ها m_1 و m_2 به‌ترتیب جرم لینک‌های اول و دوم، L_{c1} و L_{c2} به‌ترتیب فاصله مرکز جرم لینک‌های اول و دوم از مفصل اتصال آن‌ها به لینک پیشین، L_1 و L_2 به‌ترتیب طول لینک‌های اول و دوم و I_1 و I_2 به‌ترتیب ممان اینرسی لینک‌های اول و دوم حول محور عمود بر صفحه حرکت و گذرنده از مرکز جرم آن‌هاست.

ماتریس‌های اینرسی، گرانش و ماتریس گرفتن مربوط به حرکت جسم نیز در رابطه (78) ارائه شده‌اند.

$$M_o = \begin{bmatrix} m_o \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_o = \begin{bmatrix} 0 \\ m_o g \end{bmatrix}$$

$$G_{gr} = [I_{2\times2} \quad I_{2\times2}] \tag{78}$$

که در آن‌ها m_o جرم جسم و $I_{2\times2}$ ماتریس یکه با سایز 2 است.

9- مراجع

[1] F. Reuleaux, *The Kinematics of Machinery: Outlines of a Theory of Machines*: Dover, 1963.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]

[2] J. K. Salisbury, B. Roth, Kinematic and Force Analysis of Articulated Mechanical Hands, *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 105, No. 1, pp. 35-41, 1983.
[3] Y. H. Liu, Qualitative test and force optimization of 3-D frictional form-closure grasps using linear programming, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 15, No. 1, pp. 163-173, 1999.
[4] Y. Zheng, W. H. Qian, An Enhanced Ray-Shooting Approach to Force-Closure Problems, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 128, No. 4, pp. 960-968, 2006.
[5] Y. C. Park, G. P. Starr, Grasp Synthesis of Polygonal Objects Using a Three-Fingered Robot Hand, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 11, No. 3, pp. 163-184, June 1, 1992, 1992.
[6] A. Shapiro, E. Rimon, S. Shoval, On the Passive Force Closure Set of Planar Grasps and Fixtures, *The International Journal of Robotics Research*, May 12, 2010, 2010.
[7] C. Rosales, L. Ros, J. M. Porta, R. Suárez, Synthesizing grasp configurations with specified contact regions, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 30, No. 4, pp. 431-443, April 1, 2011, 2011.
[8] J. C. Trinkle, R. P. Paul, Planning for Dexterous Manipulation with Sliding Contacts, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 9, No. 3, pp. 24-48, June 1, 1990, 1990.
[9] A. A. Cole, H. Ping, S. S. Sastry, Dynamic control of sliding by robot hands for regrasping, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 8, No. 1, pp. 42-52, 1992.
[10] Z. Xin Zhi, R. Nakashima, T. Yoshikawa, On dynamic control of finger sliding and object motion in manipulation with multifingered hands, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 16, No. 5, pp. 469-481, 2000.
[11] S. Hadian Jazi, M. Keshmiri, F. Sheikholeslam, Dynamic Analysis and Control Synthesis of Grasping and Slippage of an Object Manipulated by a Robot, *Advanced Robotics*, Vol. 22, No. 13-14, pp. 1559-1584, 2008/01/01, 2008.
[12] F. L. Lewis, C. T. Abdallah, D. M. Dawson, *Control of robot manipulators*: Macmillan Pub. Co., 1993.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.24.7]