مجله مهندسی مکانیک مدرس، مرداد 1394، دوره 15، شماره 5، ص‌ص 1-12

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# مدل‌سازی دینامیکی و کنترل غیرخطی تطبیقی پرواز مسیکوپتر

محمد نوابی[1*]، حمیدرضا میرزایی[2]

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا- مکانیک پرواز و کنترل، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

* تهران، صندوق پستی 1983963113، m_navabi@sbu.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 04 مهر 1393
پذیرش: 09 اسفند 1393
ارائه در سایت: 15 فروردین 1394

*کلید واژگان:*
مسیکوپتر
کنترل غیرخطی
کنترل بهینه
کنترل تطبیقی

**چکیده**

این مقاله به مدل‌سازی و کنترل خطی و غیرخطی پرواز مسیکوپتر می‌پردازد. ابتدا مدل غیرخطی چندورودی-چندخروجی پرنده با در نظر گرفتن دینامیک عملگرها و اثرات ژایروسکوپیک پره و بدنه استخراج شده و سپس از سه روش کنترلی متداول برای رسیدن به پاسخ‌های سریع با مشخصات عملکردی مناسب استفاده می‌شود و از نظر تلاش کنترلی تولیدی برای این وسیله پرنده مقایسه می‌شوند. مسیکوپترها همواره تحت تأثیر عدم قطعیت‌ها قرار می‌گیرند و روش‌های کنترلی متداول برای مقابله با این نامعینی‌ها و پایدارسازی دینامیک ذاتاً ناپایدار پرنده ضعیف می‌باشند. برای جبران عدم قطعیت‌های پارامتری موجود در دینامیک مسیکوپتر از سه روش کنترلی غیرخطی تطبیقی مدل مرجع برای سه حالت متفاوت مبتنی بر معادلات خطی تک‌ورودی-تک‌خروجی و معادلات خطی چندورودی-چندخروجی و معادلات غیرخطی چندورودی-چندخروجی استفاده می‌شود. روش‌های کنترلی تطبیقی با داشتن مکانیزم‌های تخمین سبب ارتقاء عملکرد سیستم در طول پرواز در شرایط مختلف و پایدارسازی وضعیت و کنترل حالت‌های سیستم می‌شوند. پایداری توسط معیار پایدرای لیاپانوف به اثبات رسیده است. نتایج شبیه‌سازی مبین موفقیت‌آمیز بودن روش کنترلی تطبیقی برای جبران عدم قطعیت‌های پارامتری است.

# Dynamic Modeling and Nonlinear Adaptive Control of Mesicopter Flight

Mohammad Navabi*, Hamidreza Mirzaei

Faculty of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.
* P.O.B. 1983963113 Tehran, Iran, m_navabi@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 26 September 2014
Accepted 28 February 2015
Available Online 04 April 2015

*Keywords:*
Mesicopter
Nonlinear Control
Optimal Control
Adaptive Control

ABSTRACT

This paper presents dynamic modeling, classical and nonlinear control of flight of mesicopter. First, nonlinear multiple-input multiple-output model is derived taking into consideration the body and rotor gyroscopic effects, then three classical control methods for fast response with high performance are used and compared with respect to control effort. Mesicopters are always affected by uncertainties. Classical approach is not able to properly compensate these effects. To overcome this problem, model reference adaptive control is used with three different types based on single-input single-output linear equations, multiple-input multiple-output linear equations and nonlinear multiple-input multiple-output equations. Based on the simulation results, the adaptive control method with estimation mechanism improved performance, attitude stabilization and control of system states in different conditions. Stability is guaranteed by Lyapunov stability theory. Results demonstrate good performance of adaptive control for parameter uncertainty compensation.

## 1- مقدمه

پیشرفت سال‌های اخیر فناوری در زمینه وسایل ذخیره انرژی و سنسورها و عملگرها و پردازش اطلاعات، سبب رشد سریع وسایل پرنده بی‌سرنشین با قابلیت انجام مأموریت‌های ویژه شده است [1]. اهمیت وسایل پرنده بی‌سرنشین (یوای‌وی‌ها) زمانی آشکار خواهد شد که از آنها برای انجام مأموریت در مکان‌های پرخطر و غیرقابل دسترس استفاده شود. یوای‌وی‌ها با بال‌های چرخنده نسبت به هواپیماهای بی‌سرنشین با بال‌های ثابت دارای مزایایی همچون برخاست و نشست عمودی و مانور جنگی بیشتر هستند. در بین این وسایل پرنده بی‌سرنشین با بال‌های چرخنده، کوادروتورها توجه بسیاری از محققین را به خود جلب نموده‌اند [2]. کوادروتور یک وسیله پرنده 4 روتوره است که قابلیت برخاست و نشست عمودی دارد و تمامی توانایی‌های هلیکوپتر را در قالب یک مکانسیم مکانیکی ساده‌تر در خود جای داده است. این سادگی سبب افزایش اطمینان و کاهش هزینه تولید و بهره‌برداری و نگهداری آسان‌تر خواهد شد [3]. برخورداری از پره‌های کوچکتر نسبت به هلیکوپتر تک‌روتوره، سبب افزایش امنیت پرواز و کاهش احتمال آسیب محیط اطراف کوادروتور خواهد شد. معمولاً کوادروتورها در ابعاد کوچک طراحی شده تا با توجه به اندازه و چابکی در مانور، قادر به عملیات نظارت و اکتشاف در محیط‌های بسته باشند.

معیار وزن یکی از رایج‌ترین و مهم‌ترین مشخصه‌ها برای تفکیک یوای‌وی‌ها است. وسایل پرنده بی‌سرنشینی که در دسته میکرو قرار دارند وسایل پرنده بی‌سرنشین مینیاتور نیز نامیده می‌شوند. در بین این وسایل پرنده میکرو، کوادروتورها به واسطه ساختار ساده و قابلیت زیادی که در

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M. Navabi, H.R. Mirzaei, Dynamic Modeling and Nonlinear Adaptive Control of Mesicopter Flight, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 1-12, 2015 (In Persian)

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]

کنترل‌پذیری و انجام مانور دارا هستند، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. به کوادروتورهایی که در ابعاد چند سانتیمتر ساخته می‌شوند مسیکوپتر[1] نیز گفته می‌شود [4،5].

کوادروتور ربات پرنده‌ای است که ساختاری غیرخطی و چند متغیره دارد و این امر سبب پیچیدگی و سختی دسترسی به ساختار کنترلی لازم برای رسیدن به قابلیت مانور بالا و مشخصه‌های عملکردی مناسب خواهد شد. دو راه برای ارتقای عملکرد کنترلی وجود دارد، اولی ساختن مدل دینامیکی کاملی از کوادروتور بوده و دومی طراحی کنترلری است که نیازی به مدل دقیق نداشته باشد.

مدل دینامیکی ارائه‌شده در تحقیقات اخیر را می‌توان بر حسب ساده‌سازی معادلات دیفرانسیلی حاکم، به سه دسته تقسیم‌بندی نمود. دسته اول آنهایی هستند که از اصطکاک هوا و اثرات ژایروسکوپیک چرخش بدنه صلب کوادروتور و پره‌ها صرف‌نظر کرده‌اند. دسته دوم، اثرات ژایروسکوپیک 4 پره را نادیده گرفتند. دسته سوم، اثرات ژایروسکوپیک ناشی از چرخش بدنه در فضا و چرخش پره‌ها را در معادلات وارد و ارتباط مابین نیروی تراست تولیدی و ولتاژ ورودی موتور ساده‌سازی کرده‌اند. در این مقاله اثرات ژایروسکوپیک حرکت چرخشی بدنه و پره‌ها و همچنین دینامیک عملگرها و ارتباط بین نیروی تراست و ولتاژ ورودی پره‌ها و سایر ترم‌های غیرخطی که سبب کوپلینگ معادلات دینامیکی می‌شوند، در نظر گرفته شده‌است.

برای کنترل وضعیت و موقعیت کوادروتور از روش‌های کنترلی متفاوتی استفاده شده است. به عنوان مثال می‌توان به کارهای سمیر بوعبدلله اشاره نمود. وی با استفاده از مدل خطی پرنده به انجام مقایسه‌ای بین کنترلر کلاسیک PID[2] و LQR[3] پرداخت. نتایج نشان داد که عملکرد کنترلر PID با توجه به ساختار ساده‌ای که برای تحمل عدم قطعیت‌ها داشته، در مقایسه به کنترلر LQR مطلوب است [6]. بنالگو از مشاهده‌گر مد لغزشی به همراه کنترلر پسگام برای کنترل وضعیت و موقعیت کوادروتور استفاده نمود. نتایج حاکی از مقاومت این روش نسبت به اغتشاشات وارده از باد به سیستم بود [7]. کیتی میلر از کنترلر PD برای کنترل موقعیت و از PID برای کنترل وضعیت استفاده نمود. میلر کنترلرهای مورد نظر را بر اساس مدل دینامیکی که از خطی‌سازی معادلات غیرخطی حاصل شده بودند طراحی نمود. نتایج آزمایش نشان داد که کنترلرهای مذکور در غیاب حضور عدم قطعیت و اغتشاشات مثل باد بخوبی عمل کرده و به محض ورود عدم قطعیت‌های مذکور، کنترلر خطی PID بخوبی کار نخواهد کرد [8]. فریس و نایلسن کنترلر LQR و PID را به منظور پایدارسازی و رسیدن به موقعیت دلخواه بکار بردند. نتایج شبیه-سازی و آزمایش نشان داد که کنترلر LQR بدلیل استفاده از فرم ماتریسی فضای حالت سیستم، قابلیت تنظیم‌شدن سریع‌تری نسبت به کنترلر PID دارد [9]. چنگ سیان با استفاده مدل ساده‌شده دینامیک کوادروتور به کنترل وضعیت پرنده به وسیله کنترلر فازی تناسبی انتگرالی پرداخت. وی معادلات غیرخطی چندورودی-چندخروجی کوادروتور را به چندین بخش مجزا از هم تقسیم نمود و با استفاده ترکیب خواص کنترلر تناسبی انتگرالی و کنترلر فازی اقدام به شبیه‌سازی نمود که نتایج حاکی از بهبود مشخصه‌های عملکردی مانند فراجهش بود [10]. استانویچ از روش کنترلی مقاوم برای تعقیب خروجی‌های سیستم کوادروتـور استفاده نمود. روش کنترلی ارائه شده تنها نیازمند اندازه‌گیری چهار متغیر حالت سیستم که متشکل از موقعیت پرنده در دستگاه اینرسی و زاویه یاو کوادروتور بوده، است. روش پیشنهادی نسبت به دینامیک مدل نشده مقاوم بوده و از خواص خوب دفع نیروها و ممان‌های اغتشاشی نیز برخوردار است [11]. همانطور که بیان شد روش‌های کنترل کلاسیک مانند PID در غیاب عدم قطعیت‌ها عملکرد مناسبی داشته و برای جبران اثرات اغتشاشاتی مانند نویز و باد از روش‌های کنترلی مقاوم استفاده شده است. هنگامی که پارامترهای سیستم مجهول باشند و یا هنگامی که نیاز به ارتقاء عملکرد سیستم در طول پرواز باشد، روش‌های کنترلی تطبیقی که از مکانیزم‌های تخمین و تطبیق در ساختار خود بهره می‌برند، بسیار کارآمدتر خواهند بود.

