



بررسی عملکرد چرخ‌دنده ساده در رژیم روان کاری الاستوهیدرودینامیک مخلوط

مرتضی پارسا¹، صالح اکبرزاده^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
* اصفهان، صندوق پستی 84156-83111، s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 05 مرداد 1392
پذیرش: 11 شهریور 1392
ارائه در سایت: 30 تیر 1393
کلید واژگان:

چرخ‌دنده ساده
روش تقسیم بار
پارامتر فیلم روان کار
ضریب اصطکاک

چکیده

تحلیل لایه روان کاری که در بین دندانه‌های چرخ‌دنده‌های درگیر تشکیل می‌شود در پیش‌بینی عملکرد سیستم انتقال قدرت و همچنین افت مجموعه و خرابی سطوح چرخ‌دنده از اهمیت بالایی برخوردار است. سطوح چرخ‌دنده نسبت به سطوح اجزایی مانند یاتاقان‌های غلتشی زبرتر است و این باعث می‌شود که اثرات زبری در تحلیل عملکرد چرخ‌دنده از اهمیت بالایی برخوردار باشد. در این پژوهش، به کمک روش تقسیم بار تحلیل چرخ‌دنده‌های ساده که در رژیم الاستوهیدرودینامیک مخلوط عمل می‌نمایند ارائه شده است. در اثر تماس زبری‌های سطح چرخ‌دنده و پینیون، زبری‌ها دچار تغییر شکل‌های الاستیک، الاستوپلاستیک و پلاستیک کامل می‌شوند. درگیری پینیون و چرخ‌دنده برای هر نقطه در امتداد خط عمل با دو استوانه جایگزین شده است. خروجی‌های این مدل، ضخامت لایه روان کار، ضریب اصطکاک و میزان بار تحمل شده توسط لایه روان کار و میزان بار تحمل شده توسط تماس زبری‌ها است که به کمک روش تقسیم بار تعیین می‌گردد. صحت‌سنجی مدل پیشنهادی با مقایسه نتایج پیش‌بینی‌شده در این مدل با نتایج مدل‌های موجود در زمینه تحلیل چرخ‌دنده‌های ساده انجام شده است. مدل ارائه شده در این مقاله با لحاظ کردن اثر زبری سطح، زمان بسیار کوتاهی برای پیش‌بینی عملکرد سیستم چرخ‌دنده-پینیون دارد و در عین حال از دقت قابل قبولی برخوردار است.

Study on the performance of spur gears in mixed- elasto-hydrodynamic lubrication

Morteza Parsa, Saleh Akbarzadeh*

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran
* P.O.B. 8415683111 Isfahan, Iran, s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 July 2013
Accepted 02 September 2013
Available Online 21 July 2014

Keywords:
Spur gear
Load-sharing concept
Film parameter
Friction coefficient

ABSTRACT

Study on the lubricant film which is formed between the engaged teeth of pinion and gear is of high importance in predicting the performance of the power transmission system as well as surface failure and wear. Gear surfaces in comparison to rolling element bearings have a higher surface roughness and thus considering the surface roughness is important in gear analysis. In this research, the performance of a pinion-gear system operating under mixed-elasto-hydrodynamic lubrication is being investigated using load-sharing concept. The contacting asperities might experience elastic, elasto-plastic or fully plastic contact. The radii of these cylinders as well as the exerted load vary along the line of action. Using load-sharing concept, the proposed model can predict the lubricant film thickness, friction coefficient, and portion of the total load that is carried by asperities as well as lubricant film. The predicted results are verified by comparison to other available methods which are published in the literature. The main advantages of the model are that the model does not require solving the full EHL equations. Also, it generates reasonable results for rough surfaces. This model can be used as a rapid prediction for the gear performance.

1- مقدمه

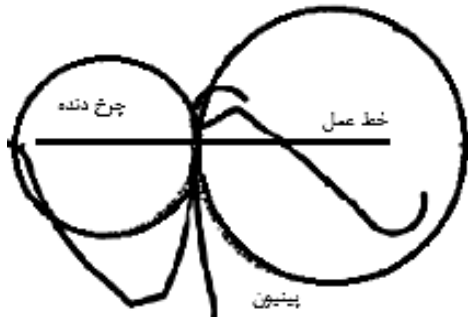
مخلوط یا جزئی است؛ بنابراین بخشی از بار اعمال‌شده توسط لایه روان کار و بخشی توسط تماس زبری‌ها تحمل می‌گردد. با پیش‌بینی عملکرد در چرخ‌دنده می‌توان موضوعاتی همچون سایش و یا انواع خرابی سطح چرخ‌دنده را مورد بررسی قرار داد. برای به‌دست آوردن پارامترهای عملکردی مانند ضریب اصطکاک، ضخامت لایه روغن و بار تحمل شده توسط لایه روغن و بار تحمل شده توسط زبری‌ها در چرخ‌دنده می‌توان از روش‌های مختلفی مانند روش‌های آزمایشگاهی یا تئوری

چرخ‌دنده‌ها برای انتقال توان بین محورهای موازی به کار می‌روند. به علت بازده نسبتاً بالای چرخ‌دنده‌ها، انواع این چرخ‌دنده در سیستم‌های انتقال قدرت مورد استفاده قرار می‌گیرند. به همین علت قابلیت پیش‌بینی عملکرد چرخ‌دنده‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. با روان کاری چرخ‌دنده‌ها، لایه‌ای از روان کار در بین دندانه‌های چرخ‌دنده تشکیل می‌شود که نقش مهمی در عملکرد چرخ‌دنده دارد. معمولاً رژیم روان کاری چرخ‌دنده‌ها، رژیم روان کاری

Please cite this article using:

M. Parsa, S. Akbarzadeh, Study on the performance of spur gears in mixed- elasto-hydrodynamic lubrication, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 10-16, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 1 نحوه جایگزین نمودن تماس یک جفت دندانه با دو استوانه

براساس این روش، کل بار اعمال شده به سطح توسط فیلم روان کار بین سطوح تماس و زبری های سطوح تماس تحمل می شود. برای به دست آوردن نیروی زبری ها از مدل تماس جامع ارائه شده توسط ژائو و همکاران [14] استفاده می شود که علاوه بر در نظر گرفتن تغییر شکل الاستیک برای زبری های در تماس، تغییر شکل الاستوپلاستیک و پلاستیک کامل نیز در نظر گرفته می شود. نیروی تحمل شده توسط فیلم روان کار با استفاده از مدل گرین وود و تریپ و معادله ضخامت فیلم روان کار توسط رابطه موز [15] به دست می آید.

