



## تحلیل عددی فلاتر پره‌های توربین کم فشار

امیر مشکاتی شهمیرزادی<sup>1</sup>، سعید ایرانی<sup>2</sup>، مجتبی فرخ<sup>3\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 16765-3381، farrokh@kntu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 06 بهمن 1394

پذیرش: 02 اردیبهشت 1395

ارائه در سایت: 29 اردیبهشت 1395

کلید واژگان:

فلاتر

پره

توربین

پایداری

میرایی

### چکیده

در این مقاله پدیده‌ی فلاتر در توربوماشین معرفی می‌شود. دلایل اهمیت بررسی و ویژگی‌های آن به عنوان یک ناپایداری دینامیکی آیرودلاستیک ارائه می‌گردد. روش‌های متداول آزمون فلاتر پره‌های توربوماشین و رهیافت‌های مختلف تحلیل آن شرح داده می‌شود. سپس از رهیافتی برای تحلیل فلاتر استفاده می‌شود که تنها اثر پایداری سیال را در برابر ارتعاش پره‌ها بررسی می‌کند. معادلات استفاده شده در این رهیافت و معیار پایداری از دیدگاه ریاضی ارائه می‌شود که از آن دو مفهوم پایداری محلی و پایداری کلی به دست می‌آید. مشخصات تجهیزات آزمون، شرایط مرزی و کمیت‌های اندازه‌گیری شده که با نرم‌افزار مدل‌سازی و حل عددی، شبیه‌سازی و محاسبه شده‌اند، ارائه می‌گردد. حل عددی با نرم‌افزار انسیس انجام شده است. استقلال نتایج از مش‌بندی و تاثیر دو مدل توربولانسی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حل عددی با حل عددی دیگر و نیز آزمون مقایسه شده است که تطابق خوبی با نتایج آزمون دارد. حل عددی برای دو حالت پایا و ناپایا انجام شده است که در حالت ناپایا پاسخ سیال به ارتعاش پره در سه مود ارتعاشی خمش محوری، خمش محیطی و پیچش به دست آمده است. برای محاسبه‌ی پاسخ کل، از دو روش استفاده و نتایج این دو روش با هم مقایسه شده‌اند. در انتها ناپایداری محلی محاسبه و نتایج آن به صورت نمودارهایی ارائه شده است که سهم پره‌های مجاور را در ناپایداری یک پره‌ی مشخص نشان می‌دهد. همچنین ناپایداری کلی نیز برای سه مود ارتعاشی بررسی شده است.

## Numerical analysis of blade flutter in low-pressure turbine

Amir Meshkati Shahmirzadi, Saeid Irani, Mojtaba Farrokh\*

Faculty of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 16765-3381, Tehran, Iran, farrokh@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 26 January 2016  
Accepted 21 April 2016  
Available Online 18 May 2016

#### Keywords:

Flutter  
Blade  
Turbine  
Stability  
Damping

### ABSTRACT

In this paper the flutter phenomenon in turbomachinery is introduced. The importance and characteristics of the flutter as a dynamic aeroelastic instability is presented. Conventional methods for the blade flutter test and different approaches in flutter analysis of blade are described. Among the existing analysis methods, one approach which only examines the stabilizing effect of fluid is used in order to analyze the flutter in this paper. Firstly, its equations are described and a criterion for the determination of the stability based on the analysis results is presented. According to the criterion the local and global stability can be concluded. Numerical analysis has been performed by ANSYS CFX. Mesh independence and two different turbulence models have been examined and results have been validated by test results. Numerical analysis has been carried out for two steady and unsteady states. In unsteady state the response of fluid to blade vibration in three modes has been calculated. In order to assess the total response two methods have been used and the results have been compared. Eventually local instability is calculated and the results presented in the figures, which illustrates the contribution of adjacent blades in instability of specific blade. The evaluation of global instability for three modes has been presented and the obtained results are in excellent agreement with the experiment.

### 1- مقدمه

خودتحریک است که تحریک اولیه بوجود آورنده‌ی این پدیده ناشی از خود سیستم می‌باشد. به‌عنوان نمونه می‌توان به اغتشاش اولیه در سیال و یا سازه اشاره نمود. اغتشاشات بالادست جریان که توسط ردیف پره‌های بالاتر ایجاد می‌گردد موجب بروز فلاتر در پره‌های توربین نمی‌شود. البته این بدان معنی نیست که تاثیری روی چگونگی فلاتر ندارد. در واقع این اغتشاشات اگر میدان نوسانی فشار باشند و فرکانس آن‌ها با فرکانس طبیعی ردیف پره‌های پایین‌تر

فلاتر یک ناپایداری دینامیکی آیرودلاستیک است که از برهم‌کنش سازه و سیال پیرامون آن بوجود می‌آید. از ویژگی‌های مهم آن می‌توان به خودتحریکی<sup>1</sup> و خودتداوم‌بخشی<sup>2</sup> اشاره کرد [1]. فلاتر به این دلیل

<sup>1</sup> Self-excited  
<sup>2</sup> Self-sustained

Please cite this article using:

A. Meshkati Shahmirzadi, S. Irani, M. Farrokh, Numerical analysis of blade flutter in low-pressure turbine, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 187-198, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Meshkati Shahmirzadi, S. Irani, M. Farrokh, Numerical analysis of blade flutter in low-pressure turbine, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 187-198, 2016 (in Persian)



Fig. 2 Failed compressor blisk in the CT7-9B engine due to HCF [5]

شکل 2 خستگی چهار پره‌ی کمپرسور از موتور CT7-9B [5]

## 2- تحلیل و آزمون فلاتر

### 2-1- رهیافت‌های مختلف تحلیل فلاتر

به طور کلی برای تحلیل فلاتر سه رهیافت وجود دارد. در رهیافت اول که مدل مرتبه‌ی کاهش یافته نیز نامیده می‌شود توصیف تحلیلی صریح از بخش‌های سازه و سیال ارائه می‌شود و به جای اینکه جریان حول ایرفویل به طور کامل و دقیق حل شود تقریبی از ناپایداری آیرودینامیک در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب سیستم آیروالاستیک به صورت کامل تعریف می‌شود و مسئله به یک مسئله مقدار ویژه کاهش می‌یابد و می‌توان رفتارهای مختلف دینامیکی سیستم مثلا وقوع پدیده‌ی فلاتر را برحسب کمیت‌های مختلف مانند سرعت کاهش یافته بررسی کرد. از نقاط ضعف این رهیافت ساده‌سازی بسیار زیاد جریان است که موجب می‌شود برای مواردی که جریان پیچیده است مثلا جریان صوت‌گذر و یا با بارگذاری زیاد از آن استفاده نشود. برای بررسی فلاتر در بال هواپیما اغلب از این رهیافت استفاده می‌شود.

در رهیافت دوم بخش سیال و سازه به صورت مجزا تحلیل می‌شود و هر کدام از این بخش‌ها به عنوان شرایط مرزی به بخش دیگر اعمال می‌شود. مثلا در تحلیل فلاتر پره‌های توربوماشین، جابجایی پره و فشار روی سطح پره به عنوان شرایط مرزی به ترتیب به قسمت آیرودینامیک و سازه‌ای اعمال می‌شود. از نقاط قوت این رهیافت این است که می‌توان روش‌های مختلفی را برای تحلیل هر قسمت به کار برد. نقطه ضعف مهم این روش این است که از آنجایی که پیش از تحلیل، شکل مود بحرانی مشخص نیست، تحلیل باید برای تعداد زیادی از شکل مودها انجام شود. در این پژوهش مشابه مرجع [1] و روش به کار رفته در انسیس از این رهیافت استفاده شده است.

در سومین و آخرین رهیافت مجموعه سازه و سیال به عنوان یک سیستم پیوسته در نظر گرفته می‌شود و معادلات آیروالاستیک به صورت کاملا یکپارچه و به روش گام‌های زمانی<sup>3</sup> حل می‌شوند. پس از حل این معادلات در هر گام زمانی و برای چند سیکل، پایداری آیروالاستیک برای متغیرهای رفتاری زمانی بررسی می‌شود. همگرایی این متغیرها نشان‌دهنده‌ی پایداری و واگرایی آن‌ها بیان‌کننده ناپایداری است. با این روش شکل مود اصلی فلاتر بدست می‌آید. این رهیافت دقیق‌ترین جواب را برای تحلیل دینامیکی سیستم‌های آیروالاستیک می‌دهد اما هزینه‌ی محاسباتی بسیار زیادی دارد. وحدتی و ایمرگان [6] به بررسی فلاتر غیرخطی پره‌ی فن با استفاده از این رهیافت پرداختند. از کارهای مهم پژوهش مذکور تعیین فرکانس آیروالاستیک سیستم است که اختلاف آن با فرکانس طبیعی سازه حدود 1% به‌دست آمد. لذا مشخص شد در حالت خاص در نظر گرفته شده، سیال تاثیری روی الگوی نوسان سازه ندارد.

یکسان شود موجب بروز ناپایداری دیگری به نام رزونانس می‌شود. این نوع ناپایداری جزء پدیده‌های همزمان به شمار می‌آید. با این توضیح می‌توان ویژگی دیگری برای فلاتر در توربوماشین ذکر کرد و آن غیرهمزمان<sup>1</sup> بودن آن است. خود تداوم‌بخشی به این معنی است که آنچه باعث ادامه پیدا کردن فلاتر می‌شود خود آن است. مثلث آیروالاستیک کولار<sup>2</sup> که در شکل 1 آمده است، برهم‌کنش نیروهای اینرسی، آیرودینامیک، الاستیک و نیز شکل‌گیری پدیده‌های مختلف را به خوبی نشان می‌دهد.

اهمیت بررسی فلاتر را با بیان دو مطلب می‌توان به روشنی نشان داد. نخست این‌که العینی و همکاران [2] نشان داده‌اند اگرچه تا 90% احتمال وقوع خستگی پرچرخه را می‌توان حین فرایند طراحی و توسعه‌ی موتور، پیش‌بینی نمود، هزینه‌ی تشخیص 10% باقی‌مانده به اندازه 30% کل هزینه‌ی توسعه‌ی موتور است. دوم این‌که در بین پدیده‌های مختلف که موجب واماندگی پره می‌شوند، فلاتر خطرناک‌ترین آن‌ها به‌شمار می‌آید [3].