هدف از این مقاله استفاده از کنترل تطبیقی برای جبران نامعینی‌های پارامتری موجود در دینامیک سیستم مسیکوپتر است. برای استخراج معادلات دینامیکی حرکت خطی و دورانی ربات پرنده بترتیب از چهار نیرو و سه گشتاور استفاده خواهد شد. با ورود اغتشاش کوچکی به سیستم در حالت تعادل و انجام شبیه‌سازی‌ها، نشان داده می‌شود که مسیکوپتر از لحاظ دینامیکی ناپایدار بوده و از حالت تعادل خود خارج می‌شود. در این مقاله، با توجه به قابلیت انجام مانور سریع مسیکوپترها، از روش‌های کنترلی کلاسیک که دارای پاسخ سریعی هستند، استفاده‌شده و از لحاظ تلاش کنترلی تولیدی مورد مقایسه قرار خواهند گرفت. با انجام شبیه‌سازی‌ها نشان داده می‌شود که این روش‌های غیرتطبیقی در رویارویی با عدم قطعیت‌های پارامتری ضعیف هستند. برای رفع این مشکل از روش‌های کنترل تطبیقی مبتنی بر تئوری لیاپانوف استفاده شده است.

در قسمت دوم معادلات سینماتیکی و دینامیکی مسیکوپتر معرفی خواهد شد. در قسمت سوم با انجام شبیه‌سازی ناپایداری دینامیکی مسیکوپتر نشان داده می‌شود. روش‌های کنترلی طراحی شده برای پایداری‌سازی وضعیت پرنده در بخش چهارم و جمع‌بندی و نتیجه‌گیری نیز در قسمت پنجم بیان خواهد شد.

## 2- استخراج معادلات سینماتیکی و دینامیکی غیرخطی کوادروتور

در این قسمت معادلات سینماتیکی و دینامیکی مسیکوپتر و دینامیک عملگرهایی که در این ربات پرنده مهم هستند تعیین شده و از این مدل در شبیه‌سازی و تعیین قانون کنترلی استفاده خواهد شد. مدل‌سازی بر اساس فرضیات زیر است:

- ساختار کوادروتور متقارن است.
- ساختار کوادروتور و پره‌ها جسم صلب هستند.
- مرکز جرم و مبدأ دستگاه مختصات بدنی در یک نقطه قرار دارند.
- تراست و درگ متناسب با توان دوم سرعت زاویه‌ای پره‌ها هستند.

برای مشخص نمودن موقعیت و وضعیت حرکت کوادروتور به دو سیستم مختصاتی نیاز است:

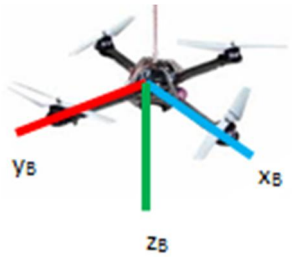
- دستگاه مختصات چسبیده به زمین
- دستگاه مختصات بدنی

دستگاه مختصات چسبیده به زمین را می‌توان یک دستگاه مرجع اینرسی در نظر گرفت که معادلات نیوتن در آن معتبر هستند. دستگاه مختصات مورد نظر به سطح زمین چسبیده و همراه آن می‌چرخد. در دستگاه اینرسی چسبیده به زمین راستای محور $X$ به سمت شمال و $y$ به سمت شرق و محور $z$ به سمت مرکز زمین است. همانطور که در شکل 1 مشاهده می‌شود، دستگاه بدنی چسبیده به کوادروتور است. محور $X$ این دستگاه به سمت موتور جلو و محور $y$ به سمت موتور سمت راست و محور $z$ به سمت پایین است.

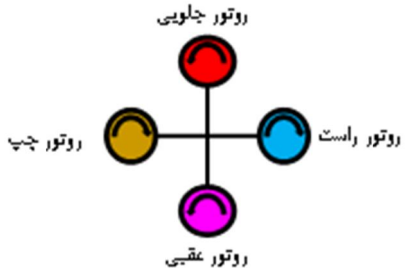
1- Mesicopter
2- Proportional-Integral-Derivative
3- Linear Quadratic Regulator



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]




**شکل 1** دستگاه مختصات بدنی چسبیده به کوادروتور




**شکل 2** جهت حرکت روتورهای کوادروتور

تصویر بردار سرعت خطی در دستگاه بدنی $V^B=[u\ v\ w]$ و تصویر آن در دستگاه چسبیده به زمین برابر $V^E=[\dot{X}\ \dot{Y}\ \dot{Z}]$ و تصویر بردار سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی $\omega^B=[p\ q\ r]$ و تصویر آن در دستگاه اینرسی برابر با $\Theta^E=[\dot{\phi}\ \dot{\theta}\ \dot{\psi}]$ است. ماتریس انتقال بین بردار سرعت خطی در دستگاه بدنی و بردار سرعت خطی در دستگاه اینرسی ماتریس $R_\Theta$ است. این ماتریس انتقال مطابق با رابطه (1) از حاصل‌ضرب سه ماتریس دوران $R(\psi,z)$ حول محور $z$ به اندازه $\psi$ و $R(\theta,y)$ حول محور $y$ به اندازه $\theta$ و $R(\phi,x)$ حول محور $x$ به اندازه $\phi$ بدست می‌آید [12]. رابطه (1) مبین موقعیت مکانی کوادروتور در دستگاه اینرسی است. ( $ck=\cos k, sk=\sin k, tk=\tan k$ )

$$V^E=R_\Theta V^B$$

$$R_\Theta=R(\psi,z)\,R(\theta,y)\,R(\phi,x)=\begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi+c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi+c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi+s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi+s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

رابطه بین سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی و دستگاه اینرسی توسط ماتریس انتقال $T_\Theta$، بصورت رابطه (2) بدست می‌آید .

$$\Theta^E=T_Q^{-1}\omega^B$$

$$T_Q^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2)$$

همانطور که در شکل 2 مشاهده می‌شود، در کوادروتور روتورهای جلویی و عقبی پادساعتگرد و روتورهای چپ و راست ساعتگرد می‌چرخند، این حالت روتورها سبب شده که تغییر وضعیت و موقعیت کوادروتور مستقل از هم باشند. با کاهش و افزایش یک‌اندازه سرعت زاویه‌ای روتورها به طور همزمان، می‌توان به افزایش و کاهش ارتفاع و از اختلاف سرعت زاویه‌ای روتورها نسبت به هم، می‌توان به حرکت‌های رول و پیچ و یاو دست یافت. برای استخراج معادلات دینامیکی حرکت کوادروتور از قوانین نیوتن ( رابطه (3)) و اولر (رابطه (9)) استفاده می‌شود. $[F_x^B\ F_y^B\ F_z^B]$ بردار نیروهای خارجی وارد بر کوادروتور در راستای محورهای $x$ و $y$ و $z$ دستگاه بدنی هستند.

$$m\left(\frac{dv}{dt_B}+\omega_{b/i}^B\times v\right)=\sum F^B$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} rv-qw \\ pw-ru \\ qu-pv \end{bmatrix}+\frac{1}{m}\begin{bmatrix} F_x^B \\ F_y^B \\ F_z^B \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 2-1- نیروهای وارد شده بر کوادروتور

نیروهای وارد شده بر مسیکوپتر از چند جز تشکیل شده‌اند: 1- نیروی گرانش 2- نیروی تراست 3- نیروی هاب[1] 4- نیروی اصطکاک بدنه. اگر پره‌ها بالانس باشند از نیروی گریز از مرکز صرف‌نظر خواهد شد. در رابطه (4) اجزای بردار نیرو نشان داده شده است.

$$\sum F^B=F_G^B+F_T^B+F_H^B+F_F^B \quad (4)$$

اجزای بردار نیرو در ادامه معرفی شده‌اند.

#### 2-1-1- نیروی وزن

$F_G^B$ بردار نیروی گرانش در دستگاه اینرسی بوده و توسط ماتریس انتقال $R_\Theta^{-1}$ بصورت رابطه (5) به دستگاه بدنی منتقل خواهد شد:

$$F_G^E=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}$$

$$F_G^B=R_\Theta^{-1}F_G^E=\begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\cos\theta\sin\phi \\ mg\cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \quad (5)$$

#### 2-1-2- نیروی تراست

نیروی تراست از جمع نیروهای لیفت و درگ حاصل شده و عمود بر صفحه چرخش روتور و در خلاف راستای محور $z$ دستگاه بدنی است. این نیرو متناسب با مربع سرعت پره‌ها بوده و بصورت رابطه (6) نوشته می‌شود [13].

$$T=C_T\rho A(\Omega R_{rad})^2$$

$$\frac{C_T}{\sigma a}=\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\mu^2\right)\theta_0-(1+\mu^2)\frac{\theta_{tw}}{8}-\frac{1}{4}\lambda \quad (6)$$

$C_T$ ضریب تراست، $\Omega$ سرعت زاویه‌ای روتور، $\sigma=\frac{N\bar{c}}{\pi R}$ نسبت صلبیت، $\bar{c}$[m] وتر متوسط، $N$ تعداد پره، $a$ شیب لیفت، $\theta_0$[rad] زاویه پیچش پره در محل اتصال آن به هاب و $\theta_{tw}$[rad] زاویه پیچشی بوده که به طور یکنواخت در سرتاسر پره موجود است. $\lambda$ نسبت جریان، $m$ نسبت پیشرفته روتور[2]، $r$ چگالی هوا و $R_{rad}$[m] شعاع پره است.

#### 2-1-3- نیروی هاب

نیرویی است عمود به محور z دستگاه بدنی و ترکیبی از نیروهای لیفت و درگ وارد شده به پره بوده و به دو مؤلفه نیروی $H$ (رابطه (7)) و نیروی $Y$ تجزیه می‌شود. نیروی $H$ رو به عقب است و می‌توان آنرا به عنوان درگ روتور فرض کرد و نیروی $Y$، نیرویی جانبی بوده و معمولاً خیلی کوچک است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. نیروی $H$ (یعنی اجزای طولی نیرو) متناسب با مربع سرعت پره‌ها بوده و ترکیبی از دو نیرو درگ القایی و درگ پروفایل است.

