http://mechanics.journals.modares.ac.ir
مجله علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک مدرس
دوره ۱۱ شماره ۳ پاییز ۱۳۹۰ ص ص ۱-۱۲
تاریخچه مقاله:
دریافت ۸۹/۱۲/۱۵
پذیرش ۹۰/۷/۸
ارائه در سایت ۹۰/۷/۹

ماشینکاری مسیرهای فیثاغورث هدوگراف اسپیلاین درجه پنج با لحاظ محدودیت جرک

جواد جهان پور[۱*]، حسین دولت آبادی[۲]، امیر واحدیان عظیمی[۳]
۱- استادیار، گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، مشهد
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، مشهد
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، مشهد
*مشهد، کدپستی ۹۱۸۷۱۴۴۱۲۳، jahanpourfr@mshdiau.ac.ir

چکیده– در این مقاله، با به‌کارگیری منحنی‌های فیثاغورث هدوگراف اسپیلاین درجه پنج که از اتصال چند منحنی فیثاغورث هدوگراف (پی‌اچ) با پیوستگی مرتبه دو در نقاط اتصال بنا می‌گردند، به طراحی مسیر ماشینکاری پرداخته می‌شود. سپس دستورات موقعیت این مسیر، با ترکیب درونیاب‌های وابسته به زمان(در نواحی شتابگیری/ کاهش شتاب مسیر) و سرعت ثابت(در نواحی میانی مسیر)، تولید می‌شوند. در الگوریتم درونیابی ذکر شده، با ارائه پیشنهاد جدیدی مبنی بر به‌کارگیری توابع نمایی برای اصلاح پروفیل سرعت و استفاده از روش بهینه‌سازی جستجوی الگو، پروفیل سرعت پیشنهادی به‌منظور حفظ ماکزیمم جرک محرکهای سیستم در محدوده مقادیر مجاز بهینه می‌گردد. در ادامه، با طراحی کنترلر متداول دارای پیشخورد/پسخورد سرعت و موقعیت، ماشینکاری سریع مسیر حرکت ابزار یک دستگاه کنترل عددی در محیط سیمولینک نرم‌افزار مطلب شبیه‌سازی شده و خطای ماشینکاری برای دو نمونه از مسیرهای باز وبسته که در قالب منحنی‌های فیثاغورث هدوگراف اسپیلاین درجه پنج طراحی شده‌اند مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد.

کلیدواژگان: منحنی پی اچ اسپیلاین، بهینه‌سازی پروفیل سرعت، محدودیت جرک، کنترل حرکت مسیر ماشینکاری.

Jerk limited machining using C^2 Pythagorean-hodograph (PH) quintic spline curves

J. Jahanpour[1*], H. Dolatabadi[2], A. Vahedian Azimi[3]
1- Assis., Prof., Dep., of Mech., Eng., Islamic Azad Univ., Mashhad
2- Master student of Applied Mech., Islamic Azad Univ., Mashhad
3- Master student of Applied Mech., Islamic Azad Univ., Mashhad
*P.O.B. 9187144123, Mashhad, Iran, jahanpourfr@mshdiau.ac.ir

Abstract- In this paper, Pythagorean-hodograph (PH) quintic spline curves constructed by several connected PH curves with C^2 continuity are used to designing the toolpath in machining operation. To generate the toolpath commands, the acceleration/ deceleration phase of motion and the middle regions of the toolpath are devised by time-dependent and constant velocity interpolation algorithms, respectively. In the aforementioned interpolation algorithm, the exponential functions are employed to modify the feedrate profile and subsequently using the Pattern Search algorithm (PSA), the proposed feedrate profile is optimized to maintain the maximum jerk within allowable physical limits. Finally, high speed CNC machining for two cases of open and closed C^2 PH quintic spline curves along with the commonly used feed forward/feedback controller is simulated in Simulink-Matlab software and the contouring error is studied and analyzed.

Keywords: PH Spline Curve, Feedrate Profile Optimization, Jerk Limited, Contouring Control

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

۱- مقدمه

انتخاب سرعت حرکت ابزار ماشینکاری و نحوه شتابگیری و کاهش شتاب محورها، با لحاظ محدودیت‌های فیزیکی حرکت آنها، از مسایل مهم در فرایند ماشینکاری با سرعت بالا به شمار می‌رود. لذا طراحی مسیر هموار حرکت ابزار و همچنین حفظ محدودیت‌های ماکزیمم شتاب و جرک درایوها به‌منظور دستیابی به یک حرکت نرم و تعقیب دقیق مسیر حرکت ابزار بسیار مهم می‌باشند [۲،۱].

اگر چه منحنی‌های پارامتری در قالب بزییر[1]، بی‌اسپیلاین[2] و نربز[3] جهت طراحی انواع مسیرهای حرکت ابزار ارائه شده‌اند [۴،۳]، اما برای محاسبه طول قوس این منحنی‌ها به‌منظور درونیابی مسیر حرکت از روش های انتگرال‌گیری عددی از جمله روش رانگ کوتا[4] و یا بسط سری تیلور[5] استفاده می‌شود و از جملات با درجات بالا صرفنظر می‌گردد. لذا، به علت استفاده از روشهای تقریبی در محاسبه طول قوس منحنی، الگوریتم‌های درونیابی این منحنی‌ها دقیق نبوده و دستورات موقعیت مسیر ماشینکاری را - حتی با نرخ پیشروی ثابت- به‌طور دقیق محاسبه نکرده و نوسانات ناخواسته ای در پروفیل سرعت ابزار ایجاد می‌نماید [۵]. برای غلبه بر این مشکل، محققین تلاش‌های بسیاری نموده‌اند. به‌طور مثال، ارکورکماز و آلتینتاس [۶] برای درونیابی منحنی‌های اسپیلاین یک روش تکرار شونده[6] پیشنهاد دادند. تسای و چنگ [۷] نیز یک درونیاب پیش‌بینی کننده-تصحیح کننده[7] برای درونیابی منحنی‌های نربز ارائه کردند، اما این روشها نیز ذاتاً تقریبی می‌باشند.

در سال ۱۹۹۰ فروکی و ساکالیس [۸] منحنی‌های پی‌اچ را با قابلیت محاسبه دقیق طول قوس منحنی به‌صورت تابعی چند جمله‌ای از پارامتر منحنی معرفی کردند. این منحنی‌ها دسته خاصی از منحنی‌های به فرم آزاد در قالب نمایش بزییر هستند که برای درونیابی بلادرنگ[8] با سرعت های ثابت و متغیر کاملاً مناسب‌اند. در این منحنی‌ها مقدار طول قوس توسط یک تابع چند جمله‌ای از پارامتر منحنی به راحتی قابل محاسبه می‌باشد [۹،۱۰]. بر این مبنا الگوریتم‌های درونیابی این منحنی‌ها توسعه یافته است. در سال ۲۰۰۱، درونیابی منحنی‌های پی‌اچ با به‌کارگیری پروفیل سرعت وابسته به زمان توسط تسای و همکارانش [۱۱] پیشنهاد شد.