اهمیت بررسی پدیده‌ی فلاتر در موتورهای امروزی بیشتر است. زیرا برای کاهش مصرف سوخت، آلودگی‌های صوتی و کاهش انتشار اکسیدهای نیتروژن در این موتورها، بازدهی سیکل توربین گاز به روش‌های مختلف افزایش داده می‌شود. یکی از روش‌ها، افزایش نسبت فشار در فن و کمپرسور است [4]. از موانع اصلی نیل به این هدف وزن موتور و بیشینه دمای قابل تحمل قطعات است. بدین ترتیب از یک سو با افزایش نسبت فشار، هریک از پره‌ها بار بیشتری تحمل می‌کنند و از سوی دیگر به منظور کاهش وزن موتور از تعداد پره‌ها در هر ردیف و از تعداد ردیف‌پره‌ها نیز کاسته شده است. علاوه بر این‌ها فاصله‌ی بین ردیف‌پره‌ها کمتر شده و برهم‌کنش جریان آن‌ها روی هم بیشتر می‌شود. همچنین برای کاهش هزینه‌ی ساخت و مونتاژ، پره‌ها و دیسک یکپارچه ساخته می‌شوند لذا مجموعه‌ی دیسک و پره، میرایی اصطکاکی خود را نیز از دست می‌دهند. از این رو می‌توان نتیجه گرفت اهمیت بررسی پایداری دینامیکی در موتورهای امروزی بسیار بیشتر از گذشته است.

به‌دلیل این‌که وقوع پدیده‌ی فلاتر در توربوماشین خواه در مرحله‌ی طراحی و توسعه موتور، خواه در شرایط به کارگیری صنعتی، لطمه‌ی سنگینی به اعتبار شرکت سازنده وارد می‌کند. به همین دلیل نمونه‌های مستند بسیار کم است. اما به عنوان نمونه در سال 2009 موتور سمت چپ هواپیمای 340B شرکت SAAB به دلیل آسیب‌دیدگی 4 پره از کمپرسور مرحله 1 دچار سانحه شد. شکل 2 کمپرسور آسیب‌دیده را نشان می‌دهد. پس از تحلیل، علت خرابی خستگی چهار پره در اثر ارتعاشات آیرودینامیک با فرکانس زیاد گزارش شد [5].

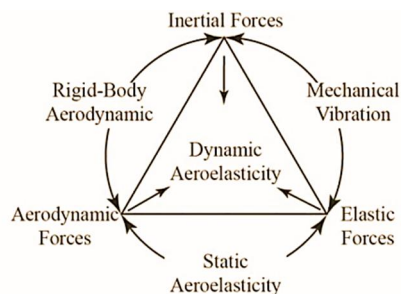


Fig. 1 Collar's aeroelastic triangle

شکل 1 مثلث آیروالاستیک کولار

<sup>3</sup> Time-marching

<sup>1</sup> Non-synchronous

<sup>2</sup> Collar

## 2-2- روش‌های آزمون فلاتر توربوماشین

به صورت کلی دو روش برای آزمون فلاتر در پره‌های توربوماشین وجود دارد. در روش اول عوامل تاثیرگذار بر ناپایداری مانند سرعت جریان و یا زاویه حمله آنقدر تغییر داده می‌شود تا نشانه‌هایی از ناپایداری مشاهده شود. در روش دوم پره‌ها تحت شکل مود و فرکانس مشخص به ارتعاش در می‌آیند و پاسخ جریان (فشار) روی پره اندازه‌گیری می‌شود. به روش اول اصطلاحاً آزمون فلاتر آزاد<sup>1</sup> و به روش دوم آزمون فلاتر کنترل شده گفته می‌شود. البته روش دوم را نیز می‌توان به دو روش ضرایب تاثیر<sup>2</sup> و مود موج متحرک<sup>3</sup> انجام داد. در روش ضرایب تاثیر یک پره نوسان می‌کند درحالی که در روش مود موج متحرک همه‌ی پره‌ها با یک اختلاف فاز مشخص که اصطلاحاً به آن اختلاف فاز میان‌پره‌ای<sup>4</sup> گفته می‌شود، نوسان می‌کنند. در مرجع [1] آزمون فلاتر کنترل شده به روش ضرایب تاثیر برای یک قطاع استوانه‌ای از روتور توربین کم‌فشار انجام شده است.

## 3- فلاتر در توربوماشین

## 3-1- عوامل موثر بر فلاتر در توربوماشین

به دلیل ماهیت پدیده‌ی فلاتر در توربوماشین، عوامل تاثیرگذار بر آن را می‌توان به سه دسته‌ی سازه‌ای، سیالاتی و سازه‌ای-سیالاتی تقسیم کرد. عوامل سازه‌ای مانند شکل مود، قطر گره‌ای<sup>5</sup> و میرایی مکانیکی، سیالاتی مانند عدد ماخ، زاویه حمله‌ی جریان و میرایی آیرودینامیک و سازه‌ای-سیالاتی مانند نسبت جرم و فرکانس کاهش یافته می‌باشند.

## 3-1-1- میرایی مکانیکی

میرایی مکانیکی شامل دو نوع میرایی اصطکاکی و میرایی مادی<sup>6</sup> است. میرایی اصطکاکی در دیسک‌پره‌هایی وجود دارد که دیسک و پره یکپارچه ساخته نمی‌شوند. این نوع میرایی ناشی از حرکت نسبی قطعات در اتصالات است و به عواملی مانند نحوه‌ی اتصال، سرعت دوران موتور و شکل مود ارتعاشی بستگی دارد [7]. در دیسک‌پره‌هایی که یکپارچه ساخته می‌شوند میرایی اصطکاکی وجود ندارد و تنها منبع میرایی مکانیکی، میرایی مادی است که در مقایسه با میرایی اصطکاکی و آیرودینامیک قابل صرف نظر است.

## 3-1-2- میرایی آیرودینامیک

میرایی آیرودینامیک سومین منبع مستهلک‌کننده نوسان پره‌ها است. این نوع میرایی حاصل میدان فشار ناپایا موجود در سیال است که به دلیل نوسان پره‌ها به وجود می‌آید. عوامل مختلفی نظیر سرعت جریان، شکل مود، فرکانس و قطر گره‌ای بر این نوع میرایی تاثیر می‌گذارند. از لحاظ مقدار این نوع میرایی می‌تواند به اندازه‌ی میرایی اصطکاکی باشد [7]. به همین دلیل نقش مهمی در استهلاک ارتعاش پره‌ها دارد. اما دلیل دیگری وجود دارد که میرایی آیرودینامیک را آنقدر مهم کرده است که این نوع میرایی معیار تشخیص وقوع و یا عدم وقوع فلاتر قرار می‌گیرد و آن این است که برخلاف میرایی مکانیکی، علامت میرایی آیرودینامیک می‌تواند منفی هم باشد. یعنی به جای این‌که موجب استهلاک ارتعاش پره‌ها شود باعث تقویت آن شود و در صورتی که میرایی مکانیکی نتواند ارتعاش پره را مستهلک کند، فلاتر رخ می‌دهد.

## 3-1-3- نسبت جرم

فلاتر در پره‌ی توربوماشین به عنوان سیستمی که شامل جریان داخلی است با فلاتر در بال هواپیما که تحت تاثیر جریان سیال خارجی است اندکی متفاوت است [8]. از عوامل مهم این تمایز می‌توان به نسبت جرم و استحکام بالای پره‌ها در توربوماشین در مقایسه با بال هواپیما اشاره کرد. معادله‌ی (1) نحوه‌ی محاسبه‌ی نسبت جرم را نشان می‌دهد.

$$\mu = \frac{4\bar{m}}{\pi\rho c^2} \quad (1)$$

که  $\bar{m}$  جرم بر واحد طول،  $\rho$  چگالی سیال و  $c$  اندازه‌ی وتر است. لذا می‌توان نتیجه گرفت در پدیده‌ی فلاتر در پره‌های توربین به دلیل تاثیر کم نیروهای اینرسی و الاستیک بخش سیال، این پره است که فرکانس و مود ارتعاشی را تعیین می‌کند. به همین دلیل معمولاً برای تحلیل فلاتر پره‌های توربوماشین نخست فرض می‌شود که سازه در حال نوسان است و پاسخ سیال، ناشی از این تحریک بر روی سازه بررسی می‌شود.

## 3-1-4- فرکانس کاهش یافته

فرکانس کاهش یافته نسبت مدت زمانی ( $t$ ) که طول می‌کشد تا یک ذره سیال به اندازه‌ی وتر پره مسافت طی کند به مدت زمان یک دوره تناوب نوسان پره ( $T$ ) ضرب در  $2\pi$  می‌باشد. در واقع این کمیت بی‌بعد مقدار ناپایا بودن جریان را نشان می‌دهد. به طوری که هرچه مقدار آن بیشتر باشد، جریان ناپایا تر است [9]. معادله (2)، معادله‌ی فرکانس کاهش یافته است:

$$k = 2\pi \frac{t}{T} = \frac{2\pi f c}{u} \quad (2)$$

که  $f$  فرکانس نوسان پره و  $u$  سرعت جریان است. برای هر وضعیت عملکردی یک فرکانس کاهش یافته‌ی بحرانی می‌توان در نظر گرفت که به ازای مقادیر کمتر از آن فلاتر رخ می‌دهد. در توضیح این مطلب می‌توان گفت، در حالی که پره با فرکانس طبیعی ثابت نوسان می‌کند، با افزایش سرعت جریان مقدار فرکانس کاهش یافته کم می‌شود و به مقدار بحرانی نزدیک می‌گردد.

## 3-2- انواع فلاتر در توربین

این پدیده در توربوماشین محوری تنها در ریف‌پره‌های جلو و عقب موتور رخ می‌دهد [3]. یعنی در قسمت‌های فن، کمپرسور کم‌فشار و توربین کم‌فشار که پره‌ها در مقایسه با قسمت‌های دیگر موتور بلندتر و نازک‌تر هستند. شکل 3 قسمت‌های نام برده شده را نشان می‌دهد. بسته به این‌که توربین در چه ناحیه‌ای از نقشه‌ی عملکردی<sup>7</sup> خود قرار دارد، عوامل مختلفی باعث بروز ناپایداری و وقوع فلاتر می‌شود. بر همین اساس می‌توان فلاتر در توربین را دسته‌بندی کرد که انواع فلاتر در پره‌های توربین کم‌فشار عبارتند از:

1- فلاتر کلاسیک (مادون صوت)

2- فلاتر ناشی از پدیده‌ی شک

3- فلاتر مافوق صوت (جریان ورودی مادون صوت)

4- فلاتر مافوق صوت (جریان ورودی مافوق صوت)

در این پژوهش به بررسی عددی فلاتر کلاسیک در پره‌های توربین کم‌فشار پرداخته شده است و نتایج آن با نتایج آزمون و حل عددی مرجع [1] مقایسه شده است.