همانند نیروی اعمالی F_T که بین فیلم روان کار F_H و زبری ها F_C تقسیم می شود، نیروی اصطکاک کل F_f به دو جزء تقسیم می شود. جزء اول، اصطکاک ایجاد شده به دلیل تماس زبری ها است که با $F_{f,C}$ نشان داده می شود، جزء دوم که مربوط به فیلم روان کار است ناشی از خاصیت برشی فیلم روان کار است که با $F_{f,H}$ نشان داده می شود. مجموعه روابط مورد نیاز برای به دست آوردن ضریب اصطکاک در روابط (1) تا (4) آورده شده است.

$$f = \frac{F_f}{F_T} = f_c + f_H \quad (1)$$

$$F_f = F_{f,C} + F_{f,H} \quad (2)$$

$$F_{f,C} = \sum_{i=1}^N \iint A_{ci} \tau_{ci} dA_{ci} = f_c F_C \quad (3)$$

$$F_{f,H} = \frac{U_{diff} \eta}{S} \times A_H = \tau_H A_H = f_H F_H \quad (4)$$

که در آن f ضریب اصطکاک، f_c ضریب اصطکاک زبری ها، f_H ضریب اصطکاک فیلم روان کار، η لزجت دینامیکی برحسب (Pa.s)، U_{diff} تفاضل سرعت های موثر دو سطح در تماس برحسب (m/s) و S جدایش محلی بین سطوح برحسب (m) است. با توجه به این مطلب که سطح تماس اسمی A_{nom} ، ترکیبی از سطح تماس زبری ها A_C و سطح تماس فیلم روان کار A_H است، رابطه (5) برقرار است.

$$A_{nom} = A_C + A_H \quad (5)$$

گرین وود و تریپ [10] نشان دادند که تماس دو سطح زبر را می توان با تماس یک سطح زبر و یک سطح صاف و تخت جایگزین کرد به طوری که زبری سطح جایگزین شده ترکیبی از زبری دو سطح در تماس است. در این تحقیق با استفاده از مدل جانسون و همکاران [13]، جدایش بین دو سطح زبر یا به عبارت دیگر فاصله بین صفحه متوسط ارتفاع سطح زبر و صفحه صاف برابر ضخامت مرکزی فیلم روان کار است. برای ضخامت لایه روان کار روابط مختلفی تاکنون ارائه شده است [15 و 16] که در این مقاله از رابطه پیشنهاد شده توسط موز استفاده شده است [15]. در شکل 2 پروفیل زبری سطح به کاررفته و نحوه تماس سطح زبر معادل با سطح صاف و تخت نمایش داده شده است.

استفاده کرد. در مورد ضریب اصطکاک که یکی از مهم ترین پارامترهای کلیدی در تحلیل چرخ دنده است تحقیقات زیادی انجام شده که در بیشتر این تحقیقات فرمول های تجربی برای پیش بینی ضریب اصطکاک برحسب سرعت، بار و جنس روغن و چرخ دنده ارائه شده است. تعدادی از مدل های کارایی چرخ دنده از مدل های مختلف روان کاری الاستوهیدرودینامیک (EHL) برای پیش بینی ضریب اصطکاک استفاده می کنند. در میان آن ها داوسون و هیگینسون [1] و مارتین [2] با فرض صیقلی بودن سطوح تماس، ضریب اصطکاک را با استفاده از مدل EHL سطوح صاف به دست آورده اند. ادکینز و رادزیموفسکی [3] مدلی را برای چرخ دنده های ساده که تحت بار سبک بارگذاری شده و رژیم روان کاری در آن ها الاستوهیدرودینامیک است توسعه داده اند. سایمون [4] از مدل تماسی EHL نقطه ای برای چرخ دنده های ساده تاج گذاری شده تحت بارگذاری شدید با فرض سطوح صیقلی استفاده کرد. او تغییر شکل های الاستیک سطوح را به علت اثری که بر توزیع فشار روان کار دارند در نظر گرفت. لارسون [5] از تحلیل EHL گذرا برای اینولوت چرخ دنده ساده همراه با سطوح صیقلی استفاده کرده است. در این تحلیل از ضخامت فیلم هم دما و فرض روان کار غیر نیوتنی استفاده شده است. در این تحلیل فرض شده که دندانه های چرخ دنده صلب است. ونگ [6] روان کاری چرخ دنده ساده را با استفاده از مدل تماسی EHL گذرا همراه با اثر دمایی برای روان کار نیوتنی تحلیل کرد. در این مدل فرض شده است که دندانه های چرخ دنده صلب و دارای سطحی صیقلی هستند. وو [7] مدل اصطکاک را برای چرخ دنده ساده براساس تحلیل تماس EHL مخلوط سطوح زبر توسعه داده است. زبری ها دارای شعاع انحنا مشابه در نظر گرفته شده است و ارتفاع زبری ها دارای توزیعی گاوسی هستند. میهای لیدس [8] تأثیر زبری سطوح در تماس را در محاسبه ضریب اصطکاک در نظر گرفته است. اکبرزاده و خوانساری [9] با استفاده از مدل های گرین وود و تریپ [10] و گلینک و شیپر [11] به بررسی پارامترهای عملکرد چرخ دنده پرداخته اند. در مدل ارائه شده توسط ایشان هر دو نوع روان کار نیوتنی و غیر نیوتنی برای سطوح زبر مورد استفاده قرار گرفته است. مسجدی و خوانساری [12] با حل معادله رینولدز و با در نظر گرفتن زبری سطوح تماس، روابطی برای ضخامت فیلم روان کار و همچنین بار حمل شده توسط زبری ها ارائه کرده اند.

در این تحقیق، رژیم روان کاری الاستوهیدرودینامیکی مخلوط که در چرخ دنده ها رخ می دهد، مدل سازی شده است. برای این کار، علاوه بر تغییر شکل های الاستیک زبری های در حال تماس، تغییر شکل الاستوپلاستیک و تغییر شکل پلاستیک زبری ها نیز در نظر گرفته شده است. پارامترهای عملکردی چرخ دنده مانند ضخامت لایه روان کار و همچنین میزان بار تحمل شده توسط تماس زبری ها پیش بینی شده است.