1- Hub Force
2- Rotor Advance Ratio



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]

$$H = C_H \rho A\,(\Omega R_{rad})^2$$
$$\frac{C_H}{\sigma a} = \frac{1}{4}\mu\overline{C_d} + \frac{1}{4}\lambda\mu\left(\theta_0 - \frac{\theta_{tw}}{2}\right)$$
$$H_T = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{4} H_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

### 2-1-4- نیروی اصطکاک بدنه

چهارمین بخش از نیروهای وارد شده به مسیکوپتر، نیروی اصطکاک بدنه بوده که به کل بدنه وارد می‌شود. بدنه بر اثر مقاومت هوایی که در آن حرکت می‌کند و بادهای القایی موتورها و بادهایی که در محیط وجود دارند، تحت اصطکاک قرار می‌گیرد. به دلیل حرکت رو به جلو و حرکت جانبی کوادروتور نیروی اصطکاک در دو جهت $x$ و $y$ به وسیله پرنده وارد می‌شود. مطابق با رابطه (8) مقادیر این نیرو از ضرب فشار دینامیکی محلی در سطح موثر تحت جریان حاصل می‌شود.

$$F_F^B = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \tag{8}$$

مومنتوم زاویه‌ای کوادروتور برابر با $h = I\omega + J_r\Omega$ است. با مشتق‌گیری از مومنتوم زاویه‌ای مطابق با قانون اولر داریم :

$$\sum M^B = I^B \frac{d\omega_{b/i}}{dt_B} + \omega_{b/i} \times I^B \omega_{b/i} + J_r \frac{d\Omega}{dt_B} + \omega_{b/i} \times J_r \Omega$$
$$I^B \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \sum M^B - \left(\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times I^B \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}\right) - \left(J_r^B \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{bmatrix}\right) \tag{9}$$

### 2-2- گشتاورهای وارد شده به کوادروتور

همانطور که در رابطه (10) مشاهده می‌شود، گشتاورهایی که به کوادروتور وارد می‌شوند از چند جز تشکیل شده‌اند :1-گشتاور نیروی تراست. 2-گشتاور نیروی‌های آیرودینامیکی حول شفت موتور و هاب. 3-گشتاور نیروی هاب حول مرکزجرم.

$$\sum M^B = M_Q + M_T + M_R + M_H \tag{10}$$

### 2-2-1- گشتاور نیروی تراست

گشتاور ناشی از موتورهای 2 و 4 سبب حرکت رول می‌شود (رابطه (11)) :

$$M_x^T = L(T_4 - T_2) \tag{11}$$

گشتاور ناشی از موتورهای 1 و 3 سبب حرکت پیچ می‌شود (رابطه(12)):

$$M_y^T = L(T_3 - T_1) \tag{12}$$

### 2-2-2- گشتاور نیروی هاب

نیروهای آیرودینامیکی که به پره‌ها وارد می‌شوند سبب تولید گشتاور حول شفت $Q$ بصورت رابطه (13) و تولید گشتاور حول هاب $R$ بصورت رابطه (14) می‌شوند:

$$M_z^Q = -Q_1 + Q_2 - Q_3 + Q_4$$
$$Q = C_Q \rho A\,(\boldsymbol{W} R_{rad})^2 R$$
$$\frac{C_Q}{\sigma a} = \frac{1}{8a}(1+\mu^2)\overline{C_D} + \lambda\left(\frac{1}{6}\theta_0 - \frac{1}{8}\theta_{tw} - \frac{1}{4}\lambda\right)\theta_0 \tag{13}$$

$$M_z^R = -R_1 + R_2 - R_3 + R_4$$
$$R = C_R \rho A\,(\Omega R_{rad})^2 R$$
$$\frac{C_R}{\sigma a} = \mu\left(\frac{1}{6}\theta_0 - \frac{1}{8}\theta_{tw} - \frac{1}{8}\lambda\right) \tag{14}$$

### 2-2-3- گشتاور نیروی هاب حول مرکزجرم

اگر فاصله صفحه محل اثر نیرو تا مرکز جرم کوادروتور $h$ در نظر گرفته شود، گشتاوری حول محور $y$ دستگاه بدنی مطابق با رابطه (15) به وجود می‌آید:

$$M_y^H = h\left(\sum_{i=1}^{4} H_i\right) \tag{15}$$

همچنین نیروی هاب موتورهای 2 و 4 باعث گشتاوری حول محور $z$ دستگاه بدنی بصورت رابطه (16) می‌شوند :

$$M_z^H = L(H_2 - H_4) \tag{16}$$

برای واقعی‌کردن شبیه‌سازی‌ها ملزم به اضافه کردن دینامیک موتور به سیستم کنترلی طراحی شده هستیم. کوادروتور مورد نظر متشکل از چهار موتور براشلس دی-سی بوده که تابع تبدیل آن را می‌توان به صورت (17) نمایش داد [14]:

$$G(s) = \frac{0.936}{0.178s + 1} \tag{17}$$

### 2-3- نقاط تعادل سرعت زاویه‌ای روتورها در شرایط هاور

از آنجایی در شرایط هاور، هر چهار روتور نیروی تراست یکسانی تولید می‌کنند، لذا سرعت زاویه‌ای برابری دارند، متعاقباً نقاط تعادل یکسانی برابر با رابطه (18) خواهند داشت.

$$\begin{cases} b\left(\boldsymbol{W}_1^2 + \boldsymbol{W}_2^2 + \boldsymbol{W}_3^2 + \boldsymbol{W}_4^2\right) = mg \\ \boldsymbol{W}_1 = \boldsymbol{W}_2 = \boldsymbol{W}_3 = \boldsymbol{W}_4 \end{cases} \rightarrow 4b\boldsymbol{W}_0^2 = mg$$
$$\rightarrow \boldsymbol{W}_0 = \sqrt{\frac{mg}{4b}} \tag{18}$$

## 3- شبیه‌سازی و ناپایداری دینامیک مسیکوپتر

انتظار می‌رود با ورود سیگنالی مانند شکل 3به سیستم، مسیکوپتر در راستای محور $x$ حرکت کند. شکل 4 و شکل 5 نشان می‌دهند در عمل، وضعیت و موقعیت کوادروتور ناپایدار شده و بعد از ورود اغتشاش کوچکی سیستم به حالت تعادل قبلی خود باز نمی‌گردد. بنابراین توسط شبیه‌سازی‌ها (استفاده از رابطه(1)) هم نشان داده شد که کوادروتور از لحاظ دینامیکی ناپایدار است. در قسمت بعدی به کنترل و پایدارسازی مسیکوپتر پرداخته می‌شود. مشخصات فیزیکی مسیکوپتر در جدول 1 ارائه شده است.

## 4- کنترل کوادروتور

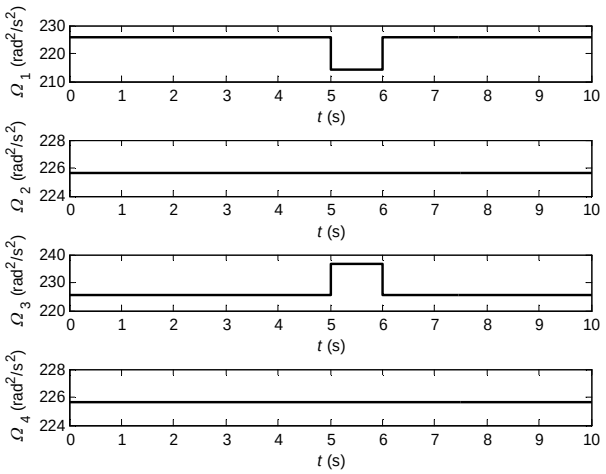
در این مقاله از روش‌های مختلف کنترل خطی و غیرخطی برای پایدارسازی وضعیت و موقعیت کوادروتور استفاده شده است.

**جدول 1** مشخصات فیزیکی مسیکوپتر نمونه [4]

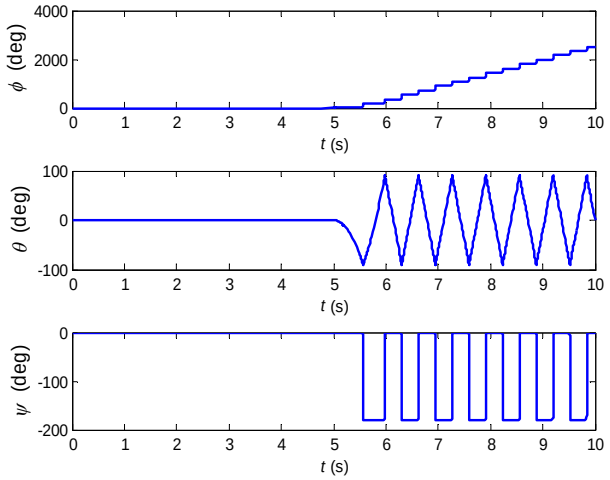
| نام | واحد | مقدار |
|---|---|---|
| جرم | kg | 0/650 |
| اینرسی حول محور $x$ | kg.m² | $7/5\times10^{-3}$ |
| اینرسی حول محور $y$ | kg.m² | $7/5\times10^{-3}$ |
| اینرسی حول محور $z$ | kg.m² | $1/3\times10^{-2}$ |
| ثابت پیشرانش | N.s² | $3/13\times10^{-5}$ |
| ضریب درگ | N.m.s² | $7/5\times10^{-7}$ |
| طول بازو | m | 0/32 |



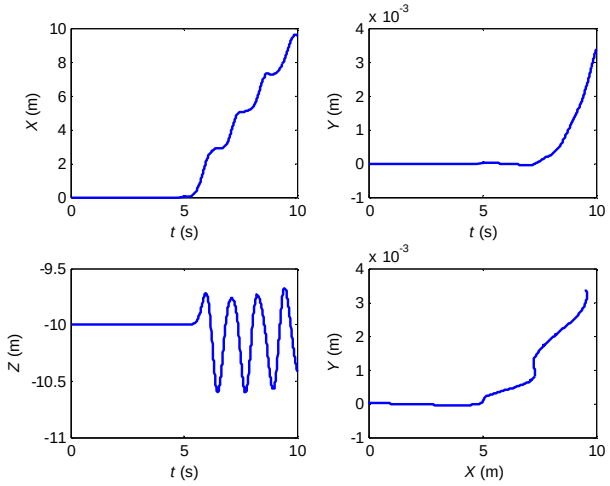
[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]




**شکل 3** سیگنال اغتشاشی وارد به کوادروتور




**شکل 4** وضعیت کوادروتور بعد از ورود سیگنال اغتشاشی به سیستم

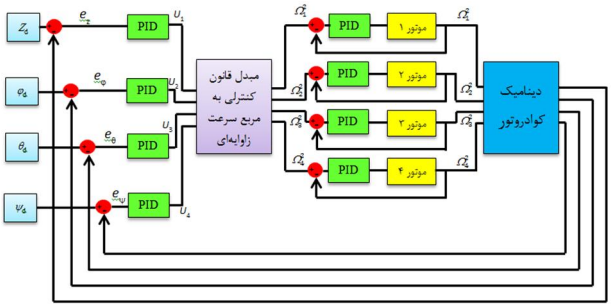



**شکل 5** موقعیت کوادروتور بعد از ورود سیگنال اغتشاشی به سیستم

انتخاب هر یک از آنها به فراخور مأموریت و عدم قطعیت‌های موجود در مسئله کوادروتور است. در ادامه به طراحی کنترل‌کننده‌ها و انجام شبیه‌سازی پرواز پرنده پرداخته خواهد شد.