## 4- معادلات ناپایداری

هر کدام از رهیافت‌های مختلف تحلیل فلاتر بر اساس یک منطق ریاضی که

<sup>1</sup> Free flutter

<sup>2</sup> Influence coefficients method

<sup>3</sup> Traveling wave mode method

<sup>4</sup> Inter blade phase angle

<sup>5</sup> Nodal diameter

<sup>6</sup> Material damping

<sup>7</sup> Performance map

$$\frac{d\tilde{W}}{dt} = -\tilde{P} \oint_S (\Re\{i\omega h e^{i\omega t}\} + \Re\{i\omega \alpha \times R e^{i\omega t}\}) \cdot n ds \quad (9)$$

از طرفی نیرو و گشتاور وارد بر پره با معادله‌های (10) و (11) بیان می‌شود.

$$\tilde{F} = F + \Re\{\tilde{f}\} = F + \Re\{f e^{i(\omega t + \varphi_{\tilde{f} \rightarrow \tilde{f}})}\} = -\oint_S \tilde{P} n ds \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= M + \Re\{\tilde{m}\} = M + \Re\{m e^{i(\omega t + \varphi_{\tilde{m} \rightarrow \tilde{m}})}\} \\ &= -\oint_S \tilde{P} (R \times n)_z ds \end{aligned} \quad (11)$$

با جای‌گذاری معادله‌های (9) تا (11) در معادله‌ی (4) مقدار کار انجام شده توسط سیال روی پره در هر سیکل بدست می‌آید.

$$\tilde{W}_{\text{per cycle}} = \pi \left[ h_{\xi} f_{\xi} \sin(\varphi_{\tilde{f}_{\xi} \rightarrow \tilde{h}_{\xi}}) + h_{\eta} f_{\eta} \sin(\varphi_{\tilde{f}_{\eta} \rightarrow \tilde{h}_{\eta}}) + \alpha m \sin(\varphi_{\tilde{m} \rightarrow \tilde{\alpha}}) \right] \quad (12)$$

که اندیس‌های  $\xi$ ،  $\eta$ ، و  $\zeta$  به ترتیب بیانگر مولفه‌های مربوط به راستای مولفه‌های خمش محوری، خمش محیطی و پیچش برای هر کمیت دلخواه است.

همان‌طور که گفته شد، اگر علامت کار منفی باشد یعنی سیال از نوسان پره انرژی دریافت می‌کند و سیال نقش پایدارکنندگی دارد و بالعکس. طبق معادله‌ی (12) تنها ترم‌های سینوس اختلاف فاز، تغییر علامت می‌دهند بدین ترتیب اگر نیروی وارد پره نسبت به جابجایی پره تاخیر<sup>1</sup> داشته باشد، علامت آن‌ها منفی و آن‌ها نوسانی پایدار است.

اگر  $\tilde{f}$  جزء نوسانی نیرو،  $\tilde{m}$  جزء نوسانی گشتاور و جابجایی‌های  $\tilde{h}$  و  $\tilde{\alpha}$  را در صفحه‌ی مختلط در نظر بگیریم به طوری که جابجایی‌ها در امتداد مثبت محور حقیقی باشد، می‌توان نوشت:

$$\tilde{W}_{\text{per cycle}} = \pi [h_{\xi} \Im\{\tilde{f}_{\xi}\} + h_{\eta} \Im\{\tilde{f}_{\eta}\} + \alpha \Im\{\tilde{m}\}] \quad (13)$$

بدین ترتیب در صورتی که قسمت موهومی (3) جزء نوسانی نیرو و گشتاور در صفحه‌ی مختلط منفی باشد آن‌ها نوسانی پایدار است. بر همین اساس می‌توان میرایی آیرودینامیک را به صورت زیر تعریف کرد.

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon} &= \frac{-\tilde{W}_{\text{per cycle}}|_{\xi}}{\pi h_{\xi}} + \frac{-\tilde{W}_{\text{per cycle}}|_{\eta}}{\pi h_{\eta}} + \frac{-\tilde{W}_{\text{per cycle}}|_{\zeta}}{\pi \alpha} \\ &= -\Im\{\tilde{f}_{\xi}\} - \Im\{\tilde{f}_{\eta}\} - \Im\{\tilde{m}\} \end{aligned} \quad (14)$$

معادله (14) پایداری کل پره را محاسبه می‌کند. برای اینکه درک بهتری از پایداری پره بدست آید لازم است تا پایداری پره در نقاط مختلف آن، مثلاً در مقاطع مختلف طول پره و یا در نقاط مختلف روی هر مقطع، نیز بررسی شود. به این ترتیب مفهوم پایداری محلی مطرح می‌شود. اگر جزء نوسانی نیرو و گشتاور را با معادله (15) نشان دهیم،

$$\tilde{f} = \oint_S d\tilde{f}; \quad \tilde{m} = \oint_S d\tilde{m} \quad (15)$$

معادله‌های (16) المان‌های نیرو و گشتاور در هر نقطه از پره را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} d\tilde{f}_{\xi}(x, t) &= \tilde{p}(x, t) n_{\xi} ds \\ d\tilde{f}_{\eta}(x, t) &= \tilde{p}(x, t) n_{\eta} ds \\ d\tilde{m}_{\zeta}(x, t) &= \tilde{p}(x, t) (R \times n)_z ds \end{aligned} \quad (16)$$

به این ترتیب اگر مولفه‌های بردار جابجایی  $\tilde{h}(x)$  را در جهت مثبت محور حقیقی از صفحه‌ی مختلط در نظر بگیریم، پایداری هر نقطه را می‌توان از علامت قسمت موهومی المان نیرو و گشتاور تعیین نمود. همانند کار اگر علامت منفی باشد، آن نقطه از پره پایدار و در غیر این صورت ناپایدار است.

### 5- تشریح آزمون

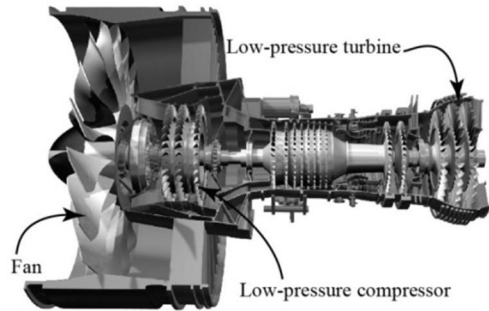


Fig. 3 Section of PW1000G engine model [10]  
شکل 3 مدل برش خورده از موتور PW1000G [10]

به توصیف فیزیک مسئله می‌پردازد، پایه‌گذاری شده است. رهیافت دوم پاسخ سیال به ارتعاش پره را بررسی می‌کند. در ادامه روابط استفاده شده در این رهیافت ارائه می‌شود.

### 4-1- پاسخ سیال به ارتعاشات پره

ذکر این نکته ضروری است که مقصود از پایداری در این پژوهش در واقع اثر پایدارکنندگی سیال است و پایداری مجموعه‌ی سازه و سیال را در بر نمی‌گیرد. جابجایی پره موجب ایجاد میدان فشار ناپایا حول آن می‌شود و در نتیجه نیروی ناپایا روی سطح پره ایجاد می‌گردد. کار انجام شده توسط سیال روی سازه در یک دوره تناوب ارتعاش پره تعیین می‌کند که آیا سیال پایدارکننده است یا خیر. طبق تعریف اگر علامت این کار مثبت باشد سیال ناپایدارکننده است و برعکس.

با فرض کوچک بودن دامنه‌ی ارتعاش پره و صرف‌نظر از جزء غیرهارمونیک فشار ناشی از شک، می‌توان میدان فشار ناپایا روی پره را به صورت معادله (3) نوشت [11].

$$\begin{aligned} \tilde{P}(x, t) &= P(x) + \Re\{\tilde{p}(x, t)\} \\ &= P(x) + \Re\{\tilde{p}(x) e^{i(\omega t + \varphi_{\tilde{p} \rightarrow \tilde{f}})}\} \end{aligned} \quad (3)$$

که  $P(x)$  جزء پایا،  $\tilde{p}(t)$  جزء نوسانی،  $\tilde{p}(x)$  دامنه‌ی جزء نوسانی فشار ناپایا،  $x$  هر نقطه‌ی دلخواه از سطح پره و  $\Re$  نماد قسمت حقیقی است.  $\varphi_{\tilde{p} \rightarrow \tilde{f}}$  اختلاف فاز بین نوسان پره و جزء نوسانی فشار است. معادله کار سیال در مدت زمان یک دور تناوب روی پره عبارتست از:

$$\tilde{W}_{\text{per cycle}} = \oint_T \frac{d\tilde{W}}{dt} dt = \omega^{-1} \oint_T \frac{d\tilde{W}}{d(\omega t)} d(\omega t) \quad (4)$$

$$\frac{d\tilde{W}}{dt} = -\oint_S \tilde{P} \cdot V \cdot n ds \quad (5)$$

که  $\omega$  سرعت زاویه‌ای نوسان پره و  $\mathbf{n}$  بردار عمود بر سطح آن است. اگر  $h$  بردار جابجایی ناشی از مودهای خمشی و  $\alpha$  بردار تغییر زاویه و  $R$  بردار مکان دلخواه نقطه‌ی  $x$  باشد، می‌توان بردار جابجایی یک نقطه دلخواه از سطح پره را به صورت معادله (6) نوشت.

$$r(x) = h(x) + \alpha \times R(x) \quad (6)$$

$$\tilde{r}(x, t) = r(x) e^{i\omega t} \quad (7)$$

در نتیجه بردار سرعت عبارتست از:

$$V = \Re\left\{\frac{\partial \tilde{r}(x, t)}{\partial t}\right\} \quad (8)$$

با استفاده از معادله‌های (5) تا (8) می‌توان نرخ کار را به صورت معادله (9) نوشت.

<sup>1</sup> Lag

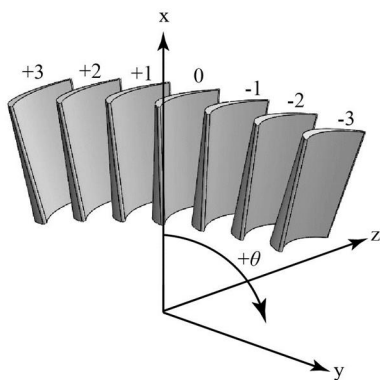


Fig. 5 Blade indexing and test rig coordinates system

شکل 5 شماره گذاری پره‌ها و دستگاه مختصات تجهیزات آزمون

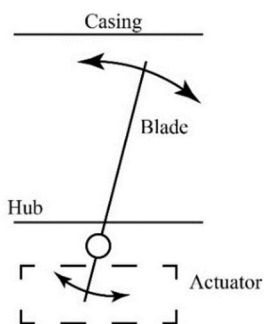


Fig. 6 Blade oscillation schematic in bending modes

شکل 6 شماتیک نوسان پره در موده‌های خمشی

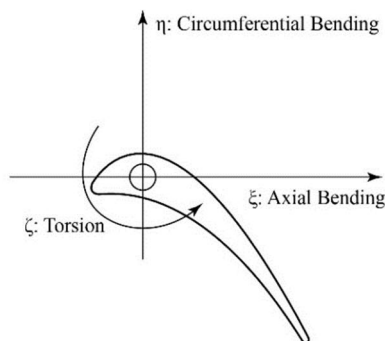


Fig. 7 Coordinates system of orthogonal modes

شکل 7 دستگاه مختصات موده‌های عمود برهم

### 2-2- شرایط آزمون

سیال استفاده شده در آزمایش هوا است. مشخصات و شرایط مرزی آزمون در جدول 2 آمده است. آزمون در دو حالت انجام شد. حالت اول که پره‌ی مرجع حرکت نمی‌کند، حالت پایا و حالت دوم که پره‌ی مرجع با فرکانس 49.5(Hz) نوسان می‌کند، حالت ناپایا می‌نامیم. مقدار فرکانس از معادله (2) بدست آمده است که اندازه‌ی سرعت، میانگین سرعت خروجی روی سطحی است که در فاصله‌ی  $0.2 c_{ax}$  از لبه‌ی انتهای پره قرار دارد [8].