2- مدل سازی

هنگام تماس دندانه های چرخ دنده ساده، نقاط تماس در امتداد خط عمل است و طول خط تماس ثابت است. در این تحقیق تماس پروفیل اینولوت چرخ دنده و پینون در امتداد خط عمل با تماس دو استوانه جایگزین می شود که شعاع استوانه های جایگزین شده برابر شعاع انحنا چرخ دنده و پینون است. شعاع انحنا استوانه ها در هر نقطه از خط عمل دارای مقادیر مختلفی می باشند. شکل 1 جایگزین کردن تماس در یک نقطه از پروفیل چرخ دنده با تماس دو استوانه را نشان می دهد.

همچنین بار اعمال شده به دو استوانه در حال تماس، برابر نیروی اعمال شده به آن نقطه تماس چرخ دنده و پینون است. در این تحقیق از روش تقسیم بار ارائه شده توسط جانسون و همکاران [13] استفاده می شود.

که در آن H سختی ماده مورد استفاده و β شعاع متوسط زبری ها است. هنگامی که مقدار تورفتگی یک زبری از مقدار تورفتگی بحرانی بیشتر باشد، تغییر شکل الاستوپلاستیک و یا پلاستیک اتفاق می افتد. در سال 1985 جانسون [18] بیان کرد که رژیم پلاستیک کامل وقتی برای ماده اتفاق می افتد که مقدار تورفتگی یک زبری حدوداً 54 برابر مقدار تورفتگی بحرانی باشد. طبق رابطه (16) داریم:

$$W_p \cong 54W_e \quad (16)$$

بنابراین بین ناحیه تغییر شکل الاستیک و ناحیه تغییر شکل پلاستیک کامل، ناحیه وسیعی از ناحیه تغییر شکل الاستوپلاستیک است. براساس کار انجام شده توسط جانسون [18] و همچنین آبات و فایرستون [19] مساحت تماس کاملاً پلاستیک به صورت رابطه (17) بیان می شود.

$$A_p = 2\pi\beta\omega \quad (17)$$

ژائو [14] در سال 2000 رابطه (18) را برای سطح تماس زبری در ناحیه تغییر شکل الاستوپلاستیک به شکل زیر ارائه نمود:

$$A_{ieP} = \pi\beta W_i \left(1 - 2 \left(\frac{W_i - W_e}{W_p - W_e} \right)^3 + \left(\frac{W_i - W_e}{W_p - W_e} \right)^2 \right) \quad (18)$$

که در آن W_i عمق تورفتگی زبری i ام، W_e عمق تورفتگی الاستیک و W_p عمق تورفتگی پلاستیک است.

برای محاسبه سطح تماس زبری ها و نیروی حمل شده توسط زبری ها برای سه ناحیه تغییر شکل الاستیک، الاستوپلاستیک و پلاستیک کامل می توان به ترتیب از روابط (19) که توسط ژائو [14] ارائه شده استفاده کرد.

$$\begin{aligned} A_{ie} &= \pi\beta W_i \\ A_{ieP} &= \pi\beta W_i \left(1 - 2 \left(\frac{W_i - W_e}{W_p - W_e} \right)^3 + \left(\frac{W_i - W_e}{W_p - W_e} \right)^2 \right) \\ A_p &= 2\pi\omega\beta \\ F_{ie}(W_i) &= \frac{4}{3} E' \beta^{0.5} W_i^{1.5} \\ F_{ieP}(W_i) &= \left(H - 0.6H \frac{\ln W_p - \ln W_i}{\ln W_p - \ln W_e} \right) \times A_{ieP} \\ F_{ip}(W_i) &= H A_{ip} \end{aligned} \quad (19)$$

که در آن A_{ie} مساحت الاستیک، A_{ieP} مساحت الاستوپلاستیک، A_{ip} مساحت پلاستیک، F_{ie} نیروی الاستیک، F_{ieP} نیروی الاستوپلاستیک و F_{ip} نیروی پلاستیک است. A_c سطح تماس کل زبری ها و F_c بار کلی حمل شده توسط آن ها از جمع تمام مؤلفه های جزئی به صورت رابطه (20) به دست می آیند:

$$\begin{aligned} A_c &= \sum A_i(W_i) \\ F_c &= \sum F_i(W_i) \end{aligned} \quad (20)$$

3- روش حل

برای حل این مسئله نیاز است پارامترهایی مانند مشخصات هندسی، شرایط کاری چرخ دنده و مشخصات روان کار مشخص شده باشد که در جدول 1 آورده شده است، همچنین اطلاعات مربوط به زبری سطح چرخ دنده در جدول 2 آورده شده است. ترتیب حل معادلات برای به دست آوردن ضریب اصطکاک به صورت شماتیک در شکل 3 آورده شده است.

ابتدا تحلیل هندسی و نیرویی چرخ دنده انجام می شود. به عبارت دیگر، طول خط عمل به تعداد زیادی قسمت (مثلاً صد قسمت) تقسیم می گردد و برای هر نقطه بر روی خط عمل شعاع استوانه های جایگزین شده و همچنین نیروی اعمال شده تعیین می شوند.



شکل 2 تماس سطح زبر معادل با یک سطح صاف و تخت

معادله ضخامت فیلم روان کار ارائه شده توسط موز که برای سطوح صاف کاربرد دارد به صورت زیر است. طبق روابط (6) و (7) داریم:

$$H_C = \left[(H_{RI}^{7/3} + H_{EI}^{7/3})^{3s/7} + (H_{RP}^{-7/2} + H_{EP}^{-7/2})^{-2s/7} \right]^{1/5} \quad (6)$$

$$s = \frac{1}{5} \left[7 + 8 \exp \left(\frac{-2H_{EI}}{H_{RI}} \right) \right] \quad (7)$$