معمولاً، در مدل‌سازی انواع مسیرهای پیچیده، از منحنی‌های پی اچ اسپیلاین که از اتصال تکه منحنی‌های پی‌اچ بوجود می‌آیند بهره می‌گیرند [۱۲]. این منحنی‌ها نه تنها قابلیت طراحی انواع مسیرهای پیچیده باز و بسته را دارند، بلکه منحنی هموارتری نسبت به منحنی چند جمله‌ای پارامتری هم مرتبه خود تولید می‌کنند [۱۳]. اخیراً، روش جدیدی برای طراحی منحنی‌های پی اچ اسپیلاین با پیوستگی C^2 به کمک چند ضلعی نقاط کنترل[9] و نقاط گره‌ای[10] منحنی‌های بی‌اسپیلاین و نربز ارائه شده است [۱۵،۱۴].

در این مقاله، ابتدا با مروری اجمالی بر منحنی‌های بی‌اسپیلاین، نحوه محاسبه نقاط گره‌ای روی منحنی بی‌اسپیلاین درجه سه بیان می‌گردد. در بخش۳، مسیر حرکت ابزار در قالب منحنی پی اچ اسپیلاین درجه پنج طراحی شده و در بخش بعد، الگوریتم درونیابی مسیر ماشینکاری مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش ۵، به‌منظور کاهش مقدار ماکزیمم جرک در امتداد مسیر ابزار، روش جدیدی مبنی بر به‌کارگیری توابع نمایی در پروفیل سرعت پیشنهاد می‌شود. در انتها، نتایج درونیابی مسیر حرکت ابزار با به‌کارگیری پروفیل سرعت اصلاح شده و تاثیرات آن بر مقادیر ماکزیمم شتاب و جرک ارائه می‌گردد. همچنین، با به‌کارگیری کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد[11]، نحوه حرکت ابزار در امتداد مسیر در محیط نرم‌افزار مطلب شبیه‌سازی شده و خطای ماشینکاری مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد.

1. Bezier
2. Bspline
3. Non Uniform Rational Bspline
4 .Runge–Kutta
5 .Taylor's expansion
6. Iteration method
7 .Predictor-Corrector interpolator

8. Real-Time interpolation
9. Control Points
10. Nodal Points
11. Pseudo-Derivative Feedback Feedforward

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

۲- منحنی‌های بی‌اسپیلاین

یک منحنی بی‌اسپیلاین از درجه p با $n+1$ نقطه کنترلی $p_0,\dots,p_n$ و بردار گره ای[1] $U=\{u_0,u_1,\dots,u_m\}$ به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$C(u)=\sum_{k=0}^{n}N_{k,p}(u)P_k \qquad (۱)$$

که در آن $N_{k,p}(u)$ توابع پایه[2] بوده و به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۳]:

$$N_{k,0}(u)=\begin{cases}1 & \text{if } u\in[u_k,u_{k+1})\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$N_{k,p}(u)=\frac{u-u_k}{u_{k+p}-u_k}N_{k,p-1}(u)+\frac{u_{k+p+1}-u}{u_{k+p+1}-u_{k+1}}N_{k+1,p-1}(u) \qquad (۲)$$

برای ترسیم یک منحنی بی‌اسپیلاین با درجه p که در نقاط ابتدا و انتها بر چند ضلعی نقاط کنترل[3] مماس گردد، بردار گره‌ای بایستی شامل $p+1$ تکرار در ابتدا و انتها باشد. معمولا فاصله نقاط متوالی u_i مجزا را به‌طور یکنواخت انتخاب می‌کنند. همچنین $m+1$ گره $u_0,u_1,\dots,u_m$ و $n+1$ نقطه کنترلی $P_0,P_1,\dots,P_n$ در رابطه $(m+1)=(n+1)+(p+1)$ صدق می‌کنند. نقاط متناظر با گره های مجزای $u_m,\dots,u_{p+1}$ روی منحنی بی‌اسپیلاین نقاط گره ای نامیده می‌شوند. با لحاظ نکات ذکر شده، بردار گره ای برای یک بی‌اسپیلاین درجه سه[4] به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\boldsymbol{U}=\{0,0,0,0,\dots,u_i=i-3,\dots,n-2,n-2,n-2,n-2\} \quad ,i=4,\dots,n \qquad (۳)$$

نقاط گره ای روی منحنی بی‌اسپیلاین $C(u)$ از الگوریتم دی-بور قابل محاسبه اند [۱۵]. جهان پور و همکارانش [۱۴] با درنظر گرفتن فواصل یکسان برای نقاط u_i مطابق رابطه (۳)، روابطی جهت محاسبه نقاط گره ای واقع بر منحنی نربز درجه سه ارائه داده‌اند. از آنجا که منحنی‌های بی‌اسپیلاین حالت خاصی از منحنی‌های نربز - با ضرایب وزنی واحد[5]- می‌باشند، روابط ارائه شده در مرجع [۱۴] برای محاسبه $n-1$ نقطه گره ای روی منحنی بی‌اسپیلاین درجه سه به‌صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned}
q_0&=C(u_3)=P_0\\
q_1&=C(u_4)=(3P_1+7P_2+2P_3)/12\\
q_i&=C(u_{i+3})=(P_i+4P_{i+1}+P_{i+2})/6\,,i=2\dots n-4\\
q_{n-3}&=C(u_n)=(2P_{n-3}+7P_{n-2}+3P_{n-1})/12\\
q_{n-2}&=C(u_{n+1})=P_n
\end{aligned} \qquad (۴)$$

برای منحنی‌های بی‌اسپیلاین درجه سه بسته با منطبق کردن سه نقطه کنترل انتهایی بر سه نقطه کنترل ابتدایی به‌صورت: $P_{n-2}=P_0\ ,\ P_{n-1}=P_1\ ,\ P_n=P_2$ رابطه (۴) به‌صورت زیر خواهد بود [۱۳]:

$$\begin{aligned}
q_i&=C(u_{i+3})=(P_i+4P_{i+1}+P_{i+2})/6\\
i&=0\dots n-2
\end{aligned} \qquad (۵)$$

۳- منحنی‌های پی اچ اسپیلاین درجه پنج

نمایش مختلط یک منحنی پارامتری صفحه ای به‌صورت رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$r(\xi)=x(\xi)+iy(\xi) \qquad (۶)$$

بنابراین، هدوگراف منحنی $r(\xi)$، یعنی $r'(\xi)=dr(\xi)/d\xi$ به‌صورت زیر است:

$$r'(\xi)=x'(\xi)+iy'(\xi) \qquad (۷)$$

منحنی پارامتری با رابطه (۶) را فیثاغورث هدوگراف یا پی‌اچ گویند اگر مولفه های هدوگراف آن در رابطه زیر صدق کنند:

$$\begin{aligned}
x'(\xi)&=u^2(\xi)-v^2(\xi)\\
y'(\xi)&=2\,u(\xi)\,v(\xi)\\
\sigma(\xi)&=u^2(\xi)+v^2(\xi)
\end{aligned} \qquad (۸)$$