### 3-5- نقاط اندازه‌گیری فشار

فشار استاتیک هوا روی نقاط مختلف پره اندازه‌گیری شد. برای مشخص کردن نقاط روی پره معمولاً از دستگاه مختصات دو بعدی ویژه‌ای استفاده می‌شود

در این پژوهش آزمون مرجع [1] شبیه‌سازی شده است. به همین دلیل برای توصیف شبیه‌سازی، توضیحاتی در مورد مشخصات تجهیزات آزمون، شرایط آن و کمیت‌های اندازه‌گیری شده ارائه می‌گردد.

### 1-5- مشخصات تجهیزات آزمون

آزمون به روش ضرایب تاثیر و کنترل شده انجام شده است. این روش در بخش 2-2 شرح داده شده است. قسمت اصلی تجهیزات آزمون عبارتست از یک قطاع استوانه‌ای از یک ردیف پره‌ی روتور توربین که شامل 7 پره آزاد<sup>1</sup> و 8 گذرگاه<sup>2</sup> است که در شکل 4 آمده است. لازم به ذکر است که به دلیل پیچیده و پرهزینه بودن ساخت تجهیزات آزمون دوار، تجهیزات به کار رفته در این آزمون غیردوار ساخته شد [1]. لقی پره‌ها یا همان فاصله‌ی نوک پره‌ها از محفظه به اندازه‌ی 1% طول پره است. مشخصات پره در جدول 1 آمده است. در شکل 5 نحوه شماره‌گذاری پره‌ها و محور مختصات تجهیزات آزمون آمده است. جهت مثبت زاویه‌ی  $\theta$  در شکل نشان داده شده است. اصطلاحاً به پره‌ی شماره‌ی 0 پره‌ی مرجع گفته می‌شود.

برای به ارتعاش در آوردن پره‌ی مرجع از یک مکانیزم مکانیکی استفاده می‌شود که پره را در سه مود خالص خمش محوری، خمش محیطی و پیچش و نیز مود ترکیبی به صورت یک جسم صلب به ارتعاش در می‌آورد. در این پژوهش مانند مرجع [1] تنها به بررسی پایداری سه مود خالص پرداخته شده است. شماتیک حرکت پره در مود خالص خمشی در شکل 6 آمده است. دامنه‌ی حرکت نوک پره در موده‌های خمشی به اندازه‌ی 1 mm است و در مود پیچش کل پره حول محور دوران با دامنه‌ی 1° نوسان می‌کند.

در شکل 7 شماتیک جهات مثبت حرکت برای سه مود ارتعاشی عمود برهم آمده است. رابطه (17) مختصات نقطه‌ای که محورهای دوران موده‌های مختلف از آن می‌گذرند را نشان می‌دهد.

$$x = 375 \text{ mm}; y = -3.8 \text{ mm}; z = 18.1 \text{ mm} \quad (17)$$

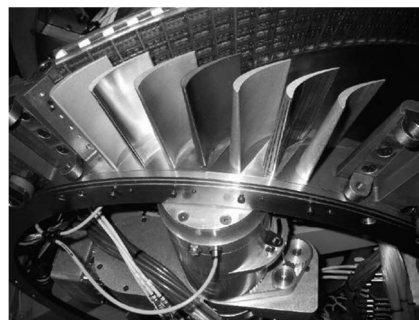


Fig. 4 Test rig [1]

شکل 4 تجهیزات آزمون [1]

جدول 1 مشخصات پروفیل پره

Table 1 Blade profile parameters

مقدار	واحد	نماد	مشخصه
50	mm	$c$	وتر
45	mm	$c_{ax}$	وتر پره در راستای محور
97	mm	$s$	طول پره
4.5	deg	$p_c$	گام
1.94	-	$s/c$	ضریب منظر <sup>3</sup>
383	mm	$r_{hub}$	شعاع hub
480	mm	$r_{shroud}$	شعاع Shroud

<sup>1</sup> Free standing

<sup>2</sup> Passage

<sup>3</sup> Aspect ratio

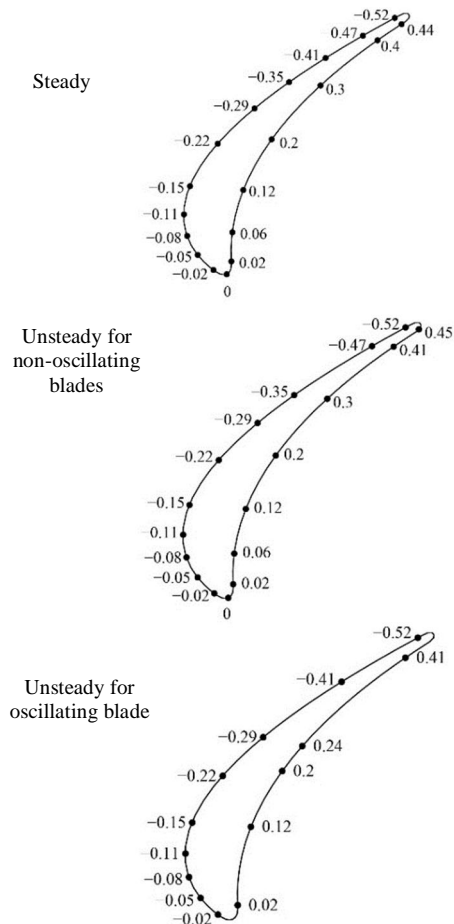


Fig. 9 Measuring points coordinates

شکل 9 مختصات نقاط اندازه‌گیری

مقدار فشار در هر نقطه دلخواه  $X$  را می‌توان به صورت معادله (3) نوشت بدین ترتیب ضریب فشار در این حالت را می‌توان با معادله (21) بدست آورد.

$$\tilde{C}_p(x, t) = \frac{\Re\{\tilde{p}(x, t)\}}{BP_{dyn.ref}} = \frac{\Re\{\hat{p}(x)e^{i(\omega t + \varphi_{\tilde{p}-\beta})}\}}{BP_{dyn.ref}} \quad (21)$$

در نهایت می‌توان متغیرهای زیر را تعریف کرد.

$$C_{p,amp}(x) = \frac{\hat{p}(x)}{BP_{dyn.ref}} \quad (22)$$

$$C_{p,phase}(x) = \varphi_{\tilde{p}(x)} - \varphi_{\tilde{\beta}} \quad (23)$$

به طوری که  $C_{p,amp}(x)$  و  $C_{p,phase}(x)$  به ترتیب مقادیر دامنه و اختلاف فاز ضریب فشار در هر نقطه‌ی دلخواه  $X$  از روی پره است. در ادامه به منظور خلاصه‌نویسی به جای اختلاف فاز تنها از کلمه‌ی فاز استفاده می‌شود.

### 6- شبیه‌سازی با انسیس

هندسه‌ی پره با نرم‌افزار سالی‌دورکس با استفاده از داده‌های هندسی که در انتهای مرجع [1] آمده است، مدل‌سازی شد. از بسته‌ی توربوگرید نرم‌افزار انسیس برای ایجاد دامنه‌ی حل و مش‌بندی ساختار یافته استفاده شد. همان‌طور که در شکل 10 آمده است بالادست و پایین‌دست جریان به اندازه‌ی یک طول محوری وتر پره به ترتیب از لبه‌ی حمله و لبه‌ی انتهایی پره ادامه پیدا کرده است.

شبیه‌سازی حالت ناپایا با انسیس به دو روش ضرایب تاثیر و مود موج

که یک بعد آن اصطلاحاً در امتداد  $x$  و دیگری در امتداد طول پره  $z$  نامیده می‌شود. هر دو بعد بی‌بعد شده اند. بازه‌ی مقادیر ممکن برای بعد در امتداد  $x$   $[-0.55, 0.45]$ ، و برای در امتداد طول پره  $[0, 1]$  است. مقادیر منفی مختصات در امتداد  $x$  سمت مکش و مقادیر مثبت سمت فشار از سطح پره را نشان می‌دهد. محدوده‌ی سطح پره در این دستگاه مختصات در شکل 8 نشان داده شده است. مختصات در امتداد  $x$  نقاط اندازه‌گیری فشار برای حالت پایا در شکل 9 نشان داده شده است. این نقاط اندازه‌گیری در مقاطع 0.1، 0.5 و 0.9 در امتداد طول پره قرار دارد. نقاط اندازه‌گیری فشار در حالت ناپایا روی پره‌های ثابت و پره‌ی مرجع نیز در شکل 9 نشان داده شده است. همه‌ی این نقاط روی مقطع 0.5 در امتداد طول پره قرار دارد و فقط برای پره‌های -1 و +1 در مقطع 0.1 و 0.9 امتداد طول پره نیز تعبیه شده اند.

معادله (18) ضریب فشار بی‌بعد حالت پایا را نشان می‌دهد.

$$C_p(x) = \frac{P(x)}{P_{dyn.ref}} \quad (18)$$

که  $P(x)$  مقدار فشار استاتیکی در نقطه‌ی  $X$  و  $P_{dyn.ref}$  عبارتست از:

$$P_{dyn.ref} = P_{tot.ref} - P_{sta.ref} \quad (19)$$

به طوری که مقادیر فشار استاتیکی  $P_{sta.ref}$  و فشار کل  $P_{tot.ref}$  در مقطعی بالادست جریان که به اندازه‌ی  $c_{ax} 0.4$  از لبه‌ی حمله فاصله دارد اندازه‌گیری می‌شود.