## 4-1- کنترل تناسبی -انتگرالی-مشتق‌گیر وضعیت و ارتفاع کوادروتور

در معادلات حرکت کوادروتور فرمان‌های کنترلی برابر با رابطه (19) می‌باشند:




**شکل 6** شماتیک سیستم کنترلی

$$
\begin{aligned}
U_1 &= b(W_1^2+W_2^2+W_3^2+W_4^2)\\
U_2 &= bL(W_4^2-W_2^2)\\
U_3 &= bL(W_1^2-W_3^2)\\
U_4 &= d(-W_1^2+W_2^2-W_3^2+W_4^2)
\end{aligned}
\tag{19}
$$

شکل 6 نشان‌دهنده بلوک‌دیاگرام کنترلی وضعیت و ارتفاع است. زوایای رول، پیچ، یاو و ارتفاع مرجع وارد سیستم کنترلی شده و با خروجی‌های حاصل از سنسور که در این شبیه‌سازی همان خروجی‌های حاصل از دینامیک کوادروتور هستند، جمع شده و خطا (E) را تشکیل می‌دهند. کنترلر با استفاده از این خطا، فرامین $(U)$ لازم برای تصحیح وضعیت و ارتفاع را صادر می‌کند. سرعت زاویه‌ای مناسب مورد نیاز موتورها برای پایدارسازی بر اساس ورودی‌های کنترلی مطابق با رابطه (20) است :

$$
\begin{aligned}
W_1^2 &= \frac{U_1}{4b}+\frac{U_3}{2bL}-\frac{U_4}{4d_2^2}\\
W_2^2 &= \frac{U_1}{4b}-\frac{U_2}{2bL}+\frac{U_4}{4d}\\
W_3^2 &= \frac{U_1}{4b}-\frac{U_3}{2bL}+\frac{U_4}{4d}\\
W_4^2 &= \frac{U_1}{4b}+\frac{U_2}{2bL}+\frac{U_4}{4d}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

مقادیر اولیه شبیه‌سازی برای وضعیت، 45 درجه و برای ارتفاع صفر است. وضعیت و ارتفاع کوادروتور در شکل 7 و سرعت زاویه‌ای موتورها در شکل 8 به نمایش درآمده است. کنترلر PID به خوبی توانسته وضعیت پرنده را پایدار کند و به ارتفاع مطلوب برساند.

## 4-2- کنترل فیدبک کامل حالت[1] وضعیت و ارتفاع مسیکوپتر

معادلات فضای حالت سیستم کوادروتور با در نظر گرفتن بردار حالت $x = [z\ \dot{z}\ \varphi\ \dot{\varphi}\ \theta\ \dot{\theta}\ \psi\ \dot{\psi}]^T$، به کمک خطی‌سازی حول شرایط هاور بدست می‌آید (رابطه(21)).

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t)+Bu(t)\\
y(t) &= Cx(t)
\end{aligned}
\tag{21}
$$

طوریکه $A \in R^{8}$، $B \in R^{8\times 4}$ و $C \in R^{4\times 8}$. با $u = [u_1\ u_2\ u_3\ u_4]^T$ استفاده از قانون کنترلی به فرم (22)، می‌توان سیستم دینامیکی کوادروتور را پایدار و مجبور به تعقیب فرمان ورودی نمود (ماتریس‌های فضای حالت سیستم در ضمیمه ارائه شده است).

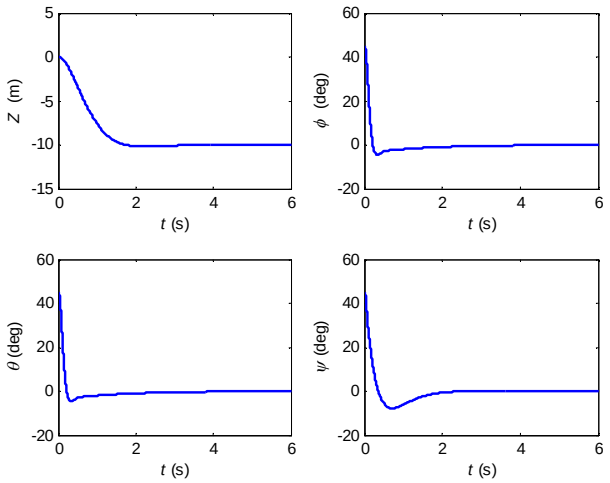
$$
u = -Kx(t)+Nr(t) \tag{22}
$$

$r(t)$ سیگنال ورودی مرجع و $x(t)$ حالت‌های اندازه‌گیری‌شده توسط سنسورها و $N$ بهره پیشخوراند و $K$ بهره پسخوراند حالت است. پایداری سیستم به بهره $K$ و تعقیب فرمان ورودی به بهره $N$ وابسته است.

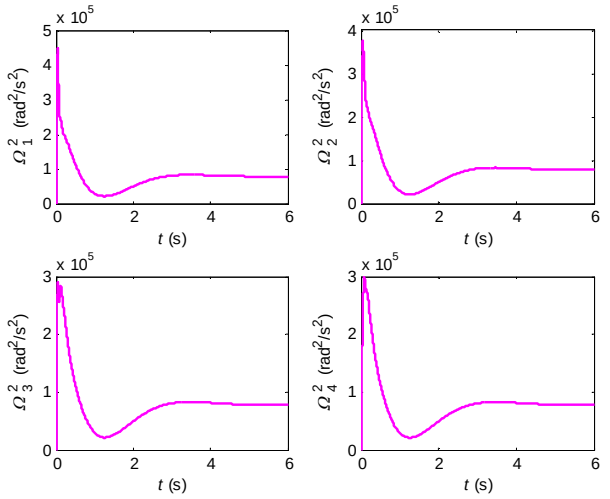
1- Full State Feedback Control (FSC)



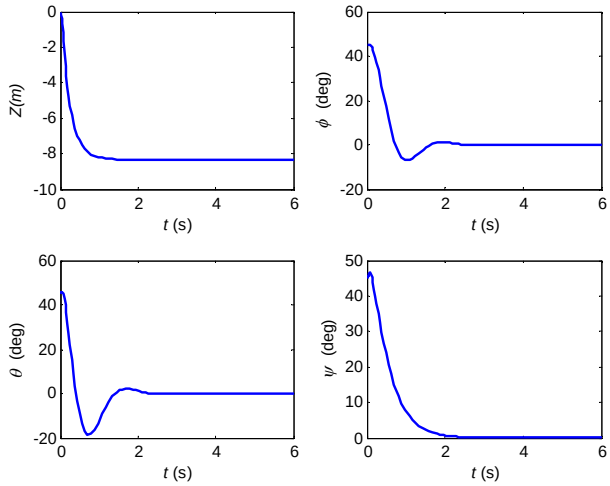
[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]




**شکل 7** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترلر پی‌آی‌دی




**شکل 8** قوانین کنترلی تولیدشده توسط کنترلر پی‌آی‌دی

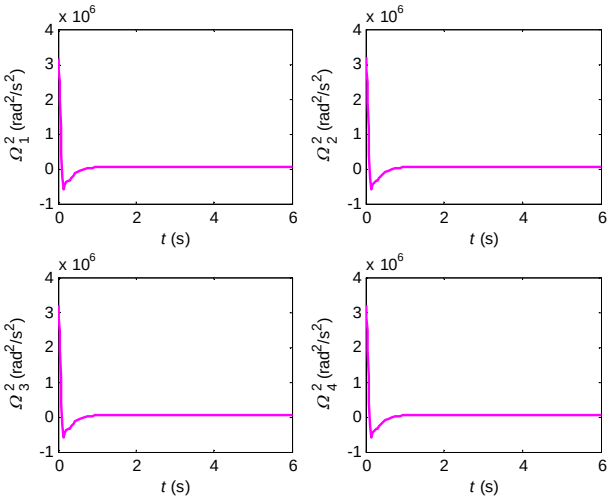



**شکل 9** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترلر جایابی قطب

برای اینکه بتوان از کنترلر فیدبک برای پایدارسازی و تعقیب ورودی مرجع استفاده کرد، شروط زیر باید برقرار باشد [15]:

- ❖ سیستم کنترل‌پذیر باشد.
- ❖ سیستم هیچ صفری در مبدأ نداشته باشد.

با انتخاب قانون کنترلی به صورت رابطه (22) معادلات فضای حالت سیستم حلقه بسته بصورت زیر بدست خواهد آمد :




**شکل 10** قوانین کنترلی تولید شده توسط کنترلرجایابی قطب

$$\dot{x}(t)=(A-BK)x(t)+BNr(t)$$
$$y(t)=Cx(t) \qquad (23)$$

از معادلات فضای حالت سیستم حلقه بسته بخوبی مشخص است که پایداری سیستم به $K$ و مسئله تعقیب به بهره $N$ وابسته است. فرض کنید $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ مکان قطب‌های مطلوب حلقه بسته مسیکوپتر باشند. با حل تساوی (24) ماتریس بهره $K$ بدست می‌آید.

$$\det(sI-A+BK) = (s-\alpha_1)(s-\alpha_2)\cdots(s-\alpha_n) \qquad (24)$$

برای بدست آورن بهره $N$ می‌توان از رابطه (25) استفاده نمود.

$$N=(T)^{-R},\ T=C(-A+BK)^{-1}B \qquad (25)$$

$N$ معکوس راست[1] ماتریس $T$ است. با انتخاب قطب‌های حلقه بسته مطلوب برای سیستم، می‌توان سیستم حلقه بسته را پایدار کرد و حالت‌های سیستم را مجبور به تعقیب ورودی مرجع نمود. همانطور که در شکل 9 مشاهده می‌شود وضعیت و ارتفاع مطلوب بدست آمده است. این نکته قابل ذکر است که زمان نشست پاسخ‌های سیستم برای رسیدن به موقعیت مطلوب و فراجهش پاسخ‌ها به انتخاب قطب‌های حلقه بسته سیستم بستگی دارد. با انتخاب مناسب قطب‌ها می‌توان به مشخصه‌های عملکردی مورد نظر دست یافت. شکل 10 مربع سرعت زاویه‌ای لازم برای رسیدن به موقعیت و وضعیت مطلوب را نشان می‌دهد.

### 4-3- کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط تنظیم کننده بهینه

سیستم خطی $p$ ورودی و $q$ خروجی و $n$ حالتی مطابق با (21) را در نظر بگیرید. هدف مینیمم کردن تابع هزینه (26) است.

$$J=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty}\left[x^{T}(t)Qx(t)+u^{T}(t)Ru(t)\right]dt \qquad (26)$$

$Q$ ماتریس نامنفی معین و $R$ ماتریس مثبت معین است. قانون کنترل بهینه‌ای که تابع هزینه بالا را مینیمم کند برابر است با فیدبک حالت خطی $u = -kx(t)$. بهره $k$ برابر با $R^{-1}B^{T}P$ است. $P$ ماتریس یکتای مثبت معینی است که از حل معادله جبری ریکاتی (27) بدست می‌آید [16].