1. Knot Vector
2. Basis Function
3. Control polygon
4. Qubic-Bspline
5. Unit-weigth

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

که در آن $u(\xi)$ و $v(\xi)$ توابع چند جمله‌ای مستقل از یکدیگر هستند [۸]. با توجه به رابطه (۷) و جایگزینی (۸) در آن خواهیم داشت:

$$|r'(\xi)| = u^2(\xi) + v^2(\xi) \qquad (۹)$$

با تعریف $w(\xi) = u(\xi) + iv(\xi)$، هدوگراف یک منحنی پی‌اچ به‌صورت $r'(\xi) = w^2(\xi)$ قابل نمایش است. همچنین، طول قوس یک منحنی پی‌اچ از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$s(\xi) = \int_0^{\xi} |r'(\xi)| d\xi = \int_0^{\xi} \sigma(\xi) d\xi \qquad (۱۰)$$

با توجه به رابطه (۱۰)، عبارت $\sigma(\xi) = ds/d\xi$ نرخ طول قوس پیموده شده در راستای منحنی $r(\xi)$ نسبت به ξ بوده و سرعت پارامتری نامیده می‌شود. همانطور که ملاحظه می‌شود، طول قوس منحنی‌های پی‌اچ به‌صورت تابعی چند جمله‌ای از پارامتر منحنی بوده و بطور دقیق قابل محاسبه است.

یک منحنی پی‌اچ به تنهایی توانایی مدل‌سازی مسیرهای پیچیده را ندارد، لذا با اتصال چند منحنی پی‌اچ ، منحنی‌های پی اچ اسپیلاین طراحی می‌گردند. این منحنی‌ها علاوه بر دارا بودن خواص منحنی‌های بی‌اسپیلاین از خواص منحنی‌های پی‌اچ نیز بهره می‌گیرند. از آنجاییکه منحنی‌های پی‌اچ درجه پنج، پرکاربردترین منحنی‌های پی‌اچ می‌باشند [۱۶]، لذا برای دستیابی به یک مسیر ماشینکاری نرم و هموار به فرم منحنی پی اچ اسپیلاین، در عمل از چند منحنی پی‌اچ درجه پنج متصل به هم و دارای پیوستگی C^2 در نقاط اتصال استفاده می‌شود. این نقاط اتصال را می توان نقاط گره ای واقع بر منحنی بی‌اسپیلاین درجه سه - محاسبه شده در بخش ۲ - در نظر گرفت. مولفات هدوگراف منحنی‌های پی‌اچ متصل به هم بایستی از درجه چهار بوده و لذا با توجه به رابطه (۸)، توابع $u(\xi)$ و $v(\xi)$ و همچنین $w(\xi)$ از درجه دو نسبت به پارامتر ξ می‌باشند.

برای یافتن منحنی پی اچ اسپیلاین درجه پنج، هدوگراف منحنی‌های پی‌اچ متصل به هم به فرم کلی زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} r_i'(\xi) &= w_i^2(\xi) \\ &= \left[\frac{1}{2}(z_{i-1}+z_i)(1-\xi)^2 + 2z_i(1-\xi)\xi + \frac{1}{2}(z_i+z_{i+1})\xi^2\right]^2 \\ &, \quad i=1,\ldots,M=n-2 \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

با توجه به رابطه (۱۱)، شرایط پیوستگی C^2 در نقطه اتصال دو قسمت متوالی i ام و $i+1$ ام ارضا می‌گردد، زیرا:

$$\begin{aligned} r_i(1) &= r_{i+1}(0) \\ r_i'(1) &= r_{i+1}'(0) = \frac{1}{4}(z_i + z_{i+1})^2 \\ r_i''(1) &= r_{i+1}''(0) = (z_i + z_{i+1})(z_{i+1} - z_i) \end{aligned} \qquad (۱۲)$$

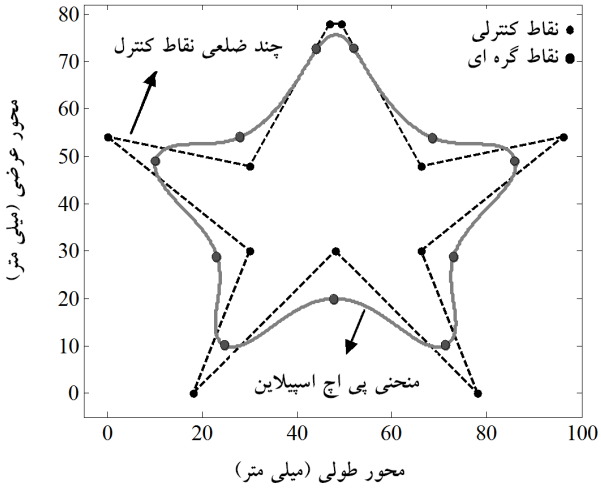
با محاسبه بردارهای شیب در نقاط ابتدایی q_0 و انتهایی q_{n-2} منحنی و همچنین شرط عبور منحنی از نقاط گره ای؛ رابطه (۱۱) به دستگاه معادلات زیر منتهی می‌گردد [۱۳]:

$$\begin{aligned} &(z_0+z_1)^2 - 12(p_1-p_0) = 0 \\ &(z_M+z_{M+1})^2 - 12(p_n-p_{n-1}) = 0 \\ &3z_{i-1}^2 + 27z_i^2 + 3z_{i+1}^2 + z_{i-1}z_{i+1} \\ &+13z_{i-1}z_i + 13z_i z_{i+1} - 60(q_i - q_{i-1}) = 0 \quad , \quad i=1,\ldots,M \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

با حل دستگاه معادلات فوق به روش نیوتن- رافسون، مجهولات z_i محاسبه گردیده و با استفاده از رابطه (۱۱)، هدوگراف تکه منحنی‌های پی‌اچ به‌دست می‌آید. درادامه، با انتگرال گیری از این هدوگراف ها و لحاظ شرط عبور $r_i(0) = q_{i-1}$، منحنی پی اچ اسپیلاین درجه پنج حاصل می‌گردد. در شکل ۱ نمونه ای از منحنی پی اچ اسپیلاین درجه پنج به همراه چند ضلعی نقاط کنترل و نقاط گره ای واقع بر منحنی نمایش داده شده است. در طراحی این مسیر ماشینکاری به شکل ستاره، بردار گره ای یکنواخت به فرم رابطه (۳) به‌کار گرفته شده است.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]



شکل ۱ نمونه ای ازمنحنی پی اچ اسپیلاین

۴- درونیابی منحنی پی اچ اسپیلاین درجه پنج

پس از طراحی مسیر ابزار ماشینکاری، چگونگی محاسبه دستورات موقعیت ابزار که تحت عنوان درونیابی مسیر حرکت ابزار مطرح است، بررسی می‌گردد. از آنجایی که پروفیل های سرعت به فرم "S" شکل در دستیابی به حرکتی نرم در موضوع ماشینکاری از اهمیت بسزایی برخوردارند؛ در این مقاله، نرخ پیشروی وابسته به زمان مورد استفاده قرار گرفته و در ادامه، مساله درونیابی بر اساس این نرخ پیشروی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

روابط درونیابی یک منحنی پی‌اچ با لحاظ پروفیل سرعت "S" شکل وابسته به زمان در مرجع [۱۱] ارائه شده است. بر این اساس، نرخ پیشروی در امتداد مسیر ابزار، به فرم توابع برنشتاین[1] درجه n از زمان و به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V(\tau)=\sum_{k=0}^{n} V_k b_k^n(\tau) \qquad (۱۴)$$

که در این رابطه، $\tau = t/T$ زمان نرمال شده در بازه زمانی شتابگیری/ کاهش شتاب می‌باشد و همچنین:

$$b_k^n(\tau)=\binom{n}{k}(1-\tau)^{n-k}\tau^k \quad , \quad k=0,\ldots,n \qquad (۱۵)$$

1. Bernestain

ضرایب V_k در رابطه (۱۴)، با اعمال شرایط حرکتی در نواحی شتابگیری/ کاهش شتاب محاسبه می‌گردند.