در حالت ناپایا می‌توان حرکت نوسانی پره را با معادله (20) بیان نمود.

$$\tilde{\beta}(t) = \Re\{B e^{i(\omega t)}\} \quad (20)$$

که  $B$  مقدار دامنه‌ی نوسان پره برحسب درجه است. از طرفی می‌دانیم

جدول 2 مشخصات و شرایط مرزی آزمون

Table 2 Specifications and boundary conditions of test

مشخصه	نماد	واحد	مقدار
دبی جرمی	$\dot{m}$	kg/s	2.36
دمای کل ورودی	$T_{tot.in}$	K	303
فشار کل ورودی	$P_{tot.in}$	kPa	112.3
فشار استاتیکی ورودی	$P_{sta.in}$	kPa	109.2
فشار استاتیکی خروجی	$P_{sta.out}$	kPa	102.9
ماخ ورودی	$M_{in}$	-	0.21
ماخ خروجی	$M_{out}$	-	0.37
زاویه جریان ورودی	$\alpha_0$	deg	-26°
فرکانس کاهش یافته	$k$	-	0.1

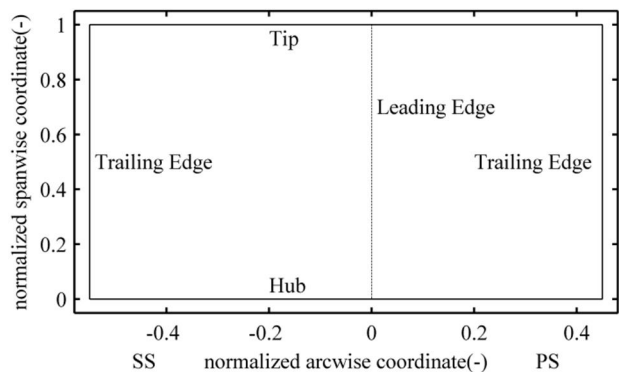


Fig. 8 Developed view of blade surface

شکل 8 نمای گسترده از سطح پره

<sup>1</sup> Arcwise coordinate  
<sup>2</sup> Spanwise coordinate

جدول 3 مشخصات سه مش‌بندی

مش‌بندی	تعداد المان در یک گذرگاه	میانگین $Y^+$ در مقطع میانی پره	فاصله گره اول از سطح پره (mm)	تعداد المان در طول پره
درشت	72784	48	0.487	40
متوسط	230464	26	0.104	64
ریز	786630	8	0.040	90

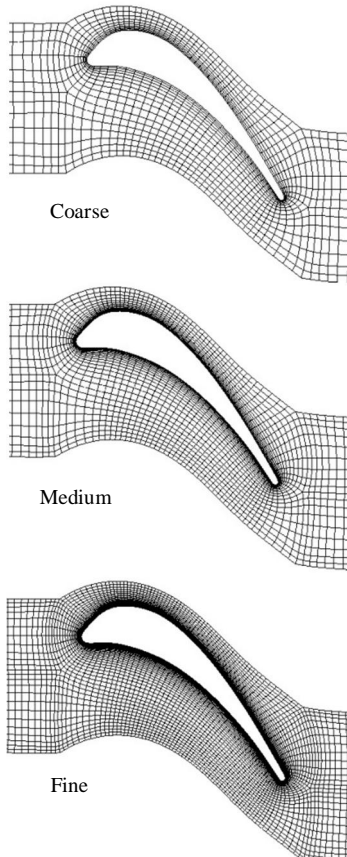


Fig. 11 2D view of three meshes

شکل 11 نمای دو بعدی از سه مش‌بندی

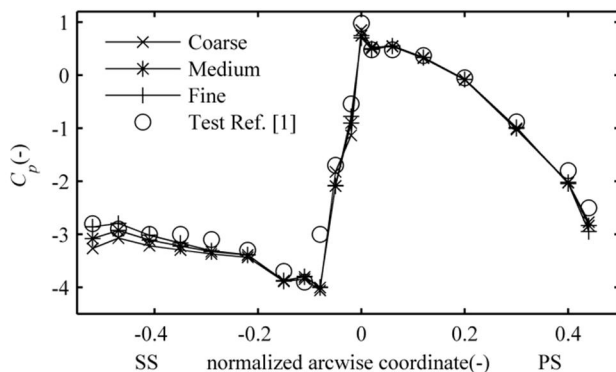


Fig. 12 Pressure coefficient at midspan

شکل 12 ضریب فشار در مقطع میانی پره

مش‌بندی متوسط برای 0.9 طول پره در شکل 14 نشان می‌دهد که نتایج دو مدل توربولانسی به‌کار گرفته شده به هم نزدیک است و با نتایج آزمون مطابقت دارد. در ادامه تاثیر دو مدل توربولانسی بر نتایج تحلیل حالت ناپایا مورد بررسی قرار گرفت. دامنه‌ی ضریب فشار و فاز آن در مقطع میانی پره‌ی 0

متحرک انجام شد. در روش اول مطابق شکل 10 تعداد 5 گذرگاه مدل‌سازی شد. ولی در روش دوم 2 گذرگاه مدل‌سازی و از تحلیل فلاتر به‌وسیله‌ی تبدیل فوریه استفاده شد. نخست حل پایا انجام شد و سپس حل پایا به عنوان شرایط اولیه برای حل ناپایا مورد استفاده قرار گرفت. استقلال حل از مش‌بندی و تاثیر دو مدل مختلف توربولانسی نیز بررسی شد.

### 1-6-1- روش ضرایب تاثیر

در این روش که همان روش به کار رفته در آزمون است، تنها یکی از پره‌ها نوسان می‌کند و پاسخ سیال روی همه‌ی پره‌ها اندازه‌گیری می‌شود. برای این منظور تجهیزات آزمون مدل‌سازی و تعداد 5 گذرگاه برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شد. منظور از تحلیل پایا این است که در این حالت پره‌ی مرجع به ارتعاش در نمی‌آید، در حالی که در تحلیل ناپایا پره‌ی مرجع به ارتعاش در می‌آید و تحلیل به صورت گذرا انجام می‌شود. به منظور بررسی استقلال نتایج از مش، سه نوع مش‌بندی درشت، متوسط و ریز در نظر گرفته شد. همچنین دو مدل توربولانسی K- $\epsilon$  و SST بررسی شد که جواب‌های نزدیکی هم در حالت پایا و هم در حالت ناپایا داشتند. نتایج در ادامه ارائه می‌شود.

### 1-1-6-1- استقلال نتایج از مش‌بندی

مشخصات سه نوع مش‌بندی در جدول 3 و نمای دوبعدی از آن‌ها در شکل 11 آمده است. نتایج حالت پایا برای سه نوع مش‌بندی و مقایسه آن‌ها با نتایج تست در شکل 12 آمده است. این نتایج مربوط به مقطع میانی پره است. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است تقریباً نتایج برای سمت فشار پره و نواحی نزدیک به لبه‌ی حمله از سمت مکش یکسان بدست آمده و تطابق قابل قبولی با نتایج آزمون دارد اما هرچه از سمت مکش به لبه‌ی انتهایی پره می‌رویم نتایج مش‌بندی ریز تطابق بهتری با نتایج آزمون دارد. بررسی استقلال نتایج از مش، برای حالت ناپایا نیز انجام شد که برای مود خمش محوری نتایج روی پره‌ی شماره 1- و مقطع میانی پره در شکل 13 آمده است. به این ترتیب با توجه به این‌که نتایج حاصل از مش‌بندی متوسط به اندازه‌ی کافی دقیق به‌دست آمد و به‌منظور صرفه‌جویی در زمان محاسبات، ادامه‌ی شبیه‌سازی با مش‌بندی متوسط انجام گرفت.

### 1-6-2- بررسی مدل‌های مختلف توربولانسی

به منظور بررسی تاثیر مدل‌های توربولانسی مختلف بر نتایج شبیه‌سازی از دو مدل K- $\epsilon$  و SST موجود در نرم‌افزار انسیس استفاده شد. نتایج حالت پایا با

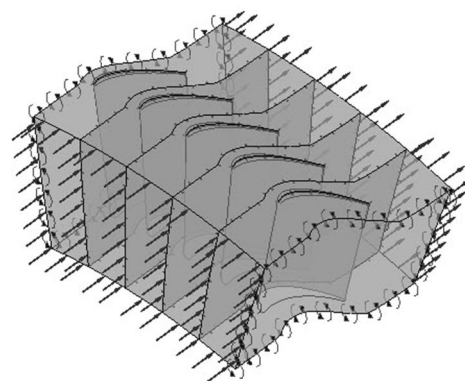


Fig. 10 5 passages modeled in ANSYS CFX

شکل 10 دامنه‌ی حل مدل‌سازی شده در انسیس

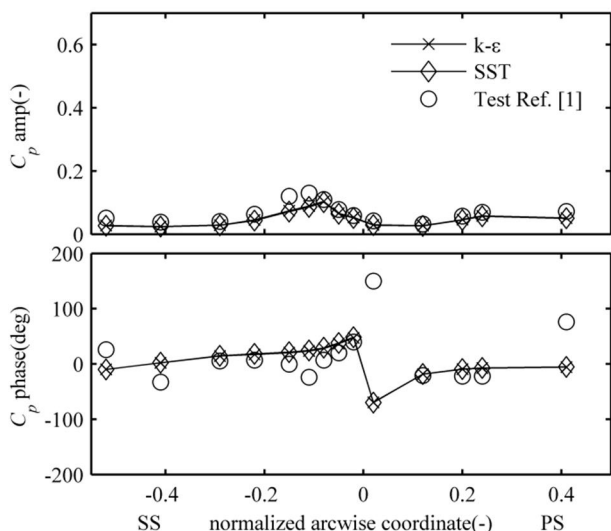


Fig. 15 Pressure coefficient amplitude and phase; blade0; circumferential bending

شکل 15 دامنه و فاز ضریب فشار؛ پرهی 0؛ مود خمش محیطی

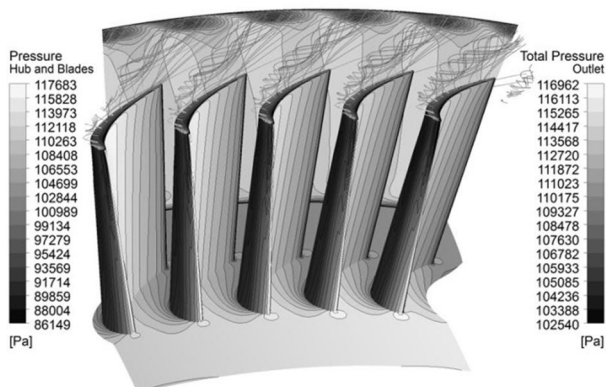


Fig. 16 Pressure contour

شکل 16 کانتور فشار

پرهی مرجع در حال نوسان فاصله بیشتر شود اثر نوسان بسیار کمتر و معمولاً از اثرات آن روی پرهی سوم به بعد صرف نظر می‌شود. طبق شکل‌های 17 تا 19 نتایج شبیه‌سازی این پژوهش، تطابق بهتری نسبت به حل عددی مرجع [1] با نتایج آزمون همان مرجع دارد. دلیل آن نیز این است که حل عددی آن مرجع با استفاده از معادلات اویلر انجام شده که در آن اثرات لزجت سیال صرف نظر می‌شود در حالی که در حل عددی این پژوهش از معادلات ناویر استوکس که اثرات لزجت را در نظر می‌گیرد، استفاده شده است. از آن‌جا که عدد ماخ در این آزمون کم است لزجت تاثیر بسزایی در نتایج حل عددی می‌گذارد. با این حال هر دو حل عددی مقادیر دامنه‌ی فشار بیشتری نسبت به نتایج آزمون بدست می‌آورند.