که در آن H_{RI} و H_{EP} ، H_{RP} ، H_{EI} اعداد بدون بعدی هستند که به صورت رابطه (8) تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} H_{EI} &= 2.621M^{-1/5} & H_{RP} &= 1.285L^{-2/3} \\ H_{EP} &= 1.311L^{3/4}M^{-1/8} & H_{RI} &= 3M^{-1} \\ L &= GU_{\Sigma}^{-0.5} & M &= WU_{\Sigma}^{-0.5} \\ H_C &= h_c' U_{\Sigma}^{-0.5} & G &= \alpha E' \\ h_c' &= \frac{h_c}{R} & W &= \frac{F_T}{ERB} \\ U_{\Sigma} &= \frac{\eta_0 U_s}{E'R} \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن H_C عدد بی بعد ضخامت لایه روان کار، G و L اعداد بی بعد روان کار و M عدد بی بعد بار، U_s عدد بی بعد سرعت، و W عدد بی بعد بار است. به منظور استفاده از معادله مذکور برای سطوح زبر در تماس، از ضرایب نسبت ارائه شده توسط جانسون و همکاران [13] که به صورت زیر تعریف می شوند، استفاده می شود. طبق روابط (9) و (10) داریم:

$$\begin{aligned} F_T &= F_H + F_C \\ \frac{F_H}{F_T} + \frac{F_C}{F_T} &= \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن γ_1 ضریب نسبت فیلم روان کار و γ_2 ضریب نسبت زبری ها است. ضخامت مرکزی فیلم روان کار بین سطح زبر معادل و سطح صاف و تخت در حضور روان کار به صورت روابط (11) و (12) نوشته می شود:

$$H_C = \left[\gamma_1^s (H_{RI}^{7/3} + H_{EI}^{7/3})^{3s/7} + (H_{RP}^{-7/2} + H_{EP}^{-7/2})^{-2s/7} \right]^{1/5} \quad (11)$$

$$s = \frac{1}{5} \left[7 + 8 \exp \left(\frac{-2H_{EI}\gamma_1^{-2/5}}{H_{RI}} \right) \right] \quad (12)$$

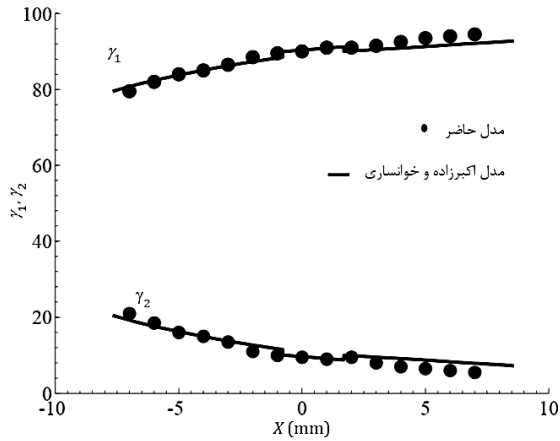
برای به دست آوردن نیروی تحمل شده توسط تماس زبری ها از تئوری واقعی تماس استفاده می شود. در این تحقیق فرض می شود که شکل تمام زبری ها به صورت کروی است و دارای شعاع مساوی β (شعاع متوسط تمام زبری ها) می باشند. برای فاصله معین d_e عمق تورفتگی که میزان تخت شدگی قله یک زبری توسط صفحه صاف و تخت است برای هر زبری برحسب ارتفاع زبری و d_e به صورت روابط (13) و (14) است:

$$d_e = 0.7h_c \quad (13)$$

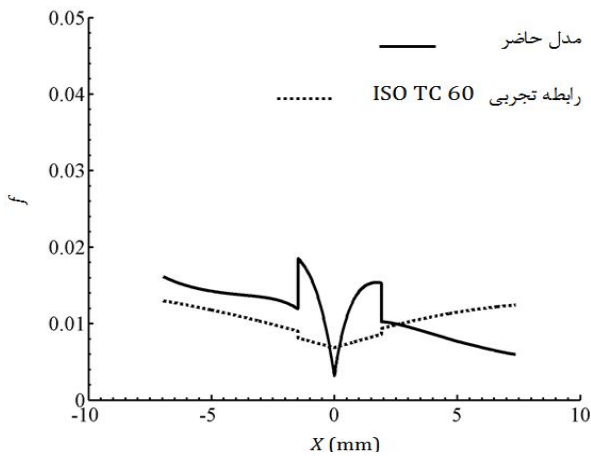
$$W_i = Z_i - d_e \quad (14)$$

گرینوود و ویلیامسون [17] تورفتگی الاستیک برای یک زبری تغییر شکل داده را به صورت رابطه (15) پیشنهاد دادند:

$$W_e = 0.94 \left(\frac{H}{E'} \right)^2 \beta \quad (15)$$



شکل 4 مقایسه ضرایب نسبت با نتایج مرجع [9]



شکل 5 مقایسه ضریب اصطکاک بین مدل حاضر و رابطه تجربی مرجع [20]

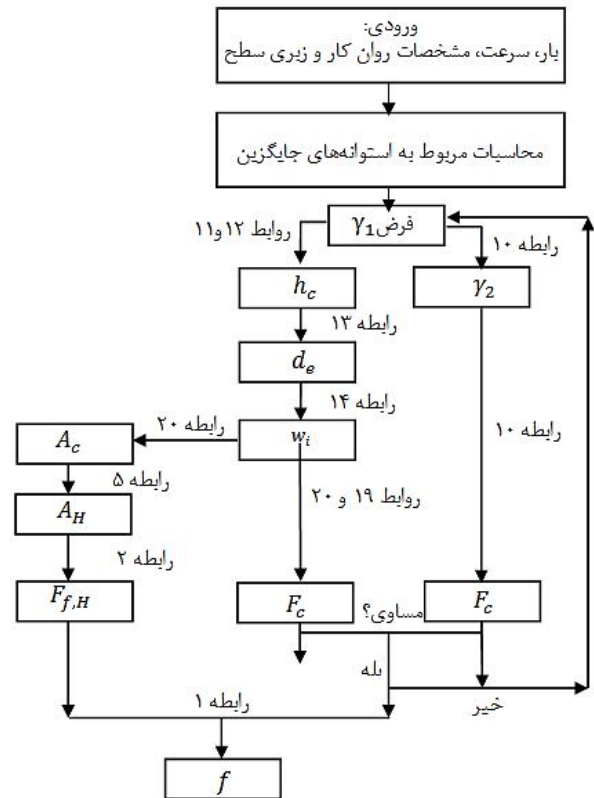
سپس با محاسبه مقدار تغییر شکل برای هر زبری مقدار نیروی تحمل شده توسط هر زبری و سپس مقدار کل نیروی تحمل شده توسط زبری‌ها از روابط (19) و (20) محاسبه می‌گردد. دو مقدار محاسبه شده برای نیروی زبری‌ها با هم مقایسه می‌شوند و در صورتی که اختلاف آن‌ها از مقدار تolerانس خطا کمتر باشد، همین مقادیر به‌عنوان ضرایب نسبت تعیین می‌گردند. با مشخص شدن ضرایب نسبت، ضریب اصطکاک و ضخامت لایه روان کار نیز بدست می‌آیند.