نرخ پیشروی خطی ($n=1$ در رابطه (۸)) ، به علت تولید پروفیل شتاب ناپیوسته و ایجاد تغییرات آنی گشتاور در محرک‌های سیستم، پیشنهاد نمی‌شود. از آنجایی که استفاده از درجات بالاتر، $n>1$ ، موجب دستیابی به پروفیل سرعت "S" شکل شده و باعث ملایم تر شدن تغییرات در شتاب و جرک می‌گردد [۱۷]؛ لذا در این مقاله، از نرخ پیشروی متداول درجه پنج وابسته به زمان استفاده شده است [۱۱].

برای دستیابی به دستورات موقعیت حرکت ابزار روی مسیر پی اچ اسپیلاین درجه پنج طراحی شده، با انتگرال گیری از تابع سرعت وابسته به زمان تعریف شده در رابطه (۱۴) طول قوس پیموده شده به‌صورت رابطه $S(\xi)=F(t)$ برای نواحی شتابگیری/ کاهش شتاب محاسبه می‌شود. تابع $F(t)$ انتگرال تابع سرعت، یعنی $F(t)=\int_0^t V(\tau)d\tau$ و به فرم برنشتاین از درجه $n+1$ نسبت به زمان می‌باشد. با لحاظ بازه زمانی درونیابی[2] Δt، مسئله درونیابی به حل معادله $S(\xi_k)=F(k\,\Delta t)$ برای محاسبه ξ_k متناظر با زمان $k\,\Delta t$ منجر می‌گردد. از روش نیوتن- رافسون معادله اخیر دارای جواب ξ_k به‌صورت زیر است:

$$\xi_k^{(r)}=\xi_k^{(r-1)}-\frac{S\left(\xi_k^{(r-1)}\right)-F(k\,\Delta t)}{\sigma(\xi_k^{(r-1)})} \quad , r=1,2,\ldots \qquad (۱۶)$$

در ناحیه سرعت ثابت حرکت روی مسیر، رابطه طول قوس طی شده به‌صورت $S(\xi_k)=kV_f\Delta t$ بوده و در این حالت $F(k\,\Delta t)=kV_f\Delta t$ در رابطه (۱۶) جایگزین می‌گردد.

با محاسبه ξ_k، نقاط موقعیت ابزار متناظر با آن پارامتر روی مسیر ماشینکاری در هر بازه کنترلی مشخص می‌گردد.

ضرایب V_k در رابطه (۱۴) برای حالت پروفیل سرعت درجه پنج وابسته به زمان، با اعمال شرایط سرعت، شتاب و جرک در ابتدای حرکت (V_i ,$\dot{V}_i$,$\ddot{V}_i$) و انتهای ناحیه شتابگیری (V_f ,$\dot{V}_f$,$\ddot{V}_f$) به‌صورت زیر محاسبه می‌گردند [۱۱]:

2. Sampling period

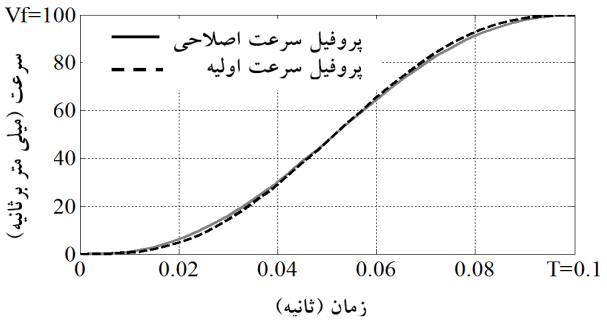
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

$$
\begin{aligned}
V_0 &= V_i \\
V_1 &= V_i + \frac{1}{5}T\dot{V}_i \\
V_2 &= V_i + \frac{2}{5}T\dot{V}_i + \frac{1}{20}T^2\ddot{V}_i \\
V_3 &= V_f - \frac{2}{5}T\dot{V}_f + \frac{1}{20}T^2\ddot{V}_f \\
V_4 &= V_f - \frac{1}{5}T\dot{V}_f \\
V_5 &= V_f
\end{aligned}
\tag{۱۷}
$$

در بخش بعدی، روشی جدید برای کاهش مقدار ماکزیمم جرک و شتاب در امتداد مسیر حرکت ابزار ارائه می‌گردد. در این روش، ضرایب ارائه شده در رابطه (۱۷) و به تبع آن پروفیل سرعت درجه پنج وابسته به زمان به گونه ای مناسب اصلاح می‌گردد.

۵- محدود کردن جرک و شتاب به کمک اصلاح پروفیل سرعت

با داشتن زمان شتابگیری T و نرخ پیشروی نامی V_f در امتداد مسیر، پروفیل سرعت درجه پنج تابع از زمان را به گونه ای اصلاح می‌کنیم که تغییرات سرعت در ابتدا و انتهای ناحیه شتابگیری/ کاهش شتاب افزایش یابد. این امر باعث افزایش شیب منحنی سرعت در ابتدا و انتهای ناحیه شتابگیری/ کاهش شتاب می‌شود. در نتیجه، در داخل این ناحیه، پروفیل سرعت از شیب کمتری نسبت به فرم اولیه خود برخوردار گشته و به تبع آن ماکزیمم مقادیر شتاب و جرک کاهش می یابند (شکل ۲).



شکل ۲ مقایسه پروفیل اصلاح شده سرعت و پروفیل سرعت اولیه (درجه پنج تابع زمان) در ناحیه شتابگیری

جدول ۱ مشخصات فرایند ماشینکاری نمونه های مورد مطالعه

مشخصات فرایند ماشینکاری	مقدار
سرعت نامی ماشینکاری (میلی متر بر ثانیه): V_f	۱۰۰
زمان شتابگیری(ثانیه): T	۰/۱
شتاب در ابتدای حرکت (میلی متر برمجذورثانیه): $\dot{V}_i$	۰
شتاب در پایان ناحیه شتابگیری(میلی متر برمجذور ثانیه): $\dot{V}_f$	۰
ماکزیمم مقدار شتاب در امتداد مسیر حرکت (میلی متر برمجذور ثانیه): a_{max}	۲۰۰۰
ماکزیمم مقدار جرک در امتداد مسیر حرکت(میلی متر برمکعب ثانیه): J_{max}	۵۰۰۰۰

در زیر پروسه اصلاح پروفیل های سرعت درجه پنج جهت محدود کردن ماکزیمم شتاب و جرک در محدوده مجاز تعیین شده ارائه می‌گردد.