2-6- روش مود موج متحرک

در این روش همه‌ی پره‌ها نوسان می‌کنند و برخلاف روش ضرایب تاثیر که تنها پاسخ ناشی از نوسان یک پره روی همه‌ی پره‌ها بدست می‌آید، پاسخ کل که شامل اثر نوسان همه‌ی پره‌ها است محاسبه می‌شود.

در نرم‌افزار انسیس برای بررسی پدیده‌های گذرای مختلف مانند اغتشاشات ورودی، برهم‌کنش روتور و استاتور و یا تحلیل فلاتر در

برای مود خمش محیطی در شکل 15 نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل 14 و 15 آمده است، دو مدل توربولانسی نتایج مشابهی تحت شرایط این آزمایش ارائه می‌دهند. از لحاظ مدت زمان تحلیل، دو مدل توربولانسی برتری نسبت به هم ندارند. اما به دلیل آن که مدل SST از رهیافت خودکار جهت پیش‌بینی رفتار جریان نزدیک دیواره استفاده می‌کند که شامل هر دو رهیافت عدد رینولدز کم و تابع دیواره است و نسبت به مدل k-ε برتری دارد، مدل SST به عنوان مدل توربولانسی انتخاب شد [12]. شکل 16 کانتور فشار استاتیک سطح پره‌ها و کف، کانتور فشار کل سطح خروجی و خطوط جریان گذرنده از لقی نوک پره‌ها را نشان می‌دهد.

3-1-6- مقایسه نتایج مودهای مختلف با آزمون و حل عددی مرجع [1]

تحلیل ناپایا برای سه مود ارتعاشی خمش محوری، خمش محیطی و پیچش انجام شد و پاسخ سیال روی پره‌های شماره‌ی 2- تا 2+ بدست آمد. نتایج شبیه‌سازی در انسیس با نتایج آزمایش و حل عددی مرجع [1] مقایسه شد. برای این‌که تعداد نمودارها بیش از اندازه زیاد نشود، تنها دامنه و فاز ضریب فشار نوسانی روی پره‌های 2- تا 0 در حالت مود خمش محوری در شکل‌های 17، 18 و 19 نمایش داده شده است.

با مقایسه‌ی دامنه‌ی ضریب فشار روی پره‌های مختلف مشخص می‌شود که اثر نوسان پرهی شماره‌ی 0 روی پرهی 2- بسیار کم است. و هر چه از

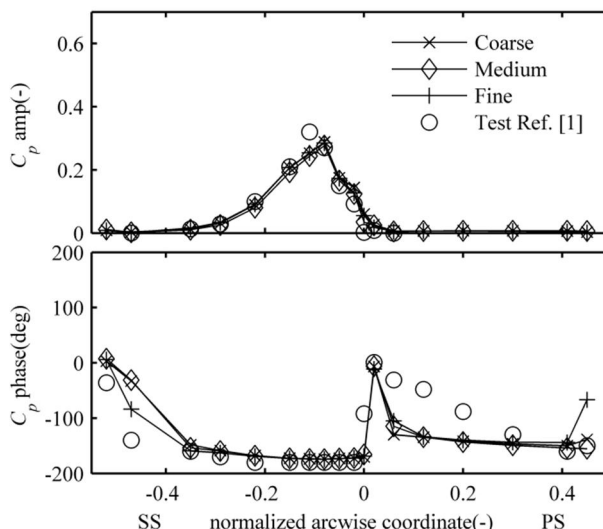


Fig. 13 Pressure coefficient amplitude and phase; blade-1; axial bending

شکل 13 دامنه و فاز ضریب فشار؛ پرهی -1؛ مود خمش محوری

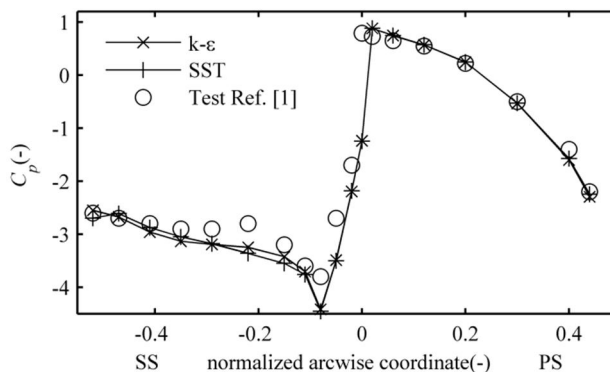


Fig. 14 Pressure coefficient at 90% span

شکل 14 ضریب فشار در مقطع 90% طول پره



توربوماشین از مدل‌های ردیف‌پره‌ی گذرا<sup>1</sup> استفاده می‌شود [12]. مدل استفاده شده برای تحلیل فلاتر، تبدیل فوریه است که از آن برای لحاظ کردن اختلاف فاز میان‌پره‌ای استفاده می‌شود. معادله‌های (24) و (25) نحوه‌ی محاسبه‌ی اختلاف فاز میان‌پره‌ای را نشان می‌دهد [7].

$$\sigma_{\text{forward}} = \frac{2\pi ND}{N}, ND = 1, 2, \dots, ND_{\text{max}} \quad (24)$$

$$\sigma_{\text{backward}} = \frac{2\pi(N - ND)}{N}, ND = 1, 2, \dots, ND_{\text{max}} \quad (25)$$

که  $N$  تعداد پره،  $ND$  قطر گره‌ای و  $ND_{\text{max}}$  حداکثر مقدار قطر گره‌ای است. همان‌طور که در معادله‌های (24) و (25) آمده است، برای هر قطر گره‌ای یک جفت اختلاف فاز میان‌پره‌ای تعریف می‌شود. که اصطلاحاً به آن‌ها پیش‌رونده<sup>2</sup> و پس‌رونده<sup>3</sup> گفته می‌شود. حداکثر مقدار قطر گره‌ای بسته به این‌که تعداد پره‌ها عددی زوج و یا فرد باشد متفاوت است. معادله‌های (26) و (27) نحوه محاسبه مقدار حداکثر قطر گره‌ای را به ترتیب وقتی که تعداد پره‌ها زوج و فرد است را نشان می‌دهد.

$$ND_{\text{max}} = \frac{N}{2}, N \text{ even} \quad (26)$$

$$ND_{\text{max}} = \frac{(N - 1)}{2}, N \text{ odd} \quad (27)$$

در توضیح قطر گره‌ای می‌توان گفت که اگر مقدار آن 1 باشد یعنی این-که فاز نوسان پره‌ها منحصر به فرد است و فاز نوسان هیچ دو پره‌ای یکسان نیست و به همین ترتیب اگر مقدار آن 2 باشد یعنی هر پره با یک پره دیگر از ردیف پره هم‌فاز هستند و زمانی همه‌ی پره‌ها با هم هم‌فاز هستند که مقدار قطر گره‌ای 0 باشد. در شکل 20 شماتیک دو مقدار قطر گره‌ای و نحوه قرارگیری پره‌ها در یک ردیف پره آمده است.

### 6-2-1- مقایسه نتایج روش مود موج متحرک با ضرایب تاثیر و آزمون

برای مقایسه‌ی نتایج دو روش باید پاسخ‌های بدست آمده از روش ضرایب تاثیر را با استفاده از معادله‌ی (28) جمع کرد و پاسخ کل را بدست آورد تا بتوان با پاسخ کل بدست آمده از روش مود موج متحرک مقایسه کرد. اثبات

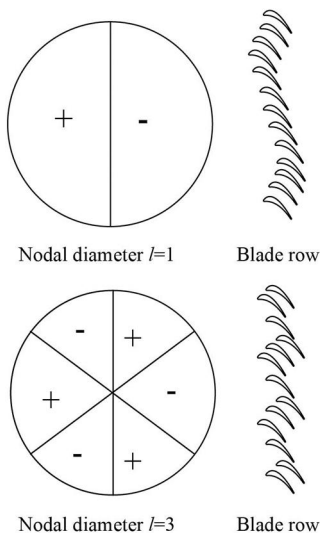


Fig. 20 Schematic of two values of nodal diameter and position of blades

شکل 20 شماتیک دو مقدار قطر گره‌ای و وضعیت پره‌ها

<sup>1</sup> Transient blade row models

<sup>2</sup> Forward

<sup>3</sup> Backward

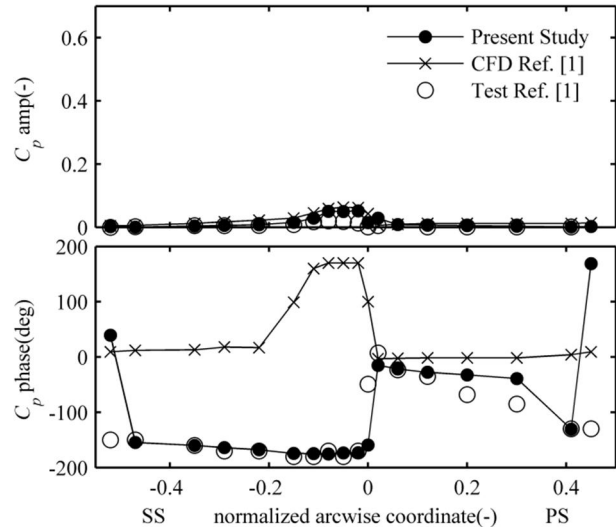


Fig. 17 Pressure coefficient amplitude and phase; blade-2; axial bending  
شکل 17 دامنه و فاز ضریب فشار؛ پره‌ی 2-؛ خمش محوری

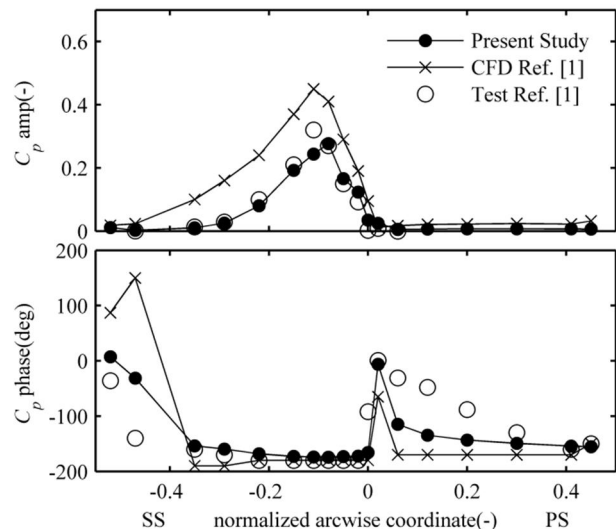


Fig. 18 Pressure coefficient amplitude and phase; blade-1; axial bending  
شکل 18 دامنه و فاز ضریب فشار؛ پره‌ی 1-؛ مود خمش محوری