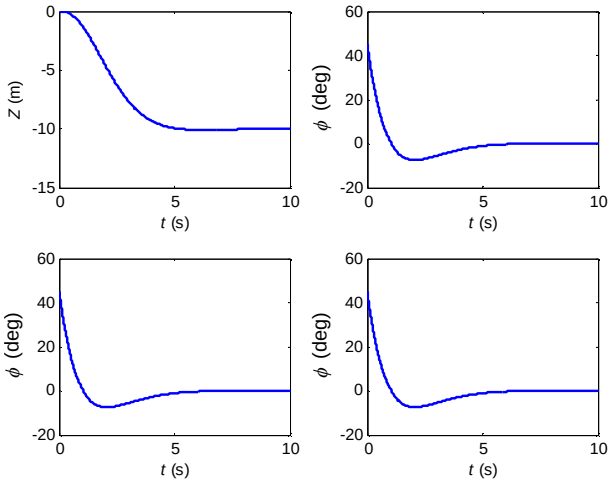
$$-PA-A^{T}P-Q+PBR^{-1}BP=0 \qquad (27)$$

استفاده از مدل خطی و فرم فضای حالت کوادروتور و انتخاب ماتریس‌های وزنی مناسب و حل معادله ریکاتی، منجر به حصول بهره مناسب فیدبک خواهد شد. با استفاده از این بهره، سیستم ناپایدار کوادروتور پایدار می‌شود.

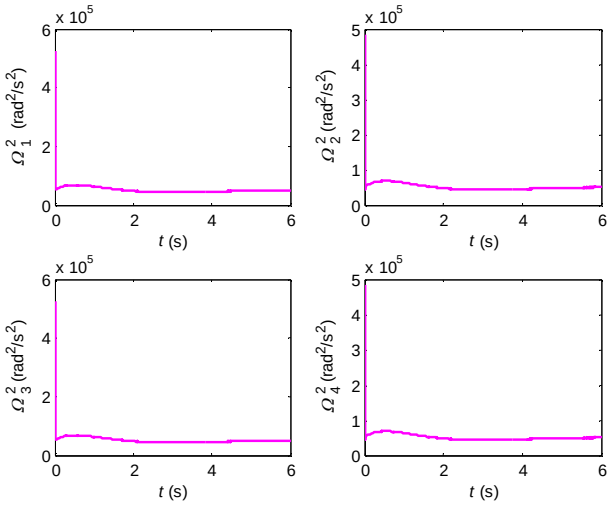
1- Right Inverse



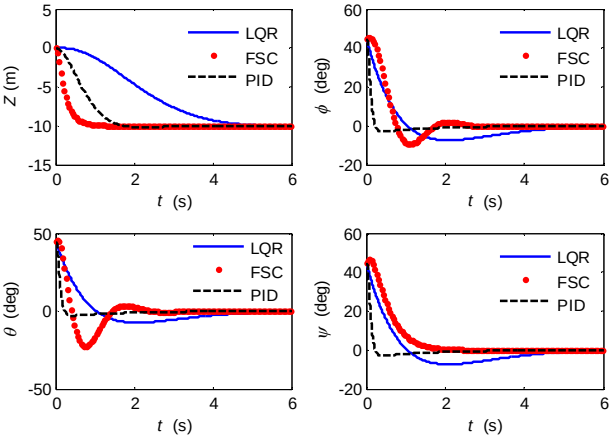
[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]




**شکل 11** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترلر بهینه

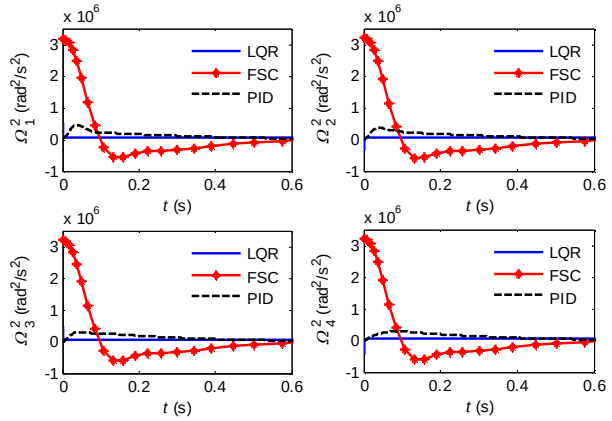



**شکل 12** قوانین کنترلی تولیدشده توسط تنظیم‌کننده بهینه

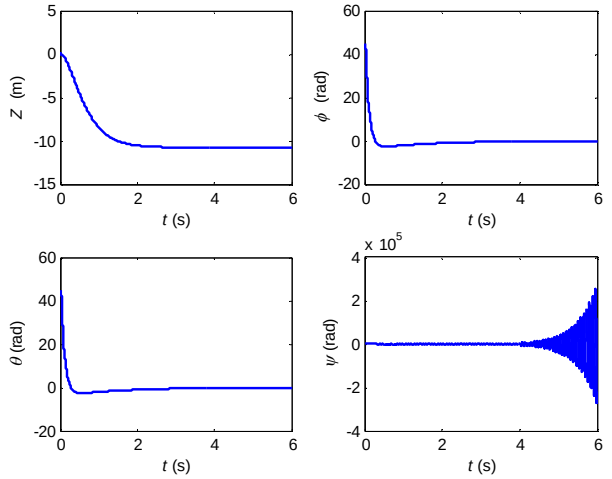



**شکل 13** مقایسه روش‌های کنترلی PID و LQR و FSC برای کنترل وضعیت و ارتفاع

مسئله تعقیب تنظیم کننده بهینه را می‌توان با اضافه کردن حالت‌های جدید که مبین خطا بین ورودی مرجع و حالت‌های اندازه‌گیری شده سیستم باشند، حل کرد. با ورود حالت‌ها و استفاده از فضای حالت جدید می‌توان دوباره با حل معادله ریکاتی به ماتریس $P$ و $K$ دست یافت که تضمین‌کننده پایداری و تعقیب فرمان‌های ورودی مرجع هستند. نتایج شبیه‌سازی وضعیت و ارتفاع کوادروتور در شکل 11 و مربع سرعت زاویه‌ای در شکل 12 با شرایط اولیه صفر برای ارتفاع و زاویه 45 درجه برای زوایای رول، پیچ و یاو نشان داده شده است.




**شکل 14** مقایسه قوانین کنترلی تولیدی توسط کنترل کننده‌های PID و LQR و FSC




**شکل 15** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترلر پی‌آی‌دی با وجود عدم قطعیت پارامتری 50 درصدی

### 4-4- مقایسه نتایج استفاده از سه روش کنترلی PID و LQR و FSC

برای مقایسه عملکرد سه روش کنترلی از یک فرمان مرجع ورودی برای هر سه حالت شبیه‌سازی استفاده شده است. دینامیک کوادروتور در هر سه حالت یکسان بوده و دینامیک موتور در سه حالت در نظر گرفته شده است. حالت مطلوب در این شبیه‌سازی رسیدن از زاویه 45 درجه به زاویه صفر برای هر سه زاویه رول و پیچ و یاو و رسیدن به ارتفاع 10- متر از صفر است.

در شکل 13 مشاهده می‌شود که تمامی روش‌ها بخوبی توانسته‌اند سیستم حلقه بسته مطلوب را پایدار سازند و مسیکوپتر را به ارتفاع مطلوب برسانند. از شکل 14 بخوبی می‌توان فهمید که کنترلر بهینه تلاش کنترلی کمتری نسبت دو کنترلر دیگر تولید نموده است.

### 5-4- عدم موفقیت روش کنترلی در حضور نامعینی‌های پارامتری

روش‌های کنترلی ارائه‌شده در قسمت قبل با وجود داشتن پاسخ‌های مناسب و عملکرد مطلوب، به هنگام حضور عدم قطعیت‌های پارامتری ضعیف می‌باشند. همانطور که در شکل 15 مشاهده می‌شود، کنترلر PID با حضور عدم قطعیت در سیستم، قادر به پایدارسازی سیستم نیست. از نتایج پیداست روش‌های کنترلی متداول قادر به خنثی‌سازی نامعینی‌های پارامتری سیستم نمی‌باشند. برای حل این مسئله باید از روش‌های کنترلی تطبیقی که به واسطه داشتن مکانیزم‌های تخمین در ساختار خود قابلیت ارتقاء عملکرد سیستم حلقه بسته را در طول پرواز دارند، استفاده نمود. در ادامه به ارائه روش‌های کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع پرداخته می‌شود.



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]

## 4-6- کنترل تطبیقی مدل مرجع کوادروتور با رویکرد تک‌ورودی-تک‌خروجی

از آنجا که بعد از خطی‌سازی، معادلات حرکت دی‌کوپله شده‌اند (رابطه(28))، روش کنترلی که در ادامه به آن اشاره خواهد شد، برای هر یک از معادلات بطور جداگانه بکار برده می‌شود.

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= mg - U_1 \\ I_{xx}\ddot{\phi} &= U_2 \\ I_{yy}\ddot{\theta} &= U_3 \\ I_{zz}\ddot{\psi} &= U_4 \end{aligned} \tag{28}$$

هر یک از معادلات دینامیکی سیستم کوادروتور موجود در رابطه (28) را می‌توان به فرم رابطه (29) در نظر گرفت. بطوری که برای حرکت در راستای $z$، $a_n$ برابر با $m$، برای حرکت رول برابر با $I_{xx}$، برای حرکت پیچ برابر با $I_{yy}$ و برای حرکت یاو برابر با $I_{zz}$ است.

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_0 y = u \tag{29}$$

فرض می‌شود که حالت‌های سیستم قابل اندازه‌گیری و ضرایب سیستم با فرض معلوم بودن علامت، مجهول هستند. هدف سیستم کنترلی وادار کردن حالت‌های سیستم به تعقیب پاسخ مدل مرجع (30) است:

$$\alpha_n y_m^{(n)} + \alpha_{n-1} y_m^{(n-1)} + \cdots + \alpha_0 y_m = r(t) \tag{30}$$

$r(t)$ ورودی مرجع کراندار است. $z(t)$ بصورت رابطه (31) تعریف می‌شود :

$$z(t) = y_m^{(n)} - \beta_{n-1} e^{(n-1)} - \ldots - \beta_0 e \tag{31}$$

ضرایب $\beta$ مقادیر مثبتی انتخاب می‌شوند، بطوری که چندجمله‌ای (32) پایدار هورویتز باشد. در واقع این نوع از کنترلر یک کنترل‌کننده با روش جایابی قطب بوده و قطب‌ها را در مکان‌هایی که توسط ضرایب $\beta_0$ تا $\beta_n$ مشخص می‌شود، قرار خواهد داد.

$$s^n + \beta_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \beta_0 \tag{32}$$

حال با انتخاب قانون کنترلی بصورت رابطه (33) معادلات دینامیکی فضای حالت خطای سیستم بصورت رابطه (34) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} u &= \hat{a}_n z + \hat{a}_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + \hat{a}_0 y = v^T \hat{a} \\ V(t) &= [z \; y^{(n-1)} \ldots \dot{y} \; y]^T \\ \hat{a}(t) &= [\hat{a}_n \; \hat{a}_{n-1} \ldots \hat{a}_1 \; \hat{a}_0]^T \end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + b[\frac{1}{a_n} v^T \tilde{a}] \\ y &= cx \end{aligned} \tag{34}$$