4- اعتبارسنجی

به منظور اعتبارسنجی مدل ارائه شده، مقایسه‌ای بین کارهای انجام شده توسط اکبرزاده و خوانساری [9] و مسجدی و خوانساری [12] و این مدل انجام شده است تا میزان صحت و قابل اطمینان بودن مدل ارائه شده مشخص گردد. همان‌گونه که در شکل 4 نشان داده شده است، درصد باری که فیلم روان کار و زبری تحمل می‌کنند در مدل حاضر و مدل اکبرزاده و خوانساری [9] با هم مقایسه شده است که نشان‌دهنده توافق قابل قبولی بین این دو مدل است. اختلاف موجود به دلیل این است که در مدل حاضر از مدل واقعی تماس استفاده شده ولی در مدل اکبرزاده و خوانساری [9] از مدل آماری تماس استفاده شده و فقط از پارامترهای زبری استفاده شده است.

مقایسه دیگر انجام شده بین ضریب اصطکاک بدست آمده از همین مدل، رابطه (1) و ضریب اصطکاک بدست آمده از فرمول ارائه شده در مرجع [20]، رابطه (15)، است. طبق رابطه (21) داریم:

$$f_{iso} = 0.12 \left(\frac{FR_q}{R\eta_0 \mu_s} \right) \quad (21)$$



شکل 3 روندنمای محاسبه ضریب اصطکاک

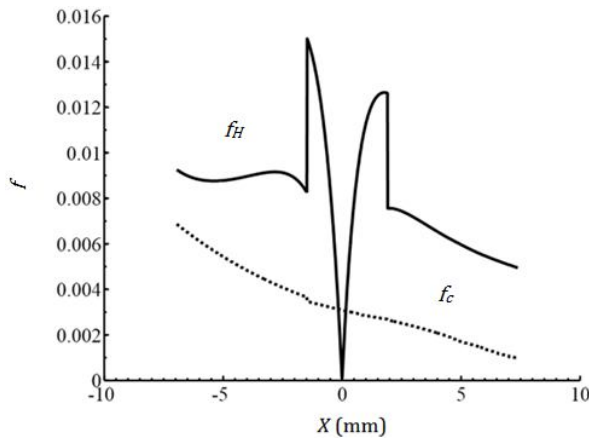
جدول 1 مشخصات چرخ دنده و روان کار

مشخصه	مقدار	واحد	تعریف
Z_p	21	-	تعداد دندانه‌های پینیون
Z_g	32	-	تعداد دندانه‌های چرخ دنده
m	0/003	m	مدول
d_{wp}	0/0630	m	قطر گام پینیون
ω	1989/4	rpm	سرعت زاویه‌ای پینیون
B	0/16	m	عرض چرخ دنده
F	31250	N/m	بار بر واحد عرض
α	20	deg	زاویه فشار
η_0	0/065	Pa. s	لزجت روان کار در فشار محیط
z	0/65	-	اندیس لزجت-فشار
E	219/78	GPa	مدول الاستیک معادل
H	1	GPa	سختی
T	333/15	K	دمای اولیه روان کار

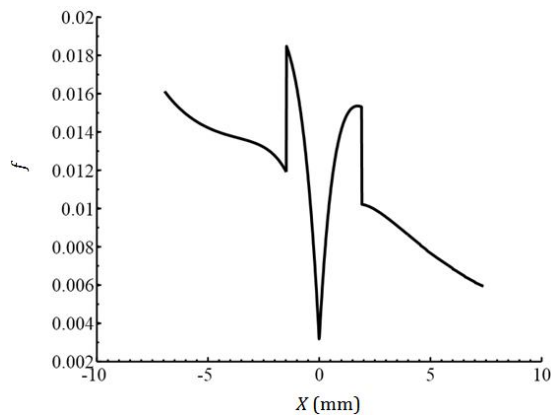
جدول 2 مشخصات زبری سطح

مشخصه	مقدار	واحد	تعریف
R_a	0/7534	μm	زبری میانگین
R_q	0/9317	μm	زبری موثر
β	10/932	μm	متوسط شعاع زبری‌ها
n	$10^9 \times 4/0173$	m^{-2}	چگالی زبری‌ها
f_c	0/1	-	ضریب اصطکاک بین زبری‌ها

سپس برای ضریب نسبت لایه روان کار γ_1 مقداری فرض می‌شود و به کمک رابطه (10) مقدار γ_2 و در نتیجه نیروی تحمل شده توسط زبری‌ها از رابطه (10) بدست می‌آید. از سوی دیگر با دانستن مقدار ضرایب نسبت ضخامت لایه روان کار با لحاظ کردن اثر زبری‌ها از روابط (11) و (12) محاسبه می‌گردد.



شکل 9 تغییرات ضریب اصطکاک زبری‌ها و فیلم روان‌کار در امتداد خط عمل



شکل 10 تغییرات ضریب اصطکاک در امتداد خط عمل

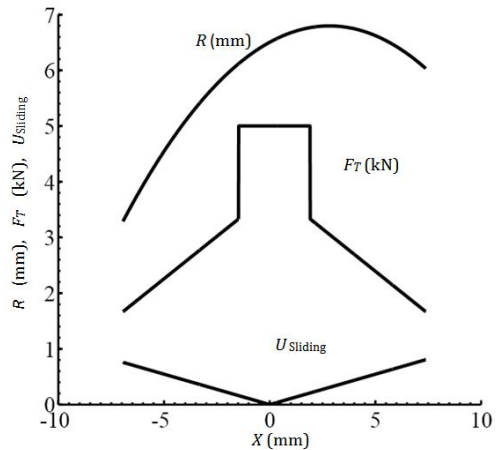
پارامتر بدون بعد فیلم روان‌کار که نسبت ضخامت فیلم روان‌کار به زبری ترکیب شده دو سطح در تماس است پارامتری کلیدی در سیستم چرخ‌دنده و پینیون است. طبق رابطه (22) داریم:

$$\Lambda = \frac{h_c}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \quad (22)$$