ضرایب $\dot{V}_f$, $\dot{V}_i$ در رابطه (۱۷) را توابعی از زمان و مطابق رابطه زیر در نظر می‌گیریم:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_i &= 1 - e^{(n_c\tau)} \\
\dot{V}_f &= 1 - e^{n_c(1-\tau)}
\end{aligned}
\tag{۱۸}
$$

که در این رابطه، پارامتر n_c ضریب تغییر شیب پروفیل سرعت در ناحیه شتابگیری/ کاهش شتاب می‌باشد. در نظر گرفتن $\dot{V}_f$, $\dot{V}_i$ به فرم رابطه (۱۸) به گونه ای است که شرایط حرکتی سرعت از صفر در شروع حرکت، $V_i|_{\tau=0} = 0$، به سرعت نامی در پایان شتابگیری، $V_f|_{\tau=1} = V_{nom}$ ، را ارضا می‌کند. علاوه بر این، شرایط شتاب صفر در ابتدا و انتهای ناحیه شتابگیری/ کاهش شتاب، $\dot{V}_i|_{\tau=0} = 0$ و $\dot{V}_f|_{\tau=1} = 0$ ، نیز برقرار است. در روش پیشنهاد شده جدید، با توجه به اینکه ضرایب $\dot{V}_f$, $\dot{V}_i$ تابعی از زمان می‌باشند، امکان ایجاد تغییرات مطلوب در پروفیل اصلاحی سرعت فراهم شده که کاهش مقادیر ماکزیمم شتاب و جرک را به دنبال دارد.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

در این مقاله، مقدار n_c از روش بهینه‌سازی جستجوی الگو[1] به گونه ای محاسبه می‌شود که مقدار جرک در امتداد مسیر ماشینکاری در محدوده مجاز تعیین شده حفظ شود. چگونگی به‌کارگیری روش بهینه‌سازی جستجوی الگو در بخش زیر برای نمونه مورد مطالعه به تفصیل بیان شده است.

مشخصات فرایند ماشینکاری نمونه های مورد مطالعه در شبیه‌سازی‌ها مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شده است [۱،۱۶].

۵-۱- بهینه‌سازی ضریب تغییر شیب پروفیل سرعت

با تعریف تابع هدف[2] "ماکزیمم جرک در راستای مسیر ماشینکاری" در الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی الگو ، مقدار n_c به گونه ای محاسبه می‌شود که تابع هدف ذکر شده حداقل گردد.

دستور patternsearch (@O.F.,X0,LB,UB) در محیط نرم‌افزار مطلب به‌منظور کمینه کردن تابع هدف .O.F با شروع از نقطه اولیه X0 برای متغیرها در محدوده مرز پایین[3] LB و بالای[4] UB آن ها استفاده می‌شود. اجرای این کد منجر به دستیابی به متغیرهای بهینه X در محدوده مرز پایین و بالا خواهد شد ($LB \le X \le UB$).

در این مقاله، مشخصات پارامترهای به‌کار گرفته شده در الگوریتم جستجوی الگو مطابق مرجع [۱۶] انتخاب شده‌اند. مقدار اولیه متغیر n_c و همچنین مرزهای بالا و پایین استفاده شده در الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی الگو، مقادیر $X0 = 5$, $LB = 2$, $UB = 12$ فرض شده است.

نتایج به‌دست آمده از اجرای این الگوریتم در شکل ۳ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۳- الف دیده می‌شود، ماکزیمم جرک متناظر به ازاء مقدار اولیه $n_c = 5$ حدود $۵/۶۵\times۱۰^{۴}$ میلی متر برمکعب ثانیه است که بعد از ۵۶ بار تکرار[5] به مقدار $۴/۸۵\times۱۰^{۴}$ میلی متر برمکعب ثانیه کاهش می‌یابد. مقادیر بهینه متغیر n_c به‌دست آمده از الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی الگو پس از تعداد ۲۰۵ بار محاسبه تابع هدف[6] $X = n_c = 8.12$ می‌باشد (شکل ۳- ب).

۶- نتایج شبیه‌سازی حرکت ابزار

در این بخش، به‌منظور مقایسه پروفیل سرعت اصلاح شده و سرعت درجه پنج وابسته به زمان - ارائه شده در بخش ۴ - پروفیل های جرک به‌دست آمده در حرکت ابزار روی مسیرهای پی اچ اسپیلاین درجه پنج با پیوستگی C^2 به شکل‌های آلفا و قلب مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در ادامه چگونگی تعقیب مسیر حرکت ابزار و خطای ماشینکاری در محیط سیمولینک[7] نرم‌افزار مطلب با به‌کارگیری کنترلر پیشرفته شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد بررسی می‌شود.

نقاط کنترلی مورد استفاده در طراحی مسیرهای به شکل آلفا و قلب به‌صورت زیر انتخاب شده‌اند.

آلفا:

$$P_0 = 0,\ P_1 = 12+18i\ ,\ P_2 = 24+27i\ ,\ P_3 = 36+9i\ ,$$
$$P_4 = 24-9i\ ,\ P_5 = 12,\ P_6 = 0+18i$$

قلب:

$$P_0 = -20-50i\ ,\ P_1 = 5i\ ,\ P_2 = -5i\ ,\ P_3 = -20+50i\ ,$$
$$P_4 = 40+50i\ ,\ P_5 = 75-5i\ ,\ P_6 = 75+5i\ ,$$
$$P_7 = 40-50i\ ,\ P_8 = P_0,\ P_9 = P_1,\ P_{10} = P_2$$

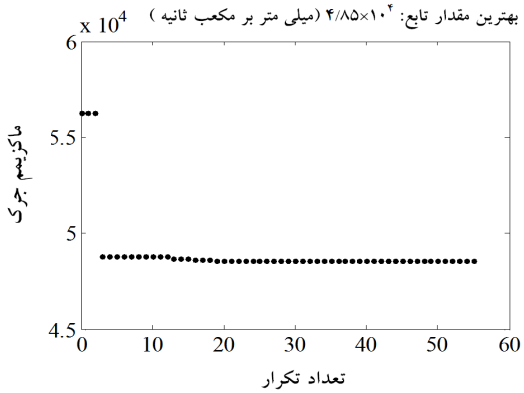
۶-۱- پروفیل‌های سرعت، شتاب و جرک

با استفاده از مقادیر ارائه شده در جدول ۱ و مقدار بهینه $n_c = 8.12$ به‌دست آمده از الگوریتم جستجوی الگو ، ضرایب اصلاح شده $\dot{V}_f$, $\dot{V}_i$ مطابق رابطه (۱۸) محاسبه می‌گردند. با جایگزینی این ضرایب در رابطه (۱۷)، پروفیل اصلاح شده سرعت در امتداد مسیر حرکت ابزار از رابطه (۱۴) به‌دست می‌آید. به‌عنوان نمونه، پروفیل اصلاح شده سرعت در امتداد مسیر منحنی پی اچ اسپیلاین به شکل آلفا مطابق شکل ۴- الف می‌باشد. در این شکل پروفیل سرعت درجه پنج