بطوری که ماتریس‌های فضای حالت برای این مسئله برابرند با :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta_0 & -\beta_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c = [1 \quad 0]$$

تابع لیاپانوفی بصورت رابطه (35) بطوری که **G** و $P$ ماتریس‌های مثبت متقارن معین ثابت بوده و $P$ معادله $PA + A^T P = -Q$ را با شرط $Q = Q^T \succ 0$ ارضا نماید، در نظر بگیرید:

$$V(x, \tilde{a}) = x^T P x + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \tag{35}$$

با استفاده از تئوری لیاپانوف و لم باربالات، قانون تخمین پارامترهای سیستم بصورت رابطه (36) بدست خواهد آمد [17].

$$\dot{\hat{a}} = -\Gamma v b^T P x \tag{36}$$

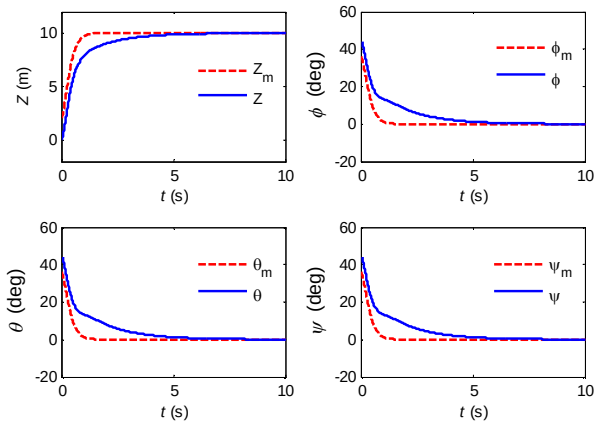
در این حالت قانون تخمین پارامترهای $m$، $I_{xx}$، $I_{yy}$ و $I_{zz}$ به بصورت رابطه (37) است.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= -\Gamma v[0\ 1]P[z\ \dot{z}]^T, \; v = \ddot{z}_m - \beta_1 \dot{e} - \beta_0 e \\ \dot{\hat{I}}_{xx} &= -\Gamma v[0\ 1]P[\phi\ \dot{\phi}]^T, \; v = \ddot{\phi}_m - \beta_1 \dot{e} - \beta_0 e \\ \dot{\hat{I}}_{yy} &= -\Gamma v[0\ 1]P[\theta\ \dot{\theta}]^T, \; v = \ddot{\theta}_m - \beta_1 \dot{e} - \beta_0 e \\ \dot{\hat{I}}_{zz} &= -\Gamma v[0\ 1]P[\psi\ \dot{\psi}]^T, \; v = \ddot{\psi}_m - \beta_1 \dot{e} - \beta_0 e \end{aligned} \tag{37}$$

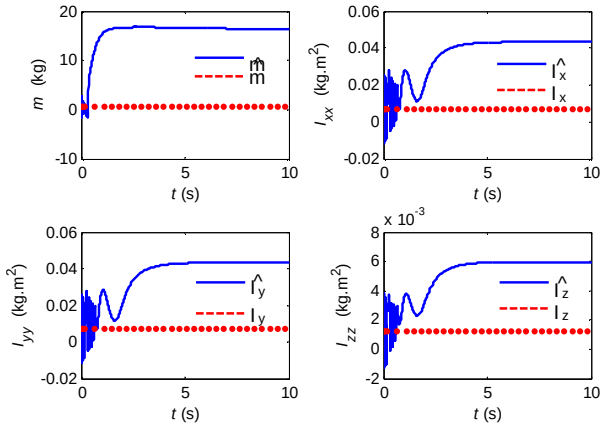
در شکل 16 مشاهده می‌شود که وضعیت و ارتفاع مسیکوپتر بخوبی مدل مرجع را تعقیب کرده و خطای ماندگار به صفر همگرا می‌شود. شکل 17 نشان می‌دهد که تخمین درستی از پارامترهای مجهول سیستم انجام نمی‌شود. تخمین نادرست پارامترها به دلیل سطح تحریک کم سیگنال‌های ورودی مرجع است. شکل 18 قوانین کنترلی تولید شده توسط کنترلر را نشان می‌دهد. شکل 19 نشان دهنده تعقیب کامل ورودی موج مربعی توسط حالت‌های سیستم است. تخمین پارامترهای سیستم به ازای ورودی موج مربعی در شکل 20 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با غنی‌تر شدن سیگنال ورودی تخمین پارامترهای سیستم بدرستی انجام می‌شود.

## 4-7- کنترل تطبیقی مدل مرجع مستقیم کوادروتور با رویکرد چندورودی-چندخروجی

مدل دینامیکی فضای حالت سیستم کوادروتور مطابق با رابطه (21) در نظر گرفته می‌شود. در این حالت $A \in R^{8\times8}$ و $B \in R^{8\times4}$ ماتریس‌های مجهول بوده و فرض می‌شود دوتایی $(A, B)$ کنترل‌پذیر است.



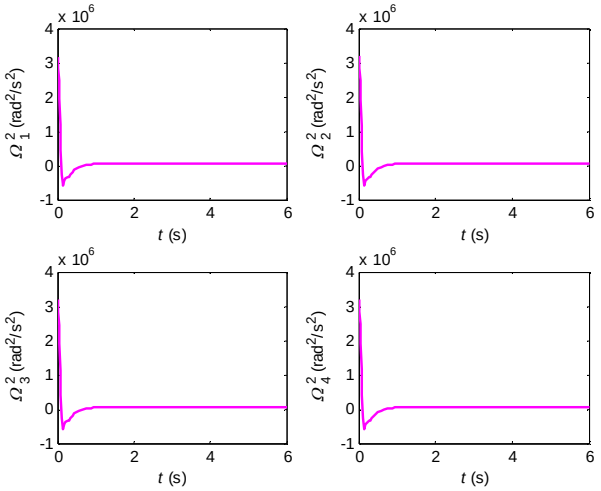

**شکل 16** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترلر تطبیقی مدل مرجع تک‌ورودی-تک‌خروجی به هنگام ورودی مرجع ثابت



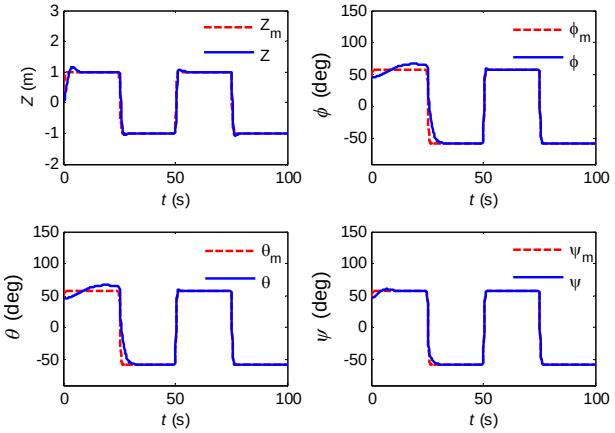

**شکل 17** تخمین پارامترهای سیستم به هنگام ورودی مرجع ثابت



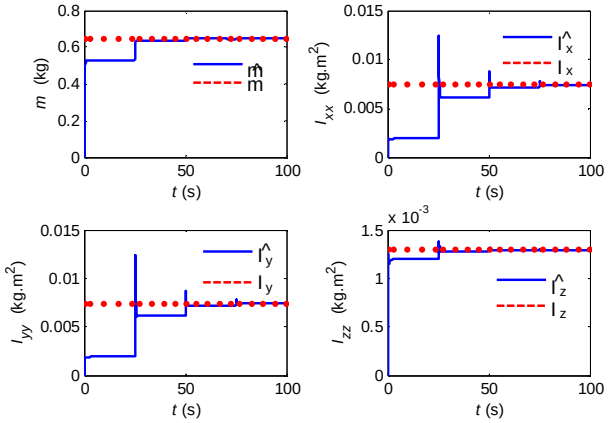
[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]




**شکل 18** سرعت زاویه‌ای فرمان داده شده به هریک از موتورها




**شکل 19** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترلر تطبیقی مدل مرجع تک‌ورودی-تک‌خروجی به هنگام ورودی مرجع موج مربعی




**شکل 20** تخمین پارامترهای سیستم به هنگام ورودی مرجع موج مربعی

هدف کنترلی تولید بردار $u=[U_1\ U_2\ U_3\ U_4]^T$ بگونه‌ای است که تمام سیگنال‌های سیستم کراندار باشند و حالت‌های سیستم یعنی بردار x حالت‌های مدل مرجع $x_m \in R^8$ که مدل فضای حالت آن در رابطه (38) نشان داده شده است را تعقیب نماید.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \tag{38}$$

ماتریس‌های فضای حالت مدل مرجع در ضمیمه ارائه شده‌اند. می‌توان با انتخاب قانون کنترلی بصورت رابطه (39) دینامیک سیستم حلقه بسته را بگونه‌ای تغییر داد که کاملاً مشابه مدل مرجع شود.

$$u = -K^* x + L^* r \tag{39}$$

از آنجا که دینامیک سیستم حلقه بسته مشخص نیست (ماتریس‌های $A$ و $B$ مجهول هستند)، می‌توان از قانون کنترلی (40) استفاده نمود :

$$u = -K(t)x + L(t)r \tag{40}$$

$k(t)$ و $L(t)$ تخمینی از $K^*$ و $L^*$ خواهند بود و توسط قانون تطبیق مناسبی تولید خواهند شد. با تعریف خطا بصورت $e = x - x_m$، دینامیک خطای تعقیب سیستم بصورت رابطه (41) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{x} - \dot{x}_m = \\ &Ax + Bu - A_m x_m - B_m r = \\ &Ax + B(-Kx + Lr) - A_m x_m - B_m r = \\ &A_m e + B(-\tilde{K}x + \tilde{L}r)\end{aligned} \tag{41}$$

برای چنین سیستمی می‌توان تابع لیاپانوف (42) را پیشنهاد داد.

$$V(e,\tilde{K},\tilde{L}) = e^T P e + tr(\tilde{K}^T \Gamma \tilde{K} + \tilde{L}^T \Gamma \tilde{L}) \tag{42}$$

بطوری که $P$ ماتریس مثبت نیمه معینی باشد که معادله لیاپانوف را ارضا نماید. با مشتق‌گیری از این تابع و استفاده از معیار پایداری لیاپانوف و لم باربالات، قوانین تطبیق برابر با رابطه (43) بدست خواهند آمد [18].

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{K}} &= \dot{K} = B_m^T P e x^T \operatorname{sgn}(I) \\ \dot{\tilde{L}} &= \dot{L} = -B_m^T P e r^T \operatorname{sgn}(I)\end{aligned} \tag{43}$$

نتایج حاصل از شبیه‌سازی و استفاده از کنترلر طراحی شده نشان می‌دهد که دینامیک سیستم حلقه بسته پایدار شده و حالت‌های سیستم مدل مرجع را بخوبی تعقیب می‌نمایند (شکل 21). سرعت زاویه‌ای که هر موتور برای تعقیب مدل مرجع باید تولید نماید، در شکل 22 نشان داده شده است.