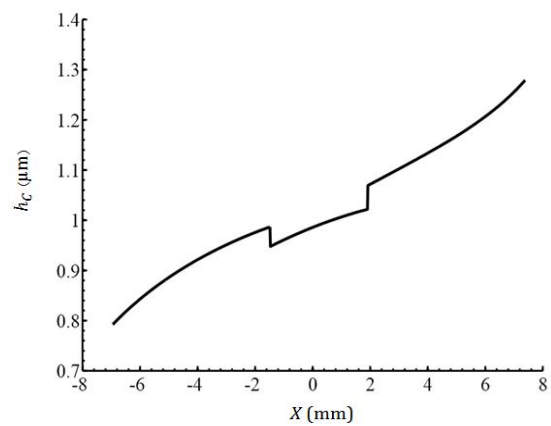
تغییرات این پارامتر بدون بعد در امتداد خط عمل در شکل 8 نشان داده شده است. پارامتر فیلم روان‌کار برای تعیین رژیم روان کاری مفید است. در صورتی که مقدار پارامتر فیلم روان‌کار کوچک‌تر از یک باشد $\Lambda < 1$ رژیم روان کاری مرزی است، این در حالی است که برای رژیم روان کاری مخلوط مقدار این پارامتر بین یک و سه است و $1 < \Lambda < 3$ هنگامی که این پارامتر بزرگ‌تر از سه باشد $\Lambda > 3$ رژیم هیدرودینامیک و یا الاستوهیدرودینامیک اشاره دارد [20].

همان‌طور که در شکل 8 مشخص است تغییرات این پارامتر برای تحقیق حاضر بجز ابتدای خط عمل بین یک و سه است که نشان دهنده این است که در رژیم روان کاری مخلوط قرار داریم. شکل 9 تغییرات ضریب اصطکاک زبری‌ها و فیلم روان‌کار در امتداد خط عمل را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار سهم غالب را از ضریب اصطکاک کلی دارد.

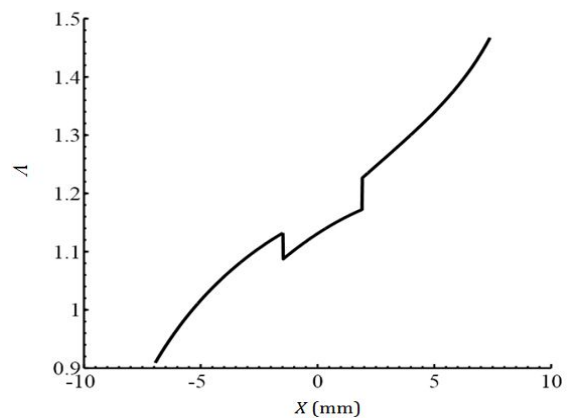
با توجه به شکل 10 با حرکت در امتداد خط عمل، ضخامت فیلم روان‌کار افزایش یافته و باعث کاهش ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار می‌شود. در نقطه تغییر اول، تعداد دندانه‌های در تماس از دو جفت به یک جفت تغییر می‌کند. در نتیجه بار اعمال شده به‌صورت ناگهانی تغییر می‌کند و ضخامت فیلم روان‌کار کاهش می‌یابد که باعث افزایش ناگهانی در ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار می‌شود.



شکل 6 تغییرات بار اعمالی، شعاع انحنا معادل و سرعت لغزشی در امتداد خط عمل



شکل 7 تغییرات ضخامت فیلم روان‌کار در امتداد خط عمل

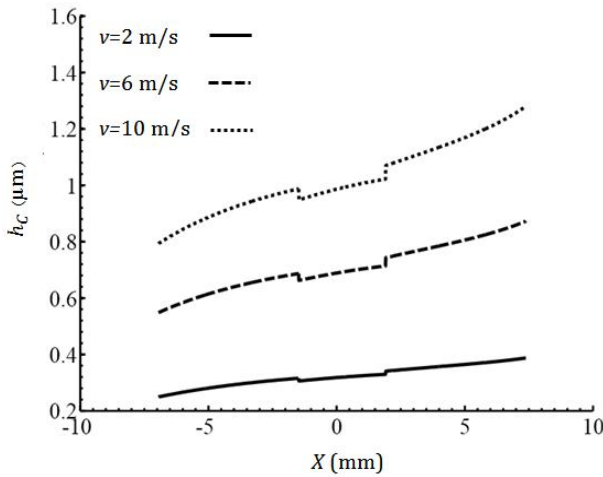


شکل 8 تغییرات پارامتر فیلم روان‌کار در امتداد خط عمل

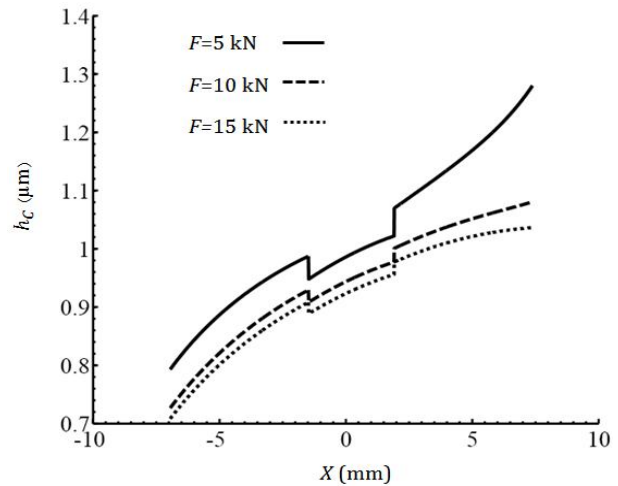
که در آن F بار بر واحد طول R_q (N/mm) زبری سطح R (μm) شعاع انحنا معادل η_0 (mm)، لزجت روان‌کار $(\text{Pa} \cdot \text{s})$ و U_s سرعت غلتشی (m/s) است. شکل 5 مقایسه‌ای بین ضریب اصطکاک به‌دست آمده توسط این مدل و فرمول تجربی ارائه شده توسط مرجع [20] را نشان می‌دهد.

شکل 6 تغییرات بار اعمالی FT ، شعاع انحنا معادل R و سرعت لغزشی U_{slid} را نشان می‌دهد.