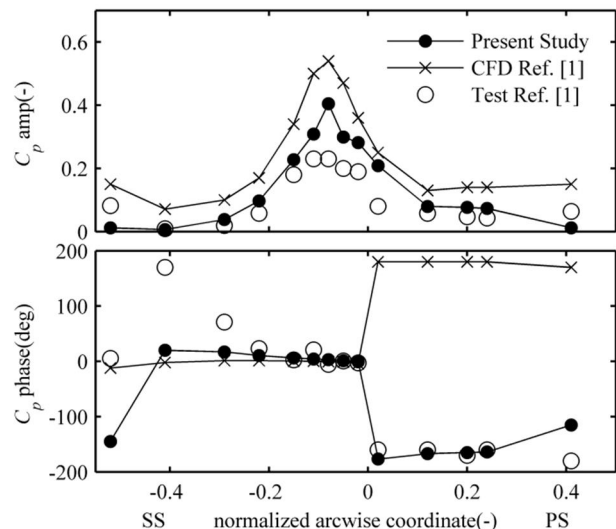


Fig. 19 Pressure coefficient amplitude and phase; blade0; axial bending  
شکل 19 دامنه و فاز ضریب فشار؛ پره‌ی 0؛ مود خمش محوری

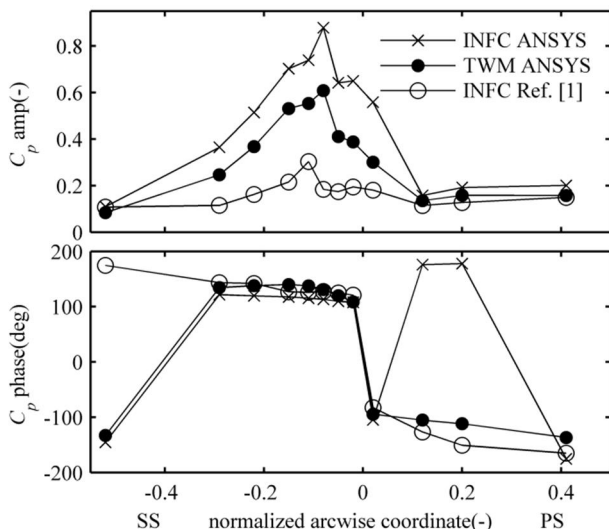


Fig. 23 Pressure coefficient amplitude and phase of total response; blade-1;  $\sigma = 90^\circ$ ; torsion

شکل 23 دامنه و فاز ضریب فشار پاسخ کل؛  $\sigma = 90^\circ$ ؛ پرهی -1؛ پیچش

نتایج آزمون نزدیک‌تر است. لذا برای محاسبه‌ی پاسخ کل و ناپایداری با استفاده از نرم‌افزار انسیس بهتر است از روش مود موج متحرک استفاده شود.

### 3-6- بررسی پایداری

#### 1-3-6- بررسی پایداری محلی

پیش از این در بخش 1-4 مفهوم پایداری کلی و محلی پره ارائه شد. برای بررسی پایداری به کمک رهیافت مورد استفاده در این پژوهش، می‌توان پایداری پره را از هر دو نقطه‌نظر محلی و کلی بررسی کرد. نتایج پایداری محلی در شکل‌های 24 تا 26 ارائه شده است. این شکل‌ها سهم اثر پایداری ناشی از نوسان پره‌های دیگر روی پرهی -1 را نشان می‌دهد. در این شکل‌ها اثر ناپایدارکنندگی نوسان خود پرهی -1، پرهی 0 و اثر همه‌ی پره‌ها مقایسه شد که نتایج مهمی به‌دست آمد. اول این که نوسان خود پره در ایجاد ناپایداری در مقایسه با پره‌های مجاور بسیار کم و قابل صرف نظر است. دوم این که دو پرهی مجاور مثلا پرهی شماره 0، بیشترین تاثیر را در ایجاد ناپایداری دارند به طوری که سهم اصلی در ناپایداری ناشی از مجموع پره‌ها را دارند.

#### 2-3-6- بررسی پایداری کلی

برای محاسبه‌ی پایداری کلی نرم‌افزار انسیس کمیتی به نام میرایی آیرودینامیک را محاسبه می‌کند [14]. این کمیت در واقع همان مقدار انرژی خالصی است که پره در هر دوره‌ی تناوب از نوسانش به سیال منتقل می‌کند. نحوه‌ی محاسبه‌ی میرایی آیرودینامیک در معادله‌ی (14) آمده است. اگر مقدار میرایی آیرودینامیک مثبت باشد، ارتعاش پره توسط سیال مستهلک می‌شود و در صورتی که منفی باشد ارتعاش پره مستهلک نمی‌شود و پره ناپایدار است. شکل 27 مقدار میرایی آیرودینامیکی را برای سه شکل مود و مقادیر مختلف اختلاف فاز میان‌پره‌ای در بازه‌ی  $[-180^\circ, 180^\circ]$  نشان می‌دهد. نکته قابل توجه این است که در صورت تغییر علامت اختلاف فاز میان‌پره‌ای اثر پایدارکنندگی سیال نیز تغییر می‌کند. برای مثال برای  $\sigma = -90^\circ$  مودهای خمش محوری و پیچش در شرایط پایدار قرار دارند در حالی که برای  $\sigma = 90^\circ$  در شرایط ناپایدار هستند.

شده است که در حالتی که نوسان پره‌ها کوچک باشد معادله‌ی (28) دقت مناسبی دارد [13].

$$C_{p,twm}^{a,\sigma}(x,t) = \sum_{b=-\frac{N}{2}}^{b=+\frac{N}{2}} C_{p,inf}^{b,a}(x,t) e^{-i\sigma b} \quad (28)$$

که  $C_{p,inf}^{b,a}$  ضریب فشار مختلط، ناشی از نوسان پرهی شماره  $b$  روی پرهی شماره  $a$ ،  $C_{p,twm}^{a,\sigma}$  ضریب فشار کل روی پرهی  $a$  ناشی از نوسان همه‌ی پره‌ها،  $\sigma$  اختلاف فاز میان‌پره‌ای و  $N$  تعداد پره است. همان‌طور که در بخش 6-1-3 ذکر شد اثر ناشی از نوسان پره‌های سوم به بعد به دلیل ناچیز بودن آن‌ها صرف نظر می‌شود.

با توجه به شکل 9 تعداد نقاط اندازه‌گیری متناظر روی پره‌ها در آزمون انجام شده در مرجع [1]، 12 عدد است به همین خاطر مقایسه‌ی نتایج دو روش تنها برای این نقاط انجام شد. نتایج این مقایسه برای هر سه مود ارتعاشی و  $\sigma = 90^\circ$  روی پرهی شماره 1- در شکل‌های 21، 22 و 23 آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود نتایج روش مود موج متحرک به

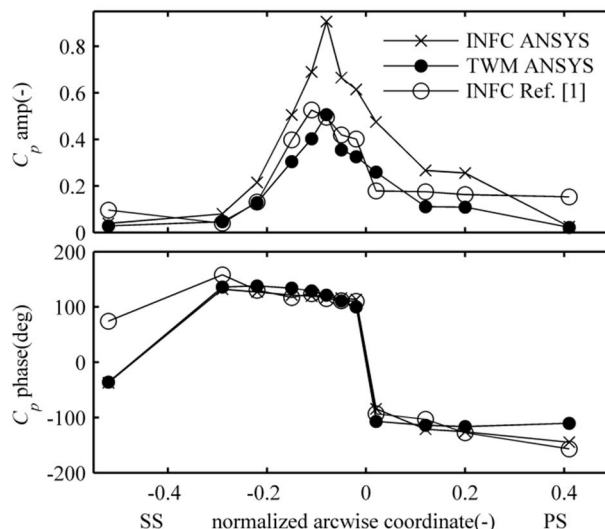


Fig. 21 Pressure coefficient amplitude and phase of total response; blade-1;  $\sigma = 90^\circ$ ; axial bending

شکل 21 دامنه و فاز ضریب فشار پاسخ کل؛  $\sigma = 90^\circ$ ؛ پرهی -1؛ خمش محوری

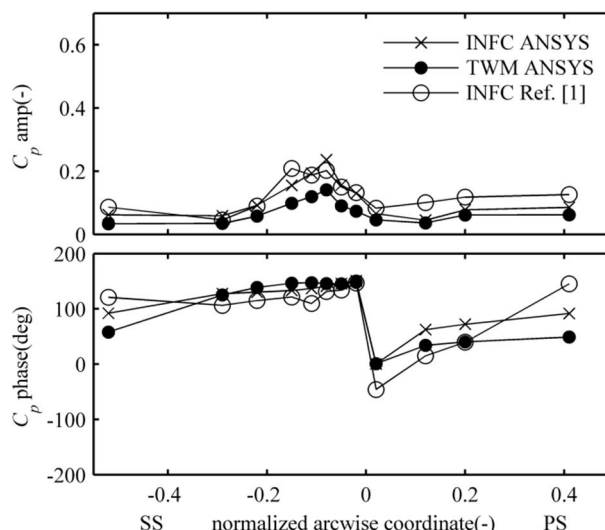


Fig. 22 Pressure coefficient amplitude and phase of total response; blade-1;  $\sigma = 90^\circ$ ; circumferential bending

شکل 22 دامنه و فاز ضریب فشار پاسخ کل؛  $\sigma = 90^\circ$ ؛ پرهی -1؛ خمش محیطی

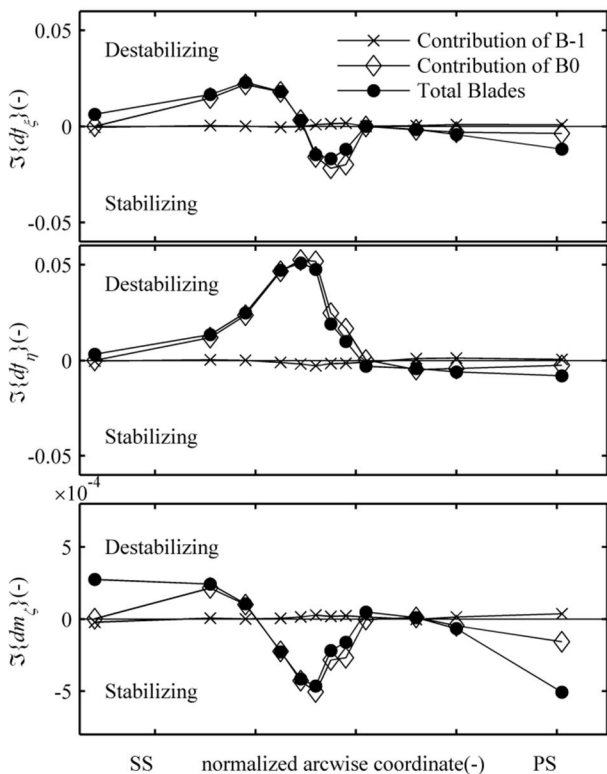


Fig. 26 Contribution of different blades on stability of blade-1;  $\sigma = 90^\circ$ ; torsion