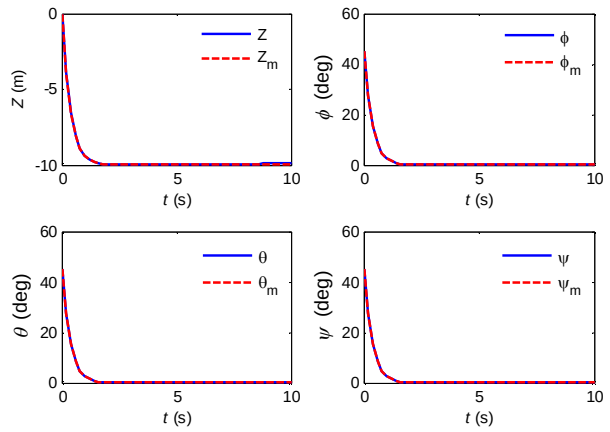
## 4-8- کنترل تطبیقی مدل مرجع غیرخطی

با فرض انحرافات بسیار کم از شرایط تعادل، ماتریس انتقال $T_Q$ تبدیل به ماتریس همانی خواهد شد. بنابراین معادلات حرکت به صورت رابطه (44) نوشته می‌شوند.

$$\begin{aligned}I_{xx}\ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz}) + J_r\dot{\theta}\Omega_r + U_2 \\ I_{yy}\ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx}) + J_r\dot{\phi}\Omega_r + U_3 \\ I_{zz}\ddot{\psi} &= \dot{\theta}\dot{\phi}(I_{xx} - I_{yy}) + J_r\Omega_r + U_4 \\ m\ddot{z} &= mg - (c\psi c\phi)U_1 \\ m\ddot{x} &= (s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi)U_1 \\ m\ddot{y} &= (-c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi)U_1\end{aligned} \tag{44}$$

معادلات حرکت را می‌توان به فرم (45) تبدیل نمود.

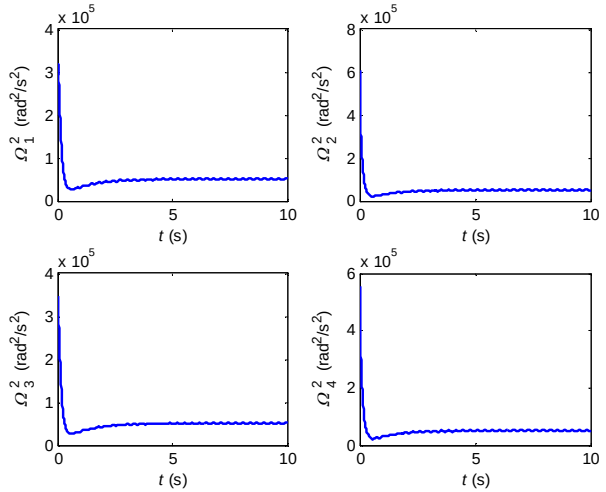
$$H^*(x)\ddot{x} + C^*(x,\dot{x})\dot{x} = F \tag{45}$$



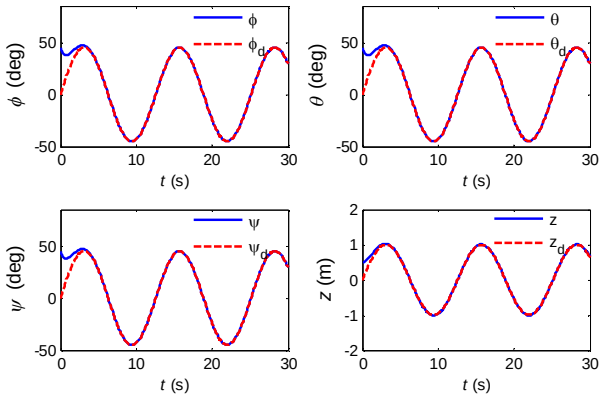

**شکل 21** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترلر تطبیقی مدل مرجع



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]




**شکل 22** قوانین کنترلی تولیدی توسط کنترلر تطبیقی مدل مرجع چندورودی-چندخروجی به هنگام ورودی مرجع ثابت




**شکل 23** کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور توسط کنترل تطبیقی مدل مرجع غیرخطی به هنگام ورودی موج سینوسی و عدم قطعیت پارامتری 50 درصدی

بطوری که $F$ بردار نیروها و گشتاورهای کنترلی و $H^*$ از انتقال خواص جرمی مسیکوپتر از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی و $C^*$ در بردارنده نیروهای گریز از مرکز و کریولیسی است. فرض می‌شود سیگنال‌های ورودی مرجع و مشتقات آن کراندار هستند. $\hat{a}$ بردار پارامترهای تخمین زده شده سیستم بصورت رابطه (46) در هر لحظه و $\tilde{a}=a-\hat{a}$ خطای تخمین پارامتر و $\tilde{x}=x-x_d$ ($x_d$ ورودی مرجع است) بردار خطای تعقیب است. تابع لیاپانوف معرفی شده برای این سیستم برابر با رابطه (47) است.

$$\hat{a}=[\hat{m}\ \hat{I}_{xx}\ \hat{I}_{yy}\ \hat{I}_{zz}] \tag{46}$$

$$V(t)=\frac{1}{2}[s^{\mathrm{T}}H^{*}s+\tilde{a}^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\tilde{a}] \tag{47}$$

$s$ بردار خطایی است که بصورت رابطه (48) تعریف می‌شود.

$$s=\dot{\tilde{x}}+\lambda\tilde{x} \tag{48}$$

$\lambda$ پارامتر طراحی است. با توجه به معادلات دینامیکی کوادروتور این ویژگی در آن وجود دارد که بتوان معادلات را نسبت به پارامترهای مجهول خطی نمود (رابطه(49)).

$$H^{*}(x)\ddot{x}_r+C^{*}(x,\dot{x})\dot{x}_r=Y^{*}(x,\dot{x},\dot{x}_r,\ddot{x}_r)a \tag{49}$$

$\dot{x}_r$ سرعت مرجع است که با جابجایی سرعت مطلوب $\dot{x}_d$ به اندازه خطای تعقیب $\tilde{x}$ بدست آمده است.

$$\dot{x}_r=\dot{x}_d-\lambda\tilde{x} \tag{50}$$

با انتخاب قانون کنترل بصورت رابطه (51) که $K_D$ ماتریس متقارن مثبت معین است، مشتق تابع لیاپانوف برابر با رابطه (52) خواهد شد.

$$F=Y^{*}(x,\dot{x},\dot{x}_r,\ddot{x}_r)\hat{a}-K_{\mathrm{D}}s \tag{51}$$

$$\dot{V}(t)=s^{\mathrm{T}}(Y^{*}(\hat{a}-a)-K_{\mathrm{D}}s)+\tilde{a}^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\dot{\hat{a}}=$$
$$-s^{\mathrm{T}}K_{\mathrm{D}}s+\tilde{a}^{\mathrm{T}}\left[Y^{*\mathrm{T}}s+\Gamma^{-1}\dot{\hat{a}}\right] \tag{52}$$

با استفاده از معیار پایداری لیاپانوف و لم باربالات، قانون تخمین بصورت رابطه (53) بدست می‌آید [17].

$$\dot{\hat{a}}=-\Gamma(Y^{*})^{\mathrm{T}}s \tag{53}$$

در شکل 23 بخوبی مشاهده می‌شود که الگوریتم تطبیقی مورد نظر سبب شده که خروجی پلنت بخوبی ورودی مرجع سینوسی را تعقیب نماید و این در حالی‌است که شرایط اولیه تخمین پارامترهای سیستم برابر صفر در شکل 24 و 1/5 برابر مقدار واقعی (شکل 25) است. این امر بیانگر توانایی روش کنترلی به‌کار برده شده برای جبران عدم قطعیت‌های پارامتری است. شکل 26 قانون‌های کنترلی لازم برای تعقیب مدل مرجع سینوسی را نشان می‌دهد.

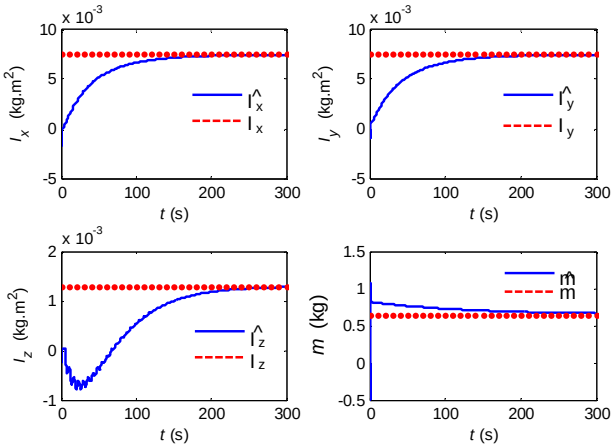
## 4-9- مقایسه روش‌های کنترلی تطبیقی و خطی در حضور عدم‌قطعیت پارامتری و اغتشاشات

در این قسمت به منظور مقایسه مقاومت کنترلرهای تطبیقی و غیرتطبیقی، از عدم قطعیت پارامتری 30 درصدی و اغتشاشات با دامنه کوچک ($d(t)=0.5\sin(20t)$) در شبیه‌سازی‌ها استفاده شده‌است. شکل 27 عملکرد هر یک از روش‌های کنترلی را نشان می‌دهد.

نتایج نشان می‌دهد که تنها کنترلر تطبیقی قادر به خنثی‌سازی عدم قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات بوده و مسیکوپتر را به پایداری می‌رساند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که استفاده از روش‌های کنترلی تطبیقی معرفی شده در این مقاله با توجه به نتایج ارائه شده در مقالات معتبر از عملکرد مناسبی برخوردار می‌باشند. روش‌های کنترل تطبیقی غیرخطی بکار برده شده با سرعت قابل قبولی مسیکوپتر را با شرایط اولیه بسیار بزرگ پایدار نموده و با تولید قوانین کنترلی مناسب، رباط پرنده را به موقعیت مطلوب خواهد رساند [19، 20].

## 5- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

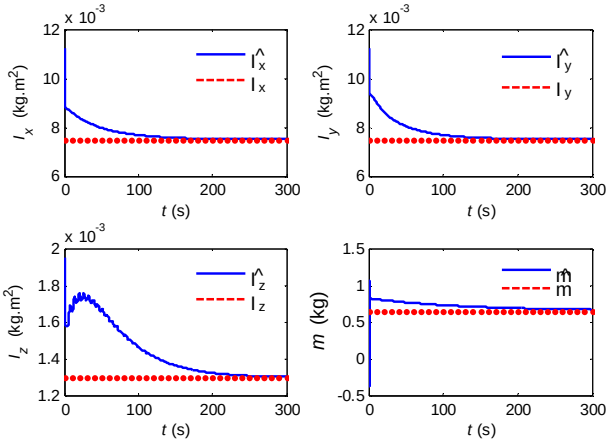
در این مقاله روش‌های کنترلی خطی و غیرخطی برای سیستم مسیکوپتر طراحی شد. روش‌های کنترلی خطی با فرض معلوم بودن پارامترهای سیستم چندورودی-چندخروجی مسیکوپتر نتایج قابل قبولی با مشخصات عملکردی مناسب بدست آوردند. در این میان تنظیم کننده بهینه با توجه ملاحظات مصرف انرژی، از نتایج بهتری برخوردار است.