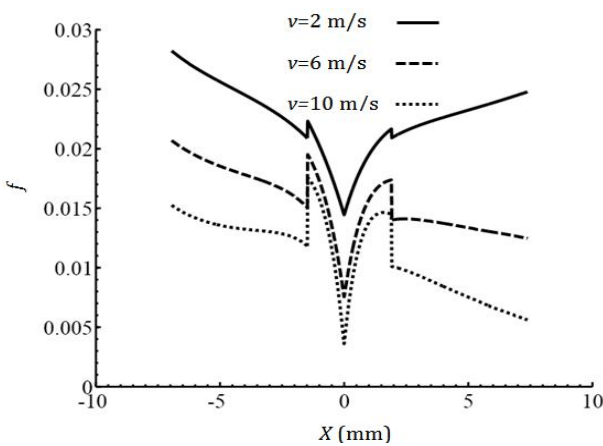
شکل 7 تغییرات ضخامت فیلم روان‌کار در امتداد خط عمل را نشان می‌دهد. همان‌طور که در روابط بالا مشاهده شد، ضخامت فیلم روان‌کار تابعی از هندسه چرخ‌دنده‌ها، مشخصات روان‌کار، جنس چرخ‌دنده‌ها، بار اعمالی و سرعت غلتشی است.



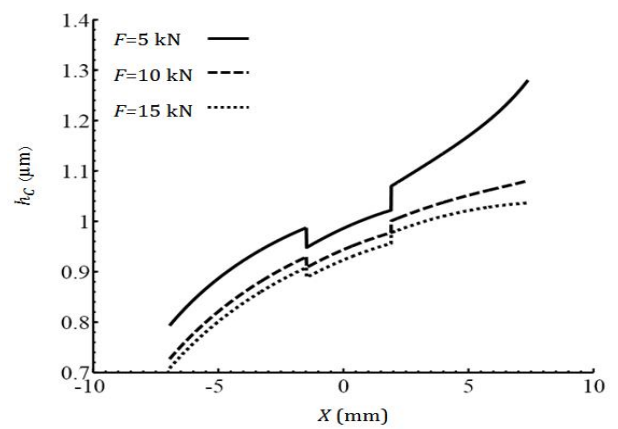
شکل 14 تأثیر سرعت بر ضخامت فیلم روان کار در امتداد خط عمل



شکل 11 تأثیر بار اعمالی بر ضخامت فیلم روان کار در امتداد خط عمل



شکل 15 تأثیر سرعت بر ضریب اصطکاک در امتداد خط عمل



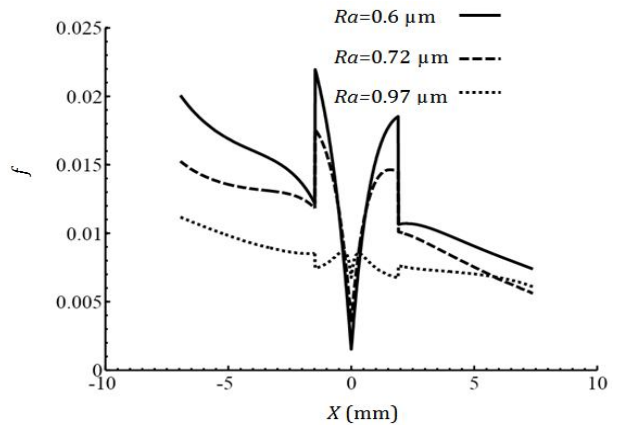
شکل 12 تأثیر بار اعمالی بر ضریب اصطکاک در امتداد خط عمل

بعد از این ناحیه و وارد شدن به ناحیه سوم که مربوط به انتهای خط عمل است با توجه به این که ضخامت فیلم روان کار دارای سیری صعودی است، ضریب اصطکاک فیلم روان کار کاهش می‌یابد. شکل 10 تغییرات ضریب اصطکاک را در طول خط عمل چرخ‌دنده نشان می‌دهد.

یکی از پارامترهای عملکردی در چرخ‌دنده گشتاور منتقل‌شده توسط چرخ‌دنده‌ها است که در روابط این مقاله به صورت نیروی منتقل‌شده نشان داده شده است. افزایش نیروی کل اعمال شده باعث کاهش ضخامت فیلم روان کار می‌شود که در شکل 11 نشان داده شده است.

شرایط عملکردی چرخ‌دنده‌های این مقاله به گونه‌ای است که فیلم روان کار دارای سهم غالب در ضریب اصطکاک کل است. بنابراین، کاهش ضخامت فیلم روان کار در اثر افزایش بار اعمال شده باعث افزایش در ضریب اصطکاک فیلم روان کار و در نتیجه کاهش ضریب اصطکاک کل می‌شود که در شکل 12 نشان داده شده است.

یکی دیگر از پارامترهای عملکردی مهم، زبری سطح چرخ‌دنده‌ها است. در این بخش اثر زبری سطح بر ضریب اصطکاک بررسی می‌شود. با افزایش زبری سطوح تماس، زبری‌های بیشتری با هم تماس پیدا می‌کنند، بنابراین بار بیشتری توسط زبری‌ها تحمل می‌شود. این در حالی است که سهم فیلم روان کار با افزایش سهم زبری‌ها کاهش پیدا می‌کند. با افزایش زبری سطوح تماس، ضریب اصطکاک زبری‌ها افزایش می‌یابد اما ضریب اصطکاک فیلم روان کار کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، از آنجا که بار حمل شده توسط فیلم روان کار با ضخامت فیلم روان کار رابطه عکس دارد با کاهش بار حمل شده



شکل 13 تأثیر زبری سطح بر ضریب اصطکاک در امتداد خط عمل

در ناحیه میانی، جایی که فقط یک جفت دندانه در تماس است، ضخامت فیلم روان کار افزایش می‌یابد که باعث کاهش ضریب اصطکاک فیلم روان کار می‌شود. این کاهش تا مقدار صفر در نقطه گام جایی که سرعت لغزشی به صفر می‌رسد ادامه می‌یابد. در واقع در نقطه گام ضریب اصطکاک فقط ناشی از تماس زبری‌ها است. در نقطه تغییر دوم تعداد دندانه‌های در تماس از یک جفت دندانه به دو جفت دندانه تغییر می‌کند. در نتیجه بار اعمال شده کاهش می‌یابد که باعث افزایش ناگهانی ضخامت فیلم روان کار و کاهش ناگهانی لزجت روان کار می‌شود. این تغییرات باعث کاهش ناگهانی در ضریب اصطکاک فیلم روان کار می‌شود.