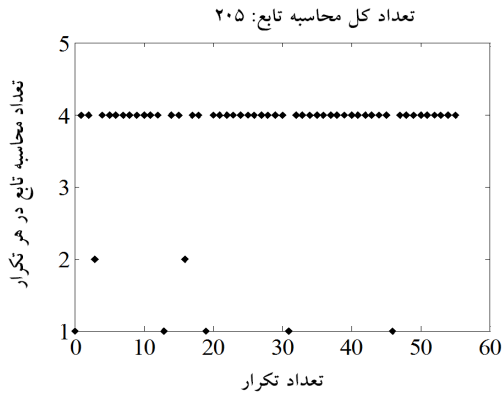
1. Pattern Search Algorithm
2. Objective Function
3. Lower Bound
4. Upper Bound
5. Iteration
6. Total Function Evaluation
7. Simulink- Matlab Software

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

نیز به‌صورت نقطه چین نمایش داده شده است. شکل‌های ۴- ب و ۴- ج به ترتیب پروفیل شتاب و جرک در راستای مسیر را در دو حالت استفاده از پروفیل سرعت درجه پنج و پروفیل اصلاح شده پیشنهادی نشان می دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود، مطابق شکل‌های ۴- ب و ۴- ج، مقدار ماکزیمم جرک با استفاده از پروفیل سرعت درجه پنج، $۵/۶۵\times۱۰^{۴}$ میلی متر برمکعب ثانیه می‌باشد. در حالیکه مقدار حداکثر جرک به‌دست آمده در استفاده از پروفیل اصلاح شده سرعت، $۴/۸۵\times۱۰^{۴}$ میلی متر برمکعب ثانیه بوده که در محدوده مجاز کمتر از ۵۰۰۰۰ میلی متر برمکعب ثانیه (مشخص شده در شکل ۴- ج) قرار دارد. همچنین مقدار حداکثر شتاب نیز کاهش یافته است.

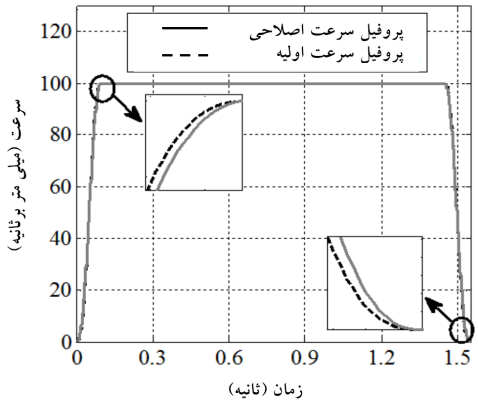


الف: حداقل مقدار تابع هدف

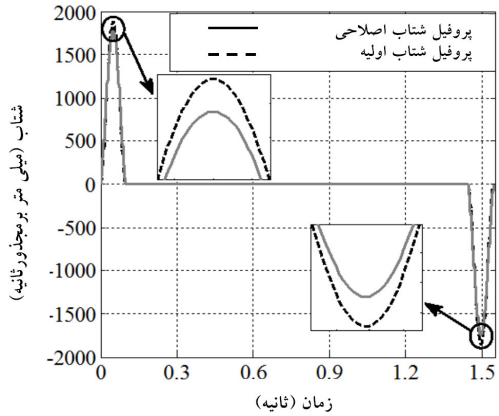


ب: تعداد کل محاسبه تابع هدف

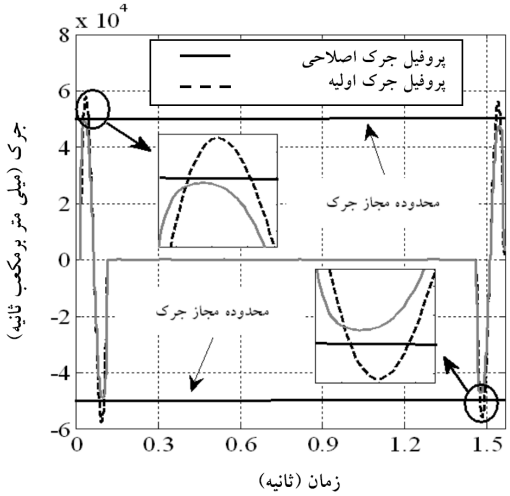
شکل ۳ نتایج به‌دست آمده از الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی الگو



الف: پروفیل سرعت در راستای مسیر



ب: پروفیل شتاب در راستای مسیر



ج : پروفیل جرک در راستای مسیر

شکل ۴ نمایش پروفیل های سرعت، شتاب و جرک اصلاح شده و اولیه (درجه پنج تابع زمان)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

با توجه به محاسبه دقیق طول قوس منحنی‌های پی‌اچ، درونیابی منحنی‌های پی اچ اسپیلاین درجه پنج با پیوستگی C^2 منجر به دستیابی به پروفیل سرعت پیوسته در کلیه نواحی حرکت - شتابگیری/کاهش شتاب و سرعت ثابت- گردیده و به تبع آن پروفیل های شتاب و جرک پیوسته ای را به‌دست می دهد. بطور مثال، تغییرات شتاب و جرک در نقاط اتصال تکه منحنی‌های پی‌اچ روی مسیر به شکل آلفا - که با مقیاس بزرگتر نشان داده شده‌اند- در شکل ۵ مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که در شکل ۵- الف و ۵- ب ملاحظه می‌شود، ماکزیمم تغییرات شتاب در راستای مسیر در نقاط اتصال مقدار ناچیز ۰/۵ میلی متر برمجذورثانیه و ماکزیمم تغییرات جرک در راستای مسیر حرکت به میزان کم ۲۱۰ میلی متر برمکعب ثانیه - و مربوط به نقطه برگشت منحنی الفا- می باشند که بیانگر دقت مناسب ترکیب الگوریتم‌های درونیابی سرعت ثابت و سرعت وابسته به زمان می‌باشد. به‌طور مشابه، ماکزیمم نوسانات پروفیل های شتاب و جرک در نقاط اتصال تکه منحنی‌های پی‌اچ در راستای مسیر به شکل قلب به ترتیب مقادیر کم ۰/۱ میلی متر برمجذورثانیه و ۱۶میلی متر برمکعب ثانیه می‌باشند.

۶-۲- کنترل حرکت مسیر ابزار

برای کنترل حرکت ابزار در امتداد مسیر، از کنترلرهای دارای حلقه سرعت/ موقعیت در قالب تناسبی- تناسبی انتگرالگیر و شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد بطور گسترده استفاده می‌گردد [۱۶،۱۸،۱۹]. در این بخش، با استفاده از پروفیل سرعت اصلاح شده پیشنهادی در بخش ۵، چگونگی تعقیب مسیر حرکت ابزار در قالب منحنی پی اچ اسپیلاین در محیط سیمولینک مطلب با به‌کارگیری کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد شبیه‌سازی شده و قابلیت کنترل حرکت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد دارای شرایط تعادلی بین واکنش پذیری به دستورات ورودی و مقابله با اغتشاش می‌باشد و با داشتن بهره پیشخورد موقعیتی و سرعتی k_{pf} و k_{vf} آزادی عمل مناسبی در تنظیم دارد [۲۰،۲۱].