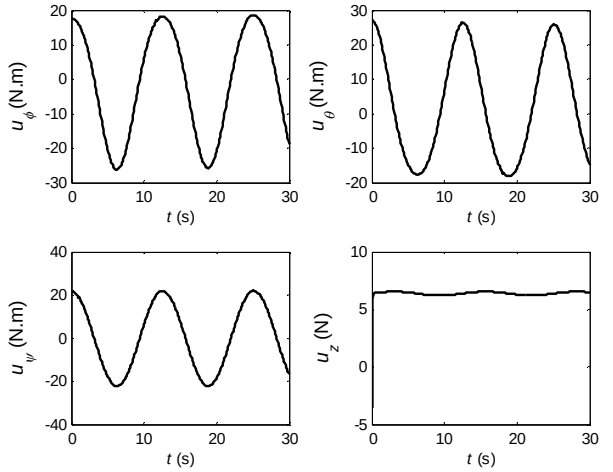

**شکل 24** تخمین پارامترهای سیستم به هنگام ورودی مرجع موج سینوسی



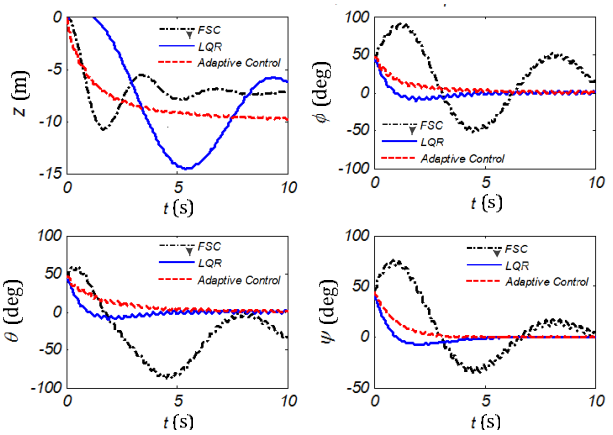
[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]




**شکل 25** تخمین پارامترها با شرایط اولیه 1/5 برابر مقدار واقعی و ورودی سینوسی




**شکل 26** قوانین کنترلی تولیدی توسط کنترلر تطبیقی مدل مرجع غیرخطی به هنگام ورودی مرجع موج سینوسی




**شکل 27** مقایسه روش‌های کنترلی LQR و FSC و کنترلر تطبیقی برای کنترل وضعیت و ارتفاع با حضور اغتشاشات و عدم قطعیت پارامتری

با اضافه کردن عدم قطعیت‌های پارامتری به سیستم، روش‌های کنترلی کلاسیک و تنظیم کننده خطی دیگر قادر به پایدارسازی سیستم نخواهند بود. سه روش کنترل تطبیقی مدل مرجع مبتنی بر پایداری لیاپانوف با فرض مجهول بودن پارامترهای جرمی پرنده ارائه شد. روش کنترلی ارائه شده برای تولید سیگنال‌های کنترلی مناسب مستلزم دانستن هیچ یک از پارامترهای فیزیکی سیستم نبوده و نیازی به تنظیم پارامترهای کنترلر برای شرایط مختلف پروازی نخواهد بود. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که روش کنترلی طراحی شده بخوبی توانسته اثرات عدم قطعیت‌های پارامتری را خنثی کرده و مدل مرجع را تعقیب نماید. افزایش بهره تطبیق سبب تعقیب سریع‌تر مدل مرجع خواهد شد و این امر منجر به تولید قوانین کنترلی بزرگتری می‌شود که با توجه به محدودیت موتورها قابل‌استفاده نیست. از نتایج شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌شود هنگامی که سطح تحریک سیگنال‌های ورودی به سیستم افزایش می‌یابد، اثرات عدم قطعیت‌های پارامتری بطور قوی‌تری خنثی خواهد شد.

## 6- فهرست علائم

| | |
|---|---|
| $A$ | سطح دیسک پره‌ها $(m^2)$ |
| $a$ | شیب لیفت |
| $b$ | ثابت پیشرانش $(N\,s^2)$ |
| $\overline{C_D}$ | ضریب درگ در 70درصد طول ملخ |
| $C_d$ | ضریب درگ |
| $C_H$ | ضریب نیروی هاب |
| $C_Q$ | ضریب درگ القایی |
| $C_T$ | ضریب تراست |
| $C_R$ | ضریب گشتاور رول |
| $c$ | وتر ملخ (m) |
| $d$ | ضریب گشتاور ناشی از درگ پره‌ها $(N\,m\,s^2)$ |
| $e$ | خطای تعقیب |
| $F$ | بردار نیروی خارجی (N) |
| $g$ | ثابت گرانش $(ms^{-2})$ |
| $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$ | ممان اینرسی $(kg\,m^2)$ |
| $J_r$ | ممان اینرسی روتور $(kg\,m^2)$ |
| $L$ | طول بازوی کوادروتور (m) |
| $m$ | جرم (kg) |
| $M$ | بردار گشتاور خارجی |
| $R_{rad}$ | شعاع پره (m) |

### علائم یونانی

| | |
|---|---|
| $\Gamma$ | بهره تطبیق |
| $\theta_0$ | زاویه پیچش پره در محل اتصال به هاب (rad) |
| $q_{tw}$ | زاویه پیچشی موجود در سرتاسر پره (rad) |
| $\lambda$ | پارامتر طراحی |
| $\mu$ | نسبت سرعت افقی به سرعت نوک پره |
| $\rho$ | چگالی هوا $(kg\,m^{-3})$ |
| $\sigma$ | نسبت سرعت جریان به سرعت نوک پره |
| $\omega$ | بردار سرعت زاویه‌ای کوادروتور |
| $\Omega$ | مجموع سرعت زاویه‌ای پره‌ها $(rad\,s^{-1})$ |

### بالانویس‌ها

| | |
|---|---|
| B | دستگاه بدنی |
| E | دستگاه چسبیده به زمین |

## 7- ضمیمه

- ماتریس‌های فضای حالت مدل معرفی شده در بخش 2-4 بصورت زیر می‌باشند.



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\\frac{1}{m}&0&0&0\\0&0&0&0\\0&\frac{1}{I_{xx}}&0&0\\0&0&0&0\\0&0&\frac{1}{I_{yy}}&0\\0&0&0&0\\0&0&0&\frac{1}{I_{zz}}\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&1&0\end{bmatrix}$$

- ماتریس‌های فضای حالت مدل مرجع معرفی شده در بخش 4-7 بصورت زیر می‌باشند :

$$A_m=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\-\omega_0^2&-2\xi\omega_0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&-\omega_0^2&-2\boldsymbol{xw}_0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-\omega_0^2&-2\xi\omega_0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&-\omega_0^2&-2\xi\omega_0&0\end{bmatrix}$$

$$B_m=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\\omega_0^2&0&0&0\\0&0&0&0\\0&\omega_0^2&0&0\\0&0&0&0\\0&0&\omega_0^2&0\\0&0&0&0\\0&0&0&\omega_0^2\end{bmatrix}$$

$\omega_0$ و $\xi$ پارمترهای طراحی به منظور رسیدن به مشخصات عملکردی مناسب هستند.

## 8- مراجع


[1] K. Valavanis, Advances in unmanned aerial vehicles: State of the art and the road to autonomy, ser. Microprocessor-based and intelligent systems engineering, Springer-Verlag, Berlin, 2007.

[2] K. Alexis, G. Nikolakopoulos, A. Tzea, Constrained optimal attitude control of a quadrotor helicopter subject to wind-gusts: experimental studies, *American Control Conference,* Baltimore, pp. 4451- 4455, 30 June-2 July 2010.

[3] E. Davoodi, M. Rezaei, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 3, pp. 176-184, 2014. (In Persian)

[4] S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart, design and control of an indoor micro quadrotor, *Proceedings of the IEEE International Conference of Robotic and Automatic,* Vol.5, pp. 4393-4398, New Orleans, 26 April-1 May 2004.

[5] S. Agostino, M. Mammone, M. Nelson, T. Zhou, Classification of unmanned air vaehicles, Technical Academic Report, under the guidance of Dr Maziar Arjomandi, Aeronautical Engineering Department, University of Adelaide, Australia.

[6] S. Bouabdallah, A. Noth, R. Siegwart, PID vs LQ control techniques applied to a indoor micro quadrotor, *in proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS,* pp. 2451–2456, 2004.

[7] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV, *Proc. Of the International Workshop on Variable Structure Systems,* pp. 365-372, 2006.

[8] Miller, K.. Path tracking control for quadrotor helicopters. Computing & Control Engineering Journal, 2008.

[9] J. Friis, E. Nielsen, R. F. Andersen, J. Boending, A. Jochumsen, A. Friis, Autonomous landing on a moving platform, control engineering, 8th Semester Project, Aalborg University, Denmark, 2009.

[10] C. Siyuan, Z. Ting, C. Yanchun, C. Jianliang, S. Junyi, L. Jin, A research on quadrotor attitude control based on Fuzzy-PI method, *Control Conference (CCC),* pp. 3548 – 3551 31st Chinese, 25-27 July 2012.

[11] S. Stevanovic, J. Kasac, J. Stepanic, Robust tracking control of a quadrotor helicopter without velocity measurment, *Proceedings of the 23rd International DAAAM Symposium,* Volume 23, No.1, 2012.

[12] Z. Fang, W. Gao, Adaptive integral backstepping control of a micro-quadrotor. *In international Conference on In Intelligent Control and Information Processing (ICICIP),* IEEE , Vol. 2, pp. 910-915, July, 2011.

[13] G. Fay, Derivation of the aerodynamic forces for the mesicopter simulation*, Stanford University, USA, 2001.*

[14] S. Bouabdallah, R. Siegwart Full control of a quadrotor. *In international conference on Intelligent robots and systems,* IROS, IEEE/RSJ , pp. 153-158, October, 2007.

[15] C. T. Chen, Linear System Theory and Design, Third ed, pp. 125-200, *Oxford university, press,* 1999.

[16] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory An Introduction,* Second ed, pp. 184-230*, dover publications,* 2004.

[17] K. J. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control. Prentice,* Second ed , Hall Englewood Cliffs, N.J. 1991.

[18] P. Ioannou, B. Fidan, *Adaptive Control Tutorial Advances in Design and control,* Third ed, SIAM, PA, 2006.

[19] B. C. Min, , J. H. Hong, and E. T. Matson, Adaptive robust control (ARC) for an altitude control of a quadrotor type UAV carrying an unknown payloads. *11th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), IEEE,* pp. 1147-1151, October, 2011.

[20] C. Diao, B. Xian, Q. Yin, W. Zeng, H. Li, Y. Yang, A Nonlinear adaptive control approach for quadrotor UAVs. *In 8th Control Conference (ASCC), IEEE*, pp. 223-228, 2011.


[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.5.38.2 ]