6- مراجع

- [1] Dowson, D., and Higginson, G. R., "A Theory of Involute Gear Lubrication", Proceeding of a Symposium Organized by the Mechanical Tests of Lubricants Panel of the Institute, Institute of Petroleum, *Gear Lubrication*, Elsevier, London. pp. 8-15, 1964.
- [2] Martin, K.F., "The Efficiency of Involute Spur Gears", *Journal of Mechanical Design*. vol. 103, pp. 160-169, 1981.
- [3] Adkins, R.W., and Radzimovsky, E. I., "Lubrication Phenomena in Spur Gears: Capacity, Film Thickness Variation, and Efficiency", *Journal of Basic Engineering*. pp. 1-9, 1964.
- [4] Simon, V., "Load Capacity and Efficiency of Spur Gears in Regard to Thermo-End Lubrication", *International Symposium on Gearing and Power Transmissions*, Tokyo, Japan. 1981.
- [5] Larsson, R., "Transient Non-Newtonian Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gears", *Wear*. vol. 207, pp. 67-73, 1997.
- [6] Wang, Y., Li, H., Tong, J., and Yang, P., "Transient Thermalelastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear", *Tribology International*. vol. 37, pp. 773-782, 2004.
- [7] Wu, S., and Cheng, H. S., "A Friction Model of Partial-EHL Contacts and its Application to Power Loss in Spur Gears", *Tribology Transactions*. vol. 34, pp. 398-407, 1991.
- [8] Mihalidis, A., Bakolas, V., Panagiotidis, K., and Drivakos, N., "Prediction of The Friction Coefficient of Spur Gear Pairs", *VDI-Berichte, NR.* . vol. 1665, pp. 705-719, 2002.
- [9] Akbarzadeh, S., and Khonsari, M.M., "Performance of Spur Gears Considering Surface Roughness and Shear Thinning Lubricant", *J Tribol-T ASME*. vol. 130(2), p. 021503, 2008.
- [10] Greenwood, J.A., and Tripp, J.H., "The contact of two nominal flat rough surfaces", *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, vol. 185, 1970.
- [11] Gelinck, E.R.M., and Schipper, D. J., "Calculation of Stribeck Curves for Line Contacts", *Tribol*. vol. 33, pp. 175-181, 2000.
- [12] Masjedi, M., and Khonsari, M. M., "Film Thickness and Asperity Load Formulas for Line-Contact EHL with Provision for Surface Roughness", *J. Tribol.* . vol. 134, 2012.
- [13] Johnson, K.L., Greenwood, J. A., and Poon, S. Y., "A Simple Theory of Asperity Contact in Elastohydrodynamic Lubrication", *Wear*. vol. 19, pp. 91-108, 1972.
- [14] Zhao, Y., Maietta, D.M., and Chang, L., "An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow", *Tribology*. vol. 122, pp. 86-93, 2000.
- [15] Moes, H., "Optimum similarity analysis with applications to elastohydrodynamic lubrication", *Wear*. vol. 159, pp. 57-66, 1992.
- [16] Hamrock, B.J., *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, McGraw Hill, New York, 1994.
- [17] Greenwood, J.A., and Williamson, J.B.P., "Contact of nominally flat surfaces", *Proc. R. Soc. London Ser. A*, pp. 300-319, 1966.
- [18] Johnson, K.L., *Contact mechanics*, Cambridge University Press, UK, 1985.
- [19] Abbott, E.J., and Firestone, F.A., "Specific surface quality - a method based on accurate measurement and comparison", *Mech. Engr*. vol. 55, pp. 568-569, 1933.
- [20] ISO TC 60, D.

توسط زبری‌ها ضخامت فیلم روان‌کار افزایش می‌یابد. همچنین ضخامت فیلم روان‌کار نیز دارای رابطه عکس با ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار است و با افزایش ضخامت فیلم روان‌کار، ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار کاهش می‌یابد. از آنجا که ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار سهم غالب از ضریب اصطکاک کل را دارا است، با کاهش ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار، ضریب اصطکاک کل هم کاهش می‌یابد که در شکل 13 نشان داده شده است.

بر خلاف نیروی کل اعمالی که در قسمت قبل به آن اشاره شد، سرعت غلتشی پارامتری است که اثری مستقیم بر ضخامت فیلم روان‌کار می‌گذارد و با افزایش سرعت غلتشی ضخامت فیلم روان‌کار افزایش می‌یابد که در شکل 14 نشان داده شده است.

با افزایش ضخامت فیلم روان‌کار، ضریب اصطکاک فیلم روان‌کار کاهش می‌یابد و از آنجا که فیلم روان‌کار سهم غالب را در ضریب اصطکاک کل دارد باعث کاهش ضریب اصطکاک می‌شود که در شکل 15 نشان داده شده است.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله به کمک روش تقسیم بار، مدلی برای پیش‌بینی ضریب اصطکاک و سایر پارامترهای عملکردی در چرخ‌دنده‌های ساده پیشنهاد شده است. این مدل، علاوه بر تغییر شکل الاستیک زبری‌ها تغییر شکل الاستوپلاستیک و تغییر شکل پلاستیک زبری‌ها را نیز لحاظ می‌کند. برای هر نقطه از درگیری در طول خط عمل چرخ‌دنده، تماس بر روی پروفیل اینولوت چرخ‌دنده‌ها با تماس دو استوانه جایگزین شده است. شعاع‌های این استوانه‌ها و همچنین بار اعمال شده در هر نقطه متفاوت است و به کمک روش‌های هندسی بدست می‌آید. خروجی‌های این مدل شامل ضخامت لایه روان‌کار بین دندانه‌های چرخ‌دنده‌ها، سهم بار منتقل‌شده توسط زبری‌ها و لایه روان‌کار، و ضریب اصطکاک است. افزایش بار منتقل‌شده باعث کاهش ضخامت لایه روان‌کار و در نتیجه افزایش ضریب اصطکاک می‌گردد. افزایش سرعت، باعث افزایش ضخامت لایه روان‌کار و در نتیجه در تحلیل همدمای انجام شده باعث کاهش ضریب اصطکاک می‌گردد. همچنین افزایش زبری سطح باعث افزایش تماس بین زبری‌ها و در نتیجه افزایش بار تحمل شده توسط زبری‌ها می‌گردد. مدل ارائه شده در این مقاله با لحاظ کردن اثر زبری سطح، زمان بسیار کوتاهی برای پیش‌بینی عملکرد سیستم چرخ‌دنده-پینیون دارد و در عین حال از دقت قابل قبولی برخوردار است.