شکل 26 سهم پایداری پره‌های مختلف بر پره 1؛  $\sigma = 90^\circ$ ؛ پیچش

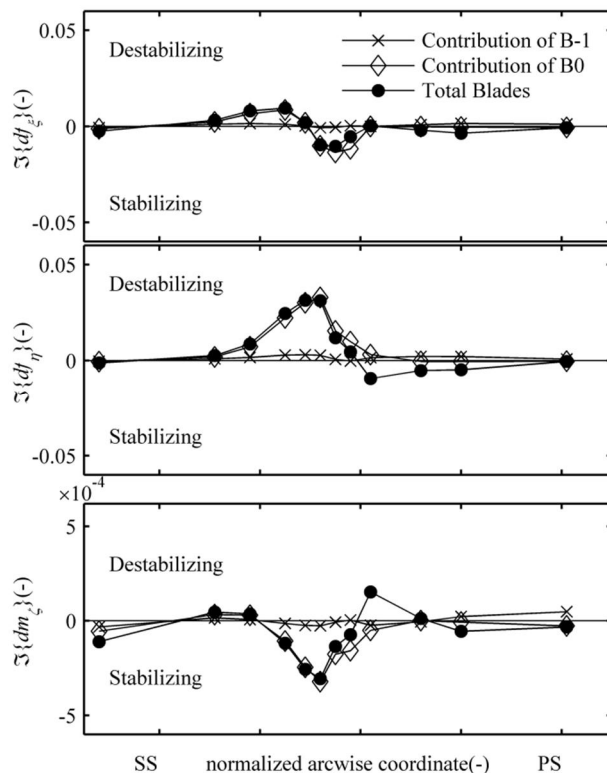


Fig. 24 Contribution of different blades on stability of blade-1;  $\sigma = 90^\circ$ ; axial bending

شکل 24 سهم پایداری پره‌های مختلف بر پره 1؛  $\sigma = 90^\circ$ ؛ خمش محوری

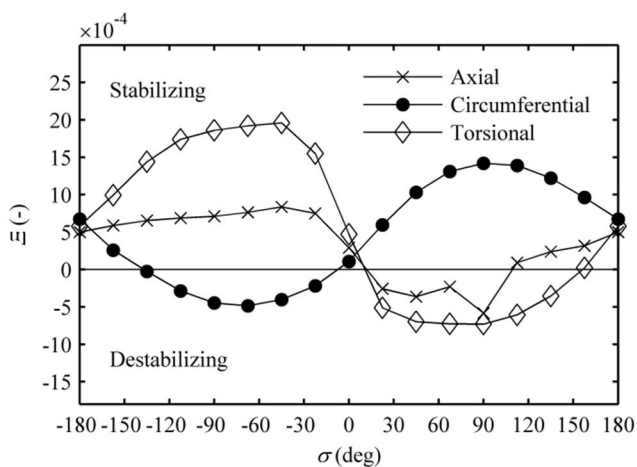


Fig. 27 Aerodynamic damping

شکل 27 میرایی آیرودینامیک

### 7- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش نخست پدیده‌ی فلاتر در توربوماشین معرفی شد و سپس به ویژگی‌ها و عوامل موثر بر آن پرداخته شد. رهیافت‌های مختلف تحلیل فلاتر و روش‌های مختلف آزمون آن توضیح داده شد. رهیافت دوم برای تحلیل فلاتر در این پژوهش انتخاب و سپس منطق ریاضی حاکم بر آن تشریح گشت. مفاهیم پایداری محلی و کلی و نیز روابط مربوط به آن‌ها ارائه گردید. با استفاده از نرم‌افزار انسیس به عنوان ابزار حل عددی، تجهیزات و شرایط آزمون شبیه‌سازی شد. استقلال نتایج از مش‌بندی و تاثیر دو مدل مختلف توربولانسی بر نتایج حل بررسی گردید. نتایج بدست آمده با نتایج آزمون مرجع [1] و حل عددی همان مرجع مقایسه شد. نتایج بررسی پایداری محلی

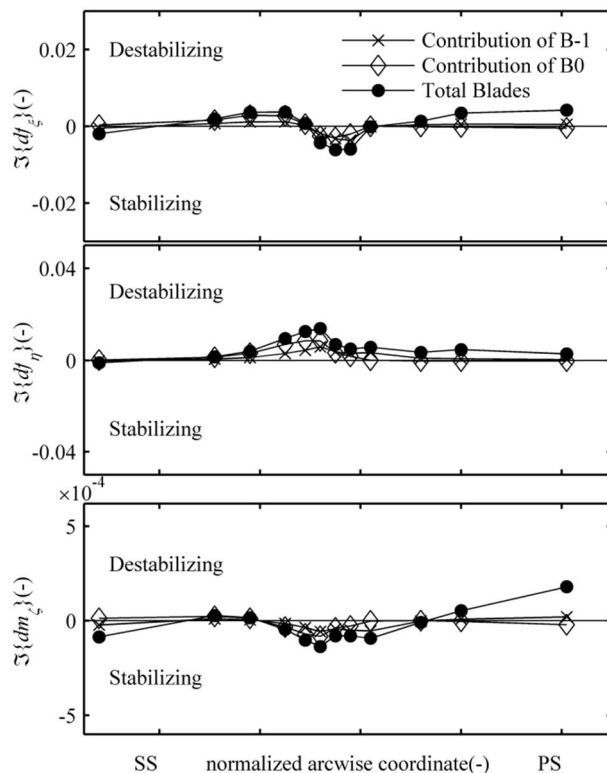


Fig. 25 Contribution of different blades on stability of blade-1;  $\sigma = 90^\circ$ ; circumferential bending

شکل 25 سهم پایداری پره‌های مختلف بر پره 1؛  $\sigma = 90^\circ$ ؛ خمش محیطی

## 8- مراجع

- [1] D. Vogt, *Experimental investigation of three-dimensional mechanisms in low-pressure turbine flutter*, PhD Thesis, KTH Royal Institute of Technology, 2005 .
- [2] E.-A. Yehia, d. Robert, S. Alan, C. Vincent, High cycle fatigue of turbomachinery components - Industry perspective, *Proceeding of Joint Propulsion Conferences and Exhibit*, Seattle, WA, U.S.A, 1997 .
- [3] A. Srinivasan, Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 119, No. 4, pp. 742-775, 1997 .
- [4] B. K. Kestner, J. S. Schutte, J. C. Gladin, D. N. Mavris, Ultra high bypass ratio engine sizing and cycle selection study for a subsonic commercial aircraft in the N+ 2 timeframe, *Proceeding of ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition*, Vancouver, Canada, June 6-10, 2011 .
- [5] Australian Transport Safety Bureau, *Engine failure, VH-SBA Wagga Wagga Aerodrome, New South Wales 4 October 2009*, No. Aviation Occurrence Investigation AO-2009-061, pp. 6, 2010 .
- [6] M. Vahdati, M. Imregun, A non-linear aeroelasticity analysis of a fan blade using unstructured dynamic meshes, *Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 210, pp. 549-564, 1996.
- [7] M. A. Mayorca, *Numerical methods for turbomachinery aeromechanical predictions*, PhD Thesis, KTH Royal Institute of Technology, 2011 .
- [8] H. Ferria, *Contribution to numerical and experimental studies of flutter in space turbines: aerodynamic analysis of subsonic and supersonic flows in response to a prescribed vibratory mode of the structure*, PhD Thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2011 .
- [9] D. H. Hodges, G. A. Pierce, *Introduction to structural dynamics and aeroelasticity*, Second Edition, pp. 189-190, New York: Cambridge University Press, 2011 .
- [10] *PurePower PW1000G ENGINE*, Accessed 20 Jan., 2016; [http://www.pw.utc.com/PurePowerPW1000G\\_Engine](http://www.pw.utc.com/PurePowerPW1000G_Engine) .
- [11] J. M. Verdon, Linearized unsteady aerodynamic theory, *In AGARD aeroelasticity in axial-flow turbomachines.*, Vol. 1, pp. 31, 1987 .
- [12] ANSYS® Academic Research, Release15.0, Help System, *ANSYS CFX-Solver Modeling Guide*, ANSYS, Inc.2013, Accessed on 20 Jan., 2016; <http://148.204.81.206/Ansys/readme.html> .
- [13] A. Böls, T. H. Fransson, *Aeroelasticity in turbomachines: Comparison of theoretical and experimental cascade results*, Communication du Laboratoire de Thermique Appliqué et de Turbomachines, No. 13, Lausanne, EPFL, 1986.
- [14] ANSYS® Academic Research, Release15.0, Help System, *ANSYS CFX-Pre Users Guide*, ANSYS, Inc.2013, Accessed on 20 Jan., 2016; <http://148.204.81.206/Ansys/readme.html> .

در چند نقطه از مقطع میانی یک پره ارائه شد. پایداری کلی نیز برای سه مود ارتعاشی مختلف در فرکانس 49.5(Hz) و برای مقادیر مختلف اختلاف فاز میان‌پره‌ای محاسبه شد. می‌توان دست‌آوردهای این پژوهش را به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

- حل عددی این پژوهش در مقایسه با حل عددی مرجع [1] پاسخ‌های نزدیکتری به نتایج آزمون داشت. زیرا در این پژوهش برخلاف آن مرجع اثرات لزجت سیال در حل عددی لحاظ شد.
- دو مدل توربولانسی k-ε و SST تأثیری بر نتایج حل عددی این پژوهش نداشتند.
- در حل عددی حالت ناپایا به روش ضرایب تأثیر مشاهده شد که مقدار دامنه‌ی ضریب فشار روی پره‌های +2 و -2 بسیار کم و قابل صرف نظر است. بنابراین در شرایط مشابه، به منظور کاهش هزینه‌ی محاسبات، پیشنهاد می‌شود تنها سه گذرگاه مدل‌سازی شود.
- از مقایسه دو روش به کار رفته در تحلیل عددی حالت ناپایا، می‌توان به این نتیجه رسید که با روش مود موج متحرک، نتایج دقیق‌تر و نزدیکتر به نتایج آزمون به‌دست می‌آید. لذا بهتر است از این روش برای محاسبه‌ی پاسخ سیال و پایداری استفاده نمود.
- در بررسی ناپایداری محلی نشان داده شد که سهم تأثیر نوسان خود پره بر ناپایداری‌اش در مقایسه با پره‌های مجاور بسیار کم است. بیشترین سهم را دو پره‌ی مجاور دارند.
- ناپایداری محلی معیار مناسبی است که از آن می‌توان برای اصلاح هندسه‌ی پره به منظور جلوگیری از ناپایداری استفاده کرد.
- در بررسی ناپایداری کلی این نتیجه حاصل شد که با تغییر علامت اختلاف فاز میان‌پره‌ای رفتار سیال نیز تغییر می‌کند.