دیاگرام بلوکی کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد در شکل ۶ نمایش داده شده است که در آن $G(s)$ تابع تبدیل سروو در مود گشتاور[1] درایو بوده و $k=\frac{1}{0.716}$ (ولت بر نیوتون متر) نسبت تبدیل گشتاور روی شفت موتور به ولتاژ می‌باشد. $r_g=1.59$ (میلی متر بر رادیان) نسبت انتقال بال اسکرو[2] فرض شده است. k_{pp} و k_{pv} و k_{iv} به ترتیب بهره های تناسبی موقعیت، تناسبی سرعت و انتگرال گیر سرعت می‌باشند. همچنین x_{com} و x_{act} به ترتیب دستورات موقعیتی به‌دست آمده از درونیابی مسیر حرکت و موقعیت واقعی ابزار بوده و k_{pf} و k_{vf} به ترتیب بهره‌های پیشخورد موقعیت و سرعت هستند. تابع انتقال استفاده شده در شبیه‌سازی کنترل حرکت روی مسیر منحنی پی اچ اسپیلاین به شکل‌های آلفا و قلب برای محورهای طولی X وعرضی Y به‌صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند [۱۴]:

$$G_x(s)=\frac{83.0089}{1+0.19936s}\quad(\frac{\text{rad/s}}{\text{volt}})$$

$$G_y(s)=\frac{50.4977}{1+0.15641s}\quad(\frac{\text{rad/s}}{\text{volt}})$$

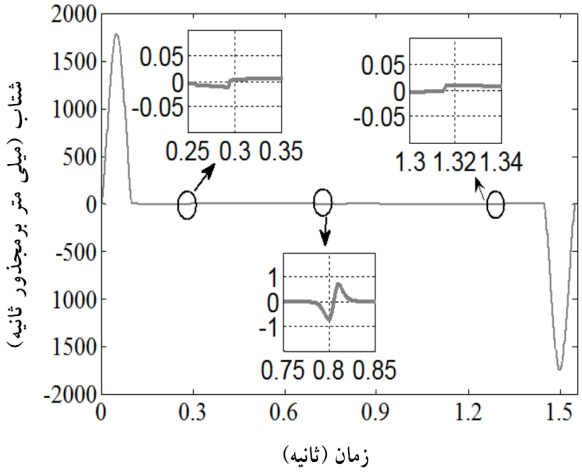
مقادیر تنظیم شده پارامترهای کنترلی کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد ، با لحاظ محدودیت‌های اشباع محرکها[3] به مقدار ۵± ولت و حداکثر خطای مجاز ماشینکاری ۳۰ میکرومتر، در جدول ۲ آمده است.

1. Torque mode
2. Ballscrew
3. Drives Saturation

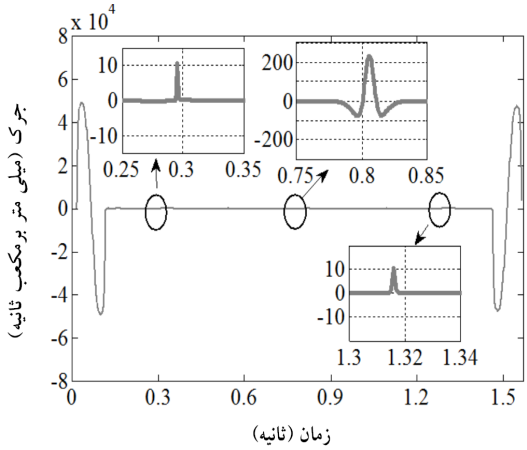
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

جدول ۲ مقادیر پارامترهای کنترلی کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد

پارامتر کنترلی	واحد	قلب		آلفا	
		محور عرضی	محور طولی	محور عرضی	محور طولی
k_{pp}	رادیان ثانیه بر میلیمتر	۱۰۹/۹۵	۱۰۹/۹۵	۹۷/۳۸	۹۷/۳۸
k_{pv}	نیوتون متر ثانیه بر رادیان	۱/۵	۱/۲	۱/۵۳	۱/۱۹
k_{iv}	یک بر ثانیه	۲۵۳	۲۵۲	۲۵۳/۲	۲۵۲/۸
k_{pf}	رادیان بر میلیمتر	۰/۸	۰/۸	۰/۸	۰/۸
k_{vf}	-	۰/۸۵	۰/۸۵	۰/۸۵	۰/۸۵



الف: تغییرات شتاب در راستای مسیر الفا



ب: تغییرات جرک در راستای مسیرالفا

شکل ۵ تغییرات شتاب و جرک درنقاط اتصال روی مسیر به شکل الفا

چگونگی تعقیب مسیرهای باز و بسته آلفا و قلب با استفاده از کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد و همچنین خطای ماشینکاری در شکل۷ نمایش داده شده است. در تعقیب مسیر منحنی آلفا حرکت ابزار از مبدا شروع شده و به نقطه با مختصات ۱۸ میلیمتر روی محور عرضی ختم می‌گردد، همچنین، در تعقیب مسیر منحنی بسته قلب حرکت از مبدا آغاز شده و به همان نقطه ختم می‌گردد.

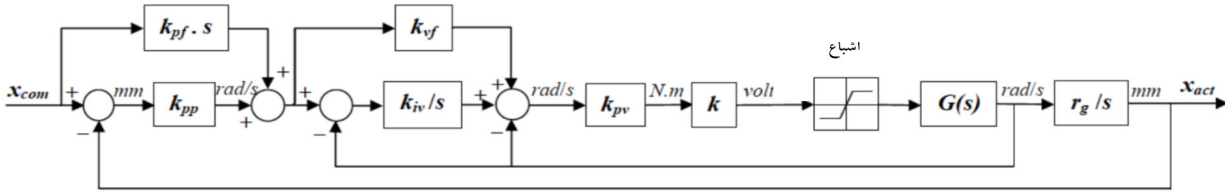
با توجه به شکل‌های ۷- الف و ۷- ب ؛ به وضوح مشخص است که کنترلر در تعقیب دستورات موقعیتی ابزار ماشینکاری عملکرد مطلوبی دارد. همچنین مطابق شکل ۷- ج، حداکثر خطای ماشینکاری در استفاده از کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد برای مسیرهای آلفا و قلب به ترتیب مقادیر ۱۰/۵ میکرومتر و۱۰/۸ میکرومتر می‌باشد که در نواحی بزرگنمایی شده در شکل‌های۷- الف و ۷- ب اتفاق می افتد.

۷- نتیجه گیری

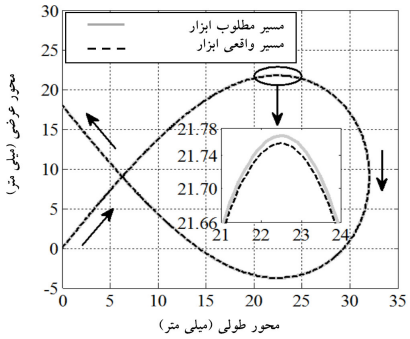
در این مقاله با استفاده از نقاط گره ای واقع بر منحنی بی‌اسپیلاین درجه سه، مسیر حرکت ابزار ماشینکاری در قالب منحنی پی اچ اسپیلاین طراحی شده است. همچنین، با ترکیب درونیاب‌های سرعت ثابت و سرعت وابسته به زمان، الگوریتم درونیابی منحنی‌های پی اچ اسپیلاین به‌منظور کاربرد در ماشینهای کنترل عددی توسعه داده شده است. علاوه بر این، با به‌کارگیری توابع نمایی در اصلاح پروفیل سرعت درجه پنج وابسته به زمان، روش جدیدی در کاستن مقدار ماکزیمم جرک در امتداد مسیر ماشینکاری ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی حرکت ابزار با به‌کارگیری کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد ، بیانگر کارایی و عملکرد مطلوب درونیاب اصلاح شده با پروفیل سرعت پیشنهادی در کنترل حرکت روی مسیر منحنی پی اچ اسپیلاین می‌باشد. شبیه‌سازی حرکت روی مسیرهای آلفا و قلب با پروفیل سرعت اصلاحی پیشنهادی، نشان می دهد که علاوه بر حفظ خطای ماشینکاری در محدوده مجاز تعیین شده، مقدار ماکزیمم جرک در راستای مسیر ابزار به میزان حدود ۱۴٪ نسبت به استفاده از پروفیل سرعت درجه پنج وابسته به زمان کاهش یافته است.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

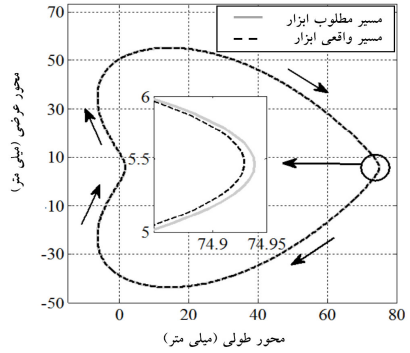
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]



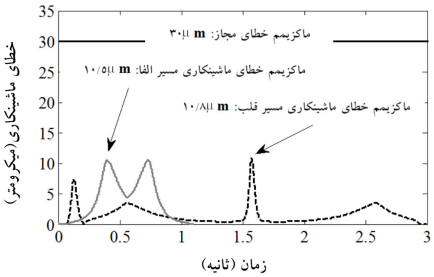
شکل ۶ دیاگرام بلوکی کنترلر شبه مشتق گیر دارای پسخورد و پیش خورد



الف: تعقیب مسیر منحنی به شکل آلفا



ب: تعقیب مسیر منحنی بسته به شکل قلب



ج: پروفیل خطای ماشینکاری

شکل ۷ چگونگی حرکت ابزار و پروفیل خطای ماشینکاری در امتداد مسیرهای به شکل آلفا و قلب با کنترلر شبه مشتق‌گیر دارای پسخورد و پیش‌خورد

۸- مراجع

[1] Erkorkmaz K., Altintas Y.; "High speed CNC system design. Part I: jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation" Int J Machine Tools Manuf; Vol.41, 2001, pp.1323–1345.

[2] Farouki R.T., Tsai Y.F., Wilson C.S.; "Physical constraints on feed rates and feed accelerations along curved tool paths" Comput Aided Geom Des; Vol.17, 2000, pp.337–359.

[3] Cheng C.W., Tsai M.C.; "Real-time variable feedrate NURBS curve interpolator for CNC machining" Int J Adv Manuf Technol; Vol.23, No.11&12, 2004, pp.865–873.

[4] Wang F.C., Wright P.K.; "Open architecture controllers for machine tools, part 2: a real time quintic spline interpolator" ASME J Manuf Sci Eng; Vol.120, No.2, 1998, pp.425–432.

[5] Farouki R.T., Tsai Y.F.; "Exact Taylor series coefficients for variable-feedrate CNC curve interpolators" Comput Aided Geom Des; Vol.33, No.2, 2001, pp.155–165.

[6] Erkorkmaz K., Altintas Y.; "Quintic spline interpolation with minimal feed fluctuation" ASME J Manuf Sci Eng; Vol.127, No.2, 2005, pp.339–349.

[7] Tsai M.C., Cheng C.W.; "A real-time predictor–corrector interpolator for CNC machining" Trans ASME J Manuf Sci Eng; Vol.125, No.3, 2003, pp.449–460.

[8] Farouki R.T., Sakkalis T.; "Pythagorean Hodographs" IBM J Res Dev; Vol.34, No.5, 1990, pp.736–752.

[9] Moon H.P., Farouki R.T., Choi H.I.; "Construction and shape analysis of PH quintic Hermite interpolants" Comput Aided Geom Des; Vol.18, No.2, 2001, pp.93–115.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]

[10] Farouki R.T., Sagar S.; "Real-time CNC interpolators for Pythagorean-hodograph curves" Comput Aided Geom Des; Vol.13, No.7, 1995, pp.583–600.

[11] Tsai Y.F., Farouki R.T., Feldman B.; "Performance analysis of CNC interpolators for time-dependent feed rates along PH curves" Comput Aided Geom Des; Vol.18, No.3, 2001, pp.245–265.

[12] Farouki R.T., Kuspa B.K., Manni C., Sestini A.; "Efficient solution of the complex quadratic tridiagonal system for C^2 PH quintic splines" Numer Algor; Vol.27, No.1, 2001, pp.35–60.

[13] Pelosi F., Sampoli M.L., Farouki R.T., Manni C.; "A control polygon scheme for design of planar C^2 PH quintic spline curves" Comput Aided Geom Des; Vol.24, No.1, 2007, pp.28–52.

[14] Jahanpour J., Tsai M.C., Cheng M.Y.; "High-speed contouring control with NURBS-based C^2 PH spline curves" Int J Adv Manuf Technol; Vol.49, No.5, 2010, pp.663-674.

[15] de Boor C.; "On calculating with B-splines" J.Approx.Theory; Vol.6, 1972, pp.50–62.

[16] Jahanpour J., Imani B.M.; "Real-time P-H curve CNC interpolators for high speed cornering" Int J Adv Manuf Technol; Vol.39, No.3&4, 2008, pp.302–316.

[17] Kim D.N., Teck C.N., Chen I.M.; "On Algorithms for Planning S-curve Motion Profiles" International Journal of Advanced Robotic Systems; Vol.5, No.1, 2008.

[18] Ernesto C.A., Farouki R.T.; "Solution of inverse dynamics problems for contour error minimization in CNC machines" Int J Adv Manuf Technol; 2009.

[19] Ellis G.; "PDFF: evaluation of a velocity loop control method" PCIM Conference; Europe; 1999.

[20] Ellis G.; "PDFF Velocity Control: Extending PI" PCIM Conference; Europe; 1999.

[21] Shen B.H., Tsai M.C.; "Robust dynamic stiffness design of linear servomotor drives" Control Engineering Practice; Vol.14, 2006, pp.1325–1336.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.3.6.8]